

# АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

78|86



681.5106,  
Add

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР  
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ имени М. К. ЯНГЕЛЯ

---

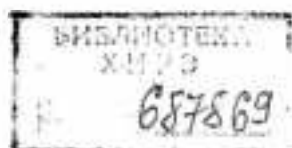
## АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

---

Республиканский  
межведомственный научно-технический  
сборник

Основан в 1965 г.

**ВЫПУСК 78**



КС

ХАРЬКОВ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ  
«ВИЩА ШКОЛА»  
1986

681.5(01)  
А УДК 62-50

**Автоматизированные системы управления и приборы автоматики:**  
Респ. междувед. науч.-техн. сб. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк.  
ун-те, 1986. — Вып. 78. 136 с.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты исследований в области разработки автоматизированных систем управления сложными объектами. Рассмотрены вопросы моделирования и оптимизации технологических процессов, обработки данных и передачи информации в АСУ, программного обеспечения человеко-машинных систем, проектирования рациональных структур и алгоритмов управления технологическими комплексами. Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1986 г.

Для научных работников и специалистов.

*Редакционная коллегия:* Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенков (отв. секр.), В. И. Васильев, Э. А. Дедюко, В. В. Дубровский, А. Г. Едокимов, И. В. Кузьмин, С. Ф. Кацалап, К. Д. Кононаленко, Е. Н. Лазаренко, В. И. Мелешко, В. М. Михайленко, И. Ф. Огороднейчук, Э. Г. Петров, Л. А. Растрингин, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, И. М. Шнырев

Ответственный за выпуск *В. Ф. Шостак*

*Адрес редакционной коллегии:* 310141, Харьков-141, пр. Ленина, 14, институт радиозлектроники, тел. 40-94-59

Редакция естественнонаучной литературы

## **АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ**

Выпуск 78

Редактор *З. Н. Щегельская*  
Художественный редактор *Т. П. Короленко*  
Технический редактор *Л. Т. Ена*  
Корректоры *Л. В. Варавина, Е. В. Сервина*

Информ. бланк № 10355

Сдано в набор 05.09.85. Попл. в печать 25.11.85. Вил 09437. Формат 60×  
×90/16. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать, 8,5 печ. л. 8,73 кр.-  
отт. 10 уч.-изд. л. Тираж 860 экз. Над. № 1416. Зак. 5-368. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа», 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Харьковская книжная фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12,  
ул. Энгельса, 11

0694020101-009  
А М 226 (04)-86 434-86

© Издательское объединение  
«Вища школа», 1986

В. П. АВРАМЕНКО, канд. техн. наук

**УСТОЙЧИВЫЕ ПРОЦЕДУРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Управление организационно-технологическими системами с применением ЭВМ основывается на использовании математических моделей, адекватно отражающих исследуемые процессы. Математическое описание многих технологических процессов при неполном знании протекающих явлений можно представить линейной многофакторной регрессионной моделью

$$y_t = a_0 + a_1 x_{1t} + \dots + a_m x_{mt} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $y_t$  — выходная зависимая переменная;  $x_t = \{x_{1t}, \dots, x_{mt}\}$  — вектор входных независимых переменных размерности  $m$ ;  $a = \{a_0, \dots, a_m\}$  — вектор искомых параметров модели размерности  $m+1$ ;  $\varepsilon_t$  — ошибка измерения;  $t$  — номер пассивного эксперимента, причем  $t = \overline{1, n}$ ,  $n > m+1$ .

В основу прикладного регрессионного анализа положен классический метод наименьших квадратов (МНК), применение которого возможно при соблюдении совокупности исходных предпосылок. Если это условие не выполняется, нарушаются желательные свойства получаемых оценок — состоятельность, несмещенность, эффективность и устойчивость. Причиной несоблюдения исходных предпосылок МНК является действие внешней среды, что приводит к отклонению остатков от нормального (в ослабленном случае симметричного) распределения, плохой обусловленности матрицы наблюдений, зашумленности и др.

Классический МНК предназначен для работы в идеализированных условиях и не учитывает окружающую реальность, действие которой значительно ухудшает желательные свойства оценок, получаемых по результатам пассивных наблюдений. В этой ситуации ряд авторов делают вывод, что регрессионный анализ деградировал из научного метода в эвристическую процедуру, в которой решающую роль играет здравый смысл интерпретации и анализ остатков. Традиционные алгоритмы регрессионного анализа пошли «вверх по лестнице, ведущей вниз» [1, с. 43].

Причина такого отношения [2—4] к применению классического МНК в прикладном регрессионном анализе — неустойчивость оценок, получаемых с его помощью, к отклонению исходных предпосылок. Исключить неоднозначность оценок позволяет регуляризация с привлечением дополнительной информации. Однако при этом традиционно без должного обоснования принимают гипотезу о нормальном или равномерном распределении результатов наблюдений. Между тем фактические погрешности моделирования могут иметь распределения иного вида. Предложенные нами устойчивые процедуры в качестве дополнительной информации используют распределение среднеквадратичных разностей [2—4] и идею о корректировке априорной гипотетической плотности распределения [5, с. 145], что позволяет существенно повысить точность оцениваемых параметров.

Устойчивая процедура моделирования содержит два этапа. На первом определяется классическим МНК вектор приближенных оценок  $a = \{a_0, \dots, a_m\}$  вектора параметров  $\alpha = \{\alpha_0, \dots, \alpha_m\}$  модели (1); осуществляется построение априорной гипотетической функции распределения  $f_r(y)$  и апостериорной эмпирической  $f_s(y)$ ; выполняется аппроксимация функций  $f_r(y)$  и  $f_s(y)$  на одних и тех же интервалах измерения переменной  $y$ ; определяются весовые коэффициенты  $l(y_i) = l_i$ , учитывающие отклонение значений  $f_r(y_i)$  от  $f_s(y_i)$ .

Гипотетическая функция распределения  $f_r(y)$  выбирается из условия планирования эксперимента равномерной, а при обработке результатов наблюдений с помощью МНК нормальной. Эмпирическая функция распределения  $f_s(y)$  заранее неизвестна, ее определяют по среднеквадратичным остаткам. Различие распределений  $f_r(y)$  и  $f_s(y)$  может привести к существенным искажениям получаемых оценок: в обучающей выборке необоснованно увеличивается вес одних результатов наблюдений и уменьшается вес других. Весовые коэффициенты  $l_i$  позволяют привести к соответствию частоту появления результатов наблюдений и количество таких же величин в генеральной совокупности.

На втором этапе процедуры моделирования определяется вектор уточненных оценок  $a_t = \{a_{0t}, \dots, a_{mt}\}$ ; находятся расчетные (модельные) приближенные  $\hat{y}_i$  и уточненные  $\hat{y}_{it}$  значения выходной переменной по формулам

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 x_{1i} + \dots + a_m x_{mi} \quad (2)$$

$$\hat{y}_{it} = a_{0t} + a_{1t} x_{1i} + \dots + a_{mt} x_{mi} \quad (3)$$

вычисляются остаточные дисперсии приближенных и уточненных значений моделируемых процессов; оценивается качество (повышения точности) устойчивой процедуры моделирования.

Параметры математической модели (1) для непрерывной

плотности распределения определяются из условия минимума критерия [5, с. 145].

$$\int_{y_r \min}^{y_r \max} (y - \tilde{y})^2 f_r(y) dy \rightarrow \min, \quad (4)$$

а для непрерывной плотности  $f_s(y)$  из условия

$$\int_{y_s \min}^{y_s \max} (y - \tilde{y})^2 f_s(y) dy \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $y_r \min$ ,  $y_s \min$ ,  $y_r \max$ ,  $y_s \max$  — минимальное и максимальное значения выходной величины, имеющей гипотетическое и эмпирическое распределения.

Используя весовые множители как отношение

$$l(y) = f_s(y)/f_r(y), \quad (6)$$

приведем критерий адекватности (5) к форме (4)

$$\int_{y_s \min}^{y_s \max} (y - \tilde{y})^2 f_s(y) dy = \int_{y_r \min}^{y_r \max} (y - \tilde{y})^2 f_r(y) l(y) dy \rightarrow \min. \quad (7)$$

Выполнив квантование по уровню функций  $f_s(y)$  и  $f_r(y)$  на интервалах  $y_t$ ,  $t = \overline{1, n}$ , получим дискретные распределения случайной величины — гистограммы  $f_s(y_t)$  и  $f_r(y_t)$ . Аналогами критериев (4), (7) в этом случае выступают соотношения

$$Q(a_0, \dots, a_m) = \sum_{t=0}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2 \rightarrow \min; \quad (8)$$

$$Q_l(a_{0l}, \dots, a_{ml}) = \sum_{t=0}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2 l_t \rightarrow \min. \quad (9)$$

Здесь коэффициенты

$$l_t = l(y_t) = f_s(y_t)/f_r(y_t) \quad (10)$$

остаются неизменными на всех интервалах  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ .

Качество (точность оценивания) устойчивой процедуры моделирования по сравнению с классическим МНК выразим относительной остаточной дисперсией

$$\eta = |s^2 - s_l^2|/s^2, \quad (11)$$

где  $s^2$  и  $s_l^2$  — численные значения остаточных дисперсий выходной величины  $y_t$  и  $y_{tl}$ ,  $t = \overline{1, n}$ , которые вычисляются по формулам

$$s^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2; \quad (12)$$

$$s_l^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \tilde{y}_{tl})^2. \quad (13)$$

Воспользовавшись векторно-матричной формулой записи, представим в более компактном виде уравнения (1) результатов наблюдений, уравнения (2), (3) приближенной и уточненной регрессии и критерии адекватности моделирования (8), (9) для приближенных и уточненных оценок

$$Y = X\alpha + \varepsilon \quad (14); \quad \bar{Y} = X\alpha \quad (15);$$

$$\bar{Y}_i = X\alpha_i; \quad (16)$$

$$Q(\alpha) = (Y - \bar{Y})^T (Y - \bar{Y}) \Rightarrow \min; \quad (17)$$

$$Q_i(\alpha_i) = (Y - \bar{Y})^T L (Y - \bar{Y}) \Rightarrow \min, \quad (18)$$

где  $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$  — вектор-столбец результатов наблюдений размерности  $n \times 1$ ;  $X = \{x_{ij}\}$  — матрица результатов наблюдений размерности  $n \times (m+1)$ ;  $\alpha = \{\alpha_0, \dots, \alpha_m\}$  — вектор-столбец параметров модели размерности  $(m+1) \times 1$ ;  $\bar{Y} = \{\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m\}$  и  $\bar{Y}_i = \{\bar{y}_{i1}, \dots, \bar{y}_{im}\}$  — векторы модельных значений приближенной и уточненной регрессий размерности  $(m+1) \times 1$ ;  $\alpha = \{\alpha_0, \dots, \alpha_m\}$  и  $\alpha_i = \{\alpha_{0i}, \dots, \alpha_{mi}\}$  — векторы приближенной и уточненной оценок параметров размерности  $(m+1) \times 1$ ;  $L = \{l_1, \dots, l_n\}$  — вектор весовых коэффициентов, размерность которой  $n$  может быть значительно уменьшена на этапе дискретизации непрерывных распределений;  $T$  — символ транспонирования.

Приближенные оценки  $\alpha$  неизвестных параметров  $\alpha$  уравнения линейной многофакторной регрессии (14) определим из условия минимума функционала (17), который с учетом соотношения (15) примет вид

$$Q(\alpha) = (Y - X\alpha)^T (Y - X\alpha) = Y^T Y - 2\alpha^T X^T Y - \alpha^T X^T X \alpha \Rightarrow \min. \quad (19)$$

Продифференцировав (19) по элементам вектора  $\alpha$  и приравняв полученное выражение к нулю

$$\frac{\partial Q(\alpha)}{\partial \alpha} = -2X^T Y + 2X^T X \alpha = 0, \quad (20)$$

имеем систему нормальных уравнений

$$X^T Y = X^T X \alpha, \quad (21)$$

из которой определяется вектор-столбец приближенных оценок  $\alpha$  параметра  $\alpha$  регрессионного уравнения (14):

$$\alpha = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (22)$$

Выполнив аналогичные преобразования с критерием адекватности (18), найдем соотношения для уточненных оценок  $\alpha_i$  параметров  $\alpha$  уравнения (14):

$$\alpha_i = (X^T L X)^{-1} X^T L Y. \quad (23)$$

По внешнему виду выражение (23) напоминает марковские оценки, полученные на основе обобщенного МНК для неравноточных линейных несмещенных оценок. В действительности предложенная устойчивая к отклонениям распределений процедура дает нелинейные оценки по отношению к исходным результатам наблюдений, поскольку последние используются дважды — на этапах приближенного и уточненного оценивания. Для несимметричных эмпирических распределений оценки (23) получаются смещенными, за счет чего уменьшается остаточная дисперсия.

Рассмотрим более подробно вычислительные аспекты устойчивой процедуры моделирования для регрессии первого порядка

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 x_t \quad (24)$$

и критерия адекватности

$$Q(a_0, a_1) = \sum_{t=1}^n (y_t - a_0 - a_1 x_t)^2 \Rightarrow \min_a \quad (25)$$

Необходимым условием экстремума функционала (25) служит обращение в нуль частных производных по переменным

$$\frac{\partial Q(a_0, a_1)}{\partial a_0} = -2 \sum_{t=1}^n (y_t - a_0 - a_1 x_t) = 0; \quad (26)$$

$$\frac{\partial Q(a_0, a_1)}{\partial a_1} = -2 \sum_{t=1}^n (y_t - a_0 - a_1 x_t) x_t = 0 \quad (27)$$

и положительные значения вторых частных производных по  $a_0$  и  $a_1$

$$\frac{\partial^2 Q(a_0, a_1)}{\partial a_0^2} = 2n > 0, \quad \frac{\partial^2 Q(a_0, a_1)}{\partial a_1^2} = 2 \sum_{t=1}^n x_t^2 > 0. \quad (28)$$

Однозначное оценивание параметров возможно при соблюдении достаточного условия [1, с. 61] экстремума функционала  $Q(a_0, a_1)$

$$\frac{\partial^2 Q(a_0, a_1)}{\partial a_0^2} \frac{\partial^2 Q(a_0, a_1)}{\partial a_1^2} - \left( \frac{\partial^2 Q(a_0, a_1)}{\partial a_0 \partial a_1} \right)^2 = \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 > 0, \quad (29)$$

которое выполняется в силу положительного значения дисперсии  $\sigma^2$ .

После преобразования выражений (26) и (27) и введения суммы без индексов  $\sum_{t=1}^n = \Sigma$  получим систему нормальных уравнений

$$a_0 n + a_1 \Sigma x_t = \Sigma y_t; \quad (30)$$

$$a_0 \Sigma x_t + a_1 \Sigma x_t^2 = \Sigma x_t y_t, \quad (31)$$

из которой имеем

$$a_0 = \frac{\sum y_t \sum x_t^2 - \sum x_t \sum x_t y_t}{n \sum x_t^2 - \sum x_t \sum x_t}; \quad (32)$$

$$a_1 = \frac{n \sum x_t y_t - \sum x_t \sum y_t}{n \sum x_t^2 - \sum x_t \sum x_t}. \quad (33)$$

Уточненные оценки  $a_{0t}$  и  $a_{1t}$  с учетом эмпирического распределения отклонений результатов наблюдений определим из условия (18)

$$Q_t(a_{0t}, a_{1t}) = \sum_{i=1}^n (y_t - a_{0t} - a_{1t}x_t)^2 l_t \Rightarrow \min_{a_t}, \quad (34)$$

которое после дифференцирования по  $a_{0t}$  и  $a_{1t}$  и приравнявания полученного результата к нулю примет вид

$$\frac{\partial Q_t(a_{0t}, a_{1t})}{\partial a_{0t}} = -2 \sum_{i=1}^n (y_t - a_{0t} - a_{1t}x_t) l_t = 0; \quad (35)$$

$$\frac{\partial Q_t(a_{0t}, a_{1t})}{\partial a_{1t}} = -2 \sum_{i=1}^n (y_t - a_{0t} - a_{1t}x_t) x_t l_t = 0. \quad (36)$$

Выполнив некоторые преобразования выражений (35) и (36), получим систему нормальных уравнений

$$a_{0t} \sum l_t + a_{1t} \sum l_t x_t = \sum l_t y_t; \quad (37)$$

$$a_{0t} \sum l_t x_t + a_{1t} \sum l_t x_t^2 = \sum l_t x_t y_t, \quad (38)$$

решение которой дает

$$a_{0t} = \frac{\sum l_t y_t \sum l_t x_t^2 - \sum l_t x_t \sum l_t x_t y_t}{\sum l_t \sum l_t x_t^2 - \sum l_t x_t \sum l_t x_t}; \quad (39)$$

$$a_{1t} = \frac{\sum l_t \sum l_t x_t y_t - \sum l_t x_t \sum l_t y_t}{\sum l_t \sum l_t x_t^2 - \sum l_t x_t \sum l_t x_t}. \quad (40)$$

Чтобы воспользоваться соотношениями (39) и (40), необходимо предварительно определить весовые коэффициенты  $l_t$ ,  $t=1, n$ . Для этого вычерчивают гипотетическую и эмпирическую плотности распределения в масштабе измеряемых значений выходной переменной  $y_t$ ,  $t=1, n$ ; затем аппроксимируют обе плотности распределения ступенчатой функцией с  $N$  равными интервалами по переменной  $y_t$ ,  $t=1, n$ , в каждый интервал должно быть включено не менее 5 результатов наблюдений.

Точность аппроксимации зависит от числа интервалов, согласно рекомендациям [2, с. 94] оно должно находиться в пределах 5—20. При планировании эксперимента, чтобы облегчить вычисления, целесообразно принять  $N=n=20$  при 5%-ой

допустимой погрешности аппроксимации и  $N=n=100$  при 1%-ной погрешности. О близости гипотетического и эмпирического распределений судят по весовым коэффициентам, которые для каждого  $\Delta u_i$ -го интервала аппроксимации определяют по формуле (10).

Разработанная устойчивая к распределению исходных данных процедура моделирования включена в состав алгоритмического обеспечения автоматизированной системы управления технологическими процессами дальнего транспорта газа. Программное обеспечение составлено на языке Фортран IV для ЭВМ ЕС-1022. Согласно расчетам на реальных массивах информации, учитывая эмпирические распределения исходных данных, можно повысить точность регрессионных моделей в среднем на 45%, однако оценки параметров при этом смещены.

Список литературы: 1. Тьюки Дж. Анализ данных, вычисления на ЭВМ и математика.— В кн.: Современные проблемы математики. М., 1977, с. 41—64. 2. Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия.— М.: Финансы и статистика, 1982.— 317 с. 3. Демиденко Е. З. Гребневая регрессия.— М., 1982.— 127 с. (Препринт ИМЭМО). 4. Устойчивые статистические методы оценки данных.— М.: Машинное строение, 1984.— 232 с. 5. Ингерман В. Г. Автоматизированная интерпретация результатов геофизических исследований скважин.— М.: Недра, 1984.— 204 с. 6. Ферстер Э., Генц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа.— М.: Финансы и статистика, 1983.— 302 с. 7. Шенкон Р. Имитационное моделирование систем— искусство и наука.— М.: Мир, 1978.— 420 с. 8. Юзбашев М. М., Мамелля А. Н. Статистический анализ тенденций и колеблемости.— М.: Финансы и статистика, 1983.— 207 с. 9. Дубровский С. А. Прикладной многомерный статистический анализ.— М.: Финансы и статистика, 1982.— 216 с.

Поступила в редколлегию 29.01.85.

---

УДК 519.2; 519.6

А. А. ЖИГЛЯВСКАЯ, канд. физ.-мат. наук,  
М. В. ТЕРЕНТЬЕВА

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЛОБАЛЬНОМ  
СЛУЧАЙНОМ ПОИСКЕ. Сообщение II.  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

---

### § 1. Постановка задачи.

Пусть  $X$  — компактное метрическое пространство (в частности, подмножество  $R^n$ ,  $n \geq 1$ ),  $B$  —  $\delta$ -алгебра борелевских подмножеств  $X$ ,  $f$  —  $B$ -измеримая, ограниченная сверху функция, заданная на  $X$ . Будем предполагать, что функция  $f$  и  $X$  заданы алгоритмически, т. е. можно проверить принадлежность  $x \in X$  и для всех  $x \in X$  вычислить  $f(x)$ .

Задача поиска глобального максимума функции  $f$  состоит в построении последовательности  $x_1, x_2, \dots$ , точек из  $X$ , для которой

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = M = \max f(x).$$

Известно, что в тех задачах оптимизации, где пространство конечномерно и имеет высокую размерность, а априорная информация о целевой функции мала, наиболее эффективными методами глобального случайного поиска.

Под алгоритмами глобального случайного поиска мы понимаем алгоритмы, которые состоят из числа  $s$  итераций, причем на  $i$ -й итерации ( $1 < i < s$ ) получают  $N_i$  ( $N_i > 1$ ) точек  $x_1^{(i)}, \dots, x_{N_i}^{(i)}$  как независимые реализации случайного вектора  $\zeta_i$  с распределением  $P_i(dx)$ , заданным на  $B$  и зависящем, возможно, от значений  $x_1^{(i)}, \dots, x_{N_i}^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, N_i$ ;  $j = 1, \dots, i-1$ ).

Описанные статистические выводы о значениях  $M_Z = \max_{x \in Z} f(x)$ ,

где  $Z$  — произвольное подмножество  $X$ , могут служить дополнительным источником получаемой об  $f$  на каждой итерации указанных алгоритмов информации и основой для построения новых алгоритмов.

Поскольку статистические выводы о значении  $M_Z$  на всех итерациях алгоритмов и для всех  $Z \in B$  делаются однотипно, предположим, что  $Z = X$ , имеется  $N$  независимых реализаций  $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N$  случайного вектора  $\zeta$  с распределением  $P(dx)$  на  $B$ ;  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$  — выборка из значений случайной величины  $\eta = f(\zeta)$ ;  $\eta_{(1)} < \eta_{(2)} < \dots < \eta_{(N)}$  — порядковые статистики, соответствующие этой выборке. Требуется сделать статистические выводы о  $M = \max_x f(x) = \inf \{a \in R^1 \mid \eta < a \text{ с вероятностью } 1\}$ .

## § 2. Статистическое оценивание $M$ .

Покажем, как по выборке  $\zeta_1, \dots, \zeta_N$  можно оценивать  $M = \max_x f(x)$ . Функцией распределения случайной величины  $\eta = f(\zeta)$  является  $F(u) = \int_{f(x) < u} P(dx)$ .

Пусть для функции распределения  $F(u)$  выполнено условие Б. В. Гнеденко [1]:

А) для некоторого  $M$ ,  $-\infty < M < \infty$ ,  $F(M) = 1$  и  $F(u) < 1$  при  $u < M$ ; функция  $V(v) = 1 - F(M - v^{-1})$ ,  $v > 0$  правильно меняется на бесконечности с некоторым показателем  $-\alpha$ ,  $0 < \alpha < \infty$ , т. е.  $\lim_{v \rightarrow \infty} V(tv)/V(v) = t^{-\alpha}$  при всех  $t > 0$ . При выполнении

А имеет место

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F^N(M + (M - \theta_N)z) = \Phi_\alpha(z),$$

где

$$\theta_N = \inf \{v \mid 1 - F(v) < 1/N\};$$
$$\Phi_N(z) = \begin{cases} \exp(-(-z)^\alpha), & z < 0; \\ 1, & z \geq 0. \end{cases}$$

Предположим, что условие  $A$  выполнено и параметр  $\alpha$  известен; условия, достаточные для выполнения  $A$  и определения параметра  $\alpha$ , и оценивание рассмотрены в § 5.

Для оценивания  $M$  выберем  $r+1$  верхних порядковых статистик  $\eta_{(N)}, \dots, \eta_{(N-r)}$  ( $r = r(N)$ ,  $r/N \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ ). Из линейной комбинации порядковых статистик согласно работе [2] получим

$$\hat{M}_{N,r} = \sum_{i=0}^r a_i \eta_{(N-i)},$$

где  $a_i$  — некоторые числа. Если  $r$  не слишком мало, использование остальных порядковых статистик не может существенно улучшить качество оценок [2, 3]. Для состоятельности оценки  $\hat{M}_{N,r}$  необходимо, чтобы выполнялось условие

$$a^T \lambda = \sum_{i=0}^r a_i = 1, \quad (1)$$

где  $a = (a_0, a_1, \dots, a_r)^T$ ;  $\lambda = (1, 1, \dots, 1)^T$ . В соответствии с работой [2] качество оценок  $\hat{M}_{N,r}$  измеряется  $E(\hat{M}_{N,r} - M)^2$ , асимптотически (при  $N \rightarrow \infty$ ) она равна  $(M - \theta_N)^2 a^T \Lambda a$ , где  $\Lambda$  — симметричная матрица с элементами

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ji} = \Gamma(2/\alpha + i + 1) \Gamma(1/\alpha + j + 1) / (\Gamma(1/\alpha + i + 1) \Gamma(j + 1)),$$
$$j < i.$$

Составляя функцию Лагранжа, получаем [2]

$$\min_{a: a^T \lambda = 1} a^T \Lambda a = (\lambda^T \Lambda^{-1} \lambda)^{-1},$$

причем минимум достигается на векторе

$$a^* = (\lambda^T \Lambda^{-1} \lambda)^{-1} \Lambda^{-1} \lambda.$$

Поскольку [3]  $E\eta_{(N-i)} \sim M - (M - \theta_N) b_i$ , где  $b_i = \Gamma(1/\alpha + i + 1) / \Gamma(i + 1)$ , то оценка  $\hat{M}_{N,r}$  имеет асимптотическое смещение меньшего порядка только при выполнении условия

$$a^T b = \sum_{i=0}^r a_i b_i = 0, \quad (2)$$

где  $b = (b_0, b_1, \dots, b_r)^T$ . Здесь и далее запись  $a_N \sim b_N$  означает, что  $\lim_{N \rightarrow \infty} a_N/b_N$  существует и равен 1.

Применяя метод функций Лагранжа, получаем, что в классе оценок  $\hat{M}_{N,r}$ , для которых выполнены условия (1), (2) и минимальное среднее квадратичное отклонение, имеется оценка, определяемая по вектору [4]:

$$a' = \Lambda^{-1} \left[ \frac{(b^T \Lambda^{-1} b) \lambda - (\lambda^T \Lambda^{-1} b) b}{(b^T \Lambda^{-1} b) (\lambda^T \Lambda^{-1} \lambda) - (\lambda^T \Lambda^{-1} b)^2} \right]$$

Используя неравенство Чебышева, получаем, что для любого  $\epsilon > 0$

$$P \{ |\hat{M}_{N,r} - M| > \epsilon \} < (a' \Lambda a) / ((c_0 N)^{2/(r+1)} \epsilon^2) \quad (N \rightarrow \infty), \quad (3)$$

где  $c_0$  — значение производной порядка  $\alpha$  (возможно, нецелого) функции  $F$  в точке  $M$ , т. е.  $c_0 = F^{(\alpha)}(M)$ , об оценке  $c_0$  см. § 3.

По неравенству (3) можно судить о точности оценок  $\hat{M}_{N,r}$ ; к сожалению, свойством асимптотической нормальности эти оценки не обладают.

В работе [5] предлагается для параметра  $M$  оценка

$$\tilde{M}_{N,r} = \left( 1 + \frac{2\alpha - 1}{r + 1} \right) \vartheta_{(N)} - \frac{2\alpha - 1}{r + 1} \vartheta_{(N-r)}. \quad (4)$$

Как показывают вычисления [5], качество этой оценки близко к качеству оценки  $\hat{M}_{N,r}$  (особенно при  $r = 5$ ), но получить ее значительно проще.

### § 3. Построение доверительных интервалов для $M$ .

Пусть выполнено условие  $A$ , тогда (см. [5]) статистика  $(M - \vartheta_{(N)}) / (\vartheta_{(N)} - \vartheta_{(N-k)})$  при  $N \rightarrow \infty$  сходится по распределению к случайной величине  $\chi_k$  с функцией распределения

$$F_k(u) = P(\chi_k < u) = 1 - \left( 1 - \left( \frac{u}{1+u} \right)^{r+1} \right)^k.$$

Поэтому уровень доверительного интервала

$$[\vartheta_{(N)}, \vartheta_{(N)} + r(k, 1-\gamma)(\vartheta_{(N)} - \vartheta_{(N-k)})]$$

асимптотически ( $N \rightarrow \infty$ ) равен  $1 - \gamma$ . Здесь

$$r(k, 1-\gamma) = [(1 - \gamma^{1/k})^{-1/r} - 1]^{-1}$$

—  $(1 - \gamma)$ -квантиль случайной величины  $\chi_k$ , т. е.  $F_k(r(k, 1-\gamma)) = 1 - \gamma$ .

Для решения вопроса о выборе  $k$  рассмотрим среднюю длину доверительного интервала уровня  $1 - \gamma$ , равную, как показано в [6],  $(M - \vartheta_M) \varphi(k, \gamma)$ , где

$$\varphi(k, \gamma) = r(k, 1-\gamma) (\Gamma(1/\alpha + k + 1) / \Gamma(k + 1) - \Gamma(1/\alpha + 1)). \quad (5)$$

Пусть  $\gamma > 0$  фиксировано. Используя формулу Стирлинга, легко показать, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(k, \gamma) = \lim_{k \rightarrow \infty} (k(1 - \gamma^{1/k})^{1/k}) = \varphi(\infty, \gamma) = (-\ln \gamma)^{1/2}$$

и функция  $\varphi(k, \gamma)$  с ростом  $k$  убывает. Согласно результатам расчетов при  $k = 5 \div 7$  отличие  $\varphi(k, \gamma)$  от предельного значения  $\varphi(\infty, \gamma)$  незначительное, а при  $k = 10 \div 15$  же пренебрежимо мало, и поэтому даже при очень больших  $N$  выбор  $k = 10$  в среднем почти так же хорош, как и выбор  $k \rightarrow \infty$ ,  $k/N \rightarrow 0$  ( $N \rightarrow \infty$ ). Причем скорость сходимости  $\varphi(k, \gamma)$  по мере приближения  $k$  к предельному значению возрастает с уменьшением  $\gamma$ . Аналогичные выводы о выборе  $k$  на основе численных результатов, но для двусторонних интервалов сделаны в [6].

Взяв в качестве меры точности определения параметра  $M$  среднюю длину доверительного интервала для  $M$  фиксированного уровня  $1 - \gamma$ , выясним, с какой скоростью должно расти число испытаний  $N$ , необходимое для достижения заданной точности  $\varepsilon$ . Из формулы (5) получаем

$$N = c_0^{-1} \left( r(k, 1 - \gamma) \left( \frac{\Gamma(1/2 + k + 1)}{\Gamma(k + 1)} - \Gamma(1/2 + 1) \right) \right)^2 \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)^2.$$

В качестве константы  $c_0$  можно использовать оценку

$$\hat{c}_0 = k (\varphi_{(N)} - \varphi_{(N-k)})^{-2} / N.$$

**Лемма 1.** Оценка  $\hat{c}_0$  является состоятельной, асимптотически несмещенной оценкой параметра  $c_0$ . При этом

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k E (\hat{c}_0 - c_0)^2 = c_0^2$$

**Доказательство.** Из условия А) вытекает, что порядковая статистика  $\varphi_{(N-k)}$  сходится по распределению при  $N \rightarrow \infty$  к случайной величине  $M - ((Y_0 + Y_1 + \dots + Y_k) / (c_0 N))^{1/k}$ , где  $Y_0, Y_1, \dots$  — независимые случайные величины, имеющие распределение с плотностью  $e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} E \hat{c}_0 &\sim c_0 k E ((Y_0 + \dots + Y_k)^{1/k} - Y_0^{1/k})^{-2} = \\ &= c_0 E \left( \left( \frac{Y_0 + \dots + Y_k}{k} \right)^{1/k} - \left( \frac{Y_0}{k} \right)^{1/k} \right)^{-2} \sim c_0 k E (Y_0 + \dots + Y_k)^{-1} = \\ &= c_0 k \cdot \frac{1}{k!} \int_0^{\infty} \frac{1}{t} e^{-t^k} dt = c_0. \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} k E (\hat{c}_0 - c_0)^2 &\sim k^3 c_0^2 E (Y_0 + \dots + Y_k)^{-2} - k c_0^2 \sim \\ &\sim k^3 c_0^2 \frac{1}{k!} \int_0^{\infty} \frac{1}{t^2} e^{-t^k} dt - k c_0^2 = \left( \frac{k^2}{k-1} - k \right) c_0^2 \sim c_0^2. \end{aligned}$$

Лемма доказана.

**§ 4. Проверка статистических гипотез о параметре  $M$ .** В алгоритмах случайного поиска типична следующая ситуация: пред-

положим, что есть некоторое рекордное значение  $M_0$  и выборка  $f(\xi_1), f(\xi_2), \dots, f(\xi_N)$ , где  $\xi_1, \dots, \xi_N$  — независимые реализации случайного вектора в некоторой подобласти  $Z$  исходного пространства  $X$ , причем  $\varphi_{(N)} = \max(f(\xi_1), \dots, f(\xi_N)) < M_0$ . Обычно нужно проверить гипотезу: может ли функция  $f$  в подобласти  $Z$  принимать значения, большие чем  $M_0$ ; т. е. проверить гипотезу  $H_0: M > M_0$  против альтернативы  $H_1: M < M_0$ . Предлагаемая процедура проверки гипотезы  $H_0$  полностью определяется заданием критической области (области отклонения) в следующем виде:

$$S = \{(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) | (M_0 - \varphi_{(N)}) / (\varphi_{(N)} - \varphi_{(N-k)}) \geq r(k, 1 - \gamma)\}.$$

Функция мощности рассмотренного критерия равна по определению

$$\beta_N(M, \gamma) = P\{(M_0 - \varphi_{(N)}) / (\varphi_{(N)} - \varphi_{(N-k)}) \geq r(k, 1 - \gamma)\}.$$

В работе [7] показано, что  $\beta_N(M, \gamma)$  — убывающая функция  $M$ , имеющая асимптотическое ( $N \rightarrow \infty$ ) выражение

$$\beta_N(M, \gamma) \sim \frac{1}{k!} \int_0^{\infty} y^k e^{-y} \left(1 - \left(\frac{r(k, 1 - \gamma) - \frac{M_0 - M}{M - \varphi_N} y^{-1/k}}{1 + r(k, 1 - \gamma)}\right)_+^k\right)_+ dy, \quad (6)$$

где  $x_+ = \max(0, x)$ .

Для проверки гипотезы  $H_0: M < M_0$  при альтернативе  $H_1: M > M_0$  мощность критерия с критической областью

$$S_1 = \{(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) | (M_0 - \varphi_{(N)}) / (\varphi_{(N)} - \varphi_{(N-k)}) < r(k, \gamma)\}$$

равна  $1 - \beta_N(M, 1 - \gamma)$ , и поэтому может быть найдена с помощью формулы (6).

**§ 5. Нахождение параметра распределения максимальных значений.** Параметр  $\alpha$  определяется видом функции распределения случайной величины  $\eta = f(\xi)$ . Иногда априорных сведений достаточно для того, чтобы установить значение параметра  $\alpha$ . Например, если у функции распределения случайной величины  $\eta$  имеется достаточно гладкая плотность  $p(z)$ , то  $\alpha = 1$ , если  $p(M) \neq 0$ , где  $M = \max f(x)$ ;  $\alpha = l$ , если  $p^{(l-1)}(M) = 0$ , но  $0 < |p^{(l)}(M)| < \infty$ .

Во многих случаях значение параметра  $\alpha$  можно точно оценить на основе априорных сведений о поведении  $f$  вблизи  $x^*$  — точки глобального максимума.

Пусть  $X$  — подмножество  $R^n$ ,  $n \geq 1$ . Верна следующая теорема (см. [8]).

**Теорема 1.** Пусть мера  $P(dx)$  и мера Лебега эквивалентны (т. е. взаимно абсолютно непрерывны),  $f$  — непрерывная в некоторой окрестности  $x^*$  функция. Тогда

а) если  $\|\nabla f(x^*)\| \neq 0$ , то выполнено условие А) и  $\alpha = n$ ;

б) если  $\|\nabla f(x^*)\| = 0$ , но матрица вторых производных  $\nabla^2 f(x^*)$  невырождена, то условие А) выполнено с параметром  $\alpha = n/2$ , где  $n$  — размерность пространства  $X$ .

В случае отсутствия априорной информации о функции  $f$  можно использовать в качестве параметра  $\alpha$  оценку  $\hat{\alpha}$ , аналогичную предложенной в работе [9]:

$$\hat{\alpha} = \ln \frac{k}{m} / \ln \frac{\eta_{(N)} - \eta_{(N-k)}}{\eta_{(N)} - \eta_{(N-m)}}, \quad (7)$$

где  $k \rightarrow \infty$ ,  $k/N \rightarrow 0$ ,  $m/k \rightarrow \tau$  при  $N \rightarrow \infty$ ,  $0 < \tau < 1$ .

**Теорема 2.** Пусть выполнено условие А), тогда  $\hat{\alpha}$  состоятельная, асимптотически несмещенная оценка параметра  $\alpha$  и

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k E (\hat{\alpha} - \alpha)^2 = \alpha^2 (1 - \tau) / (\tau \ln^2 \tau). \quad (8)$$

**Доказательство.** Из условия А) следует, что порядковая статистика  $\eta_{(N-k)}$  слабо сходится к случайной величине  $M - (M - \theta_N) \mu_k^{1/\alpha}$ , где  $\mu_k$  имеет функцию распределения с плотностью  $e^{-x} x^k / k!$ ,  $x > 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} E \hat{\alpha} &\sim \ln \frac{1}{\tau} E \left[ \ln \left( \mu_k^{1/\alpha} - \mu_0^{1/\alpha} \right) / \left( \mu_m^{1/\alpha} - \mu_0^{1/\alpha} \right) \right]^{-1} \sim \\ &\sim \alpha \ln \frac{1}{\tau} \int_0^m \int_0^m \ln^{-1} \left( 1 + \frac{t}{y} \right) \frac{1}{m!} e^{-y} y^m \frac{1}{(k-m-1)!} e^{-t} t^{k-m-1} dy dt = \\ &= \frac{\alpha \ln \frac{1}{\tau} k!}{m! (k-m-1)!} \int_0^m \frac{1}{t} e^{-kt} (e^t - 1)^{k-m-1} dt = \alpha \ln \frac{1}{\tau} (k-m) C_k^m I_1. \end{aligned}$$

По формуле Стирлинга

$$(k-m) C_k^m \sim \sqrt{k/2\pi\tau} \tau^{-m-\frac{1}{2}} (1-\tau)^{-k+m+\frac{1}{2}},$$

$$I_1 = \int_0^m \frac{1}{t} e^{-kt} (e^t - 1)^{k-m-1} dt = \int_0^{\infty} f(t) e^{S(t)} dt,$$

где

$$f(t) = 1/t, \quad S(t) = (1-\tau) \ln(e^t - 1) - t.$$

Интеграл  $I_1$  вычислим методом Лапласа [10]:

$$I_1 \sim \sqrt{2\pi/(k|S''(t_0)|)} f(t_0) e^{S(t_0)},$$

где  $t_0$  — точка максимума функции  $S(t)$ , равная  $\ln \frac{1}{\tau}$ . Получаем

$$I_1 \sim \sqrt{2\pi/k\tau} \tau^{m+\frac{1}{2}} (1-\tau)^{k-m-\frac{1}{2}} \ln^{-1} \frac{1}{\tau}.$$

Отсюда следует асимптотическая несмещенность статистики  $\hat{\alpha}$ . Аналогично этому

$$\begin{aligned} E (\hat{\alpha} - \alpha)^2 &\sim \frac{\alpha^2 k!}{m! (k-m-1)!} \int_0^m \left( \ln \frac{1}{\tau} / t - 1 \right)^2 e^{-kt} (e^t - 1)^{k-m-1} dt = \\ &= \alpha^2 (k-m) C_k^m I_2, \end{aligned}$$

где  $I_2 = \int_0^m f(t) e^{S(t)} dt$ .

Здесь

$$f(t) = \left( \ln \frac{1}{\tau} t - 1 \right)^2, \quad S(t) = (1 - \tau) \ln(e^t - 1) - t.$$

Методом Лапласа получаем

$$I_2 \sim \frac{1}{\sqrt{k}} e^{kS(t_0)} \sum_{j=0}^{\infty} c_j k^{-j},$$

где

$$c_j = \frac{\Gamma\left(j + \frac{1}{2}\right)}{(2j)!} \left( \frac{d}{dt} \right)^{2j} \left[ f(t) \left( \frac{S(t_0) - S(t)}{t - t_0} \right)^{-j - \frac{1}{2}} \right] \Big|_{t=t_0}.$$

Поскольку  $f(t_0) = 0$ , то  $c_0 = 0$ . Вычисляем коэффициенты  $c_j$  и получаем выражение (8). Теорема доказана.

Так как функция  $(1 - \tau)/(\tau \ln^2 \tau)$  достигает минимума при  $\tau_0 \approx 0,2032$ , чтобы получить оценку для  $\alpha$  вида (7) с наименьшей дисперсией, нужно выбрать  $m_0 \approx [k/5]$ .

**Теорема 3.** Пусть выполнено условие А), тогда статистика  $\exp\left(\frac{\alpha \ln \tau}{2}\right)$  слабо сходится к случайной величине  $\zeta_k$  с функцией распределения

$$F_{\zeta_k}(u) = \begin{cases} u^{m+1} \sum_{i=0}^{k-m-1} C_{m+i}^i (1-u)^i & 0 < u < 1; \\ 1 & u > 1. \end{cases}$$

**Доказательство.** Статистика

$$\exp\left(\frac{\alpha \ln \tau}{2}\right) \text{ равна } \left( \frac{\tau_{(N)} - \tau_{(N-m)}}{\tau_{(N)} - \tau_{(N-k)}} \right)^{\alpha}.$$

Тогда

$$P\left( \left( \frac{\tau_{(N)} - \tau_{(N-m)}}{\tau_{(N)} - \tau_{(N-k)}} \right)^{\alpha} < u \right) \sim \frac{1}{m!(k-m-1)!} \int_{\substack{y > \delta, t > 0 \\ 1+y/t > 1/u}} e^{-t^m} e^{-y} t^{k-m-1} dt dy.$$

Множественное интегрирование по частям дает

$$u^{m+1} \sum_{i=0}^{k-m-1} C_{m+i}^i (1-u)^i.$$

Теорема доказана.

Из теоремы 3 следует, что доверительный интервал для  $\alpha$

$$[\bar{\alpha} \ln u_k (1 - \gamma/2) / \ln \tau, \bar{\alpha} \ln u_k (\gamma/2) / \ln \tau]$$

асимптотически имеет уровень  $1 - \gamma$ , где  $u_k(\delta)$  находится из равенства  $F_{\zeta_k}(u_k(\delta)) = \delta$ .

На основе доверительного интервала для параметра  $\alpha$  можно проверить предположение о поведении  $f$  в окрестности глобального максимума.

Рассмотрим задачу проверки гипотезы  $H_0: \alpha = n/2$  при альтернативе  $H_1: \alpha = n$ .

Мощность критерия с критической областью

$$W = \left\{ (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N) \mid \bar{\alpha} > \frac{n}{2} \ln \tau / \ln u_k (1 - \gamma) \right\}$$

равна по определению

$$g_N(\gamma) = P \left\{ \bar{\alpha} > \frac{n}{2} \ln \tau / \ln u_k (1 - \gamma) \mid \alpha = n \right\} = 1 - F_{\chi^2} (u_k^2 (1 - \gamma)).$$

Выберем такое  $k$ , чтобы  $u_k^2 (1 - \gamma) < u_k(\gamma)$ . Это верно для  $k \geq 30$ . Тогда  $g_N(\gamma) > 1 - \gamma$ .

Поскольку в оценке  $\bar{\alpha}$  используется порядковая статистика  $\eta_{(N)}$ , которая недооценивает параметр  $M$ , то данная оценка  $\bar{\alpha}$  также всегда несколько меньше  $\alpha$ . Рассмотрим улучшенную оценку параметра  $\alpha$ , в которой статистика  $\eta_{(N)}$  заменена оценкой параметра  $M$  вида (4):

$$\tilde{M}_{N,r} = (1 + a) \eta_{(N)} - a \eta_{(N-r)},$$

где  $a$  найдем из условия (2) асимптотической несмещенности. При больших размерностях пространства  $X$  имеем

$$\tilde{M}_{N,r} = \left( 1 + \frac{a + \psi(1)}{\psi(r+1) - \psi(1)} \right) \eta_{(N)} - \frac{a + \psi(1)}{\psi(r+1) - \psi(1)} \eta_{(N-r)},$$

где  $\psi(r+1)$  — пси-функция:  $\psi(r+1) = -\gamma + \sum_{l=0}^r 1/l$ ,  $\gamma = 0,5772$  — константа Эйлера.

Подставив в оценку  $\bar{\alpha}$  вместо  $\eta_{(N)}$  значение  $\tilde{M}_{N,r}$ , получим, что улучшенная оценка  $\bar{\alpha}$  должна находиться из уравнения

$$\frac{1}{\bar{\alpha}} + \ln \frac{\psi(m+1) + \bar{\alpha}}{\psi(k+1) + \bar{\alpha}} / \ln \frac{k}{m} = \frac{1}{\alpha} + \ln \frac{\psi(m+1) - \psi(1)}{\psi(k+1) - \psi(1)} / \ln \frac{k}{m}.$$

В качестве улучшенной оценки  $\bar{\alpha}$  можно взять первую итерацию уравнения

$$\bar{\alpha} = \ln \frac{k}{m} / \left( \ln \frac{\psi(k+1) - \psi(1)}{\psi(m+1) - \psi(1)} - \ln \frac{\psi(k+1) + \bar{\alpha}}{\psi(m+1) + \bar{\alpha}} + \frac{\ln \frac{k}{m}}{\bar{\alpha}} \right).$$

Проверка на тестовых функциях показывает, что предложенное выражение  $\bar{\alpha}$  значительно лучше оценивает параметр  $\alpha$ , чем оценка  $\alpha$ , причем различие в точности возрастает с увеличением размерности  $n$  пространства  $X$ .

Список литературы: 1. Дэйвид Г. Порядковые статистики. — М.: Наука, 1979. — 336 с. 2. Cook P. Optimal linear estimation of bounds of random variables. —

Biometrika, 1980, 67, N 1, p. 257—258. 3. *Cook P.* Statistical inference for bounds of random variables.—Biometrika, 1979, 66, N 2, p. 367—374. 4. *Hall P.* On estimating the endpoint of a distribution.—Annals of Statistics, 1982, 10, N 2, p. 556—568. 5. *Van Der Walt P.* A note on estimation of bounds of random variables.—Biometrika, 1980, 67, N 3, p. 712—714. 6. *Weissman J.* Confidence intervals for the threshold parameter.—Communications in Statistics, 1981, A 10, N 6, p. 549—557. 7. *Жидковский А. А., Терехтеева М. В.* Статистические методы в глобальном случайном поиске.—Вестн. ЛГУ, Сер. Математика, механика, астрономия, 1985, N 7, с. 18—25. 8. *Жидковский А. А.* Исследование вероятностных методов глобальной оптимизации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук.—Л., 1980.—28 с. 9. *Weissman J.* On a sharp estimator of Weiss.—Research Logistics Quarterly, 1981, 28, N 4, p. 603—605. 10. *Федоркин М. В.* Метод передела.—М.: Наука, 1977.—221 с.

Поступила в редакцию 30.05.84.

УДК 66.011

**П. Г. РОМАНИН, канд. техн. наук**  
**ОБ ОДНОЙ НЕСОБСТВЕННОЙ ЗАДАЧЕ**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Оптимизация стационарных режимов непрерывных производств связана с нахождением экстремального значения целевой функции  $f(\bar{z})$  на множестве  $D$ , определяемом математическим описанием исследуемого процесса. Рассмотрим случай, когда допустимая область  $D$  представляет собой множество решений системы билинейных уравнений (балансовых соотношений) и линейных неравенств, определяющих двухсторонние ограничения на варьируемые переменные. Задача оптимизации формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & f(\bar{z}) \rightarrow \text{extrem}; \quad \bar{z} = (\bar{x}, \bar{y}) \in D = D_1 \cap D_2; \quad (1) \\
 & D_1 = \{(\bar{x}, \bar{y}) > 0; \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} = 0, p \in V, j = \overline{0, K}\}; \\
 & D_2 = \{(\bar{x}, \bar{y}) > 0; x_i^{\min} < x_i < x_i^{\max}; \\
 & y_{ij}^{\min} < y_{ij} < y_{ij}^{\max}, i = \overline{1, c}, j = \overline{0, K}, c = \dim \bar{x}\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Здесь  $V$  — множество узлов связанного ориентированного мультиграфа, являющегося топологической моделью производства;  $I_p$  — множество потоков, инцидентных  $p$ -у узлу;  $r_{pi}$  — коэффициенты, равные 1 или  $-1$  соответственно для входных и выходных потоков  $p$ -го узла.

На этапе технологического проектирования сложных производств часто оказывается, что система ограничений (2) несовместна, т. е.  $D = \emptyset$  и задача (1), (2) в исходной постановке является несобственной [1]. Объективной причиной несовме-

стности ограничений служит недостаточная изученность моделируемого процесса, проявляющаяся прежде всего в неправильном задании интервалов изменения переменных. В дальнейшем предполагается, что  $D_1 \neq \emptyset$ , а для преодоления противоречивости модели осуществляется корректировка области  $D_2$  путем изменения граничных значений переменных.

Введем множества корректирующих параметров  $\bar{\lambda} = \{\lambda'_{ij}, \lambda''_{ij}\}$ ,  $i = \bar{1}, \dots, c$ ,  $j = \bar{0}, \bar{K}$ :

$$K_1 = \{\bar{\lambda} : \lambda'_{ij} \in (0, 1), \lambda''_{ij} \geq 0\}, \quad K_1^* = \{\bar{\lambda} : \bar{\lambda} \in K_1, D \neq \emptyset\}.$$

Если  $\bar{\lambda} = 0 \in K_1^*$ , то решение задачи (1), (2) сводится к нахождению на множестве  $K_1$  минимального значения некоторой выпуклой функции  $S(\bar{\lambda})$ , характеризующей качество аппроксимации области  $D$ :

$$\min \{S(\bar{\lambda}) : \bar{\lambda} \in K_1\}; \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I_p} r_{ip} x_i y_{ij} = 0, \quad p \in V, \quad j = \bar{0}, \bar{K}; \quad (4)$$

$$x_i^{\min} (1 - \lambda'_{i0}) - x_i < 0, \quad x_i - x_i^{\max} (1 + \lambda''_{i0}) < 0; \quad (5)$$

$$y_{ij}^{\min} (1 - \lambda'_{ij}) - y_{ij} < 0, \quad y_{ij} - y_{ij}^{\max} (1 + \lambda''_{ij}) < 0. \quad (6)$$

Функция  $S(\bar{\lambda})$  должна обладать следующими свойствами:  $S(0) = 0$ ,  $S(\bar{\lambda}) > 0$  при  $\bar{\lambda} > 0$ . На множестве  $K_1$  такими функциями, например, могут быть

$$S_1(\bar{\lambda}) = \sum_{i \in I} (\lambda'_{ij} + \lambda''_{ij}); \quad S_2(\bar{\lambda}) = \max_{i \in I} \{\lambda'_{ij}, \lambda''_{ij}\};$$

$$S_3(\bar{\lambda}) = \|\bar{\lambda}\| = \sum_{i \in I} (\lambda'_{ij}{}^2 + \lambda''_{ij}{}^2).$$

Задача (3) — (6) является невыпуклой вследствие нелинейности ограничений в виде равенств. Заменой переменных  $h_{ij} = x_i y_{ij}$  ограничения (4) можно преобразовать в линейные

$$\sum_{i \in I_p} r_{ip} h_{ij} = 0. \quad (7)$$

При этом неравенства (6) принимают вид

$$\varphi'_{ij} = x_i y_{ij}^{\min} (1 - \lambda'_{ij}) - h_{ij} < 0; \quad \varphi''_{ij} = h_{ij} - x_i y_{ij}^{\max} (1 + \lambda''_{ij}) < 0 \quad (8)$$

и для выпуклости области  $D_{\lambda, h}$ , определяемой соотношениями (5), (7), (8), требуется квазивыпуклость функций  $\varphi'_{ij}$ ,  $\varphi''_{ij}$ . Необходимым и достаточным условием квазивыпуклости дифференцируемой функции  $\varphi(\bar{v})$  на открытом выпуклом множестве  $G$  является выполнение соотношений [2]: если  $\bar{v}^1, \bar{v}^2 \in G$ ,

$$\varphi(\bar{v}^1) < \varphi(\bar{v}^2), \quad \text{то} \quad \nabla \varphi(\bar{v}^2)^T (\bar{v}^1 - \bar{v}^2) < 0. \quad (9)$$

Методом вероятностного моделирования показано, что функция  $\varphi(\bar{v}) = \beta v_1(1 - v_2) - v_3$  (имеющая такую же структуру, что и  $\bar{\varphi}_{ij}$ ) в выпуклой области

$$G = \{\bar{v} > 0; v_1 \in (0; 8 \cdot 10^2), v_2 \in (0, 1), v_3 \in (0; 8 \cdot 10^4)\}$$

не является квазивыпуклой, т. е. в процессе моделирования были обнаружены пары точек  $\bar{v}^1, \bar{v}^2$ , для которых условие (9) не выполняется. При генерации пар точек в области  $G$  и параметра  $\beta \in (0, 100)$  использовался наименее информативный равномерный закон распределения случайных величин. Таким образом, область  $D_{\text{анл}}$  не является выпуклой и функция  $S(\bar{\lambda})$  в этой области может иметь несколько экстремумов.

Коррекция области  $D_2$  путем решения задачи (3) — (6) связана с трудностями, обусловленными высокой размерностью вектора переменных  $(z, \bar{\lambda})$  ( $\dim \bar{\lambda} = 2 \dim z$ ) и невыпуклостью допустимой области. Для преодоления несовместности системы ограничений более целесообразно аппроксимировать область  $D_2$  последовательностью вложенных друг в друга гиперпараллелепипедов, определяемых дискретными значениями вектора корректирующих параметров  $\bar{\lambda}$ . Последовательность значений  $\bar{\lambda}$ , удовлетворяющих условию  $\bar{\lambda}(k) < \bar{\lambda}(k+1)$ ,  $k=0, 1, 2, \dots$ , порождает последовательность вложенных областей  $D_2(\bar{\lambda}(k)) \subseteq D_2(\bar{\lambda}(k+1))$  и при  $\bar{\lambda}(0)=0$  определяет исходную область  $D_2$ .

Алгоритм коррекции области  $D_2$ .

1. Положить  $k=0, \bar{\lambda}=0$ .
2. Решить задачу

$$\min \left\{ F_n = \sum_{p \in V} \sum_{l=0}^K \alpha_{pl} \left( \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} \right)^2 : (\bar{x}, \bar{y}) \in D_2(k) \right\}, \quad (10)$$

где  $D_2(k)$  — область, определяемая соотношениями (5), (6);  $\alpha_{pl}$  — положительные весовые коэффициенты.

3. Если минимальное значение  $F_n$  равно нулю, то перейти к пункту 6; иначе — к пункту 4.

4. Выделить в полученной оптимальной точке множества  $\Gamma_n(k), \Gamma_s(k)$  мультиномеров переменных, равных своим нижним и верхним граничным значениям.

5. Положить  $k=k+1$ ; определить новые граничные значения переменных по формулам

$$\begin{aligned} z_{ij}^{\min}(k) &= z_{ij}^{\min}(k-1) (1 - \lambda_{ij}^{\cdot}(k)), \quad (ij) \in \Gamma_n(k); \\ z_{ij}^{\max}(k) &= z_{ij}^{\max}(k-1) (1 + \lambda_{ij}^{\cdot}(k)), \quad (ij) \in \Gamma_s(k); \\ \lambda_{ij}^{\cdot}(k), \lambda_{ij}^{\cdot}(k) &\in K_{\lambda}, \end{aligned}$$

где

$$\bar{z} = \{x, \dots, x_c, \bar{y}\} = \{z_{10}, \dots, z_{c0}, z_{11}, \dots, z_{cK}\};$$

перейти к пункту 2.

6. Остановиться: система ограничений (4) — (6) является непротиворечивой.

В приведенном алгоритме при  $k=0$  осуществляется проверка совместности исходной системы ограничений. Если свойство совместности выполняется, то полученная точка — допустимая для задачи (1), (2) и в дальнейшем она может быть использована как начальная при реализации одного из алгоритмов нелинейного программирования. В противном случае осуществляется коррекция области  $D_2$  путем дискретного изменения граничных значений переменных. Задача коррекции области  $D_2$  считается решенной, если при некотором  $k$  выполняется условие  $Z^*(k) \cap Z^0 \neq \emptyset$ , где

$$Z^*(k) = \text{Argmin} \{F_n(\bar{z}) : \bar{z} \in D_2(k)\}, \quad Z^0 = \{\bar{z} : F_n(\bar{z}) = 0\}.$$

В основу алгоритма коррекции области  $D_2$  положены результаты работы [3], где показано, что невыпуклая функция  $F_n$  не имеет неэквивалентных локальных минимумов в выпуклой области  $D_2(k)$ , т. е. является в этой области строго квазивыпуклой. Поскольку доказана единственность в оптимальной точке вектора граничных переменных, множество  $\Gamma(k) = \Gamma_n(k) \cup \Gamma_b(k)$  на шаге 4 при фиксированном  $\lambda$  определяется однозначно [4].

Рассмотрим зависимость минимального значения функции  $F_n$  от изменения вектора корректирующих параметров  $\lambda(k)$ . Для простоты записи номер шага коррекции  $k$  будем опускать. Очевидно, что оптимальное решение задачи (10) является функцией вектора  $\lambda$ , т. е.  $\bar{z}^* = \bar{z}^*(\lambda)$ .

Вычислим частные производные функции  $F_n = F_n(\bar{z}^*(\lambda))$  по  $\lambda$  в точке  $\bar{z}^*$ :

$$\frac{\partial F_n^*}{\partial \lambda_{kj}} = \sum_{(ij)} \frac{\partial F_n}{\partial z_{ij}} \frac{\partial z_{ij}^*}{\partial \lambda_{kj}}, \quad \frac{\partial F_n^*}{\partial \lambda_{kz}} = \sum_{(ij)} \frac{\partial F_n}{\partial z_{ij}} \frac{\partial z_{ij}^*}{\partial \lambda_{kz}}. \quad (11)$$

При  $(ij) \neq (kg)$  имеем

$$\frac{\partial z_{ij}^*}{\partial \lambda_{kz}} = \frac{\partial z_{ij}^*}{\partial \lambda_{kj}} = 0. \quad (12)$$

В точке  $\bar{z}^*$  выполняются необходимые и достаточные условия оптимальности решения в области  $D_2$

$$\frac{\partial F_n}{\partial z_{ij}} > 0, \quad z_{ij} = z_{ij}^{\min} (1 - \lambda_{ij}^*); \quad \frac{\partial F_n}{\partial z_{ij}} < 0, \quad z_{ij} = z_{ij}^{\max} (1 + \lambda_{ij}^*),$$

$$\frac{\partial F_n}{\partial z_{ij}} = 0, \quad z_{ij}^{\min} (1 - \lambda_{ij}^*) < z_{ij} < z_{ij}^{\max} (1 + \lambda_{ij}^*). \quad (13)$$

Учитывая соотношения (12), (13), из (11) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_n^*}{\partial z_{kg}} &= -\frac{\partial F_n}{\partial z_{kg}} z_{kg}^{\min}, \quad (kg) \in \Gamma_n; \\ \frac{\partial F_n^*}{\partial z_{kg}} &= \frac{\partial F_n}{\partial z_{kg}} z_{kg}^{\max}, \quad (kg) \in \Gamma_n; \\ \frac{\partial F_n^*}{\partial z_{kg}} &= \frac{\partial F_n}{\partial z_{kg}} = 0, \quad (kg) \notin \Gamma. \end{aligned} \quad (14)$$

Ниже приведены несколько способов расчета корректирующих параметров, использующих выражения (14).

1. Вектор корректирующих параметров определяется из соотношения

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(k) &= -\rho_k \frac{\nabla F_n^*(\bar{\lambda}(k))}{\|\nabla F_n^*(\bar{\lambda}(k))\|}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ \rho_k &= \beta^k \rho_0, \quad \beta \in (0, 1), \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Значения  $\rho_0$  можно выбрать, например, из условия

$$\max_{(ij)} \{\lambda_{ij}^+(0), \lambda_{ij}^-(0)\} = d,$$

где  $d \in (0,1; 0,3)$ .

2. Абсолютные значения производных  $P_{ij} = \left| \frac{\partial F_n^*}{\partial \lambda_{ij}} \right|$ ,  $(ij) \in \Gamma(k)$  ранжируются в порядке убывания и полагают  $\frac{\partial F_n^*}{\partial \lambda_{ij}} = 0$ , если

$$P_{ij} < \tau \{\max_{(ij)} [P_{ij}]\}, \quad \tau \in (0,3; 0,7).$$

Затем значения  $\lambda_{ij}$  определяются как в способе 1.

3. Для учета жестких технологических ограничений на отдельные переменные значения  $\lambda_{ij}$  вычисляются по формуле  $\lambda_{ij}(k) = \bar{\lambda}_{ij}(k) t_{ij}(k)$ , где  $t_{ij}(k) \in [0, 1]$ , а  $\bar{\lambda}_{ij}$  находятся одним из приведенных выше способов.

При выборе величин  $\rho_0$  и  $\beta$  необходимо учитывать, что большие значения этих параметров приводят к снижению числа решаемых на шаге 2 задач минимизации, но одновременно уменьшают точность аппроксимации исходной области  $D_2$ . Повысить точность аппроксимации без существенного увеличения времени решения задачи позволяет следующая процедура. Принимаем  $\rho_0 = \rho_0^{\max}$ ,  $\beta = 1$  и решаем задачу коррекции области  $D_2$ . Пусть  $m$  — номер шага коррекции, на котором получена совместная система ограничений. Для повышения точности аппроксимации полагаем

$$\bar{z}^{\min} = \bar{z}^{\min}(m-1), \quad \bar{z}^{\max} = \bar{z}^{\max}(m-1)$$

и продолжаем решение задачи со значением  $p_0 = p_0^{\max}/10$ . Если полученная точность недостаточна, то процедуру дробления параметра  $p_0$  можно повторить.

В системе автоматизированного решения балансовых уравнений [4] коррекция области  $D_2$  осуществляется циклически, причем в пределах каждого цикла вектор  $\bar{\lambda}$  остается постоянным, а граничные значения переменных определяются по формулам:

$$z_{ij}^{\min}(k_n) = z_{ij}^{\min}(n) (1 - \lambda_{ij}^{\cdot}(n))^{Q_n(k_n)}, \quad (ij) \in \Gamma_n(k_n),$$

$$z_{ij}^{\max}(k_n) = z_{ij}^{\max}(n) (1 + \lambda_{ij}^{\cdot}(n))^{Q_n(k_n)}, \quad (ij) \in \Gamma_n(k_n), \quad \lambda_{ij}^{\cdot}, \lambda_{ij}^{\cdot} \in K_{\lambda}, \quad (15)$$

Здесь  $n$  — номер цикла;  $k_n$  — номер шага коррекции в  $n$ -м цикле;

$$Q_n(k_n) = \sum_{g=1}^{k_n} q_g, \quad q_g = 1, \quad (ij) \in \Gamma_n(g); \quad q_g = 0, \quad (ij) \notin \Gamma_n(g).$$

На каждом цикле осуществляется автоматическая (программная) коррекция области  $D_2$  в пределах заданного максимального числа шагов  $k_n^{\max}$ . Параметры  $\lambda_{ij}(n)$ ,  $\lambda_{ij}^{\cdot}(n)$  выбираются на основе анализа производных  $\frac{\partial F_n^*}{\partial \lambda_{ij}^{\cdot}}$  и технологических особенностей исследуемого процесса.

Если при заданном значении  $\bar{\lambda}(n)$  за  $k_n^{\max}$  шагов задачу коррекции решить не удастся, то на магнитном диске создается контрольная точка и выполнение программы прерывается. В результате анализа промежуточных результатов определяются новые значения  $\lambda_{ij}^{\cdot}(n+1)$ ,  $\lambda_{ij}^{\cdot}(n+1)$ , осуществляется отсроченный рестарт с контрольной точки и решение задачи продолжается. Такая автоматизированная процедура коррекции позволяет более гибко учитывать технологические ограничения на варьируемые переменные.

Кроме соотношений (15), возможны и другие законы изменения граничных значений переменных. Например, если в процессе коррекции желательно обеспечить более плавное изменение верхних граничных значений, то целесообразно использовать соотношение

$$z_{ij}^{\max}(k_n) = z_{ij}^{\max}(n) [1 + \ln(1 + \lambda_{ij}^{\cdot} Q_n(k_n))], \quad (ij) \in \Gamma_n(k_n).$$

Разработанные процедуры динамического изменения постановки задачи для преодоления несовместности систем билинейных уравнений и линейных неравенств широко используются на этапе технологического проектирования сложных производственных комплексов.

Список литературы: 1. Еремил И. И., Мазуров В. Д., Астафьев Н. Н. Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования. — М.: Наука, 1983. — 336 с. 2. Базара М., Шетты К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. — М.: Мир, 1983. — 584 с. 3. Романов П. Г. К вопросу решения билинейных моделей сетевых систем. — АСУ и приборы автоматики, 1985,

УДК 681.327.6

О. Т. ТИЛЬЧИН, канд. техн. наук,

А. И. СОЛОВЬЕВ

**ФОРМАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ПЛАНИРОВАНИЯ**

**РАЗРАБОТКИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ**

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ**

Один из важнейших аспектов интенсификации производства — автоматизация управления, эффективность которого определяется методами и средствами обработки данных. Опыт использования автоматизированных систем обработки данных (АСОД) свидетельствует о недостаточности, в частности, формальных средств планирования разработки и эксплуатации АСОД.

1. Необходимость централизованного планирования разработки и эксплуатации АСОД. На ранних этапах создания теории проектирования АСОД не осознавались отличия объектов проектирования, которыми служат взаимосвязанные данные и процессы их обработки, от объектов проектирования в других областях человеческой деятельности (различные машины, сооружения и т. д.). Главное отличие состоит в высокой динамичности (изменчивости) объектов проектирования и поэтому использование средств, применяемых для статичных объектов, приводит к низкой производительности таких систем.

К основным причинам низкой производительности АСОД можно отнести следующие [1].

Отсутствие концепции баз данных, приводящее к существенным затратам на перепроектирование. Даже незначительное изменение в какой-то части взаимосвязанных данных вызывает многочисленные изменения в других частях данных и, следовательно, в программах их обработки. Однако без централизованного планирования разработки и эксплуатации АСОД совмещать проектирование АСОД с ее эксплуатацией не удается и при использовании концепции баз данных.

Появление большого числа ЭВМ различных типов, особенно персональных ЭВМ [2], в которых одни и те же данные в разных файлах представлены так, что их зачастую невозможно ассоциировать для совместной обработки.

Необходимость создавать индивидуальную программу для каждого варианта документа.

Содержание одинаковых подпрограмм во многих программах.

Использование алгоритмических языков КОБОЛ или ПЛ/1. Средняя скорость написания прикладных программ составляет 7—40 строк кода в день [1]. Между тем непроцедурные языки позволяют создавать многие приложения существенно быстрее. Одна строка кода на таком языке эквивалентна 10—40 операторам на КОБОЛЕ [1].

Для реализации централизованного планирования развития АСОД необходимо создание формальных средств, важнейшим из которых является функциональная структура (ФС) систем организационно-экономического управления. Уровень детализации ее должен быть достаточным для осуществления эффективной стратегии централизованного планирования.

2. Синтез функциональной структуры. Предприятие — сложная система, состоящая, в свою очередь, из производственной системы (ПС), которая служит объектом управления, и системы управления этой ПС, осуществляющей сбор информации о состоянии ПС, ее обработку и выдачу управляющих воздействий на ПС.

Производственная система имеет иерархическую структуру, в которой можно выделить уровни ресурсов и процессов.

Ресурсы (трудовые, материальные, финансовые, технологические, конструкторские, энергетические, информационные, временные, организационные), представляющие собой объекты управления (ОУ) самого нижнего уровня иерархии, взаимосвязаны и в результате их взаимодействия образуются ОУ последующих уровней иерархии. Это процессы обеспечения, обслуживания, развития, подготовки производства, основного производства, реализации продукции. Среди указанных процессов следует выделить процессы обеспечения (снабжения) производства, каждый из которых связан с распределением определенного ресурса. Например, обеспечение производства электроэнергией, материалами и т. д. Структура ПС, отражающая взаимосвязь классов ОУ различных уровней, представлена на рис. 1.

Полученная иерархическая структура ПС позволяет эффективно исследовать полноту набора ОУ. Чтобы оценить полноту перечня ресурсов, воспользуемся выводом К. Маркса о том, что основными элементами производства являются: средства труда, предметы труда, субъекты труда. Руководствуясь этим выводом, выполним классификацию перечисленных взаимосвязанных ресурсов.

К средствам труда отнесем: оборудование, основные фонды, инструмент, транспорт, финансовый, энергетический, конструкторский, технологический ресурсы; к предметам труда: материалы, комплектующие изделия, полуфабрикаты, сырье;

к субъектам труда: трудовой, организационный, временной, информационные ресурсы.

Классификация позволяет судить о полноте набора ОУ отдельного класса и набора, который должен содержать представителей каждого класса.

Полный набор включает процессы обеспечения производства указанными ресурсами.



Рис. 1. Взаимосвязь классов ОУ

Полный набор процессов обслуживания производства должен содержать процессы обслуживания субъектов труда и средств труда.

Процессы развития и подготовки производства представляют собой подмножество определенных процессов обеспечения производства и выделяются с целью повысить эффективность управления. Процесс производства продукции осуществляется в результате взаимодействия всех видов ресурсов из выделенных классов и заключается в их преобразовании.

Проанализируем управляющие воздействия на ПС. Так как обычно управляющие воздействия связываются со стадиями процесса управления, их перечень не зависит от специфики

ПС. Можно говорить о постоянстве следующего перечня видов управляющих воздействий [3, 4]. 1. Прогнозирование (Пз). 2. Техничко-экономическое планирование (ТЭП). 3. Оперативно-производственное планирование (ОПП). 4. Учет (Уч). 5. Контроль (Кл). 6. Анализ (Ан). 7. Оперативное управление, регулирование (Рг).

На множестве видов управляющих воздействий определены отношения, обусловленные особенностями управляющих воздействий при управлении ПС. Таким образом, можно говорить о структуре управляющих воздействий. Действительно, в результате прогнозирования анализируется и оценивается эффективность функционирования ПС и предсказываются перспективы ее развития.

На основе прогноза и заданий, получаемых от вышестоящих организаций осуществляется технико-экономическое планирование (ТЭП), состоящее в разработке годовой производственной программы.

Для задания «закона» функционирования ПС во времени производится детализация годовой производственной программы путем оперативно-производственного планирования (ОПП).

При функционировании ПС последовательно реализуются следующие управляющие воздействия: учет (Уч) — сбор и фиксация информации о текущем состоянии ПС, контроль (Кл) — выявление отклонений состояний объектов ПС от планируемых, анализ (Ан) — выявление причин отклонений, регулирование (Рг) — принятие решений и отдача команд по выполнению программы при наступлении заранее известных моментов времени и по отклонениям от нормального режима функционирования.

Следовательно, можно говорить о «вложенности» управляющих воздействий друг в друга (рис. 2).

Введем понятие функции управления. Согласно определению [4], которое не противоречит известным многочисленным определениям этого понятия, функция управления — это определенная часть управленческой деятельности, отличающаяся от других частей особенностью управляющих воздействий (вид функции управления) и объекта управления (область функции управления). Таким образом, функция управления  $F_k, k = \overline{1, l}$ , представляет собой пару  $\langle V_i, O_j \rangle$ , где  $V_i$  —  $i$ -е управляющее воздействие;  $O_j$  —  $j$ -й объект управления.

Множество функций управления образуется в результате декартового произведения множеств  $\{V_i, i = \overline{1, n}\}$  и  $\{O_j, j = \overline{1, m}\}$ , т. е.  $\{F_k, k = \overline{1, l}\} = \{V_i\} \times \{O_j\}$ .

Процесс управления ПС можно представить как состоящий из подпроцессов, каждый из которых содержит последовательность управляющих воздействий, задаваемую их структурой (рис. 2), на конкретный объект управления. Например, прогно-

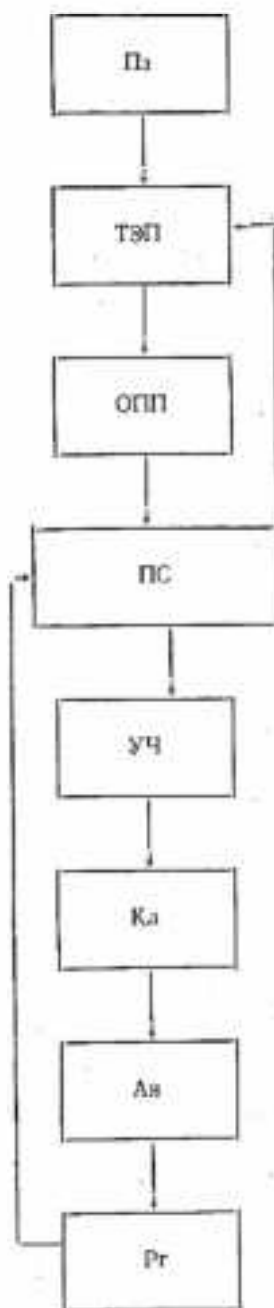


Рис. 2. Структура управляющих воздействий

зирование, планирование на год, на квартал (месяц, сутки, смену) обеспечения материалами, учет обеспечения материалами, определение недопоставок материалов и причин их вызывавших, принятие решений и отдача команд по обеспечению материалами или устранению недопоставок.

Воздействие на ОУ является комплексным вследствие их взаимосвязанности.

Чтобы повысить качество управления, множество функций управления «погружают» в иерархическую организационную структуру (ОС), отражающую технологический или предметный подход при изготовлении продукции. Затем, не вдаваясь в индивидуальные особенности различных ОС, выделяют уровни иерархии, являющиеся общими для широкого спектра ОС производственных объединений. К этим уровням относятся: уровень рабочих мест, участков, цехов, производств, заводов, объединения.

В соответствии с иерархической природой ОС осуществляется декомпозиция объектов управления. Так, объект управления «обеспечение электроэнергией» декомпозируется в соответствии с уровнями ОС, в результате чего образуются объекты: обеспечение электроэнергией рабочего места, участка, цеха, производства, завода, объединения.

Декомпозиция объектов управления влечет за собой декомпозицию функций управления. Например, учет электроэнергии рабочего места, участка.

Таким образом, можно дать формальное определение функциональной структуры, подразумевая при этом декартово произведение множеств  $\{F_s\} \times \{U_p, p = \overline{1, g}\}$ , где  $U_p$  —  $p$ -й уровень ОС. Или, раскрывая внутреннюю структуру функции управления, следует понимать под функциональной структурой множество троек вида:  $\{<V_i, O_i, U_p>\}$ .

Полученная ФС обладает следующими свойствами: полнота, адекватность, постоянство.

Рассмотрим полноту в двух аспектах: наличие на каждом уровне ОС всего комплекса ОУ, полнота управляющих воздействий, заключающаяся, с одной стороны, в наличии на каждом уровне ОС всего множества  $\{V_i, i = \overline{1, n}\}$  управляющих воздействий, а с другой — в наличии конкретной функции управления  $\langle V_i, O_j \rangle$  на всех уровнях ОС.

Адекватность — полученная ФС позволяет понять процесс управления ПС.

Постоянство — ФС не зависит от ОС конкретного предприятия, которая может часто изменяться. Множество кортежей, полученных в результате декартова произведения  $O_j \times U_p$ , назовем концептуальной структурой или концептуальной схемой (КС).

Выполним детализацию компонент КС. С этой целью, фиксируя определенный уровень ОС, раскроем взаимосвязь ОУ и их внутреннюю структуру. Обычно каждый ОУ состоит из некоторого числа элементов-объектов, находящихся в определенных отношениях.

Аналогично поступим с каждым уровнем ОС, а затем определим взаимосвязь объектов, принадлежащих различным уровням ОС.

Основу процесса построения КС составляет идея интеграции понятий, опирающаяся на такие методы абстрагирования, как обобщение и агрегация [5]. Формально обобщение и агрегация соответствуют теоретико-множественным операциям «объединения» и «декартова произведения».

Обобщаемые и агрегируемые объекты, следуя работе [5], называем категориями и компонентами соответственно.

Например, категории «станок токарный», «станок фрезерный», «станок сверлильный» образуют обобщенный объект «станок», отношение между компонентами «механик», «дата», «станок» приводит к получению агрегированного объекта «ремонт». Назовем примитивным такой объект, у которого нет компонент или категорий.

При построении концептуальной структуры в качестве начального уровня ОС используем уровень рабочих мест. Рассматривая РМ как объект, при определении ассоциированных с ним объектов управления (компонент) исходим из необходимости осуществления производственного процесса. С этой целью среди множества компонент должны обязательно быть представители классов ресурсов: средств труда, предметов труда, субъектов труда.

Необходимое и достаточное для протекания производственного процесса число компонент служит критерием полноты набора объектов для рассматриваемого уровня ОС. Для каждой компоненты, в свою очередь, определяют ее компоненты и категории, этот процесс продолжают до тех пор, пока не

получат примитивные объекты. Затем для данного уровня ОС выявляют множество процессов обслуживания и обеспечения производства (например, ремонтное, транспортное и т. д.).

Для каждого объекта в базе данных может быть много его экземпляров. Экземпляры объекта, представляемые экземплярами компонент и категорий и называемые атрибутами, являются единицами, которые преобразуются операциями включения, изменения, исключения.

Экземпляры непримитивного объекта именуется ассоциативно с помощью достаточного количества его атрибутов, обеспечивающих однозначную идентификацию. Этот набор атрибутов называется ключом.

В соответствии с данными рассуждениями, концептуальную структуру для уровня ОС «Рабочее место» можно представить в виде иерархической схемы отношений.

Исследуем процесс отображения множества управляющих воздействий (видов функций управления) на детализированную КС. Реализация некоторого управляющего воздействия на любом уровне ОС приводит к взаимодействию определенных объектов этого уровня. Так как информация об объектах (множество экземпляров объекта) в системе «ручной» обработки данных хранится в документах, то выполнение некоторого управляющего воздействия состоит в установлении связи документа, отражающего состояние объекта, с определенной совокупностью других документов (объектов).

Установление такой связи — задача ОД. Документы, экземпляры атрибутов которых формируются (или изменяются) в результате выполнения определенных операций над экземплярами атрибутов других документов, назовем выходными документами задачи, остальные — исходными документами.

Зная количество экземпляров каждого атрибута, входящего в отношение, представленное некоторым документом, а также максимально возможное количество символов в экземплярах каждого из атрибутов, можно определить объем отношения (документа).

Рассмотрим реализацию функции управления «Учет ремонтного обслуживания станков» путем отображения управляющего воздействия «учет» на объекты управления, представленные финансовыми и материальными ресурсами (оборудование) и процессом обслуживания материальных ресурсов (ремонт оборудования). Информация об указанных объектах управления содержится в трех документах: «Табель учета ремонта», «Справочник цен», «Ведомость учета ремонта станочного парка». В результате выполнения совместных операций преобразования над экземплярами атрибутов первых двух документов формируются экземпляры атрибутов третьего документа. Образуется задача ОД «Формирование ведомости учета ремонта станочного парка». Данная задача показана на КС рассмат-

риваемых документов штриховыми стрелками (рис. 3) с пометкой «Учет». В квадратных скобках, кроме ключей, указаны объемы документов и сложность их получения.

Таким образом, приходим к функциональной структуре ПС в виде ориентированного графа  $G = (V, U, W, P, P_W)$ , у которого  $V$  — множество вершин, поставленное во взаимно однозначное соответствие множеству объектов;  $(v_i, v_j) \in U$ , если  $v_i$  — компонента (категория) объекта  $v_j$ ;  $(v_i, v_j) \in W$ , если объект (документ)  $v_i$  исходный, а  $v_j$  — выходной документ некоторой задачи (т. е. если объект  $v_i$  необходим для образования значений компонент объекта  $v_j$ ),  $P$  — множество весов вершин. Вес  $p_i \in P$  вершины  $v_i$  представляет собой следующий кортеж:

$$p_i = \langle s_i, k_i, V_i, c_i, \Pi_i \rangle,$$

где  $s_i$  — список атрибутов  $i$ -го объекта (отношения);  $k_i$  — ключ  $i$ -го объекта;  $V_i$  — объем  $i$ -го документа (отношения);  $c_i$  — сложность образования  $i$ -го документа (отношения);  $\Pi_i$  — подразделение ОС, которое формирует  $i$ -й документ;  $P_W$  — множество весов множества дуг  $W$ , соответствующее множеству управляющих воздействий (видов функций управления).

Полученная ФС позволяет устранить перечисленные выше причины низкой производительности АСОД и создает реальные предпосылки для централизованного планирования развития АСОД, при включении в нее новых задач ОД они согласуются с уже имею-

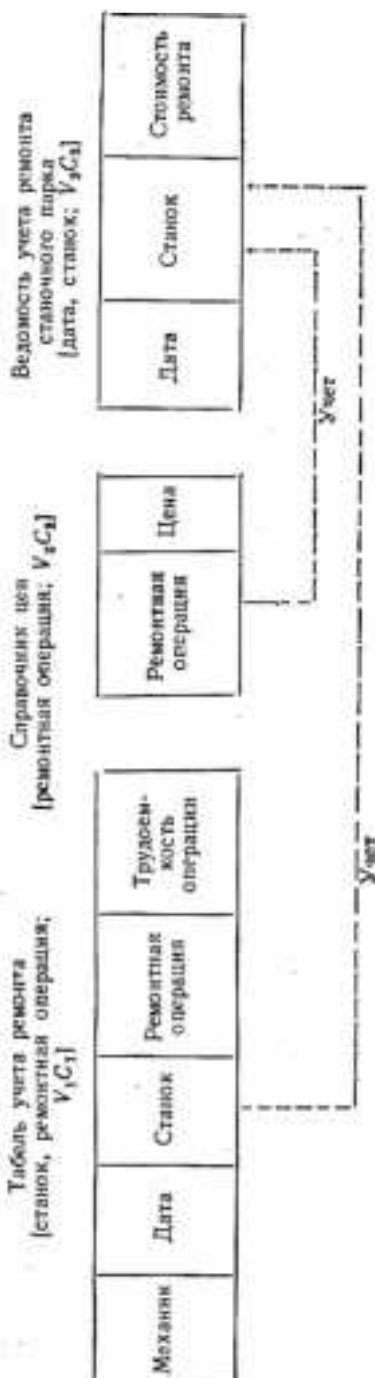


Рис. 3. К задаче ОД «Формирование ведомости учета ремонта станочного парка».

щимся комплексом задач ОД по видам управляющих воздействий и структурам данных.

Список литературы: 1. Мартин Дж. Планирование развития автоматизированных систем. — М.: Финансы и статистика, 1984. — 196 с. 2. Брайбри В. М. Профессиональные персональные ЭВМ. — В кн.: Прикладная информатика. М.: Финансы и статистика, 1984, с. 143—162. 3. Авчук В. А. Автоматизация управления. — М.: Радио и связь, 1984. — 260 с. 4. Кузнецов Е. Н., Мухомик И. Б. Структурные методы анализа организационных систем. — Автоматика и телемеханика, 1983, № 5, с. 5—27. 5. Смит Дж., Смит Д. Принципы концептуального проектирования баз данных. — В кн.: Требования и спецификации в разработке программ. М., 1984, с. 165—198.

Поступила в редколлегию 04.03.85.

---

УДК 681.3.01

А. Г. АШЕРОВ, канд. техн. наук  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА ВЫБОРА  
НАДЕЖНОЙ ЧЕЛОВЕКО-ТЕХНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ  
ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ**

---

Рассмотрим некоторые результаты экспериментальной проверки метода выбора надежной человеко-технической структуры процесса обработки данных в условиях неполноты исходной информации [1]. Метод разрабатывался для АСУ 1-й очереди развития металлургического завода. В момент реализации метода на заводе функционировал комплекс задач АСУ и сложилась определенная технология обработки информации. Неполнота информации с позиции головной организации дополнительно заключалась в том, что по многим подсистемам разработчики не продвинулись дальше технического задания и у 20 организаций-разработчиков АСУ были самые противоположные мнения о технологии обработки информации и технической структуре, зачастую исключавшие уже сложившуюся технологию.

Содержательно задача формулируется следующим образом. В проектируемой АСУ предполагается решать  $r$  задач  $v_i$ , где  $v_i$  —  $i$ -я задача. Каждая задача задается описанием и структурой технологического процесса обработки информации (ТПОИ). Описание ТПОИ задается  $m$ -мерным набором признаков, представляющих количественные и качественные величины. Заданы критерии выбора надежных человеко-технических структур (ЧТС) ТПОИ:  $E_1$  — критерий безошибочности

---

\* В эксперименте принимали участие В. М. Мовчан, В. Т. Базюченко, В. Н. Филли.

информации;  $E_2$  — критерий своевременности информации;  $E_3$  — критерий трудоемкости (в человеко-часах);  $E_4$  — критерий затрат (тыс. р.). Неполнота информации в данной задаче проявлялась в том, что для некоторых ТПОИ отсутствовали сведения о некоторых признаках (нули в наборах признаков), а известные значения получены не в результате решения надежности-оптимизационной задачи, а на основе прошлого опыта, здравого смысла, инженерно-интуитивных представлений. Эта ситуация является естественной для ранних стадий проектирования АСУ. Требовалось разработать метод, позволяющий выбрать рациональную ЧТС для решения множества задач  $V = \{v_i\}$ ,  $i = \overline{1, r}$  с учетом требований надежности.

Общая идея предложенного в [1] метода сводится к следующему. Каждый ТПОИ рассматривать как  $m$ -мерный объект. Множество  $V$  разбить на некоторые группы, достаточно однородные в смысле уровня критериев  $E_1 - E_4$ ; в каждой  $j$ -й группе выделить эталонный объект  $w_j$  (репрезентант класса); для этого объекта собрать данные, необходимые для решения задачи надежностного синтеза ЧТС ТПОИ; решения по структуре и описанию, полученные для  $w_j$ , распространить на все объекты  $j$ -го класса. Следовательно, требуется разработать процедуру многомерного анализа, позволяющую выделить эталоны  $w_j$ , и использовать имеющиеся процедуры надежностного синтеза ЧТС отдельных задач для выбора структуры системы. Основными этапами метода являются: выбор информативных признаков; классификация (кластеризация) задач и выделение эталона (репрезентанта) каждого класса; генерация вариантов структур эталонных ТПОИ; целенаправленный выбор рациональных вариантов ЧТС для эталонных ТПОИ; анализ и повышение показателей надежности эталонных ТПОИ; формирование рекомендаций по обеспечению надежности системы.

Данный подход является, по мнению автора, единственно конструктивным для преодоления неопределенности и зачастую противоречивости знаний разработчиков об элементах информационного обеспечения на ранних стадиях проектирования.

Выбор информативных признаков. По методу, изложенному в работе [2], и на основе данных, приведенных в [3], оценивалось влияние на уровень безошибочности следующих признаков: класс решаемых задач ( $B$ ); этап технологического процесса обработки информации ( $C$ ); носитель информации ( $D$ ); вид ошибок, возникающих при переносе данных на машинный носитель ( $F$ ); вид ошибок, возникающих при машинной обработке информации ( $H$ ); вид ошибок, связанных с состоянием первичных документов ( $Q$ ); вид ошибок, возникающих при выпуске табуляграмм ( $N$ ). В [2] была рассчитана информативность  $G(E_1, z)$  признаков  $z$  по отношению к критерию  $E_1$ . Например,  $G(E_1, B) = 0,45$ ;  $G(E_1, D) = 0,36$ ;  $G(E_1, C) = 0,28$ . По величине информативности признаки ранжиру-

ются в следующем порядке:  $N, B, H, F, D, Q, C$ . Анализ технической документации по проектируемой системе показал, что только в 20% задач известно о наличии (отсутствии) определенных признаков, а именно о признаках  $C$  и  $D$ . В связи с этим было признано целесообразным принять для классификации эти признаки и не исследовать далее их информативность по отношению к критериям  $E_2, E_3, E_4$ . Ввиду неполноты информации в качестве признаков были введены дополнительно требования по уровню достоверности (эквивалент признака  $B$  — «класс решаемых задач») и допустимое время задержки выходной информации. Состояния признаков принимались в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Состояния признаков классификации

Признак	1	2	3
Этап технологического процесса обработки информации	Сбор, передача, обработка	Сбор, передача, обработка, размножение	Сбор, передача, обработка, размножение, вывод на дисплей
Носители информации	ПЛ, МЛ, МД	ПК, МЛ, МД	ПЛ, МЛ
Пределы вероятности $E_1$ ошибки на знак	$10^{-5} < E_1 < 10^{-4}$	$10^{-4} < E_1 < 2,3 \times 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4} < E_1 < 7,8 \cdot 10^{-4}$
Пределы задержки времени $T$ выдачи решения, ч	$T < 0,5$	$0,5 < T < 4$	$T > 4$

**Классификация ТПОИ.** Задача ставится следующим образом: дано множество  $\Pi = \{\Pi_i\}$  техпроцессов ( $i = \overline{1, r}$ ); пространство признаков  $Z = \{z_s\}$ ,  $s = \overline{1, 4}$  в виде табл. 1; гипотеза о структуре множества  $\Pi$ , состоящая в утверждении «компактности»: существуют подмножества  $\{\Pi_i\}$ , элементы которых можно рассматривать как отдельные реализации эталонных техпроцессов; решающее правило, согласно которому искомое разбиение  $R_x$  множества  $\Pi$  на классы определяется как «центр тяжести» множества  $\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$  разбиений по отдельным признакам  $z_s$ ,  $s = \overline{1, 4}$ , т. е.  $R_x$  есть классификация, если  $d(R_x, R_i)/d(R_x, R_{i+1}) = k_{i+1}/k_i$ , где мера близости разбиений:

$$d(R_x, R_i) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^0 |R_{xj}|^2 + \sum_{m=1}^n |R_{im}|^2 - 2 \sum_{j=1}^0 \sum_{m=1}^n |R_{xj} \cap R_{im}|^2 \right]. \quad (1)$$

$|R_{st}|, |R_{su}|$  — числа задач в  $t$ -м классе разбиения  $R_x$  и  $u$ -м классе разбиения  $R_s$ ;  $|R_{st} \cap R_{su}|$  — число общих элементов в  $R_{st}$  и  $R_{su}$ ;  $\bar{v}, U$  — числа классов в разбиениях  $R_x$  и  $R_s$ ;  $k_s$  — важность («вес») признака  $s$ ,  $0 < k_s < 1, \sum_{s=1}^4 k_s = 1$ .

Требуется найти такое разбиение  $R_x$ , чтобы

$$\lim_{s \rightarrow \infty} [d(R_x, R_s)/d(R_x, R_{s+1})] \rightarrow k_{s+1}/k_s \text{ для всех } s.$$

Суть алгоритма классификации состоит в следующем [4]. Выделяются группы  $\Pi_i$ , объединенные одними значениями признаков  $z_s$  и  $z_{s+1}$ . Строится матрица инцидентий размерностью  $r \times r$  с элементами  $y_{pq} = 1$ , если задачи  $p$  и  $q$  в разбиениях  $R_s$  и  $R_{s+1}$  принадлежат одному классу;  $y_{pq} = -1$ , если принадлежат разным классам;  $y_{pq} = 0$ , если задачи в разбиении  $R_s$  принадлежат одному классу, а в разбиении  $R_{s+1}$  — разным, или наоборот (матрица  $Y$  — симметрична; диагональные элементы  $y_{pq} = 1$ ). По матрице итерационно формируются классы максимального разбиения, используя единичные элементы  $y_{pq}$  для  $p$  с максимальным номером. Эти классы рассматриваются как элементы определенного множества, которые можно сочетать, образуя промежуточные разбиения  $R_x$ . Если  $\lim_{s \rightarrow \infty} [d(R_x, R_s)/d(R_x, R_{s+1})] \rightarrow k_{s+1}/k_s$ , то найденное разбиение есть классификация  $\Pi$  по признакам  $s$  и  $s+1$ . Последнее разбиение в последовательной процедуре поиска центра тяжести разбиений  $R_1 - R_4$  есть искомая классификация.

Результаты классификации. Проектируемая система содержала 300 задач, из них для классификации было отобрано  $r=65$ . Все  $\Pi_i$  при одинаковых весах признаков разбиты по признакам табл. 1 на 5 классов с числами 11, 8, 9, 29, 8. Эталоны ТПОИ этих классов явились техпроцессы следующих задач:  $v_1$  — Учет и анализ движения сырья и топлива за сутки,  $v_2$  — Анализ выполнения плана по товарной продукции,  $v_3$  — Суточное планирование производства агрегатов резки,  $v_4$  — Учет и контроль выполнения договорных обязательств поставщиками сырья и топлива,  $v_5$  — Система информационного обеспечения руководства завода.

Формирование вариантов ЧТС для эталонных ТПОИ. Алгоритм формирования возможных вариантов ЧТС изложен в [5]. Алгоритм реализует человеко-машинную процедуру морфологического анализа и генерации вариантов ЧТС, имеет программное обеспечение. Число рассмотренных звеньев и сформулированных вариантов ЧТС для ТПОИ задач  $v_1 - v_5$  приведено в табл. 2. Отдельный  $j$ -й вариант ЧТС для  $i$ -й задачи ( $i = \overline{1,5}$ ) будем обозначать через  $G_{ij}$ .

Целенаправленный выбор рациональных вариантов ЧТС для эталонных ТПОИ. Множество  $G_{ij}$  для  $i = \overline{1,5}$  является входом

Число рассмотренных вариантов ЧТС

Обозначение задачи	Число значений в матрице реализуемости			Число сформированных вариантов структур
	кзв	сзв	etz	
$v_1$	14	5	29	3
$v_2$	4	4	38	3
$v_3$	8	4	23	4
$v_4$	10	5	24	3
$v_5$	—	8	26	2

в алгоритм выбора рациональных структур  $G_{ij}$ . Общая постановка задачи выбора и метод решения приведены в [6].

Уточним эту постановку в соответствии со спецификой задачи. Из-за неполноты данных не представилось возможным оценить критерий  $E_3$  трудоемкости. Критерий  $E_1$  достоверности для удобства сравнения разнородных задач рассчитывали в относительной форме (в виде вероятности безошибочной обработки). Критерий  $E_4$  затрат определяли как сумму приведенных затрат (за вычетом затрат, общих для всех вариантов и задач). Ограничения по каждой задаче имели вид

$$g(G_{ij}) = E_{1i} - \bar{E}_{1i},$$

где  $\bar{E}_{1i}$  — допустимый уровень безошибочности для  $i$ -х классов задач, к которым относятся эталоны  $v_1 - v_5$ .

Так как лицом, принимающим решение (ЛПР), были разработчики АСУ и они имели минимум информации о предпочтениях, то была признана равноценность критериев  $E_1, E_2, E_4$ . Ограниченность числа сформированных вариантов и совпадение ЛПР с исследователем побудили применить решающее правило выбора компромиссной альтернативы в виде суммы потерь оптимальности. Эти факты определили постановку задачи в виде

$$\min_j W(j) = \sum_{k=1,2} \frac{f_k(\max) - f_k(j)}{f_k(\max)} + \frac{f_4(j) - f_{4(\min)}}{f_{4(\min)}} \quad (2)$$

при условиях  $\left\{ \begin{array}{l} j \in J_i \text{ (} J_i \text{ — множество вариантов } G_{ij}, i = \overline{1,5} \text{);} \\ E_{1i} - \bar{E}_{1i} > 0, i = \overline{1,5}, \end{array} \right. \quad (3)$

где  $f_k$  — нормализованные значения критерия  $E_k$  ( $k = 1, 2, 4$ ).

Задача (2) — (3) решена по следующему алгоритму.

1°. Для каждого  $j$ -го варианта рассчитать значения целевых функций и ограничений. Результат: матрица эффективности вариантов.

2°. Выделить область компромиссных решений. Результат: множество парето-оптимальных решений.

3°. Осуществить монотонное преобразование критериев в безразмерному виду. Результат: нормированная матрица эффективности парето-оптимальных решений.

4°. Выбрать решающее правило получения решений. Результат: метод упорядочения вариантов  $G_{ij}$  по вектору критериев.

5°. Найти рациональный вариант  $G_{ij}^*$  на основе п. 4°.

Значения критериев во всех вариантах  $G_{ij}$  приведены в табл. 3.

Значения критериев

Таблица 3

Обозначения задачи	№ варианта	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$v_1$	1	0,9934	0,9920	8,9
	2*	0,9859	0,9913	8,1
	3	0,9883	0,9908	9,8
$v_2$	1	0,9750	0,9903	10,2
	2	0,9988	0,9940	40,2
	3*	0,9999	0,9935	18,6
$v_3$	1	0,9893	0,9430	38,0
	2	0,9891	0,9845	12,7
	3*	0,9982	0,9847	22,9
	4	0,9841	0,9825	50,2
$v_4$	1	0,9997	0,9753	24,8
	2	0,9995	0,9690	25,3
	3*	0,9988	0,9992	21,4
$v_5$	1*	0,9992	1,0	423,8
	2	0,9992	1,0	512,3

\* Рациональный вариант по критерию (2).

Анализ и повышение показателей надежности в эталонных ТПОИ. Надежность отражена критериями  $E_1$  и  $E_2$ . Ввиду высоких абсолютных значений критериев своевременности  $E_2$  по задачам  $v_1$  —  $v_5$  нецелесообразно предусматривать специальные меры повышения своевременности. Зато уровень достоверности, определенный с учетом встроенных методов контроля в звеньях «э», «т» и самоконтроля в звеньях «а» (рассматривалось 7 методов), для задач  $v_1$ ,  $v_3$  и  $v_4$  ниже известных требований. Низкая достоверность в задачах  $v_1$  и  $v_4$  (задачи учета) определяется тем, что первичную информацию готовит производственный персонал (весовщики, лаборанты, учетчики)

на периферийных пунктах АСУ, а доля ошибок на этом этапе составляет не менее 80% всех ошибок. Одним из наиболее эффективных средств повышения достоверности в этом случае, как показало обследование, является материальное стимулирование операторов за качество подготовки первичных документов. Расчеты, проведенные на аналитической модели стимулирования, показали, что число ошибок можно снизить на 30% с помощью организационно-программного комплекса учета ошибок и начисления премий. Поэтому для ТПОИ, аналогичных задачам  $v_1$  и  $v_4$ , рекомендована определенная система стимулирования.

В плановой задаче  $v_3$  большая доля ошибок приходится на операции кодирования, перфорации и обработки в ЭВМ (за счет сбояв при большом объеме счета). Для ТПОИ, аналогичных задаче  $v_3$ , целесообразно на этапе технического проектирования этих задач решать задачу назначения методов контроля по критерию затрат с ограничением  $E_1 \geq E_1^{opt} = 0,9991$ .

Рекомендации. Рекомендации разработаны с учетом состава операций эталонных ТПОИ и состава звеньев «а», «э», «т» в выбранных  $G^*_{ij}$ . Например, из рассмотрения  $G^*_{ij}$  задачи  $v_2$  — Анализ выполнения плана по товарной продукции — вытекает следующее: а) при необходимости формировать первичный документ и машинный носитель и передавать информацию на ВЦ в каждом цехе устанавливаются абонентские пункты АП-2; конкурирующие варианты: 1) первичный документ составляется цеховым персоналом, доставляется кольцевой почтой на ВЦ, перфорируется на ПК; 2) абонентские пункты группового пользования АП-63; б) хранение НСИ осуществляют на НМД, обработку — на ЕС-1035; конкурирующий вариант — ЕС-1022 с НМД; в) вывод информации делают на печать, ПЛ и по запросу на дисплей; конкурирующие варианты: 1) вывод на печать и рассылка кольцевой почтой; 2) вывод на печать и дисплей.

Аналогичные рекомендации следуют из задач  $v_1$ ,  $v_3$  —  $v_5$ .

Список литературы: 1. Ашеров А. Т., Мовчан В. М. Подход к выбору надежной человеко-технической структуры в условиях неполноты исходных данных. — В кн.: Применение методов математики в народном хозяйстве республики (Игуалана, 2—5 июня 1981 г.). Эргономика, эффективность, качество и надежность систем «человек — техника»: Тез. докл. (Науч. совет по комплекс. проблеме «Кибернетика» при Президиуме АН СССР. — Вильнюс, 1981, с. 87—90. 2. Ашеров А. Т., Мовчан В. М. Анализ информативности факторов, определяющих достоверность информации в АСУ. — Механизация и автоматизация управления, 1981, № 1, с. 12—16. 3. Симанова В. С. Оценка качества функционирования АСУ. — М.: Экономика, 1973. — 192 с. 4. Миркин В. Г. Об одном подходе к обработке числовых данных. — В кн.: Математические методы моделирования и решения экономических задач. Новосибирск, 1969, с. 141—150. 5. Ашеров А. Т., Ильяченко Е. В. Морфологический анализ и автоматизированное формирование вариантов эргатической структуры АСУ. — АСУ и приборы автоматизации, 1982, вып. 61, с. 41—47. 6. Ашеров А. Т.



```

<число> ::= <целое число> | <действительное число>;
<целое число> ::= <цифра> ...;
<действительное число> ::= <целая часть> <разделитель 2>
    <дробная часть> | <целая часть> | <разделитель 2>
    <дробная часть>
<оператор> ::= <переменная> | <массив>;
<переменная> ::= <слово> [ <разделитель 4> ] ...
    <разделитель 5> <число>;
<массив> ::= <имя массива> </> <тело массива>;
<имя массива> ::= <слово> [ <разделитель 4> ] ...;
<тело массива> ::= <элемент массива> <разделитель 1>
    ... <элемент массива>
<элемент массива> ::=      число      целое число      раз-
    делитель 3      число      ;
<выходная информация> ::= ВЫХОДНЫЕ МАССИВЫ
<разделитель 1>
    </> ЦИКЛОГРАММА <разделитель 1> </>
    УПРАВЛЯЮЩАЯ ПРОГРАММА <разделитель 1>
<программа на входном языке> ::= <переменная> </>
    <массив> </> ... <выходная информация>
    </> КОНЕЦ.

```

Задание параметра ЦИКЛОГРАММА предусматривает вывод расписания на графопостроитель и обеспечивает возможность визуального контроля и оформления в виде графического документа результатов расчета. Параметр ВЫХОДНЫЕ МАССИВЫ разрешает вывод расписания в виде массивов, в которых отражена полная информация о действиях роботов линии и использовании процессоров. При наличии параметра УПРАВЛЯЮЩАЯ ПРОГРАММА выполняется формирование управляющей программы в кодах команд системы управления транспортными роботами.

Рассмотрим пример записи исходных данных на входном языке. Пусть требуется построить циклическое расписание для линии серебрения, выполняющей две технологические программы. Линию обслуживают два робота, каждый из которых характеризуется следующими параметрами: скорость горизонтальная 16 м/мин, скорость подъема штанги 8 м/мин, высота подъема штанги 1,2 м. Линия состоит из 23 процессоров. Расстояния между соседними процессорами равны 0,7 м. Каждая программа в цикле повторяется один раз. Дублированными, т. е. имеющими идентичное функциональное назначение, являются процессоры 7 и 8, а также 20 и 21. Информация о структуре линии и параметрах технологических программ приведена в таблице. Необходимо выдать массивы, расписание и управляющую программу.

Программа на входном языке имеет следующий вид:

```

КОЛИЧЕСТВО ВАНН=23
КОЛИЧЕСТВО РОБОТОВ=2
КОЛИЧЕСТВО ПРОГРАММ=2

```

МАКСИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО ОПЕРАЦИЙ ПРОГРАММ—22  
НОМЕР ПОЗИЦИИ ЗАГРУЗКИ—1  
НОМЕР ПОЗИЦИИ ВЫГРУЗКИ—2

ВЫСОТА ПОДЪЕМА ШТАНГИ РОБОТА—1,2  
ВРЕМЯ ТОРМОЖЕНИЯ ШТАНГИ РОБОТА—0,05  
ВРЕМЯ ТОРМОЖЕНИЯ РОБОТА ПРИ ДВИЖЕНИИ С ИЗДЕЛИЕМ—0,05  
ВРЕМЯ ТОРМОЖЕНИЯ РОБОТА ПРИ ДВИЖЕНИИ БЕЗ ИЗДЕЛИЯ—0,05  
ВРЕМЯ РАЗГОНА ШТАНГИ РОБОТА—0,05  
ВРЕМЯ РАЗГОНА РОБОТА ПРИ ДВИЖЕНИИ С ИЗДЕЛИЕМ—0,05  
ВРЕМЯ РАЗГОНА РОБОТА ПРИ ДВИЖЕНИИ БЕЗ ИЗДЕЛИЯ—0,05  
СКОРОСТЬ ПОДЪЕМА ШТАНГИ РОБОТА—8,0  
ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ РОБОТА—16,0  
ВРЕМЯ СТЕКАНИЯ РАСТВОРА—0,05  
МАССИВ ПРИЗНАКОВ АКТИВНОСТИ ВАНН  
1; 0; 0; 1; 2\*0; 2\*1; 2\*0; 1; 0; 1; 3\*0; 1; 2\*0; 2\*1; 2\*0  
МАССИВ ДУБЛЕЙ ВАНН  
6\*0; 12\*0; 21; 3\*0  
МАССИВ ОПЕРАЦИЙ ПРОГРАММ  
1; 4; 5; 6; 7; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 17; 18; 19; 20; 22; 23; 16; 3;  
2; 2; 1; 1; 4; 5; 7; 6; 9; 10; 13; 14; 15; 20; 22; 23; 16; 3; 2; 1  
МАССИВ КОЛИЧЕСТВА ПОВТОРЕНИЙ ПРОГРАММ  
2\*1  
МАССИВ РАССТОЯНИЙ МЕЖДУ ВАННАМИ  
22\*0,7  
МАССИВ ВРЕМЕНИ МИНИМАЛЬНЫХ ВЫДЕРЖЕК В ВАННАХ  
4\*0; 4\*15; 7\*2; 0; 4\*2; 2\*8; 16\*2; 4\*40; 2\*1; 2\*2  
ВЫХОДНЫЕ МАССИВЫ;  
ЦИКЛОГРАММА;  
УПРАВЛЯЮЩАЯ ПРОГРАММА;  
КОНЕЦ

Для преобразования исходных данных, записанных на входном языке, в соответствующие значения внутренних переменных разработан транслятор входного языка. Транслятор выполняет следующие функции.

1. Лексический анализ и контроль программы на входном языке.
2. Синтаксический анализ и контроль программы на входном языке.
3. Выделение и преобразование входных величин в числовые константы соответствующих типов.
4. Допусковый контроль числовой информации.
5. Вывод диагностических сообщений.

Выполнение указанных функций позволяет полностью протестировать входную программу и избежать попадания неверных исходных данных на вход основной программы.

Принцип работы транслятора следующий. Основной конструкцией, обрабатываемой транслятором, является предложение. Под предложением понимается символичный набор, запи-

## Исходные данные для линии серебрения

	Номер процессора																						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Технологическая программа 1	1	21	20	2	3	4	5	—	6	7	8	9	10	11	12	19	13	14	15	15	—	17	18
2	1	16	15	2	3	4	5	—	6	7	—	—	8	9	10	14	—	—	11	—	—	12	13
Время выдержки	—	—	15	15	1	1	0	0	1	1	8	1	2	1	1	1	2	1	1	40	40	1	1
минимальное	—	—	20	20	2	2	0	0	4	14	10	4	3	4	4	10	3	4	4	50	50	3	4
максимальное	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
Признак активности	3	В	С	О	ТП	ХП	Д	Д	ХП	ХП	НХ	ХП	Н	ХП	ХП	ГП	М	ХП	ХП	Ср	Ср	У	ХП
Наименование процессора																							

Примечание: З — загрузка, В — выгрузка, С — сушка, О — обезжиривание, ТП — теплая промывка, ХП — холодная промывка, Д — декарирование, НХ — никель-хлористая обработка, Н — нейтрализация, ГП — горячая промывка, М — медное, Ср — серебрение, У — умягчение.

санный на перфокарте. Синтаксические конструкции входного языка построены таким образом, что существует четыре типа предложений:

$$\begin{aligned} \langle \text{предложение} \rangle & := \{ \langle \text{слово} \rangle \dots = \langle \text{число} \rangle \} \\ [ \langle \text{слово} \rangle \dots ] & [ \langle \text{слово} \rangle \dots ] \\ \langle \text{число} \rangle ; \dots & \end{aligned}$$

Предложениям первого типа соответствует понятие «переменная». Например, предложение «КОЛИЧЕСТВО ВАНН=23» относится к первому типу. Предложения второго типа состоят только из буквенных символов и эквивалентны понятию «имя массива». Например, «МАССИВ ПРИЗНАКОВ АКТИВНОСТИ ВАНН». К третьему типу относится, например, предложение «ЦИКЛОГРАММА». Примером предложения четвертого типа служит предложение вида «6\*0; 8; 12\*0; 21; 3\*0», которое тождественно конструкции «тело массива».

Признаком окончания программы на входном языке является слово «КОНЕЦ».

Список литературы: 1. Покровский А. М. Гибкое автоматическое производство. — Л.: Машиностроение, 1983. — 376 с. 2. Лебедев В. Н. Введение в систему программирования. — М.: Статистика, 1975. — 312 с.

Поступила в редколлегию 26.02.85.

УДК 519:712

О. М. АБРАМОВ, канд. техн. наук

#### ОБ ОПИСАНИИ ФОРМ ФИНИТНЫХ СИГНАЛОВ НУЛЯМИ ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ

В теории опознавания образов особое внимание уделяется выделению признаков, инвариантных к различным преобразованиям порождающих их объектов. В качестве объектов рассматриваем одномерные финитные сигналы.

Под финитным сигналом понимаем любой сигнал, математической моделью которого является интегрируемая в квадрате финитная функция действительного переменного  $t$ , принимающая, вообще говоря, комплексные значения. Обозначим  $x(t)$  — финитный сигнал,  $K_x$  — множество таких сигналов. Введем на множестве  $K_x$  операции сложения сигналов, умножения их на числа и операцию скалярного произведения. В таком случае множество  $K_x$  можно считать подпространством в пространстве  $L_2$ .

В пространстве  $K_x$  введем оператор  $\pi$  представления группы  $G$  преобразований сигналов. Преобразования группы  $G$  выберем таким образом, чтобы они сохраняли форму сигналов. Для этого воспользуемся интуитивным представлением формы. Примем, что  $x_1$  и  $x_2$  имеют одинаковую форму, если они могут отличаться сдвигом, масштабом и множителем

$k \neq 0$ . Это означает, что оператор  $\pi$  вводится следующим образом:

$$\pi(g)x(t) = kx(\lambda(t + \alpha)), \quad (1)$$

где  $g \in G$ ;  $k \neq 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\alpha$  — вещественные параметры на группе  $G$ , причем  $\lambda$  — параметр масштаба,  $\alpha$  — сдвига.

Далее ясно, что оператор  $\pi$  порождает отношение эквивалентности в пространстве  $K_x$ . Назовем это отношение  $G$ -эквивалентностью. Пусть любые два сигнала  $x_1$  и  $x_2$   $G$ -эквивалентны тогда и только тогда, когда найдется такой элемент  $g \in G$ , что  $x_1 = \pi(g)x_2$  (2).

Рассмотрим теперь преобразование Фурье  $G$ -эквивалентных сигналов. Прежде всего нас будут интересовать нули аналитического продолжения преобразования Фурье в комплексную плоскость.

В силу теоремы Винера — Пэли [1, с. 106] аналитическое продолжение преобразования Фурье финитного сигнала есть функция экспоненциального типа. Обозначим эту функцию  $F(z)$ , где  $z = (\omega + iv)$ ,  $\omega$ ,  $v$  — вещественные переменные. По определению преобразования Фурье

$$F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-izt} dt. \quad (3)$$

Функция  $F(z)$  имеет бесконечное множество нулей. Действительно, как утверждает теорема Пикара, целая функция, не являющаяся многочленом, принимает бесконечное число раз каждое значение, за исключением, возможно, одного. Если же предположить, что нуль — исключительное значение функции  $F(z)$ , то, как показано в [2, с. 278],

$$F(z) = \exp(Q(z)), \quad (4)$$

где  $Q(z)$  — многочлен степени не выше первой. Однако в таком случае мы приходим к противоречию, поскольку не существует финитной функции с преобразованием Фурье, определяемым (4). Нули аналитической функции есть изолированные точки, поэтому их можно записать в виде бесконечной последовательности  $0, 0, \dots, 0, z_1, z_2, \dots, z_i, \dots$  ( $z_i \neq 0$ ) (5).

Рассмотрим упорядоченные последовательности нулей, располагая их, например, в порядке неубывающих модулей, а в пределах одинаковых модулей — в порядке неубывающих главных значений аргументов. При этом одинаковые нули выписываем подряд столько раз, какова их кратность.

В силу теоремы Адамара [3, с. 273] порядок  $\kappa$  сходимости этой последовательности не превышает порядка функции  $F(z)$ . Так как  $F(z)$  — функция экспоненциального типа, то  $\kappa \leq 1$ . Далее на основании этой же теоремы можно утверждать, что  $\sum_{i=1}^{\infty} 1/|z_i|^\kappa$  сходится для  $\kappa > 1$ . Мы можем положить, что  $\kappa = 2$  и рассмотреть последовательность

$$0, 0, \dots, 0, p_1, p_2, \dots, p_i, \dots \quad (6)$$

где  $p_i = 1/z_i$ .

Очевидно, что полученная таким образом последовательность является элементом комплексного пространства  $l_2$  с нормой

$$\|p\| = \left( \sum_{i=1}^{\infty} |1/z_i|^2 \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Пронормируем каждый элемент последовательности (6), полагая, что  $p_i^{(n)} = p_i \|p\|$ ,  $i = \overline{1, \infty}$ , и обозначим

$$P = (0, 0, \dots, 0, p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, \dots, p_i^{(n)}, \dots). \quad (8)$$

Рассмотрим свойства последовательности  $P$  на классах  $G$ -эквивалентности.

**Предложение 1.** Если сигналы  $x_1$  и  $x_2$   $G$ -эквивалентны, то  $P(x_1) = P(x_2)$ .

**Доказательство.** Пусть  $x_1$  и  $x_2 \in K_1 G$ -эквивалентны. Тогда найдутся такие  $k \neq 0$ ,  $\lambda > 0$  и  $\alpha$ , что  $x_1(t) = kx_2(\lambda(t + \alpha))$ . Применяя к обеим частям этого равенства преобразование Фурье, имеем

$$F[x_1(t)] = kF[x_2(\lambda(t + \alpha))]. \quad (9)$$

Примем обозначение  $F_i(z) = F[x_i(t)]$ ,  $i = 1, 2$ . На основании теорем о сдвиге и подобии для преобразования Фурье получим

$$F_1(z) = ke^{i\alpha z} F_2(z/\lambda).$$

Из этого соотношения видно, что нули функции  $F_1(z)$  отличаются от нулей функции  $F_2(z)$  лишь масштабным множителем  $1/\lambda$ . Других нулей нет, потому что функция  $e^{i\alpha z}$  в конечной части плоскости нигде не обращается в нуль. Но в последовательностях  $P(x_1)$  и  $P(x_2)$  члены нормированы. Поэтому  $P(x_1) = P(x_2)$ , что и требовалось.

**Предложение 2.** Пусть для  $x_1, x_2 \in K_1 P(x_1) = P(x_2)$ . Тогда  $x_1$  и  $x_2$   $G$ -эквивалентны.

**Доказательство.** Пусть  $F_1(z)$  и  $F_2(z)$  — преобразования Фурье сигналов  $x_1$  и  $x_2$ , для которых выполнено  $P(x_1) = P(x_2)$ . Так как элементы этих последовательностей нормированы, нули функций  $F_1(z)$  и  $F_2(z)$  могут отличаться лишь вещественным положительным множителем. Поэтому можно утверждать, что для функции  $F_2(z)$  найдется такое значение  $\lambda > 0$ , при котором функции  $F_1(z)$  и  $F_2(z/\lambda)$  будут иметь одни и те же нули. Но тогда по теореме Адамара — Бореля [3, с. 274]

$$F_1(z) = \exp(Q(z)) F_2(z/\lambda), \quad (10)$$

где  $Q(z)$  — многочлен степени не выше первой.

Рассмотрим теперь, как связаны функции  $x_1$  и  $x_2$ . Для этого перейдем к обычному преобразованию Фурье, положив в (10) для  $z = \omega + i\nu$ ,  $\nu = 0$ . Пусть также  $Q(\omega) = a\omega + b$ , где  $a$  и  $b$ , вообще

говоря, комплексные константы. Применяя к обеим частям равенства (10) обратное преобразование Фурье, получаем

$$x_1(t) = \frac{e^b}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{a\omega} F_2\left(\frac{\omega}{\lambda}\right) e^{i\omega t} d\omega = \frac{\lambda e^b}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega(\lambda t - t a)} d\omega. \quad (11)$$

Так как по условию  $t$  — вещественная переменная, для многочлена  $Q(z)$  необходимо положить, что  $a$  — мнимая константа. Обозначив  $a = ia$  и  $k = \lambda e^b$ , из соотношения (11) получим

$$x_1(t) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega(\lambda t + ia)} d\omega = kx_2(\lambda(t + ia)).$$

Следовательно,  $x_1$  и  $x_2$   $G$ -эквивалентны, что и требовалось.

Полученные результаты показывают, что существует взаимно однозначное отображение множества классов  $G$ -эквивалентности в комплексное пространство  $I_2$ . В результате этого становится возможным с помощью последовательности (8) описать все классы  $G$ -эквивалентных сигналов. Условимся последовательность (8) называть эталоном класса  $G$ -эквивалентных сигналов или эталоном формы, а элементы последовательности (8) — признаками  $G$ -эквивалентности данного класса или признаками формы сигнала.

В заключение отметим, что изложенное распространяется на сигналы, имеющие финитный спектр. Пользуясь взаимностью прямого и обратного преобразований Фурье для функций пространства  $I_2$ , можно показать, что для любых  $F(\omega) \in K_2$  эталон формы сигнала полностью определяется последовательностью нормированных нулей аналитического продолжения самого сигнала в комплексную плоскость. Ясно, что в этом случае сигналы необходимо рассматривать не как финитные, а как аналитические функции с финитным спектром. При этом представление группы вводится не в пространстве сигналов, а в пространстве их преобразований Фурье.

Список литературы: 1. Хурсин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. — М.: Наука, 1971. — 408 с. 2. Гитчморн Е. Теория функций. — М.: Наука, 1980. — 464 с. 3. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций. — М.: Наука, 1978. — 416 с.

Поступила в редколлегию 11.02.85.

### ПРИМЕНЕНИЕ ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИИ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В АСУ ТП

В связи с использованием автоматизированных систем управления различных уровней во всех отраслях производства необходимы эффективные методы и средства обмена информацией между рассредоточенными объектами. К наиболее перспективным относятся цифровые системы передачи информации, представленной в виде бинарных электрических сигналов.

Надежность и быстрдействие передачи дискретной информации в значительной степени определяются способом модуляции электрических сигналов несущей частоты. В цифровых системах модуляция вырождается в одно из частотных своих проявлений — манипуляцию. Несмотря на то, что наиболее разработанными и применяемыми являются системы с амплитудной и частотной модуляцией, а фазовая модуляция в промышленных системах используется относительно редко, именно манипуляция фазы сигнала на  $\pi$  представляет собой оптимальный способ передачи двоичных кодов по критерию помехоустойчивости [1]. Системы с фазовой манипуляцией позволяют осуществлять уплотнение канала без расширения полосы частот, занимаемых каналом, путем реализации многократной фазовой манипуляции. Рассмотрим применение этого метода для передачи данных в АСУ технологическими процессами.

Сущность однократной абсолютной фазовой манипуляции состоит в том, что фаза  $\varphi$  несущего сигнала  $x(t)$  на протяжении  $\tau$  каждого разряда передаваемого дискретного сообщения принимает одно из двух возможных значений:

$$x(t) = \begin{cases} A \sin(\omega t) + \varphi_1, & \text{если } x = 0 \\ A \sin(\omega t) + \varphi_2, & \text{если } x = 1 \end{cases} \quad (1)$$

При оптимальной противофазной манипуляции  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ . Здесь  $A$ ,  $\omega$  — постоянные амплитуда и частота сигнала соответственно.

В общем случае при  $m$ -кратной фазовой манипуляции сигнал можно представить так:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \Delta\varphi k), \quad 0 \leq t < \tau, \quad (2)$$

где  $\Delta\varphi = 2\pi/2^m$  — интервал изменения фазы;  $m$  — кратность фазовой манипуляции;  $k = 0, 1, 2, \dots, 2^m - 1$  — номер позиции фазы.

Для реализации метода на передающей стороне необходимо устройство, меняющее фазу гармонического сигнала в

соответствии с логическим значением кода на входе передатчика. На практике информация, как правило, представлена в виде параллельного двоичного или двоично-десятичного кода. Для этого случая передающее устройство соответствует функциональной схеме рис. 1. Устройство работает следующим образом. Подлежащий передаче код  $N$  записывается параллельно в регистр сдвига РС. Парафазные сигналы  $U_0$ ,  $U_1$  на выходе регистра соответствуют значению крайнего младшего разряда кода ре-

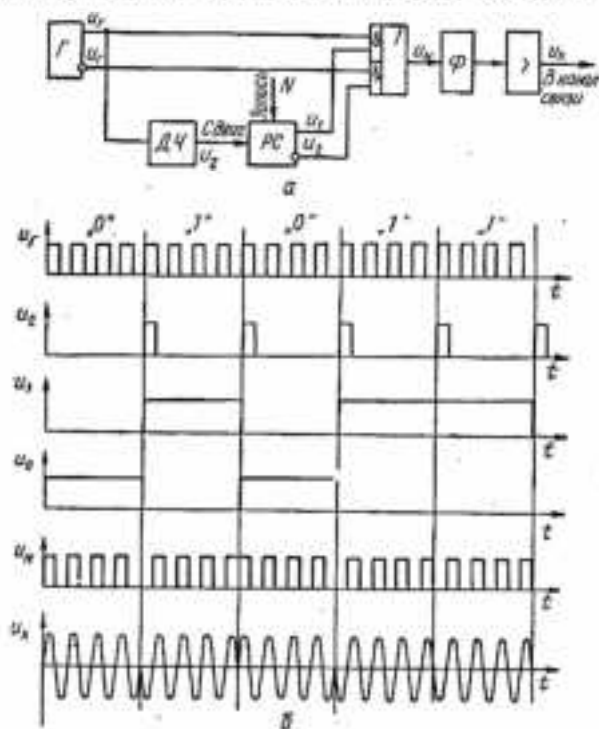


Рис. 1. Передача кода методом абсолютной фазовой манипуляции:  
 а — функциональная схема передатчика; б — диаграммы сигналов для кода 01011

гистра. Эти сигналы управляют работой схем совпадения логической схемы 2И — 2ИЛИ, на вторые конъюнктивные входы которой подключены парафазные выходы генератора прямоугольных сигналов Г. В зависимости от значения выхода РС указанная схема подключает на вход фильтра Ф напряжение, снимаемое с прямого или инверсного выходов. При нулевом значении текущего разряда кода сигнал с генератора передается с фазой  $\varphi=0$ , а при единичном — с фазой  $\varphi=\pi$  по отношению к  $u_c$ . Фильтр пропускает только основную гармонику сигнала, подавляя все высшие. Усиленный гармонический сигнал поступает в канал связи.

Модуляция несущей частоты осуществляется путем равнопериодического сдвига кода в РС сигналами  $u_2$ , получаемыми из последовательности  $u_1$  делением частоты на делителе частоты ДЧ. Коэффициент  $K_d$  деления частоты на ДЧ определяет длительность передаваемого разряда и его заполнение несущей частотой. Так, число периодов несущей частоты в одном информационном разряде передаваемой последовательности равно  $K_d$ . Таким образом, в описанном устройстве, реализующем метод однократной абсолютной фазовой манипуляции, фаза сигнала  $u_x$  в канале связи по отношению к опорному сигналу  $u_1$  зависит только от логического значения, передаваемого в данный момент разряда кода.

Демодуляция входных сигналов в приемнике может быть элементарно осуществлена при наличии в последнем периодического сигнала, синхронного с опорным сигналом передатчика. Получение этого сигнала является основной проблемой при селекции фазоманипулируемых сигналов. Принципиально допустимо использовать на приемном конце самостоятельный генератор опорного напряжения высокой стабильности, настроенный на частоту передатчика и периодически в начале каждого сеанса связи синхронизируемый с помощью специально передаваемого сигнала. Однако практически реализовать необходимую стабильность генератора опорного напряжения трудно. Кроме того, использование независимых генераторов опорного напряжения в передатчике и приемнике исключает учет случайных флуктуаций частоты и фазы сигнала из-за помех и колебаний параметров реальных технических средств передатчика, канала связи и приемника.

В условиях АСУ ТП целесообразно получать опорный сигнал в приемнике методом Пистолькорса, разработанным для фазовой телеграфии. Сущность метода состоит в выделении опорной частоты непосредственно из входного фазоманипулированного сигнала путем удвоения его частоты для снятия манипуляции, выделения узкополосным фильтром удвоенной частоты  $2f$  и последующего деления ее на два. Полученный опорный сигнал с достаточной точностью синхронен и синфазен с опорным сигналом передатчика [2, 3]. При наличии опорного сигнала селекция принятого сообщения не представляет труда, например, путем стробирования входного сигнала  $u_x$  импульсами, выделенными из опорного сигнала. В общем случае при манипуляции фазы на произвольный угол  $\varphi$ , чтобы выделить опорный сигнал из входного, частоту последнего необходимо умножить и разделить на  $2\pi/\varphi$  раз.

Разделить элементарные посылки, т. е. организовать по-разрядную синхронизацию можно по-разному. К техническим решениям относятся: фиксация длины элементарной посылки по времени, подсчет числа периодов, заполняющих посылку сигналов несущей частоты, организация самостоятельного

канала синхронизации. Последний вариант является предпочтительнее по критерию надежности, несмотря на увеличение аппаратных затрат.

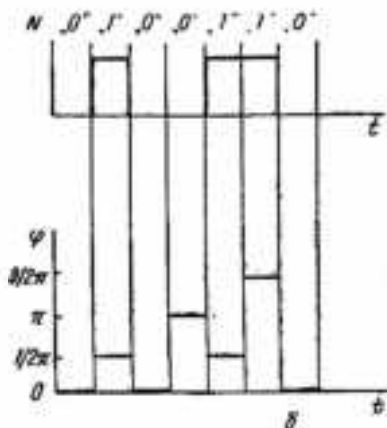
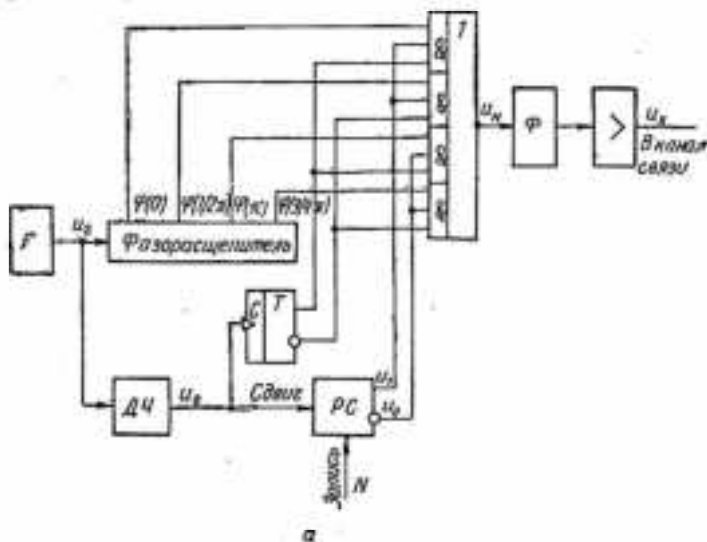


Рис. 2. Передача кода методом абсолютной двукратной фазовой манипуляции:  
 а — функциональная схема; б — диаграмма изменения фазы для кода 0100110

Из этих соображений рекомендуется система передачи дискретных сообщений путем организации двукратной абсолютной фазовой манипуляции, при которой четырем значениям фазы ( $\varphi = 0, \frac{1}{2}\pi, \pi, \frac{3}{2}\pi$ ) передается информационное содержание разрядов кода и сигналы поразрядной синхронизации.

Для передачи нулевого и единичного значения разряда кода принимают два из четырех значений фазы, а при передаче последовательности одинаковых разрядов эти два значения фазы чередуют. При передаче бинарного кода  $N$  по этой системе (рис. 2) в передатчике нулевое значение разряда кода может передаваться фазой сигнала, равной 0 или  $\pi$ , а единичное значение — фазой, равной  $1/2\pi$  или  $3/2\pi$ . Фаза сигнала в канале связи определяется не только логическим значением передаваемого разряда, но и его положением в последовательности посылок. Изменение фазы в зависимости от четности разряда осуществляется триггером Т.

Четырехпозиционный расщепитель делит частоту  $f_T$  тактового генератора Г на два, поэтому длительность одного разряда передаваемого сообщения связана с коэффициентом  $K_2$  деления частоты в ДЧ следующей зависимостью:  $\tau = \frac{2K_2}{f_T}$  (3). Время передачи  $n$ -разрядного кода абсолютной фазовой манипуляцией  $T_0 = n\tau$  (4). Частота несущего сигнала  $U_s: f_s \frac{f_T}{2}$ .

Описанные методы абсолютной фазовой манипуляции применимы для достаточно надежных каналов связи. При интенсивных помехах в канале связи и тракте формирования опорного напряжения возможен скачок фазы последнего, что вызывает неопределенность селективируемого сигнала. Кроме того, существует неопределенность начальной фазы опорного сигнала. Указанные явления обуславливают неконтролируемое инвертирование принимаемых дискретных сигналов на выходе фазового детектора. Этот эффект в технике связи носит название «обратной работы» и принципиально присущ всем системам с абсолютной фазовой манипуляцией. В большинстве случаев, когда режим обратной работы недопустим, прибегают к методу относительной фазовой манипуляции. Сущность метода заключается в установке фазы сигнала в текущем разряде в зависимости от фазы предыдущего разряда. Например, при однократной модуляции для передачи логического «0» фаза по сравнению с предыдущим разрядом не изменяется, а при передаче логической «1» меняется на  $\pi$ . Первый передаваемый разряд полезной информации не несет и служит для установки исходной фазы, поэтому время передачи  $n$ -разрядного кода  $T_0 = \tau(n+1)$  (5).

Фаза сигнала в  $i$ -м разряде  $n$ -разрядного кода зависит от значения этого разряда в соответствии с общим выражением

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \pi a_i = \varphi_0 + \pi \sum_{j=1}^i a_j, \quad (6)$$

где  $a_i = 0,1$ ;  $\varphi_0$  — исходная фаза служебного разряда.

В приемнике для селекции сигнала производят сравнение принимаемого разряда с предыдущим, а сбой фазы сигнала приводит к ошибке в воспроизведении только одного разряда,

а не всего кода. Проблемы поразрядной синхронизации в таких системах остаются актуальными.

Для передачи данных в условиях интенсивных помех методом фазовой манипуляции наиболее эффективен способ,

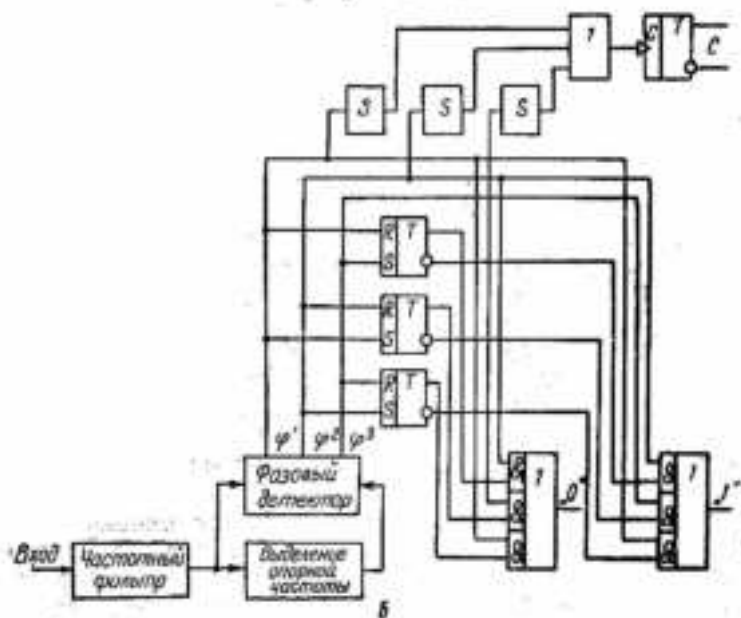
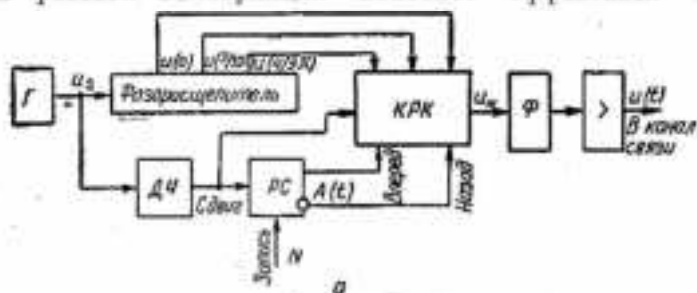


Рис. 3. Функциональная схема передатчика (а) и приемника (б) в системе с манипуляцией направлением сдвига фаз (КРК — кольцевой реверсивный коммутатор на 3)

закрывающийся в манипулировании направлением изменения заданных значений фазы. При  $m$ -кратной модуляции необходимо иметь не менее  $2^m + 1$  позиций фазы, которые чередуются, например в прямом направлении при передаче логической «1». Этот способ сочетает достоинства относительной фазовой манипуляции с получением поразрядной синхронизации.

Наиболее просто реализуется однократная манипуляция. В этом случае сигнал передается с тремя значениями фазы ( $0$ ,  $2/3\pi$ ,  $4/3\pi$ ). Принцип построения передатчика для такой системы показан на рис. 3, а. В регистр сдвига РС записывается параллельный  $n$ -разрядный код  $N$ :

$$N = N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_n; N_i = 0, 1; i = 1 \rightarrow n.$$

Генератор Г формирует последовательность прямоугольных импульсов  $u_i$ , которые при помощи фазорасщепителя организуются в три синхронных сигнала  $u(0)$ ,  $u(2/3\pi)$ ,  $u(4/3\pi)$ , сдвинутых друг относительно друга на постоянный угол  $2/3\pi$ . Эти сигналы определяют частоту несущей, которая равна  $f_c/3$ . Фазорасщепитель можно строить по схеме трехфазного генератора прямоугольных импульсов [4]. На выходе ДЧ формируются импульсы поразрядной тактировки, которые определяют длительность  $\tau$  одного разряда посылки. Эти импульсы вызывают смену состояния РС и кольцевого трехпозиционного коммутатора. Сигнал  $A(t)$  на выходе РС, являющийся результатом преобразования параллельного кода  $N$  в последовательный, управляет направлением работы коммутатора. Назначение коммутатора — поочередное подключение одного из трех входных напряжений на вход фильтра Ф при зависимости направления этой очередности от сигнала  $A(t)$ .

С учетом того, что первая посылка длительностью  $\tau$  занята неинформационным служебным разрядом для получения исходной фазы, при отсчете времени от начала сеанса связи, сигнал  $A(t)$  можно представить в виде

$$A(t) = \sum_{i=1}^n A_i(t - \tau i). \quad (7)$$

Здесь  $A_i$  может принимать одно из двух значений в зависимости от значения разряда  $N_i$ .

Как следует из самого принципа фазовой манипуляции, выходной сигнал  $u(t)$  меняет от разряда к разряду только фазу колебаний. Фаза выходного сигнала может принимать следующие значения:

$$\varphi_i^1 = 0; \quad \varphi_i^2 = 2/3\pi; \quad \varphi_i^3 = 4/3\pi.$$

Изменение фазы от разряда к разряду подчиняется правилу:  $\varphi_i = \varphi_{i-1} + 2/3\pi$ , если  $N_i = \text{Лог.0}$  и  $\varphi_i = \varphi_{i-1} - 2/3\pi$ , если  $N_i = \text{Лог.1}$ . Поэтому логический алгоритм фазовой манипуляции в предлагаемом передатчике описывается следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \varphi_i^1 &= \varphi_{i-1} \wedge \bar{A}_i \vee \varphi_{i-1}^2 \wedge A_i \\ \varphi_i^2 &= \varphi_{i-1}^1 \wedge \bar{A}_i \vee \varphi_{i-1}^3 \wedge A_i \\ \varphi_i^3 &= \varphi_{i-1}^2 \wedge \bar{A}_i \vee \varphi_{i-1}^1 \wedge A_i \end{aligned} \quad (8)$$

Этот алгоритм реализуется путем управления реверсом коммутатора сигналом  $A(t)$ . Фильтр Ф выделяет основную гармонику

прямоугольного напряжения  $u_n$ , которая через тракт усиления поступает в канал связи.

Строго говоря, последний способ фазовой манипуляции не требует определенного числа позиций фазы. Однократную манипуляцию можно осуществить не только при чередовании фазы на  $\frac{2}{3}\pi$ , но и на любой другой угол, например  $\frac{1}{4}\pi$ , что требует увеличения позиционности фазорасщепителя. Однако, чтобы уменьшить влияние помех на фазовые характеристики принимаемых сигналов, целесообразно работать при наименьшем числе фазовых позиций.

При приеме дискретных сигналов, манипулированных направлением сдвига фаз, после выделения фазовым детектором трехпозиционных величин  $\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3$  возникает специфическая задача формирования импульсов разрядной синхронизации и селекции значения разрядов. Эта селекция производится с учетом текущего значения сигнала на выходах фазового детектора  $\varphi_i$  и его значения в предыдущем разряде в соответствии с логическими выражениями:

$$\begin{aligned} 0_i &= \varphi_i^1 \wedge \varphi_{i-1}^3 \vee \varphi_i^2 \wedge \varphi_{i-1}^1 \vee \varphi_i^3 \wedge \varphi_{i-1}^2; \\ 1_i &= \varphi_i^1 \wedge \varphi_{i-1}^2 \vee \varphi_i^2 \wedge \varphi_{i-1}^3 \vee \varphi_i^3 \wedge \varphi_{i-1}^1. \end{aligned} \quad (9)$$

При реализации алгоритма (9) описанным способом сигнал поразрядной синхронизации образуется путем выделения передних фронтов сигналов  $\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3$  на выходах фазового детектора с помощью одновибратора  $S$ . Парафазный потенциальный сигнал синхронизации организовывали с помощью одновибраторов, подключенных к выходу синхронизации  $S$  через триггер со счетным входом. При необходимости получить принимаемую информацию в виде параллельного кода сигналы «0», «1» подают на вход регистра, сдвиг которого осуществляется импульсами поразрядной синхронизации  $S$ .

Список литературы: 1. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. — М.: Госэнергоиздат, 1956. — 152 с. 2. Петрович М. Т. Передача дискретной информации в каналах с фазовой манипуляцией. — М.: Сов. радио, 1965. — 263 с. 3. Пенин П. И. Системы передачи цифровой информации. — М.: Сов. радио, 1976. — 308 с. 4. А. с. 284021 (СССР). Управляемый трехфазный генератор сигналов прямоугольной формы / И. В. Бизин, В. П. Шупов, В. С. Скобелев. — Оубл. в Б. И., 1970, № 32.

Поступила в редколлегию 05.03.85.

**ВЫБОР ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ  
ИНФОРМАЦИИ В АСУ, ТАКСОНОМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

Чтобы обеспечить надежность АСУ, необходимо учитывать большое количество факторов, неоднозначно влияющих на уровень достоверности выходной информации и взаимозависимых. Выбрав подмножество факторов, которые оказывают определяющее влияние, можно построить наиболее простую математическую модель изучаемого явления, проще объяснить его механизм, нагляднее и содержательнее интерпретировать окончательные результаты. Разработаны различные методы выбора эффективного подмножества факторов, например, метод главных компонент, факторный анализ [1], метод группировки взаимокоррелированных факторов [2]. Если нет достаточно полного представления о причинно-следственных связях влияния факторов на достоверность информации, целесообразно применять таксономические методы.

Нами проведен многомерный сравнительный анализ влияния 28 факторов, входящих в 7 групп, на уровень достоверности информации, который представлен количеством ошибок на  $10^{-4}$  знаков информации. Исходные данные, взятые из работы [3], приведены в виде матрицы наблюдений (табл. 1). Элементы матрицы отражают вероятность совместных состояний фактора и уровня достоверности. Факторы в матрице наблюдений неоднородны: они характеризуют различные свойства достоверности информации, поэтому необходимо выполнить их преобразование, заключающееся в стандартизации [4]. Преобразование производится по формуле

$$Z_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_j) / S_j, \quad (1)$$

где 
$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$$

— среднее арифметическое значение уровня достоверности  $j = \overline{1, m}$

$$S_j = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right]^{1/2}$$

— стандартное отклонение уровня достоверности;  $x_{ij}$  — значение вероятности совместного события уровня достоверности  $j$  для признака  $i = \overline{1, n}$ .

Стандартизованные значения вероятности совместных событий уровня достоверности и факторов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Группа факторов	Номер фактора	Фактор	Уровень достоверности информации, 10 <sup>-4</sup> ошибок/записи									
			(0,15—1,0)		(2,0—4,5)		(6,0—8,6)		(9,0—11,5)			
			векст.- данный	стандарт.- тисловый	векст.- данный	стандарт.- тисловый	векст.- данный	стандарт.- тисловый	векст.- данный	стандарт.- тисловый		
Класс задач	1	Учетные	0,18	1,02	0	-2,02	0,06	0,88	0,05	0,05	1,1	
	2	Платежные	0,06	-0,63	0,06	-0,79	0	-0,82	0,06	0,06	1,1	
	3	Статистические	0,06	-0,63	0,12	0,43	0	-0,82	0,06	0,06	1,1	
	4	Прочие	0	-1,74	0,12	0,43	0,06	0,88	0	0,06	-0,9	
Этап технологического процесса	5	Прям., контроль входных документов	0,09	-0,07	0,07	-0,59	0	-0,82	0,07	0,07	1,43	
	6	Перенос данных на машинный носитель	0,03	-1,2	0,11	0,22	0,05	0,6	0,05	0,05	0,76	
	7	Машинная обработка	0,15	1,05	0,07	-0,59	0	-0,82	0,03	0,03	0,1	
	8	Контроль, выпуск входного документа	0,03	-1,2	0,15	1,04	0,09	1,74	0,06	0,06	0,76	
Вид носителя информации	9	Входной документ	0,11	0,3	0,18	1,65	0,07	1,17	0	0	-0,9	
	10	Магнитная лента	0,11	0,3	0,07	-0,59	0,04	0,31	0	0	-0,9	
	11	Перфокарта	0,11	0,3	0,07	-0,59	0	-0,82	0,07	0,07	1,43	
	12	Перфоленга	0	-1,74	0,15	1,04	0	-0,82	0,04	0,04	0,43	
Вид ошибок перечисленных документов	13	Полнота печати	0,06	-0,83	0,18	1,65	0	-0,82	0	0	-0,9	
	14	Пропуск, перенос числа, шифра	0,18	1,02	0,09	-0,18	0,09	1,74	0	0	-0,9	

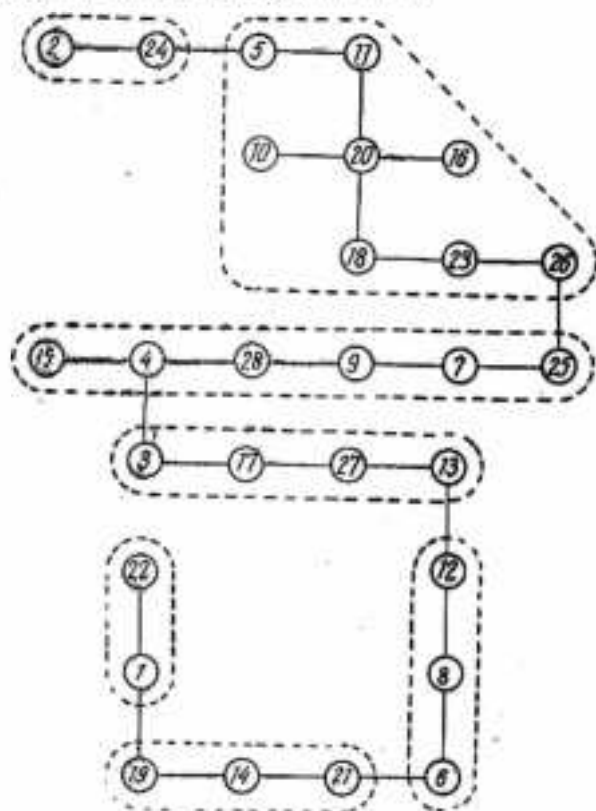
Продолжение табл. 1

Группы факторов	Номер фактора	Фактор	Уровни достоверности информации, 10 <sup>-4</sup> ошибок/знак							
			(0,15—1,0)		(2,0—4,5)		(6,0—8,6)		(9,0—11,5)	
			несовпадение датчиков	сдвиг тактовых фаз	несовпадение датчиков	стандартное отклонение	несовпадение датчиков	стандартное отклонение	несовпадение датчиков	стандартное отклонение
Виды ошибок при вводе данных	15	Смещение, несоответствие	0	-1,74	0,09	-0,18	0,09	1,74	0	-0,9
	16	Ошибки шифровки	0,13	0,34	0,09	-0,18	0,09	0,6	0	-0,9
	17	Пропуск, лишнее число, знак	0,11	0,3	0,16	1,24	0	-0,82	0	-0,9
	18	Перестановка	0,16	1,07	0,06	-0,79	0	-0,82	0	-0,9
	19	Исключение числа, шифры	0,06	-0,63	0,11	0,22	0	-0,82	0,11	2,75
20	Ошибки при вводе	0,11	0,3	0,11	0,22	0,06	0,88	0	-0,9	
Виды ошибок при машинной обработке	21	Пропуск строки, разрядка	0,12	0,32	0	-2,02	0,06	0,88	0	-0,9
	22	Ошибочная, нечеткая печать	0,12	0,32	0,34	2,87	0	-0,82	0,06	1,1
	23	Сдвиг числа	0,18	1,82	0,06	-0,79	0	-0,82	0	-0,9
	24	Ошибки в программе	0,06	-0,63	0,06	-0,79	0	-0,82	0,06	1,1
Виды ошибок при выпуске таблицграмм	25	Ошибки при печати знаков	0,18	1,62	0,05	-1	0	-0,82	0,05	0,76
	26	Ошибки при печати показателей	0,18	1,62	0,09	-0,18	0	-0,82	0	-0,9
	27	Ошибки при печати строк	0	-1,74	0,14	0,83	0	-0,82	0	-0,9
	28	Ошибки при печати части текста	0,09	-0,07	0,14	0,83	0,09	1,74	0	-0,9

После стандартизации рассчитываются элементы матрицы расстояний с учетом всех факторов. В качестве меры сходства факторов при расчете элементов матрицы используется евклидово расстояние

$$d_{rs}^2 = \sum_{j=1}^m (Z_{rj} - Z_{sj})^2, \quad (2)$$

где  $d_{rs}$  — расстояние между факторами  $r$  и  $s$ .



К построению оптимального дендрита

По результатам расчета матрицы строится оптимальный дендрит — устанавливаются связи между факторами, наименее отличающимися друг от друга. С этой целью из матрицы расстояний выбираются факторы с близкими значениями уровня достоверности. Определяют такие факторы путем нахождения наименьших чисел (расстояний) в каждой строке матрицы. Затем в несколько этапов объединяют факторы в оптимальный дендрит (рисунок), из которого удаляют  $K - 1$  самых длинных

связей. Таким образом дендрит разбивается (а следовательно, и факторы) на  $K=7$  заранее заданных групп, т. е. выполняется разбиение исходной совокупности факторов на сходные группы. Это разбиение в некотором смысле наилучшее, потому что дендрит, построенный на факторах выделенных групп, характеризуется минимальной суммой образующих их отрезков. Полученные подмножества факторов оказывают одинаковое влияние на уровень достоверности информации в АСУ. На рисунке выделены следующие подмножества: из восьми факторов (5, 10, 11, 16, 18, 20, 26, 23); из шести факторов (4, 7, 9, 15, 25, 28); из четырех факторов (3, 13, 17, 27); два по три фактора (6, 8, 12) и (14, 19, 21); два по два фактора (1, 22) и (2, 24). Выбранные подмножества обладают следующими свойствами: первое — сильная корреляция факторов внутри каждой группы; второе — некоррелированность либо слабая корреляция между факторами, входящими в разные группы. Следовательно, выбрав из каждой группы по одному фактору, получим набор факторов, некоррелированных или слабо коррелированных с факторами представляемых ими групп. Эти факторы, называемые факторами-эталоном, оценивают методом центра тяжести, заключающимся в нахождении наименьшей суммы расстояний каждого фактора от остальных факторов данной группы. Был определен следующий набор факторов-эталона: 2, 6, 13, 18, 21, 22, 28. Выбранные факторы-эталон находятся вблизи центра тяжести групп, и поэтому имеют «средние» значения характеризующих их свойств.

При стандартизации стираются различия в значимости отдельных факторов. Чтобы учесть степень важности факторов, вводят коэффициенты иерархии, позволяющие усилить влияние одних факторов при одновременном уменьшении значения других. Коэффициенты иерархии факторов-эталона (табл. 2) рассчитывают следующим способом: устанавливают критическое (минимальное) расстояние для каждого фактора-эталона; суммируют расстояния меньше критического; выбирают фактор-эталон с наибольшей суммой расстояний и присваивают ему коэффициент иерархии, равный единице; коэффициенты иерархии остальных факторов-эталона определяют как частное от деления соответствующих сумм расстояний на сумму расстояний фактора-эталона с коэффициентом иерархии, равным единице.

Согласно табл. 2 с помощью коэффициентов иерархии можно выделить три группы факторов-эталона: первая — «Ошибки при печати текста» (28) и вид ошибки «Полнота пачки» (13) с наибольшими коэффициентами иерархии; вторая — вид ошибки «Перестановка» (18) и «Ошибочная, нечеткая печать» (22) с промежуточными значениями; третья — вид ошибки «Пропуск строки разряда» (21), этап техпроцесса «Перенос данных на машинный носитель» (6) и класс задач «Плановые задачи» с самыми низкими значениями. Следовательно, определяющее

Номер фактора-эталопа	2	6	13	18	21	22	28
2	0	1,84	3,16	2,67	2,58	3,77	3,62
6	1,84	0	2,62	3,28	3,14	3,38	2,36
13	3,16	2,62	0	3,09	4,18	2,59	2,78
18	2,67	3,28	3,09	0	2,11	4,23	3,2
21	2,58	3,14	4,18	2,11	0	5,54	3,0
22	3,77	3,38	2,59	4,23	5,54	0	3,87
28	3,62	2,36	2,78	3,2	3,0	3,87	0
Критическое расстояние	1,84	1,84	2,53	2,11	2,11	2,59	2,36
Сумма расстояний	4,72	6,8	13,77	9,74	7,31	10,07	15,76
Коэффициент мерздки	0,3	0,43	0,87	0,61	0,46	0,64	1

влияние на достоверность информации в АСУ оказывают факторы-эталоны первой группы, а наименьшее — факторы-эталоны третьей группы, что согласуется с данными работы [5]. Полученные результаты позволяют уменьшить число факторов, учитываемых при надежном проектировании информационного обеспечения АСУ, а также воздействовать на эти факторы, чтобы повысить достоверность информации.

Список литературы: 1. *Адванян С. А.* Классификация многомерных наблюдений.— М.: Статистика, 1974.— 240 с. 2. *Елисеева Н. Н., Рукавишников В. О.* Группировка, корреляция, распознавание образов.— М.: Статистика, 1977.— 144 с. 3. *Сималица В. С.* Оценка качества функционирования АСУ.— М.: Экономика, 1973.— 182 с. 4. *Плюта В.* Сравнительный многомерный анализ в экономическом исследовании.— М.: Статистика, 1980.— 151 с. 5. *Ашерев А. Т., Мовчан В. М.* Анализ информативности факторов, определяющих достоверность информации в АСУ.— Механизация и автоматизация управления, 1981, № 1, с. 12—16.

Поступила в редколлегию 03.03.85.

**ИЗМЕНЕНИЕ ЦЕННОСТИ ИНФОРМАЦИИ В ПРОЦЕССЕ  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТИ ЭВМ КОЛЛЕКТИВНОГО  
ПОЛЬЗОВАНИЯ**

В связи с развитием автоматизированных систем управления, созданием вычислительных центров коллективного пользования и последовательным объединением их в единую общегосударственную систему особенно актуальными становятся вопросы эффективной организации и обработки информационных потоков при ограничениях по времени и вычислительным ресурсам.

Теоретической базой организации обработки информации одним или несколькими процессорами является теория массового обслуживания [1]. На основании ее положений определяют пропускную способность каналов, быстродействие процессоров, среднее время ожидания заявки, размеры очереди на обслуживание заявок.

В качестве исходных при расчетах берут плотность распределения информационных потоков и распределение времени обслуживания заявок. С помощью теории массового обслуживания получают средние значения и вероятностные оценки, т. е. она хорошо приспособлена к проектированию систем сбора и обработки информации, выбору их параметров. Однако в процессе функционирования действующей системы в каждый момент времени мы имеем дело не со средней, а с конкретной очередью заявок на обслуживание, поэтому дисциплина обслуживания должна учитывать ситуацию текущего момента, а также изменение параметров заявок во времени. Введение в теорию массового обслуживания приоритетов позволило решить этот вопрос лишь частично.

Приоритеты устанавливают порядок обслуживания заявок, находящихся в очереди, т. е. чаще всего с определенных позиций отражают ценность содержащейся в них информации (или какой-то другой параметр, например, «вес» отправителя). Недостаток приоритетов состоит в том, что они дают статическую оценку заявок, но не учитывают реальной ситуации в данный момент и изменения во времени ценности содержащейся в них информации. Очевидно, что в общем случае приоритет на обслуживание заявки Министерства существенно выше приоритета заявки его учреждения, и тем более отдельного работника, однако можно привести множество примеров, когда приоритеты не отражают действительного положения дел.

Так, заявка Министерства здравоохранения на десятикратное увеличение производства какого-то лекарства в следующей

пятилетке (сама по себе очень важная) уступает в приоритете заявке врача на получение трех ампул этого лекарства не позже, чем завтра утром. Объясняется это, по-видимому, тем, что на реализацию первой у исполнителя еще очень много времени, а во втором случае его едва хватает. Следовательно, дисциплина обслуживания информационных потоков состоит не в соблюдении однажды установленных приоритетов, а исходит из изменения ценности заявок во времени и должна минимизировать потери.

Вопросам ценности информации посвящены исследования многих авторов (см. сборник «Техническая кибернетика», 1976, № 5, где приводится обзор 1024 работ) [2]. Общим в них является то, что ценность информации определяется в связи с той или иной целью и является функцией количества информации.

Для решения практических задач рационально искать свои критерии ценности, указывая ограничения, при которых они справедливы.

Попытки ввести дисциплину обслуживания, учитывающую применение ценности (старение) информации, описаны в работах [3, 4], при этом задача распределения ресурсов сети ЭВМ решалась с учетом времени, по истечении которого заявки полностью теряют ценность [3, 4]. Это время, названное пороговым, определялось по методике проф. А. Н. Ефимова [5]. Внутри интервала ценность информации считалась постоянной, что является достаточно грубым приближением.

Пример. Допустим, в очереди на обслуживание в момент времени  $t=0$  находятся две заявки, характеризующиеся ценностями  $C_1$  и  $C_2$ , временем обслуживания  $t_1$  и  $t_2$  и временем старения  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  соответственно. Ценность заявок остается постоянной в течение некоторого времени, а затем к моментам  $T_{1пор}$  и  $T_{2пор}$  теряется.

Казалось бы, в первую очередь должна быть обслужена заявка 1, имеющая высокую ценность и малое время обслуживания. Однако в этом случае после обслуживания первой заявки в течение времени  $t_1$  вторая заявка потеряет ценность раньше, чем ее успеют обслужить (рис. 1, а). При обратном порядке обслуживания потери в ценности заявок вообще отсутствуют (рис. 1, б).

Приведенный пример подтверждает вывод о том, что дисциплина обслуживания должна определяться изменением ценности заявок во времени.

В самом деле, если информация поступила слишком рано и не настало время ее обрабатывать, то ценность ее меньше максимальной. С другой стороны, когда обрабатывать ее уже поздно, ценность становится нулевой, т. е. обработкой информации потери на объекте уже предотвратить нельзя.

Таким образом, между моментом поступления информации (заявки) в систему и моментом, когда она теряет ценность, дол-

жен существовать момент, когда она приобретает максимум ценности. Возникает три вопроса: каков максимум в абсолютных или относительных единицах, где он расположен на оси времени и как изменяется ценность в обе стороны от него.

Значение максимума для одной заявки можно определить через ущерб, который несет объект, если информация вообще не будет обработана. Он может быть выражен как в абсолютных, так и в относительных единицах (рублях, норма-часах, квадратных метрах, процентах, коэффициентах и т. п.). Максимум ценности различных заявок на обслуживание определяется с помощью математических моделей объектов. Эти модели

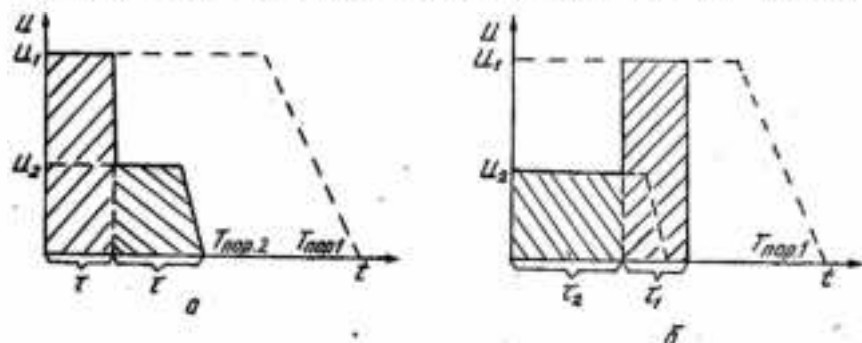


Рис. 1. Графики дисциплины обслуживания заявок: а, б

могут быть получены в относительных величинах методом экспертных оценок. Сочетание обоих методов дает достаточно достоверные данные при правильно построенных шкалах и процедурах опроса.

Для очень широкого класса объектов может быть найдена вероятность достижения цели в зависимости от какого-либо фактора (в частности от времени ожидания и обслуживания заявки) и построен интегральный закон распределения  $F(t) = P(T < t)$ , представленный в виде рис. 2, а:

$$F(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t < t_k; \\ P(T < t) & \text{при } t_k < t < T_{\text{пор}}, \end{cases}$$

где  $t_k$  — момент максимума ценности заявки;  $T$  — фиксированный момент времени;  $t$  — текущее значение времени;  $F(t)$  — вероятность достижения цели в зависимости от момента окончания обслуживания заявки.

Интерпретируем этот закон следующим образом. В момент  $t=0$  заявка поступает на обслуживание. До момента  $t=t_k$  вероятность того, что заявка будет обработана и объект от ее запаздывания не понесет потерь близка к единице.

С момента  $t=t_k$  вероятность достижения цели начинает падать и к моменту  $T_{\text{пор}}$  практически равна нулю.

Логично предположить, что в последний момент  $t=t_k$ , когда вероятность достижения цели объектом еще остается близкой к единице, ценность заявки приобретает максимум, а к моменту  $T_{пор}$  она становится равной нулю. Естественно считать, что на интервале  $[t_k, T_{пор}]$  ценность падает по тому же закону, что и вероятность достижения цели объектом  $F(t)$ .

Таким образом, мы определили максимум ценности заявки  $\Pi$  и закон ее убывания  $F(t)$  на интервале  $[t_k, T_{пор}]$ . Остается выяснить, как меняется  $\Pi$  на интервале  $[0, t_k]$ . Предположить строгую формализацию трудно, однако правдоподобным представляется соображение, что ценность заявки должна расти от

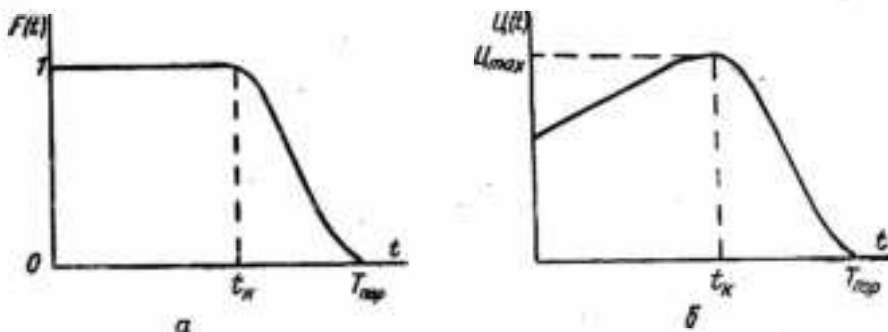


Рис. 2. Кривые интегрального закона распределения вероятности (а) и изменения ценности информации в зависимости от времени (б)

момента  $t=0$  к моменту  $t=t_k$ . В первом приближении примем, что, поскольку  $\Pi$  падает от максимума до нуля за время  $[T_{пор}, t_k]$ , то и на отрезке  $[0, t_k]$  она должна изменяться пропорционально отношению этих отрезков времени.

Таким образом, изменение ценности заявки во времени

$$\Pi(t) = \begin{cases} \Pi_{\max} \frac{T_{пор} - t_k}{T_{пор} - t} & \text{при } 0 < t < t_k; \\ \Pi_{\max} F(t) & \text{при } t_k < t < T_{пор}. \end{cases}$$

Рассмотренная зависимость ценности заявки от времени без значительных доработок реализуется в классификаторе и дисциплине обслуживания информационных потоков, предложенных в [6], повышает их эффективность.

Список литературы: 1. Носиков О. А., Петухов С. И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. — М.: Сов. радио, 1969. — 399 с. 2. Свиридов В. В. Контроль в сложных системах. — М.: Знание, 1978, № 6. — 64 с. 3. Мороз Б. И. Ценность информации в динамических системах с иерархической структурой управления. — АСУ и приборы автоматизации, 1981, вып. 57, с. 10—15. 4. Мороз Б. И. Управление распределением ресурсов сети ЭВМ коллективного пользования во времени между потоками сообщений с различными значениями времени старения. — АСУ и приборы автоматизации, 1981,

---

УДК 51 : 330.115

А. В. ПАНИШЕВ, канд. техн. наук, С. Н. ЛЕВЧЕНКО

**ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ  
СПИСОЧНОГО РАСПИСАНИЯ ДЛЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ  
МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ**

---

Рассмотрим модель упорядочения, ресурсом которой является двухуровневая система  $1+m$  процессоров двух типов. Вход системы представлен единственным процессором первого типа, а  $m$  параллельно работающих процессоров второго типа составляют второй уровень системы.

Система заданий определена как множество из  $n > m$  двухэтапных работ. Первый этап работы  $k$ ,  $k = \overline{1, n}$  выполняется процессором первого типа за единичное время, а второй этап длительности  $\beta_k > 0$ ,  $\beta_k$  — целое, реализуется любым из  $m$  процессоров второго уровня.

На вход системы в момент времени  $t_0 = 0$  поступают  $n$  работ. Процессор первого типа последовательно выполняет первые этапы всех работ, каждый процессор второго уровня поочередно реализует некоторую совокупность из вторых этапов.

При упорядочении двухэтапных работ  $(1, \beta_k)$ ,  $k = \overline{1, n}$  для рассматриваемой многопроцессорной системы должны соблюдаться следующие ограничения.

1. Для каждой работы момент завершения первого этапа совпадает с моментом начала второго.

2. Момент окончания одной работы является моментом начала другой. В противном случае соответствующий процессор второго уровня в дальнейшем оказывается незагруженным.

3. Процессор первого уровня работает без простоев.

Условия 1—3 ограничивают круг задач упорядочения классом задач составления расписаний с помощью списка, так как каждая совокупность работ, завершаемая соответствующим процессором второго типа, выполняется непрерывно [1].

Описанная модель получена из рассмотренной в работе [2] модели, для которой дополнительно к условиям 1—3 требуется, чтобы моменты начала вторых этапов работ 1, 2, ...,  $m$  были равны 1, 2, ...,  $m$ .

Это требование сильно усложняет построение эффективного алгоритма, который бы для минимального возможного числа процессоров второго типа  $m^*$  строил расписание  $J^*$ , удовлетворяющее условиям 1—3.

Пусть  $g$ -расписание выполнения  $n$  двухэтапных работ  $(I, \beta_k)$ ,  $k = \overline{1, n}$ , построенное для системы из  $1 + m$  процессоров только при соблюдении ограничений 1—3. Длина расписания  $g$  определяется  $t = \max_{1 \leq k \leq n} (k + \beta_{ek})$ , где  $\beta_{ek}$  — время выполнения второго этапа работы в  $g$ , и заключена в промежутке  $(n + \min(\beta_k | 1 \leq k \leq n), n + \max(\beta_k | 1 \leq k \leq n))$ .

Очевидно, что и в этом случае не теряет смысла задача нахождения числа  $m^*$  процессоров второго типа и соответствующего расписания  $g^*$ .

Расписание  $g$  задается такой функцией  $g$  с областью определения  $D = \{i | 1 \leq i \leq n\}$  и областью значения  $R_g = \{0, R, R + 1, \dots, n\}$ ,  $R > \beta_{\min} + 2$ ,  $\beta_{\min} = \min_{1 \leq i \leq n} \beta_i$ , что для каждого элемента  $\beta_i \in B$ ,  $|B| = n - m$ ,  $g(i) = i + \beta_i + 1$ , и все  $n - m$  нулевых значений  $g(i)$  различны?

Задача поиска функции  $g$  в терминологии теории графов состоит в выборе из множества, содержащего  $n$  ребер, ровно  $n - m$  ребер с длинами  $\beta_i$ , которые бы в совокупности обеспечивали построение  $m$  несвязных цепей на множестве вершин  $V$ ,  $|V| = n$ , причем пара вершин  $v_i, v_j \in V$  соединена ребром  $(v_i, v_j)$  тогда и только тогда, когда  $i + \beta_i + 1 = j$ ,  $i \in D_g, j \in R_g$ . Допустимо существование среди  $m$  цепей и таких, которые представлены единственной вершиной  $v_i, i \in D_g$ .

Найдем нижнюю границу числа процессоров  $m$  второго типа в задаче построения расписания  $g^*$ . Для этого предположим, что получено решение  $g$ , которое удовлетворяет ограничениям 1—3 и дополнительному условию: моменты начала вторых этапов работ  $1, 2, \dots, m$  равны  $1, 2, \dots, m$ . Кроме того, пусть в построенном расписании  $g$  каждый процессор второго типа выполняет не менее двух этапов работ. Тогда первые  $n - m$  работ, поступивших на вход системы, имеют длительности  $\beta_{ei}$ ,  $i = \overline{1, n - m}$ , связанные соотношением:

$$\sum_{i=1}^{n-m} \beta_{ei} = (m-1)(n-m).$$

Если  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_n$ , то нижней границей для  $m^*$  в искомом расписании  $g^*$  будет

$$\underline{m} = - \left[ - \frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^n \beta_i \right],$$

где квадратные скобки означают наибольшее целое, не превышающее заданного.

Границу  $m$  можно найти с помощью приведенных ниже действий над последовательностью  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_n$ .

1.  $m = 2$ .

2. Вычислить  $S = (m-1)(n-m)$ ,  $S_m = \sum_{l=m+1}^n \beta_l$ .

3. Если  $S > S_m$ , то  $m = m$ ; исключить  $m$  первых элементов последовательности  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_n$ ;  $B$  — список из  $n - m$  значений  $\beta_l$ .

4.  $m = m + 1$ , переход к п. 2.

С построением расписания  $g^*$  связана задача, которую удобно сформулировать в терминах распознавания свойства [3].

Заданы целое положительное число  $m > 2$  и последовательность  $\bar{B}$  целых положительных чисел  $\beta_l$ ,  $l = 1, \bar{M}$ ,  $m + M = n$ . Существует ли такая функция  $g_B^*$  с областью определения  $D_{g_B^*} = \{i \mid 1 < i < n\}$  и областью значения  $R_{g_B^*} = \{0, R, R + 1, \dots, n\}$ ,  $R > \beta_{\min} + 2$ , что для каждого числа  $\beta_l \in B$ ,  $g_B^*(i) = i + \beta_l + 1$ , и все  $M$  ненулевых значений  $g_B^*(i)$  различны?

Из условий задачи

$$n > \max \left( \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \beta_l + M + 1, \max_{1 < l < M} \beta_l + 2 \right).$$

Если для заданных  $m$  и  $B$  существует  $g_B^*$ , то следующая процедура либо строит искомую функцию, либо находит функцию  $g_B^*$  с  $M$  различными значениями  $g_B^*(i) = i + \beta_l + 1 < n + 1$ , полученными для каждого элемента  $\beta_l$  списка  $B$ .

1.  $j = n + 1$ ,  $B$  — упорядоченный массив целых положительных чисел  $\beta_l$ :  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_l > \dots > \beta_M$ ;  $G$  — список из  $n$  нулевых значений  $g_B^*(i)$ ;  $l = 1$ .

2.  $j = j - 1$ .

3. Если в списке  $G$  для некоторого  $i$   $g_B^*(i) = j$ , то перейти к п. 2.

4. Если  $j < \beta_l + 1$ , то установить  $n = n + 1$ , перейти к п. 1.

5. Если в  $G$  найдется такое значение  $g_B^*(i) > 0$ , что  $i = j - \beta_l - 1$ , то перейти к п. 2, иначе установить  $i = j - \beta_l - 1$ ,  $g_B^*(i) = i + \beta_l + 1$ ,  $l = l + 1$ .

6. Если  $l < M$ , то  $j = n$ , перейти к п. 3, иначе получено решение  $g_B^*$ : список  $G$  содержит  $M$  различных значений  $g_B^*(i) = i + \beta_l + 1$ .

**Утверждение.** За время  $O(M^2)$  алгоритм строит такую функцию  $g_B^*$ , что для каждого элемента  $\beta_l \in B$ ,  $l = \bar{1}, \bar{M}$ ,  $g_B^*(i) = i + \beta_l + 1 < n + 1$ , и все  $M$  значений  $g_B^*(i) > 0$  различны.

**Доказательство.** Нужно показать, что если существует функция  $g_B^*$  с  $M$  различными положительными значениями  $g_B^*(i) =$

$= 1 + \beta_i + 1 < n$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $m = n - M$ , то предлагаемая процедура гарантирует построение функции  $g_B^1$ .

Предположим, что функция  $g_B$  существует, иначе говоря, построены в соответствии с условиями задачи  $m$  несвязных цепей, содержащих в совокупности  $M$  ребер с известными длинами  $\beta_i \in B$ ,  $|B| = M$ .

Рассмотрим действия алгоритма для данной последовательности  $B$  и оценим  $m$ ,  $m + M = n$ , определяя получаемые в этом случае значения  $M' + m'$ ,  $M' < M$ ,  $m' > m$ ,  $g_B^0(i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . В графовой постановке задачи  $m'$  равно числу всех несвязных цепей, построенных алгоритмом, включая каждую цепь, представляющую собой единственную точку.

При  $j = n$  получим точку  $S = n - \beta_{\max} - 1$ ,  $\beta_1 = \beta_{\max}$ ,  $\beta_1 + 1$  — верхняя граница для  $m'$ . Алгоритм уменьшает  $S$  на единицу, как только найдется такое значение  $j$ , что  $S = j - \beta_j - 1$ ,  $i = \overline{2, M}$ ,  $\beta_i < \beta_{i-1} < \dots < \beta_1$ , но действия по вычислению единицы из  $S$  не изменяют  $m'$ ,  $g_B^0(i) \neq j$ .

Алгоритм находит  $n - (\beta_1 + 1)$  первых слева точек  $i$ , удовлетворяющих условию  $g_B^0(i) > 0$ , и поэтому  $M' > n - \beta_1 - 1$ . Если в результате действий процедуры определяется ребро, соединяющее две любые точки  $i'$ ,  $i' \in \{n - \beta_1, \dots, n - 1\}$ , то  $m'$  уменьшается на единицу. Пусть  $x$  — число ребер, соединяющих все полученные пары точек  $(i', i'')$ . После того как  $S$  станет равной единице, находим  $M' = n - \beta_1 - 1 + x$ , а  $m' = \beta_1 + 1 - x$ . Но в результате выполнения действий алгоритма допускается существование не более двух цепей, каждая из которых представлена точкой  $i' \in \{n - \beta_1, \dots, n - 1\}$ , поэтому  $m' \leq m + 1$ . Если  $m' = m + 1$ , то  $x = \beta_1 - m$ ,  $M' = n - m - 1 = M - 1$ . Повторяя процедуру для  $n' = n + 1$ , получаем  $m' = m + 1$ ,  $M' = M$ ,  $m' + M' = n + 1$ ,  $g_B^1(i)$ ,  $i = \overline{1, n + 1}$ .

Из алгоритма следует, что число элементарных операций типа сложения и сравнения для нахождения значения  $g_B^1(i) = i + \beta_i + 1$  пропорционально  $i$ . Следовательно, время выполнения процедуры оценивается  $O(M^2)$ . Утверждение доказано.

Пусть вычислена граница  $\underline{m}$  и определена соответствующая ей последовательность  $B$ . Если существует функция  $g_B$ , то алгоритм находит удовлетворяющее ограничениям 1—3 расписание  $g_B^1$ , в худшем случае используя при упорядочении  $n$  работ  $\underline{m} + 1$  процессоров второго типа.

Для построения расписания  $g_B^1$  следует

а) определить границу  $\underline{m}$ , соответствующий ей список  $B$  и  $M = n - \underline{m}$ ;

б) найти

$$\underline{n} = \max \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \beta_i + M + 1, \max_{1 \leq i < M} \beta_i + 2 \right);$$

в) построить функцию  $g_B^1$ ;

г) если в результате построения функции  $g_B^1$  будут получены цепи, состоящие из единственной вершины, то поставить в соответствие каждой такой цепи по одному элементу  $\beta_k \in B$ ;

д) поставить в соответствие цепи, имеющей одну дугу и более и не содержащей точки  $n$ , единственный элемент  $\beta_i \notin B$ , произвольно взятый из оставшихся элементов последовательности  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_n$ ;

е) завершить процесс построения расписания  $g_B^1$  после того, как будут упорядочены все элементы последовательности  $\beta_1 > \beta_2 > \dots > \beta_n$ .

Построим по изложенной схеме расписание  $g_B^1$  для последовательности значений  $\beta_k = 8, 8, 7, 7, 6, 4, 4, 4, 3, 3, 1, 1, 1, n = 13$ . Выполняя процедуру нахождения  $m$ , получаем  $\underline{m} = 4$ ,  $B = (6, 4, 4, 4, 3, 3, 1, 1, 1)$ ;  $M = n - \underline{m} = 13 - 4$ ,  $n = \max(27 | 9 + 9 + 1, 6 + 2) = 13$ .

Реализуем алгоритм построения  $g_B^1$ . Имеем  $j = 13$ ,  $i = 13 - 6 - 1 = 6$ ,  $g_B^1(6) = 6 + 6 + 1 = 13$ . При  $j = 12$   $i = 12 - 4 - 1 = 7$ , в списке  $G g_B^1(7) = 0$ . Поэтому  $i = 7$ ,  $g_B^1(7) = 7 + 4 + 1 = 12$ . Далее устанавливаем  $j = 11$ , для  $i = 3$   $i = 11 - 4 - 1 = 6$ . Так как в  $G g_B^1(6) > 0$ , то  $j = 10$ ,  $i = 10 - 4 - 1 = 5$ ,  $g_B^1(5) = 0$ . Следовательно,  $g_B^1(5) = 5 + 4 + 1$ . Полагаем  $i = 4$  и находим, что для  $j = 9$  в списке  $G g^1(4) = 0$ . Теперь запишем:  $g_B^1(4) = 4 + 4 + 1$ ; при  $i = 5$ ,  $j = 7$ ,  $i = 7 - 3 - 1$ ,  $g_B^1(3) = 0$  в списке  $G$ , так что устанавливаем  $g_B^1(3) = 3 + 3 + 1$ , аналогично получим  $g_B^1(2) = 2 + 3 + 1$ ,  $g_B^1(9) = 9 + 1 + 1$ ,  $g_B^1(1) = 1 + 1 + 1 = 3$ . При  $i = 9$  находим  $j = 2 = \beta_i + 1$ , поэтому устанавливаем  $n = 14$  и повторяем действия процедуры, приводящие к построению функции  $g_B^1(i)$ :  $g_B^1(1) = 1 + 1 + 1$ ;  $g_B^1(2) = 2 + 1 + 1$ ,  $g_B^1(3) = 3 + 3 + 1$ ,  $g_B^1(4) = 4 + 3 + 1$ ,  $g_B^1(5) = 5 + 4 + 1$ ,  $g_B^1(6) = 6 + 4 + 1$ ,  $g_B^1(7) = 7 + 6 + 1$ ,  $g_B^1(8) = 8 + 4 + 1$ ,  $g_B^1(9) = 0$ ,  $g_B^1(10) = 10 + 1 + 1$ ,  $g_B^1(11) = 0$ ,  $g_B^1(12) = 0$ ,  $g_B^1(13) = 0$ ,  $g_B^1(14) = 0$ .

В результате построено пять несвязных цепей на множестве, содержащем 14 вершин: (1, 3, 7, 14); (2, 4, 8, 13); (5, 10, 12); (6, 11); (9). Таким образом, в соответствии с ограничениями 1—3 возможно следующее распределение работ на пяти процессорах второго типа: первый процессор выполняет вторые этапы работ с длительностями 1, 3, 6; на второй процессор поступают работы с временем выполнения вторых этапов 1, 3, 4, 8; на третий процессор назначаются этапы с длительностями 4, 3, 8; на четвертый процессор — работы с длительностями 4, 1, 7; пятый процессор выполняет этап с длительностями 7. Отметим, что для данного примера минимальное число процессоров  $m^*$  равно четырем.

Список литературы: 1. Теория расписаний и вычислительные системы/Под ред. Э. Г. Коффмана.— М.: Наука, 1984.— 353 с. 2. Житков В. А., Ким К. В. Методы оперативного планирования грузовых автомобильных перевозок.— М.: Транспорт, 1982.— 183 с. 3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.— М.: Мир, 1982.— 416 с.

Поступила в редколлегию 21.09.84.

УДК 681.327.22

В. И. КЛЮЧКО, канд. техн. наук, А. В. КОРОЛЕВ, канд. техн. наук, Л. С. СОРОКА, канд. техн. наук, В. М. ТИУНОВ

**ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ НАБОРОВ МИКРОПОЛИГРАММ  
ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ УСТРОЙСТВ ОТОБРАЖЕНИЯ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Основные показатели качества работы средств отображения систем управления зависят от способа формирования изображений. Один из эффективных способов — микрополиграммный синтез изображений [1], он полностью согласуется с алгоритмом поэтапного распознавания образов [2]. Содержание микрополиграммного синтеза изображений состоит в том, что обобщенную фигуру-полиграмму можно представить ориентированным связным графом  $G_0(M_0, E_0)$ , где  $M_0$  — вершины графа;  $E_0$  — ребра графа. На графе  $G_0(M_0, E_0)$  выбирается множество  $L$  подграфов  $G_r$  графа  $G_0(M_0, E_0)$ , которые обладают свойствами:

1. Множество  $L$  должно быть таким, что для любого наперед заданного суграфа  $G_r(M_0, E_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), где  $N$  — число символов алфавита, можно было бы найти такое подмножество  $L_1 \subset L$  подграфов  $G_r$ , что любая дуга из множества дуг  $E_k$  принадлежала бы и множеству дуг  $E_1$  подграфа  $G_r(M_1, E_1) = \bigcup_{r \in L_1} G_r(M_r, E_r)$  и подмножество дуг, не принадлежащих  $E_k$ , было бы минимальным:

$$\forall E_k \subset E_0 \exists [G_r(M_1, E_1), \overline{E_k \cap \left( \bigcup_{r \in L_1} E_r \right)} = \min]. \quad (1)$$

2. Подграф  $G_r(M_r, E_r)$  должен иметь цикл Эйлера. Следовательно, подграф  $G_r$  связный, т. е.

$$\forall m_j, m_k \in M_r [\exists S(m_j, m_k)], \quad (2)$$

где  $S$  — маршрут в графе, а все локальные степени его вершин четны;  $m_j$  —  $j$ -я вершина графа  $G_r(M_r, E_r)$ .

3. Существует вершина  $m_0$ , принадлежащая одновременно множествам вершин любого из подграфов  $G_r$ , т. е.

$$\exists m_0 \in M_r \forall r \in R. \quad (3)$$

Подграфы  $G_r$ , обладающие свойствами (1) — (3), называются элементарными, а соответствующая им траектория перемещения электронного луча — микрополиграммой. Микрополиграммы представляют собой элементарные фигуры, состоящие из элементов обобщенной фигуры.

**Определение 1.** Подмножество  $W$  подграфов  $G_r(M_r, E_r)$ , обладающих свойствами (1) — (3) и покрывающее полностью граф  $G_0(M_0, E_0)$ , называется функциональным набором элементарных графов, а соответствующие им траектории перемещения электронного луча — функциональным набором микрополиграмм.

**Определение 2.** Функциональный набор микрополиграмм называется однородным, если он состоит только из микрополиграмм с одинаковым числом ребер графа  $G_0(M_0, E_0)$ .

На этапе проектирования устройства формирования изображений (УФИ), реализующих микрополиграммный способ синтеза изображений, выявляют оптимальный функциональный набор микрополиграмм. Сложность выбора заключается в противоречивости критериев, по которым определяется оптимальный функциональный набор микрополиграмм. Так, для уменьшения информационных затрат необходимо, чтобы функциональный набор микрополиграмм был минимальным, а для сокращения времени формирования изображений его следует увеличить.

Таким образом, выбор оптимального подмножества  $W$  подграфов  $G_r(M_r, E_r)$  графа  $G_0(M_0, E_0)$  представляет собой задачу оптимального принятия решения. Наиболее адекватным решением поставленной задачи является алгоритм поэтапного распознавания объектов [2].

Точность сопоставления  $R$  для микрополиграммного синтеза изображений принимает следующий вид:  $R = 1 - 1/n_\Phi$ , где  $n_\Phi$  — число однореберных суграфов графа  $G_0(M_0, E_0)$ . Очевидно, что  $R \in [0, 1]$ . Физически это означает: чем больше элементов содержит обобщенная фигура, тем точнее форма символов или графиков, выводимых на экран дисплея, соответствует реальным объектам.

Задание точности  $R$  определяет требования к параметрам УФИ, таким, как информационные затраты, аппаратные затраты, быстродействие, надежность, достоверность, стоимость и др. Оценка точности  $R$  осуществляется на этапе проектирования УФИ, исходя из эргономических требований, области применения. Однако приблизить точность к 1 трудно: при этом  $n_\Phi \rightarrow \infty$ . Поэтому обоснование  $R$  на этапе проектирования УФИ, реализующих микрополиграммный синтез изображений, является важной задачей разработчиков средств отображения информации.

Точность сопоставления определяет время, затрачиваемое на операцию выбора:  $T = \Phi(R)$ .

Для микрополиграммного синтеза изображений время выбо-

ра определяется как  $T = \Phi(P)$ , где  $P$  — число простых циклов графа  $G_0(M_0, E_0)$ . В свою очередь,  $P$  зависит от сложности обобщенной фигуры, из которой синтезируются изображения. Конфигурации обобщенных фигур задают количество простых циклов, возможных на ней. Число простых циклов в графе  $G_0$  можно определить с помощью следующего алгоритма. Производим нумерацию всех ребер  $E_0$  данного графа. Далее строим граф-дерево. Вершину дерева помечаем  $m_0$ , из нее проводим ребра, число которых равно локальной степени вершины  $m_0$ , полученные вершины помечаем номерами ребер из графа  $G_0$ . Из вершины  $a_i$  дерева проводим  $\rho(m_i) - 1$  ребер и помечаем полученные вершины дерева номерами ребер графа  $G_0$ , исходящих и инцидентных вершине  $m_i$  этого графа. При возможном образовании простого цикла (т. е. возвращении в вершину  $m_0$ ) в дереве делаем отметку. Ветви дерева, начинающиеся с вершины, номер которой уже встречался в данном стволе дерева, отбрасывают и не рассматривают. Число стволов вновь построенного графа-дерева, которые заканчиваются вершинами, помеченными  $m_0$ , равно числу простых циклов на графе  $G_0$ .

Для графов, удовлетворяющих условиям (1)–(3), нижнюю оценку числа простых циклов можно определить из выражения

$$P = 2[\rho(m_0) - 1](q - v + 1), \quad (4)$$

где  $\rho(m_0)$  — локальная степень вершины  $m_0$ ;  $q - v + 1$  — цикломатическое число графа;  $v$  — число его вершин;  $q$  — число его ребер.

Усложнение структуры обобщенной фигуры приводит к резкому возрастанию количества возможных простых циклов, иными словами, к резкому возрастанию числа возможных конфигураций микрополиграмм, которое можно синтезировать из этой обобщенной фигуры.

Заданная точность сопоставления обуславливает число  $\psi$  микрополиграмм, выделенных для дальнейших сопоставлений:  $\psi = f(R)$ .

Для микрополиграммного синтеза изображений эта зависимость принимает вид  $\psi = P - R(P - 1)$ , где  $R$  — точность сопоставления;  $P$  — число простых циклов графа, соответствующего заданной обобщенной фигуре. В результате выполнения процедуры выбора находится не единственная микрополиграмма, а некоторое подмножество  $W$  микрополиграмм. Поэтому при достижении цели процедуры  $f(R_{зад})$  мы получаем функциональный набор микрополиграмм. Известно, что необходимым условием оптимизации процедуры выбора по времени является нелинейность хотя бы одной из функций  $\Phi(R)$  или  $f(R)$  [2]. Так как зависимость  $P$  от  $n_\psi$  является нелинейной, то и  $\psi = P - R(P - 1)$  носит нелинейный характер. Время выбора микрополиграмм на  $i$ -м этапе процедуры выбора  $T_i = P_i \Delta t$ , где  $P_i$  — коли-

чество микрополиграмм, из которых выбирается набор микрополиграмм для следующего этапа процедуры выбора;  $\Delta t$  — время, необходимое для оценки  $i$ -й микрополиграммы. Значение  $P_i$ , определяемое из выражения (4), зависит от  $n_0$  обобщенной фигуры. Обобщенная фигура, представленная графом  $G_0(M_0, E_0)$ , описывается такими параметрами, как  $\rho(m_0)$ ,  $v$ ,  $q$ . Эти параметры зависят от конфигурации обобщенной фигуры и, следовательно, определяются  $n_0$ . Таким образом, характер  $T_i$  является нелинейным, что дает возможность выбрать оптимальный набор микрополиграмм.

Для двухэтапной процедуры выбора функционального набора оптимизация по времени возможна при

$$P\Phi(P) |_{R_{зад}} > P\Phi(P_{12}) + f_2(P_{12})\Phi(P) |_{R_{зад}}$$

Рассмотренный подход к выбору оптимального функционального набора микрополиграмм позволяет, с одной стороны, сократить по времени процедуру выбора, а с другой — улучшить определяющие параметры (временные и информационные) УФИ в системах управления.

Список литературы: 1. Королев А. В., Сорока Л. С. О применении способа микрополиграммного синтеза изображений в терминальных устройствах ЭВМ. — Электрон. моделирование, 1981, № 2, с. 91—96. 2. Ключко В. И., Рассомаян С. Г. Алгоритм функционирования системы поэтапного распознавания образов. — Электрон. техника. Сер. 9. Экономика и системы упр., 1981, вып. 3(40), с. 34—37.

Поступила в редакцию 20.01.84.

---

УДК 624—34

А. Н. ГВОЗДИНСКИЙ, канд. техн. наук, А. Г. ДЬЯКОВ

**СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ В АСУ ТП  
ИЗГОТОВЛЕНИЯ ИЗДЕЛИЯ ИЗ ПЛАСТМАСС  
В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ НАБЛЮДАЕМОСТИ**

---

Одним из процессов, позволяющих получать изделия по безотходной технологии, является литье под давлением.

Изделие изготавливается за один цикл, качество его зависит от качества формы. Однако эти преимущества могут быть реализованы только при правильно подобранной технологии и при наличии системы управления, обеспечивающей поддержание параметров процесса на заданном уровне.

Основной регулируемый параметр в системе управления — подпорный слой. Он зависит от ряда технологических параметров, которые представляют собой случайные функции времени. Объект автоматизации является не полностью наблюдаемым.

Ряд параметров определяется по вероятностным оценкам в период функционирования системы, поэтому необходимо вводить адаптацию в процесс управления.

Исходя из анализа экспериментальных данных, можно считать, что изменение подпорного слоя  $x$  определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}x &= (k+1) = x(k) + u(k) + w; \\z(k+1) &= x(k) + v,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $x$  — размер подпорного слоя;  $u$  — управляющее воздействие;  $z$  — измеряемое значение подпорного слоя;  $v$  и  $w$  — гауссовские последовательности, определяющие воздействие помех с параметрами  $M(w) = M(v) = 0$ ,  $Dw = Q$ ,  $Dv = R$ .  $x(0)$  — случайная величина,  $M(x_0) = 0$ ;  $D(x_0) = P(x_0)$ .

Физические причины, обуславливающие колебания значения подпорного слоя, определяются физико-химическими свойствами материала, изменением условий протекания процесса, воздействием внешних условий, изменением агрегатного состояния вещества. Кроме того, дополнительно считаем, что  $x(k)$  — гауссовская последовательность с нулевым математическим ожиданием;  $x(k)$ ,  $z(k)$ ,  $w(k)$  — статистически независимы.

В целях упрощения примем, что заданное значение равно нулю.

Рассмотрим задачу управления на некотором конечном интервале времени  $[0, N]$ , где  $N$  — положительное целое число, посредством формирования последовательности управления  $\{u_{(k)}\}$  минимизирующий критерий качества

$$J_N = M \left\{ \sum_{i=1}^N F(x_i) \right\}, \quad (2)$$

где  $F$  — желаемая функция потерь.

Следуя работе [1], необходимо выбрать функцию потерь  $F(x)$ , чтобы минимизировать  $J_N$ . Учитывая, что возможные колебания параметров системы определяются нормальным законом [1] в качестве  $F(x)$  возьмем  $x^2$ . Такой выбор позволяет получить минимальное значение функции потерь [1].

Следовательно, критерий качества примет вид

$$J_N = M \left\{ \sum_{i=1}^N x_i^2 \right\}. \quad (3)$$

Исходя из физических особенностей технологического процесса, ограничения на управляющие воздействия не накладываются и в критерии качества не учитываются.

Обозначим  $V_N$  минимальное значение критерия качества и определим значение для  $u$  в момент  $N-1$ :

$$V_1 = \min_{u(N-1)} M \{x^2(N)\}. \quad (4)$$

Подставляя в (4)  $x(N)$ , из выражения (1) после упрощения имеем

$$V_1 = \min_u M \{(x + w + u)^2\} = \min_u M \{x^2 + 2xu + w^2 + u^2\}, \quad (5)$$

где  $x = x(N-1)$ ,  $w = w(N-1)$ ,  $u = u(N-1)$ . Учитывая свойство условного математического ожидания, состоящее в том, что  $M(x) = M(x|y)$ , перепишем (5) в следующем виде:

$$V_1 = \min_u M \{M[x^2 + 2xu + w^2 + u^2 | z(N-1)]\}, \quad (6)$$

Условие физической реализуемости требует, чтобы управление было детерминированной функцией  $x(0)$  и  $z(N-1)$  [2]. Рассмотрим слагаемое, в которое входит управление  $u$ :

$$\begin{aligned} M[2xu | z(N-1)] &= 2M[x | z(N-1) u]; \\ M[u^2 | z(N-1)] &= u^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Взяв производную по  $u$  в (7), приравняв ее нулю и подставив ранее введенные обозначения, найдем выражение для  $u$ :

$$u(N-1) = -M\{x(N-1) | z(N-1)\}.$$

Учитывая, что  $M\{x(N-1) | z(N-1)\}$  является текущей оптимальной оценкой [2], получаем

$$u(N-1) = -\bar{x}(N-1/N-1). \quad (8)$$

Следовательно, качество управления зависит от оценки текущего состояния системы, выполненной на основе результатов измерений.

В системах управления, как правило,  $x(k)$  определяют с помощью  $z(k)$ , однако в этом случае должно быть достоверно известно, что ошибки измерений отсутствуют. Для более эффективного управления необходимо учитывать возможные помехи в канале измерения.

При выяснении текущего состояния целесообразно пользоваться фильтром Калмана,  $x(k)$  находят для системы (1) из соотношений

$$\begin{aligned} \bar{x}(k/k) &= \bar{x}(k-1/k-1) + u(k-1) + k(k) [z(k) - \\ &\quad - \bar{x}(k-1/k-1) - u(k-1)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку  $u(k-1) = -\bar{x}(k-1/k-1)$ , то (9) сводится к равенству

$$\bar{x}(k/k) = K(k) z(k). \quad (10)$$

Через параметры системы выражают  $K(k)$  [2, 3]:

$$K(k) = \frac{P(k-1/k-1) + Q}{P(k-1/k-1) + Q + R}, \quad (11)$$

начальное условие  $P(0/0) = P(0)$ .

Использование соотношений (9) — (11) позволяет оптимальным образом определить состояние  $x$  и, следовательно, постро-

ить управление. Однако в условиях производственных помех, неточности работы исполнительных механизмов помеха  $v(k)$  не является чисто гауссовской [4]. Одна из возможных моделей, описывающих помеху, в измерениях представляется в виде

$$v(k) = (1 - x_k) \tilde{v}_k + x_k \tilde{\delta}_k. \quad (12)$$

Последовательность  $\{x_k, k = 1, 2, 3\}$  не зависит от  $\omega(k)$ ,  $\tilde{\delta}_k$ . Случайные величины  $x_k$  могут принимать лишь два значения 0 или 1 с  $P(x = 1) = q$  и независимы в совокупности.

Будем считать, что  $\{\tilde{v}_k, \tilde{\delta}_k\}$  являются гауссовскими и обладают следующими характеристиками:

$$\begin{aligned} M\tilde{v}_k &= M\tilde{\delta}_k = 0; \\ D(\tilde{v}_k) &= R\delta(k, s); C_0\delta(\omega_k, \tilde{v}_k) = 0; \\ C_0\delta(\tilde{v}_k, \tilde{\delta}_s) &= D\delta(k, s). \end{aligned} \quad (13)$$

Определим  $C_0\delta(v_k, v_s) = [R(1 - q)^2 + Dq^2]\delta(k, s)$ . Рассмотрим случай, когда  $q$  достаточно мало и

$$Dq^2 \gg R(1 - q)^2 + C_0\delta(x_k, x_s). \quad (14)$$

Соотношение (14) описывает ситуацию, когда наблюдение «загрязняется» редко появляющимися мощными помехами. Такая схема «загрязнения» канала наблюдения — один из частных случаев при построении робастных оценок [5]. В этом случае можно рассмотреть фильтр Калмана для оценки  $x(k)$  по измерениям  $z(k)$ . Фильтр Калмана для системы (1) с учетом (12):

$$\bar{x}(k/k) = \frac{P(k-1/k-1) + Q}{P(k-1/k-1) + Q + R(1-q)^2 + Dq^2} z(k). \quad (15)$$

Поскольку последовательность (12) не является гауссовской, линейные оценки, даваемые фильтром, можно улучшить. Следуя [4], рассмотрим ситуацию, когда помимо  $z(k)$  измерению доступны  $x(k)$ .

В этом случае выражение для фильтра Калмана запишем так:

$$\bar{x}(k/k) = \frac{P(k-1/k-1) + Q}{P(k-1/k-1) + Q + R(1-x_k)^2 + Dx_k^2} z(k). \quad (16)$$

Из соотношения (16) видно, что при появлении «загрязняющей» помехи  $x_k$  коэффициент усиления фильтра уменьшается и оценка  $\bar{x}(k/k)$  зависит от наблюдаемого значения.

Для нормальной работы системы необходимо оценивать  $x_k$ .

Для наблюдаемого значения  $z(k)$  можно построить условные функции распределения  $P(z(k) < y/x_k = 1)$  и  $P(z(k) < y/z_k = 0)$ . Так как данные величины являются гауссовскими, то они характеризуются параметрами  $(0, Dx + D)$  и  $(0, Dx + R)$  соответственно.

Зададим константу  $k$  условием

$$P(z_k \geq k/x_k = 0) = \alpha, \quad (17)$$

где  $\alpha$  — заданное число. С учетом (14) вероятность  $P(z(k) \geq k/x_k = 1) = \beta$  (18) близка к 1.

Значения  $x_k$  рассчитаем следующим образом:

$$\bar{x}_k = \begin{cases} 1, & \text{если } z(k) \geq k; \\ 0, & \text{если } z(k) < k. \end{cases} \quad (19)$$

Вероятность ошибки в определении  $\bar{x}_k$  найдем из соотношений

$$P(x_k \neq \bar{x}_k) = P(\bar{x}_k = 1/x_k = 0);$$

$$P(\bar{x}_k = 0, x_k = 1) = (1 - q) P(\bar{x}_k = 1/x_k = 0);$$

$$qP(\bar{x}_k = 0/x_k = 1) = (1 - q)(1 - \beta) + q\alpha.$$

Окончательное выражение для оценки запишется так:

$$\bar{x}(k/k) = \frac{P(k - 1/k - 1) + Q}{P(k - 1/k - 1) + Q + R(1 - \bar{x}_k)^2 + Dx_k^2} z(k). \quad (20)$$

Если (14) не выполняется, то данный фильтр тоже можно использовать, однако  $k$  следует определять исходя из статистических свойств наблюдаемого процесса.

Например, рассмотреть приращения  $z(k+1) - z(k) = \Delta k + 1$  на каждом шаге и исходя из среднего приращения задать значение  $k$ .

В системе управления переработкой пластмасс значение  $v$  физически определяется и нестабильностью работы различных исполнительных устройств (например, регулятора, давления масла).

В этом случае можно не оценивать  $x_k$ , а контролировать работу исполнительных устройств. При поступлении от исполнительного устройства сигнала о том, что параметр вышел за пределы допуска, значение  $x_k$  принимается равным 1, т. е. имеет место искажение информации, и данное измерение не является достоверным.

Для реализации подобного управления целесообразно использовать системы управления, построенные на базе микроЭВМ: они позволяют осуществить необходимые вычислительные операции и оперативно контролировать работу исполнительных устройств.

Список литературы: 1. Цивкин Я. З. Оптимизация в условиях неопределенности. — Докл. АН СССР, 1976, 228, № 6, с. 1306–1309. 2. Медия Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. — М.: Энергия, 1973. — 440 с. 3. Фильтрация и статистическое управление в динамических системах/Под ред. Е. В. Ершова. — М.: Мир, 1980. — 408 с. 4. Ершов А. А., Ланцер Р. Ш. Робастный фильтр Калмана в дискретном времени. — Автоматика и телемеханика, 1978, № 3, с. 60–69.

Поступила в редакцию 02.07.84.

*В. Б. ШИФРИН*, канд. техн. наук**ИНТЕГРИРОВАННЫЕ САПР АСУ ТП  
С АЛЬТЕРНАТИВНЫМ САМОКОНТРОЛЕМ**

Системы автоматизированного проектирования (САПР) в основном предназначены для решения отдельных задач (тепловой расчет, размещение блоков, трассировка кабелей, выпуск смет и пр.) \*. Исходные данные для таких САПР подготавливает проектировщик, он же получает результаты в виде таблиц или машинных форм проектных документов. Поскольку специалист всегда в таких случаях знает, что он должен получить, а объем выходных данных относительно невелик, контроль этих данных сложности не представляет.

Иная ситуация складывается при внедрении интегрированных САПР. В интегрированных САПР проектировщик подготавливает относительно небольшое по объему задание системе, а затем отдельные программы (подсистемы), последовательно выполняет расчеты со все большим объемом данных. Связь программ осуществляется через базу оперативных проектных данных.

Примером подобных интегрированных САПР служит система САПФИР, в которой последовательно проектируются и выпускаются следующие проектные документы: схема структурная системы телемеханизации (ТМ); схема функциональная ТМ; заказные спецификации (6 видов); схемы внешних подключений; журналы электрических и трубных проводов.

Опыт разработки и внедрения трех версий САПР САПФИР в газовой промышленности показал, что на использование систем в проектных институтах влияют два задерживающих фактора: разрыв привычной связи проектировщика с промежуточными результатами проектных расчетов и сложность контроля документов (чертежей, спецификаций) готового проекта. Выявление ошибок, допущенных проектировщиком при подготовке задания для САПР, часто возможно только после окончания автоматизированного проектирования и приводит к повторному запуску САПР.

В результате, хотя с помощью САПР проектные документы могут быть получены в 20—30 раз быстрее, чем традиционным (ручным) способом, реальное ускорение не превышает 2—3 раз.

\* Скурихин В. И., Дубровский В. В., Шифрин В. Б. Автоматизация проектирования комплекса средств автоматизации.— К.: Наук. думка, 1981.— 470 с.

Кроме того, значительно увеличивается нагрузка на проектировщиков высшей квалификации — руководителей групп.

Чтобы исключить первый фактор задержки в САПР АСУ ТП САПФИР-81, была введена связь проектировщика с системой через дисплей. По вызову на экран выдаются промежуточные данные после каждого этапа расчета, и счет возобновляется после их одобрения проектировщиком. Чтобы устранить второй задерживающий фактор, были пересмотрены задачи, решаемые в САПР, и существенно усложнены программы системы. На основе анализа работы квалифицированных проектировщиков — руководителей групп было выяснено, что в ходе проверки материалов готового проекта они никогда не повторяют расчетов, выполняемых инженерами-проектировщиками. Большой опыт, накопленный в процессе проектирования, наладки и эксплуатации реальных АСУ ТП, позволяет квалифицированным специалистам представлять (мысленно моделировать) объект и систему управления, прогнозируя их будущую работу (устойчивость, точность, надежность и пр.). Тем самым являются все ошибки инженеров-проектировщиков: методологические, расчетные, описки, ошибки в задании и пр.

Поскольку руководитель группы при контроле не прибегает к стандартным расчетным методам инженера-проектировщика, далее такой подход называется альтернативным самоконтролем. Соответственно в САПР АСУ ТП была добавлена подсистема альтернативного самоконтроля, основанная на методах моделирования. Для ее работы используется информация двух типов, полученная в ходе расчетов САПР: оперативная (данные о проектируемой АСУ ТП) и нормативная (математические описания элементов технологических объектов и систем управления).

В ходе моделирования имитируется деятельность объектов технологического процесса в их взаимосвязи, датчиков, вторичных приборов, преобразователей, узлов УВМ и алгоритмов (или программ) контроля и управления. Для достаточно полного контроля спроектированной системы телемеханики (или АСУ ТП) должны имитироваться как стационарные, так и переходные процессы. Применительно к магистральным газопроводам и системам ТМ необходимо определять случайные и систематические ошибки измерения технологических параметров, время запаздывания передачи измеряемой величины (при аварийном режиме) и время запаздывания управляющих воздействий (в режиме дистанционного управления).

Если ошибки и запаздывания не превышают заданных, вероятность появления пропуска в проекте датчиков и управляющих устройств уменьшается. Наличие излишних устройств выявляют с помощью сложной итеративной процедуры многовариантного проектирования и контроля (обычно такую проверку в системе можно не выполнять, оставив ее проектировщику).

Для имитации стационарного режима в модели необходимо

генерировать случайные внешние воздействия, отображающие периодические и стохастические колебания нагрузки газопровода, а также колебания температуры газа и окружающей среды (грунта для датчиков, воздуха — для устройств телемеханики). Имитация аварийного режима заключается в наложении на стационарный фон импульсного воздействия, имитирующего разрыв трубы газопровода. Дополнительно можно определить ошибки контроля технологических параметров в случае выхода из строя каких-либо датчиков и (или) исполнительных устройств. При имитации режима дистанционного управления на фон стационарных колебаний накладываются случайные события — подача управляющих воздействий. Модель позволяет в этом случае определить время задержки между моментом подачи сигнала на ТМ и моментом полного закрытия (открытия) дистанционно управляемого крана.

Для интегрированной САПР САПФИР-81 была разработана программа альтернативного самоконтроля КОСМОС (комплексная система моделирования систем).

Программа КОСМОС состоит из набора модулей, моделирующих статические и динамические технологические процессы в объектах газовой промышленности: участках магистральных газопроводов, скважинах, газораспределительных узлах, компрессорных агрегатах, кранах и пр. Отдельная группа модулей имитирует работу датчиков давления, температуры, расхода и состава транспортируемого газа, а также работу исполнительных устройств.

Программы контроля и управления, написанные на УВМ на языке высокого уровня, имитации не требуют и используются после их перетрансляции на ЕС ЭВМ. Группа модулей КОСМОС осуществляет имитацию стандартного или аварийного (нестационарного) режима работы трубопровода. Рассчитанные мгновенные значения, средние дисперсии технологических параметров распечатываются в виде таблиц и графиков на АЦПУ.

Тем самым САПР с альтернативным самоконтролем облегчает и ускоряет работу всех сотрудников проектного подразделения. Значительное увеличение расходов машинного времени на работу имитационных программ (несколько часов и более на проект) компенсируется повышением качества проектных решений и их безошибочностью.

*Поступила в редакцию 02.07.84.*

**АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА РАЗМЕЩЕНИЯ  
ЭЛЕМЕНТОВ РЭА НА КОММУТАЦИОННОМ ПОЛЕ**

Размещая элементы РЭА на коммутационном поле, важно обеспечить наиболее благоприятные условия для последующей трассировки. С этой целью предпринята попытка минимизировать некоторую функцию цели, учитывающую определенные характеристики трассируемых цепей в едином скалярном выражении.

Пусть на коммутационном поле размещаются  $N$  элементов. Размещение их может быть описано вектором параметров размерности  $3N$ :  $X = (x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N, \theta_1, \dots, \theta_N)$ , где  $x_i, y_i$  — координаты некоторой заданной точки (полюса)  $i$ -го элемента в системе координат, жестко связанной с коммутационным полем;  $\theta_i$  — угол поворота  $i$ -го элемента относительно начальной ориентации. Если одновременно минимизируются  $n$  характеристик  $q_i = q_i(X)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) качества расположения цепей, то обобщенные критерии строятся обычно по следующим схемам.

1) Взвешенные суммы. К этой группе критериев относятся критерий суммарной длины цепей и его обобщение — критерий взвешенной суммарной длины цепей, критерий взвешенной суммарной плотности цепей по сечениям коммутационного поля [1]. Рассматриваемые критерии представимы в виде

$$f(q) = \sum_{i=1}^n \lambda_i q_i(X), \quad (1)$$

где  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ ,  $\lambda_i > 0$  ( $i = \overline{1, n}$ ). Коэффициенты  $\lambda_i$  при этом возможно интерпретировать как показатели относительной важности учитываемых характеристик.

2) Максимальная взвешенная характеристика. Примерами являются критерий длиннейшей связи, критерий максимальной плотности цепей по сечениям [4]:

$$f(q) = \max_{1 \leq i \leq n} \lambda_i q_i(X). \quad (2)$$

3) Взвешенные суммы с порогом. В данном случае в обобщенном критерии учитываются только характеристики со значениями выше некоторого порогового. Такой подход нашел выражение, например, в критерии суммарной длины цепей, превышающем заданную длину, в критерии суммы удельных плотностей цепей, превышающем пороговую плотность [3]:

$$f(q) = \sum_{i=1}^n \lambda_i (q_i(X) - \bar{q}_i)_{++} \quad (3)$$

где  $\bar{q} = (\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n)$  — пороговые значения характеристик;  
 $(q_i(X) - \bar{q}_i)_+ = \max(0, q_i(X) - \bar{q}_i)$ .

4)  $s$ -свертки. Для подсчета оценок суммарной длины цепей предлагалось [4] использовать критерии вида

$$f(q) = \left( \sum_{i=1}^n (\lambda_i q_i(X))^s \right)^{1/s}, \quad s > 1, \quad (4)$$

либо аналогичные им критерии

$$f(q) = \sum_{i=1}^n (\lambda_i q_i(X))^s, \quad s > 1. \quad (5)$$

При этом, помимо суммарной длины, косвенно учитывалась и максимальная длина цепей.

Обычно весь процесс постановки и решения задач конструкторского проектирования с функциями цели вида (1) — (5) рассматривается с позиций теории скалярной оптимизации. Однако задачи такого типа являются по своей природе многокритериальными. Поэтому рассмотрение их с определенных общих позиций, а также объяснение ряда результатов и эвристических приемов, используемых при их решении, возможно только в рамках теории векторной оптимизации.

Если в  $m$ -мерном евклидовом пространстве независимых переменных  $R^m$  определены  $n$  критериев качества, т. е. задано отображение  $q(X) = (q_1(X), q_2(X), \dots, q_n(X))$   $m$ -мерного евклидова пространства  $R^m$  в  $n$ -мерное евклидово пространство  $R^n$ :  $R^m \rightarrow R^n$  (6) и  $G \subseteq R^m$  — множество допустимых значений независимых переменных, тогда существует множество достижимых значений критерия  $Q = q(G) \subseteq R^n$ . Точку  $X \in R^m$  называют точкой Парето для отображения  $q$ , если не существует приращений  $\Delta X$ , таких, что  $q_i(X + \Delta X) < q_i(X)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где строгое неравенство выполняется по крайней мере для одного из критериев  $q_i$ . Множество всех точек Парето  $P \subseteq G$  образует так называемую область компромиссов в пространстве параметров. Пусть  $q_i(X) > 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $X \in G$ .

Процесс оптимизации предполагает наличие отношения предпочтения  $<$  на множестве  $G$ . Функцию  $f(X): G \rightarrow R^1$ , такую, что  $X' < X'' \Rightarrow f(X') < f(X'')$ , называют функцией полезности, и выражения (1) — (5) выполняют, по сути дела, роль функций полезности. Нетрудно показать, что все решения, полученные минимизацией выражений (1) — (5) (кроме, быть может, выражения (3)), парето-оптимальные, т. е. невозможно дальнейшее одновременное улучшение характеристик всех цепей. Изменяя коэффициенты  $\lambda_i$ , мы можем получать различные точки множества  $P$  (или множества  $\bar{Q} = q(P) \subseteq Q$ ). Очевидно, что минимаксный подход (использование в качестве функции полезности  $\infty$ -нормы) к задаче отыскания точек Парето наиболее естественен, так как в самом определении этих точек не-

явно заложено понятие минимакса. Подход заключается в определении

$$X^* = \arg \min_{x^*, x \in Q} \max_{1 \leq i \leq n} \lambda_i q_i(X), \quad (8)$$

или в терминах пространства значений критериев  $K^a$ :

$$Y^* = \arg \min_{y^*, y \in Q} \|\lambda Y\|_{\infty}, \quad (9)$$

где  $\lambda Y = (\lambda_1 y_1, \dots, \lambda_n y_n)^T$ . Поверхности уровня функции  $\|\lambda Y\|_{\infty}$  представляют собой  $n$ -мерные параллелепипеды с центром в начале координат, и выражение (9) означает, что ищется наименьший из них, пересекающий множество  $Q$ . Точка пересечения и является искомой точкой  $Y^* = q(X^*)$ . Изменяя коэффициенты  $\lambda_i$ , меняем форму параллелепипедов и, следовательно, точку пересечения  $Y^*$  [5]. Основное достоинство минимаксного подхода состоит в том, что он позволяет получить все точки Парето. Описано нахождение точек Парето с помощью функций полезности другого вида. Качество функций оценивается, во-первых, сложностью процесса оптимизации, т. е. сложностью рельефа поверхности оптимизируемой функции; и, во-вторых, тем, насколько точно поверхности уровня оптимизируемой функции повторяют поверхности уровня  $\infty$ -нормы (от этого зависит, какие точки Парето могут быть получены при данном подходе). Проанализируем с этих позиций приведенные выше схемы критериев размещения.

1) Взвешенная максимальная характеристика. Наиболее естественный подход. При соответствующем подборе коэффициентов  $\lambda_i$  минимизация критериев данного вида позволяет получить любую точку Парето. Иными словами, все варианты размещения, найденные, например, минимизацией взвешенной суммарной длины цепей, заведомо могут быть определены минимизацией длиннейшей взвешенной цепи. (Более того, возможно даже установить соотношение между весовыми коэффициентами этих двух подходов [5], представляющее, впрочем, лишь теоретический интерес). Недостатки подхода — условный характер минимизации и овражность функции полезности.

2) Взвешенные суммы. Достоинства — безусловный характер и простота оптимизации, так как функция полезности — линейна (относительно частных критериев  $q_i$ ). Однако поверхности уровня данной функции (гиперплоскости в  $n+1$ -мерном пространстве) значительно отличаются от поверхностей уровня  $\infty$ -нормы, поэтому в случае, когда множество  $Q$  невыпукло (точнее, невыпукла его «юго-западная» граница), не все точки Парето могут быть получены. Минимизацией функции (1) определяются только точки множества

$$\hat{P} = \{X | X \in P, q(X) \in \partial H(Q)\}, \quad (10)$$

где  $H(Q)$  — выпуклая оболочка множества  $Q$ ;  $\partial H(Q)$  — ее граница. Так как в задачах размещения множество  $Q$  существенно невыпукло (вследствие сложных геометрических ограничений), то применение в качестве функции полезности взвешенных сумм характеристик целей может привести к потере ряда парето-оптимальных решений.

3) Взвешенные суммы с порогом. Этот подход является, по сути дела, интуитивной реализацией обобщенной пороговой функции полезности [6], однако решения, получаемые минимизацией выражения (3), не всегда парето-оптимальны (в зависимости от конкретных значений  $\bar{q}_i, i = \overline{1, n}$ ). Более точно выражение (3) следует записать в виде

$$f(\bar{q} - q) = -u((\bar{q} - q)_+) + \rho \| (q - \bar{q})_+ \|, \quad \rho > 0, \quad (11)$$

где  $u((\bar{q} - q)_+)$  — некоторая функция полезности для случая

$$q \in \bar{q} + R_+^n; \quad u((\bar{q} - q)_+) > 0 \quad \text{и} \quad u((\bar{q} - q)_+) = 0,$$

если некоторые из компонент  $(q - \bar{q})_+$  равны нулю,  $R_+^n = \{q \in R^n: q_1 < 0, \dots, q_n < 0\}$ . Такой подход больше способствует выравниванию частных критериев, чем взвешенные суммы, так как поверхности уровня этой функции лучше аппроксимируют поверхности уровня  $\infty$ -нормы. Однако эффективное использование функций такого вида предполагает соответствующий подбор не только коэффициентов  $\lambda_i$ , но и пороговых значений  $\bar{q}_i$ , что представляет определенную трудность.

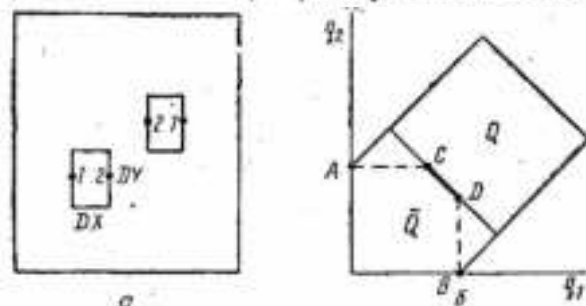
4)  $s$ -свертки. Использование функций полезности такого вида аналогично применению  $s$ -норм вместо  $\infty$ -нормы в (9). В случае невыпуклости юго-западной границы множества  $Q$  минимизацией  $s$ -сверток возможно построить конечную  $\varepsilon$ -сеть для множества Парето (а при некоторых дополнительных условиях и для множества  $\bar{Q} = q(P)$ ) при фиксированном  $s(\varepsilon)$  для любого  $\varepsilon > 0$ . При  $s \rightarrow \infty$  подход совпадает с минмаксным, однако быстро растет овражность функции полезности.

Невыпуклость множества  $Q$  в задачах размещения проиллюстрируем на следующем простом примере.

Пусть на прямоугольном коммутационном поле необходимо разместить два одинаковых прямоугольных модуля со сторонами длины  $DX$  и  $DY$  (см. рисунок, а).  $DX < DY$ , повороты модулей запрещены. Необходимо минимизировать длины соединений  $q_1$  и  $q_2$  между точками 1—1 и 2—2 соответственно, оцениваемые в ортогональной метрике. Тогда достижимое множество  $Q$  будет иметь вид, изображенный на рисунке, б. Множество  $\bar{Q}$  включает точки  $A, B$ , а также отрезок  $CD$ . При этом минимизацией взвешенных сумм могут быть получены только точки  $A$  и  $B$ .

Так как в задачах размещения часто требуется обеспечить примерное равенство оптимизируемых характеристик, достижи-

мое множество в общем случае невыпукло, а применяемые алгоритмы в большинстве своем имеют комбинаторный характер и не требуют дифференцируемости критерия качества, представляется наиболее целесообразным выбирать в качестве критерия максимальную взвешенную характеристику. Опыт эксплуатации подсистемы конструкторского проектирования микросборок показал, что при минимаксной форме критериев можно более равномерно расположить цепи на коммутационном поле по сравнению с формой взвешенных сумм. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению количества перекрестков цепей при фиксированном количестве слоев



Достижимое множество  $Q$  в задаче размещения двух модулей

либо к уменьшению количества слоев для 100% трассировки цепей.

Рассмотрение критериев качества размещения с позиций теории многокритериальной оптимизации, таким образом, позволяет проанализировать критерии в рамках некоторого общего подхода, обобщить и объяснить полученные ранее результаты, а также дает методологическую основу для построения новых схем критериев, удовлетворяющих требуемым свойствам.

Список литературы: 1. Gupta H., Sharma J. A two-dimensional placement algorithm for the layout of electric circuits.—Microelectronics and reliability, 1980, 20, № 3, p. 323—328. 2. Палувецкие Г. С. Задача размещения элементов в минимаксной постановке.—Вычисл. техника, 1970, 10, с. 74—77. 3. Odumara G. Arbitrarily-sized module location technique in the LOP system.—19th Des. Autom. Conf. Proc., 1982, p. 718—726. 4. Петренко А. И., Темельбаев А. Я. Формальное конструирование ЭВА.—М.: Сов. радио, 1979.—256 с. 5. Brayton R. K. Multiple objective optimization.—Circuit Theory and Design, Proc. Eur. Conf., The Hague, 1981, p. 64—68. 6. Wierzbicki A. P. A methodological guide to multiobjective optimization.—Lect. Notes, Contr. and Inform. Sci., 1980, 22, p. 99—123.

Поступила в редакцию 31.01.85.

### К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ГИБКОГО ПРОИЗВОДСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА

Рассмотрим в постановочном плане оценку надежности гибкого производственного комплекса ГПК и построим математическую модель ее приближенных вычислений.

Известно [1], что гибкий производственный комплекс включает управляющий вычислительный комплекс (УВК), систему программного обеспечения (СПО), станки с числовым программным управлением (СЧПУ), транспортные средства (ТС), вспомогательные средства и оборудование (ВСО).

Надежностью ГПК будем называть свойство комплекса сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих выполнение требуемых функций в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов и хранения (ГОСТ 27.002—83). Под выполнением требуемых функций понимается способность комплекса к выпуску продукции заданного объема, номенклатуры, качества с заданными технико-экономическими показателями.

Рассмотрим приближенные методы оценки надежности каждого из перечисленных ранее элементов ГПК. Начнем с УВК.

Для оценки надежности используем комплексный критерий — коэффициент оперативной готовности  $K_{o,r}(t)$ , отражающий способность УВК к выполнению своих функций, т. е. готовность и его безотказность во время эксплуатации.

Следовательно, без учета резервирования

$$K_{o,r}(t) = K_r(t) P_{УВК}(t),$$

где  $K_r(t)$  — коэффициент готовности управляющего вычислительного комплекса;  $P_{УВК}(t)$  — вероятность безотказной работы.

В свою очередь,

$$P_{УВК}(t) = P_{ЭВМ}(t) P_{УСО}(t) P_n(t),$$

где  $P_{ЭВМ}(t)$  — вероятность безотказной работы электронного оборудования (ЭВМ) в процессе эксплуатации за время  $t$ ;  $P_{УСО}(t)$  — вероятность безотказной работы средств связи ЭВМ с объектами управления и пультом оператора;  $P_n(t)$  — вероятность безотказной работы по перемежающимся отказам.

Перейдем к определению надежности программного обеспечения. Программное обеспечение складывается из стандартного обеспечения, которое поставляется вместе с ЭВМ, и специального программного обеспечения, которое разрабатывается пользователем ЭВМ в соответствии с потребностями или

задачами управляемой системы. С помощью стандартного и специального математического обеспечения создается алгоритм управления, позволяющий вырабатывать необходимые управляющие воздействия. Следовательно, надежность программного обеспечения может быть выражена через надежность алгоритма, который, в свою очередь, определяется информационной, программной и вычислительной надежностью [2]:

$$P_A(t) = P_n(t) P_p(t) P_v(t),$$

где  $P_n(t)$  — информационная надежность, отражающая свойство алгоритма выполнять функции при ошибках в исходных данных,  $P_p(t)$  — программная надежность, отражающая свойство безошибочной программной реализации алгоритма;  $P_v(t)$  — вычислительная надежность, отражающая свойство алгоритма выполнять управляющие функции при наличии перемежающихся отказов, вызванных несовершенством программ и недостаточной глубиной их контроля.

Особенность оценки надежности ГПК состоит в том, что в процессе его функционирования используются различные алгоритмы, причем один и тот же алгоритм привлекается многократно или несколько алгоритмов управления выполняются одновременно. Следовательно, возможно применение нескольких математических моделей надежности. Предположим, что программа выполнения плана рассчитана на время  $t$ . За это время изготавливается последовательно  $n$  изделий. Время на изготовление каждого изделия  $\tau_i$  точно регламентировано и заложено в алгоритм управления, тогда вероятность выполнения алгоритма

$$P_A(t) = P_{A1}(\tau_1) \cdot P_{A2}(\tau_2/\tau_1) \dots P_{An}(\tau_n/\tau_{n-1}),$$

где  $P_A(\tau_i/\tau_{i-1})$  — условная вероятность выполнения алгоритма управления при изготовлении  $i$ -го изделия.

Предположив, что до включения в работу каждый алгоритм был исправлен,  $P_A(t)$  можно рассматривать как результат совмещения независимых событий:

$$P_A(t) = P_{A_1}(\tau_1) P_{A_2}(\tau_2 - \tau_1) \dots P_{A_n}(\tau_n - \tau_{n-1}).$$

Зная функцию плотности отказов, вероятность безотказной работы легко вычислить, например, так:

$$P_{A_i} = 1 - \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} f_i(\tau_i - \tau_{i-1}) d\tau,$$

где  $f_i(\tau_i - \tau_{i-1})$  — функция плотности распределения отказов в процессе работы алгоритма.

Если учитывать уменьшение надежности алгоритма в процессе его ожидания до включения в работу, то

$$P_{A_i} = 1 - \int_0^{\tau_{i-1}} f_i(\tau_{i-1}) d\tau + \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} f_i(\tau_i - \tau_{i-1}) d\tau.$$

Таким образом, при учете зависимости событий будет получена нижняя оценка надежности, а без учета зависимости событий — ее верхняя оценка.

В производственном процессе возможно возникновение таких ситуаций, когда намеченная программа не выполнима. Чтобы предотвратить простой комплекса, предусматривают динамическое резервирование программного обеспечения, позволяющее выбирать такой алгоритм управления, который обеспечивает непрерывность работы ГПК. Следовательно, кроме алгоритма управления учетом надежность алгоритма динамического резервирования, т. е.

$$P_{\text{по}}(t) = P_A(t) P_D(t),$$

где  $P_D(t)$  — вероятность безотказной работы алгоритма динамического резервирования.

Перейдем к оценке надежности управляемой системы, т. е. станков с ЧПУ, транспортных средств и вспомогательного оборудования, включая склады заготовок и готовых изделий. В данном случае справедлива гипотеза совмещения независимых событий. Тогда без учета резервирования вероятность безотказной работы управляемой системы

$$P_{\text{ус}}(t) = K_{\text{гус}}(t) P_{\text{счпу}}(t) P_{\text{во}}(t),$$

где  $K_{\text{гус}}(t)$  — коэффициент готовности;  $P_{\text{счпу}}(t)$  — вероятность безотказной работы станков с ЧПУ;  $P_{\text{во}}(t)$  — вероятность безотказной работы транспортных средств и вспомогательного оборудования.

Математические модели надежности отдельных элементов ГПК позволяют составить общую математическую модель надежности комплекса для ее верхней и нижней оценок, а также с учетом динамического резервирования

$$P_{\text{гпк}}(t) = K_{\text{ог}}(t) P_A(t) P_{\text{ус}}(t),$$

$$\text{или } P_{\text{гпк}}(t) = K_{\text{ог}}(t) P_{\text{по}}(t) P_{\text{ус}}(t).$$

Чтобы определить надежность ГПК и выявить степень влияния различных факторов, целесообразно построить имитационную модель и, задавшись пределами вариации факторов или потоками отказов, оценить область изменения надежности ГПК для различной интенсивности и видов воздействий.

Описанная методика оценки надежности ГПК является приближенной, так как она не учитывает ряд факторов, влияющих на надежность, например, из рассматриваемой структуры исключен обслуживающий персонал, не учтено влияние окружающих производственных систем, старение оборудования и т. д.

Однако для упрощенных расчетов на стадиях эскизного проектирования предлагаемая методика оценки надежности может быть полезной.

Список литературы: 1. Гибкие производственные комплексы/Под ред. П. Н. Белянина и В. А. Лещенко.— М.: Машиностроение, 1984.— 334 с. 2. Карповский Е. Я., Силач В. В., Чернецкий А. А. Надежность алгоритмов управления.— К.: Техника, 1983.— 111 с.

Поступила в редколлегию 19.11.84.

---

УДК 681.325.3

В. В. СВИРИДОВ, д-р техн. наук, О. И. ФИЛИППЕНКО

ДЕКОДЕР СИГНАЛОВ ОДНОГО КЛАССА

---

Повышение эффективности передачи и помехоустойчивости — основные требования, предъявляемые к системам передачи и обработки информации. Однако эти требования противоречивы: для повышения эффективности необходимо расширить полосу канала связи, что в свою очередь приводит к понижению помехоустойчивости.

Помехи — посторонние электрические возмущения, накладывающиеся на передаваемый сигнал и искажающие его. Основные виды помех: перекрестные — от близко расположенных по частоте станций; промышленные, обусловленные функционированием различных электрических устройств с мощным электромагнитным излучением; атмосферные, вызванные электрической деятельностью атмосферы; флуктуационные, возникающие вследствие теплового движения электронов.

Флуктуационные помехи представляют собой обычно белый шум или гауссов шум, принципиально не могут быть устранены тепловые шумы сопротивлений и полупроводниковых приборов, дробовой эффект электронных ламп, космические и атмосферные помехи и т. п. [2]. Средний квадрат переменного флуктуационного напряжения задается формулой Найквиста:

$$\bar{E}^2 = 4kTRF,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана  $1,37 \cdot 10^{-23}$  Дж/К;  $T$  — абсолютная температура, которую имеет сопротивление  $R$ ;  $F$  — полоса частот [1].

Таким образом, при прочих равных условиях среднее значение флуктуационного напряжения пропорционально  $\sqrt{F}$ , где  $F$  — полоса частот. А это значит, что в узкополосных системах можно получить большую чувствительность приемного устройства, чем в широкополосных.

Ограничивают спектр в технике связи с учетом допустимого значения искажения сигнала. Считается, что для получения удовлетворительной формы сигнала достаточно сохранить гармоники до третьей включительно.

Можно подсчитать ширину спектра телеграфного сигнала. Спектр укладывается в интервал от нуля до частоты  $3f$ , где  $f = 1/T$  — частота манипуляции для периодического сигнала с периодом  $T$ . Частота манипуляции зависит от скорости передачи. По максимальным оценкам в секунду передается 200 импульсов. Это и есть частота манипуляции. Итак, ширина спектра телеграфного сигнала в нашем примере составляет  $f$ .

Чтобы речь была разборчива, достаточно передать спектр от 300 до 3400 Гц. Следовательно, полоса частот равна 3100 Гц, что почти в 5,2 раза шире полосы при телеграфии. В связи с этим шумы возрастают в  $\sqrt{5,2} = 2,27$  раза по сравнению с телеграфией и на такое же значение снижается чувствительность. При телеграфии мощность передатчика полностью расходуется на передачу полезной информации, в паузах между элементарными посылками аппаратура «отдыхает». К тому же приемопередающая аппаратура для осуществления связи при помощи амплитудной манипуляции проста. Как видим, телеграфия — энергетически выгодный способ передачи информации. Автоматизация существенно облегчает труд оператора и позволяет значительно повысить скорость обмена информацией.

Создание автоматических кодирующих телеграфных устройств не вызывает трудностей, между тем в случае автоматических декодеров необходимо учитывать флуктуации длительности элементарных посылок и краевые искажения сигнала импульсными помехами и дробление сигнала.

Описываемое декодирующее устройство в значительной степени позволяет преодолеть эти трудности. Оно предназначено для преобразования тональных и телетайпных посылок, поступающих с выхода приемного устройства в стандартный код дисплея. Функциональная схема автоматического декодера (рисунок) включает основной блок преобразования телеграфкод  $U_1$ ; блок автоматической настройки — слежения за скоростью манипулирования корреспондента  $U_2$ ; блок распознавания конца буквы и конца слова  $U_3$ ; транскодер  $U_4$ ; цифроаналоговый преобразователь (ЦАП) управления  $U_5$ ; селектор помех  $U_6$ ; первая ступень декодирования  $U_7$ ; блок преобразования телетайпного кода  $U_8$ ; укрупненный блок, содержащий экспандер и преобразователь синусоидального напряжения в прямоугольные импульсы  $U_9$ ; блок фильтров  $U_{10}$ .

Декодер функционирует следующим образом: на вход поступает синусоидальный сигнал частотой  $f_0$ . В блоке фильтров он очищается от частотных составляющих, отличающихся от  $f_0$  более чем на  $\Delta f$  фильтрами ВЧ и НЧ с частотами среза



исключением букв е, т, по которым подстройка не производится. Этот импульс необходим для настройки на частоту манипуляции корреспондента. Кроме этого, блок  $U_1$  выдает импульсы частотой около 100 кГц для заполнения импульса настройки.

Блок  $U_2$  преобразует импульсы заполнения в  $n$ -разрядный двоичный код, соответствующий текущей частоте манипуляции корреспондента.

Блок  $U_3$  представляет собой ЦАП и преобразует  $n$ -разрядный двоичный код в аналоговый сигнал настройки декодера на частоту манипуляции корреспондента.

Блок  $U_5$  служит для распознавания пауз конца буквы и конца слова, управления блоками  $U_1$ ,  $U_2$  и дисплеем, а также для исключения перестройки блока по буквам е и т, состоящим из одной элементарной посылки точки и тире соответственно.

Блок  $U_7$  преобразует код  $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_{12}$  в код, где каждому символу соответствует своя шина  $sh_n$ , где  $n$  — обозначение входного сигнала.

Блок  $U_4$  представляет собой транскодер и преобразует код  $sh_n$  и пятиэлементный код, поступающий из блока  $U_6$ , в стандартный код дисплея.

Блок  $U_8$  преобразует последовательный телетайпный код в параллельный. Телетайпный канал имеет свой селектор по длительности  $U_{11}$ .

Кроме перечисленных функций декодер выдает аналоговый сигнал для управления полосой промежуточной и низкой частоты приемного устройства, что обеспечивает дополнительную помехозащищенность системы. Экспериментальный образец имел следующие параметры:  $f_0 = 1000$  Гц;  $\Delta f = 100$  Гц;  $S = 35$  дБ на октаву.

Список литературы: 1. Харкевич А. А. Теоретические основы радиосвязи.— М.: Гостехтеоретиздат, 1957.— 347 с. 2. Кузьмин И. В., Кедров В. А. Основы теории информации и кодирования.— К.: Высш. шк., 1977.— 267 с.

Поступила в редакцию 07.02.85.

---

УДК 681.31

В. М. ВОРОНА, А. Г. МУРАШКО, канд. техн. наук, А. В. АНДРЕЕВА

#### АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

---

Подходы к созданию имитационных моделирующих систем (ИМС) для проектирования различных объектов неодинаковы [1, 2]. Рассмотрим методологию и комплекс технических средств ИМС так называемых вычислительных структур. Под вы-

числительной структурой (ВС) будем понимать в функциональном отношении законченную вычислительную схему, предназначенную для решения конкретной задачи из заданного класса и удовлетворяющую требованиям по критериям точности и быстродействия в зависимости от принятой формы представления информации. Причем ИМС ВС синтезирует структуру по заданному математическому описанию решаемой задачи в рамках непрерывной и дискретной форм представления информации. Чтобы удовлетворить пользователя по обобщенному критерию, дающему возможность поиска компромисса при решении задачи между точностью  $\delta$  и быстродействием  $\tau$ , система наделена способностью синтеза гибридной вычислительной структуры.

В этой связи можно наметить следующую общую структуру комплекса технических средств ИМС. Комплекс технических средств для моделирования ВС может рассматриваться в качестве собственно вычислительной системы в том случае, если необходимо совместить процесс моделирования и решения конкретных задач.

Комплекс технических средств ИМС образуют две структурные единицы (рис. 1): поле обрабатывающих процессоров (ПОПР) и машина-диспетчер (М-Д), которые в процессе функционирования связаны друг с другом соответствующими каналами связи (САК).

Поле обрабатывающих процессоров в ИМС играет роль «испытательного полигона», где происходит обработка спроектированных с помощью М-Д решаемых структур. Машина-диспетчер, представляющая собой ЦВМ, является центральным узлом в ИМС и снабжена системой алгоритмов и программ моделирования вычислительных структур по заданному математическому описанию решаемой задачи.

М-Д, кроме моделирования и управления математическим обеспечением ИМС, выполняет собственно вычислительные функции.

Поле обрабатывающих процессоров разделено на три участка, каждый из которых может в принципе представлять собой в функциональном смысле законченную вычислительную машину или систему непрерывного и цифрового действия.

Однако, чтобы расширить возможности синтеза различных ВС, соответствующие участки поля обрабатывающих процессоров создаются на базе микропроцессорной техники с непре-

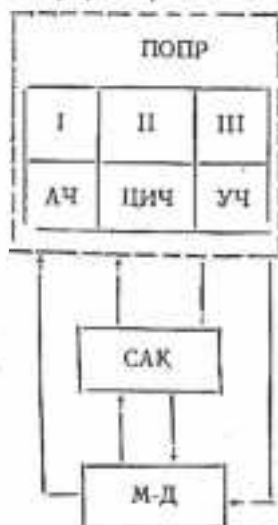


Рис. 1. Структура комплекса технических средств имитационной моделирующей системы

рывным и цифровым представлением информации. Так, участок I — аналоговая часть (АЧ) — содержит  $n$  операционных элементов аналогового типа: сумматоры, интеграторы, инверторы, множително-делительные устройства, блоки воспроизведения функций одной и более переменных и т. п. В принципе участок I может быть аналоговой вычислительной машиной с системой автоматической коммутации (САК) или содержать  $n$  АВМ, т. е. быть аналоговой системой.

Участок II — цифровая интегрирующая часть (ЦИЧ) — содержит  $m$  операционных элементов цифрового типа: цифровые интеграторы, суммирующие и следящие интеграторы, масштабные интеграторы, цифровые и цифроаналоговые устройства воспроизведения функций и т. п. Участок II может рассматриваться как однородная цифровая интегрирующая структура. Можно также предположить, что участок II содержит одну или  $m$  цифровых интегрирующих машин (ЦИМ), снабженных САК.

Участок III — универсальная часть (УЧ) — содержит  $p$  цифровых (или / и цифроаналоговых) элементарных процессоров, микропроцессоров специализированного типа, многофункциональных микропроцессоров и т. п. Принципиально участок III содержит лишь одну миниЭВМ или несколько микроЭВМ, программно настраиваемых на выполнение различных математических и функциональных операций.

Целенаправленное использование операционных элементов участков I, II и III в рамках одной (или нескольких) решаемой задачи приводит к получению различных вычислительных структур, которые относятся к следующим типам: аналоговые (I); цифровые (II или III); гибридные типа (I+II); гибридные типа (I+II+III); гибридные типа (II+III); микропроцессорные (III).

Процесс моделирования вычислительных структур осуществляет машина-диспетчер в соответствии с заданными алгоритмами моделирования. В результате синтезируется  $k$  вычислительных структур по заданному математическому описанию решаемой задачи. Каждая ВС оценивается с помощью соответствующего алгоритма выбора и оценки по заданному критерию стратегии эксперимента. Выбранная ВС испытывается путем решения тестовой задачи на ПОПР. При этом следует различать в процессе моделирования две задачи: собственно синтез ВС по заданному математическому описанию; испытание ВС или решение тестовой задачи с помощью синтезированной ВС.

Задача синтеза ПОПР ставится следующим образом. Пусть дано множество аналоговых вычислительных блоков:

$$A = \{a_{ij}^W\},$$

$$A \neq \emptyset; \quad I = \overline{1, v}; \quad W = \overline{1, \phi}; \quad j = \overline{1, r_{I_W}},$$

где  $v$  — число типов аналоговых вычислительных блоков (АВБ);

$r_{lW}$  — число АВБ  $l$ -го типа, настроенных на  $W$ -й алгоритм функционирования;  $\phi_l$  — число алгоритмов функционирования АВБ  $l$ -го типа. Общее число АВБ (аналоговая часть ПОПР)

$$R_A = \sum_{l=1}^v \sum_{W=1}^{\phi_l} r_{lW}.$$

Дано множество цифровых интегрирующих вычислительных блоков:

$$C = \{c_{hi}^k\},$$

$$C \neq \emptyset; h = \overline{1, u}; k = \overline{1, n_h}; i = \overline{1, m_{hk}},$$

где  $u$  — число типов цифровых интегрирующих вычислительных блоков (ЦИВБ);  $n_h$  — число алгоритмов функционирования ЦИВБ  $h$ -го типа;  $m_{hk}$  — число ЦИВБ  $h$ -го типа, настроенных на  $k$ -й алгоритм функционирования.

Общее число ЦИВБ (цифровая интегрирующая часть ПОПР)

$$R_C = \sum_{h=1}^u \sum_{k=1}^{n_h} m_{hk}.$$

Дано также множество микропроцессорных вычислительных блоков

$$M = \{m_{by}^d\},$$

$$M \neq \emptyset, b = \overline{1, q}; d = \overline{1, v_b}; y = \overline{1, t_{bd}},$$

где  $q$  — число типов микропроцессорных вычислительных блоков (МВБ);  $v_b$  — число алгоритмов функционирования МВБ  $b$ -го типа;  $t_{bd}$  — число МВБ  $b$ -го типа, настроенных на  $d$ -й алгоритм функционирования.

Общее число МВБ (универсальная часть ПОПР)

$$R_M = \sum_{b=1}^q \sum_{d=1}^{v_b} t_{bd}.$$

Тогда общее число вычислительных блоков, составляющих ПОПР,

$$R = R_A \cup R_C \cup R_M.$$

Каждой задаче  $z_q$  ( $z_q \in Z$ , где  $Z$  — класс решаемых задач  $Z = \{z_q\}$ ,  $Z \neq \emptyset$ ), можно поставить в соответствие множество структурных схем

$$S_q = \{s_{qv}\}, s_{qv} \neq \emptyset, v = \overline{1, \mu_q},$$

где  $\mu_q$  — общее число структурных схем, которое может быть построено из элементов множеств  $A$ ,  $C$  и  $M$  для решения  $q$ -й задачи ( $\mu_q \leq 5$ ).

Требуется из множества  $S_0$  выбрать такую структурную схему  $s_{0i} \in S_0$  для решения задачи  $z_0 \in Z$  на множестве  $A \cup C \cup M$ , которая давала бы решение, удовлетворяющее заданной стратегии эксперимента. Например, осуществить проектирование вычислительной структуры для проведения вычислительного процесса в рамках стратегии, которая требует для заданного времени ( $\tau_p < \tau_n$ ) обеспечить по возможности минимальную погрешность ( $\min \delta_p^{(z)}$ ).

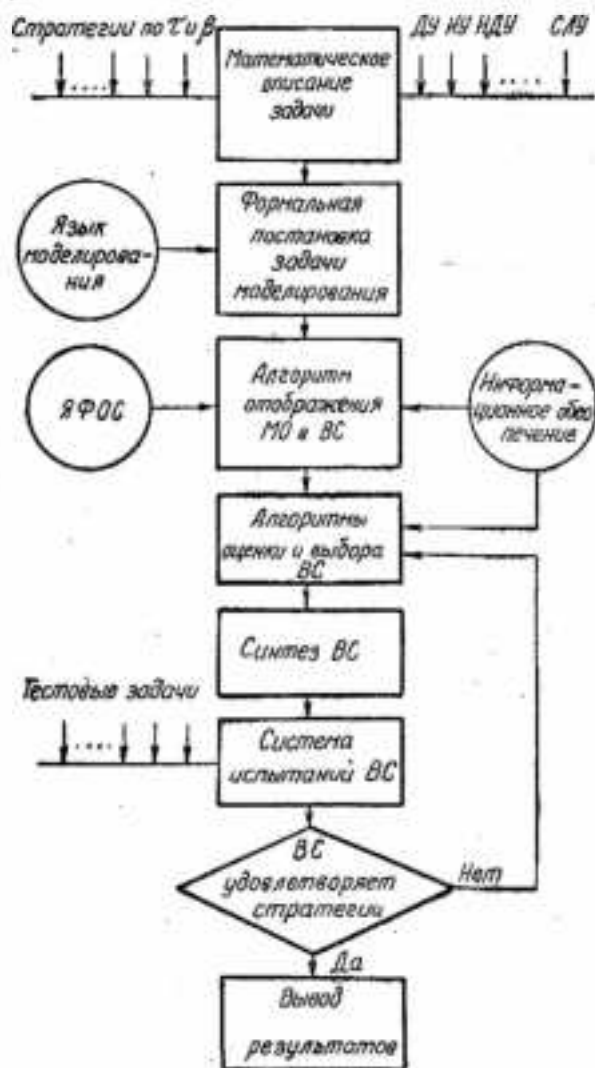


Рис. 2. Структура модели процесса подготовки и решения задач

Наметим общую структуру (рис. 2) модели процесса подготовки и решения задач автоматизированного моделирования в рамках рассмотренного комплекса технических средств. Как видно из рис. 2, зная математическое описание (МО) задачи и необходимую стратегию ее решения на специальном языке, можно осуществить формальную постановку задачи проектирования. МО решаемой задачи при помощи алгоритмов отображения транслируется в ВС, записанные на языке формального описания структур (ЯФОС) [3]. Выбранную ВС испытывают, решая на ней тестовые задачи, если она удовлетворяет заданной стратегии, процесс проектирования данной ВС на этом заканчивается, в противном случае испытание проходит следующая из описанных ВС и т. д. Может случиться, что ни одна из построенных ВС не удовлетворяет заданной стратегии решения задачи. В этом случае процесс моделирования также заканчивается, а пользователю предлагается изменить условия эксперимента или осуществить выбор других технических средств для имитации.

Список литературы: 1. Бусленко В. Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем.— М.: Наука, 1977.— 239 с. 2. Программные средства моделирования непрерывно-дискретных систем / В. М. Глушков, В. В. Гусев, В. И. Зайцев и др.— К.: Наук. думка, 1975.— 136 с. 3. Мурашко А. Г., Сенченко Н. И., Терентьев М. Ф. Об одном способе формального описания решающих структур.— В кн.: Автоматизация программирования средств АВТ, М., 1971, с. 40—46.

Поступила в редколлегию 15.03.85.

---

УДК 681.326.74

В. П. НЕМЧЕНКО, канд. техн. наук, Л. Г. ЕФИМЕНКО

#### ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ТЕСТОВ ДЛЯ ПРОГРАММИРУЕМЫХ ЛОГИЧЕСКИХ МАТРИЦ С ПОМОЩЬЮ Д-МЕТОДА

---

На современном этапе развития средств вычислительной техники программируемые логические матрицы (ПЛМ) нашли широкое применение при создании микропроцессорных устройств. ПЛМ могут использоваться как постоянные запоминающие устройства, как преобразователи кода входных переменных в код выходных переменных, а также как устройства, реализующие заданные логические функции.

С точки зрения диагностики ПЛМ, как правило, представляют собой сложную комбинационную схему с несколькими специфическими неисправностями. Так, наряду с обычными для комбинационных схем константными неисправностями, возможны

изменения выполняемой логической функции в результате исчезновения или появления новых связей внутри матрицы. Эту особенность ПЛМ следует учитывать при составлении тестов. Естественно, что для ПЛМ полным тестом будет последовательность из  $2^n$  входных наборов, где  $n$  — число входов матрицы. Подача такого тривиального теста на ПЛМ в принципе осуществима: количество входов реально выпускаемых ПЛМ сравнительно невелико и колеблется от 12 до 20. Количество выходов также лежит в этих пределах [1]. Однако применение такого теста возможно лишь в случае наличия прямого доступа ко всем входам и выходам ПЛМ, что на практике встречается редко.

Нетрудно показать, что построение тестов для ПЛМ целесообразно осуществлять с помощью функционального метода построения Д-тестов, описанного в работе [2]. При этом для построения теста в качестве исходной информации необходимо иметь единичное и нулевое минимальные покрытия для всех переключательных функций, реализуемых ПЛМ. Использование неминимальных покрытий приведет к существенному увеличению объемов обрабатываемой информации.

Как известно, ПЛМ комбинационного типа задаются двумя матрицами  $A$  и  $B$ . Матрица  $A$  задает множество интервалов  $U_1, U_2, \dots, U_s$ , реализуемых первым ярусом схемы. Под интервалом здесь понимается результат склеивания некоторой совокупности единиц на заданном множестве переключательных функций, т. е. это определенный терм, входящий в одну или несколько функций. Матрица  $B$  отражает структуру дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) каждой из заданных функций.

Для построения теста с помощью функционального Д-метода из матриц  $A$  и  $B$  записываем ДНФ для каждой из функций ПЛМ. Затем, используя известные законы булевой алгебры, в частности 2-й распределительный закон [3], от ДНФ переходим к конъюнктивной нормальной форме записи (КНФ). Представляя ДНФ и КНФ в виде кубических комплексов, находим единичное и нулевое покрытия для каждой функции. Если ДНФ и КНФ минимальные, то полученные покрытия также минимальные — вырожденные. Далее в соответствии с алгоритмом, описанным в работе [2], производится пересечение единичного и нулевого покрытий для каждой из заданных переключательных функций. Полученное множество Д-векторов по возможности упрощается путем удаления повторяющихся кубов и доопределения оптимальным образом значений безразличных переменных. Кроме того, если имеет место совпадение отдельных кубов из множеств, принадлежащих разным функциям, производим суперпозицию полученных множеств, в результате которой будет сформирован единый для ПЛМ Д-тест. Раскрыв значения активных переменных  $D$  ( $\bar{D}$ ) и произведя минимизацию, получаем полный двоичный тест для ПЛМ.

В качестве примера, иллюстрирующего приведенный выше алгоритм, рассмотрим построение теста для ПЛМ, заданной следующими двумя матрицами:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & X & X & 1 \\ 1 & 1 & 1 & X \\ X & X & 0 & 0 \\ 0 & X & X & 0 \\ 1 & 0 & X & X \\ 1 & 1 & X & X \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{array} \quad B = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 & U_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{array}$$

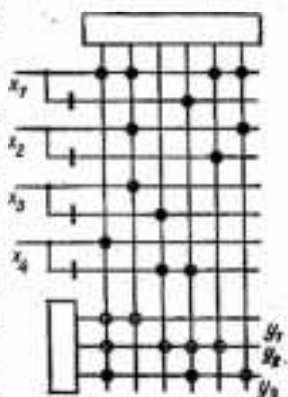
Данные матрицы задают три переключательные функции  $y_1, y_2, y_3$  от четырех аргументов  $x_1, x_2, x_3, x_4$  на шести интервалах  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$ . Под  $X$  здесь и в дальнейшем понимается безразличное двоичное значение склеенной переменной  $x_i$ .

Рассмотрим структуру ПЛМ, реализующую заданные матрицы (рисунок). Матрица  $A$  реализуется в первом ярусе схемы, на входы его подаются переменные  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , а выходы заведены на второй ярус схемы, реализующей матрицу  $B$ . С выходов второго яруса снимаются значения переключательных функций  $y_1, y_2, y_3$ .

В схеме прямоугольниками обозначены наборы сопротивлений, подключенных к источнику питания, жирная черта на входных шинах обозначает инверсию.

Каждая вертикальная шина первого яруса ПЛМ выполняет функцию элемента конъюнкции, входами которого служат горизонтальные шины этого же яруса (на пересечении с ними находятся заштрихованные кружки). Горизонтальные шины второго яруса ПЛМ соответствуют элементам дизъюнкции, входами которых являются вертикальные шины первого яруса (на пересечении с ними находятся незаштрихованные кружки).

Технологически ПЛМ выполняются в виде матрицы транзисторов, соединяющих между собой все вертикальные и горизонтальные шины. Формирование матрицы, реализующей заданную функцию, сводится, по сути дела, к удалению из исходной матрицы ненужных транзисторов. Такое удаление чаще всего выполняется подачей определенных импульсов тока на соответствующие шины матрицы, реже — подачей электронного луча или химическим травлением. Получение из исходной матрицы схемы с заданной структурой является своеобразным програм-



Структура ПЛМ

мированием, что отражается в названии этих схем — программируемые логические матрицы.

Исходной информацией для построения теста с помощью функционального Д-метода служит в рассматриваемом примере система из трех булевых функций, представленных в виде ДНФ:

$$y_1 = x_1 x_4 \vee x_1 x_2 x_3;$$

$$y_2 = x_1 x_4 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2;$$

$$y_3 = x_1 x_4 \vee x_1 x_7 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4.$$

Поскольку всякая ДНФ равна единице на тех же наборах, что и составляющие ее элементарные произведения, переход от ДНФ к записи функций в виде единичных покрытий не составляет особого труда. Для этого каждое произведение записывается в кубической форме:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_2$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_3$
1	X	X	1	1	1	X	X	1	1	1	X	X	1	1
1	1	1	X	1	X	X	0	0	1	1	1	X	X	1
					0	X	X	0	1	0	X	X	0	1
					1	0	X	X	1					

Для построения теста кроме единичных покрытий требуются также и нулевые покрытия заданных переключательных функций. Чтобы не восстанавливать полную таблицу истинности для получения из нее нулевых покрытий, воспользуемся известным правилом перехода от ДНФ к КНФ, в основе которого лежит упоминавшийся выше второй распределительный закон булевой алгебры.

$$a \vee bc = (a \vee b)(a \vee c). \quad (1)$$

Для преобразования функции  $y_1$  введем следующие обозначения:

$$a = x_1 x_2 x_3, \quad b = x_1, \quad c = x_4. \quad (2)$$

Исходя из выражения (1) и учитывая (2), получаем

$$y_1 = x_1 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 = (x_1 x_2 x_3 \vee x_1)(x_1 x_2 x_3 \vee x_4) =$$

$$= x_1 (x_1 \vee x_4)(x_2 \vee x_3 x_3) = x_1 (x_1 \vee x_4)(x_2 \vee x_4)(x_3 \vee x_4).$$

Отметим, что правило (1) в нашем примере использовалось несколько раз применительно к различным сочетаниям переменных. Характерно, что полученное выражение записано в виде КНФ, о минимальности которой мы не можем судить по внешнему виду выражения. В общем случае полученная конъюнкция элементарных дизъюнкций представляет совокупность простых импликант. Для выбора минимальной формы из множества тупиковых КНФ можно воспользоваться известным методом Квайна [3]. Однако в этом случае необходимо иметь

множество всех конституент нуля заданной функции, т. е. требуется восстановить полную таблицу истинности. Чтобы избежать этого, вопрос о минимальности получаемых КНФ нами не анализируется, тем более, что функциональный Д-метод предусматривает минимизацию получаемого Д-теста.

Проведя подобные преобразования над функциями  $y_2$  и  $y_3$ , получим в конечном итоге систему переключательных функций, представленных в виде КНФ:

$$y_1 = x_1(x_1 \vee x_4)(x_2 \vee x_4)(x_3 \vee x_4);$$

$$y_2 = (x_1 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4);$$

$$y_3 = (x_1 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4).$$

При переходе от КНФ к нулевым покрытиям следует помнить, что переменной без инверсии нужно присваивать нулевое, а с инверсией — единичное значение. Полученные из КНФ нулевые покрытия имеют вид

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_2$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_3$
0	X	X	X	0	0	X	X	1	0	0	X	X	1	0
0	X	X	0	0	1	1	1	0	0	1	0	X	0	0
X	0	X	0	0										
X	X	0	0	0										

Согласно алгоритму для каждой переключательной функции производим пересечение каждого единичного набора с каждым нулевым. При этом количество получаемых Д-векторов равно произведению количеств векторов в единичном и нулевом покрытиях. Удалив из полученных множеств повторяющиеся кубы и кубы, имеющие символ  $D$  ( $\bar{D}$ ), более чем по одной переменной, а также выполнив по возможности суперпозицию кубов из множеств, принадлежащих различным функциям, получим результирующий Д-тест:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$\bar{D}$	1	1	1	$D$	X	$\bar{D}$
$D$	1	1	0	$D$	X	X
1	$D$	1	0	$D$	X	$D$
1	1	$D$	0	$D$	X	X
1	0	0	$D$	$D$	X	$D$
$D$	0	X	1	X	$D$	X
$\bar{D}$	1	1	0	X	$D$	X
1	$\bar{D}$	1	0	X	$D$	X
1	1	$\bar{D}$	0	X	$D$	X
0	X	0	$\bar{D}$	X	$D$	$D$
1	1	1	$D$	X	$D$	X
$\bar{D}$	0	X	0	X	X	$D$

(3)

Раскрыв значение каждого из Д-векторов Д-теста (3), т. е. присвоив каждой активной переменной поочередно значение 0 и 1, получаем двоичный тест, который после соответствующей минимизации принимает следующий вид:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	X	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	X	0
0	0	0	0	X	1	1
0	0	0	1	X	0	0

(4)

Особенность Д-теста (3) состоит в том, что его Д-векторы активизируют все множество путей схемы, реализуемой в ПЛМ. Следовательно, данный тест представляет собой полный тест поиска дефектов. Поскольку двоичный тест (4) получен из полного Д-теста (3), он является полным проверяющим тестом и позволяет выявлять в проверяемой схеме все существенные константные неисправности. Подробно диагностические свойства такого рода тестов описаны в [2].

Характерно, что всякая ПЛМ — технологически неделимый сложный функциональный элемент, имеющий множество внешних входов и выходов. Опыт показывает, что большое число неисправностей, возникающих в микросхемах повышенной интеграции, к которым относятся и ПЛМ, сводимо к множеству неисправностей входов и выходов корпусов микросхем. Исходя из данного утверждения, чтобы уменьшить длину тестов, диагностику микросхем можно в принципе свести к проверке работоспособности их входов и выходов. Переходя на язык исчисления кубических Д-комплексов, можно сказать, что Д-тест, проверяющий некоторый корпус микросхемы, должен, по крайней мере, один раз активизировать каждый внешний вход и выход микросхемы. С учетом данного требования для рассматриваемого примера запишем один из возможных минимальных Д-тестов:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$\bar{D}$	1	1	1	$\bar{D}$	X	$\bar{D}$
1	$\bar{D}$	1	0	$\bar{D}$	X	$\bar{D}$
1	1	$\bar{D}$	0	X	$\bar{D}$	X
0	X	0	$\bar{D}$	X	$\bar{D}$	$\bar{D}$

(5)

Минимальный двоичный тест, полученный из минимального Д-теста (5), имеет следующий вид:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	1	1	1	1	X	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	X	1	X
0	X	0	0	X	1	1
0	1	1	1	0	X	0
1	0	1	0	0	X	0
0	X	0	1	X	0	0

(6)

В заключение отметим следующее. Поскольку ПЛМ на типовых элементах замены встречаются, как правило, в совокупности с другими цифровыми элементами различной степени интеграции, то их описание целесообразно задавать в виде, удобном для используемого метода диагностирования. В нашем примере в качестве такого метода выбран Д-метод, который требует описания всех элементов схемы в виде вырожденных покрытий и Д-покрытий. Поэтому ПЛМ также нужно описывать подобным образом, причем вырожденным покрытием будет двоичный проверяющий тест типа (4) или (6), а Д-покрытием — Д-тест типа (3) или (5).

Предложенный способ построения тестов для ПЛМ является функциональным — тест строится исходя из закона функционирования цифровой схемы, а не из ее структуры. В качестве исходной информации использовалось задание закона функционирования в виде системы переключательных функций. Следовательно, при таком подходе вся диагностическая информация может быть получена разработчиком структуры ПЛМ на этапе проектирования: возможность объединить процесс разработки структуры цифровых устройств с процессом создания диагностического обеспечения проектируемых схем. Кроме того, можно целенаправленно влиять на процесс проектирования с целью создания цифровых схем, наиболее приспособленных к диагностированию.

Список литературы: 1. Гуляев В. А. Техническая диагностика управляющих систем. — К.: Наук. думка, 1983. — 208 с. 2. Кривуля Г. Ф., Немченко В. П., Шкиль А. С. Построение диагностического теста цифрового устройства на этапе проектирования. — В кн.: Вопросы технической диагностики. Ростов н/Д, 1981, с. 20—28. 3. Лысков Б. Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. — Минск: Выш. шк., 1980. — 336 с.

Поступила в редакцию 20.03.85.

## АНАЛОГОВЫЙ КОНТРОЛЬНО-ВЕСОВОЙ АВТОМАТ

В связи с автоматизацией производственных процессов на предприятиях черной металлургии часто применяют контрольно-весовые устройства. С помощью высокопроизводительного контроля за массой заготовок изделий можно стабилизировать массу как производную от точности изготовления, что повысит качество выпускаемых изделий, в особенности там, где стандартизация массы играет первостепенную роль.

Исходя из основных требований, предъявляемых к современным контрольно-весовым автоматам, наиболее целесообразно использовать индуктивные датчики и дифференциальные схемы измерения их сигналов.

Дифференциальная схема, в свою очередь, позволяет применить дифференциальный метод измерения, обладающий, как известно, повышенной точностью. Неотъемлемым условием реализации высокой точности метода является необходимость воспроизведения с малой погрешностью известного значения, близкого к измеряемому.

Предположим, что  $P_0 = P_x + \Delta P_x$ , где  $P_0$  — заданная номинальная масса;  $P_x$  — измеренная масса;  $\Delta P_x$  — заданное отклонение массы от номинального значения (допуск).

Если погрешность измерения отклонения массы изделия от номинального значения  $\Delta P_x$  не превышает некоторого значения  $\alpha$ , то результат измерения можно представить в виде  $\Delta P_x \pm \alpha$  или  $\Delta P_x (1 \pm \alpha/\Delta P_x)$ , где  $\alpha/\Delta P_x$  — относительная погрешность измерения отклонения массы (допуска) от номинального значения  $\Delta P_x$ . Учитывая сказанное, относительная погрешность измерения заданной номинальной массы  $P_0$  определяется формулой

$$P_0 = P_x + \Delta P_x \pm \alpha = (P_x + \Delta P_x) \left( 1 \pm \frac{\alpha}{P_x + \Delta P_x} \right),$$

где  $\alpha/(P_x + \Delta P_x)$  — относительная погрешность измерения  $P_0$ . Так как обычно  $P_x > \Delta P_x$ , то относительная погрешность измерения номинальной массы  $P_0$  значительно меньше  $\Delta P_x$ , т. е.

$$\frac{\alpha}{P_x + \Delta P_x} < \frac{\alpha}{\Delta P_x}. \quad (1)$$

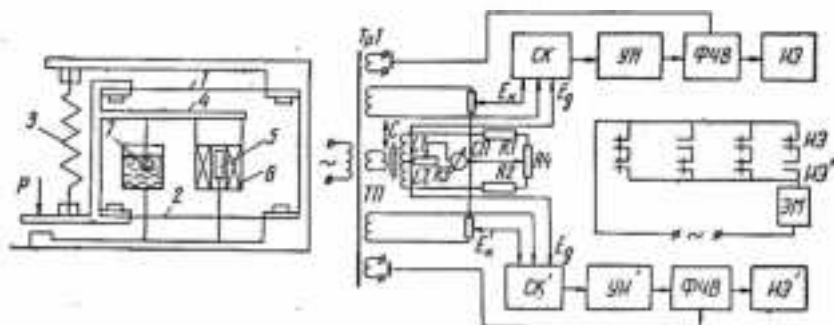
Например, если  $P_x = 250$  г;  $\Delta P_x = 5$  г;  $\alpha/\Delta P_x = 0,01\%$ , то  $P_0$  (с учетом того, что  $P_x > \Delta P_x$ ) согласно (1) будет равен  $\alpha/P_x = = 0,02\%$ .

Данный вариант контрольно-весового автомата, реализующий

дифференциальный метод измерения на переменном токе, предполагает применение в качестве датчика массы пружинного силонизмерителя в сочетании с дифференциальным трансформаторным преобразователем.

Питание всей измерительной схемы осуществляется от сети через понижающий трансформатор  $Tp1$  (рисунок). Вторичные обмотки трансформаторного преобразователя  $Tp1$  включены по мостовой схеме, плечи которой образованы катушками  $L1$  и  $L2$  и резисторами  $R1$  и  $R2$ .

В качестве нуль-индикатора равновесия схемы использован стрелочный прибор  $СП$ , ток через который регламентируется резистором  $R3$ . Переменный резистор  $R4$  предназначен для первоначального уравнивания схемы в процессе наладки.



Структурная схема контрольно-весового автомата

При перемещении сердечника  $C$  (механически связанного с пружинным силонизмерителем) в магнитном поле катушек  $L1$  и  $L2$  мостовая схема выходит из равновесия, и на нагрузочном резисторе  $R3$  возникает напряжение разбаланса, пропорциональное отклонению массы изделия от номинального значения  $P_0$ .

Это напряжение  $\sim E_d$  одновременно подается на два идентичных переключающих устройства, каждое из которых состоит из сравнивающего каскада  $СК$ , усилителя напряжения  $УН$ , фазоинвертирующего выпрямителя  $ФЧВ1$ , исполнительного элемента  $ИЭ$ .

Итак, на сравнивающие каскады  $СК$  и  $СК'$  поступает напряжение  $\sim E_d$ , характеризующее отклонение массы изделия от номинального значения  $P_0$ , и компенсационные напряжения  $\sim E_k$  и  $\sim E_k'$ , пропорциональные заданным значениям массы изделий  $P_n$ ,  $P_n'$  с учетом заданных допусков. Усилитель  $УН$  увеличивает разность напряжений  $E_d - E_k$ . При  $(E_d) > (E_k)$  на выходе  $ФЧВ$  возникает напряжение положительной полярности, что приводит к срабатыванию исполнительного элемента  $ИЭ$ . Циклограмма работы контрольно-весового автомата представлена в таблице.

Циклограмма работы контрольно-весового автомата

Состояние взвешивания	Напряжения на входе		Знак управляющего сигнала на выходе		Знак включения на выходе		Состояние контактов исполнительного элемента		Состояние исполнительного органа
	СК	СК'	СК	СК'	ФУВ	ФУВ'	ИУ	ИУ'	
Изделие в установленном пределе положительного допуска (+)	$E_k < E_d$	$E_k < E_d$	-	-	+		-   -   -   -		Не работает, отключен
Изделие за пределами установленного положительного допуска (+)	$E_k > E_d$	$E_k > E_d$	+	+	-		-   -   -   -		Работает, включен
Изделие в пределах установленного отрицательного допуска (-)	$E_k < E_d^1$	$E_k < E_d^1$	-	-	+		-   -   -		Не работает, отключен
Изделие за пределами установленного отрицательного допуска (-)	$E_k > E_d$	$E_k > E_d$	+	+	-		-   -   -   -		Работает, включен

Работоспособность контрольно-весового автомата была проверена на лабораторном макете. В качестве силоизмерителя была применена система с цилиндрической измерительной пружиной 3. Система консольно закрепленных плоских направляющих 1, 2 обеспечивает значительную жесткость на растяжение и изгиб в направлении, перпендикулярном к направлению приложения весовой нагрузки  $P$ . На направляющих укреплен опорная крестовина 4, совершающая при деформации пружины 3 приблизительно линейное перемещение. В процессе перемещения крестовины 4 сердечник 5 перемещается в поле катушки 6, вырабатывая сигнал, пропорциональный отклонению весовой нагрузки от номинального значения. Система снабжена жидкостным демпфером колебаний 7.

Принятая структурная схема контрольно-весового автомата реализует принцип взвешивания методом сравнения, сочетает силоизмеритель пружинного типа с дифференциальным трансформаторным преобразователем и дифференциальной схемой измерения.

Лабораторные исследования макета аналогово-весового автомата выявили независимость результатов выполнения разбраковочных операций (норма, больше, меньше) от колебаний напряжения питания измерительной схемы в пределах  $100 \pm 50$  В и частоты в диапазоне  $1000 \pm 200$  Гц, что является основным достоинством схемы. Погрешность разбраковки изделий 250—500 г составила в среднем 0,02%. Предельная производительность разбраковки ограничивалась 50 изд./мин.

*Поступила в редколлегию 22.12.83.*

---

УДК 681.325

*Н. Я. КАКУРИН*, канд. техн. наук, *Ю. К. КИРЬЯКОВ*,  
*В. М. ГУСЯТИН*, канд. техн. наук

#### **К ЗАДАЧЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ**

---

В автоматизированных системах управления технологическими процессами, а также в информационно-измерительных и других видах систем и сетей передачи и телеобработки данных для сопряжения вычислительных средств между собой и с ЭВМ через каналы связи используют мультиплексоры. Основное назначение их — прием и передача сообщений различным абонентам.

Для организации связи неоднородных абонентов, т. е. абонентов, в которых информация представлена в различных

системах счисления, в состав мультиплексоров включают, помимо блоков управления, схем контроля и памяти, преобразователи кодов (ПК).

Преобразователи кодов предназначены для видоизменения входного набора символов, составленного по определенному правилу, и представления его в виде иного набора символов, причем составленного уже по другому правилу, но так, чтобы не происходило потери информации. Коды могут быть позиционными и непозиционными (взвешенными и невзвешенными). В соответствии с этим ПК подразделяют на следующие типы [1]:

- 1) преобразователи взвешенных кодов;
- 2) преобразователи взвешенного кода в невзвешенный, и наоборот;
- 3) преобразователи невзвешенных кодов.

Рассмотрим преобразователи взвешенных кодов, в первую очередь — ПК двоичного кода в двоично-десятичный.

Известны различные методы преобразования двоичного кода в двоично-десятичный, среди которых выделяются два наиболее распространенных метода: последовательного преобразования и прямой [2]. Общим достоинством их является малое время преобразования кода. К числу недостатков последовательного преобразования относится сложный синтез комбинационных схем, который требуется выполнять для каждого конкретного случая преобразования кодов. Недостаток второго метода — зависимость структуры преобразователя от количества разрядов в исходном двоичном числе. Широко применяется в информационно-измерительных приборах способ построения преобразователя кода, описанный в работе [2].

Преобразователь состоит из двоичного счетчика 1, в который заносится преобразуемое двоичное число  $N$ , дешифратора нулевого состояния этого счетчика, двоично-десятичного счетчика 2, генератора импульсов и схемы И. Счетчик 1 работает в режиме вычитания, а 2 — в режиме сложения и формирует искомое число  $N$  в двоично-десятичном коде (либо в любом другом требуемом коде). Число  $N$  в процессе вычитания из счетчика 1 переписывается последовательно импульс за импульсом во второй счетчик. Как только в первом устанавливается нулевое состояние, дешифратор запрещает прохождение тактовых импульсов через схему И и во втором счетчике фиксируется искомое число в двоично-десятичном коде.

Максимальное время преобразования для такой схемы вычисляется по следующему соотношению:

$$T_1 = (2^n - 1)\tau, \quad (1)$$

где  $\tau$  — период следования тактовых импульсов;  $n$  — число разрядов двоичного кода.

Из соотношения (1) следует, что с увеличением количества разрядов  $n$  преобразуемого числа существенно возрастает время

преобразования. К числу достоинств схемы следует отнести малые аппаратные затраты. Счетчики 1 и 2 фактически играют роль входного и выходного регистров, которые всегда имеются в подобных устройствах. Дополнительными являются только дешифратор и схема совпадения.

Рассмотрим пути повышения быстродействия подобных преобразователей. Известен способ повышения быстродействия преобразователя за счет разбиения двоичного и двоично-десятичного счетчиков на две секции [3]. Разделение счетчиков на секции необходимо выполнять так, чтобы емкости секций младших разрядов двоичного и десятичного счетчиков отличались возможно меньше. Максимальное время преобразования

$$T_2 = [2^{n_1} - 1 + (2^{n_2} - q^{m_1} + 1)(2^{n_1} - 1)] \tau_1 \quad (2)$$

где  $n_1$  — число разрядов двоичного счетчика младшей секции;  $n_2$  — число разрядов двоичного счетчика старшей секции;  $m_1$  — число разрядов десятичного счетчика младшей секции;  $q$  — основание системы счисления искомого числа;  $\tau$  — период следования тактовых импульсов.

Соотношение (2) можно несколько упростить, если предположить, что  $n_1 = n_2 = n/2$ , где  $n$  — количество разрядов преобразуемого двоичного числа. В этом случае

$$T_2 = (2^{n/2} - 1)(2^{n/2} - q^{m_1} + 2) \tau. \quad (3)$$

Сравним быстродействие преобразователей (1) и (3):

$$F = \frac{(2^n - 1) \tau}{(2^{n/2} - 1)(2^{n/2} - q^{m_1} + 2) \tau}, \quad (4)$$

где  $F$  — коэффициент повышения быстродействия (или коэффициент уменьшения времени преобразования). При некоторых значениях  $n$ , когда  $2^{n/2} \gg 1$ , соотношение (4) можно упростить:

$$F = \frac{2^{n/2}}{(2^{n/2} - q^{m_1} + 2)}. \quad (5)$$

Рассмотрим конкретный пример. Пусть  $n=20$ ,  $m_1=3$ ,  $q=10$ . Тогда имеем

$$F = \frac{2^{10}}{2^{10} - 10^3 + 2} = \frac{1024}{26} \approx 39. \quad (6)$$

Очевидно, что разбиение счетчиков пополам не является единственным способом. Представляет интерес нахождение всех возможных вариантов разбиения, их анализ и сравнение по быстродействию. С учетом ограничений по емкости счетчиков и логики работы преобразователя систему уравнений, которой должно удовлетворять конкретное разбиение, можно представить в виде

$$\prod_{i=1}^{k-1} N_i > \prod_{j=1}^m M_j, \quad \prod_{i=1}^{k-1} N_i - \prod_{j=1}^m M_j < \prod_{j=1}^m M_j, \quad (7)$$

где  $N_i$  и  $M_i$  — коэффициенты пересчета соответственно двоичного и двоично-десятичного счетчиков  $i$ -й секции;  $k$  — число секций;  $m$  — число декад двоично-десятичного счетчика в  $i$ -й секции. Возможные разбиения для двадцатиразрядного преобразователя представлены в табл. 1. В столбце «Способ разбиения на секции» указано число разрядов в двоичном счетчике в каждой секции, начиная от младших разрядов (справа). Максимальное время преобразования для этих преобразователей можно определить по соотношению

$$T_3 = \tau \sum_{i=1}^k Q_i (2^{n_i} - 1), \quad (8)$$

где  $i$  — номер секции двоичного счетчика;  $Q_i$  — вес одного импульса  $i$ -й секции двоичного счетчика;  $n_i$  — число разрядов  $i$ -й секции двоичного счетчика.

Таблица 1

Варианты разбиения двоичных счетчиков на секции

№	Способ разбиения на секции	№	Способ разбиения на секции
1	10, 10	15	3, 3, 14
2	13, 7	16	10, 3, 3, 4
3	16, 4	17	6, 4, 6, 4
4	6, 14	18	3, 3, 10, 4
5	3, 17	19	3, 7, 3, 7
6	13, 3, 4	20	6, 4, 3, 7
7	10, 6, 4	21	3, 3, 7, 7
8	6, 10, 4	22	3, 3, 4, 10
9	3, 3, 14	23	3, 3, 4, 6, 4
10	10, 3, 7	24	6, 4, 3, 3, 4
11	6, 7, 7	25	3, 3, 7, 3, 4
12	3, 10, 7	26	3, 7, 3, 3, 4
13	6, 4, 10	27	3, 3, 4, 3, 7
14	3, 7, 10	28	3, 3, 4, 3, 3, 4

Из соотношения (8) следует, что время преобразования существенно зависит от веса  $Q_i$ , количества секций и числа разрядов в каждой секции. Анализ работы преобразователя показывает, что вес разряда каждой секции также зависит от способа разбиения на секции, т. е.

$$Q_i = 1 + \sum_{j=1}^{i-1} R_{ij} Q_j, \quad (9)$$

где  $R_{ij}$  — число, записываемое в секцию  $j$  при вычитании единицы из секции  $i$ .

Для оценки быстродействия преобразователей (табл. 1) сравним два варианта разбиения:  $\langle 3, 3, 4, 3, 7 \rangle$  и  $\langle 3, 3, 4, 3, 3, 4 \rangle$ .

В табл. 2, 3 приведены значения  $R_{ij}$ , а в табл. 4 — значения  $Q_i$  для этих вариантов. Расчет времени преобразования дает следующие результаты:  $T_{27} = 8328\tau$ ,  $T_{28} = 4917\tau$ . Как видно, с увеличением секций в пределах заданного числа разрядов существенно снижается максимальное время преобразования. Например, для случая  $T_{28}$  при  $n=20$  коэффициент повышения быстродействия

$$F = (2^{20} - 1)/4917 \approx 213.$$

Сравнение этого результата с (6) показывает, что разбиение на 6 секций позволяет увеличить быстродействие в сравнении с двухсекционным разбиением более чем в 5 раз.

Таблица 3  
Значения коэффициентов  $R_{ij}$  для варианта разбиения двоичных счетчиков < 3, 3, 4, 3, 3, 4 >

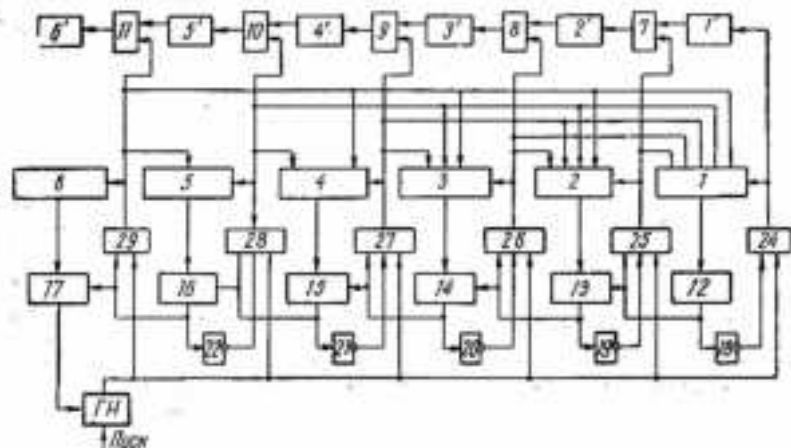
i	j				
	1	2	3	4	5
2	6				
3	12	1			
4	8	1			
5		7	1	6	
6		6	2	14	1

Таблица 2  
Значения коэффициентов  $R_{ij}$  для варианта разбиения двоичных счетчиков < 3, 3, 4, 3, 7 >

i	j			
	1	2	3	4
2	28			
3	24			
4	112	1	6	
5	96	2	14	1

Таблица 4  
Значения коэффициентов  $Q_i$  для двух вариантов разбиения двоичных счетчиков

Вариант разбиения на секции	Вес импульса i-й секции					
	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$
3, 3, 4, 3, 7	—	797	292	25	29	1
3, 3, 4, 3, 3, 4	473	166	16	20	7	1



Преобразователь с разделением двоичного счетчика

Преобразователь с разделением двоичного счетчика на шесть секций (рисунок) включает в себя двоично-десятичный счетчик, разделенный на шесть декад ( $1'$ — $6'$ ), связанных между собой через схемы ИЛИ (7—11); двоичный счетчик, разделенный на шесть секций (1—6). Каждая секция двоичного счетчика дополнительно включает дешифратор нулевого состояния секции (12—17), инверторы (18—23) и управляющие схемы И (24—29). Как и в предыдущих случаях, десятичный счетчик суммирующий, а двоичный — вычитающий. Преобразователь работает следующим образом.

Преобразуемый двоичный код заносится в двоичный счетчик. Предположим, что число разместилось во всех секциях счетчика, тогда при подаче тактовых импульсов (ТИ) они проходят через схему  $I_{24}$ . При этом из секции двоичного счетчика импульсы вычитаются, а в секции  $1'$  десятичного счетчика суммируются. Сигнал обнуления двоичного счетчика секции 1 с дешифратора 12 запретит прохождение ТИ через  $I_{24}$  и разрешит — через  $I_{25}$ . Один импульс вычтется из секции 2 и просуммируется в секцию  $2'$ . Одновременно с этим в секцию 1 будет занесена разность емкостей счетчиков 1,  $1'$  ( $R_{21} = 6$ ) и сигнал с дешифратора 12 запретит прохождение ТИ через  $I_{25}$  и разрешит — через  $I_{24}$  и т. д. После обнуления секции 2 схема переключится на секцию 3 и аналогичным образом последовательно на секции 4—6. После обнуления всех секций двоичного счетчика в секциях двоично-десятичного счетчика будет зафиксировано искомое число.

Как видно из работы схемы, секционирование преобразователей двоичного кода в десятичный существенно повышает быстродействие преобразователя по сравнению с разбиением пополам, при незначительных дополнительных аппаратурных затратах — четырех инверторов, схем совпадения и разделения. Затраты на дешифраторы нулевого состояния остались такими же, поскольку суммарное число входов дешифратора равно числу двоичных разрядов преобразователя. При этом эффективность преобразователя по параметру  $T_{max}$  возрастает с увеличением разрядов преобразуемого кода. К достоинствам описанного преобразователя относится однородность связей между секциями и однотипность секций, что позволяет без изменений и усложнения структуры преобразователя производить расширение по разрядам преобразуемого кода.

Список литературы: 1. Проектирование аналого-цифровых систем на интегральных схемах/Под ред. Б. В. Шалява.—Л.: Машиностроение, 1976.—255 с. 2. Орнатский П. П. Автоматические измерения и приборы.—К.: Высш. шк., 1971.—551 с. 3. А. с. 468236 (СССР). Устройство для преобразования кодов / В. М. Гусятник, Н. В. Алилов, А. П. Руденко.—Опублик. в Б. И. 1975, № 15, с. 106.

Поступила в редколлегию 08.06.83

**ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА РЕЗЕРВИРОВАНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПО ТАЙМЕРУ  
ПРИ ИНТЕРАКТИВНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ СИСТЕМЫ**

1. Известно [1—3], что производительность вычислительных систем (ВС), которым свойственны отказы двух типов (разрушающие и неразрушающие информацию), можно повысить, используя резервирование промежуточной информации. При организации запоминания промежуточных результатов в ВС с интерактивным режимом работы следует учитывать особенности протекания вычислительного процесса (ВП), связанные со случайными прерываниями хода вычислений. Такие прерывания могут быть обусловлены, например, реализацией диалоговых процедур. Указанные промежутки прерываний удобно интерпретировать при составлении соответствующей математической модели как интервалы блокировок запоминающего устройства (ЗУ), поскольку резервирование промежуточной информации исходного задания на этих промежутках неприменемо. Особенности оптимизации периодов запоминания информации для моделей с блокировками ЗУ других типов рассмотрены в работе [4].

В настоящей модели учитывается возможность принятия пользователем ВС (по окончании очередной диалоговой процедуры) следующих решений: а) продолжить ход вычислений исходного задания с прерванного места; б) повторить очередную диалоговую процедуру; в) возвратить ВП к промежуточному уровню.

Нами исследована оптимальная организация контрольных точек (КТ) на траектории ВП с учетом особенностей интерактивного режима работы ВС и при управлении по таймеру, когда решение об организации запоминания промежуточной информации и формировании очередной КТ принимается по приращению суммарного «чистого» необходимого для исходного задания времени [5].

2. Пусть  $v(t) = 1$ , если в момент  $t$  система исправна и выполняет исходное задание,  $v(t) = 0$  — в противном случае. Тогда процесс  $Q(t) = \int_0^t v(u) du$  есть суммарное «чистое» время, отработанное системой к моменту  $t$  (интервалы блокировок ЗУ в это время не включаются). С процессом  $Q(t)$  связан так называемый процесс наработки системы. А именно, если  $\{t_n\}$ ,  $n \geq 1$  — последо-

вательные моменты реализации резервирования промежуточной информации, то

$$N(t) = \Omega(t) - \sum_{i=1}^{x(t)} \int_0^{\tau_i} \nu(u) du,$$

где  $x(t)$  — суммарное число событий потока разрушающих отказов системы и решений пользователя о возврате ВП к последней КТ на промежутке  $(0, t)$ ,  $\tau_i$  — моменты их наступления;

$$u_i = \max\{\tau_{i-1}, \tau_i\}, \quad \tau_i = \max\{t_n | t_n < \tau_i\}.$$

Выберем произвольную последовательность  $\{T_k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  ( $T_k > 0$ ) и определим моменты

$$t_n = \min\left\{t: \Omega(t) = \sum_{k=1}^n T_k\right\}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

т. е.  $t_n$  — момент, когда суммарное «чистое» отработанное системой время для исходного задания составит  $\sum_{k=1}^n T_k$ . В интервале  $(t_n, t_n + \varphi)$ , где  $\varphi$  — некоторая случайная величина, осуществляется запоминание информации, накопленной к моменту  $t_n$ . Если  $t \in (t_0, t_1)$ , где  $t_0 = 0$ , или  $t \in (t_1 + \varphi, t_{n+1})$ , то, как в случае выполнения основных операций, так и в промежутке блокировки ЗУ, в интервале  $(t, t + dt)$  может наступить отказ, не разрушающий информацию, с вероятностью  $\alpha_0 dt$  либо отказ, разрушающий информацию, с вероятностью  $\alpha_1 dt$ . Длительности восстановления системы после отказов указанных видов — случайные величины  $\psi_0$  и  $\psi_1$ .

При выполнении задания в интервале  $(t, t + dt)$  с вероятностью  $\lambda dt$  наступает промежуток блокировки ЗУ, обусловленный интерактивным режимом работы системы. После окончания очередной диалоговой процедуры пользователь с вероятностями  $p$ ,  $q$  и  $\gamma$  ( $p + q + \gamma = 1$ ) принимает соответственно одно из указанных решений. В случае, если пользователь принял решение о возврате ВП к последней КТ, ход вычислений исходного задания будет продолжен с последнего промежуточного уровня через случайное время  $\psi_2$  ( $\psi_2$ , например, время, необходимое для подготовки данных при рестарте). Длительность указанного интервала блокировки ЗУ — случайная величина  $\beta$ .

Разрушающий отказ системы, а также принятие пользователем решения по окончании очередной диалоговой процедуры о возврате ВП к последней КТ не изменяет уровня процесса  $\Omega(t)$  и возвращает процесс наработки  $N(t)$  к уровню, достигнутому в момент последнего обращения к ЗУ [5]. В случае отказа, не разрушающего информацию, а также в случае принятия пользователем по окончании очередной диалоговой процедуры решения либо продолжить счет исходного задания с прерван-

ного места, либо повторить диалог, уровень процессов  $\Omega(t)$  и  $N(t)$  не изменяется. Причем после восстановления от последствий неразрушающего отказа система приступает к «дообслуживанию» прерванных операций задания.

Далее считаем, что  $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \varphi, \beta$  — независимые в совокупности произвольно распределенные случайные величины. Кроме того, на промежутках  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  и  $\varphi$  система не отказывает и не изменяет уровней процессов  $\Omega(t)$  и  $N(t)$ .

Следуя [2], назовем производительностью системы параметр  $a = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t)/t$ .

Необходимо определить для рассматриваемой системы оптимальные кванты резервирования промежуточной информации, максимизирующие производительность ВС. При этом считается, что выбор очередной КТ осуществляется по суммарному «чистому» времени, отработанному системой для исходного задания.

3. Основные соотношения. Введем следующие случайные величины:  $\eta_n = (t_n - t_{n-1} - \varphi)$  — суммарная длительность кванта запоминания  $T_n$  с учетом случайных прерываний и отказов системы;  $\theta_n = N(t_n) - N(t_{n-1})$  — соответствующее превращение процесса наработки на промежутке  $\eta_n$ . Если  $\xi$  — некоторая случайная величина, то ниже  $\bar{\xi}(s)$  обозначает ее преобразование Лапласа — Стильтеса, а  $\bar{\xi}$  — соответствующий первый момент. Введем вспомогательные обозначения:

$$x = \alpha_1 + \lambda [1 - \beta_1(\alpha_1)] + \lambda \gamma \beta_1(\alpha_1) / (1 - q),$$

где  $\beta_1(\alpha_1) = (p + \gamma) \beta(\alpha_1) / [1 - q\beta(\alpha_1)]$ .

**Лемма 1.** Средняя суммарная длительность «периода» запоминания  $T_n$  с учетом случайных прерываний и отказов системы и среднее суммарное значение процесса наработки к моменту  $t_n$  равны

$$\bar{v}_n = T_n C, \quad MN(t_n) = \sum_{i=1}^n \theta_i = [1 - \exp(-T_n x)] / x, \quad (1)$$

где  $C = (1 + \alpha_0 \bar{\psi}_0 + \alpha_1 \bar{\psi}_1 [1 + \lambda [1 - \beta_1(\alpha_1)] + \lambda \gamma \beta_1(\alpha_1) \bar{\psi}_2 / (1 - q)]$ .

Нетрудно заметить, что при любом фиксированном  $n > 2$  максимум  $MN(t)$  достигается в случае, когда  $T_1 \sum_{k=1}^n T_k / n$ . Поэтому далее вместо последовательности  $\{T_k\}$  рассмотрим управление, при котором  $T_k = T, k = 1, 2, \dots$ , где  $T > 0$  — некоторый период запоминания информации. Тогда

$$\bar{v}_n = TCMN(t_n) = n\bar{v}_n = nx^{-1} [1 - \exp(-Tx)].$$

4. Оптимизация периода организации КТ. Из эргодических соображений для производительности системы имеем

$$a = \lim_{t \rightarrow \infty} MN(t_n) / [n(\bar{v}_n + \bar{\varphi})],$$

**Теорема 1.** Производительность системы  $a = a(T)$ , соответствующая периоду запоминания  $T$ ,

$$a(T) = [1 - \exp(-Tx)] / [x(\bar{\varphi} + CT)].$$

Далее обычными методами оптимизируем функцию  $a(T)$ .

**Теорема 2.** Для исходной системы период резервирования промежуточных результатов  $T^*$  является единственным (в области  $T > 0$ ) корнем уравнения:  $\exp(xT) - 1 - xT - x\bar{\varphi}/C = 0$ .

*Следствие 1.* Для оптимальной производительности  $a^*$  с учетом теорем 1 и 2 получаем

$$a^* = [\exp(-xT^*)] / C.$$

Рассмотрим важный для инженерных расчетов случай, когда редко встречаются решения пользователя о возврате ВП к последней КТ ( $\gamma \rightarrow 0$ ) и интенсивности разрушающих отказов малы ( $\alpha_1 \rightarrow 0$ ).

*Следствие 2.* В случае, когда  $\alpha_1$  одного порядка малости с  $\gamma$ , либо более высокого порядка, т. е.  $\gamma = k\alpha_1^p$ , где  $0,5 < p < 1$  ( $k\alpha_1^p$  — величина безразмерная), для оптимального периода запоминания  $T^*$  и соответствующего значения оптимальной производительности  $a^*$  имеют место следующие асимптотические соотношения:

$$T^* = \sqrt{2\bar{\varphi} / [(1 + \alpha_0 \bar{\varphi}_0) (1 + \bar{\lambda}\beta) \{ (1 + \lambda\rho\bar{\beta}) / (1 - q) \} + \lambda k \alpha_1^{p-1} / (1 - q) \alpha_1]} + 0(1);$$

$$a^* = \left[ 1 - \right.$$

$$\left. - \sqrt{2\bar{\varphi} [(1 + \lambda\rho\bar{\beta}) (1 - q) + \lambda k \alpha_1^{p-1} / (1 - q) \alpha_1 / (1 + \bar{\lambda}\beta) (1 + \alpha_0 \bar{\varphi}_0)]} \right] \times \\ \times [(1 + \bar{\lambda}\beta) (1 + \alpha_0 \bar{\varphi}_0)]^{-1} + 0(\alpha_1). \quad (2)$$

*Замечание.* Сопоставляя асимптотические соотношения (2) с результатами [4] при  $p = 1$  и  $q = \gamma = 0$ , нетрудно заметить, что в случае малых интенсивностей разрушающих отказов, когда можно пренебречь членами порядка  $0(\alpha_1)$ , использование управления процессом резервирования информации по наработке эквивалентно управлению по таймеру.

**Список литературы:** 1. Вайрадян А. С., Коровик А. В., Удалов В. Н. Эффективное функционирование управляющих мультипроцессорных систем. — М.: Радио и связь, 1984. — 328 с. 2. Коваленко И. Н., Стойкова Л. С. О производительности систем и времени решения задачи при случайных отказах и периодическом запоминании результатов. — Кибернетика, 1974, № 5, с. 73—75. 3. Черкесов Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью. — М.: Сов. радио, 1974. — 296 с. 4. Бродецкий Г. Л., Щегинин Н. Е. К вопросу оптимальной организации процесса запоминания промежуточной информации в системе. — Автоматика и вычислительная техника, 1982, № 1,

Поступила в редакцию 26.11.84.

---

УДК 681.325—181.4:622.242

И. В. ЗОЗУЛЯ

**ВЫБОР МИКРОЭВМ ДЛЯ АСБКЗ  
МОРСКИХ НЕФТЕГАЗОПРОМЫСЛОВЫХ ОБЪЕКТОВ**

---

Сбор информации об окружающей среде морских нефтегазопромысловых объектов осуществляют с помощью первичных измерительных приборов автоматизированной системы безопасности и контроля загрязнения (АСБКЗ). Учитывая объем данных, временные характеристики, математическое, информационное и программное обеспечение, целесообразно использовать в системе управляющего вычислительного комплекса (УВК) микроЭВМ с переменным составом периферийных устройств.

Поскольку АСБКЗ предназначена для своевременного обнаружения и автоматической сигнализации при аварийных ситуациях, возникающих в ходе технологического процесса нефтегазодобычи, локализации и их ликвидации, а также для контроля за загрязнением морской воды в районе нефтегазопромисловых работ, применение микроЭВМ для компоновки подсистем в многомашинных УВК позволяет создать децентрализованную структуру системы. Такими частными подсистемами в составе АСБКЗ являются подсистемы пожарной сигнализации и взрывопредупреждения, контроля токсичных газов, контроля прочности и контроля загрязнения морской воды. Поэтому необходимость гибкой перестройки структуры АСБКЗ в соответствии с эволюцией контролируемых процессов, отраженных в эволюционной модели типа объект контроля — система, накладывает жесткие ограничения на выбор и применение микроЭВМ в комплексной многофункциональной автоматизированной системе контроля, построенной в блочно-модульном исполнении.

Отечественная промышленность выпускает ряд ориентированных для применения в автоматизированных системах контроля микроЭВМ, например «Электроника К1-10», «АРМ-Экран ВЭФормика», СМ-1800, модификации модели «Электроника С5», «Электроника НЦ-ОЗТ», «Электроника 60», ПС-300. Анализ их технических характеристик [1] показывает, что самыми широкими возможностями при построении УВК на базе микроЭВМ обладает СМ-1800. Так, разрядность данной микроЭВМ составляет 8 бит, объемы соответственно ОЗУ и ПЗУ больше 1 и 2 К

байт, быстродействие до 500 тыс. операций/с, число команд 248, адресуемая емкость памяти 64 К слов и т. д. При этом машинные аналоги обладают либо меньшим быстродействием, адресуемой емкостью памяти, количеством уровней прерывания, либо имеют незначительное преимущество по второстепенным параметрам.

К особенностям работы микроЭВМ СМ-1800 в АСБКЗ отнесем следующие: большое разнообразие задач, сравнительно мало изменяющихся в течение всего периода эксплуатации АСБКЗ; обмен информацией с большим числом внешних абонентов; большая продолжительность непрерывной работы; высокие требования по надежности и программной устойчивости к сбоям и отказам аппаратуры УВК; решение задач в операционной системе реального времени [2], когда длительность решения задач и темп выдачи информации должны выдерживаться в соответствии с характером работы и текущим состоянием управляемых объектов.

Таким образом, использование микроЭВМ СМ-1800 в составе АСБКЗ позволяет: создавать проектным путем специализированные УВК с минимальной избыточностью для решения задач контроля безопасности обслуживающего персонала и загрязнения окружающей среды; иметь в составе устройств связи с объектами контроля широкую номенклатуру модулей для ввода-вывода сигналов от датчиков с аналоговыми и дискретными выходами; выбирать необходимые объемы оперативной и постоянной памяти для хранения и обработки информации по заданным алгоритмам; надежно хранить в ПЗУ неизменяемую в процессе эксплуатации системы часть специального программного обеспечения, включая тестовые и контрольные программы; обеспечить достаточное быстродействие и полный набор команд для реализации всех функций АСБКЗ; создать децентрализованную структуру АСБКЗ с автономными подсистемами; изменять конфигурацию комплекса в процессе эксплуатации и эволюции контролируемых процессов вплоть до ввода или исключения отдельных подсистем; иметь достаточное общее программное обеспечение и резидентные средства для разработки и отладки специального программного обеспечения [2]; содержать технические средства для организации оперативной связи между подсистемами и для вывода информации через стандартные средства преобразования информации; организовать дисплейные комплексы для отображения информации.

МикроЭВМ СМ-1800 представляет собой восьмиразрядную агрегируемую систему, объединенную единым системным интерфейсом И41 и построенную на базе *n*-канальных МОП БИС серии 580. В состав микроЭВМ входят модули процессоров, модули памяти, устройств связи с объектом, межмашинного обмена, отображения информации и системные модули и устройства [3, 4]. Модульный принцип позволяет легко модифици-

ровать систему контроля в соответствии с ее конкретными потребностями. В типовой структуре микроЭВМ СМ-1800 МЦЧ — модули центральной части, МУВВС — модули устройств ввода-вывода и связи, МУСО — модули устройств связи с объектом, МВ — модули вспомогательные.

Модули центральной части включают модуль центрального процессора (МЦП), модуль оперативный запоминающий (МОЗ) и модуль постоянный запоминающий (МПЗ). Модуль центрального процессора предназначен для логической и арифметической обработки информации и формирования интерфейса, он содержит микропроцессор КР58ОИК80А, локальные ОЗУ и ПЗУ, порты ввода-вывода, узлы прерывания и сопряжения с интерфейсом. В некоторых случаях в состав модуля центральной части входит МЦП с максимальным объемом адресуемой памяти до 1 М байт — МЦП1 либо повышенной производительности с числом обрабатываемых данных 16, с прямой адресацией оперативной памяти до 2 М байт и увеличением быстродействия в три раза — МЦП16 [3]. Процессор является основным устройством микроЭВМ, выполняющим операции по приему и исполнению команд, обработке внешних и внутренних прерываний и управления общей магистралью.

В микроЭВМ СМ-1800 модули памяти предназначены для приема, хранения и выдачи информации. Имеются разновидности модулей: МОЗ и МОЗ1 с объемами хранимой информации соответственно 32 К слова и 64 К слова; МПЗ (на базе микросхемы КР556РТ4), МПЗ1 (КР556РТ5) и МППЗ — модуль полупостоянный запоминающий с объемами памяти, соответственно, 4, 8 и 32 К байта. Занесение информации в МПЗ производится пультом-программатором.

Модули устройств связи с объектом обеспечивают опрос, преобразование в машинный код и ввод в машину информации о технологическом процессе или процессе контроля и вывод управляющего воздействия на исполнительные органы. Эта группа модулей включает в себя модули ввода и вывода аналоговых сигналов (МВВА, МВВАС и МВА), модуль компараторов уровня (МКУ), модуль аналогового питания (МАП), модули коммутации аналоговых сигналов (МКАС), модуль изолированного питания (МИП), модуль нормализации аналоговых сигналов (МНАС), модули ввода и вывода дискретных сигналов, в том числе повышенной мощности (МВВД, МВД и МВДС), модуль ввода числоимпульсных сигналов (МВЧ) и модуль управления цепями переменного тока повышенной мощности (МУЦП). Функциональное назначение модулей ясно из их названия; особое значение при построении АСБКЗ придается упомянутым модулям ввода-вывода аналоговых и дискретных сигналов, а также модулям нормализации аналоговых сигналов

и компараторов уровня. Последние, например, широко используются при подключении к микроЭВМ специализированных сигнализаторов взрывоопасности.

Модули межмашинного обмена являются функциональными узлами для организации связи как микроЭВМ, так и ЦВМ. Группа модулей содержит модули связи с интерфейсами радиально-параллельным и последовательным (МИРПР и МИРПС), модемом (МСМ); модули сопряжения с удаленным дисплеем (МСД) и телетайпом (МСТ), модули сопряжения с интерфейсами радиально-параллельным многоканальным и линейной связи с последовательной передачей информации (МИРПСМ и МИЛПС). Сюда относятся также модуль сетевого микропроцессорного адаптера, модем и устройства связи (УС) и связи с общей шиной (УСОШ).

Модули отображения информации обеспечивают вывод из машины информации на видеоконтрольные устройства и включают модули вывода символьной и растровой графической информации на телеэкран (МВСТ и МВГТ).

Группа системных модулей и устройств представлена модулями таймера (МТМР), устройствами внешней памяти на гибких магнитных дисках, в том числе с прямым доступом, ввода-вывода алфавитно-цифровой информации (УВА); устройствами печатающим алфавитно-цифровым, ввода-вывода перфоленточным, модулем резервного питания (МРП) и пультом контроля и управления. Последний необходим при проведении диагностических проверок функционирования микроЭВМ и АСБКЗ.

Некоторые практические аспекты применения микроЭВМ в составе АСБКЗ, ее математическое и программное обеспечение рассмотрены в работах [2, 3].

Таким образом, структура микроЭВМ СМ-1800, ее технические характеристики и особенности работы в автоматизированной системе контроля соответствуют требованиям, предъявляемым к микроЭВМ в АСБКЗ нефтегазопромысловых объектов континентального шельфа.

Список литературы: 1. *Автоматизированные системы управления технологическими процессами (справочник)* / Под ред. акад. АН УССР Б. Б. Тимофеева. — К.: Техника, 1983. — 351 с. 2. *Проблемы разработки математического и программного обеспечения АСКЗ* / Н. И. Базалеев, В. А. Гулвус, И. В. Зозуля и др. — Х., 1983. — 23 с. — Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 351 Ук-Д84. 3. *МикроЭВМ СМ-1800: Архитектура, программирование, применение* / А. В. Геглавиц, Н. Д. Кабанов, Н. Л. Прохоров, А. Н. Шкамарда. — М.: Финансы и статистика, 1984. — 136 с. 4. *Фролов Г. И., Гембицкий Р. А. Микропроцессоры. Автоматизированные системы контроля объектов: Учеб. пособие для вузов* / Под ред. Л. Н. Преснухина. — М.: Высш. шк., 1984. — 87 с.

Поступила в редакцию 25.02.85.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
МИКРООБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ

Электронно-лучевые процессы обработки и микрообработки различных материалов находят все более широкое применение в современной микроэлектронике: они обеспечивают возможность автоматизации и управления всеми стадиями технологического процесса, а следовательно, повторяемость получаемых результатов и повышение процента выхода годных изделий. Эллионная технология используется при размерной обработке материалов и создании активных полупроводниковых приборов с заданными концентрациями легирующих примесей [1].

Характеристики получаемых приборов обусловлены как видом обрабатываемых материалов и типом легирующих примесей, так и параметрами электронного луча: временем воздействия, диаметром, ускоряющим и управляющим напряжениями, током пучка и током эмиссии катода, характером процесса при выключении луча.

Управление процессом электронно-лучевой обработки связано с построением математических моделей, определяющих связь между характеристиками электронного пучка и параметрами электронно-лучевой установки, с одной стороны, и характеристиками получаемых приборов, с другой.

Ускоряющее и управляющее напряжение являются регулируемыми в процессе микрообработки параметрами. Основные соотношения, связывающие характеристики электронного пучка и магнитной фокусирующей системы, имеют следующий вид:

$$d = Md_1; \quad l = \frac{1}{M^2} l_1; \quad p = \frac{1}{M^2} p_1; \quad \beta = \frac{1}{M} \beta_1, \quad (1)$$

где  $d$  — диаметр электронного луча;  $l$  — плотность тока;  $P$  — удельная поверхностная мощность;  $\beta$  — апертура пучка в зоне его действия;  $M$  — масштаб изображения магнитной линзы;  $d_1$ ,  $l_1$ ,  $p_1$ ,  $\beta_1$  — соответствующие значения для электронного пятна с наименьшим диаметром без магнитной фокусировки.

Плотность тока в пучке определяется соотношением

$$j = \pi R_n \beta^2. \quad (2)$$

Здесь  $R_n$  — направленность пучка, которую находят с помощью выражения

$$R_n = \frac{1}{\pi} j_n \frac{eU_{\text{уск}}}{kT_n}, \quad (3)$$

где  $T_k$  — температура катода;  $j_n$  — плотность тока насыщения катода;  $U_{\text{уск}}$  — ускоряющее напряжение;  $k$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона.

Удельная поверхностная мощность электронного пучка

$$P = jU_{\text{уск}}, \quad (4)$$

а его диаметр в зоне действия с учетом погрешности за счет сферической абберации равен

$$d^2 = \frac{4}{\pi^2} \frac{I}{R_n} \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{4} (M+1)^2 C_0^2 \beta^6, \quad (5)$$

где  $I$  — ток пучка;  $C_0$  — коэффициент сферической абберации.

Из уравнения (5) путем вариаций получим выражения для минимального при данных условиях диаметра электронного луча

$$d_{\text{min}} = \frac{\beta^{1/2}}{(3\pi)^{3/8}} \left( \frac{kT_k}{e} \right)^{3/8} \frac{I^{3/8} (M+1) C_0^{1/4}}{j_n^{1/8} U_{\text{уск}}}, \quad (6)$$

и его максимальной удельной мощности

$$P_{\text{max}} = \frac{3^{3/4}}{2\pi^{1/2}} \left( \frac{e}{kT_k} \right)^{3/4} \frac{j_n^{3/4} I^{1/4} U_{\text{уск}}^{7/4}}{(M+1)^2 C_0^{1/2}}. \quad (7)$$

При подаче на управляющий электрод напряжения ток пучка

$$I = D (U_{\text{упр}} - U_{\text{зам}})^{3/2}, \quad (8)$$

где  $D$  — коэффициент учитывающий геометрическую форму электронной пушки;  $U_{\text{зам}}$  — напряжение запирающего пучка.

С учетом соотношения (8), выражения (6), (7) перепишем в форме

$$\begin{cases} d_{\text{min}} = A(j_n, T_k, C_0, M, D) \frac{(U_{\text{упр}} - U_{\text{зам}})^{9/10}}{U_{\text{уск}}^{3/8}}; \\ P_{\text{max}} = B(j_n, T_k, C_0, M, D) (U_{\text{упр}} - U_{\text{зам}})^{3/8} U_{\text{уск}}^{7/4}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$A(j_n, T_k, C_0, M, D) = \frac{\beta^{1/2}}{(3\pi)^{3/8}} \left( \frac{kT_k}{e} \right)^{3/8} \frac{(M+1) C_0^{1/4}}{j_n^{1/8}} D^{3/8};$$

$$B(j_n, T_k, C_0, M, D) = \frac{3^{3/4}}{2\pi^{1/2}} \left( \frac{e}{kT_k} \right)^{3/4} \frac{j_n^{3/4} D^{1/4}}{(M+1)^2 C_0^{1/2}}.$$

Коэффициенты  $A(j_n, T_k, C_0, M, D)$  и  $B(j_n, T_k, C_0, M, D)$  определяются режимом работы установки и не зависят от управляемых величин  $U_{\text{уск}}$  и  $U_{\text{упр}}$ .

При размерной обработке материалов, в частности при создании микроотверстий для прецизионных диафрагм, удаляется слой материала, объемом  $V = Sh$ , где  $h$  — глубина отверстия;  $S = 2\pi r_0^2$  — площадь его поперечного сечения.

Масса испаряемого материала с плотностью  $\rho_m = \rho \pi r_0^2 h$ . Запишем условие энергетического баланса при создании отверстий. Известно, что коэффициент полезного действия электронного луча  $\eta \approx 0,95$  [2], т. е. практически вся энергия электронов передается кристаллической решетке.

Величина  $\eta P_{\max} \frac{\pi d_{\min}^2}{4} t$  представляет собой энергию, затрачиваемую на микрообработку. Данная энергия расходуется на испарение обрабатываемого материала и теряется за счет его теплопроводности:

$$\frac{\eta P_{\max} d_{\min}^2}{4} t = \rho r_0^2 h [C_1 (T_1 - T_0) + \lambda_1 + C_2 (T_2 - T_1) + \lambda_2] + 2r_0 h x (\text{grad } T) t, \quad (10)$$

где  $t$  — время обработки;  $C_1, C_2$  — удельные теплоемкости материала в твердом и жидком состояниях соответственно;  $\lambda_1, \lambda_2$  — удельные теплоты плавления и испарения соответственно;  $T_0$  — начальная температура обрабатываемого материала;  $T_1, T_2$  — температуры плавления и испарения материала соответственно;  $x$  — коэффициент теплопроводности материала.

Температурные поля, возникающие в материале при воздействии электронного луча, рассчитаны в работах [3, 4]. Принимая линейную аппроксимацию зависимости температуры от координаты в цилиндрической системе координат  $T = \gamma r$  (11), получаем  $\text{grad } T = \gamma$  (12).

Используя выражение (10) и учитывая соотношения (9) и (12), можно определить время, необходимое для обработки:

$$t = \frac{\rho_0^2 h [C_1 (T_1 - T_0) + \lambda_1 + C_2 (T_2 - T_1) + \lambda_2]}{\frac{1}{4} \eta A (J_{\text{в}}, T_{\text{в}}, C_{\text{в}}, M, B) B^2 (J_{\text{н}}, T_{\text{н}}, C_{\text{н}}, M, B) (U_{\text{нпр}} - U_{\text{анн}})^{3/2} U_{\text{н}}^{1/3} - 2r_0 h \gamma x} \quad (13)$$

Полученное соотношение (13) позволяет рассчитать не только время, необходимое для испарения материала, но и для его локального оплавления с учетом того, что  $\lambda_2 = 0$ ,  $V = \frac{2}{3} \pi r_0^3$ , площадь поверхности полусферического оплава  $S_{\text{пов}} = 2\pi r_0^2$ . Приведенные расчетные соотношения могут быть использованы для автоматизации процесса электронно-лучевой микрообработки материалов.

Список литературы: 1. Деркач В. П., Сидоренко С. Л. О кинетике электронно-лучевого легирования полупроводников. — Физико-технол. вопр. кибернетики, 1968, вып. 3, с. 38. 2. Рыскалин Н. Н., Зуев И. В., Углов В. В. Основы электронно-лучевой обработки материалов. — М.: Машинное строительство, 1978. — 108 с. 3. Кабанов А. Н., Грачев Е. А., Стахевич В. В. Методика решения тепловой задачи электронно-лучевой обработки до фазовых превращений. — Физико-технол. вопр. кибернетики, 1977, вып. 20, с. 33—46. 4. Антонова В. А.,

УДК 621.396.6 : 518.6

М. А. ХАЖМУРАДОВ

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОЙ  
ТЕМПЕРАТУРЫ КРИСТАЛЛА  
С ОБЪЕМНЫМИ ТЕПЛОВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

1. Тепловые процессы оказывают значительное влияние на выходные параметры электронной аппаратуры (ЭА), уменьшив его, можно повысить надежность, эффективность и ресурс работы ЭА [1]. Наряду с ограничениями на тепловые поля необходимо учитывать и технологические ограничения, накладываемые на размещение тепловыделяющих элементов (в дальнейшем элементов). Все это приводит к значительным осложнениям при

решении задач оптимального конструирования современной электронной аппаратуры.

В связи с изложенным предлагаем методику расчета стационарной температуры кристалла с неоднородными граничными условиями на гранях и объемными тепловыми элементами, расположенными в нем.

2. В общей постановке задача формируется следующим образом. Имеется кристалл  $\Omega$  конечных размеров  $A, B, C$  (длина, ширина, высота) (рис. 1), материал кото-

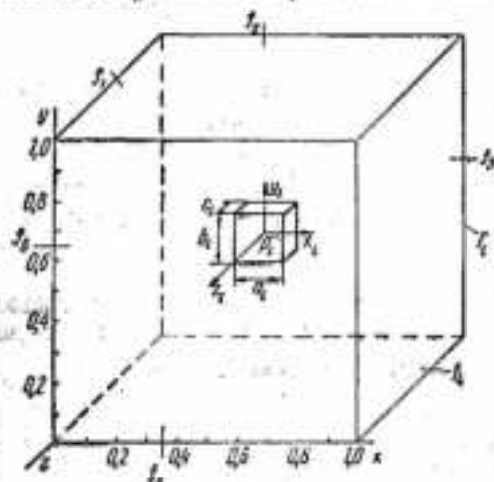


Рис. 1. Модель кристалла с объемным тепловыделяющим элементом

рого характеризуется теплофизическими параметрами  $\rho, c, \lambda$  (плотность, теплоемкость, теплопроводность).

Пусть имеется достаточно большое число  $N$  элементов  $H_l$  ( $l=1, 2, \dots, N$ ) с заданными геометрическими размерами  $a_l, b_l, c_l$  и мощностью тепловыделения  $Q_l$ . Кроме того, предполагаются

известными технологически допустимые расстояния  $r_{pl}^k$  ( $p, l = 1, 2, \dots, N; p \neq l$ ) между элементами  $H_i$  и расстояния  $d_l^k$  от элементов до границ кристалла  $\Omega$ . Необходимо определить значение температуры в областях элементов с учетом их взаимовлияния.

Математическая формулировка поставленной выше задачи представляется

1) краевой задачей [2]

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -F_l(x, y, z), \quad (1)$$

с граничными условиями

$$T(x, y, z) = f_l, \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

где

$$F_l = \begin{cases} Q_l/V_l \lambda, & \forall (x, y, z) \in H_l; \\ 0, & \forall (x, y, z) \notin H_l \end{cases}$$

— удельная мощность тепловыделения  $l$ -го элемента;  $V_l$  — объем  $l$ -го элемента;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $f_l$  — известная функция, заданная по-разному (или одинаково) на границах кристалла;

2) геометрическими ограничениями, наложенными на параметры размещения элементов [3, 4]:

$$\varphi_l(x_l, y_l) - d_l > 0, \quad l = 1, 2, \dots, N; \quad (3)$$

$$\zeta_{pl}(x_p, y_p, z_p, x_l, y_l, z_l) - r_{pl}^k > 0, \quad p, l = 1, 2, \dots, N; \quad p \neq l, \quad (4)$$

где (3) — условия непересечения  $l$ -го элемента с границей  $\Gamma$  ( $\Gamma = \bigcup_{i=1}^m \Gamma_i$ ) области  $\Omega$ ; (4) — условия плотного расположения  $l$ -го элемента номером  $p$  ( $p = 1, 2, \dots, l-1$ );

3) краевая задача (1), (2) формулируется в виде эквивалентной вариационной задачи [5].

Обозначим через  $D(A)$  линейное множество функций  $T = T(x, y, z)$ , которые дважды непрерывно дифференцируемы в области  $\Omega$ , линейно независимы и удовлетворяют краевому условию (2).

Оператор  $A$  краевой задачи (1), (2) положительно определен на множестве  $D(A)$  [5]. Следовательно, согласно основному вариационному принципу краевая задача (1), (2) эквивалентна вариационной задаче о нахождении на множестве  $D(A)$  функции  $\theta(x, y, z)$ , доставляющей минимум функционалу:

$$I(\theta) = \int \int \int (\text{grad } \theta)^2 - 2\theta F) d\Omega, \quad (5)$$

где  $\theta = T - f_0$  — новая неизвестная функция;  $f_0$  — некоторая функция, удовлетворяющая краевому условию (2).

Элемент  $\theta(x, y, z)$ , минимизирующий функционал (5), будем искать в виде структурной формулы [2]

$$\theta(x, y, z) = f_0 + \omega \Phi_0, \quad (6)$$

$\omega(x, y, z)$  — уравнение границы  $\Gamma_i$  области  $\Omega$ .

Функция  $\omega$  строится методом аналитического описания геометрических объектов [2]:

$$\omega(x, y, z) = x(A - x)y(B - y)z(C - z) \quad (7)$$

и удовлетворяет

- а)  $\omega(x, y, z) > 0, \forall (x, y, z) \in \Omega_0$ ;
- б)  $\omega(x, y, z) = 0, \forall (x, y, z) \in \Gamma_i, i = 1, 2, \dots, m$ ;
- в)  $\omega(x, y, z) < 0, \forall (x, y, z) \in \bar{\Omega}$ .

Функцию  $f_0$ , удовлетворяющую условию (2), построим следующим образом:

$$f_0 = \sum_{j=1}^m \tau_j f_j, \quad (8)$$

где  $f_j$  — заданные значения температур на участках  $\Gamma_j$  границы  $\Gamma$  области  $\Omega$  (рис. 1);

$$\tau_j = \begin{cases} 1, & \forall (x, y, z) \in \Gamma_j, j = 1, 2, \dots, m; \\ 0, & \forall (x, y, z) \in \bigcup_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m \Gamma_i. \end{cases} \quad (9)$$

Функция  $\tau_j$  принимает следующее значение:

$$\tau_j = \frac{Z_j}{Z_j + \omega_j}; \quad Z_j = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m \omega_i, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Пусть  $m = 6$  (рис. 1), тогда  $\omega_1 = x$ ;  $\omega_2 = y$ ;  $\omega_3 = z$ ;  $\omega_4 = A - x$ ;  $\omega_5 = B - y$ ;  $\omega_6 = C - z$ , а функция  $\tau_j$  принимает вид

$$\tau_1 = \frac{yzm_1}{\omega_1 + yzm_1}; \quad \tau_2 = \frac{xzm_1}{\omega_2 + xzm_1}; \quad \tau_3 = \frac{xym_1}{\omega_3 + xym_1};$$

$$\tau_4 = \frac{xyzm_2}{\omega_4 + xyzm_2}; \quad \tau_5 = \frac{xyzm_3}{\omega_5 + xyzm_3}; \quad \tau_6 = \frac{xym_4}{\omega_6 + xym_4};$$

$$m_1 = (A - x)(B - y)(C - z); \quad m_2 = (B - y)(C - z);$$

$$m_3 = (A - x)(C - z); \quad m_4 = (A - x)(B - y).$$

При этом функция  $f_0$  (8) на участках  $\Gamma_i$  границы  $\Gamma$  будет принимать заданные значения  $f_i$  и называется функцией «склеивания» граничных значений [2].

Представим неопределенный элемент  $\Phi_0$  структурной формулы [6] разложением

$$\Phi_0(x, y, z) = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x, y, z), \quad (10)$$

где  $\{\varphi_i(x, y, z)\}_{i=1}^n$  — функции линейно независимой системы (полиномы Чебышева, Лежандра, Эрмита, тригонометрические или степенные функции и др.).

Подставляя (10) в структурную формулу (6), получаем

$$\theta(x, y, z) = f_0(x, y, z) + \sum_{i=1}^n c_i \Psi_i(x, y, z), \quad (11)$$

где  $\{\Psi_i(x, y, z)\}_{i=1}^n = \{\omega \varphi_i(x, y, z)\}_{i=1}^n$  — координатные функции, удовлетворяющие краевому условию (2), а также условиям полноты и линейной независимости [2].

Для определения неизвестных постоянных  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) подставим выражение аппроксимирующей функции (11) в функционал (5). После выполнения операций интегрирования функционал  $I(\theta)$  превратится в функцию  $I = I(c_1, c_2, \dots, c_n)$  от  $n$  независимых переменных  $c_i$ , условие минимума которой

$$\partial I / \partial c_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $c_i$

$$\sum_{i=1}^n A_{ij} c_i = -D_j + B_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

где

$$A_{ij} = \iiint_{\Omega} \left[ \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j}{\partial z} \right] d\Omega;$$

$$D_j = \iiint_{\Omega} \left[ \frac{\partial f_0}{\partial x} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + \frac{\partial f_0}{\partial y} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} + \frac{\partial f_0}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j}{\partial z} \right] d\Omega;$$

$$B_j = \sum_{l=1}^N F_l \iint_{H_l} \Psi_j dH_l.$$

Таким образом, приближенное решение краевой задачи (1) — (6), полученное с помощью предложенной методики, представляется в виде

$$T(x, y, z) = T_0(x, y, z) + \sum_{i=1}^n T_i(x, y, z); \quad (13)$$

$$T_0(x, y, z) = f_0(x, y, z) + \sum_{i=1}^n c_i^{(0)} \Psi_i(x, y, z); \quad (14)$$

$$T_i(x, y, z) = \sum_{l=1}^n c_l^{(i)} \Psi_l(x, y, z);$$

$$c_i^{(0)} = A_{ij}^{-1} D_j; \quad c_l^{(i)} = A_{li}^{-1} B_l^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$A_{ij}^{-1}$  — матрица, обратная матрице  $A_{ij}$ .

Значение температуры в полосах элементов

Номер элемента	x см	y см	T (x, y) °C	Номер элемента	x см	y см	T (x, y) °C
1	0,1	0,1	32,23	14	0,7	0,5	127,40
2	0,3	0,1	61,91	15	0,9	0,5	69,82
3	0,5	0,1	69,82	16	0,1	0,7	61,91
4	0,7	0,1	61,91	17	0,3	0,7	114,52
5	0,9	0,1	32,23	18	0,5	0,7	127,40
6	0,1	0,3	61,91	19	0,7	0,7	114,52
7	0,3	0,3	114,52	20	0,9	0,7	61,91
8	0,5	0,3	127,40	21	0,1	0,9	32,23
9	0,7	0,3	114,52	22	0,3	0,9	61,91
10	0,9	0,3	61,91	23	0,5	0,9	69,82
11	0,1	0,5	69,82	24	0,7	0,9	61,91
12	0,3	0,5	127,40	25	0,9	0,9	32,23
13	0,5	0,5	141,00				

4. Применение предложенной методики. 4.1. Требуется определить температурное поле кристалла с одним объемным тепловым элементом, расположенным в центре области (рис. 1) при следующих параметрах:

$$A = 3 \times 10^{-3} \text{ м}; B = 5 \times 10^{-3} \text{ м}; C = 10^{-3} \text{ м}; a_i = b_i = c_i = 10^{-4} \text{ м};$$

$$f_1 = 20^\circ\text{C}; f_2 = 30^\circ\text{C}; f_3 = 25^\circ\text{C}; f_4 = 20^\circ\text{C};$$

$$f_5 = 15^\circ\text{C}; f_6 = 30^\circ\text{C}; \lambda = 5 \times 10^{-3} \text{ Вт/м град}; Q_i = 0,5 \text{ Вт}.$$

При формировании полной системы линейно независимых функций  $\varphi_i(x, y, z)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) использовался полином Чебышева пятой степени вида

$$\{\varphi_i(x, y, z)\}_{i=1}^n = Z_i(x) Z_j(y) Z_k(z) = \{1, x, y, z, x^2 - 1/2, x, y, y^2, \dots\}_{i=1}^n,$$

где  $i, j, k$  — степень полинома;  $Z_i, Z_j, Z_k$  — рекуррентные соотношения [6];  $n$  — число координатных функций,

$$n = [(i+1)(j+2)(k+3)]/3!$$

Интегрирование проводилось по квадратурной формуле Гаусса восьмого порядка по каждой из координат. Коэффициенты  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) определялись из решения системы линейных алгебраических уравнений (12).

Значение температуры в центре теплового элемента

$$T(x, y, z) = 37,6^\circ\text{C} \quad (x = A/2; y = B/2; z = C/2).$$

4.2. Пусть задана область  $\Omega$  и  $N$  тепловыделяющих элементов (рис. 2) с геометрическими размерами  $A = B = C = 1$  см;  $a_i = b_i = c_i = 0,1$  см ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) и координатами расположения, приведенными на рис. 3 (разрез рис. 2 по  $A-A$ ). Заданы интенсивности тепловыделения  $Q_i$  элементами  $H_i$  ( $Q_i = 10$  Вт), коэф-

коэффициент теплопроводности  $\lambda = 1$  Вт/см град и значение температуры на отдельных участках  $\Gamma_i$  границы  $\Gamma$  ( $f_i = 30^\circ\text{C}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ ).

Требуется определить значение температуры в полюсах (в центре) тепловыделяющих элементов с учетом их взаимовлияния.

Номера элементов и температуры, соответствующие им, приведены на рис. 3.

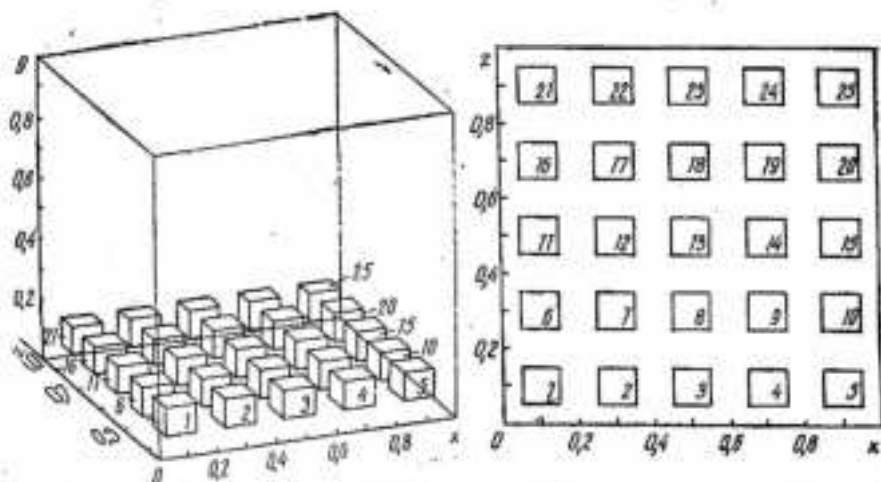


Рис. 2. Модель кристалла с объемными тепловыделяющими элементами, размещенными с переменными координатами  $x, y$  при постоянном  $z$

Рис. 3. Разрез рис. 2 по А—А. В центре элементов приведены их номера и температуры с учетом взаимовлияния

Таким образом, разработанная методика решения трехмерных краевых задач может быть успешно применена для решения задач оптимального (по тепловому режиму) размещения тепловыделяющих элементов с неоднородными и неоднородными граничными условиями. Применение теории  $R$ -функций позволяет решать задачи со сложными геометрическими формами кристалла и тепловыделяющих элементов.

Численная реализация рассмотренной методики осуществлялась на языке ПЛ/1. Время счета на ЭВМ ЕС-1040 для задачи 4.1 не превышает 23 мин, а для задачи 4.2 — 82 мин.

Список литературы: 1. Дульнев Г. Н., Гарковский Н. Н. Тепловые режимы электронной аппаратуры.— Л.: Энергия, 1971.— 248 с. 2. Раачев В. Л. Методы алгебры логики в математической физике.— К.: Наук. думка, 1974.— 260 с. 3. Стоян Ю. Г., Хажмурадов М. А. Об одном методе рационального размещения однотипных тепловых объектов, имеющих форму квадрата, в прямоугольной области.— В кн.: Методы поисковой оптимизации и размещения геометрических объектов. К., 1976, с. 15—24. 4. Загорский Ю. Н., Кравченко В. Ф., Токаренко А. В., Хажмурадов М. А. Об оптимальном размещении

тепловыделяющих элементов на прямоугольной пластине с учетом геометрических и теплофизических ограничений.— Электрон. техника, Сер. 10. Микроэлектрон. устройства, 1979, вып. 1 (13), с. 80—88. 5. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике.— М.: Наука, 1970.— 572 с. 6. Сега Г. Ортогональные многочлены.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962.— 500 с.

Поступила в редакцию 30.10.84.

---

УДК 62—772 : 621.3.019

*Е. И. БОРОДЕНКО*, канд. техн. наук, *Л. Г. ТРУСЕН*

**МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАТРАТ  
НА КОМПЛЕКТОВАНИЕ ЗИП АСУ ТП**

---

Известные методы комплектования ЗИП основываются, как правило, на допусковых критериях [1]: задаются требуемые значения показателей надежности и определяется наименьший объем запасных элементов, при которых они достигаются. Оптимизация ЗИП производится с позиций минимизации расходов на изготовление и эксплуатацию ЗИП при заданной вероятности безотказной работы или при заданной стоимости ЗИП максимизируется суммарная наработка на отказ всей группы изделий за срок службы [2, 3].

Перечисленные методы не учитывают структуры сложных систем, к которым относятся автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУ ТП) и конкретные условия их применения.

Предлагаемый метод позволяет оптимальным образом распределить стоимостные затраты между элементами, входящими в комплект ЗИП АСУ ТП, с учетом последствий возникающих отказов. В качестве целевой функции при оптимизации используется экономический критерий — коэффициент рентабельности капитальных вложений.

Покажем, что экстремальную задачу целесообразно решать методом неопределенных множителей Лагранжа. При этом примем следующие допущения: однотипные элементы АСУ ТП имеют одинаковые стоимости и наработку на отказ.

Коэффициент рентабельности капитальных вложений можно записать так:

$$P_k = \frac{\Pi}{K} = \frac{Ц - С}{K}, \quad (1)$$

где  $\Pi$  — годовая прибыль, получаемая в связи с применением АСУ ТП, определяемая как разность стоимости  $Ц$  и себестоимости  $С$  годового производства продукции;  $K$  — капитальные вло-







Так как в равенстве (12) фигурируют только дифференциалы независимых переменных, заключаем, что  $M_1 = 0, M_2 = 0, \dots, M_n = 0$  (13).

Присоединяя к равенствам (13)  $n$  условий связи, получаем необходимые условия существования условного экстремума функций (5) при наличии связей (6) в виде

$$M_1 = 0, M_2 = 0, \dots, M_n = 0, F_1 = 0, F_2 = 0, \dots, F_n = 0. \quad (14)$$

Равенства (14) представляют собой систему  $n+n$  уравнений для определения  $n+n$  координат точки возможного экстремума. При отыскании точек целесообразно использовать метод неопределенных множителей Лагранжа. Как правило, это позволяет значительно упростить математические выкладки.

Запишем функцию Лагранжа

$$\psi = P_k + \lambda(C_1 + C_2 + \dots + C_n - C_{зад}) \quad (15)$$

и приравняем нулю частные производные функции (15) по  $C_1, C_2, \dots, C_n$ .

Получим систему уравнений вида

$$\frac{\partial P_k}{\partial C_1} + \lambda = 0, \frac{\partial P_k}{\partial C_2} + \lambda = 0, \dots, \frac{\partial P_k}{\partial C_n} + \lambda = 0, \quad (16)$$

из которой следует, что

$$\frac{\partial P_k}{\partial C_1} = \frac{\partial P_k}{\partial C_2} = \dots = \frac{\partial P_k}{\partial C_n}. \quad (17)$$

Решив систему уравнений (16), найдем координаты точки возможного экстремума

$$C_1 = \gamma_1(\lambda), C_2 = \gamma_2(\lambda), \dots, C_n = \gamma_n(\lambda).$$

Постоянный множитель можно исключить, воспользовавшись уравнением связи

$$C_1 + C_2 + \dots + C_n - C_{зад} = 0. \quad (18)$$

Прделав необходимые преобразования, окончательно получим координаты возможного экстремума в точке  $B$

$$C_1 = f_1(C_{зад}), C_2 = f_2(C_{зад}), \dots, C_n = f_n(C_{зад}).$$

Теперь необходимо доказать, что в точке  $B$  реализуется условный максимум. Сделать это можно путем вычисления второго дифференциала (15)

$$d^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial C_1^2} d^2C_1 + \frac{\partial^2\psi}{\partial C_2^2} d^2C_2 + \dots + \frac{\partial^2\psi}{\partial C_n^2} d^2C_n.$$

Чтобы определить знак второго дифференциала, необходимо задать зависимость  $P_k$  от  $C_i$  в явном виде. Не противоречит физическому смыслу и подтверждается исследованиями экспоненциальная зависимость

$$P_{ki} = 1 - \exp(-\mu_i C_i), \quad (19)$$

где  $\mu$  — постоянный коэффициент, определяющий крутизну экспоненты (15).

Найдем первую частную производную от (15) с учетом (19):

$$\frac{\partial \psi}{\partial C_i} = \mu_i e^{-\mu_i C_i} + \lambda.$$

Вторая производная имеет вид  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial C_i^2} = -\mu_i^2 e^{-\mu_i C_i}$ .

Так как  $\mu_i > 0$  и  $e^{-\mu_i C_i} > 0$ , то вторая производная отрицательная, и в точке  $B$  находится максимум.

Переменные  $C_1, C_2, \dots, C_n$  и  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  в конечном итоге всегда фигурируют в качестве некоторых положительных чисел, не равных нулю, что позволяет формально определить отношения этих чисел  $\frac{C_1}{Z_1} = \alpha_1, \frac{C_2}{Z_2} = \alpha_2, \dots, \frac{C_n}{Z_n} = \alpha_n$ . (20)

Перепишем выражение (8) в виде равенства двух функций:

$$P_k(C_1, C_2, \dots, C_n) = P_k(\alpha_1 Z_1, \alpha_2 Z_2, \dots, \alpha_n Z_n);$$

дифференцируя левую часть по  $C_i$ , а правую часть по  $\alpha_i Z_i$ ,

$$\text{имеем } \frac{\partial P_k}{\partial C_i} = \frac{\partial P_k}{\partial (\alpha_i Z_i)} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial P_k}{\partial Z_i}.$$

По аналогии результат дифференцирования можно записать как систему уравнений частных производных:

$$\alpha_1 \frac{\partial P_k}{\partial C_1} = \frac{\partial P_k}{\partial Z_1}, \quad \alpha_2 \frac{\partial P_k}{\partial C_2} = \frac{\partial P_k}{\partial Z_2}, \quad \dots, \quad \alpha_n \frac{\partial P_k}{\partial C_n} = \frac{\partial P_k}{\partial Z_n}. \quad (21)$$

Уравнение связи с учетом (3) и (20) имеет вид  $\sum_{i=1}^n \alpha_i Z_i = C_{зад}$ .

Уравнение Лагранжа при наличии связи (6) представим так:

$$\psi = P_k + \lambda (\alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Z_2 + \dots + \alpha_n Z_n - C_{зад}).$$

Запишем частные производные функции  $\psi$  и приравняем их нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial (\alpha_1 Z_1)} &= \frac{\partial P_k}{\partial (\alpha_1 Z_1)} + \alpha_1 \lambda = 0; \\ \frac{\partial \psi}{\partial (\alpha_2 Z_2)} &= \frac{\partial P_k}{\partial (\alpha_2 Z_2)} + \alpha_2 \lambda = 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{\partial \psi}{\partial (\alpha_n Z_n)} &= \frac{\partial P_k}{\partial (\alpha_n Z_n)} + \alpha_n \lambda = 0. \end{aligned}$$

Из данной системы уравнений следует

$$\frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial P_k}{\partial Z_1} + \alpha_1 \lambda = \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial P_k}{\partial Z_2} + \alpha_2 \lambda = \dots = \frac{1}{\alpha_n} \frac{\partial P_k}{\partial Z_n} + \alpha_n \lambda.$$

Вместо частных производных  $\frac{\partial P_k}{\partial Z_1}, \frac{\partial P_k}{\partial Z_2}, \dots, \frac{\partial P_k}{\partial Z_n}$  подставим их значения, определяемые системой уравнений (21):

$$\frac{1}{\alpha_1} \left( \alpha_1 \frac{\partial P_k}{\partial C_1} \right) + \alpha_1 \lambda = \frac{1}{\alpha_2} \left( \alpha_2 \frac{\partial P_k}{\partial C_2} \right) + \alpha_2 \lambda = \dots = \frac{1}{\alpha_n} \left( \alpha_n \frac{\partial P_k}{\partial C_n} \right) + \alpha_n \lambda. \quad (22)$$

Равенство (22) справедливо только в точке экстремума целевой функции. Учитывая (17) и (22), имеем  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = \alpha$ . Полученный результат с учетом (4) означает, что целевая функция достигает максимума при условии, что

$$\begin{aligned} C_1 &= \alpha \theta_1 (V_0 - V_1); \\ C_2 &= \alpha \theta_2 (V_0 - V_2); \\ &\dots \dots \dots \\ C_n &= \alpha \theta_n (V_0 - V_n). \end{aligned} \quad (23)$$

Сложив левые и правые части системы уравнений (23) с учетом (3), найдем выражения для  $\alpha$ :  $\alpha = \frac{C_{\text{зад}}}{\sum_{i=1}^n \theta_i (V_0 - V_i)}$  (24).

Из (23) и (24) окончательно получим

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\theta_1 (V_0 - V_1)}{\sum_{i=1}^n \theta_i (V_0 - V_i)} C_{\text{зад}}; \\ C_2 &= \frac{\theta_2 (V_0 - V_2)}{\sum_{i=1}^n \theta_i (V_0 - V_i)} C_{\text{зад}}; \\ &\dots \dots \dots \\ C_n &= \frac{\theta_n (V_0 - V_n)}{\sum_{i=1}^n \theta_i (V_0 - V_i)} C_{\text{зад}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Следовательно, коэффициент рентабельности капитальных вложений АСУ ТП, используемый в качестве целевой функции, достигает своего максимального значения тогда, когда затраты на комплектование ЗИП АСУ ТП пропорциональны произведению времени восстановления  $\theta_i$  на величину  $(V_0 - V_i)$ , равную снижению производительности при возникновении отказа  $i$ -го вида.

Список литературы: 1. Голышев Т. А. Прикладная теория надежности.— М.: Высш. шк., 1977.— 157 с. 2. Ушаков И. А. Определение оптимального состава резервных блоков и запасных элементов восстанавливаемых систем с пополнением запасов.— Надежность и контроль качества, 1979, № 3, с. 18—22. 3. Постников В. А. Метод расчета числа запасных восстанавливаемых элементов.— Надежность и контроль качества, 1981, № 10, с. 35—38.

Поступила в редакцию 02.06.83.

## СОДЕРЖАНИЕ

Авраменко В. П. Устойчивые процедуры моделирования технологических процессов	3
Жигалеский А. А., Терентьева М. В. Статистические методы в глобальном случайном поиске. Сообщение II. Математический аппарат	9
Роланд П. Г. Об одной несобственной задаче математического программирования	18
Тильчин О. Т., Соловьев А. И. Формальные средства планирования разработки и эксплуатации автоматизированных систем обработки данных	24
Ашеров А. Т. Экспериментальная проверка метода выбора надежной человеко-технической структуры процесса обработки данных	32
Губка С. А., Аникин А. Н., Дерячев В. А. Входной язык для описания технологии ГПС	39
Абрамов О. М. Об описании форм финитных сигналов кулями их преобразований Фурье	43
Шупов В. П. Применение фазовой манипуляции для передачи данных в АСУ ТП	47
Мовчан В. М. Выбор факторов, влияющих на достоверность информации в АСУ, таксономическим методом	55
Амикина Е. В. Изменение ценности информации в процессе функционирования сети ЭВМ коллективного пользования	61
Панишев А. В., Левченко С. Н. Эффективный алгоритм построения списочного расписания для двухуровневых многопроцессорных систем	65
Ключко В. И., Королев А. В., Сорока Л. С., Турнов В. М. Выбор оптимальных наборов микропрограмм для построения устройств отображения систем управления	70
Гвоздикский А. Н., Дьяков А. Г. Синтез алгоритмов управления в АСУ ТП изготовления изделий из пластмасс в условиях неполной наблюдаемости	73
Шифрик В. Б. Интегрирование САПР АСУ ТП с альтернативным самоконтролем	78
Курки Е. Г., Храмов В. Н. Анализ критериев качества размещения элементов РЭА на коммутационном поле	81
Коренева Г. В. К вопросу оценки надежности гибкого производственного комплекса	86
Свиридов В. В., Филиппенко О. Н. Декодер сигналов одного класса	89
Ворона В. М., Мурашко А. Г., Андреева А. В. Автоматизация процесса моделирования вычислительных структур	92
Немченко В. П., Ефименко Л. Г. Особенности построения тестов для программируемых логических матриц с помощью D-метода	97
Маслов И. С., Толозов В. П. Аналоговый контрольно-весовой автомат	104
Кахурин Н. Я., Кирилков Ю. К., Гусятин В. М. К задаче проектирования неоднородных цифровых устройств	107
Щегинин И. Е. Выбор оптимального периода резервирования промежуточной информации по таймеру при интерактивном режиме работы системы	113
Золуля И. В. Выбор микроЭВМ для АСБКЗ морских нефтегазо-промысловых объектов	117
Смилченко Н. И., Яловега Г. И. Математическое моделирование процесса микрообработки материалов	121
Хажмуратов М. А. Об одном методе расчета стационарной температуры кристалла с объемными тепловыми элементами	124
Бородин Е. И., Трусей Л. Г. Метод оптимизации распределения затрат на комплектование ЗИП АСУ ТП	130

1 р. 40 к.

# АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ  
МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
СБОРНИК

Основан в 1965г.

АСУ и приборы автоматики, 1988, вып. 28, 1-127

