

АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕ- МЫ УПРАВЛЕНИЯ

И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

76 | 85



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

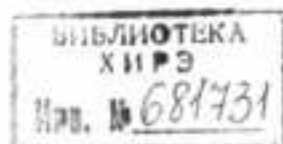
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
имени М. К. ЯНГЕЛЯ

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1965 г.

В Ы П У С К 76



ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1985

Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Респ. междувед. науч.-техн. сб.—Х.: Вып. шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985.— Вып. 76. 153 с.

Сборник посвящен результатам научных исследований в области создания универсального алгоритмического и программного обеспечения автоматизированных систем управления сложными объектами. Рассмотрены вопросы математического обеспечения АСНИ, планирования эксперимента, оптимального управления конкретными объектами, совершенствования программного обеспечения для систем автоматизации обработки данных, а также создания и разработки вычислительных систем, приборов и средств автоматики.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1985 г.

Для научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенков (отв. секр.), В. И. Васильев, Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Г. Ендокимов, Н. В. Кузьмин, С. Ф. Качалов, Е. Н. Лазаренко, К. Д. Коноваленко, В. И. Мелешко, В. М. Михайленко, И. Ф. Огородниченко, Э. Г. Петров, Б. А. Растриния, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, Н. М. Шимирев

Ответственный за выпуск *Н. А. Лысенков*

Адрес редакционной коллегии: 310059, Харьков-59, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-66

Редакция естественнонаучной литературы

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Выпуск 76

Редактор А. П. Гужова

Художественный редактор Т. П. Воробийко

Технический редактор Г. П. Александрова

Корректоры Л. М. Забродина, С. А. Потапова

ИБ № 9500

Сдано в набор 16.01.85. Подп. в печать 06.04.85. БИ 09212. Формат 60×90/16. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выд. печат. 9,5 печ. л. 9,75 кр.-отт. 10 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Изд. № 1336. Зак. 5-29. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вып. школы», 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 10

Харьковская книжная фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12, ул. Зингелса, 11

0604020101-033
А—М226(04)-85—480-85



Издательское объединение
«Вып. школы», 1985

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АСНИ: НОВЫЕ ВИДЫ
ОЦЕНОК КОМПОНЕНТ ДИСПЕРСИИ

Практическое применение статистических методов требует рассмотрения моделей со случайными эффектами. Между уровнями факторов наблюдаются случайные различия, количество их может быть большим и даже бесконечным. В эксперимент включаются уровни, которые являются случайной выборкой из генеральной совокупности. Получаемые при анализе выводы распространяются на всю эту совокупность. Так как дисперсия наблюдений складывается из дисперсий случайных уровней, будем говорить об анализе компонент дисперсии.

Классификация моделей. Простейшая классификация моделей дисперсионного анализа, предложенная Эйзенхартом, основана на природе уровней факторов. Рассмотрим более детальную классификацию в виде матриц дисперсий-ковариаций векторов наблюдений и случайных эффектов. Ограничимся моделью $Y = X\beta + e$, где Y — вектор наблюдений; X — матрица плана или инцидентий; β — вектор фиксированных эффектов (включая генеральное среднее μ); e — вектор случайных ошибок. Математическое ожидание и матрица дисперсий-ковариаций вектора Y имеют вид $E(Y) = X\beta$, $D(Y) = D(e)$.

Рассмотрим различные ситуации в зависимости от структуры e .

1) $E(e) = 0$, $D(e) = \sigma_e^2 I_n$; n — количество наблюдений. Здесь речь идет о модели с постоянными эффектами (модель I по Эйзенхарту).

2) Введем в рассмотрение случайные эффекты. Тогда $e = U_1\Phi_1 + \dots + U_{p-1}\Phi_{p-1} + \varepsilon$, U_i — матрицы плана или инцидентий для факторов со случайными уровнями; Φ_i — векторы случайных эффектов; ε — вектор случайных ошибок. Предполагается, что $E(\Phi_i) = E(E) = 0$, $D(\Phi_i) = \sigma_i^2 I_{m_i}$, $D(E) = \sigma_E^2 I_n$, $\text{cov}(\Phi_i, \Phi_j) = \text{cov}(\Phi_i, E') = 0$, $i \neq j$, m_i — число уровней i -го фактора. Теперь получаем

$$D(e) = \sum \sigma_i^2 U_i U_i' + \sigma_E^2 I_n;$$

σ_i^2 , $i = 1, \dots, p-1$ и σ_E^2 называются компонентами дисперсии. Если $E(Y) = \mu 1$, то речь идет о модели со случайными эффектами (модель II по Эйзенхарту). Если $E(Y) = X\beta$, где β состоит из μ и других постоянных эффектов, то рассматривается смешанная модель (модель III).

3) Более общий случай: $e = U_1\Phi_1 + \dots + U_{p-1}\Phi_{p-1} + U_p\Phi_p$, Φ_p не отождествляется со случайной ошибкой E .

4) Уровни факторов зависимы между собой: $D(\Phi_i) = \Lambda_i$, $i = 1, \dots, p$, где Λ_i — не обязательно диагональна, но факторы между собой независимы: $\text{cov}(\Phi_i, \Phi_j) = 0$, $i \neq j$, $D(e) = \sum U_i \Lambda_i U_i'$.

5) Различные факторы зависимы между собой: $\text{cov}(\Phi_i, \Phi_j) = c_{ij}$, $D(\Phi_i) = c_i^2 I_{m_i}$, $D(e) = \sum c_i^2 U_i U_i' + \sum_{i \neq j} c_{ij} U_i M_{ij} U_j'$.

6) Объединение случаев 4 и 5. Модели 4—6 можно назвать моделями компонент дисперсии и ковариации.

7) $D(e) = \theta_1 V_1 + \dots + \theta_s V_s$, на θ_i и V_i не накладывается никаких ограничений, кроме того, что $D(e) > 0$. Для моделей 2—7 одной из основных задач является оценивание компонент дисперсии и ковариации.

Логика развития идей и теории оценивания компонент дисперсии. На первых этапах развития дисперсионного анализа не было четкого выделения анализа компонент дисперсии как самостоятельной ветви, хотя понятия случайных и постоянных уровней уже существовали. Так, создавая основы блочного планирования, Фишер и Питс подчеркивали, что блоки случайные, а способы обработки — постоянные. Важной вехой в становлении теории анализа компонент дисперсии явилась предложенная в конце 40-х годов Эйзенхартом классификация моделей с постоянными и случайными эффектами. Процедура оценивания компонент дисперсии еще не выходила за рамки классического дисперсионного анализа.

Так же, как и для постоянных эффектов, составлялась таблица дисперсионного анализа с указанием источников дисперсии, степеней свободы, сумм квадратов и средних квадратов. По мнемоническому правилу находились математические ожидания средних квадратов, которые являлись линейными комбинациями компонент дисперсии. Средние квадраты приравнивались к математическим ожиданиям, и решением полученной системы были искомые оценки, известные под названием ANOVA-оценок (сокращение от analysis of variance). Для произвольного случая они обладают только свойством несмещенности, а для хорошей структуры данных (без пустых ячеек и с равным числом наблюдений в ячейках) добавляется свойство минимальности дисперсии в классе квадратичных оценок. Однако ANOVA-оценки, несмотря на ряд полезных свойств, имеют существенный недостаток: с ненулевой вероятностью могут принимать отрицательные значения.

При таком подходе необходимо уделять внимание каждой конкретной классификации, выводить аналитические выражения для самих оценок, их математических ожиданий и дисперсий. В этом случае трудно рассмотреть и описать все возможные ситуации, определяемые комбинацией многих признаков: наличием или отсутствием взаимодействий в модели, числом факторов, типом классификации (перекрестная или иерархическая), числом повторных наблюдений, наличием пустых ячеек и др. Все

это привело к тому, что на практике использовались простые планы. Исключением явились многофакторные дробные планы, построенные на базе комбинаторных конфигураций (латинских и частотных квадратов, кубов, гиперкубов, гипергреколатинских квадратов и т. п.), в силу того, что, несмотря на сокращение перебора, эти планы сохраняли свойство ортогональности, и общую сумму квадратов наблюдений по простым формулам можно разлагать на составляющие. С развитием вычислительной техники все шире стали использоваться многофакторные модели для данных различной структуры, что потребовало обобщения имеющихся результатов и дальнейшего развития теории. В этом смысле следует сказать об алгоритмическом подходе к оцениванию, разработанном Хендерсоном. Он предложил три алгоритма анализа компонент дисперсии, два из которых учитывают специфику моделей, а третий имеет общий характер. Алгоритмы Хендерсона и сейчас доминируют в разработках математического обеспечения, что объясняется простотой вычислительной процедуры.

Однако Хендерсон не выходил за рамки ANOVA-оценивания. Свойства оценок здесь полностью зависят от структуры данных и хороши только в сбалансированном случае. Очевидно, что выходом из тупика могли стать только новые виды оценок. В 1967 г. Хартли и Дж. Рао для оценивания компонент дисперсии привлекли метод максимального правдоподобия. Они описали итерационную процедуру оценивания, доказали ее сходимость, а также показали, что оценки максимального правдоподобия состоятельны и асимптотически эффективны. Предложили способ избежать отрицательности оценок компонент дисперсии.

Однако алгоритм Хартли — Рао имеет существенный недостаток: на каждом шаге итерации необходимо неоднократно вычислять и обращать оценку ковариационной матрицы наблюдений, которая имеет довольно большую размерность (по числу наблюдений). Именно соображения вычислительного порядка долгое время препятствовали использованию метода максимального правдоподобия. Высказывалось мнение, что такой подход неприемлем в принципе. Появление мощных ЭВМ и усовершенствование алгоритмов изменило ситуацию. Хэммерли и Хартли предложили процедуру W -преобразования, которая не только позволила существенно сократить объем вычислений, но и стала основой для обобщенной матричной записи многих других алгоритмов нахождения оценок максимального правдоподобия. Описанные выше методы пригодны только для моделей 2.

Универсальный метод оценивания компонент дисперсии. Иной путь оценивания, пригодный для всего многообразия моделей, предложил Рао в начале 70-х годов. Новые оценки названы им MINQE (квадратичные оценки, минимизирующие норму). Принципиальная новизна этого метода заключается в сути решаемой оптимизационной задачи. При ANOVA-оценивании минимизи-

руется сумма квадратов невязок, при ML-оценивании максимизируется функция правдоподобия. Системы уравнения, которые необходимо решить, полностью определяются триадой C, M, A — структурой данных (планом эксперимента), моделью и алгоритмом. В рамках выбранной триады не существует способов улучшения свойств оценок.

Главное влияние на эти свойства оказывает структура данных. Если она плоха, то и оценки будут плохими. Стремление их улучшить привело к концепции планирования эксперимента. Но во многих случаях не удается активно вмешиваться в эксперимент и приходится иметь дело с плохой структурой данных, например при «пассивном» эксперименте или пропущенных наблюдениях. Естественным является желание исследователя «выжать» из плохих данных максимум информации и получить оценки с желаемыми свойствами. Здесь уже задача заключается не в оптимизации первого члена триады (структуры), а в совершенствовании самого алгоритма оценивания «А» при заданных «С» и «М». Вместо поиска оптимального плана речь идет о поиске оптимального алгоритма. Суть оптимизационной задачи заключается в конструировании квадратичных форм, обеспечивающих экстремум некоторого функционала при ряде ограничений, которые определяются желаемыми свойствами оценок. Этот подход универсален в силу следующих соображений: MINQE-оценки пригодны для всех типов моделей со случайными эффектами, для трех видов анализа — дисперсионного, ковариационного и регрессионного; схема построения алгоритма (принцип конструирования квадратичных форм) не зависит от типа моделей и ограничений, а также от вида оптимизируемого функционала (норма, дисперсия). Последовательность этапов при разработке алгоритма следующая: выбирается вид оптимизируемого функционала; задаются желаемые свойства оценок (несмещенность, положительная определенность и др.); в зависимости от них преобразуется вид функционала; производная функционала по неизвестной матрице квадратичной формы приравнивается нулю; решается полученная система уравнений; результатом решения является матрица квадратичной формы; вычисляются оценки компонент дисперсии $\hat{\sigma}_i^2 = Y' A_i Y$.

Из всех перечисленных этапов принципиально новыми являются задание желаемых свойств оценок и корректировка вида функционала. При традиционном подходе оценки сначала вычисляли, а затем исследовали их свойства. Теперь желаемые свойства определяют структуру алгоритма. В качестве критерия оптимизации Рао выбрал минимум нормы разницы квадратичных форм, одна из них — искомая оценка, другая — «естественная» оценка, которая получилась бы при условии, что векторы случайных эффектов известны. Рассмотрим модель $Y = X\beta + U_1\phi_1 + \dots + U_{p-1}\phi_{p-1} + U_p\phi_p$, $D(\phi_i) = \sigma_i^2 I_{m_i}$, $\text{cov}(\phi_i, \phi_j) = 0$, $i \neq j$, $D(Y) = V = \sum \sigma_i^2 U_i U_i' = \sum \sigma_i^2 V_i$.

Будем искать оценки некоторых линейных функций $\phi = f_1 \sigma_1^2 + \dots + f_p \sigma_p^2 = f' \sigma$, где $f_1, \dots, f_p$ — известные коэффициенты, определяемые экспериментатором. В частности, если $f_i = 1$, а $f_l = 0$, $l \neq i$, то $\Psi = \sigma_i^2$. Рассмотрим вектор $\Phi_i = [\Phi_{i1}, \dots, \Phi_{im}]$ случайных векторов i -го фактора. Эти эффекты представляют собой случайную выборку из генеральной совокупности эффектов всех уровней i -го фактора, но в отличие от элементов вектора Y они являются ненаблюдаемыми величинами. Если бы они наблюдались, то оценку дисперсии можно записать следующим образом:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \sum_{j=1}^{m_i} \Phi_{ij}^2 / m_i.$$

Она смещенная, но имеет наименьшую дисперсию. Отсюда

$$\hat{\phi} = \Phi' \begin{bmatrix} f_1/m_1 I_{m_1} & 0 \\ 0 & f_p/m_p I_{m_p} \end{bmatrix} \Phi. \quad (1)$$

Рао назвал эту оценку «естественной» и предложил минимизировать отклонение от нее оценки, получаемой по вектору наблюдений Y . Отметим, что формула (1) является частным случаем более общего выражения, которое можно получить при наличии определенной информации. Предположим, что задан вектор $\alpha' = [\alpha_1, \dots, \alpha_p]$, где α_i — априорное значение σ_i^2 . Вообще говоря, речь здесь может идти не об абсолютных значениях компонент, а об их доле в общей дисперсии наблюдений. Экспериментатор довольно часто может априорно указать ряд предпочтений по силе влияния факторов на разброс отклика. Если $\alpha_i = 1$, то априорная информация отсутствует. Запишем выражение «естественной» оценки произвольного α . Пусть $\Phi_{ik} = \Phi_{ij} \sqrt{\alpha_i}$. Тогда

$$\hat{\phi} = \Phi_{\alpha}' \begin{bmatrix} f_1 \sqrt{\alpha_1}/m_1 I_{m_1} & \dots & 0 \\ 0 & & f_p \sqrt{\alpha_p}/m_p I_{m_p} \end{bmatrix} \Phi_{\alpha},$$

где $\Phi_{\alpha}' = [\Phi_{\alpha 1}' | \dots | \Phi_{\alpha p}']$. Данная оценка не зависит от α_i , поэтому эквивалентна (1). Перепишем кратко $\hat{\phi}$ «естественная» = $\Phi_{\alpha}' N \Phi_{\alpha}$.

Теперь перейдем к определению $\hat{\phi}$ через вектор наблюдений Y в виде квадратичной формы $Y'AY$, где A — неизвестна и должна быть найдена. Обозначив $U = [U_1 | \dots | U_p]$, $U_{ik} = U_{ij} \sqrt{\alpha_i}$, $U_{\alpha} = [U_{\alpha 1} | \dots | U_{\alpha p}]$, получим модель $Y = X\beta + U\Phi = X\beta + U_{\alpha}\Phi_{\alpha} = [U_{\alpha} | X] \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha} \\ \beta \end{bmatrix}$. Тогда $\hat{\phi}$ искомая = $Y'AY = \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha} \\ \beta \end{bmatrix}' [U_{\alpha} | X]' A \times \times [U_{\alpha} | X] \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha} \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha} \\ \beta \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} U_{\alpha}' A U_{\alpha} & U_{\alpha}' A X \\ X' A U_{\alpha} & X' A X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha} \\ \beta \end{bmatrix}.$

Аналогично можно записать и «естественную» оценку:

$$\hat{\psi} \text{ «естественная»} = \begin{bmatrix} \Phi_{\kappa} \\ \beta \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{\kappa} \\ \beta \end{bmatrix}.$$

Разница между ними

$$\hat{\psi} \text{ искомая} - \hat{\psi} \text{ «естественная»} = \begin{bmatrix} \Phi_{\kappa} \\ \beta \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} U'_{\kappa}AU_{\kappa} - N & U'_{\kappa}AX \\ X'AU_{\kappa} & X'AX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{\kappa} \\ \beta \end{bmatrix}.$$

Минимизация этой разницы эквивалентна минимизации нормы

$$\left\| \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \right\| = \left\| \begin{bmatrix} U'_{\kappa}AU_{\kappa} - N & U'_{\kappa}AX \\ X'AU_{\kappa} & X'AX \end{bmatrix} \right\|.$$

Возможно несколько подходов к выбору нормы. Наиболее часто используют простую евклидову норму $\text{tr } D_{11}D_{11} + 2\text{tr } D_{12}D_{21} + \text{tr } D_{22}D_{22}$. Однако процедура минимизации сама по себе еще не достаточна. Поэтому оптимизация производится при наложении ограничений, определяемых желаемыми свойствами оценки, такими как несмещенность, инвариантность к изменению постоянных эффектов, неотрицательная определенность матрицы A и т. п. Это порождает класс новых оценок компонент дисперсии, основанный на принципе MINQE: несмещенные оценки MINQE (U); оценки, инвариантные к изменению постоянных эффектов, MINQE (I); несмещенные и инвариантные MINQE (U, I); оценки, использующие априорную информацию о постоянных эффектах, заданную в виде ковариационной матрицы r^2I , $-r$ —MINQE (U); предельные оценки ∞ —MINQE (U), формально получаемые при $r \rightarrow \infty$, фактически по свойствам приближающиеся к MINQE (U, I). Рассмотрим построение алгоритма оценивания на примере MINQE (U, I). Ограничения определяются свойствами несмещенности и инвариантности. Свойство несмещенности формулируется так: $E(Y'AY) = I'\tau \rightarrow E(Y'AY) = t_r(AV) + \beta'X'AX\beta = I'\tau$, т. е. $AV_1 = I_1X'AX = 0$.

Аналогично можно выписать в матричном виде условие инвариантности: $(Y - X\beta)'A(Y - X\beta) = Y'AY - Y'AX\beta - \beta'X'AY + \beta'X'AX\beta = Y'AY$, т. е. $AX = 0$. Данные ограничения приводят к тому, что подматрицы D_{12} , D_{21} , D_{22} равны нулю, и минимизации подлежит только выражение $t_r D_{11}D_{11} = t_r \times (U'_{\kappa}AU_{\kappa} - N)^2$.

Выполнив последовательность этапов разработки алгоритма, описанную выше, получим вид матрицы, доставляющей условный экстремум

$$A_{\kappa} = V_{\kappa}^{-1} [I - X(X'V_{\kappa}^{-1}X)^{-1}X'V_{\kappa}^{-1}] (\sum \lambda_i V_i) [I - X(X'V_{\kappa}^{-1}X)^{-1}X'V_{\kappa}^{-1}] V_{\kappa}^{-1},$$

где $V_{\kappa} = \sum \lambda_i V_i$, а вектор $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_p]$ получается при решении

системы $H_{U_i}(\alpha)\lambda = f$. Элемент матрицы H_{U_i} с номером (i, j) записывается так:

$$t_i V_i^{-1} [I - X (X' V_i^{-1} X)^{-1} X' V_i^{-1}] V_i V_i^{-1} [I - X (X' V_i^{-1} X)^{-1} X' V_i^{-1}]' V_j.$$

Значение A_{ij} зависит от априорных значений α , а следовательно, является локально оптимальным. Один из путей достижения глобальных свойств — использование альтернативной формы записи задачи минимизации $H_{U_i}(\alpha)\alpha = h_i(Y, \alpha)$ для построения итерационной процедуры. Здесь i -й элемент вектора $h_i(Y, \alpha)$ имеет вид

$$Y' V_i^{-1} [I - X (X' V_i^{-1} X)^{-1} X' V_i^{-1}] V_i [I - X (X' V_i^{-1} X)^{-1} X' V_i^{-1}]' V_i^{-1} Y.$$

Итерационный процесс

$$\alpha^{(k)} = H_{U_i}(\alpha^{(k-1)})^{-1} h_i(Y, \alpha^{(k-1)})$$

в случае сходимости дает оценки, которые совпадают с оценками максимального правдоподобия. К сожалению, пока отсутствуют доказательства его сходимости.

Оценки, минимизирующие дисперсию. При минимизации дисперсий оценок получается класс MIVQE (квадратичные оценки с минимальной дисперсией). Принцип MIVQE вполне логичен с позиции экспериментатора, так как большинство критериев оптимальности в планировании эксперимента связано с минимизацией дисперсии оценки. Запишем матрицу дисперсий-ковариаций оценок компонент дисперсии:

$$D(\hat{\alpha}) = \begin{bmatrix} D(\hat{\alpha}_1^2) \dots \text{cov}(\hat{\alpha}_1^2, \hat{\alpha}_p^2) \\ \text{cov}(\hat{\alpha}_p^2, \hat{\alpha}_1^2) \dots D(\hat{\alpha}_p^2) \end{bmatrix}.$$

В принципе MIVQE предусматривается минимизация $D(\hat{\alpha}_i^2)$ для всех $i = 1, \dots, p$. Это влечет за собой минимизацию суммы дисперсий $\sum D(\hat{\alpha}_i^2) \rightarrow \min$. Очевидно, данная оптимизационная задача аналогична применяемому в планировании эксперимента критерию A -оптимальности, при котором ищется минимум следа матрицы дисперсий-ковариаций $\text{tr} D(\hat{\alpha}) \rightarrow \min$.

Различие состоит в следующем. В планировании эксперимента минимум ищется по множеству планов, а в MIVQE — по множеству алгоритмов при неизменной структуре данных. При выполнении предпосылок нормальности и наложении ограничений, определяющих несмещенность оценки, получаем

$$D(\hat{\alpha}_i^2) = \text{tr}(A_{ii}, V)^2, \quad V_i = 1, \dots, p.$$

Матрица $V = \sum \hat{\alpha}_i^2 U_i U_i'$ зависит от U_i , определяемых планом. Матрица квадратичной формы A_i выражается через X и U_i $i =$

$= 1, \dots, p$. При выборе оптимального плана меняются матрицы X и U_i , посредством чего мы воздействуем на V и A_i . Структура их остается неизменной. Выбор оптимального алгоритма не влияет на структуру данных, матрицы X и U_i остаются прежними, ищется подходящая форма матрицы A_i . Концепция Рао, связанная с поиском оптимального алгоритма, дает новый инструмент в руки экспериментатора.

Сравнительный анализ оценок компонент дисперсии. ANOVA-оценки являются наиболее известными и распространенными. Для сбалансированных данных они обладают всем комплексом положительных статистических свойств, отличаются простотой вычисления, поэтому здесь нет необходимости искать какие-то другие оценки. Однако ANOVA-оценки в случае несбалансированных данных не обладают свойством минимальности дисперсии. Тем не менее они не теряют своего значения, так как могут быть использованы в качестве начального приближения в других алгоритмах оценивания. Для вычисления ANOVA-оценок не требуется какой-либо априорной информации о постоянных эффектах и компонентах дисперсии.

Свойства оценок максимального правдоподобия и маргинального максимального правдоподобия являются асимптотическими в смысле стремления к бесконечности числа наблюдений. Улучшить эти свойства можно увеличением количества наблюдений в ячейках, что на практике зачастую весьма затруднительно. Следует отметить также сложность вычислительной процедуры, несмотря на значительные алгоритмические усовершенствования (W -преобразование). Для построения уравнений максимального правдоподобия требуется точное знание вида функции распределения.

Достоинством оценок максимального правдоподобия является возможность глобального минимума дисперсии оценки. Необходимая априорная информация заключается в знании вида распределения и выборе начального приближения для итерационной процедуры. MINQ-оценки обладают следующими универсальными свойствами: произвольный выбор нормы; наложение ограничений, определяемых желаемыми свойствами оценок; использование априорной информации о β и δ_i^2 ; представление оценок максимального правдоподобия в виде итерационных MINQE; достижение минимальной дисперсии в случае нормального распределения вектора Y . Необходимо отметить большие трудности при применении MINQE, связанные с вычислительным аспектом. Аналогичные свойства присущи и MIVQE.

Программное обеспечение. В Новосибирском электротехническом институте разработано программное обеспечение для решения задачи оценивания компонент дисперсии, реализованы следующие алгоритмы: модификация 1 и 3 алгоритмов Хендерсона вычисления ANOVA-оценок в виде квадратичных форм; Хартли — Рао и Хеммерли — Хартли нахождения оценок максималь-

ного правдоподобия с использованием W -преобразования и t -преобразования (во избежание отрицательности оценок); вычисления $MINQE(U, I)$ и итерационных $MINQE(U, I)$; Ньютона — Рафсона для вычисления оценок маргинального правдоподобия с использованием W - и t -преобразований; сравнения дисперсий оценок, заданных в виде квадратичных форм. Помимо задачи оценивания программное обеспечение разработано для нахождения наилучшего линейного предсказания случайных эффектов и проверки гипотез о значимости факторов с постоянными и случайными уровнями (автоматизация построения синтетических средних квадратов Саттерсвайта и использование средних квадратов третьего алгоритма Хендерсона).

Поступила в редколлегию 15.05.84.

УДК 519.28

Л. И. ЦЫМБАЛ, канд. техн. наук

АЛГОРИТМЫ ЭФФЕКТИВНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПЛАНОВ РЕГРЕССИОННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

1. Последовательность опытов в плане необходимо рандомизировать (т. е. выполнять в случайном порядке), чтобы исключить влияние неконтролируемых переменных. При четких априорных сведениях о характере дрейфа и стоимости смен уровней факторов более целесообразным является систематический, а не рандомизированный порядок опытов, так как последний может оказаться с нежелательным действием временного дрейфа или большим числом смен уровней факторов.

Практически во всех экспериментальных ситуациях оказывается, что некоторые факторы варьируются с трудом, тогда как другие гораздо легче поддаются варьированию. Например, при исследовании температуры, давления и скорости потока криогенных жидкостей (жидкого водорода и др.) изменения скорости потока требуют минут, а изменения температуры и давления — нескольких часов. В подобных случаях использование некоторой предопределенной последовательности опытов с известными свойствами может быть предпочтительнее по сравнению с рандомизированной.

Вопросы, связанные с минимизацией смен уровней факторов, рассмотрены в работах [1, 8, 9]. Методы упорядочения опытов для частных случаев [8, 9] не могут покрыть все возникающие на практике ситуации. В работе [1] предлагается систематизировать информацию о характере и видах дрейфа для типовых дрейфующих объектов, которые встречаются в исследовательской практике, и создать соответствующие каталоги планов, обладающих минимальным числом смен уровней факторов. Однако с ростом количества опытов плана и порядка дрейфа

задача выбора и табулирования планов, обладающих небольшим числом смен уровней факторов, очень усложняется.

Здесь предлагаются методы эффективной реализации планов регрессионного эксперимента с количественными факторами. Под этими методами следует понимать методы определения порядков опытов, минимизирующих стоимость смен уровней факторов и влияние временного дрейфа.

Пусть задан план X в N опытах для M количественных факторов $X_1, X_2, \dots, X_M$ с числами уровней $l_1, l_2, \dots, l_M$ соответственно, т. е. задана матрица

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1i} & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2i} & x_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{j1} & x_{j2} & \dots & x_{ji} & x_{jM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Ni} & x_{NM} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где x_{ji} — значение i -го фактора в j -м опыте ($i = \overline{1, M}$; $j = \overline{1, N}$). Известны стоимости изменения каждого фактора на единицу варьирования в диапазоне изменения фактора при его уменьшении и увеличении. Известно, что присутствует аддитивный временной дрейф известного характера (или что влиянием временного дрейфа можно пренебречь). Желательно определить порядок опытов, минимизирующий стоимость эксперимента и влияние временного дрейфа.

Общая стоимость проведения заданного множества опытов $V = \{1, 2, \dots, N\}$ при некоторой фиксированной последовательности их выполнения $\pi = \{[1], [2], \dots, [N]\}$ (где $[i]$ — номер опыта, занимающего в перестановке π i -е место) состоит из стоимости выполнения N опытов и стоимости $(N-1)$ переходов от опыта к опыту. Стоимость выполнения N опытов постоянна и не зависит от порядка проведения опытов.

Пусть L — суммарная стоимость смен уровней факторов плана; Q — некоторая мера корреляции оцениваемых эффектов с временным дрейфом. Очевидно, L и Q — функции порядка проведения опытов π , т. е.

$$L = f_1(\pi), \quad (2)$$

$$Q = f_2(\pi), \quad (3)$$

где $f_1(\pi)$ и $f_2(\pi)$ — функции, заданные на множестве P всех возможных перестановок опытов плана X .

Можно выделить следующие ситуации (соотношение критериев L и Q).

а) Стоимость смен уровней факторов мала, влиянием временного дрейфа можно пренебречь. В этом случае применима обычная рандомизация опытов.

б) Стоимость смен уровней факторов мала, присутствует временной дрейф. Существует достаточное число методов, опти-

мально решающих задачи исключения влияния конкретного вида дрейфа на оцениваемые эффекты, например (2).

в) Стоимость смен уровней факторов существенна, влиянием временного дрейфа можно пренебречь.

г) Стоимость смен уровней факторов существенна, присутствует временной дрейф известного характера.

Рассмотрим методы эффективной реализации планов для двух последних ситуаций.

При решении задачи минимизации стоимости смен уровней факторов в плане необходимо определить такую перестановку π_1 , при которой $f_1(\pi)$ достигает своего минимума:

$$L_{\min} = \min_{\pi \in \Pi} f_1(\pi) = f_1(\pi_1).$$

Для удовлетворения критериям (2), (3) необходимо решить двухкритериальную задачу выбора компромиссного порядка опытов, так как названные критерии несовместимы.

2. Задача минимизации стоимости смен уровней факторов допускает простую геометрическую интерпретацию [3]. Пусть дан исходный полный граф $Q_N(V, U)$, где $V = \{1, 2, \dots, N\}$ — множество вершин, означающих точки плана; U — множество дуг графа. Каждой дуге графа, означающей переход от i -й точки плана к j -й, поставим в соответствие некоторое число s_{ij} , называемое весом дуги. Вес дуги эквивалентен стоимости соответствующего перехода в плане. Тогда план X будет графом с N вершинами. Задача определения порядка опытов с минимальной суммарной стоимостью смен уровней факторов сводится к задаче определения минимальной длины L гамильтонова контура в соответствующего графа $Q_N(V, U)$.

Обозначим c_j — стоимость смены значения j -го фактора на один уровень, $j = \overline{1, M}$. Пусть число уровней фактора равно l . Каждому из различных уровней фактора X_j в порядке возрастания поставим в соответствие символы $0, 1, 2, \dots, l-1$. Тогда число смен уровней фактора X_j при переходе с m -го уровня на i -й равно $(i - m)$.

Если стоимости смен уровней факторов одинаковы для любых двух соседних уровней по диапазону изменения каждого фактора, т. е. $c_1 = c_2 = \dots = c_M = c$, то очевидно, хэммингово расстояние эквивалентно стоимости перехода от i -й точки плана к j -й:

$$s_{ij} = \sum_{m=1}^M |x_{im} - x_{jm}| \quad (4)$$

и длина гамильтонова контура (соответствующего матрице плана), равная сумме расстояний между соседними точками плана

$$L = f_1(\pi) = \sum_{i=1}^{N-1} s_{(i), (i+1)} = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{m=1}^M |x_{(i), m} - x_{(i+1), m}|, \quad (5)$$

может быть естественным критерием оптимизации.

Если стоимости смен уровней факторов различны для каждого фактора, то вводятся весовые коэффициенты $k_1, k_2, \dots, k_M$, пропорциональные стоимостям $c_1, c_2, \dots, c_M$. Тогда

$$s_{ij} = \sum_{m=1}^M k_m |x_{im} - x_{jm}|; \quad L = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{m=1}^M k_m |x_{[i],m} - x_{[i+1],m}|.$$

Более сложные критерии учитывают изменение коэффициентов k_i вдоль шкалы соответствующих факторов $X_i (i = \overline{1, M})$.

Итак, пусть задана матрица (1) плана и определены элементы матрицы стоимостей S переходов от i -й точки плана к j -й по формуле (4):

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1N} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N1} & s_{N2} & \dots & s_{NN} \end{pmatrix}.$$

Чтобы исключить образование петель в графе, нужно, чтобы $s_{ii} = \infty (i = \overline{1, N})$. Необходимо найти такую перестановку опытов $\pi = \{[1], [2], \dots, [N]\}$, чтобы суммарная стоимость $\sum_{i=1}^{N-1} s_{[i], [i+1]}$ была минимальной.

Постановка задачи минимизации стоимости смен уровней факторов аналогична постановке задачи коммивояжера, для решения которой предложено большое количество точных, приближенных и эвристических методов. Время решения задачи точными и приближенными методами растет экспоненциально с увеличением N , а эвристическими методами — пропорционально квадрату числа опытов N^2 [4], т. е. увеличивается полиномиально. В связи с этим здесь применяются эвристические методы, которые не гарантируют достижения оптимума или приближенного решения с заданной погрешностью, однако позволяют получить с экономически целесообразными затратами практически приемлемые результаты.

Для формирования порядка опытов будем использовать принцип ближайшего города, т. е. необходимо выполнять переход от опыта к опыту, стоимость перехода к которому от последнего выбранного минимальна.

Приведем пример, иллюстрирующий работу алгоритма. Пусть исходная матрица плана 3^{3-1} имеет вид

№ опыта	X_1	X_2	X_3
1	0	0	0
2	0	1	1
3	0	2	2
4	1	0	1
5	1	1	2
6	1	2	0
7	2	0	2
8	2	1	0
9	2	2	1

Соответствующая этому плану матрица стоимостей при $C_1 = C_2 = C_3 = C$

$$S = \begin{pmatrix} \infty & 2 & 4 & 2 & 4 & 3 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & \infty & 2 & 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & \infty & 4 & 2 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & \infty & 2 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & \infty & 3 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \infty & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 5 & \infty & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 3 & 3 & 2 & 3 & \infty & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 3 & 2 & \infty \end{pmatrix}.$$

Суммарная стоимость для исходного порядка опытов $L_1 = 2 + 2 + 4 + 2 + 3 + 5 + 3 + 2 = 23$. С помощью алгоритма получили порядок опытов $\pi = (1, 2, 3, 5, 4, 7, 8, 6, 9)$, стоимость смен уровней для которого $L_2 = s_{12} + s_{23} + s_{35} + s_{54} + s_{47} + s_{78} + s_{86} + s_{69} = 17$.

Чтобы увеличить возможность исходов при решении задачи упорядочения опытов, необходимо использовать рандомизацию приоритетного правила выбора опытов. Рандомизированное правило получается заменой условия «выбрать ближайший опыт» условием «выбрать опыт с вероятностью, обратно пропорциональной стоимости переходов». Элемент случайности, введенный в процесс выбора опытов, позволяет при повторном обращении к алгоритму получить новую последовательность опытов. Следует отметить, что с увеличением количества опытов N эффективность алгоритма уменьшается.

Предложенный метод эффективной реализации опытов можно обобщить на случай блочных планов, где минимизация числа смен уровней производится отдельно для каждого блока и блоков относительно друг друга.

В работе [3] предложен точный метод построения планов с минимальным числом смен уровней факторов для частного случая — полного факторного эксперимента.

3. Ранее предполагалось, что влиянием временного дрейфа можно пренебречь. На практике обычно кроме M контролируемых переменных $X_1, X_2, \dots, X_M$ имеются еще неконтролируемые, действие которых вызывает дрейф выходного параметра Y — нестационарное изменение его во времени при постоянных значениях управляемых факторов. При изучении дрейфующих объектов опыты необходимо проводить в таком порядке, чтобы учесть наличие дрейфа и исключить или уменьшить его влияние на эффекты исследуемых факторов. Можно выделить три случая: о дрейфе все известно; объект обладает дрейфом, систематический характер которого известен; дрейф объекта представляет собой случайный процесс с неизвестными параметрами.

Если присутствует значимый дрейф систематического характера, то порядок строк должен быть выбран таким, чтобы

оцениваемые эффекты были ортогональны эффектам дрейфа или имели с ним минимальные корреляции. Различают дискретный и непрерывный дрейф систематического характера. Чтобы исключить влияние дискретного дрейфа, пользуются методом разбиения факторного эксперимента на ортогональные блоки, в пределах которых величина дрейфа примерно постоянна [2]. Чтобы исключить влияние непрерывного дрейфа полиномиального характера, используют общий метод планирования эксперимента ортогонально дрейфу.

Задачи исследования объектов, обладающих дрейфом случайного характера, относятся к разделу динамических задач планирования эксперимента и в данной статье не рассматриваются.

Рассмотрим задачу определения порядка опытов в плане, приемлемого по двум критериям — стоимости L смен уровней факторов и минимизации смещения Q оцениваемых эффектов за счет непрерывного временного дрейфа. Предположим, что дрейф входит в функцию регрессии аддитивно, т. е. наблюдаемые отклики Y складываются из откликов управляемых факторов, представляемых полиномиальной регрессией, аддитивного временного дрейфа порядка γ (также полиномиального) и случайных ошибок.

Выберем меру корреляции оцениваемых эффектов с временным дрейфом. Как отмечено в работе [5], не удастся придумать компактную меру неортогональности, которая бы отчетливо характеризовала степень коррелированности параметров в модели. Трудность состоит в том, что эту меру не удастся хорошо оценить одним числом. Так, критерий $Q = |F^T F|^{1/k}$ (F — матрица коэффициентов плана размером $N \times k$, k столбцов которой соответствуют всем интересующим нас эффектам, в том числе и эффектам дрейфа) не позволяет различать порядки опытов, дающие малую корреляцию оценок многих эффектов с временным дрейфом и значительную корреляцию нескольких эффектов с временным дрейфом.

В данной работе в качестве меры критерия Q используется максимальное значение квадратичного коэффициента корреляции некоторого оцениваемого эффекта с временным дрейфом. Наилучшим по этому критерию считается такой порядок, у которого максимальное значение названного коэффициента корреляции минимально. Этот критерий свободен от указанного выше недостатка, однако он не дает представления о структуре корреляционной матрицы оценок параметров модели и временного дрейфа.

Итак, в качестве критерия Q точности оценивания эффектов целесообразно выбрать значение

$$Q = f_2(\pi) = \max_{i,j} |\rho^2(Z_i, g_j)|, \quad (6)$$

которое желательно минимизировать:

$$Q_{\min} = \min_{\pi \in \Pi} f_2(\pi) = \min_{\pi \in \Pi} \max_{i,j} |\rho^2(Z_i, g_j)|, \quad (7)$$

где g_j — вектор-столбцы, соответствующие целым коэффициентам ортогональных полиномов Чебышева [2], $j = \overline{1, \gamma}$; Z_i — оцениваемые эффекты факторов и взаимодействий, $i = \overline{1, k}$ (k — число оцениваемых эффектов); $r^2(Z_i, g_j)$ — коэффициент корреляции эффекта Z_i с компонентой временного дрейфа,

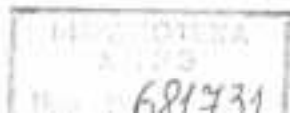
$$r^2(Z_i, g_j) = \frac{\left(\sum_{u=1}^N g_{ju} Z_{iu}\right)^2}{\left(\sum_{u=1}^N g_{ju}^2\right) \left(\sum_{u=1}^N Z_{iu}^2\right)}. \quad (8)$$

Например, матрица коэффициентов плана 2^2 и расчетные значения коэффициентов корреляции при $\gamma = 2$ приведены в таблице. Для данного порядка π опытов плана 2^2 $f_2(\pi) = 0,8$. С ростом порядка дрейфа число степеней свободы для оценки эффектов управляемых факторов независимо от дрейфа быстро уменьшается. По этой причине обычно считается, что $\gamma < 3$.

№ п. п.	X_1	$Z_1 = X_1$	$Z_2 = X_2$	$Z_3 = X_1 X_2$	g_1	g_2
1	+	—	—	+	—3	+1
2	+	+	—	—	—1	—1
3	+	—	+	—	+1	—1
4	+	+	+	+	+3	+1
$\sum_{u=1}^N Z_{iu} g_{ju}$	0	4	8	0	20	0
$\sum_{u=1}^N Z_{iu} g_{2u}$	0	0	0	4	0	4
$r^2(Z_1, g_1)$	0	0,2	0,8	0	—	—
$r^2(Z_1, g_2)$	0	0	0	0,2	—	—

Итак, заданы два критерия $f_1(\pi)$ и $f_2(\pi)$, каждый из которых желательно минимизировать. Оптимального порядка, удовлетворяющего одновременно обоим критериям, не существует, так как названные два критерия несовместны. Необходимо найти некоторое компромиссное решение, приемлемое по обоим критериям. Способ сведения двух критериев в один в виде дроби не может быть рекомендован, так как основан на неясном допущении, что недостаток в одном критерии всегда может быть компенсирован за счет другого. Здесь необходим поиск паретооптимальных решений.

Для решения задачи в работе используется подход, основанный на понятиях идеальной точки и нормы в пространстве критериев [6]. Преимуществом данного подхода является то, что он свободен и от установления порядка предпочтения над критериями, и от предварительного выбора весовых коэффициентов критериев.



Далее описан алгоритм рационального выбора предпочтительного порядка опытов. Пусть $f_i(\pi)$, $i = \overline{1, 2}$ достигает своего минимума при $f_i(\pi_i^*) = \bar{f}_i$. Тогда $\bar{f} = (\bar{f}_1, \bar{f}_2)$ есть идеальная точка, т.е. вектор минимальных значений, достигаемых отдельными целевыми функциями на множестве Π .

В качестве меры приближения векторного критерия $f(\pi) = (f_1(\pi), f_2(\pi))$ к идеальной точке выбрано

$$d(\pi) = \min_{i=\overline{1,2}} d_i(\pi), \quad (9)$$

где $d_i(\pi)$ — степень близости π к идеальному порядку π_i^* ;

$$d_i(\pi) = \begin{cases} \frac{t_i - f_i(\pi)}{t_i - \bar{f}_i}, & \text{если } f_i(\pi) < t_i \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (10)$$

Очевидно, функции $d_i(\pi)$, $i = \overline{1, 2}$ заключены в интервале $(0, 1)$. Если $d_i(\pi) = 1$, то значение $f_i(\pi)$ совпадает с идеальной точкой, если $d_i(\pi) = 0$, то имеем наихудшее решение.

Наилучшим считается такой порядок π^* , при котором

$$d(\pi^*) = \sup_{\pi \in \Pi} \min d_i(\pi). \quad (11)$$

Полученное решение π^* является паретооптимальным и обеспечивает максимальную близость значений критериев к своим идеальным значениям.

Чтобы определить наилучшее решение, необходимо получить множество решений, из которого затем производить выбор. Естественно при этом желание сгенерировать такое подмножество порядков опытов, для элементов которого значения каждого из критериев как можно меньше отличались бы от оптимального. Идея такого генератора заключается в следующем. Пусть заданы два приоритетных правила A_1 и A_2 . Предполагается, что при выборе номеров опытов по правилу A_1 получаем перестановку, оптимальную по критерию $f_1(\pi)$, по правилу A_2 — оптимальную по второму критерию. Задются неотрицательные числа α_1 и α_2 такие, что $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Обозначим через $\Gamma(\alpha_1 A_1, \alpha_2 A_2)$ генератор, выбирающий на любом шаге следующий опыт по правилу A_1 с вероятностью α_1 и по правилу A_2 с вероятностью α_2 . В процессе решения задачи может производиться корректировка α_i в зависимости от качества генерируемых последовательностей. В качестве правила A_1 можно использовать принцип ближайшего опыта, в качестве правила A_2 — равновероятный выбор.

Итак, предлагаемый алгоритм решения двухкритериальной задачи упорядочения опытов состоит из следующих шагов: определение идеальной точки в пространстве критериев путем решения задачи минимизации отдельно для каждого из критериев; получение множества решений с помощью генератора

допустимых порядков опытов; выделение наилучшего из полученных решений согласно критерию (11).

4. Выводы об объекте, полученные на основе статистического анализа собранных по плану данных, не будут объективными, если не выполняется хотя бы одно из предположений, лежащих в основе построения планов. Поэтому после обработки экспериментальных данных рекомендуется проверка и, если необходимо, пересмотр исходных предпосылок.

В полностью рандомизированных планах не делается никаких ограничений на влияние неконтролируемых факторов (на однородность экспериментального материала). Случайная ошибка в модели может быть обусловлена различными причинами, но она распределена равномерно по всем опытам. В отличие от рандомизированных планы с систематическим порядком опытов приемлемы только при отсутствии влияния неконтролируемых факторов. Если экспериментатор может положить, что случайная ошибка в модели распределена независимо и нормально с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_0^2 , экспериментальные единицы идентичны и не меняются со временем, то в рандомизации нет необходимости [7]. Следовательно, если предпосылка о незначимости неуправляемого временного дрейфа выполняется и случайная ошибка имеет указанные свойства, то для обработки экспериментальных данных, полученных по планам с систематическим порядком опытов, применимы стандартные методы регрессионного анализа.

Если предположение об отсутствии временного дрейфа сделано ошибочно, то оценки главных эффектов и взаимодействий, полученные стандартными методами регрессионного анализа с помощью нерандомизированных планов, могут не быть наилучшими линейными несмещенными оценками. Кроме того, оценки их дисперсий будут неточными. Однако, даже если результаты обработки данных недействительны, их можно использовать для определения знака и математического ожидания главных эффектов факторов, что часто только и требуется от эксперимента.

Здесь предложены планы с ограниченной рандомизацией, так как в них нельзя переставлять опыты в случайном порядке. Однако для этих планов возможны другие виды рандомизации с целью получить объективные выводы об оценках исследуемой модели.

Список литературы: 1. Лисенков А. Н. Задачи и методы планирования эксперимента в условиях дрейфа. — В кн.: *Вопр. кибернетики: Некоторые вопр. планир. эксперимента*. М., 1972, с. 33—40. 2. Маркова Е. В., Лисенков А. Н. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей. — М.: Наука, 1973. — 219 с. 3. Ефимов А. Н., Цымбал Л. И. Минимизация числа изменений уровней факторов при планировании эксперимента. — *Зап. лаб.*, 1980, № 5, с. 439—442. 4. Рейнсайд Э., Ниверсхолт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы: Теория и практика. Под ред. В. Б. Алексеева; Пер. с англ.: — М.: Мир, 1980. — 478 с. 5. Наминов В. В., Голыкова Т. И. Логические основания планирования эксперимента. — М.: Металлургия, 1976. — 128 с. 6. Салуквадзе М. Е.,

Носелов А. Н. Метод векторной оптимизации и его приложения в инженерном проектировании. — В кн.: Теория и устройства систем автомат. упр. Т. 2. Груз. АН СССР. 1981, 20, № 1, с. 5—20. 7. *Kempthorne Oscar*. Why randomize? — *Journ. of Statistical Planning and Inference*, 1977, № 1, p. 1—25. 8. *Diakinson, Allan W.* Some run order requiring of minimum number of factor level changes for the 2^4 and 2^5 main effect plans. — *Technometrics*, 1974, 16, N 1, p. 31—37. 9. *Jainey Braden L., Campbell Cathy*. Designing experiments when run order is important. — *Technometrics*, 1976, 18, N 3, p. 244—259.

Поступила в редакцию 15.05.84.

УДК 658.562.012.7

А. Д. БОЛЫЧЕВЦЕВ, канд. техн. наук,
Л. Б. БЫСТРИЦКАЯ, В. Т. РАЗУМНЫЙ,
Р. А. СЕМЕНЮК

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СПЕКТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ КОНТРОЛИРУЕМЫХ ВЕЛИЧИН

Нахождение вероятностных характеристик меняющихся во времени величин (процессов) относится к одному из ответственных и наиболее трудоемких этапов разработки ИИС и АСУ ТП. Он осуществляется путем проведения на автоматизируемом объекте пассивного эксперимента с последующей обработкой его результатов на цифровой ЭВМ [1]. Расчет характеристик производится по дискретному ряду точек экспериментально снятых реализаций процессов согласно известным зависимостям. Важная практическая задача — вычислить требуемые характеристики с наперед заданной точностью и определить необходимые для этой цели параметры эксперимента (число расчетных точек, длительность реализаций и др.). Она подробно разработана для таких вероятностных характеристик случайных стационарных процессов, как математическое ожидание, корреляционная функция [1, 2 и др.]. Относительно спектральных моментов имеется мало сведений. Здесь дается решение задачи для начальных спектральных моментов, представляющих наибольший интерес в технических приложениях. Предполагается, что контролируемые процессы имеют непрерывно дифференцируемые реализации и для них выполнены гипотезы эргодичности и нормальности.

Спектральные моменты выражаются зависимостью [3]

$$\lambda_k = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^k S(\omega) d\omega \quad (1)$$

($S(\omega)$ — спектральная плотность случайного стационарного процесса) и могут быть и конечными, и бесконечными. Для процессов с непрерывно дифференцируемыми реализациями спектральные моменты λ_{2k} , $k = 0, 1, \dots$ конечны могут служить эффективным средством сжатия данных о вероятностных свойствах этих про-

цессов. Так, корреляционная функция процесса $K(t)$, разложенная по степеням t , представляется в виде [3]

$$K(t) = \lambda_0 - \frac{\lambda_2}{2!} t^2 + \frac{\lambda_4}{4!} t^4 + o(t^4). \quad (2)$$

В интервале относительно небольших t она допускает аппроксимацию двумя-тремя первыми членами разложения (2), т. е. может быть отображена только моментами $\lambda_0, \lambda_2, \lambda_4$.

Спектральные моменты имеют разные размерности. Удобно, выделяя λ_0 , привести их к одной размерности, введя в рассмотрение приведенные величины

$$v_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_0}, \quad v_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2}, \quad \dots \quad (3)$$

В этих обозначениях разложение (2) примет вид

$$K(t) = \lambda_0 \left[1 - \frac{v_2}{2!} t^2 + \frac{v_2 - v_4}{4!} t^4 + o(t^4) \right]. \quad (4)$$

Величины $v_2, v_4, \dots$ можно трактовать как вторые нормированные спектральные моменты соответственно процесса $X(t)$, его скорости $dX(t)/dt$ и т. д. Ниже разрабатываются методы их экспериментального получения и выясняются параметры эксперимента, удовлетворяющие заданному допуску на расчетную погрешность получаемых оценок.

Нулевой спектральный момент (дисперсия) обстоятельно изучен в литературе. Последующее изложение построено в плане частного развития известных результатов, приводящего к удобным практическим рекомендациям.

Оценка λ_0^* момента λ_0 определяется выражением

$$\lambda_0^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x(i\Delta t) - \bar{x}]^2, \quad (5)$$

$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i\Delta t)$ — оценка математического ожидания $\bar{x}$; $N = T/\Delta t$ — число расчетных точек; Δt — шаг дискретизации (интервал между соседними точками); T — длина реализации.

Пренебрегая расчетной погрешностью математического ожидания (см. приложение), средний квадрат расчетной погрешности λ_0 можно представить так [1]:

$$\sigma_{\lambda_0}^2 = M(\lambda_0 \lambda_0^*)^2 = \frac{2K^2(0)}{N} + \frac{4}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) K^2(i\Delta t). \quad (6)$$

Каждая расчетная точка требует определенных затрат времени на измерение и вычислительную обработку, причем, как следует из (5), суммарные затраты на получение оценки λ_0^* растут пропорционально числу точек N . В этих условиях целесообразно проанализировать поведение среднеквадратичной погрешности при одинаковых затратах, т. е. фиксированных N .

Вид зависимости ε_0 как функции шага дискретизации Δt при $N = \text{const}$ показан на рис. 1. Для разных $K(t)$ эти зависимости различаются в основном своим переходным (падающим) участком. В случае малых Δt , при которых $K(N\Delta t)$ близко к единице, величина ε_0 максимальна и сопоставима с отыскиваемым моментом $\lambda_0 = K(0)$. Выбор таких интервалов Δt иррационален. Наиболее удачен выбор $\Delta t > t_0$, соответствующий установившемуся участку описываемых зависимостей, t_0 — время корреляции [4]. В этом случае среднеквадратичная погрешность ε_0 минимальна, причем для ее подсчета знания корреляционной функции не требуется, а сам подсчет существенно упрощается:

$$\varepsilon_0 = \frac{K(t_0)}{\sqrt{N/2}} \quad (7)$$

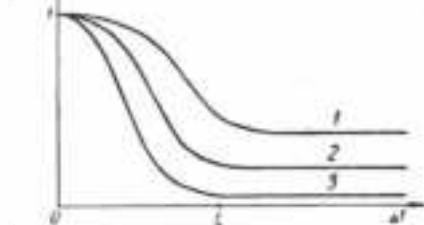


Рис. 1. Зависимость расчетной погрешности нулевого спектрального момента от шага дискретизации: 1 — $1/\sqrt{N_1}$; 2 — $1/\sqrt{N_2}$, $N_2 > N_1$; 3 — $1/\sqrt{N_3}$, $N_3 > N_2$.

Если длительность T не критична, Δt можно выбирать «с запасом», заведомо большей t_0 ; если критична, — желательно точнее определить t_0 , приняв его за Δt .

В начале этапа, когда выполняются описываемые расчеты, данных по корреляционным функциям нет. Поэтому, если это возможно, следует выбирать Δt порядка среднего расстояния между нулями реализации. Эта

величина обеспечивает хорошую точность расчета λ_0 в различных случаях. В частности, для одной из характерных аппроксимаций корреляционной функции процессов с непрерывно-дифференцируемыми реализациями [5, 6]

$$K(t) = \lambda_0 \exp(-\pi t^2) \quad (8)$$

относительная погрешность приближения (7) (погрешность расчетной погрешности) оценивается величиной 10^{-1} (0,01 %).

Допустимая расчетная погрешность обычно задается в виде допуска на относительную величину

$$\delta_0 = \frac{\varepsilon_0}{\lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{N/2}} \quad (9)$$

Зная допуск $\delta_{0д}$ на δ_0 , нетрудно найти требуемые значения N и T :

$$N = 2/\delta_{0д}^2 \quad (10)$$

$$T = 2\Delta t/\delta_{0д}^2 \quad (11)$$

Предлагаемый метод вычисления оценки v_2^* второго нормированного спектрального момента v_2 опирается на известное соотно-

шение для среднего числа n пересечений реализацией $x(t)$ нормального стационарного процесса $X(t)$ нулевого уровня (математического ожидания $\bar{x}$) за время T [3]:

$$\bar{n} = \frac{T}{\pi} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{T}{\pi} \sqrt{\nu_2}. \quad (12)$$

Алгоритм расчета ν_2 сводится к очевидной последовательности действий: подсчету числа нулей n на участке реализации длительности T и нахождению квадрата отношения n к T , который с коэффициентом π^2 принимается за искомую оценку

$$\nu_2^* = \pi^2 \left(\frac{n}{T} \right)^2. \quad (13)$$

Оценка является состоятельной и несмещенной. Относительная величина ее среднеквадратичной погрешности оценивается выражением

$$\delta_2 = \sqrt{M(\nu_2^* - \nu_2)^2} / \nu_2 = 2 \sqrt{Dn/n}, \quad (14)$$

где Dn — дисперсия числа нулей процесса на интервале длительности T .

Математические выражения для дисперсии Dn весьма громоздки, поэтому целесообразно обратиться к результатам численного расчета. В работе [6] приводятся таблицы и графики Dn и $\sqrt{Dn/n}$, рассчитанные на ЭВМ для разных аппроксимаций корреляционных функций $K(t)$. Анализ этих результатов показывает, что, хотя дисперсии Dn меняются при переходе от одной аппроксимации к другой, их относительные величины, представляющие здесь основной интерес, мало зависят от вида аппроксимации. Это позволяет остановиться на результатах, полученных для одного вида (8).

Ниже приведены данные численных расчетов Dn и $\sqrt{Dn/n}$ для безразмерной длительности реализации θ :

$$\theta = T \sqrt{\nu_2/2\pi}. \quad (15)$$

θ	Dn	$\sqrt{Dn/n}$	θ	Dn	$\sqrt{Dn/n}$
1,0	0,5144	0,8989	10	4,6197	0,2694
2,0	0,9704	0,6173	15	6,9006	0,2195
3,0	1,4265	0,4990	20	9,1813	0,1899
5,0	2,3389	0,3833	30	13,7430	0,1549

Обычно интерес представляют малые относительные погрешности δ_2 и, как видно из таблицы, большие длительности θ . С удовлетворительной для описываемых нужд точностью можно воспользоваться простой линейной аппроксимацией зависимости Dn от θ :

$$Dn = 0,46\theta, \quad (16)$$

дающей несколько завышенный результат при $\theta > 15$. Отсюда с учетом (10) и (15) вытекает приближенная формула

$$\delta_2 = 2 \sqrt{\bar{D}n} / \bar{n} = 1,7/\sqrt{\theta}. \quad (17)$$

Теперь можно перейти к решению второй части сформулированной в начале статьи задачи: определить параметры эксперимента, обеспечивающие требуемую точность расчета данного вероятностного показателя v_2 . При оценке первого спектрального момента λ_0 мы располагали тремя такими параметрами: Δt , N и T , любые два из которых не связаны, а третий единственным образом выражается через два других независимо от эксперимента (реализации). При оценке v_2 имеются два параметра эксперимента n и T и лишь одна степень свободы T . Параметр T однозначно определяет n , но не для всего множества экспериментов (как в предыдущем случае), а для каждого из них порознь. Чтобы устранить подобную неопределенность, поставленную задачу естественно конкретизировать так: подобрать длительность интервала T , среднее число нулей $\bar{n}$ в пределах которого (т.е. число нулей, усредненных по множеству всех реализаций длительности T) удовлетворяет допуску на величину δ_2 .

При такой конкретизации задачи центр внимания переносится с параметра T на параметр $\bar{n}$. Полученные ранее соотношения позволяют рассчитать последний аналитически. После подстановки (15) в (17) и учета (12) выражение для δ_2 принимает вид

$$\delta_2 = 1,52/\sqrt{\bar{n}}, \quad (18)$$

откуда следует значение $\bar{n}$, удовлетворяющее допуску $\delta_{2\Delta}$ на величину δ_2 :

$$\bar{n} = 2,3/\delta_{2\Delta}^2. \quad (19)$$

Чтобы перейти от найденного $\bar{n}$ к длительности T (определить ее расчетным путем), надо конкретизировать структуру процесса $X(t)$. У экспериментатора априори таких данных может не быть. Однако на практике в них нет и надобности. Достаточно несколько видоизменить исходный алгоритм, сведя его к следующей последовательности действий: начиная с произвольного момента времени, принимаемого за нуль, отсчитываются нули реализации $x(t)$; по достижении числом нулей n значения $\bar{n}$, определяемого формулой (19), фиксируется истекшее время T ; квадрат отношения $\bar{n}$ к T с коэффициентом пропорциональности π^2 принимается за искомую оценку

$$v_2 = \pi^2 \left(\frac{\bar{n}}{T} \right)^2. \quad (20)$$

Такая подмена алгоритмов вполне допустима, поскольку они дают близкие в среднеквадратичном расчетные погрешности.

Полученные выше решения для λ_0 и ν_2 дают одновременно и соответствующее решение для $\lambda_2 = \lambda_0 \nu_2$.

Перейдем к рассмотрению четвертого спектрального момента. Пусть $X(t)$ — случайный процесс с непрерывно дифференцируемыми реализациями $x(t)$. Продифференцируем его, т. е. построим процесс $V(t)$, реализации которого $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Корреляционная функция $K_v(t)$ построенного процесса представляет собой взятую с обратным знаком вторую производную корреляционной функции $K(t)$ исходного процесса [3, 5], что с учетом (2) (или (4)) дает

$$K_v(t) = -\frac{d^2 K(t)}{dt^2} = \lambda_2 - \frac{\lambda_4}{2!} t^2 + o(t^2) = \lambda_2 \left[1 - \frac{\nu_4}{2!} t^2 + o(t^2) \right]. \quad (21)$$

Отсюда следует, что второй и четвертый спектральные моменты процесса $X(t)$ равнозначны соответственно нулевому и второму спектральным моментам процесса $V(t)$. Это позволяет, решая поставленную задачу для ν_4 , воспользоваться рекомендациями предыдущего параграфа.

Очевидно, длительность реализации T , удовлетворяющая допуску $\tilde{\nu}_{4x}$ на относительную величину $\tilde{\nu}_4$ среднеквадратичной погрешности оценки ν_4 , найдется согласно сформулированному выше алгоритму, с той разницей, что вместо реализации $x(t)$ теперь будет фигурировать реализация $v(t)$. Поскольку нули реализации $v(t)$ суть экстремумы реализации $x(t)$, этот алгоритм можно переформулировать так: начиная с произвольного момента времени, принимаемого за нуль, отсчитываются экстремумы реализации $x(t)$; по достижении их числом m значения

$$m = 2, 3, \tilde{\nu}_{4x}^2 \quad (22)$$

фиксируется истекшее время $\tilde{T}$; квадрат отношений $\tilde{\nu}_4$ к $\tilde{T}$ с коэффициентом пропорциональности π^2 принимается за искомую оценку

$$\tilde{\nu}_4 = \pi^2 \left(\frac{m}{\tilde{T}} \right)^2. \quad (23)$$

Подытожим полученные результаты. Вычисление оценок спектральных моментов λ_0 , λ_2 , λ_4 контролируемого процесса проводится по его реализации $x(t)$ длительности T согласно зависимостям:

$$\lambda_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x(i\Delta t) - \bar{x}]^2, \quad N = 2/\delta_0^2; \quad (24)$$

$$\lambda_2 = \pi^2 \tilde{\lambda}_0 (n/T)^2, \quad n = 2, 3/\delta_2^2; \quad (25)$$

$$\lambda_4 = \pi^2 \tilde{\lambda}_2 (m/T)^2, \quad m = 2, 3/\delta_4^2. \quad (26)$$

Здесь N — число дискретных замеров; Δt — шаг между замерами; $\bar{x}$ — математическое ожидание процесса; δ_0 — допустимая

среднеквадратичная погрешность оценки момента λ_0 ; n — число нулей; m — число экстремумов реализации; $\tilde{\delta}_2$ и $\tilde{\delta}_4$ — допустимые среднеквадратичные погрешности оценок нормированных моментов $\nu_2 = \lambda_2/\lambda_0$ и $\nu_4 = \lambda_4/\lambda_0$.

Требуемая длительность реализации T для двух последних оценок (25) и (26) определяется автоматически по найденным n или m , для первой оценки (24) находится как произведение $T = \Delta t N$. Шаг Δt выбирается порядка времени корреляции t_0 . Если математическое ожидание $\bar{x}$ априори неизвестно, в формулу (24) подставляется его оценка $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i\Delta t)$, погрешность которой дает несущественную поправку к погрешности $\tilde{\delta}_0$ и может не учитываться.

Пример 1. Реализация давления газа на выходе нагнетателя газоперекачивающего агрегата в интервале времени $T = 290$ ч имеет $n = 15$ нулей, $m = 25$ экстремумов. Предполагая распределение процесса изменения температуры нормальным, необходимо

а) оценить его нормированные спектральные моменты ν_2, ν_4 и определить оценочную погрешность;

б) аппроксимировать начальный участок оценки нормированной корреляционной функции процесса и подсчитать ее погрешность;

в) выбрать рациональный шаг Δt измерения реализации при вычислении нулевого спектрального момента.

Согласно формулам (25), (26), оценки $\tilde{\nu}_2, \tilde{\nu}_4$ нормированных спектральных моментов ν_2, ν_4 и их относительные среднеквадратичные погрешности $\tilde{\delta}_2, \tilde{\delta}_4$ равны соответственно

$$\tilde{\nu}_2 = \frac{\tilde{\lambda}_2}{\tilde{\lambda}_0} = \pi^2 \left(\frac{n}{T} \right)^2 = 0,026 \text{ ч}^{-1}, \quad \tilde{\delta}_2 = \sqrt{\frac{2,3}{n}} = 0,44;$$

$$\tilde{\nu}_4 = \frac{\tilde{\lambda}_4}{\tilde{\lambda}_0} = \pi^2 \left(\frac{m}{T} \right)^2 = 0,073 \text{ ч}^{-2}, \quad \tilde{\delta}_4 = \sqrt{\frac{2,3}{m}} = 0,34.$$

При относительно небольших величинах t нормированная корреляционная функция $R(t)$ может быть аппроксимирована первыми тремя членами разложения (4):

$$R(t) = K(t)/\lambda_0 = 1 - \frac{\nu_2}{2!} t^2 + \frac{\nu_4}{4!} t^4.$$

Знание оценок $\tilde{\nu}_2, \tilde{\nu}_4$ позволяет в аналогичной записи представить оценку $\tilde{R}(t)$:

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{\tilde{\nu}_2}{2!} t^2 + \frac{\tilde{\nu}_4}{4!} t^4.$$

Ее среднеквадратичная погрешность $\sigma_R(t)$ оценивается выражением

$$\sigma_R(t) = \sqrt{M\{R(t) - \tilde{R}(t)\}^2} \approx \frac{\nu_2 t^2}{2} \left(1 - \frac{\nu_4 t^2}{12}\right) \delta_0.$$

Графики оценки $\tilde{R}(t)$ и ее среднеквадратичной погрешности $\sigma_R(t)$, просчитанные по двум последним формулам, приведены на рис. 2, а, б (верхние кривые). Продолжение кривой $\tilde{R}(t)$ вправо нецелесообразно, ибо здесь становится ощутимым остаточный член $o(t^4)$ (рис. 2, б, нижняя кривая). В пределах приведенного участка он заметно меньше погрешности найденной оценки.

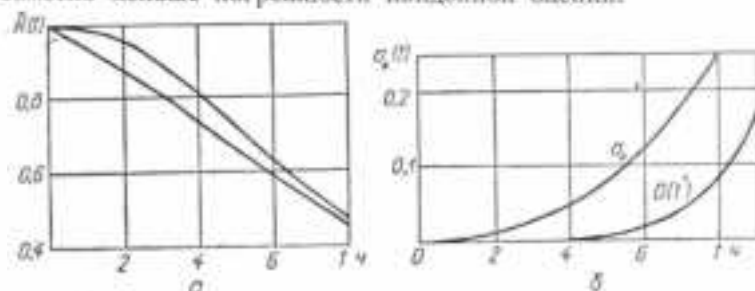


Рис. 2. Графики оценки корреляционной функции (а) и ее среднеквадратичной погрешности (б)

Нижняя кривая на рис. 2, а представляет собой график $\tilde{R}(t)$, просчитанный по известной формуле оценки корреляционной функции при дискретном съеме данных с реализации случайного процесса [1], длина реализации 290 ч, шаг $\Delta t = 1$ ч. Конечная точность измерения (ограниченное число разрядов измерительного устройства) придает скачкообразный (марковский) характер обрабатываемому процессу. Этим можно объяснить заметное расхождение в поведении начальных участков верхней и нижней кривых $\tilde{R}(t)$.

Оценка нулевого спектрального момента λ_0 , вычисленная по совокупности дискретных измерений с шагом $\Delta t = 1$ ч, составляет 3,088. Относительная среднеквадратичная погрешность, рассчитанная на основании общей формулы (б), равна $\delta_0 = 0,270$ (при подсчетах использованы результаты предыдущего пункта сведения о поведении нормированной корреляционной функции). При выбранной длине реализации подсчитанная погрешность близка к своему нижнему пределу, который не может быть снижен увеличением числа отсчетов. Однако можно получить практически совпадающую с ней величину, значительно увеличив шаг дискретизации Δt . Так, при $\Delta t = 10$ ч ($R(\Delta t) \approx 0,22$) относительная среднеквадратичная погрешность оценки λ_0 равна 0,275. Единственный путь снижения δ_0 — увеличение длины реализации T , при

этом интервал дискретизации можно сохранить равным последнему значению ($\Delta t \leq 10$ ч).

Аналогичные расчеты и построения выполнены для нескольких других режимных параметров газоперекачивающего агрегата (температура и давление на входе нагнетателя, перепад давления на конфузоре и др.). Расчеты проводились на ЭЦВМ НАИРИ-2. Точность измерительной системы (типа «Кварц») — 3 десятичных знака.

Пример 2. Для процесса изменения давления газа на выходе нагнетателя из условия предыдущего примера определить среднюю частоту выходов n_1 за уровень x_1 , превышающий нулевой x_0 (математическое ожидание) на величину среднеквадратичного отклонения $\sqrt{\lambda_0}$.

Согласно известной зависимости [3—5] искомая величина равна

$$n_1 = \frac{\sqrt{\lambda_0}}{2\pi} \exp \left[-\frac{(x_1 - x_0)^2}{2\lambda_0} \right] = 0,0154,$$

т. е. выход за уровень происходит в среднем один раз за 65 ч работы агрегата.

Приложение. Строго говоря, выражение (6) записано не для оценки λ_0^* (5), а для оценки

$$\tilde{\lambda}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x(i\Delta t) - \bar{x}]^2. \quad (27)$$

Покажем малость результирующей погрешности от такой подмены оценок. Представим λ_0^* (5) в виде

$$\lambda_0^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x(i\Delta t) - \bar{x}]^2 - (\bar{x}^* - \bar{x})^2. \quad (28)$$

Отсюда следует, что ожидаемое отклонение λ_0^* от $\tilde{\lambda}_0$ оценивается величиной Δ , обратно пропорциональной N :

$$\Delta = \sigma_{\bar{x}}^2 = M(\bar{x}^* - \bar{x})^2 = \frac{K(0)}{N} \quad (29)$$

(справедливо при $\Delta t \geq \tau_0$; вытекает из известных соотношений для среднего квадрата погрешности b_m^2 оценки математического ожидания [1]).

В то же время, среднеквадратичное отклонение λ_0 от $\tilde{\lambda}_0$ оценивается величиной σ_0 (7), обратно пропорциональной $\sqrt{N}$: $\sigma_0 = K(0) / \sqrt{N/2}$.

Подсчет оценок $\bar{x}^*$ и λ_0^* проводится по одним и тем же точкам (измерениям), так что величины N в обоих случаях одинаковы. Обычно N достаточно велика, так что $\Delta < \sigma_0$. Отсюда и вытекает возможность подмены λ_0^* на $\tilde{\lambda}_0$, т. е. вычисления погрешности оценки λ_0 без учета погрешности оценки $\bar{x}$. Следует заметить, что сами эти погрешности (σ_m и σ_0) одного порядка.

Список литературы: 1. Ицкович Э. Л. Контроль производства с помощью вычислительных машин. — М.: Энергия, 1975, — 417 с. 2. Ицкович Э. Л., Цатурова И. А. Автоматика и телемеханика, 1969, № 2, с. 25—30. 3. Крамер Г.,

Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы.— М.: Мир, 1969.— 400 с.
 4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1969.— 752 с.
 5. Сосиников А. А. Прикладные методы случайных функций.— М.: Наука, 1968.— 464 с.
 6. Тихонов В. Н. Выборки случайных процессов.— М.: Наука, 1970.— 392 с.

Поступила в редакцию 17.09.82.

УДК 66.011

П. Г. РОМАНИН, канд. техн. наук

СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ БАЛАНСОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОИЗВОДСТВ

Принятие решений на этапе технологического проектирования производств непрерывного типа связано с расчетом балансовых уравнений в установившихся режимах. Задача состоит в нахождении вектора переменных $\bar{z} \in Z^*$, который определяет расходы потоков и концентрации компонент в потоках, а также соответствует минимуму функции невязки F в допустимой области D :

$$Z^* = \text{Arg min} \left\{ F(\bar{z}) = \sum_{r \in V} \sum_{j=0}^n \alpha_{rj} f_{rj}(\bar{z}) \mid \bar{z} \in D \right\}.$$

Здесь V — множество узлов связного мультиграфа, являющегося топологической моделью производства; α_{rj} — положительные весовые коэффициенты; n — максимальное число компонент в потоках; f_{rj} — линейные ($j=0$) и билинейные ($j=\overline{1, n}$) функции, характеризующие балансовые соотношения по общему расходу потоков и расходам компонент на узлах. Область D определяется двусторонними ограничениями на координаты вектора $\bar{z}$ и линейными ограничениями, которые вводятся для выполнения стехиометрических соотношений (при наличии в системе реакционных потоков) и других дополнительных технологических требований:

$$D = D_1 \cap D_2, \quad D_1 = \{ \bar{z} \mid z_i^{\min} < z_i < z_i^{\max} \}, \quad D_2 = \\ = \{ \bar{z} \mid \bar{L}(\bar{z}) = 0 \}.$$

Практическое нахождение вектора $\bar{z} \in Z^* = \{ \bar{z} \mid F(\bar{z}) = 0 \}$ связано со значительными трудностями, обусловленными не только высокой размерностью задачи расчета балансовых уравнений для сложных производств, но и необходимостью уточнения первоначально заданной области D_1 в случае, когда $Z^* \cap D = \emptyset$. Таким образом, создание системы автоматизированного решения балансовых уравнений связано с разработкой эффективного алгоритма поиска точек множества Z^* и методики целенаправленной коррекции области D_1 для нахождения вектора $\bar{z} \in Z^*$ при $Z^* \cap D = \emptyset$.

В работах [1, 2] установлена одноэкстремальность невыпуклой функции $F(\bar{z})$ в области D и предложен ряд алгоритмов поиска точек $\bar{z} \in Z^*$, разработанных на основе специфической структуры балансовых уравнений.

Один из алгоритмов состоит в решении последовательности $(n+1)$ подзадач квадратичного программирования, получающихся в результате поочередного фиксирования векторов расходов $\bar{x}$ и концентраций $\bar{y}$ балансовых уравнений

$$f_{pi} = \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i, \quad f_{pi} = \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_i, \quad p \in V, \quad i = \overline{1, n},$$

где I_p — множество номеров дуг, инцидентных p -му узлу; $r_{pi} = 1$ — для входных и $r_{pi} = -1$ для выходных дуг.

Если линейные ограничения, определяемые вектор-функцией $\bar{L}(\bar{z})$, учитывать в виде квадратичных штрафных добавок к минимизируемой функции $F(\bar{z})$, то, очевидно, квадратичная структура последовательности решаемых подзадач сохранится. Кроме того, появится возможность достаточно просто контролировать выполнение необходимых и достаточных условий оптимальности решения задачи в области D_1 и избежать возможного в методе покомпонентного спуска явления «заклинивания» в точке, не являющейся оптимальной.

Для решения подзадач квадратичного программирования может быть использован метод наискорейшего спуска с операцией проектирования P_{D_1} вектора переменных $\bar{u}$ на множество D_1 : $\bar{u}^{(k+1)} = P_{D_1}(\bar{u}^{(k)} - \rho^{(k)} \nabla \Phi(\bar{u}^{(k)}))$, $k = 0, 1, \dots$. Здесь $\nabla \Phi$ — градиент минимизируемой функции (сумма функции невязки F и штрафных добавок).

В разработанном варианте метода проектирования градиента для нахождения $\bar{u}^* = \arg \min \{\bar{u}^{(k)} - \rho \nabla \Phi(\bar{u}^{(k)}) | \rho > 0\}$ использовалась квадратичная аппроксимация (восстановление) функции по трем точкам $\bar{u}_1 = \bar{u}^{(k)}$, $\bar{u}_2 = \bar{u}^{(k)} - \nabla \Phi(\bar{u}^{(k)})$, $\bar{u}_3 = \bar{u}_2 - \nabla \Phi(\bar{u}^{(k)})$ с последующим аналитическим определением $\bar{u}^*$:

$$\bar{u}^* = \bar{u}_2 + (\bar{u}_3 - \bar{u}_1) \frac{\Phi(\bar{u}_1) - \Phi(\bar{u}_3)}{2\Phi(\bar{u}_1) - 2\Phi(\bar{u}_2) + \Phi(\bar{u}_3)}.$$

Традиционный способ вычисления шага оказался в данном случае менее приемлемым вследствие существенных трудностей формирования матрицы квадратичной функции $\Phi(\bar{u})$, используемой для отыскания ρ . Основное достоинство алгоритма — отсутствие настраиваемых параметров при решении конкретной системы балансовых уравнений. Недостаток, как и всех градиентных методов, — медленная сходимость в случае овражного характера минимизируемой функции.

Как известно, во многих случаях значительную часть времени решения задачи нелинейного программирования составляют

затраты на поиск вблизи оптимума. Можно предположить, что векторы переменных, вышедших на границу области D_1 в оптимальной точке и в точках, близких к оптимальной, совпадают или отличаются незначительным числом координат. Тогда повысить скорость сходимости итерационного процесса при минимизации дифференцируемой функции на гиперпараллелепипеде можно путем фиксирования на промежуточных итерациях граничных переменных, для которых выполняются условия, аналогичные необходимым условиям оптимальности решения: неотрицательность частных производных на нижней границе и отрицательность — на верхней. Изложенная идея реализована в виде следующего алгоритма.

Алгоритм (с фиксацией граничных переменных).

1. Выбрать $\bar{z}^0 \in D_1$, $s > 0$.
2. Положить $k = 0$, $J^* = J$, $J = \{1, 2, \dots, \dim \bar{z}\}$ и перейти к шагу 5.
3. Определить множества $J^- = \{i | z_i = z_i^{\min}, \frac{\partial \Phi}{\partial z_i} > 0\}$, $J^+ = \{i | z_i = z_i^{\max}, \frac{\partial \Phi}{\partial z_i} < 0\}$, $J^* = J / (J^- \cup J^+)$; если $J^* = \emptyset$ или $\frac{\partial \Phi}{\partial z_i} = 0$, $i \in J^*$, то положить $\bar{z}^* = \bar{z}$ и остановиться (полученная точка $\bar{z}^*$ является решением задачи); иначе перейти к шагу 4.
4. Зафиксировать значения переменных z_i , $i \in J^- \cup J^+$.
5. Положить $k = k + 1$; используя одну из процедур минимизации, обеспечивающую монотонное уменьшение целевой функции, найти новое значение вектора $\bar{z}^{(k)}$ (при этом варьируются только переменные z_i , $i \in J^*$).
6. Вычислить критерии $R = (\Phi(\bar{z}^{(k)}) - \Phi(\bar{z}^{(k-1)})) / \Phi \times (\bar{z}^{(k)})$ (1); если $R \leq s$, то перейти к шагу 3; иначе — к шагу 5.

Уменьшение затрат на поиск при реализации алгоритма достигается вследствие снижения размерности вектора варьируемых переменных на отдельных итерациях. При использовании на шаге 5 градиентных методов фиксирование граничных переменных, для которых составляющие антиградиента направлены вне множества D_1 , приводит к увеличению области пересечения конусов убывания целевой функции и допустимых направлений, что также способствует ускорению сходимости итерационного процесса.

На основе проведенных исследований [1, 2, 4] разработана машинная программа, предназначенная для автоматического или автоматизированного решения системы балансовых уравнений непрерывных производств. Программа ориентирована на выполнение в ОС ЕС и включает 3 процедуры на языке PL/I, в том числе головную, 8 подпрограмм на Фортране, а также программу на языке Ассемблера для связи разноразличных модулей — установки среды Фортрана. Такая структура программы позволяет

использовать, с одной стороны, достоинство языка *PL/1*, заключающееся в возможности непосредственного обращения из процедуры на *PL/1* к макрокомандам организации контрольных точек, опроса текущего значения таймера и др., а с другой — реализовать преимущество языка **ФОРТРАН** по скорости решения задач вычислительного характера. Обмен данными между разноразовыми модулями осуществляется через общую область, описанную средствами языков *PL/1* и **ФОРТРАН** [3]. Необходимый для реализации программы объем основной памяти ЭВМ составляет 512 К. Максимальные количества узлов и дуг мультиграфа, описывающего производство, равны соответственно 50 и 120. Потoki могут быть двухфазными и содержать до 20 компонент. Число переменных системы балансовых уравнений — до 4920.

Программа реализует совокупность алгоритмов решения систем балансовых уравнений, изложенных в работах [1, 2, 4]. Среди декомпозиционных методов, обеспечивающих монотонное уменьшение функции невязки на каждой итерации, наиболее эффективными оказались алгоритм с переменной декомпозицией [1] и упоминавшийся выше алгоритм с покомпонентным спуском в пространстве векторов расходов $\bar{x}$ и концентраций $\bar{y}_j$, $j = \overline{1, n}$. Для решения подзадач используются алгоритмы покоординатного спуска с аналитическим нахождением минимума по каждой переменной [1] (алгоритм 1); наискорейшего спуска с аналитическим нахождением минимума в направлении антиградиента (алгоритм 2); алгоритм 3, в котором поиск осуществляется вдоль диагонали многомерного деформируемого параллелепипеда, построенного на приращениях координат как на сторонах с учетом знаков производных [4]. Выбор первых двух алгоритмов определяется их высокими эксплуатационными свойствами — отсутствием параметров, настраиваемых при решении конкретных задач; выбор третьего — малой чувствительностью к овражному характеру минимизируемой функции. Первый и третий алгоритмы могут быть использованы для решения системы балансовых уравнений как единого целого, т. е. без разбиения на подзадачи.

Заметим, что алгоритм покоординатного спуска сам по себе является декомпозиционным, поскольку в процессе его реализации на каждом шаге решается одномерная задача минимизации выпуклой вниз квадратичной функции при двусторонних ограничениях на варьируемую переменную, а в расчете участвуют только уравнения, содержащие эту переменную. Каждый из трех алгоритмов реализует шаг 5 в алгоритме с фиксацией граничных переменных, который при значении параметра $s=0$ превращается в обычный алгоритм минимизации функции на гиперпараллелепипеде.

Для работы программы необходима следующая информация: код используемого при решении задачи алгоритма; числовые мат-

риды, описывающие структуру мультиграфа; массивы чисел, определяющие область D ; номера компонент, участвующих в реакциях на узлах; массив молекулярных весов компонент; массивы чисел, определяющих дополнительные технологические ограничения на переменные; массив номеров узлов для задания двух вариантов декомпозиции графа, удовлетворяющих условию $E_{ik}^{k_i} \cap E_{ik}^{(k-1)}$, где $E_{ik}^{(k)}$ — множество дуг графа, параметры которых на k -й итерации по всей системе зафиксированы (эта информация вводится только при использовании алгоритма с переменной декомпозицией); максимальное число итераций по всей системе; параметры, определяющие периодичность и подробность выводимой информации.

В программе предусмотрена проверка правильности вводимой информации по критериям:

1. $z_i^{\min} < z_i^{\max}$, $i = 1, \dim z$;
2. $z_i^{\min} < k_i z_i^{\max}$, $z_i^{\max} > k_i z_i^{\min}$, где z_i , z_i — переменные, входящие в ограничения вида $z_i - k_i z_i = 0$ (k_i — постоянный коэффициент);

3. $\sum_{i \in I_p^+} x_i^{\min} y_{ij}^{\min} < \sum_{i \in I_p^-} x_i^{\max} y_{ij}^{\max}$, $\sum_{i \in I_p^+} x_i^{\max} y_{ij}^{\max} > \sum_{i \in I_p^-} x_i^{\min} y_{ij}^{\min}$, $p \in V$, $j = \overline{0, n}$. Здесь для всех i $y_{i0}^{\min} = y_{i0}^{\max} = 1$; I_p^+ , I_p^- — множества индексов соответственно входных и выходных дуг p -го узла. Значения балансовых уравнений f_{pj} и координат вектор функции $\bar{L}(z)$, используемых для вычисления минимизируемой функции и аналитического нахождения частных производных, определяются алгоритмически на основе входной информации.

Поскольку вычисление f_{pj} и $\bar{L}(z)$ в окрестности оптимальной точки связано с определением разности двух близких чисел, то для уменьшения погрешности расчетов нахождение этих величин, а также целевой функции и производных осуществляется с удвоенной точностью.

Коэффициенты a_{pj} определяются программно по формулам

$$a_{pj} = \frac{C}{\left(\sum_{i \in I_p} x_i y_{ij} \right)^2},$$

где C — постоянная приведения.

Аналогичные выражения используются при вычислении весовых коэффициентов в квадратичных штрафных добавках для учета линейных ограничений.

В программе предусмотрена возможность автоматической или автоматизированной коррекции двусторонних ограничений, необходимая в случае, когда для первоначально заданной области

пересечение множеств Z^* и Z^0 пусто. Автоматическая коррекция осуществляется при $v \leq v_{\max}$ по формулам

$$z_i^{\min}(v+1) = z_i^{\min}(v) - \beta_i z_i^{\min}(v), \quad z_i^{\max}(v+1) = z_i^{\max}(v) + \beta_i z_i^{\max}(v), \quad v = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Здесь v — номер шага коррекции ограничений (значение $v = 0$ соответствует начальной области D_1); β_i — положительные коэффициенты, определяющие степень коррекции граничных значений переменных. Коррекция осуществляется по критерию $R < \varepsilon$, где R определяется из выражения (1), а ε — малое положительное число. Максимальное число шагов автоматической коррекции граничных значений регулируется заданием параметра $v_{\max}$ ($v_{\max} = 0, 1, 2, \dots$). Наличие специальной подпрограммы позволяет осуществить автоматизированную коррекцию двусторонних ограничений на основе анализа промежуточных результатов решения задачи. В этом случае формулы (2) не используются, а в процессе решения задачи вводятся новые граничные значения переменных, и выполнение программы продолжается. Автоматизированная коррекция области осуществляется путем выделения отдельного перфокарточного устройства для ввода информации по запросу из проблемной программы. Если в конфигурацию ЭВМ входит одно перфокарточное устройство, то перед выполнением задания необходимо ввести в машину команду на остановку программы системного ввода. Способ остановки программы системного ввода введенным пустой перфокартой неприемлем, так как в этом случае невозможно ввести задание на выполнение проблемной программы.

Процесс автоматизированного решения системы балансовых уравнений состоит из следующих этапов.

1. Через входной поток заданий вводятся исходные данные, в которых максимальное число итераций по схеме предполагается равным нулю. В этом случае на печать выводится подробная информация о введенных данных и допущенных по критериям 1—3 ошибках, после чего выполнение программы завершается.

2. Исправленные данные снова вводятся в ЭВМ и решается задача минимизации одноэкстремальной функции $\Phi(\bar{z})$ в исходной области D_1 .

3. После нахождения с заданной точностью вектора $\bar{z} \in Z^*$ на магнитном диске создается контрольная точка, происходит обращение к подпрограмме коррекции данных и выполнение программы прекращается. При обращении к подпрограмме коррекции исходные данные не изменяются, а вводится несколько пустых перфокарт.

4. Если вектор $\bar{z} \in Z^0$, то на печать в виде таблиц выводится информация, используемая для последующих этапов проектирования, и решение задачи считается завершенным. В противном слу-

чае на печать выводится информация о номерах переменных, вышедших на границу области D_1 , значения их производных и произведениях $z_i \frac{\partial \Phi}{\partial z_i}$. Кроме того, для каждого балансового уравнения на печать выводится значение f_{pi} и относительная погрешность, вычисленная по формуле

$$\Pi_{pi} = \frac{|f_{pi}|}{0,5 \left(\sum_{i \in I_p} x_i \beta_{ij} \right)} 100 \%, \quad p \in V, \quad j = \overline{0, n}.$$

5. На основе анализа промежуточных результатов и технологических особенностей рассматриваемого производства принимается решение о степени коррекции граничных значений переменных и осуществляется отсроченный рестарт с контрольной точки. С помощью подпрограммы коррекции вводятся отличные от нуля значения коэффициентов β_i (или новые граничные значения переменных), решается задача минимизации $\Phi(\bar{z})$ в новой области D_1 и повторяются этапы 3, 4. После конечного числа шагов получаем решение задачи или приходим к выводу, что в данной постановке (при естественных ограничениях на варьируемые переменные: $z_i > 0$, $y_{ij} < 100\%$ и т. д.) задача не имеет решения.

Оценка эффективности алгоритма с фиксацией граничных переменных проводилась на примере нахождения нулевого минимума функции невязки балансовых уравнений системы из двух узлов, описанной в [5]. При решении задачи осуществлялась автоматическая коррекция интервалов изменения переменных, поскольку в первоначально заданной области D_1 решение с нулевым значением функции невязки отсутствовало. Расчет проводился при $z_i^{(0)} = 0,5(z_i^{\min} + z_i^{\max})$, $i = \overline{1, 20}$, $\beta_i = 0,2$, $v_{\max} = 10$. Относительное время решения задачи на ЭВМ ЕС-1045 для $s = 0,2$ и $s = 0$ составляет (при максимальной погрешности по уравнениям $\Pi_{\max} = -0,5\%$): алгоритм 1 — 1 и 1,28; алгоритм 3 — 1 и 1,75; алгоритм компонентного спуска совместно с алгоритмом 2 — 3,85 и 13,9. Как следовало ожидать, наибольший эффект от фиксирования граничных переменных получен в декомпозиционном алгоритме с градиентным методом решения подзадач. В то же время затраты на поиск с помощью этого алгоритма оказались наибольшими.

Разработанная программа находит широкое применение для решения систем балансовых уравнений на этапе технологического проектирования, поскольку ее эксплуатация не требует от пользователя специальных знаний по методам оптимизации.

Список литературы: 1. Романов П. Г. Декомпозиционные методы решения балансовых моделей сетевых систем. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 34—41. 2. Романов П. Г. К вопросу решения балансовых моделей сетевых систем. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 74, с. 25—31. 3. Лаврищев Е. М., Грищенко В. П. Связь разномасштабных модулей в ОС

ЕС.— М.: Финансы и статистика, 1982.— 128 с. 4. Романов П. Г. Диалоговая система расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов.— АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 71, с. 35—41. 5. Романов П. Г. Об одном методе решения систем балансовых уравнений технологических комплексов.— АСУ и приборы автоматики 1985, вып. 73, с. 33—40.

Поступила в редакцию 15.03.84.

УДК 681.51:519.8

В. В. БАРАНОВ, В. В. ДУБРОВСКИЙ,
Н. В. ТРЕТЬЯКОВА

**О МЕТОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО УСРЕДНЕНИЯ
В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ
С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ СТРАТЕГИЯМИ**

Многие сложные системы и проблемы в них характеризуются тем, что последствия принятия решений неоднозначны и случайны и имеют периодический характер. Примером таких систем могут служить газотранспортные предприятия. Действительно, расход газа в них случаен и периодически колеблется в пределах суток, недели и сезона.

Проблема оптимальных решений в этих условиях может быть описана набором следующих объектов: X — множество состояний; Y — множество управлений; σ — стратегия принятия решений, условные распределения g_i , $i \in \{1, 2, \dots\}$ на $X \times X \times Y$; w_i — функция выигрышей на $X \times Y$, отражающая материальную полезность принимаемых решений.

Будем предполагать, что множества X и Y конечны, а g_i и w_i удовлетворяют условию периодичности:

$$g_i = g_{i+T}, \quad i \in \{1, 2, \dots\}, \quad (1)$$

$$w_i = w_{i+T}, \quad i \in \{1, 2, \dots\}, \quad (2)$$

где $T > 1$ — период, принимающий целые неотрицательные значения.

Отображение $\pi: X \rightarrow Y$ назовем решающей функцией. Последовательность решающих функций $\{\pi_1, \pi_2, \dots\} = \sigma$ является стратегией принятия решений. Стратегия σ — периодическая, если выполняется условие $\pi_i = \pi_{i+T}$, $T > 1$.

Периодическая стратегия при $T = 1$ является стационарной. Будем обозначать ее символом π^* .

На множестве периодических стратегий определим функционал вида

$$\varphi(\sigma) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} M_x^\sigma \sum_{i=1}^n w_i(x_i, y_i), \quad x \in X. \quad (3)$$

Здесь x — начальное состояние, а математическое ожидание берется по мере, порождаемой условными распределениями

$$g_i(\cdot | x, \pi_i(x)), \pi_i(x) = y \in Y, x \in X.$$

Стратегия σ^* такая, что $\varphi(\sigma^*) \geq \varphi(\sigma)$ для всех σ является оптимальной.

Задача состоит в отыскании оптимальной стратегии при условиях (1), (2). Будем рассматривать эту задачу в предположении, что при любой стратегии σ множество X образует один эргодический класс состояний.

Ниже излагаются результаты, которые развивают метод последовательного усреднения¹ на случай периодических стратегий.

Для построения методов решения сформулированной задачи введем пространство V векторов размерности $|X|$. Ноль в V обозначим через 0 , а единицу 1 . Введем в V норму, полагая $\|v\| = \max |v(x)|$.

Заметим, что каждой паре (x, y) , $x \in X$, $y \in Y$ и моменту времени $t \in \{1, 2, \dots\}$ отвечает распределение $q_t(\cdot | x, y)$ на X . Используя это распределение, определим оператор $Q_t(y)$, действующий на векторы $v \in V$ по правилу

$$[Q_t(y)v](x) = \sum_{z \in X} v(z) q_t(z | x, y), x \in X.$$

Если при этом управление $y \in Y$ «выбирается» с помощью решающей функции π (т. е. $y = \pi(x)$), то этот оператор обозначим $Q_t(\pi)$.

Используя оператор $Q_t(\pi)$, введем семейство операторов $F_t(\pi_i)$, $t = 1, 2, \dots$, полагая

$$F_t(\pi_i)v = \frac{1}{t} \omega_t(\pi_i) + \frac{t-1}{t} Q_t(\pi_i)v,$$

где $\omega_t(\pi_i)$ — вектор с компонентами $\omega_t(\pi_i)(x) = \omega_t(x, \pi_i(x)) = \sum_{y \in Y} \pi_i(y) g_t(x, y)$, $x \in X$, $y = \pi_i(x)$. Исходя из условия периодичности, доопределим эти операторы, полагая

$$F_{nT-k}(\pi_{k+1})v = \frac{1}{nT-k} \omega_{k+1}(\pi_{k+1}) + \frac{nT-k-1}{nT-k} Q_{k+1}(\pi_{k+1})v,$$

где $k = 0, 1, \dots, T-1$, $n = 1, 2, \dots$.

Пусть теперь выделен набор решающих функций $\delta = (\pi_1, \dots, \pi_T)$, отвечающий периоду T . Тогда периодическую стратегию можно представить в виде стационарной δ^* , полагая $\delta^* = (\delta, \delta, \dots)$.

Далее введем семейство операторов $F_n^*(\delta)$, зависящих от набора δ и временного параметра $n = 1, 2, \dots$ следующим способом

¹ Баранов В. В. Об одном рекуррентном алгоритме в марковских процессах решений. — Кибернетика, 1982, № 4, с. 98–103.

$F_n^*(\xi)v = F_{nT}(\pi_1)F_{nT-1}(\pi_2)\dots F_{nT-(T-1)}(\pi_T)v$. Расписывая определение $F_{nT-k}(\pi_{k+1})$, получаем представление

$$F_n^*(\xi)v = \frac{1}{nT} \sum_{k=0}^{T-1} \prod_{l=0}^k Q_l(\pi_l) w_{k+1}(\pi_{k+1}) + \frac{n-1}{n} \prod_{l=0}^{T-1} Q_l(\pi_l)v,$$

где $Q_0 = I$ — единичный оператор. Обозначая здесь

$$\frac{1}{T} \sum_{k=0}^{T-1} \prod_{l=0}^k Q_l(\pi_l) w_{k+1}(\pi_{k+1}) = w(\xi) \text{ и } \prod_{l=0}^{T-1} Q_l(\pi_l) = Q(\xi),$$

получаем

$$F_n^*(\xi)v = \frac{1}{n} w(\xi) + \frac{n-1}{n} Q(\xi)v. \quad (4)$$

Введем, наконец, операторы вида

$$Uv = \max_{\pi} F_1(\pi)v,$$

$$U_n^*v = \max_{\xi} F_n^*(\xi)v.$$

Свойства введенных операторов описываются следующей леммой.

Лемма 1. а) Операторы $F_1(\pi)$, $F_n^*(\xi)$, U_1 , U_n^* монотонны.
б) Имеет место представление

$$U_n^*v = U_{nT}U_{nT-1}\dots U_{nT-(T-1)}v. \quad (5)$$

в) Операторы $F_1(\pi)$, $F_n^*(\xi)$, U_1 и U_n^* являются сжатием на V .
Пусть $\xi^\infty = (\xi, \xi, \dots)$ — периодическая стратегия, порожденная набором $\xi = (\pi_1, \dots, \pi_T)$.

Рассмотрим векторы $\varphi_n(\xi)$, $n = 1, 2, \dots$ вида

$$\varphi_n(\xi) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} Q^k(\xi) w(\xi). \quad (6)$$

Лемма 2. а) Существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(\xi) = \varphi(\xi^\infty)$, причем все компоненты вектора $\varphi(\xi^\infty)$ равны. б) Для периодической стратегии $\alpha = \xi^\infty$ функционал φ , определенный в (3), равен $\varphi(\alpha) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(\xi) = \varphi(\xi^\infty)$.

С целью подчеркнуть, что все компоненты вектора $\varphi(\xi^\infty)$ равны, будем использовать обозначение $\varphi(\xi^\infty) \mathbf{1}$, где $\mathbf{1}$ — векторная единица, а $\varphi(\xi^\infty)$ — значение компоненты.

Нетрудно проследить, что векторы $\varphi_n(\xi)$, определенные в (6), можно представить с помощью рекуррентного соотношения $\varphi_n(\xi) = F_n^*(\xi) \varphi_{n-1}(\xi)$, $n = 1, 2, \dots$

Введем обозначения

$$\bar{\varphi}_n(\xi) = \max_{\pi} \varphi_n(\xi)(\pi), \quad \underline{\varphi}_n(\xi) = \min_{\pi} \varphi_n(\xi)(\pi).$$

Лемма 3. Пусть ξ^∞ — периодическая стратегия. Тогда величины $\bar{\varphi}_n(\xi)$ и $\underline{\varphi}_n(\xi)$ образуют соответственно невозрастающую

и неубывающую последовательности, сходящиеся к одному пределу $\varphi(\bar{z}^*)$.

Следствие 1. Имеют место неравенства

$$\varphi_n(\bar{z}) < \varphi(\bar{z}^*) < \bar{\varphi}_n(\bar{z}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Рассмотрим теперь произвольную стратегию $\bar{z}_1^n = (\bar{z}_n, \bar{z}_{n-1}, \dots, \bar{z}_1)$, составленную из различных наборов $\bar{z}_k = (\pi_1^k, \dots, \pi_T^k)$. Сопоставим такой стратегии вектор $\varphi_n(\bar{z}_1^n)$, определенный соотношением $\varphi_n(\bar{z}_1^n) = F_n^*(\bar{z}_n) F_{n-1}^*(\bar{z}_{n-1}) \dots F_1^*(\bar{z}_1) \varphi_0$. Очевидно, это равносильно рекуррентному соотношению:

$$\varphi_n(\bar{z}_1^n) = F_n^*(\bar{z}_n) \varphi_{n-1}(\bar{z}_1^{n-1}). \quad (7)$$

Векторы $\varphi_n(\bar{z}_1^n)$, определенные рекуррентным соотношением (7) будем называть $[F_n^*]$ -порожденными.

Заметим, что подобным образом векторы φ_n можно определять также с помощью операторов U_n^* , полагая

$$\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n) = U_n^* U_{n-1}^* \dots U_1^* \varphi_0, \quad \varphi_0 = \bar{0}, \quad (8)$$

где $\hat{\bar{z}}_1^n = (\hat{\bar{z}}_n, \hat{\bar{z}}_{n-1}, \dots, \hat{\bar{z}}_1)$, а $\hat{\bar{z}}_k = \arg \max_{\bar{z}_k} F_k^*(\bar{z}) \varphi_{k-1}(\hat{\bar{z}}_1^{k-1})$, $k = 1, \dots, T$.

Очевидно, это равносильно следующему рекуррентному соотношению:

$$\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n) = U_n \varphi_{n-1}(\hat{\bar{z}}_1^{n-1}), \quad \varphi_0 = \bar{0}. \quad (9)$$

Векторы $\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n)$ и стратегии $\hat{\bar{z}}_1^n$, вычисленные из соотношения (9), будем называть $[U_n^*]$ -порожденными. Также будем называть и периодическую стратегию $\hat{\bar{z}}_n^*$, порожденную соответствующим набором $\hat{\bar{z}}_n$.

Лемма 4. $[U_n^*]$ — порожденные векторы $\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n)$ удовлетворяют неравенству $\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n) \geq \varphi_n(\bar{z}_1^n)$ для всех $\bar{z}_1^n$.

Теорема 1. Последовательность $[U_n^*]$ -порожденных векторов $\{\varphi_n(\hat{\bar{z}}_1^n)\}$ сходится к вектору φ^* , все компоненты которого одинаковы и равны значению функционала $\varphi(\bar{z}^*)$, отвечающего оптимальной периодической стратегии.

Теорема 2. Пусть каждому $[U_n^*]$ -порожденному набору $\hat{\bar{z}}_n$ сопоставлена периодическая стратегия $\hat{\bar{z}}_n^*$. Тогда в последовательности таких стратегий при некотором конечном $n = n_* < \infty$ достигается оптимальная стратегия.

Лемма 5. Пусть $\varphi^* = \varphi(\bar{z}^*)$ — оптимальный выигрыш и $\{\varphi(\hat{\bar{z}}_n^*)\}$ — последовательность значений функционала φ , отвечающих

$\{U_n^*\}$ -порожденным стратегиям $\tilde{g}_n^*$, $n = 1, 2, \dots$. Тогда имеет место неравенство

$$\varphi - \varphi(\tilde{g}_n^*) \leq g_n, \quad n = 1, 2, \dots,$$

где $g_n = \bar{\varphi}_n(\tilde{g}_1^n) - \underline{\varphi}_n(\tilde{g}_1^n)$.

Теорема 3. Если $g_n < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, то $\{U_n^*\}$ -порожденная стратегия $\tilde{g}_n^*$ ε -оптимальна.

Полученные результаты определяют оптимизационную схему, в которой за конечное число итераций достигается ε -оптимальная стратегия. При этом, в силу представления (5) и соотношения (9), векторы $\varphi_n(\tilde{g}_1^n)$ можно вычислять рекуррентным способом, используя следующую вспомогательную процедуру U^* , которая реализует оператор U_n^* , т. е. отвечает вычислению вектора $\varphi_n(\tilde{g}_1^n)$ из соотношения $\varphi_n = U_n^* \varphi_{n-1}$.

Процедура U^* . Пусть вычислен вектор $\varphi_{n-1}(\tilde{g}_1^{n-1})$. Тогда для вычисления вектора $\varphi_n(\tilde{g}_1^n)$ необходимо выполнить следующий алгоритм.

1. Положить $\varphi^* = \varphi_{n-1}(\tilde{g}_1^{n-1})$.
2. Положить $k = 1$.
3. Вычислить $\varphi^k(x) = \max_y F_{(n-1)T+k}(y) \varphi^{k-1}(x)$, $x \in X$.
4. Образовать решающую функцию $\pi_{T-k+1}^{(n)}$, положив

$$\pi_{T-k+1}^{(n)}(x) = \arg \max_y F_{(n-1)T+k}(y) \varphi^{k-1}(x), \quad x \in X.$$
5. Если $k < T$, то положить $k = k + 1$ и перейти к 3.
6. Образовать набор решающих функций $\tilde{g}_n$:

$$\tilde{g}_n = (\pi_1^{(n)}, \dots, \pi_T^{(n)}).$$

7. Положить $\varphi_n(\tilde{g}_1^n) = \varphi^T$.
8. Остановить алгоритм.

Используя процедуру U^* , теперь получаем оптимизационную процедуру в целом.

Процедура 1. Пусть задано $\varepsilon > 0$, выполнено $n > 1$ итераций и вычислен вектор $\varphi_n(\tilde{g}_1^n)$. Тогда для продолжения процедуры необходимо выполнить следующий алгоритм.

1. Вычислить $g_n = \bar{\varphi}_n(\tilde{g}_1^n) - \underline{\varphi}_n(\tilde{g}_1^n)$.
2. Если $g_n < \varepsilon$, то перейти к 6.
3. Используя процедуру U^* , получить вектор $\varphi_{n+1}(\tilde{g}_1^{n+1})$.
4. Положить $n = n + 1$ и перейти к 1.
5. Остановить алгоритм.

Заметим, что эта процедура будет выполняться до тех пор, пока не выполнится условие $g_n < \varepsilon$, хотя, возможно, оптимальная стратегия уже давно достигнута. При этом в момент останова гарантируется достижение лишь ε -оптимальной стратегии. В этом

недостаток процедуры. С целью устранения этого недостатка и ускорения сходимости процедуры введем семейство операторов $\{\Gamma_n, n = 1, 2, \dots\}$ вида

$$\Gamma_{n+1}(\delta_n) \bar{v}_n = U_{n+1}^* \bar{v}_n - F_{n+1}(\delta_n) \bar{v}_n.$$

Лемма 6. Пусть оптимальная стратегия единственна. Тогда предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \|\Gamma_{n+1}(\delta_n) \bar{v}_n(\delta_1^n)\| = 0$ достигается в некоторый момент $n_0 < \infty$ и в этот же момент достигается оптимальная стратегия.

Из леммы 6 следует, что останов процедуры естественно выполнять в момент, когда выполняется равенство

$$\|\Gamma_{n+1}(\delta_n) \bar{v}_n(\delta_1^n)\| = 0.$$

Но это справедливо, если оптимальная стратегия единственна.

В практических задачах условие единственности оптимальной стратегии, как правило, выполняется. Это тем более справедливо для задач с периодическими стратегиями. Тогда приходим к следующему варианту оптимизационной процедуры.

Процедура 2. Положить $\bar{v}_0 = \bar{0}$ и вычислить $\bar{v}_1(\delta_1)$ с помощью вспомогательной процедуры U^* . Пусть выполнено $n > 1$ итераций. Тогда для продолжения процедуры необходимо выполнить следующий алгоритм.

1. Вычислить $\bar{v}_{n+1}(\delta_1^{n+1})$ с помощью процедуры U^* .
2. Если $\|\Gamma_{n+1}(\delta_n) \bar{v}_n\| = 0$, то перейти к 5.
3. Положить $n = n + 1$ и перейти к 1.
4. Остановить алгоритм.

Пример. Пусть множество состояний X содержит два элемента $X = \{x_1, x_2\}$, множество допустимых управлений состоит из трех элементов $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$. Переходная функция g_i и функция выигрышей u_i удовлетворяют условию периодичности с периодом $T = 4$. Эти функции зададим в следующем виде:

$$g_1(x_1/x_1, y) = \begin{cases} \frac{5-t}{5+t}, & \text{если } y = y_1, \\ \frac{1}{12}((2-t)^2 + 2), & \text{если } y = y_2, \\ \frac{1}{10}((6 - (2-t)^2)), & \text{если } y = y_3; \end{cases}$$

$$g_2(x_1/x_2, y) = \begin{cases} \frac{1}{5-t}, & \text{если } y = y_1, \\ \frac{1}{10}t(5-t), & \text{если } y = y_2, \\ \frac{1}{10}t, & \text{если } y = y_3; \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^2 q_i(x_i/x, y) = 1, \quad x \in X, \quad y \in Y;$$

$$w_i(x_1, y) = \begin{cases} 1,975g_i(x_1/x_1, y_1) + 10, & \text{если } y = y_1, \\ 6,01g_i(x_1/x_1, y_2) + 10, & \text{если } y = y_2, \\ 3g_i(x_1/x_1, y_3) + 8, & \text{если } y = y_3; \end{cases}$$

$$w_i(x_2, y) = \begin{cases} 3,95g_i(x_1/x_2, y_1) + 3, & \text{если } y = y_1, \\ g_i(x_1/x_2, y_2) + 2, & \text{если } y = y_2, \\ 5g_i(x_1/x_2, y_3) + 3, & \text{если } y = y_3. \end{cases}$$

Выполняя первую итерацию процедуры 2, получаем набор $\tilde{b}_1$ и вектор средних выигрышей $\tau_1(\tilde{b}_1)$:

$$\tau_1(\tilde{b}_1) = \begin{pmatrix} 8,69 \\ 5,98 \end{pmatrix}, \quad \tilde{b}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \right\}.$$

На второй итерации получаем вектор $\tau_2(\tilde{b}_1^2)$ и набор решающих функций $\tilde{b}_2$:

$$\tau_2(\tilde{b}_1^2) = \begin{pmatrix} 8,02 \\ 6,66 \end{pmatrix}, \quad \tilde{b}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_3 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2 \\ y_1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Так как $\|G_2(\tilde{b}_1) \tau_1(\tilde{b}_1)\| \neq 0$, то вычисления нужно продолжать. Выполняя третью итерацию процедуры 2, получаем набор решающих функций $\tilde{b}_3$ и вектор $\tau_3(\tilde{b}_1^3)$:

$$\tau_3(\tilde{b}_1^3) = \begin{pmatrix} 7,79 \\ 6,88 \end{pmatrix}, \quad \tilde{b}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_3 \\ y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_2 \\ y_1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Поскольку наборы $\tilde{b}_2$ и $\tilde{b}_3$ совпали, то $\|G_3(\tilde{b}_2) \tau_2(\tilde{b}_1^2)\| = 0$ и вычисления следует закончить. Тогда окончательно получаем, что набор $\tilde{b}_3$ определяет оптимальную периодическую стратегию.

Поступила в редакцию 30.05.84.

УДК 62—50

В. М. МИХАЙЛЕНКО, д-р техн. наук,
И. С. БЕЗКЛУБЕНКО

ОБ ОДНОМ КОМПРОМИССНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ТЕПЛОВОЙ СЕТИ

Задачи оптимального выбора трасс, параметров трубопроводных систем, их надежности являются предметом обширных исследований, однако зачастую их рассматривают либо независимо друг от друга, либо оптимизируют только один из пар-

метров системы при ограниченных значениях остальных. Вместе с тем, на стадии проектирования систем, при решении задач об уровне централизации снабжения и размещения источников, при трассировке сетей, выборе диаметров труб, номеров в различных участках системы возникают трудности в случае оптимизации надежности системы и указанных параметров, связанные с необходимостью удовлетворения их противоречивым требованиям.

Рассмотрим новую задачу выбора компромиссного решения сетевой задачи с противоречивыми критериями: максимизация надежности системы и минимизация капиталовложений на ее строительство (при заданном в процентном отношении предпочтении критериев).

В тепловой сети можно выделить связанные между собой подсистемы: источников тепла (теплоэлектроцентрали, котельные); потребителей тепла; регулирующих органов (заслонки, задвижки, вентили); трубопроводов.

Принято представлять структуру тепловой сети в виде ориентированного графа $G(V, P)$, где $V = \{1, \dots, v\}$ — множество вершин; графа; $P = \{1, \dots, n\}$ — множество ветвей графа.

Ветви графа соответствуют трубопроводам, по которым передается тепло. Вершинами графа являются источники и потребители тепла, места пересечения трубопроводов.

Каждой ветви графа поставлены в соответствие последовательная переменная x_i (расход тепла), параллельная переменная h_i (потеря напора) и управляющий параметр γ_i , который определяет связь между последовательной и параллельной переменными этой ветви.

Элементы инженерной сети удовлетворяют законам Киргофа [1], которые в матричном виде могут быть записаны так:

$$Ax = 0, \quad (1)$$

$$BH = 0, \quad (1^*)$$

где A — матрица инцидентий; B — цикломатическая матрица; x — вектор расходов; H — вектор напоров.

Используя свойства топологической сети, равенство (1^*) можно заменить уравнением энергетического баланса [2]:

$$Hx = \Xi. \quad (2)$$

Здесь H — вектор напоров; x — вектор расходов; Ξ — энергия.

Считая заданным общий расход энергии, необходимый на перекачку теплоносителя от источника к потребителю, функция капиталовложений может быть представлена так [2]:

$$K = \sum_{i=1}^n l_i (a_i + b_i d_i^m); \quad (3)$$

n — количество участков; l_i , $i = \overline{1, n}$ — их длины; d_i , $i = \overline{1, n}$ — диаметры труб; a_i , b_i — стоимостные характеристик.

Связь векторов диаметров труб $d = (d_1, \dots, d_n)$ с векторами расходов $x = (x_1, \dots, x_n)$ для квадратичного закона распределения может быть установлена в следующем виде:

$$d = \psi x^{2\alpha} H^{-\alpha} l^{-\alpha}, \quad (4)$$

где $l = (l_1, \dots, l_n)$ — вектор длин; H — вектор напоров; x — вектор расходов; ψ — коэффициент шероховатости трубы; $\alpha = \frac{1}{5+\tau}$ (при $\tau = 0,25$ для тепловых и $\tau = 0,33$ — для водопроводных сетей).

Подставляя (4) в (3) и не принимая во внимание часть, не зависящую от напоров, расходов, диаметров, получаем следующую критериальную функцию минимизации капиталовложений:

$$C(x) = Cx^{2\alpha n} H^{-\alpha n}, \quad (5)$$

Здесь $C = b\psi^n l^{1-\alpha n}$.

Надежность тепловой сети определяется вероятностью безотказной работы системы в течение заданного времени и зависит от диаметров труб тепловой сети

$$P = \prod_{i=1}^n p_i(d_i), \quad (6)$$

где $p_i(d_i)$ — функция надежности работы i -го участка сети, $i = 1, n$. Используя соотношение (4) и прологарифмировав выражение (6), представим критериальную функцию максимизации надежности системы в виде

$$G(x) = \sum_{i=1}^n G_i(x_i), \quad (7)$$

$G_i(x_i) = \ln p_i(\psi x_i^{2\alpha} h_i^{-\alpha} l_i^{-\alpha})$ — агрегированные функции надежности i -го участка сети, $i = 1, n$.

Пусть $C^{\min}$ — решение задачи математического программирования (5), (1), (2); $G^{\max}$ — решение задачи (1), (2); $C^{\max}$ — решение задачи максимизировать (5) при ограничениях (1), (2); $G^{\min}$ — решение задачи минимизировать (7) при ограничениях (1), (2).

Обозначим через p — заданное в процентном отношении предпочтение критерия (5) — минимизации капиталовложений; тогда задача выбора компромиссного решения может быть формализована и приведена к виду [3]:

$$\min_{x \in D} \max \left\{ \frac{p}{100\%} \frac{C(x) - C^{\min}}{C^{\max} - C^{\min}}, \left(1 - \frac{p}{100\%} \right) \frac{G^{\max} - G(x)}{G^{\min} - G^{\max}} \right\}, \quad (8)$$

где D — множество допустимых решений системы (1), (2).

Для решения минимаксной задачи (8) используем метод ограничений [3]. Обозначим

$$\bar{C}(x) = \frac{\rho}{100\%} \frac{C(x) - C^{\min}}{C^{\max} - C^{\min}}$$

$$+ \bar{G}(x) = \left(1 - \frac{\rho}{100\%}\right) \frac{G^{\max} - G(x)}{G^{\min} - G^{\max}}.$$

Тогда искомое компромиссное решение будет оптимальным решением задачи математического программирования: минимизировать y при ограничениях: $\bar{C}(x) < y$; $\bar{G}(x) < y$; $Ax = 0$; $Hx = \Xi$; $x > 0$, где y — скалярный параметр.

Следует отметить, что отношение предпочтения ρ может быть и некоторой нормативной величиной, и параметром, который может выбираться проектировщиком в диалоговом режиме, реализованном в системах автоматизированного проектирования [3].

Список литературы: 1. Евдокимов А. Г. Оптимальные задачи по инженерным сетям. — Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1976. — 180 с. 2. Хаслаев В. Я., Маренков А. П. Методы и алгоритмы расчета тепловых сетей. — М.: Энергия, 1978. — 200 с. 3. Михалевич В. С., Волкович В. Л. Вычислительные методы исследования и проектирование сложных систем. — М.: Наука, 1982. — 120 с.

Поступила в редакцию 26.04.84.

УДК 681.5

Н. А. ЛЫСЕНКОВ, канд. техн. наук, А. В. ОНЮШЕВ, канд. техн. наук, С. В. КОТЛЯРЕВСКИЙ

ВЕКТОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ КОМПЛЕКСА ВАКУУМ-ВЫПАРНЫХ АППАРАТОВ ПРОИЗВОДСТВА ЭФК

Современное производство экстракционной фосфорной кислоты (ЭФК) представляет собой комплекс технологических объектов, объединенных общими целями функционирования, связанных между собой материальными, энергетическими и информационными потоками. Большое количество взаимосвязанных участков, многочисленность управляющих, возмущающих воздействий, технологических и регламентных ограничений, наличие ряда противоречивых критериев оценки эффективности функционирования характеризуют рассматриваемые комплексы непрерывного типа как сложную управляемую систему.

Принятие решения при управлении объектами данного класса по нескольким показателям качества функционирования значительно усложняется из-за необходимости определения области компромиссов M^c и поиска в ней вектора управления $\bar{m}^c \in M$.

наиболее приемлемого для всей совокупности критериев $\{I_q\}$, $q = \overline{1, l}$.

Задача оперативной оптимизации режимов сложного технологического комплекса по векторному критерию эффективности $\bar{l}$ в общем виде может быть представлена так:

$$\bar{m}_0 = \arg \left\{ \min_{\bar{m} \in M} (I_1(\bar{m}, \bar{z}), I_2(\bar{m}, \bar{z}), \dots, I_l(\bar{m}, \bar{z})) \right\} \quad (1)$$

при ограничении: $\bar{y} \in Y$, где $\bar{y} = \bar{y}(\bar{m}, \bar{z})$. Здесь $\bar{y}$ — векторная функция выходных переменных всего комплекса; $\bar{m}$ — вектор управляющих воздействий; $\bar{z}$ — вектор возмущающих воздействий, учитывающий влияние окружающей среды на управляемый комплекс; Y, M — области допустимых значений соответственно векторов $\bar{y}$ и $\bar{m}$, определяемые технологическими и конструктивными условиями управляемого объекта. Во многих случаях, когда возмущающие воздействия изменяются незначительно за время переходного процесса, оценки возмущений принимаются постоянными $\bar{z} = \bar{z}^*$ на некотором временном интервале решения задачи оперативной оптимизации.

Высокая размерность вектора управления $\bar{m} = \{m_s\}$, $s = \overline{1, n}$, наличие сложных зависимостей в математических моделях управляемого объекта, множество ограничений, многокритериальность обуславливают значительные вычислительные трудности решения общей задачи оптимизации режимов функционирования всего технологического комплекса.

Для преодоления указанных трудностей в работе [1] предлагается использовать иерархический подход, при котором общая задача векторной оптимизации R^c режимов функционирования технологического комплекса представляется в виде множества более простых подзадач векторной оптимизации $\{^{(1)}R_i^c\}$, $i \in \Omega$ режимов технологических подсистем на нижнем уровне иерархии и подзадачи их координации $\{^{(2)}D^c\}$ по векторному критерию на втором уровне иерархии, т. е. $R^c = \{^{(1)}R_i^c, ^{(2)}D^c\}$, где Ω — множество порядковых индексов подсистем.

Технологический комплекс производства ЭФК дигидратным способом имеет подсистемную структуру и состоит из участка экстрактор — вакуум — фильтр и участка упарки. Участок упарки в свою очередь характеризуется подсистемной структурой и включает четыре одинаковых параллельно связанных вакуум-выпарных аппарата.

Целью их функционирования является концентрирование фосфорной кислоты путем выпаривания избыточной влаги.

Общий входной и выходной потоки всего участка упарки характеризуются векторами

$$\bar{x} = [G_{\Phi 0} C_{\Phi 0}]^T, \quad y = [G_{\Phi} C_{\Phi}]^T,$$

где $G_{\Phi 0}$ — расход неупаренной фосфорной кислоты, поступающей из экстрактора на упарку; $C_{\Phi 0}$ — концентрация неупаренной кислоты; G_{Φ} — расход упаренной фосфорной кислоты; C_{Φ} — концентрация упаренной кислоты; T — знак транспонирования.

Каждый из вакуум-выпарных аппаратов можно рассматривать как отдельную управляемую подсистему. Векторы, описывающие входные и выходные потоки i -го выпарного аппарата, имеют соответственно вид

$$\bar{x}_i = [G_{\Phi 0i}, C_{\Phi 0i}]^T, \bar{y}_i = [G_{\Phi i}, C_{\Phi i}]^T, i = \overline{1, 4}.$$

Здесь $G_{\Phi 0i}$, $C_{\Phi 0i}$ — расходы соответственно неупаренной и упаренной фосфорной кислоты для i -го вакуум-выпарного аппарата; $G_{\Phi i}$ — концентрация упаренной кислоты для i -го аппарата.

При рассмотрении i -го вакуум-выпарного аппарата как управляемой подсистемы в качестве управляющих переменных $\bar{m}_i$ целесообразно использовать

$$\bar{m}_i = [G_{\Phi 0i}, P_{\text{гр}i}, G_{\text{вт}i}], i = \overline{1, 4},$$

$P_{\text{гр}i}$ — давление греющего пара в греющей камере i -го выпарного аппарата; $G_{\text{вт}i}$ — расход охлаждающей воды из i -й выпарной аппарат. Выходными переменными являются

$$\bar{y}_i = [G_{\Phi i}, C_{\Phi i}, G_{\text{гр}i}, t_{\text{вт}}, G_{\text{вт}}, Q_{\text{вт}}], i = \overline{1, 4},$$

где $G_{\text{гр}i}$ — расход греющего пара на i -й аппарат; $t_{\text{вт}}$ — температура кислоты на i -м аппарате; $G_{\text{вт}}$ — расход охлаждающей воды на выходе из поверхностного конденсатора i -го аппарата; $Q_{\text{вт}}$ — температура охлаждающей воды на выходе из конденсатора i -го аппарата.

Расход неупаренной фосфорной кислоты $G_{\Phi 0}$ одновременно будет входной переменной. Возмущающие воздействия, как отмечалось ранее, принимаются постоянными на некотором интервале времени решения задачи.

Обобщенная статическая модель i -го выпарного аппарата участка упарки ЭФК с использованием описанных выше переменных представляется в виде

$$\bar{y}_i = \bar{y}(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i), i = \overline{1, 4}.$$

Данная зависимость определяется численными значениями, определяемыми с помощью алгоритмов и уравнений, описывающих балансы масс и энергий; соотношений, характеризующих физико-химическую сущность процесса выпаривания; эмпирических и теоретических зависимостей, связывающих различные параметры. Математическая модель вакуум-выпарного аппарата использовалась в работе [2] при решении задачи оперативной оптимизации установившихся режимов функционирования участка упарки ЭФК по скалярному показателю эффективности.

Однако комплексная оценка качества работы управляемых технологических комплексов может осуществляться только на

основе нескольких, во многих случаях противоречивых показателей эффективности. Для участка упарки ЭФК в качестве таких показателей целесообразно использовать производительность выпарных аппаратов:

$$I_1 = G_{\text{ис}} = G_{20} - G_{\Phi}, \quad (2)$$

которую необходимо максимизировать; потери, обусловливаемые расходом греющего пара и воды на охлаждение конденсатора

$$I_2 = \Pi = G_{\text{гп}} \cdot \Pi_{\text{гп}} + G_{20} \cdot \Pi_{20}, \quad (3)$$

которые нужно в процессе функционирования контролировать и добиваться их минимального значения; концентрацию упаренной кислоты C_{Φ} , характеризующую качественный показатель выхода готовой продукции. Здесь $\Pi_{\text{гп}}$, Π_{20} — стоимостные коэффициенты, характеризующие соответствующие продукты.

Составляющие $\{I_q\}$, $q = 1, 2$ векторного критерия $\bar{I}$ участка упарки ЭФК, включающего четыре параллельно работающих выпарных аппарата, являются аддитивными функциями соответствующих частных показателей эффективности отдельных выпарных аппаратов:

$$I_q = \sum_{i=1}^4 I_{qi}, \quad q = 1, 2. \quad (4)$$

Технологический процесс i -го вакуум-выпарного аппарата характеризуется конструктивными и регламентными ограничениями, которые описываются системой неравенств. В реальных условиях обычно одновременно работают только три или два выпарных аппарата, другие находятся на промывке, поэтому все дальнейшие рассуждения и постановка задачи векторной оперативной оптимизации режимов участка упарки будет рассматриваться относительно трех вакуум-выпарных аппаратов.

Отличительной особенностью участка упарки ЭФК является наличие делителя общего потока неупаренной кислоты P_2O_5 . Математически его можно описать как

$$G_{20} = \sum_{i=1}^3 G_{20i}. \quad (5)$$

Кроме того, участок располагает смесителем. Процесс смешивания описывается следующим выражением на основе материального баланса:

$$\sum_{i=1}^3 G_{\Phi i} C_{\Phi i} = G_{\Phi} C_{\Phi}. \quad (6)$$

Наличие делителя и смесителя, описываемых выражениями (5), (6), дает возможность получить фосфорную кислоту необходимой концентрации в тех случаях, когда каждый выпарной аппарат выдает кислоту различной концентрации $C_{\Phi i}$, $i = \overline{1, 3}$.

Множество переменных, входящих в математические зависимости и описывающих функционирование выпарных аппаратов, большое число регламентных, технологических и конструктивных ограничений, многокритериальная оценка качества функционирования характеризуют участок упарки ЭФК, как отдельную сложную управляемую систему. В процессе функционирования выпарных аппаратов (с учетом отмеченной характеристики рассматриваемого объекта управления и высокой интенсивности выпаривания фосфорной кислоты) возникает необходимость оперативного анализа и оптимизации режимов его работы с целью определить и выдать в зависимости от возникающих производственных ситуаций рекомендации по корректировке процесса выпаривания с учетом ряда противоречивых критериев эффективности.

Поскольку время переходного процесса в вакуум-выпарных аппаратах значительно меньше времени, в течение которого изменяются возмущающие воздействия, основной эффект при решении задачи оперативной оптимизации режимов работы участка упарки по векторному критерию достигается в результате определения компромиссных управлений и перераспределения нагрузок между выпарными аппаратами в установившемся режиме.

Применение двухуровневого алгоритма [1] для решения задачи векторной оптимизации R^0 режимов работы участка упарки ЭФК связано с трудностями, обусловленными наличием несепарабельных ограничений, что, естественно, ограничивает применение принципа прогнозирования взаимодействия при решении задачи координации $(2)D^0$. В этой связи для скалярных задач оперативной оптимизации режимов предлагается преобразовать структуру технологического комплекса участка упарки ЭФК и виду, удобному для их решения с использованием иерархического подхода.

Для предложенной структуры задачу векторной оптимизации режимов работы участка упарки ЭФК по критериям максимума производительности выпарных аппаратов $I_1 = G_{nc} = \sum_{i=1}^3 G_{nci}$ и минимума потерь греющего пара и воды на охлаждение конденсатора $I_2 = \Pi = \sum_{i=1}^3 \Pi_i$ можно сформулировать в виде минимизации отклонений от идеальных значений частных критериев в нормированном критериальном пространстве, т. е.

$$\min \left(\frac{\sum_{i=1}^3 G_{nci}^* - \sum_{i=1}^3 G_{nci}}{\sum_{i=1}^3 G_{nci}^*} + \frac{\sum_{i=1}^3 \Pi_i - \sum_{i=1}^3 \Pi_i^*}{\sum_{i=1}^3 \Pi_i^*} \right) \quad (7)$$

по переменным $(P_{rnt}, G_{bot}, G_{\phi oi}), i = \overline{1, 3}$ при ограничениях

$$Y_{G_{\phi i}}(P_{rnt}, G_{bot}, G_{\phi oi}) = x_{G_{\phi i}}, \quad i = \overline{1, 3};$$

$$Y_{C_{\phi i}}(P_{rnt}, G_{bot}, G_{\phi oi}) = x_{C_{\phi i}}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad (8)$$

$$G_{rnt}^{\min} < G_{rnt} < G_{rnt}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad P_{nci}^{\min} < P_{nci} < P_{nci}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3};$$

$$Q_{\phi i}^{\min} < Q_{\phi i} < Q_{\phi i}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad P_{rnt}^{\min} < P_{rnt} < P_{rnt}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3};$$

$$G_{bot}^{\min} < G_{bot} < G_{bot}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad G_{\phi oi}^{\min} < G_{\phi oi} < G_{\phi oi}^{\max}, \quad i = \overline{1, 3}; \quad (9)$$

$$G_{\phi}^{\min} < x_{G_{\phi}} < G_{\phi}^{\max}, \quad i = 2, 3; \quad C_{\phi}^{\min} < x_{C_{\phi}} < C_{\phi}^{\max}, \quad i = 2, 3; \quad (10)$$

$$G_{\phi}^{\min} < y_{G_{\phi i}} < G_{\phi}^{\max}; \quad C_{\phi}^{\min} < y_{C_{\phi i}} < C_{\phi}^{\max}, \quad (11)$$

где $\sum_{i=1}^3 G_{nci}^*$, $\sum_{i=1}^3 \Pi_i^*$ — значения индивидуальных оптимумов частных критериев, которые определяются в работе [2] в результате решения двух независимых однокритериальных задач оптимизации режимов работы участка упарки ЭФК.

Для решения общей задачи векторной оптимизации (7) предлагается использовать иерархический подход. Его реализация позволяет сформулировать на первом уровне подзадачи оптимизации $\{^{(1)}R_i^c\}$, $i = 1, 2$ режимов отдельных выпарных аппаратов по нескольким противоречивым показателям качества их работы:

$$\bar{I}_{ci} = [I_{qi}], \quad q = (1, 2), \quad i = \overline{1, 3}.$$

Подзадача $\{^{(1)}R_1^c\}$ векторной оптимизации режимов работы первой подсистемы формулируется следующим образом:

$$\min \left(\frac{G_{nc1}^* - G_{nc1}}{\sum_{i=1}^3 G_{nci}^*} + \frac{\Pi_1 - \Pi_1^*}{\sum_{i=1}^3 \Pi_i^*} \right) \quad (12)$$

по переменным $(P_{rnt}, G_{bot}, G_{\phi oi})$ при заданных значениях $x_{G_{\phi i}} = x_{G_{\phi i}}^*$, $x_{C_{\phi i}} = x_{C_{\phi i}}^*$, $i = 2, 3$ и ограничениях (9), (11).

Подзадачи $\{^{(1)}R_i\}$, $i = 2, 3$ формулируются так:

$$\min \left\{ \frac{G_{nci}^* - G_{nci}}{\sum_{j=1}^3 G_{ncj}^*} + \frac{\Pi_i - \Pi_i^*}{\sum_{j=1}^3 \Pi_j^*} \right\}, \quad i = 2, 3 \quad (13)$$

по переменным $(P_{rnt}, G_{bot}, G_{\phi oi})$, $i = \overline{2, 3}$ — при ограничениях (8) — (10) и заданных значениях $x_{G_{\phi i}} = x_{G_{\phi i}}^*$, $x_{C_{\phi i}} = x_{C_{\phi i}}^*$, $i = \overline{2, 3}$, которые для всех подзадач определяются в результате решения задачи координации $\{^{(2)}D^c\}$ по векторному критерию:

$$\min \left\{ \frac{G_{nc}^* - G_{nc}}{G_{nc}^*} + \frac{\Pi - \Pi^*}{\Pi^*} \right\} \quad (14)$$

по переменным $x_{G_{\Phi i}}, x_{C_{\Phi i}}, i = \overline{2, 3}$ при выполнении ограничений (8) — (11).

Решение задачи координации (14) с использованием принципа прогнозирования взаимодействий можно получить с помощью итерационного алгоритма

$$\bar{x}^{(n+1)} = \bar{x}^{(n)} - \gamma \frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial \bar{x}}; \quad \bar{x}^{(n+1)} = P(\bar{x}^{(n+1)}). \quad (15)$$

Здесь $\bar{x} = [x_{G_{\Phi 21}}, x_{C_{\Phi 21}}, x_{G_{\Phi 31}}, x_{C_{\Phi 31}}]^T$; n — номер итерации процесса координации; γ — шаговой коэффициент изменения переменных взаимодействия; P — оператор проектирования на множество X допустимых векторов $\bar{x}$; $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial \bar{x}}$ — вектор первых производных функции Лагранжа $F(\bar{m}, \bar{x}, \bar{\lambda})$ на n -й итерации решении задачи координации, которая при заданных условиях (8) имеет вид

$$F(\bar{m}, \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\sum_{i=1}^3 G_{nci}^* - \sum_{i=1}^3 G_{nci}}{\sum_{i=1}^3 G_{nci}^*} + \frac{\sum_{i=1}^3 \Pi_i - \sum_{i=1}^3 \Pi_i^*}{\sum_{i=1}^3 \Pi_i^*} + \\ + \sum_{i=1}^3 \{ \lambda_{G_{\Phi i}} [y_{G_{\Phi i}} - x_{G_{\Phi i}}] + \lambda_{C_{\Phi i}} [y_{C_{\Phi i}} - x_{C_{\Phi i}}] \}. \quad (16)$$

Алгоритм решения подзадачи координации ${}^{\Phi}D^*$ по векторному критерию формулируется следующим образом.

1. С помощью алгоритмов, предложенных в работе [2], определяются значения индивидуальных оптимумов частных критериев G_{nc}^*, Π^* .

2. Задается вектор переменных взаимодействия

$$\bar{x}^{(n)} = [x_{G_{\Phi 21}}, x_{C_{\Phi 21}}, x_{G_{\Phi 31}}, x_{C_{\Phi 31}}]^T.$$

3. В результате решения подзадач нижнего уровня $[{}^{(2)}R_i^*]$, $i = \overline{1, 3}$ при заданных $\bar{x} = \bar{x}^{(n)}$ находятся переменные управления для каждого выпарного аппарата $(P_{rni}^{(n)}, G_{nci}^{(n)}, G_{\Phi i}^{(n)})$, $i = \overline{1, 3}$.

4. С учетом условий стационарной точки функции Лагранжа (16) определяются множители $\lambda_{G_{\Phi i}}$ и $\lambda_{C_{\Phi i}}$ из следующих соотношений:

$$\frac{\partial F}{\partial m_{1i}} = \frac{\partial \Pi_i^*}{\partial G_{\Phi i}} + \lambda_{G_{\Phi i}} \frac{\partial y_{G_{\Phi i}}}{\partial G_{\Phi i}} + \lambda_{C_{\Phi i}} \frac{\partial y_{C_{\Phi i}}}{\partial G_{\Phi i}} = 0, \quad (17) \\ \frac{\partial F}{\partial m_{2i}} = \frac{\partial \Pi_i^*}{\partial P_{rni}} + \lambda_{G_{\Phi i}} \frac{\partial y_{G_{\Phi i}}}{\partial P_{rni}} + \lambda_{C_{\Phi i}} \frac{\partial y_{C_{\Phi i}}}{\partial P_{rni}} = 0.$$

Вместо (18) можно использовать

$$\frac{\partial F}{\partial m_{3i}} = \frac{\partial \varphi_i^e(\bar{m}_i, \bar{x}_i)}{\partial G_{\text{вот}}} + \lambda_{G_{\text{вот}}} \frac{\partial y_{G_{\text{вот}}}}{\partial G_{\text{вот}}} + \lambda_{C_{\text{вот}}} \frac{\partial y_{C_{\text{вот}}}}{\partial G_{\text{вот}}} = 0.$$

5. По алгоритму (15) определяется вектор

$$\bar{x}^{(n+1)} = [\bar{x}_{G_{\text{вот}}}^{(n+1)} \bar{x}_{C_{\text{вот}}}^{(n+1)} \bar{x}_{G_{\text{вот}}}^{(n+1)} \bar{x}_{C_{\text{вот}}}^{(n+1)}]^T.$$

6. Если выполняется условие $\|\bar{x}^{(n+1)} - \bar{x}^{(n)}\| < \varepsilon$, где ε — малое, наперед заданное положительное число, определяющее точность решения задачи координации, то производим останов вычислительного процесса. В качестве решения подзадачи координации (14) по векторному критерию принимаем значения вектора $\bar{x}^{(n+1)}$. В противном случае n увеличиваем на единицу и переходим к пункту 3.

Отличительной чертой алгоритма (15) является то, что на каждой итерации решения задачи координации необходимо для заданных значений вектора переменных взаимодействия $\bar{x}$ решать подзадачи векторной оптимизации режимов работы отдельных выпарных аппаратов $\{^{(1)}R_i^e\}$, $i = \overline{1, 3}$. Решение задач векторной оптимизации, как правило, сводится к обычным задачам относительно обобщенного скаляризованного критерия эффективности. В общем случае они представляют задачи нелинейного программирования, их можно решать с использованием методов, наиболее приемлемых в каждом отдельном случае.

В качестве решения подзадач векторной оптимизации режимов отдельных вакуум-выпарных аппаратов принимаются такие переменные управления $\bar{m}_i^{(n+1)}$, $i = \overline{1, 3}$, которые определяются при переменных взаимодействия $\bar{x}_i^{(n+1)}$, $i = 2, 3$, являющихся решением задачи векторной координации по изложенному выше алгоритму. Особенностью алгоритма координации (15) является обязательное выполнение условия согласования (8) подсистем на промежуточных итерациях координирования, что позволяет на каждой итерации получать улучшенный (в смысле векторного критерия) режим работы участка упарки ЭФК.

Экспериментальная проверка двухуровневого алгоритма решения задачи векторной оптимизации режимов работы участка упарки ЭФК осуществлялась на реально функционирующих объектах Воскресенского производственного объединения «Минудобренне», которая подтвердила его работоспособность и эффективность при оперативном управлении объектами рассматриваемого класса. Результаты экспериментальных исследований представлены в таблице, из которой видно, что компромиссные значения частных критериев $G_{\text{вот}}^*$ и Π^* отличаются от значений индивидуальных оптимумов $G_{\text{вот}}^*$ и Π^* .

Тип режима	Критерий оптимальности	Коэффициент		$P_{\text{н.т.}}$	$P_{\text{н.т.}}$	$\sigma_{\text{доп.}}$	$C_{\text{ф.}}$	$t_{\text{д.}}$	$G_{\text{н.т.}}$	$\theta_{\text{доп.}}$	$G_{\text{ф.}}$	$\theta_{\text{н.т.}}$
		ат	ат	ат	г°	% P_2O_5	°C	г/т	г/т	г/т	г/т	г/т
Исходный режим по векторному критерию	2	0,2	3,25	9,73	52,41	90,2	6,46	278	5,38			
	3	0,21	3,1	9,93	53,11	90,6	7,04	282	5,42	52,3	12,65	61,79
	4	0,19	3,22	8,68	51,53	89,5	6,19	232	4,89			
Рекомендуемый режим $G_{\text{д.}}$	2	0,23	3,44	10,63	51,37	91,4	7,23	280	6,00			
	3	0,22	3,28	10,21	53,11	91,8	7,17	284	5,57	52,0	13,17*	63,61
	4	0,20	3,45	8,95	51,55	90,7	6,32	236	5,03			
Рекомендуемый режим П	2	0,18	2,74	9,19	51,28	85,6	6,22	275	5,20			
	3	0,25	3,28	10,20	53,13	91,7	7,12	279	5,57	52,0	12,53	60,62*
	4	0,2	3,45	8,94	51,52	91,0	6,35	230	5,03			
Рекомендуемый режим по векторному критерию	2	0,2	3,03	9,76	51,33	88,2	6,7	252	5,51			
	3	0,23	3,28	10,07	53,10	91,3	7,15	239	5,50	52,0	12,67*	61,31*
	4	0,2	3,45	8,83	51,57	90,0	6,3	208	4,95			

Существенным является то, что на каждой итерации координирования значение обобщенного показателя эффективности (7) не хуже, чем на предыдущей итерации, а окончательное решение общей задачи соответствует минимуму суммы отклонений от индивидуальных оптимумов частных критериев рассматриваемого технологического комплекса.

Из сказанного следует, что результаты любой промежуточной итерации решения задачи векторной координации с помощью изложенного алгоритма будут компромиссными относительно рассматриваемого множества критериев, улучшенными (в смысле векторного критерия) по сравнению с исходным режимом и, в случае дефицита времени на принятие решения, могут быть реализованы на объекте управления в целях оперативной корректировки режимов работы участка упарки ЭФК по нескольким критериям эффективности.

Список литературы: 1. Шостак В. Ф., Лысенков Н. А. Многоуровневый подход к решению задач оптимизации по векторному критерию. — АСУ и приборы автоматизации, 1981, вып. 59, с. 29—34. 2. Опокашев А. В. Разработка и исследование методов синтеза иерархических алгоритмов оперативной оптимизации непрерывных производств. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Х., 1982. — 24 с.

Поступила в редакцию 15.05.84.

УДК 519.685 : 519, 682 : 519, 176

В. Ф. ЧЕНЦОВ, О. В. ДУБРОВСКИЙ

СЕТЕВЫЕ ЗАДАЧИ И СРЕДСТВА ИХ РЕАЛИЗАЦИИ

Многие прикладные задачи имеют в качестве модели сетевые структуры. Зачастую их решение может быть получено на основе алгоритма выделения уровней (рангов) графа в соответствии с порядковой функцией [1], а также на основе перечисления максимальных путей. Примером служит задача расчета применимости деталей сборочных единиц для сложных изделий. Схема процесса решения, основанная на выделении рангов графа, на практике используется реже, чем схема, основанная на перечислении путей. Тем не менее известно, что для графов произвольной структуры вычислительная сложность алгоритмов перечисления путей может исключить практическую реализацию задачи большой размерности. Так, наиболее эффективный алгоритм выделения рангов графа имеет вычислительную сложность $O(v+u)$, где v — число дуг; u — число вершин. Здесь и далее оценки сложности приводятся в количестве обращений к базе данных. Сложность алгоритма перечисления путей меняется в зависимости от структуры графа от $O(v)$ до $O(2^v)$.

Таким образом, при разработке сетевых задач в АСУ и САПР существуют две взаимосвязанные проблемы. Первая заключается в выборе системы программирования, вторая — в выборе метода и алгоритмов решения.

Система программирования должна облегчать процесс разработки с помощью простоты языка и возможности лаконично, наглядно записывать алгоритмы. В то же время ввиду большой размерности реальных задач должна обеспечиваться эффективность операций с базой данных. Основными критериями при выборе схемы решения задачи должны быть простота ее реализации и приемлемая вычислительная сложность алгоритмов. Однако использование простых, наглядных, легко программируемых алгоритмов может приводить к потере вычислительной эффективности.

Наша цель состояла в создании языковых средств реального типа [2] и определении подмножества ориентированных ациклических графов, допускающих одновременно наглядную запись и эффективное выполнение задач выделенного класса. Последнее иллюстрируется уточнением оценок вычислительной сложности, основанном на изучении структурных свойств подмножества орграфов.

1. *Средства реализации задач.* При разработке сетевых задач, типичных для АСУ и САПР, с помощью традиционных систем программирования КОБОЛ, ПЛ/1, средств СУБД и автоматизации проектирования ИНЭС, ОКА, ЯСОД, АРИУС возникают трудности, связанные с освоением системы и несоответствием уровня языкового обеспечения квалификации различных категорий пользователей. Поэтому в процессе разработки любой задачи помимо конечных пользователей (работников функциональных служб предприятия), постановщиков задач и разработчиков алгоритмов (алгоритмистов) всегда участвуют программисты, на которых возлагается завершающий этап разработки.

Анализ задач показывает, что полная разработка многих из них может быть осуществлена без привлечения программистов и алгоритмистов. Однако отсутствие доступных для непрофессионалов языковых средств не позволяет полностью реализовать эту возможность. Кроме того, разработка языковых средств для непрофессионалов резко сокращает круг разрабатываемых задач.

Чтобы преодолеть указанные трудности, по мнению авторов, необходимо создать многоуровневые языковые средства, объединяющие преимущества языка запросов непроедурных СУБД и языка программирования. При этом каждый последующий уровень, сохраняя синтаксическую преемственность, расширяет предыдущий и ориентирован на соответствующую категорию пользователей. Снижение затрат на разработку задач при таком подходе сочетается с удовлетворением требований

эффективности на этапе функционирования. Указанный подход принят при разработке языкового обеспечения системы автоматизации процессов обработки данных (САПОД) СИНТА.

Принимая во внимание то, что круг информационных потребностей работников функциональных служб, как правило, исчерпывается классом информационно-поисковых задач, к первому уровню языка предъявляются требования максимальной простоты освоения и реляционной полноты. В него входят следующие средства: создание и уничтожение табличных документов; поиск и корректировка в документах с использованием арифметических и логических выражений; генерация отчетов. Допускается наличие таблиц не в первой нормальной форме. При этом обеспечивается независимость запросов от распределения атрибутов по повторяющимся группам. Синтаксис конструкций языка позволяет имитировать стиль действий пользователя при ручной обработке таблиц путем совмещения формы записи операторов со структурой обрабатываемых таблиц.

Постановщик задач и алгоритмист включаются в разработку логически более сложных задач и должны уметь описать практически любой заданный алгоритм, хотя при этом от них не требуется знать наиболее эффективные приемы использования средств вычислительной системы. Критерием для второго уровня языка является наличие непроцедурных средств описания алгоритмов. Сюда включены средства описания ключей документа, организации цикла, ветвления, досрочного выхода из цикла, ограничения области действия условных выражений (скобки блока), возобновления просмотра документа с начала. Второй уровень языка имеет развитую структуру типов от элементарных данных до ненормализованного документа и списка.

Язык программиста расширяется за счет третьего уровня, включающего средства построения обработки документов, реакции на исключительные ситуации, безусловный переход, управление размещением данных и выбором метода доступа. В отличие от двух первых, третий уровень является процедурным и эквивалентен по выразительным возможностям обычным языкам программирования, выгодно отличаясь от них тем, что работает в среде СУБД. Эффективность операций с базой данных обеспечивается применением комбинаторных методов хеширования по составным вторичным ключам.

Для формального исследования свойств языка использован следующий подход. Задается операционное определение языковых средств и классов задач различных категорий пользователей с помощью Венского метаязыка [3]. Под классом задач подразумевается некоторый базовый набор операций (базис реляционной алгебры, базис класса вычислимых функций и т. д.). Средствами исследуемого уровня языка пишется система запросов, моделирующая соответствующий класс задач. Тогда доказательство полноты языковых средств относительно

некоторого класса задач сводится к доказательству правильности указанной системы запросов. Этот подход позволил установить реляционную полноту первого и функциональную (алгоритмическую) полноту второго уровня языка.

Исследования языка показали следующее: реляционно полные средства первого уровня позволяют работникам функциональных служб описывать информационно-поисковые и учетно-статистические задачи; постановщик задач и алгоритмист на непроцедурном подмножестве языка могут записать любой заданный алгоритм; программист, комбинируя процедурные и непроцедурные средства, может повысить эффективность разработки ряда задач.

Рассмотрим запись наиболее наглядных алгоритмов перечисления путей и выделения рангов графа с помощью языка СИНТА.

Исходный граф представлен в базе данных в виде таблицы ГРАФ с атрибутами ЧТО, КУДА и РАНГ, содержащей его дуги. В начальном состоянии значения атрибута РАНГ равны нулю.

Запрос на перечисление путей длиной не более 5 имеет вид:

```
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X1, КУДА. )
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X2, КУДА. # X1)
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X3, КУДА. # X2)
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X4, КУДА. # X3)
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X5, КУДА. # X4)
ВУ ГРАФ (ЧТО. # X6, КУДА. # X5)
```

Пункты ВУ ГРАФ осуществляют перебор всех строк таблицы (дуг графа), удовлетворяющих условию, наложенному явно или в результате выполнения предшествующих пунктов на атрибут КУДА. Результатом однократного выполнения пункта ВУ является значение атрибута ЧТО, передаваемое в последующие пункты с помощью переменной связи. Пункты ВУ ГРАФ образуют вложенные циклы. Вершины текущего пути соответствуют текущим значениям переменных #X1, #X2, ..., #X6.

Запрос на выделение уровней записан ниже:

```
USED #I INT, #J INT, #PINT, #P1 INT, #P2 INT
ВУ (#I := 0) ТЕКУЩИЙ РАНГ
ВУ ГРАФ. #S (ЧТО. #X, КУДА. ) ВЕРШИНЫ ПЕРВОГО
РАНГА
COMPUTE ГРАФ (РАНГ. 1) WHERE #S
ВУ (#P := 1) УПРАВЛЯЮЩАЯ ПЕРЕМЕННАЯ
WHILE (#P = 1) ВУ (#I := #I + 1) ВУ (#J := #I + 1) ×
× ВУ (#P := 0)
ВУ ГРАФ (ЧТО. #X1, РАНГ. #I) ПРЕДЫДУЩИЙ РАНГ
```

BY ГРАФ (ЧТО. $\neq Y$, КУДА. $\neq X1$) ПРЕТЕНДЕНТ НА
ВКЛЮЧЕНИЕ

BY ($\neq P1 := 0$) BY ($\neq P2 := 1$) УСЛОВИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ

BY ГРАФ (ЧТО. $\neq Y$, КУДА. $\neq Z$)

BY ($\neq P2 := 1$) BY ($\neq P1 := 0$) BY ($\neq P2 := 0$)

BY ГРАФ (ЧТО. $\neq Z$, РАНГ > 0 , РАНГ $< \neq I$)

BY ($\neq P1 := 1$) BY ($\neq P2 := 1$)

END BY ($\neq P1 := 1$)

BY ГРАФ. $\neq S1$ (ЧТО. $\neq Y$) ВКЛЮЧЕНИЕ В СЛЕДУЮЩИЙ
РАНГ

COMPUTE ГРАФ (РАНГ. $\neq J$) WHERE $\neq S1$

BY ($\neq P := 1$)

В процессе выполнения запроса атрибут РАНГ заполняется значениями номеров рангов, к которым относятся вершины, занесенные в атрибут ЧТО. Заполнение осуществляется редактированием строки таблицы ГРАФ с помощью пункта COMPUTE... WHERE.

Фраза USED описывает переменные, значения которых порождаются не табличными пунктами BY, а пунктами типа присваивания, например, BY ($\neq I := 0$). Логические пункты, такие как BY ($\neq P2 := 1$), выполняют роль условных операторов, область действия которых ограничена содержащими их скобками блока BEG ... END. Тело цикла BY ГРАФ или WHILE также ограничивается содержащими заголовок цикла скобками блока или концом запроса.

Из приведенных запросов видно, что алгоритм просмотра путей значительно нагляднее алгоритма выделения рангов. Наглядность последнего падает при попытке записать более эффективный в вычислительном смысле алгоритм. Поэтому возникает необходимость отыскания класса орграфов, для которых алгоритм перечисления путей имеет лучшую оценку сложности, чем алгоритм выделения рангов.

Структурные свойства сетевых задач. Поскольку при оценке сложности алгоритмов просмотра путей существенное значение имеют структурные свойства орграфов, возникает необходимость в разбиении множества D ациклических орграфов на классы. В основу такой классификации должны быть положены числовые соотношения, характеризующие размер графа, степень его связности и взаимное расположение его элементов. Естественной числовой характеристикой размера графа $G(U, V)$ является мощность множества его вершин $u = |U|$. Степень связности орграфа может быть охарактеризована с помощью отношения $\gamma = v/u$, где $v = -|V|$. Однако такая оценка степени связности не учитывает отличий во взаимном расположении вершин. Так, для орграфов, отличающихся числом рангов и распределением вершин по рангам, но имеющих одинаковые u и v , оценка γ будет совпадать.

Тем не менее структурные различия такого рода существенны при оценке сложности алгоритмов просмотра путей.

Указанные трудности могут быть преодолены следующим образом. Введем понятие спектра рангов $\bar{r} = (r_1, r_2, \dots, r_{l_{\max}})$ -вектора, j -й координатой которого является мощность ранга R_j . Отметим, что сумма координат вектора $\bar{r}$ равна n . Поэтому $\bar{r}$ характеризует размер графа наравне с взаимным расположением его вершин. Покажем, как с помощью $\bar{r}$ и v можно более точно, чем с помощью v , охарактеризовать степень связности орграфа. Для этого введем коэффициент плотности η ациклического орграфа $G(U, V)$, определяемый выражением:

$$\eta = \left(v - \sum_{i=2}^{l_{\max}} r_i \right) / \left(\sum_{i=1}^{l_{\max}-1} r_i \sum_{j=i+1}^{l_{\max}} r_j - \sum_{j=2}^{l_{\max}} r_j \right). \quad (1)$$

В выражении (1) $\sum r_i$ — число дуг любого остовного дерева для графа со спектром рангов $\bar{r}$, $\sum_{i=1}^{l_{\max}-1} r_i \sum_{j=i+1}^{l_{\max}} r_j$ — максимально возможное число дуг в этом же графе. Отметим, что при заданном $\bar{r}$ всегда выполняется соотношение

$$v \geq \sum_{i=2}^{l_{\max}} r_i. \quad (2)$$

Выражение (2) — условие связности графа $G(U, V)$. Понятно, что коэффициент плотности η изменяется от 0 до 1 при увеличении числа дуг v для заданного $\bar{r}$.

Введенные выше структурные характеристики $\bar{r}$ и η позволяют разбить множество D ациклических орграфов на классы эквивалентности $D(\bar{r}, \eta)$, так что

$$\bigcup_{\bar{r}, \eta} D(\bar{r}, \eta) = D,$$

$$(\bar{r}_1, \eta_1) \neq (\bar{r}_2, \eta_2) \Rightarrow D(\bar{r}_1, \eta_1) \cap D(\bar{r}_2, \eta_2) = \emptyset.$$

Полученная классификация удовлетворяет требованиям, высказанным в начале раздела.

Рассмотрим произвольный из введенных выше классов $D(\bar{r}, \eta)$ ациклических орграфов. Определим подкласс $D^0(\bar{r}, \eta) \subset D(\bar{r}, \eta)$, обладающий следующими свойствами:

$$\theta(R_k) = r_{k+1} + \eta \left(r_k \sum_{l=k+1}^{l_{\max}} r_l - r_{k+1} \right), \quad (3)$$

где $\theta(R_k)$ — полустепень захода в R_k для $1 < k < l_{\max}$,

$$\gamma(R_k) = r_k \left(\eta \left(\sum_{l=1}^{k-1} r_l - 1 \right) + 1 \right), \quad (4)$$

где $\gamma(R_k)$ — полустепень исхода из R_k для $1 < k < l_{\max}$.

Свойства (3), (4) будем называть свойствами равномерного распределения дуг.

Форма спектра рангов $\tilde{r}$ может удовлетворять некоторым специальным ограничениям. Допустим, что координаты спектра рангов являются членами геометрической прогрессии с коэффициентом q и начальным членом $r_1 = 1$, т. е.

$$r_i = q^{i-1}. \quad (5)$$

Экспериментальные исследования показывают, что условия (3) — (5) достаточно хорошо описывают структурные свойства ряда сетевых моделей, таких как конструкции изделий в дискретном производстве.

Условие (5) приводит к дальнейшему сужению рассматриваемого класса орграфов $D_r^p(\tilde{r}, \eta) \subset D^p(\tilde{r}, \eta)$. Нетрудно показать, что для класса D_r^p справедливо следующее соотношение между η и v :

$$\eta = ((v-1)(q^{j_{\max}} - 1) + q - 1)(q + 1)/(q^{j_{\max}} - q)(q^{j_{\max}} - q - 2),$$

или упрощенно

$$\eta \approx (v-1)(q+1)/q^{j_{\max}}.$$

С помощью (3), (4) получаем выражения для средней полустепени захода и исхода вершины ранга R_k :

$$\theta_k = \eta ((q^{j_{\max}} - q^k)/(q-1) - q) + q, \quad (6)$$

$$v_k = \eta (q^{k-1} - q)/(q-1) + 1. \quad (7)$$

Из выражений (6), (7) видно, что при достаточно малом η порожденный подграф, включающий вершины младших рангов, близок к дереву, что приводит к уменьшению сложности алгоритмов просмотра путей. Выражение (7) позволяет получить уточненную оценку числа максимальных путей в орграфах класса $D_r^p(\tilde{r}, \eta)$:

$$p = q^{j_{\max}-1} \prod_{k=2}^{j_{\max}} v_k.$$

Сложность алгоритма просмотра путей оценивается с помощью выражения (6) для полустепени захода. Отсюда условие выбора метода перечисления путей имеет вид

$$O\left(\prod_{k=1}^{j_{\max}-1} \theta_k\right) < O(u + v). \quad (8)$$

В заключение получим выражение для удельного веса рассматриваемого подкласса $D^p(\tilde{r}, \eta)$ в классе $D(\tilde{r}, \eta)$, т. е.

$$\sigma^p = |D^p(\tilde{r}, \eta)| / |D(\tilde{r}, \eta)|.$$

Для этого введем некоторые обозначения. Пусть z — количество вариантов построения остова дерева со спектром рангов $\bar{r}$, а y_i — максимально возможная степень исхода для ранга R_i без учета дуг, входящих в остова дерева. Очевидно, что для $1 < i \leq j_{\max}$

$$y_i = r_i \left(\sum_{j=1}^{i-1} r_j - 1 \right).$$

Пусть x — максимально возможное число не входящих в остова дуг ациклического орграфа со спектром рангов r . Отметим, что

$$x = \sum_{i=2}^{j_{\max}} y_i.$$

С учетом сказанного выше запишем

$$|D(\bar{r}, \eta)| = z \binom{x}{\eta x}, \quad |D^p(\bar{r}, \eta)| = z \prod_{i=2}^{j_{\max}} \binom{y_i}{\eta y_i},$$

$$\sigma^p = \frac{\prod_{i=2}^{j_{\max}} \binom{y_i}{\eta y_i}}{\binom{x}{\eta x}}. \quad (9)$$

Прологарифмировав выражение (9), получим

$$\ln \sigma^p = \sum_{i=2}^{j_{\max}} \ln \binom{y_i}{\eta y_i} - \ln \binom{x}{\eta x}. \quad (10)$$

При $r_1 = 1$ $y_2 = 0$, поэтому (10) можно привести к виду

$$\ln \sigma^p = \sum_{i=im}^{j_{\max}} \ln \binom{y_i}{\eta y_i} - \ln \binom{x}{\eta x}, \quad (11)$$

где $im = j < j_{\max}$ ($y_i > 0$) — операция ограниченной минимизации [4]. Формулу (11) можно преобразовать с помощью приближения

$$\ln n! \approx (n + 1/2) \ln n - n + \ln \sqrt{2\pi},$$

с учетом которого выражение (9) приобретает вид

$$\sigma^p \approx (1/2\pi\eta)^{(j_{\max}-2)\eta^2 x^{1/2}} / \left(\prod_{i=im}^{j_{\max}} y_i \right)^{1/2}; \quad (12)$$

σ^p растет с уменьшением коэффициента плотности η , с увеличением числа уровней $j_{\max}$ и неравномерности распределения вершин в $\bar{r}$.

Выражение для σ_r^p класса $D_r^p(\bar{r}, \eta)$ получается как частный случай (12) с соответствующими подстановками для η , x и y_i .

Таким образом, выполняясь для достаточно широкого класса задач на сетях, условия (3) — (5), (8) обеспечивают возможность

применения алгоритмов, основанных на перечислении путей. Это позволяет упростить процесс разработки и снизить затраты на этапе функционирования задач.

Список литературы: 1. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. — М.: Наука, 1975. — 479 с. 2. Лейтс К. Введение в системы без данных. — М.: Наука, 1980. — 464 с. 3. Оллонгер А. Определение языков программирования интерпретирующими автоматами. — М.: Мир, 1977. — 288 с. 4. Малайцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. — М.: Наука, 1965. — 291 с.

Поступила в редакцию 22.05.84.

УДК 512.972

А. Е. АРМЕНСКИЙ, канд. техн. наук

ТЕНЗОРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

На основе работ [1, 2] построена технология программирования, которая характеризуется следующими факторами: программист переходит от традиционных методов к так называемому геометрическому программированию. Геометрический язык (или язык алгоритмов) используется для постановки задач, затем все вычисления производится ЭВМ. Программирование в современном понимании отмирает (оно используется только для расширения элементов технологии); резко повышается производительность программирования; технология чрезвычайно удобна для осуществления параллельных вычислений, например, на МВК «Эльбрус».

Рассмотрим содержательную сторону технологии.

Формальное определение алгоритма (геометрический транслятор). Под алгоритмом будем понимать процедуру перевода геометрического объекта в смысле Г. Крона [2] из некоторой исходной системы координат (ИСК) в некоторую желаемую систему координат или результирующую систему (РСК). Тогда процедура перевода геометрического объекта есть алгоритм (в терминологии Г. Крона это соответствует тензору преобразования C_{ij}^{kl}). И формально:

Алгоритм = f (ИСК, РСК, ГО), где ГО — геометрический объект.

Один алгоритм от другого отличается системами координат и геометрическим объектом. Для наглядности можно представить тетраэдр, который задан своими вершинами, ребрами, гранями, либо тем и другим вместе. Запишем данный тетраэдр в одной системе координат, затем в другой. Далее, очевидно, нетрудно записать процедуру перевода одного описания в другое — это и есть алгоритм. На основе данного подхода можно создать классификатор алгоритмов, на базе которого принимать алгоритмы для последующего их хранения в некотором банке алгоритмов.

Если в банке накоплен определенный значительный запас такого рода алгоритмов, то возникает возможность осуществлять только постановки задач, так как алгоритм однозначно определяется приведенной выше формулой. И «программирование» будет сводиться к заданию исходной системы координат (исходные данные задачи), результирующей системы координат (того, что хотим получить) и геометрического (инвариантного) объекта.

Задание различных геометрических объектов в терминах точек, прямых, плоскостей определяет высокий уровень абстракции. На этом уровне осуществляются чисто синтаксические преобразования. Нет интерпретации этих терминов элементами той или иной предметной области, в которой строится алгоритм. «Смысл» имеют точки, линии и т. п. Совокупность средств по преобразованию геометрического объекта из одной системы координат в другую носит название геометрического транслятора. Еще раз необходимо подчеркнуть, что геометрический транслятор выполняет только синтаксические преобразования. При таком подходе к программированию необходимо уметь приводить различные задачи к геометрическому виду. В работе [3] дано достаточное число таких примеров. Следует отметить, что студенты, изучившие работы [1—3], без особых затруднений переводят задачи, написанные на языке ПЛ/1, в геометрическую форму представления.

Категориальный транслятор. Среди различных программ имеется много таких, которые осуществляют чисто синтаксические преобразования. Например, на вход поступает цепочка ABCD, необходимо получить цепочку DCBA или произвести инверсию. Однако подавляющее большинство программного продукта несет значительную семантическую нагрузку.

Проверка семантики программы осуществляется категориальным транслятором. Для разработчиков программных систем, в частности АСУ, желательно изложить принципы работы этого транслятора.

При переводе геометрического объекта из одной системы координат в другую производятся преобразования, выражающиеся в некоторых арифметических действиях. Эти действия производятся с величинами, имеющими размерность. Известно, что все измеримые величины могут быть представлены через L -таблицу, (L^T , где L — размерность пространства; T — размерность времени; r, s — целые числа). Для безразмерных величин можно положить $rs=0$. Категориальный транслятор осуществляет перевод размерности исходных величин в результирующие, обеспечивая контроль. При каждом отдельном преобразовании справа и слева от знака равенства должны стоять значения одной размерности, складываться и вычитаться также должны значения одной размерности и т. п.

Размерность величин определяется природой решаемой задачи или ее семантикой (задачи физики, химии, медицины и т. п.). При данном подходе, как видно из изложенного выше, четко производится разграничение синтаксиса и семантики.

Тензорная база данных. В основе двух рассмотренных трансляторов лежит тензорная методология. Так как тензорный аппарат достаточно сложен и требует внимательного рассмотрения, то при обсуждении трансляторов использовались термины, более близкие для разработчиков программных систем. Кроме того, тензоры, применяемые в программировании, отличны от тензоров, применяемых в физике, где они были первоначально введены. Используемые здесь тензоры строятся в анизотропных пространствах. Чтобы не усложнять изложение основы тензорной технологии программирования формулами преобразования тензоров, понятиями КО, контравариантных индексов и другими, в ряде мест используется вместо термина тензор матрица, записанная в некоторой системе координат (хотя это не точные эквиваленты), или геометрический объект.

В результате работы геометрического и категориального трансляторов поставленная задача еще не решена. Осуществление синтаксического преобразования, затем семантического не есть еще решение задачи. На заключительном этапе необходимо подставить исходные данные для задачи. Так как при данной технологии все операции матричные (тензорные), то для их хранения и извлечения удобно использовать тензорную (матричную) базу данных. Разработанная тензорная база данных обладает рядом преимуществ даже по сравнению с наиболее признанной сейчас реляционной. Рассматривая на абстрактном (геометрическом) уровне эти два типа баз, можно сказать, что реляционная база есть база с точечным инвариантом (геометрический объект множество точек), тензорная база наряду с точечным обладает еще рядом инвариантов. Кроме того, отпадают проблемы нормализации, первичных и вторичных ключей и т. п. Основы построения тензорных СУБД приведены в работе [4].

Так как все операции матричные, данная технология особенно эффективно может применяться на многопроцессорных вычислительных комплексах.

Список литературы: 1. Веблен О. Основания дифференциальной геометрии.— М.: Изд-во иностр. лит., 1949.—260 с. 2. Крон Г. Тензорный анализ сетей.— М.: Сов. радио, 1978.—180 с. 3. Тензорный банк данных / А. Е. Арменский, Д. Ю. Абрамов, Л. Т. Кузнец, А. Е. Петров, А. Н. Ермаков.— Изв. вузов. Приборостроение, 1984, № 6, с. 33—39.

Поступила в редакцию 15.05.84.

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРОИЗВОДСТВА
ПРИКЛАДНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ АСУ
НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АКСИОМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ**

Разработку программного обеспечения (ПО) можно представить как простой набор процессов трансляции с момента преобразования постановки задачи до получения детального набора простых инструкций [1]. Несмотря на значительные достижения в совершенствовании технологий производства ПО, они не лишены следующих недостатков, являющихся причиной большинства алгоритмических ошибок: на каждом этапе разработки используются свои формы представления процесса решения задачи управления, в большинстве случаев громоздкие и трудно обозримые; отсутствуют средства автоматизированного контроля соответствия управляющей программы содержанию решаемой задачи управления.

Опыт разработки прикладного программного обеспечения систем реального времени показывает, что для преодоления отмеченных недостатков, а также для достижения более высокой производительности труда и надежности комплексов управляющих программ (КУП) необходимы качественно новые подходы к разработке программного продукта, нужен качественный скачок в развитии теории программирования.

В поисках такого подхода целесообразно обратиться к анализу процесса формирования идеологии разработки управляющих программ в голове человека. Как известно, приступая к проектированию КУП, разработчик тщательно анализирует поставленную перед ним задачу. При этом детально изучаются свойства управляемых объектов, характеристики информации и каналов ее передачи, характеристики среды функционирования АСУ, поведение системы управления в различных ситуациях и др. На основании сформированной модели, чаще мысленной, определяются принципы управления, правила выработки решения, разрабатываются рекомендации по управлению. И только после этого разработчик переходит вплотную непосредственно к проектированию КУП, структура которого является логическим следствием сформированной разработчиком модели АСУ. Чем полнее и тщательнее проработана эта модель и чем точнее спецификации на КУП будут отражать замыслы разработчика, тем точнее программно реализованный управляющий алгоритм будет соответствовать содержанию задачи управления. Вероятность того, что разработчик при этом может что-то упустить или исказить, достаточно велика.

С другой стороны, как уже было отмечено, структура, идеология построения КУП является логическим следствием содержания задачи. Отсюда следует целесообразность автоматизации процесса вывода логической структуры управляющей программы из содержания задачи управления. Это приводит к необходимости специфицировать уже не программу, а содержание задачи или точнее теорию управления, так как спецификации при этом включают описания свойств управляющих объектов, поведения системы управления в различных ситуациях, результаты выполнения действий системой, частные задачи, решаемые в процессе управления, целевые установки, рекомендации по управлению и решению частных задач, правила выработки решения, принципы управления, приоритетность решения задач в процессе управления и т. д. Естественно, что это описание должно быть формализованным в терминах понятий, известных ЭВМ, в целях последующего ввода его в память машины. Это позволяет на основе формализованных спецификаций содержания задачи в соответствии с поставленной перед АСУ целевой установкой решить задачу синтеза управляющей программы из набора автономно отлаженных программных модулей, интерпретирующих базовые понятия теории управления.

Логический характер процессов управления, реализуемых в АСУ, позволяет для реализации описанного подхода использовать логико-лингвистические модели управляемых объектов и проблемной среды [2]. При этом в качестве языка описания поведения управляющей системы при решении некоторой задачи целесообразно выбрать язык описания знаний ПЛАТАН-Д1. Логической основой его является язык многосортного исчисления предикатов первого порядка, расширенный операторами модальной и модально-временной логики, что позволяет выражать причинно-следственные и временные отношения при описании динамических процессов [4]. При этом проверка на непротиворечивость, полиоту и топологическую корректность проектируемых алгоритмов, соответствие разработанных управляющих программ содержанию задачи управления, синтез управляющих программ из программных модулей осуществляется системой автоматизированного синтеза управляющих программ (САСП), ядром которой является процедура дедуктивного вывода [5].

Производство ПО АСУ в этом случае можно представить следующими основными этапами: формализация и согласование формализованного технического задания (ТЗ) на разработку функционального ПО между заказчиком и разработчиком; разработка логической структуры базы данных; разработка системы понятий теории управления; разработка и отладка аксиоматических моделей управляемых объектов и проблемной среды; разработка спецификаций на программные модули, интерпретирующие базовые понятия теории управления; проверка соответствия управляющих алгоритмов формализованному ТЗ; разра-

ботка и отладка программных модулей; синтез управляющих программ из программных модулей.

Использование САСП неизбежно влечет изменение технологии производства прикладного программного обеспечения, что вызвано следующими обстоятельствами. Описание задачи управления САСП однозначно сопоставляет с управляющей программой. При этом коррекция модели среды влечет соответствующее изменение синтезируемой программы. Таким образом, проектирование алгоритма, его разработка и отладка заключается в разработке и отладке аксиоматической модели поведения управляющей системы.

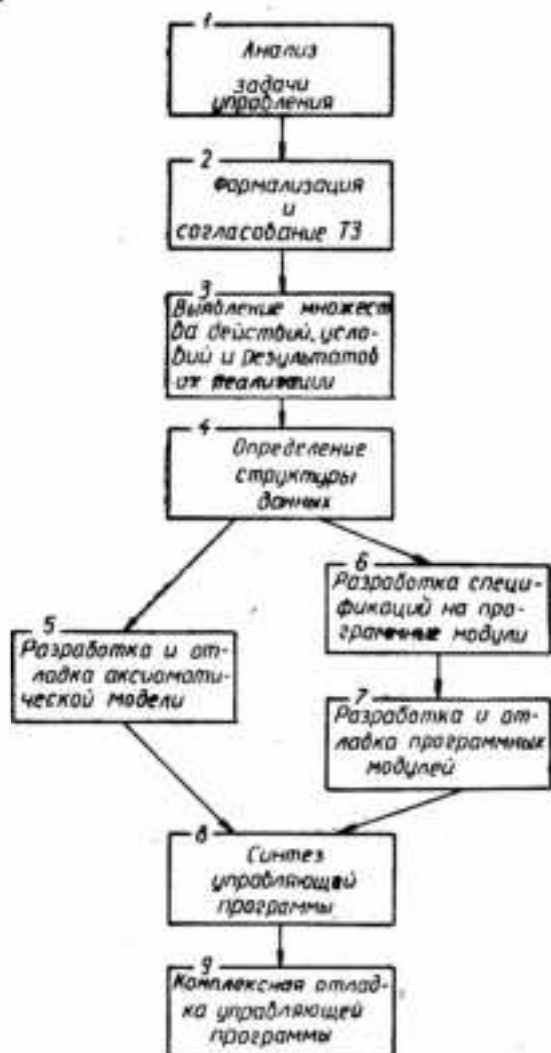
Изменение технологии производства программ обусловлено также тем, что САСП гарантирует отсутствие синтаксических ошибок в синтезированной программе и соответствие задач, решаемых синтезированной программой, задачам, сформулированным в формализованном описании. Следует отметить, что синтезированной программой реализуются все возможные пути достижения целевой установки, описанные в формализованном условии задачи. Это объясняется тем, что алгоритм управления является следствием логического вывода из формализованного описания задачи управления, в результате которого осуществляется поиск всех возможных путей достижения целевой установки.

Таким образом, отладка управляющих программ и их тестирование с целью выявления логических ошибок в случае использования САСП заключается в отладке и тестировании соответствующих аксиоматических моделей. В связи с этим необходимо иметь в виду еще одну особенность САСП, влияющую на технологию производства программ. Она заключается в том, что отладка аксиоматической модели осуществляется без привлечения программных модулей. Аксиоматическая модель считается отлаженной, если алгоритмом дедуктивного вывода может быть получен план действий управляющей системы и при этом не выдается никаких сообщений о недостатке информации для доказательства некоторого утверждения. Это обстоятельство позволяет осуществлять отладку аксиоматической модели независимо от разработки программных модулей.

Формализованное описание условия задачи, являющееся основным компонентом исходных данных для синтеза управляющей программы, может быть тем документом, который согласовывается с заказчиком. Если учесть, что аксиоматическую модель можно записать на ограниченном естественном языке с проблемной ориентацией, оперируя общими понятиями, которые могут быть впоследствии конкретизированы разработчиком, то такая модель может рассматриваться как техническое задание на разработку управляющей программы. Имея транслятор с ограниченного естественного языка на ПЛАТАН-Д1, формализованное техническое задание можно ввести в ЭВМ, преобразовать его в систему аксиом и в дальнейшем использовать

ее для вывода управляющей программы. В результате будет синтезирована программа, являющаяся отображением ТЗ, согласованного с заказчиком. На разработчика при этом ложится ответственность за формализацию частных задач.

Возможная технологическая схема производства прикладного ПО, определяемая использованием САСП, представлена на рисунке. Она является упрощенной, так как в ней отсутствуют такие существенные этапы, как разработка сопровождающей документации, разработка стенда для комплексной отладки и др.



Технология производства ПО

Проектирование прикладного ПО АСУ начинается с изучения задачи управления (символ 1). При этом изучаются объекты управления, условия функционирования системы управления, структура управляющего объекта, включающего управляющую ЭВМ, средства взаимодействия с оператором, аппаратура передачи данных, определяется круг задач, подлежащих автоматизации, и степень автоматизации их решения. На основе проведенного анализа разрабатывается ТЗ на разработку управляющего алгоритма, которое формируется на ограниченном естественном языке. Формализация технического задания преследует следующие цели: однозначность изложенных в ТЗ положений; непротиворечивость всех положений ТЗ; возможность ввода ТЗ в ЭВМ.

Для достижения непротиворечивости формализованное ТЗ вводится в ЭВМ, где оно преобразуется в систему предложений, которая проверяется на непротиворечивость путем использования САСП в режиме выявления противоречивости аксиоматической модели. На этом этапе выявляются недостатки формализации ТЗ и в диалоге исполнителя и заказчика уточняются исходные понятия, отношения, используемые в задании. Отредактированное ТЗ согласовывается между заказчиком и разработчиком и является основным документом, определяющим состав и содержание прикладного программного обеспечения.

Из дальнейшего изучения объектов управления, условий функционирования АСУ и других существенных для управления факторов выявляется набор действий управляющей системы, которые должны выполняться в процессе управления, а также условия и результаты их реализации (символ 3). Здесь же необходимо определить логическую структуру базы данных. Это объясняется тем, что ПЛАТОН-Д1 характеризуется множеством предметных областей, находящихся в отношениях включения, что соответствует структуре базы данных АСУ.

В процессе разработки аксиоматической модели (символ 5) строится многоуровневая формализованная теория управления по принципу «сверху — вниз», т. е. реализуется принцип нисходящего проектирования. Наиболее высокий уровень этой теории представляет формализованное ТЗ. Понятия каждого уровня, если они не являются первичными, т. е. если они не интерпретируются программными модулями, конкретизируются путем введения явных и неявных определений [3].

Процесс отладки аксиоматической модели проблемной среды считается законченным, если вывод плана действий управляющей системы по выработке решения завершается САСП успешно без выдачи сообщений о недостатке информации для доказательства каких-либо утверждений.

Параллельно с отладкой аксиоматической модели среды осуществляется разработка программных модулей, начина-

ющаяся с формирования спецификаций, которые также записываются на языке ПЛАТАН-D1, для ввода их в ЭВМ. В спецификациях на программный модуль отражается его назначение, входные и выходные параметры, диапазоны изменения их значений, содержание задачи, решаемой модулем, если он имеет логическую структуру, а также могут указываться объем памяти ЭВМ, отводимый для этого модуля, и время его выполнения, являющиеся важными параметрами компонентов управляющих программ. Спецификации на программный модуль — своего рода ТЗ на его разработку программистом. По сути, они представляют собой связующее звено между ТЗ на разработку управляющего алгоритма и программными модулями.

Программист, получая задание на разработку программного модуля, может неправильно его понять и разработать программу, не имеющую ни одной ошибки, но по содержанию не соответствующую спецификациям. Формализация спецификаций на программные модули позволила бы автоматизировать процесс контроля их семантического соответствия техническому заданию на разработку управляющего алгоритма, что можно осуществить путем привлечения алгоритма дедуктивного вывода САСП. Формализация спецификаций также позволяет автоматизировать процесс контроля соответствия содержания программного модуля спецификации на него.

Разработка программных модулей осуществляется стандартным образом с учетом соглашений на их структуру и оформление, принятых в связи с использованием конкретных средств автоматизации программирования (символ 7).

После того, как завершены этапы отладки формализованной модели проблемной среды и программных модулей, можно переходить к этапу синтеза управляющей программы (символ 8).

Рассмотренная технология производства программной продукции позволяет на основных этапах технологического цикла использовать одну и ту же модель процесса управления, а для ее анализа и обработки привлекать один и тот же инструмент — САСП. При этом более полно выполняется требование единства систем автоматизации программирования и отладки для всего технологического цикла разработки прикладного ПО систем реального времени.

Следует отметить, что при таком подходе некоторые привычные нам понятия приобретают другой смысл. Так, отладка управляющего алгоритма в данном случае сводится к исследованию аксиоматических моделей на непротиворечивость и полноту относительно возможных целевых установок и осуществляется без привлечения программных модулей. При этом существенным является возможность параллельной разработки набора программных модулей, интерпретирующих понятия теории управления, и разработки аксиоматического описания

теории управления, что значительно сокращает время разработки КУП.

Известно, что в заданной проблемной области содержание понятий изменяется редко — может расширяться их количество, а изменению подлежат принципы управления, реализуемые АСУ, правила выработки решения, свойства объектов управления. Из этого следует, что в заданной проблемной области можно разработать словарь понятий, который со временем будет корректироваться, и сформулировать библиотеку автономно отлаженных программных модулей, интерпретирующих эти понятия. Это позволит в значительной степени решить вопрос стандартизации программных модулей, а также сократить время, а следовательно, и стоимость разработки КУП за счет возможности использования стандартных программных модулей при проектировании новых программ.

Вторым важным следствием является то, что модернизация, доработка управляющих программ при таком подходе заключается в корректировке соответствующих аксиоматических моделей. Идея нисходящего проектирования в САСП воплощена в декомпозиции общей задачи управления на ряд иерархически взаимосвязанных частных задач, в соответствии с чем строится иерархия аксиоматических моделей. Данное обстоятельство приводит к возможности в процессе доработок управляющих программ подвергать коррекции не всю систему аксиом, а только аксиоматическую модель, соответствующую определенной частной задаче. Это позволяет решить вопрос морального старения управляющих программ.

Таким образом, использование САСП для производства программ по-новому решает ряд вопросов в направлении сокращения времени, стоимости производства комплексов управляющих программ и повышения качества программной продукции за счет акцентирования основного внимания на точной и полной формализации теории управления.

Список литературы: 1. *Шураков В. В.* Надежность программного обеспечения систем обработки данных. — М.: Статистика, 1981. — 216 с. 2. *Поспелов Д. А.* Логико-лингвистические модели в системах управления. — М.: Энергоиздат, 1981. — 230 с. 3. *Ярушек В. Е., Багаев А. П., Рось А. А.* О построении вопросно-ответных систем для АСУ. — АСУ и приборы автоматики, 1980, вып. 54, с. 103—112. 4. *Ярушек В. Е.* О формализованной модели для планирования действий управляемых объектов в динамической среде. — Пробл. бионики, 1982, вып. 29, с. 88—95. 5. *Рось А. А.* Принципы построения системы автоматизированного синтеза управляющих алгоритмов. — Пробл. бионики, 1982, вып. 29, с. 103—108.

Поступила в редакцию 11.03.84.

Е. П. ПУТЯТИН, д-р техн. наук,
 Е. В. БОДЯНСКИЙ, канд. техн. наук,
 А. А. МАЙСТРЕНКО, В. П. МАШТАЛИР

АДАПТИВНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Во многих задачах цифровой обработки и тематической интерпретации визуальной информации возникает необходимость анализа изображений в условиях различного рода искажений. Одними из самых сложных являются геометрические искажения, обусловленные изменением взаимного расположения наблюдаемого объекта и датчика видеонформации. В качестве достаточно адекватных математических моделей подобных деформаций используются группы геометрических преобразований плоскости. Знание параметров группы позволяет определять ориентацию датчика визуальной информации, нормализовать (приводить к эталонному виду) изображения, осуществлять опознавание путем сравнения с эталоном, оценивать трехмерные преобразования объектов.

Традиционный подход к поиску неизвестных элементов группы и распознаванию изображений — это анализ функций распределения яркостей, полученных в два фиксированных момента времени. Несмотря на большой объем исследований в данной области, в настоящее время остро ощущается нехватка быстродействующих помехоустойчивых алгоритмов, учитывающих информационную избыточность видеонформации и особенности динамики последовательностей изображений. Необходимость создания таких алгоритмов вызвана тем, что в реальных практических задачах (при наличии низких соотношений сигнал/шум, частичных заслонениях объектов) применение известных методов нормализации, за исключением корреляционных, требующих существенных вычислительных затрат, не дает возможности полностью компенсировать геометрические преобразования, т. е. возникает «дрейф» нормализованного изображения относительно эталона. Настоящая работа посвящена исследованию возможностей учета «дрейфа» нормализованной видеонформации при анализе последовательностей изображений.

Пусть в некоторый фиксированный момент n (n — дискретное время, $n = 0, 1, 2, \dots$) в замкнутой ограниченной области D , называемой полем зрения датчика видеонформации, наблюдается изображение

$$F_n(x) = \lambda_n(x) B_n(x) + [1 - \lambda_n(x)] \Phi_n(x) + \eta_n(x),$$

где $x \in R^2$; $B_n(x)$ — функция распределения яркостей анализируе-

Е. П. ПУТЯТИН, д-р техн. наук,
Е. В. БОДЯНСКИЙ, канд. техн. наук,
А. А. МАЙСТРЕНКО, В. П. МАШТАЛИР

АДАПТИВНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Во многих задачах цифровой обработки и тематической интерпретации визуальной информации возникает необходимость анализа изображений в условиях различного рода искажений. Одними из самых сложных являются геометрические искажения, обусловленные изменением взаимного расположения наблюдаемого объекта и датчика видеoinформации. В качестве достаточно адекватных математических моделей подобных деформаций используются группы геометрических преобразований плоскости. Знание параметров группы позволяет определять ориентацию датчика визуальной информации, нормализовать (приводить к эталонному виду) изображения, осуществлять опознавание путем сравнения с эталоном, оценивать трехмерные преобразования объектов.

Традиционный подход к поиску неизвестных элементов группы и распознаванию изображений — это анализ функций распределения яркостей, полученных в два фиксированных момента времени. Несмотря на большой объем исследований в данной области, в настоящее время остро ощущается нехватка быстродействующих помехоустойчивых алгоритмов, учитывающих информационную избыточность видеoinформации и особенности динамики последовательностей изображений. Необходимость создания таких алгоритмов вызвана тем, что в реальных практических задачах (при наличии низких соотношений сигнал/шум, частичных заслонениях объектов) применение известных методов нормализации, за исключением корреляционных, требующих существенных вычислительных затрат, не дает возможности полностью компенсировать геометрические преобразования, т. е. возникает «дрейф» нормализованного изображения относительно эталона. Настоящая работа посвящена исследованию возможностей учета «дрейфа» нормализованной видеoinформации при анализе последовательностей изображений.

Пусть в некоторый фиксированный момент n (n — дискретное время, $n = 0, 1, 2, \dots$) в замкнутой ограниченной области D , называемой полем зрения датчика видеoinформации, наблюдается изображение

$$F_n(x) = \lambda_n(x) B_n(x) + [1 - \lambda_n(x)] \Phi_n(x) + \eta_n(x),$$

где $x \in R^2$; $B_n(x)$ — функция распределения яркостей анализируе-

мого объекта; $\lambda_n(x)$ — соответствующая ему характеристическая функция

$$\lambda_n(x) = \begin{cases} 1 & |\forall x \in D: B_n(x) \neq 0|, \\ 0 & |\forall x \in D: B_n(x) = 0|, \end{cases}$$

$\Phi_n(x)$ — функция распределения яркостей фоновых (мешающих) объектов; $\varphi_n(x)$ — аддитивный шум.

Изменение наблюдаемого изображения представим в виде

$$F_{n+m}(x) = F_n(T_{g_n, m}x),$$

где $m \geq 0$; $g \in G \subset GL_p(R)$ — в общем случае группа невырожденных вещественных матриц p -го порядка; $\det g \neq 0$, $T: G \times D \rightarrow D$ — действие $T_{g_n, m}$ группы G , индуцированное изменением за время m — n местоположения и ориентации датчика визуальной информации и (или) объектов, попадающих в поле зрения D . Полагая для простоты рассуждений, что фоновые объекты и датчик неподвижны, получаем

$$F_{n+m}(x) = \lambda_n(T_{g_n, m}x) B_n(T_{g_n, m}x) + [1 - \lambda_n(T_{g_n, m}x)] \Phi_n(x) + \varphi_{n, m}(x).$$

Заметим, что преобразования T_g должны быть невырождены: $J = \det(\partial T_g^i / \partial x_j) \neq 0$, $i, j = 1, 2$; эффективны:

$$|\forall x \in D: T_{g_n, m}x = x \Rightarrow g_{n, m} = e \in GL_p(R)|;$$

не выводить за единичный отсчет времени изображение объекта за пределы области D :

$$\{\forall x \in D: B_n(x) \neq 0 \Rightarrow T_{g_n, m}^{-1} T_{g_n, m+1}x \in D\}.$$

Пусть на вход датчика поступают изображения из некоторого множества $M = \{B(x)\}$. Действие T_g порождает его разбиение на классы эквивалентности, т. е. $B_n(x) \sim B_k(x)$, если $B_k(x) = B_n(T_{g_n, k}x)$. Каждый класс эквивалентности полностью описывается любым своим представителем $B_k^0(x)$, который будем считать эталоном. Обозначим через $M^0 = \{B^0(x)\}$ множество эталонных изображений. Задача заключается в том, чтобы произвольному элементу из множества M сопоставить эквивалентный ему элемент из множества $M^0 \subset M$, т. е. минимизировать по $i \in I$ (I — множество, индексирующее эталоны) некоторый функционал $\rho(B_n(T_{g_n, i}^{-1}x), B_i^0(x))$. Здесь $T_{g_n, i}^{-1}$ — действие, приводящее изображение $B_n(x)$ к эталонному виду.

В дальнейшем будем считать, что характеристическая функция $\lambda_n(x)$ известна или $\Phi_n(x) = 0$. В этом случае опознавание изображений можно осуществлять либо на базе инвариантов преобразования T_g , либо при помощи методов нормализации.

Однако при большом количестве эталонов за время $m - n$ принятия решения $B_n(x) \sim B_i^0(x)$ изображение $B_{n+m}(x)$ может выйти за пределы области D , т. е. преобразование $T_{\varepsilon_{n,m}}$ необходимо компенсировать. Кроме того, если из-за частичных заслоений и зашумленности эталон не найден, то следует опознавать изображение $B_k(x)$, $n < k \leq n + m$.

Пусть $H(M) = \{p = H(B(x)), p \in R^r, B(x) \in M\}$ — отображение множества изображений M в множество векторов $P = \{p(B)\}$. Вектор $p(B)$ будем называть эквивариантным, если из равенства $B_{n+m}(x) = B_n(T_{\varepsilon_{n,m}}x)$ следует $p(B_{n+m}) = g_{n,m}p(B_n)$. Заметим, что для группы евклидовых движений эквивариантный вектор — это двумерный вектор первых моментов функций распределения яркостей, для аффинной группы — вектор первых нормированных моментов, для ортогональной проективной группы — вектор $p(B) \in R^3$ с координатами

$$p^1(B) = \iint_D B(x_1, x_2) x_1 (1 + x_1^2 + x_2^2)^{-2} dx_1 dx_2,$$

$$p^2(B) = \iint_D B(x_1, x_2) x_2 (1 + x_1^2 + x_2^2)^{-2} dx_1 dx_2,$$

$$p^3(B) = \iint_D B(x_1, x_2) (1 + x_1^2 + x_2^2)^{-2} dx_1 dx_2.$$

Для произвольного невырожденного геометрического преобразования эквивариантный вектор при условии $g \rightarrow e \in GL_r(R)$ можно получить путем линеаризации функции T_ε [1, 2].

Перейдем от множества изображений M к множеству эквивариантных векторов $P = \{p(B)\}$. Пусть p_k° — оценка вектора $p(B_n)$ в момент времени $n + k$.

Обозначим найденный элемент $g_{n,n+k-1} \in G$ через g_k , $p_k = p(B_{n+k})$. Тогда, если $g_{k-1,k} = e$, имеем $p_k^\circ = g_k p_{k-1}^\circ$. В реальных же ситуациях $g_{k-1,k} \neq e$ и параметры g_k вычислены со значительными погрешностями, следовательно,

$$p_k = g_k p_k^\circ + \xi_k,$$

где $\xi_k = H(\eta_k)$ — вектор помехи ($r \times 1$); $E\{\xi_k\} = 0$, $E\{\xi_k^T \xi_l\} = \delta_{kl} \sigma_\xi^2 < \infty$; δ_{kl} — символ Кронекера, вектор p_k° подлежит оцениванию. Зададим «дрейф» вектора p_k° . Для этого сопоставим вектору p вектор u размерности $(rp \times 1)$, где каждые p координат вычислены по одной из g линейно независимых функций от $B(x)$. В частности, учитывая, что при цифровом способе представления изображений функция $B(x) \geq 0$ и принимает $r + 1$ дискретное значение, $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r)$, для вычисления вектора u можно использовать следующие r функций:

$$B^i(x) = \begin{cases} B(x) & \forall x \in D: B(x) = \beta_i, \\ 0 & \forall x \in D: B(x) \neq \beta_i, \end{cases} \quad i = \overline{1, r}.$$

Таким образом, получаем

$$p_k^0 = h u_k, \quad u_k = V u_{k-1} + b \zeta_k. \quad (1)$$

Здесь $h, V, b — (p \times r p), (r p \times r p), (r p \times p) —$ матрицы соответственно,

$$E \{ \zeta_k \} = 0, \quad E \{ \zeta_i^T \zeta_j \} = \delta_{ij} \sigma_\zeta^2 < \infty, \quad E \{ \zeta_k^T \zeta_k \} = 0,$$

V — переходная матрица [3], определяющая характер «дрейфа».

Для задания матрицы V выделим дискретную подгруппу Γ группы G , т. е. такие элементы группы G , что $\forall x, y \in D$ существуют их окрестности X, Y соответственно, что множество $\{ \gamma \in \Gamma \in G : T_\gamma(X) \cap Y \}$ конечно. При этом, учитывая эффективность группы G , стабилизатор $\Gamma_x = \{ \gamma \in \Gamma : T_\gamma x = x \}$ должен быть единственным, а орбита группы дискретна. Тогда матрица V определяется следующим образом: $V = \text{diag}(\gamma_i)$, где γ_i находит возможные преобразования за единичный отсчет времени.

Рассмотрим алгоритм покоординатной идентификации вектора p_k^0 . С учетом сказанного выше эволюция координат p_k^* эквивалентного вектора p_k описывается уравнением

$$p_k^* = g_k^* h^* V^* u_{k-1}^* + g_k^* h^* b^* \zeta_k + \xi_k^*,$$

где $g_k^*, h^*, V^*, u_{k-1}^*, b^* — (1 \times p), (p \times r), (r \times r), (r \times 1), (r \times 1) —$ матрицы соответственно, а задача идентификации p_k^0 сводится к восстановлению вектора u_k^* .

Для решения задачи используем адаптивный подход. В связи с этим введем обучающуюся модель

$$\hat{p}_k^* = \hat{g}_k^* \hat{h}^{*T} V^* \hat{u}_{k-1}^*, \quad \varepsilon_k = p_k^* - \hat{p}_k^*.$$

Здесь $\hat{p}_k^*, \hat{u}_k^* —$ оценки значений p_k^* и u_k^* соответственно.

Для настройки вектора u_k^* используем градиентную процедуру

$$\hat{u}_k^* = V^* \hat{u}_{k-1}^* - \Lambda_k \nabla_{u_k} \varepsilon_k^2 = V^* \hat{u}_{k-1}^* + A_k (p_k^* - \hat{g}_k^* h^* V^* \hat{u}_{k-1}^*) V^{*T} h^{*T} g_k^{*T},$$

где $\Lambda_k —$ некоторая диагональная $(r \times r)$ матрица.

Введем в рассмотрение ошибку идентификации: $\theta_k = u_k^* - \hat{u}_k^*$, которую с учетом (1) и (2) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \theta_k &= (V^* - \Lambda_k V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} g_k^* h^* V^*) \theta_{k-1} + \\ &+ (b^* - \Lambda_k V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} g_k^* h^* b^*) \zeta_k - \Lambda_k V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \xi_k^*. \end{aligned}$$

Тогда адаптивная система (2) асимптотически устойчива, если все собственные числа матрицы $(V^* - \Lambda_k V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} g_k^* h^* V^*)$ по модулю меньше единицы. Так, при $\xi_k = 0, \zeta_k = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} \|\theta_k\|^2 = 0$, т. е. адаптивная система точно отслеживает «дрейф», задаваемый преобразованием V^* .

В реальной же ситуации процедура (2) сходится в область, размеры которой определяются уровнем действующих возмущений ξ_k и ζ_k .

Определим матрицу A_k , исходя из условия минимума средней дисперсии ошибки идентификации на каждой итерации. Для этого введем критерии

$$\Psi_k^i = \text{tr}(\theta_k \theta_k^T) = \theta_{k-1}^T V_{k-1}^T V_{k-1} \theta_{k-1} - \alpha_k^i \text{tr}(V^* \theta_{k-1} \theta_{k-1}^T V^{*T} \times \\ \times h^{*T} g_k^T g_k h^* V^*) - \alpha_k^i \text{tr}(V^{*T} h^{*T} g_k^T g_k h^* V^* \theta_{k-1} \theta_{k-1}^T V^*) + \\ + (\alpha_k^i)^2 \text{tr}(V^{*T} h^{*T} g_k^T g_k h^* V^* \theta_{k-1} \theta_{k-1}^T V^{*T} h^{*T} g_k^T g_k h^* V^*), \quad i = \overline{1, r},$$

и, решая уравнения $\frac{\partial \Psi_k^i}{\partial \alpha_k^i} = 0$, после несложных преобразований находим

$$A_k^{\text{opt}} = \frac{V^*}{g_k^* h^* V^* V^{*T} h^{*T} g_k^{*T}}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем оптимальный по скорости сходимости адаптивный алгоритм идентификации, учитывающий «дрейф» нормализованного изображения:

$$\hat{u}_k^* = V^* \hat{u}_{k-1}^* + \frac{V^*}{g_k^* h^* V^* V^{*T} h^{*T} g_k^{*T}} (p_k^* - g_k^* h^* V^* \hat{u}_{k-1}^*) V^{*T} h^{*T} g_k^{*T}. \quad (4)$$

Для исследования сходимости алгоритма (4) проанализируем стохастическую функцию Ляпунова:

$$W_k = E \{ \theta_{k-1}^T V^{*-2} \theta_{k-1} \} = E \left\{ \left(\theta_{k-1} + V^{*-1} b^* \zeta_k^* - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{g_k^* h^{*T} V^* \theta_{k-1} + g_k^* h^* b^* \zeta_k^* + \xi_k^*}{\| V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \|^2} V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \right)^T V^{*-2} \left(\theta_{k-1} + V^{*-1} b^* \zeta_k^* - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{g_k^* h^{*T} V^* \theta_{k-1} + g_k^* h^* b^* \zeta_k^* + \xi_k^*}{\| V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \|^2} V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \right) \right\}.$$

С учетом принятых допущений ($E \{ \theta_{k-1}^T \xi_k^* \} = E \{ \theta_{k-1}^T \zeta_k^* \} = 0$) после несложных преобразований условие убывания функции W_k можно записать в форме

$$E \{ \| \theta_{k-1}^T V^{*T} h^{*T} g_k^{*T} \|^2 \} > \sigma_{\xi}^2 + E \{ b^{*T} (h^{*T} g_k^{*T} g_k h^* + (V^{*T} V^*)^{-1}) b^* \zeta_k^{*2} \} \quad (5)$$

Правая часть неравенства (5) и определяет область сходимости алгоритма (4). Отметим, что предложенный алгоритм при отсутствии «дрейфа» принимает вид стандартного алгоритма Качмажа. При этом условие (5) приобретает форму

$$E \{ \| \theta_{k-1}^T g_k^{*T} \|^2 \} > \sigma_{\xi}^2,$$

что также совпадает с условием сходимости для алгоритма Качмажа.

В заключение подчеркнем, что предложенный подход позволяет не только учитывать «дрейф» нормализованного изображения, но и оценивать его, анализируя изменение вектора u_n .

Список литературы: 1. Путьлин Е. П., Майталир В. П., Майстренко А. А. Разработка и исследование алгоритма нормализации полутоновых изображений при проективных преобразованиях плоскости.—Пробл. бионики, 1984, вып. 33, с. 48—52. 2. Майстренко А. А. Линейные методы нормализации полутоновых изображений.—В кн.: Цифр. методы обраб. сигналов в задачах радиолокации, связи и упр. Свердловск, 1984, с. 54. 3. Чус Ю. В., Михайлов Ю. Б., Курьян В. И. Прогнозирование количественных характеристик процессов.—М.: Сов. радио, 1975.—400 с.

Поступила в редакцию 15.05.84.

УДК 681.3:51

Ю. А. БОРОДИН

ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ПУТЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА ПРИЗНАКОВ

Построение обобщенных описаний классов объектов выполняется с помощью методов, развитых в рамках направления, получившего в работах [1—4] наименование «формирование понятий».

Понятием называют обобщенную информацию об объектах множества, представленных наборами значений признаков, достаточную для отличия объектов, принадлежащих множеству, от объектов, не принадлежащих ему. Формирование понятий разделяется на две задачи: обучения и распознавания.

Для множества объектов V задача формирования понятия может быть записана следующим образом [2].

Пусть L — множество объектов такое, что $L \cap V \neq \emptyset$ и $V \subseteq L$. Для каждого $X_i \in L$ задано указание типа X_i^+ : $X_i \in V$ (положительный объект) или X_i^- : $X_i \notin V$ (отрицательный объект). Необходимо путем анализа объектов множества L построить понятие, разделяющее его положительные и отрицательные объекты.

Задачи формирования понятий для объектов формально-логического описания при детерминистской постановке решаются методами, основанными на построении логических формул с помощью операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания [3, 4], либо в виде дерева принятия решения [1]. Одним из недостатков перечисленных методов формирования понятий является громоздкость представления понятия и большое время распознавания объектов, если понятие не содержит конъюнктивных признаков.

Этим недостатком не обладает предлагаемый метод формирования понятий, основанный на преобразовании пространства признаков. Метод заключается в отображении набора значений

признаков, характеризующих объект, в вектор некоторого пространства, где процедура распознавания принимает простой вид и имеет постоянное количество шагов.

Описание метода формирования понятий. Мощность множества объектов обучающей выборки можно записать в виде $\bar{L} = N^+ + N^-$, где N^+ , N^- — количество объектов $X_i' \in V$ и $X_i' \notin V$ соответственно. Формальное описание объекта дается набором признаков

$$X_i' = (x_j'), j = \overline{1, n}, i = \overline{1, \bar{L}}, \quad (1)$$

где n — количество признаков в изображении объекта. Каждый признак имеет множество значений

$$x_j' = \{q_i'\}_{i=\overline{1, k}}. \quad (2)$$

Здесь k — объем алфавита описания признаков.

Метод заключается в следующем. Набор признаков (1) отображается в вектор X_i евклидова пространства E_n . В пространстве E_n признаки (1) составляют базис, а значения признаков (2), отраженные по некоторому правилу на множество действительных чисел, представляют координаты точек, характеризующих объекты X_i' . Правило сопоставления значений признаков q_i' с действительными числами q_i должно быть таким, чтобы в пространстве E_n X_+ и X_- могли быть эффективно разделены некоторой гиперплоскостью.

Объектам X_+ и X_- в пространстве E_n должны соответствовать две области, которые могут быть разграничены гиперплоскостью. Наиболее эффективное разграничение объектов X_+ и X_- на основе анализа их координат в E_n будет возможным в том случае, когда при $q \in [0, a]$ образы X_+ и X_- в результате отображения $X_i = g[X_i']$ будут концентрироваться вблизи точек

$$X_{+(a)} = \{(q_i)\}_i, q_i = a, j = \overline{1, n}; X_{-(a)} = \{(q_i)\}_i, q_i = 0, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

называемых идеальными. Очевидно, что при таком преобразовании оптимальной границей будет гиперплоскость, определенная как

$$\sum_{i=1}^n x_i = \frac{na}{2}, \quad (4)$$

а оптимальным преобразованием пространства признаков $\{(q_i')\}_i$ в пространство координат $\{(q_i)\}_i$ из E_n , обеспечивающим «концентрацию» положения типов X_+ и X_- вблизи соответствующих «идеальных» точек $X_{+(a)}$ и $X_{-(a)}$ является преобразованием вида

$$q_i = \frac{v_i^{+a}}{v_i^{+} + v_i^{-}}, \quad (5)$$

где

$$v_i^+ = \begin{cases} \theta, & \text{если } a_i^+ = 0; \\ a_i^+, & \text{если } a_i^+ \neq 0, \end{cases}$$

$$v_i^- = \begin{cases} \theta, & \text{если } a_i^- = 0; \\ a_i^-, & \text{если } a_i^- \neq 0, \end{cases}$$

$$0 < \theta \ll 1,$$

а a_i^+ , a_i^- — количество объектов X_+ и X_- , соответственно имеющих значение признака q_i ; θ — коэффициент, обеспечивающий компактность и не слияние точек X_+ и X_- .

После процесса обучения распознавание объектов производится в два этапа: набор значений признаков, характеризующих объект, отображается в вектор X_i пространства E_n ; идентификация производится следующим образом:

$$X_i \in V, \text{ если } \sum_{j=1}^n x_j > \frac{n\alpha}{2}; X_i \notin V, \text{ если } \sum_{j=1}^n x_j < \frac{n\alpha}{2}. \quad (6)$$

Пример применения метода формирования понятий для $M=2$. Рассмотрим обучающую выборку $N^+ = 5$, $N^- = 5$ и $\{q_i\}_{i=1,2} = A, B, C, D$. Объекты могут быть представлены точками двумерного пространства, как показано на рис. 1.

Выбираем $\alpha = k = 4$ и $\theta = 0.1$. Применяя правило сопоставления (5), получим следующую таблицу:

x_1	x_2	x_1	x_2
A	2,6	A	2,6
B	3,8	B	0,2
C	1,3	C	3,8
D	0,2	D	1,3

Расположение точек, характеризующих объекты в пространстве E_n , представлено на рис. 2.

Прямая, разделяющая положительные и отрицательные объекты, определяется формулой (4) и для $M=2$ и $\alpha=4$ имеет вид $x_1 + x_2 = 4$.

Анализ метода формирования понятий и рекомендации по его применению. Найдем условия неправильного разнесения объектов относительно гиперплоскости (4) на этапе обучения. Подставляя в формулу (6) значения из (5), получаем условие, при котором положительная точка X_+ будет отнесена в отрицательную область:

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{v_j^+ \alpha}{v_j^+ + v_j^-} \right) < \frac{n\alpha}{2},$$

после преобразования получим

$$\sum_{i=1}^n (v_i^+)_l < \sum_{i=1}^n (v_i^-)_l \quad (7)$$

Условие, при котором X_-^* будет отнесена в положительную область, соответственно имеет вид

$$\sum_{i=1}^n (v_i^+)_l > \sum_{i=1}^n (v_i^-)_l \quad (8)$$

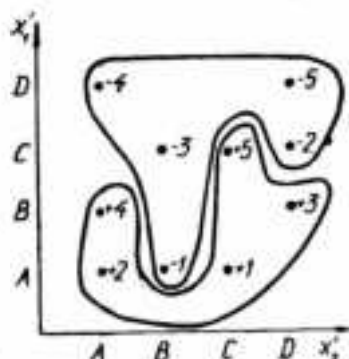


Рис. 1. Точки двумерного пространства

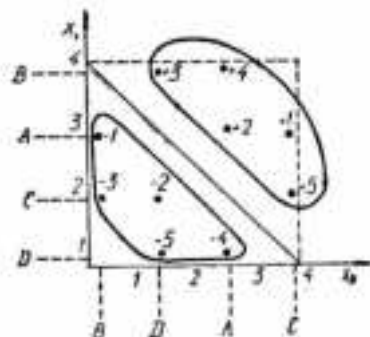


Рис. 2. Характеристика объектов в пространстве E_n

Условия (7) и (8) позволяют определить множество точек, для которых рассматриваемый метод формирования понятий не применим. Для этого множества понятие может быть сформировано методами, исследованными в работах [1, 3, 4].

Совместное применение методов формирования понятий, основанных на построении дерева последовательного принятия решений [1] и на преобразовании пространства признаков, устраняет недостатки, связанные с громоздкостью понятий, а также большим временем распознавания объекта. Кроме того, благодаря совместности анализа информации об обучающей выборке в указанных методах может быть построен достаточно эффективный алгоритм формирования понятий на ЭВМ.

Список литературы: 1. Хант Э., Марин Дж., Стоун Ф. Моделирование процесса формирования понятий на вычислительной машине. — М.: Мир, 1970. — 301 с. 2. Глазун В. П. Эвристический поиск в сложных средах. — К.: Наукдумка, 1977. — 165 с. 3. Бангард М. М. Проблема узнавания. — М.: Наука, 1967. — 180 с. 4. Banerji R. Theory of problem solving: an approach to artificial intelligence. — American Elsevier Publishing Company, Inc. — New York, 1969. — 106 p.

Поступила в редакцию 09.02.82.

Наиболее существенный момент работы корреляционно-экстремальных систем (КЭС) — определение взаимного смещения изображений. Одна из них (опорное) хранится в памяти запоминающего устройства, другое формируется датчиком в процессе проведения цикла автоматического регулирования [1]. Качество работы всей системы определяется точностью выполнения этой процедуры. Поэтому предварительная оценка точности работы устройства совмещения изображений — необходимое условие проектирования КЭС в целом.

Для этого используется оценка точности на основе анализа свойств исходных изображений в предположении стационарности их параметров. Однако на практике условия стационарности, как правило, не выполняются. Кроме того, желательно учесть, как влияет на точность процесс дискретизации изображений, необходимый для работы цифровых систем. Оценка точности с помощью аппарата преобразований Фурье, как показано в работах [1, 2], — непростая задача. Более удачным представляется использование для расчетов линейной теории фишеровской информации [3]. Рассмотрим кратко основные положения этой теории, необходимые при оценке точности совмещения изображений.

1. *Информационные свойства линейного пространства статистик от наблюдения.* В работе [3] рассматривается оценка фишеровской информации о параметре θ , которую содержит пространство H , построенное на различных статистиках наблюдения x . Распределение $P_2(x)$ должно зависеть от искомого параметра θ , что отмечено введением индекса y плотности вероятности. В рассматриваемой задаче он является двумерным $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, так как будем интересоваться координатами рассогласования изображений в плоскости XOY .

Пространство H строится на основе статистик от наблюдения $\varphi_1, \dots, \varphi_m$, которые являются его базовыми элементами. Рассмотренные в работе [3] задачи предполагают, что наблюдение x — величина скалярная. В данном случае наблюдаются изображения, которые будем считать векторами и обозначать X . Нетрудно проверить, что все основные результаты, полученные в работе [3] для скалярных величин, справедливы и для векторных, если наложить условие

$$\int \varphi_i^2(X) dP_1(X) < \infty, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad \theta \in \Theta,$$

где Ω — выборочное пространство размерности $n_x \times n_y$, равной размерности изображения X ; Θ — область изменения параметра $\theta \in R^2$.

Пространство H должно быть наделено линейной структурой. Поэтому его можно рассматривать как линейное многообразие элементов $\varphi_1(X), \dots, \varphi_m(X)$, являющихся функциями векторного аргумента.

Определим в H скалярное произведение

$$(\varphi, \Psi)_H = \int \varphi(X) \Psi(X) dP_0(X), \quad \varphi, \Psi \in H.$$

Кроме того, необходимо задать единичный элемент $\varphi_0 \in H$ с условием $(\varphi_0, \varphi_0)_H^{1/2} = 1$. Элемент φ_0 играет особую роль во всех построениях, поскольку по терминологии [3] элементы пространства H можно рассматривать как оценки параметрического элемента $\Theta \cdot \varphi_0$.

Отметим, что элемент φ , принадлежащий прямому произведению $H \times H$, называется несмещенной оценкой параметрического вектора $\Theta \cdot \varphi_0 \in H \times H$, если покомпонентно

$$(\varphi_j, \varphi_0)_H = (\Theta_j \varphi_0, \varphi_0)_H = \Theta_j, \quad \Theta \in \Theta, \quad j = 1, 2.$$

Далее будут подразумеваться только несмещенные оценки, так как именно они обеспечивают минимальную дисперсию погрешности.

В связи с этим рассмотрим аналог неравенства Рао — Крамера, которым воспользуемся ниже. Введем матрицу $B(\varphi, \Theta) = \|(\varphi_i - \Theta_j \varphi_0, \varphi_j - \Theta_k \varphi_0)_H\|$, $i, j = 1, 2$, которая является аналогом матрицы ковариации несмещенной оценки параметрического вектора $\Theta \cdot \varphi_0$. Поскольку речь идет об оценке двумерного вектора, необходимо рассматривать информационную матрицу $I(\Theta, H) = \|I(\Theta_i, H)\|$, $i, j = 1, 2$. Тогда для произвольной несмещенной оценки вектора $\Theta \cdot \varphi_0$ справедливо

$$B(\varphi, \Theta) \geq I^{-1}(\Theta, H), \quad \varphi \in H \times H, \quad (1)$$

если $I(\Theta, H)$ — неособенная. Неравенство (1) следует понимать так, что матрица $B(\varphi, \Theta) - I^{-1}(\Theta, H)$ неотрицательно определенная.

Если же $I(\Theta, H)$ — особенная, а $B(\varphi, \Theta)$ — неособенная, то

$$B^{-1}(\varphi, \Theta) \leq I(\Theta, H). \quad (2)$$

Для того чтобы эти неравенства имели смысл, необходимо задать правило вычисления элементов информационной матрицы.

Обозначим для базовых элементов

$$\pi_{ij}(\Theta) = (\varphi_i, \varphi_j)_H, \quad \pi_j(\Theta) = (\varphi_0, \varphi_j)_H, \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

и потребуем, чтобы $\pi_{ij}(\Theta), \dots, \pi_m(\Theta)$ были дифференцируемы по каждой из компонент Θ_1 и Θ_2 .

Если ввести матрицу Грама

$$\Gamma(\Theta) = \begin{bmatrix} \pi_{11}(\Theta) & \dots & \pi_{1m}(\Theta) \\ \dots & \dots & \dots \\ \pi_{m1}(\Theta) & \dots & \pi_{mm}(\Theta) \end{bmatrix}$$

и вспомогательную матрицу

$$\Delta^{(i,j)}(\theta) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial \pi_1(\theta)}{\partial \theta_i} & \dots & \frac{\partial \pi_m(\theta)}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial \pi_1(\theta)}{\partial \theta_j} & \pi_{11}(\theta) & \dots & \pi_{1m}(\theta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \pi_m(\theta)}{\partial \theta_j} & \pi_{m1}(\theta) & \dots & \pi_{mm}(\theta) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

тогда элементы информационной матрицы вычисляются следующим образом:

$$I_{ij}(\theta, H) = - \frac{|\Delta^{(i,j)}(\theta)|}{|\Gamma(\theta)|}. \quad (4)$$

Доказательство этого выражения для векторных наблюдений аналогично скалярному случаю, приведенному в работе [3].

Воспользуемся этими результатами для оценки точности совмещения изображений.

2. *Расчет информационной матрицы линейного алгоритма оценки смещения.* Рассмотрим типичную для КЭС ситуацию. Пусть предъявляемое изображение является фрагментом эталонного, хранящегося в запоминающем устройстве. Определяется его положение в эталонной системе координат. Как и в работе [1], будем считать, что наблюдение формируется в присутствии аддитивного гауссова шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . На практике интервал дискретизации для сокращения объемов вычислений целесообразно выбрать так, чтобы получающиеся отсчетные значения можно было считать некоррелированными. Тогда наблюдаемое изображение будет представлять собой матрицу $X = \|x_{ij}\|$, являющуюся суммой матрицы фрагмента $S(\theta) = \|\Delta_{ij}(\theta)\|$ с неизвестным параметром $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, и соответствующей совокупности шумовых отсчетов.

В зависимости от свойств изображений можно использовать различные оценочные алгоритмы. Однако для конкретности и упрощения вычислений ограничимся линейными, как наиболее распространенными на практике, хотя рассматриваемую здесь методику оценки точности можно применять и в более общих случаях.

Линейный алгоритм оценивания состоит в вычислении скалярных произведений $\sum_i \sum_j \Delta_{ij}(\theta) x_{ij} = Sp(S(\theta) X^T)$ для различных фрагментов эталонного изображения, равных по размеру предъявляемому, и соответствующих счетному набору значений параметра θ_k . Максимальная величина скалярного произведения позволяет найти окрестность истинного значения θ , после чего возможно уточнение параметра в этой окрестности [4].

номного кодирования. Развивая использованный метод оценки информационной матрицы, рассмотрим, как можно оценить потери в точности при сжатии информации. В качестве примера рассмотрим сжатие путем разложения изображений в двумерный ортогональный ряд с отбрасыванием малозначимых коэффициентов.

Так как формирование коэффициентов разложения — операция линейная, зададим элементы пространства H следующим образом: $\varphi_k(X) = S' p(X C_k^T)$, $k = 1, \dots, m$, где $Sp(C_k C_k^T) = 1$, $Sp(C_k C_q^T) = 0$, $p \neq q$, C_k назовем координатными матрицами.

Покажем, что если эталонное изображение $S(\theta)$ в каждой точке содержит частные производные $\partial S(\theta)/\partial \theta_1$, $\partial S(\theta)/\partial \theta_2$, то информационная матрица будет иметь следующий вид:

$$I(\theta, H) = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m Sp^2(S'_1(\theta) C_k^T) \\ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m Sp(S'_1(\theta) C_k^T) Sp(S'_2(\theta) C_k^T) \\ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m Sp(S'_2(\theta) C_k^T) Sp(S'_1(\theta) C_k^T) \\ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m Sp^2(S'_2(\theta) C_k^T) \end{array} \right\|. \quad (9)$$

Для доказательства воспользуемся методом индукции. На первом шаге индукции при $m=1$ (положив $A=C_1$) из (7) получаем

$$I_{ij}^{(1)}(\theta, H) = \frac{1}{\sigma^2} Sp(S'_i(\theta) C_1^T) Sp(S'_j(\theta) C_1^T), \quad i, j = 1, 2. \quad (10)$$

Пусть для $m-1$ справедливо

$$I_{ij}^{m-1}(\theta, H) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{m-1} Sp(S'_i(\theta) C_k^T) Sp(S'_j(\theta) C_k^T). \quad (11)$$

Для m имеем

$$\Gamma_m(\theta) = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & Sp(S(\theta) C_1^T) & \dots \\ Sp(S(\theta) C_1^T) & \sigma^2 + Sp^2(S(\theta) C_1^T) & \dots \\ Sp(S(\theta) C_m^T) & Sp(S(\theta) C_m^T) Sp(S(\theta) C_1^T) & \dots \\ \dots & Sp(S(\theta) C_m^T) & \dots \\ \dots & Sp(S(\theta) C_1^T) Sp(S(\theta) C_m^T) & \dots \\ \dots & \sigma^2 + Sp^2(S(\theta) C_m^T) & \dots \end{array} \right\|.$$

Элементарными преобразованиями эта матрица приводится к виду

$$\Gamma_m(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & Sp(S(\theta)C_1^T) & \dots & Sp(S(\theta)C_m^T) \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{vmatrix},$$

откуда следует $|\Gamma_m(\theta)| = \sigma^{2m}$.

Поступая аналогично для матрицы $\Lambda_m^{(i,j)}(\theta)$, легко найти

$$|\Lambda_m^{(i,j)}(\theta)| = -Sp(S'_1(\theta)C_m^T)Sp(S'_2(\theta)C_m^T)|\Gamma_{m-1}(\theta)| + \\ + \sigma^2|\Lambda_{m-1}^{(i,j)}(\theta)|.$$

Тогда из (4) получаем

$$I_i^{(m)}(\theta) = \frac{1}{\sigma^2}Sp(S'_1(\theta)C_m^T)Sp(S'_2(\theta)C_m^T) + I_i^{(m-1)}(\theta),$$

что с учетом (11) доказывает справедливость (9).

Таким образом, полученная информационная матрица, как и в предыдущем разделе, характеризует минимальный эллипс рассеяния оценок смещения фрагментов эталонного изображения относительно начала координат.

Заметим, что сомножители элементов информационной матрицы (9), лежащих на главной диагонали,

$$\sum_{k=1}^m Sp^2(S'_i(\theta)C_k^T), \quad i = 1, 2,$$

представляют собой квадраты нормы проекций частных производных матриц $S(\theta)$ на подпространства, образованные координатными матрицами двумерных ортогональных разложений. Следовательно, для повышения точности оценок параметра θ выбор конкретного ортогонального базиса должен осуществляться с учетом необходимости восстановления свойств производных $S'_1(\theta)$, $S'_2(\theta)$, а не исходных фрагментов $S(\theta)$.

Заключение. Рассмотренный здесь метод оценки точности цифровых устройств совмещения изображений представляется удобным для цифровой реализации на ЭВМ. Он дает более точную оценку минимальной дисперсии погрешности, чем приближенные методы в работе [1], не требует использования аппарата преобразования Фурье, как в работе [2], связанного с дополнительными затратами машинного времени. Полученные формулы для расчета информационной матрицы предполагают представление изображений в дискретной форме. Тем самым автоматически учитывается влияние процесса дискретизации на конечную точность совмещения. При этом не используются никакие предположения о стационарности свойств изображений.

Полученные в разделе 3 результаты показывают, что выбор ортогонального базиса для компактного представления изображений должен определяться точностью воспроизведения частных производных матриц фрагментов по искомым параметрам. Этот факт в литературе не отмечен. Поэтому выбор методов сжатия информации по широко распространенным критериям средней квадратической ошибки между исходным и восстановленным изображениями может привести к значительным ухудшениям точности КЭС. Особенно это необходимо учитывать при использовании оптимальных базисов типа Карунена — Лозва. Они, как правило, связаны со сложными вычислительными процедурами, тогда как эффективность их применения в КЭС невелика.

Список литературы: 1. Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. — М.: Наука, 1979. — 170 с. 2. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. — М.: Сов. радио, 1979. — 120 с. 3. Каган А. М. Фишеровская информация, содержащаяся в конечномерном линейном пространстве и корректный вариант метода моментов. — Пробл. передачи информ., 1976, 12, № 2, с. 20—42. 4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. — М.: Сов. радио, 1972. — 200 с. 5. Крамер Г. Математические методы статистики. — М.: Мир, 1975. — 180 с.

Поступила в редакцию 04.06.82.

УДК 681.142.32

А. А. БОРИСЕНКО, канд. техн. наук,
С. И. ГУБАРЕВ, канд. техн. наук, Г. В. КУНО

БИНОМИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С ДВОИЧНЫМ АЛФАВИТОМ

В вычислительной технике широко распространены степенные системы счисления с двоичным алфавитом. Более сложные системы счисления, в которых зависимость между весом разряда и его номером отличается от степенной, менее известны и не нашли практического применения. Однако в дальнейшем выявились полезные свойства некоторых нестепенных систем счисления: помехоустойчивость, генерация и перебор комбинаторных конфигураций, кодирование информации и т. д. [1].

Здесь предлагаются нестепенные системы счисления с биномиальными весами и двоичным алфавитом $\{1, 0\}$ — биномиальные системы счисления.

Количественный эквивалент кодовой комбинации n -разрядной K -биномиальной системы счисления [2] $A_i = (a_{i-1}, a_{i-2}, \dots, a_0)$ $i = 0, 1, \dots, P-1$ определяется из выражения

$$A_i = a_{i-1}C_{n-1}^{k-i} + \dots + a_1C_{n-1}^{k-i+1} + \dots + a_0C_{n-1}^{k-i} \quad (1)$$

при соблюдении ограничений:

$$q_0 = k, \quad (2)$$

$$j < n, \quad (3)$$

$$n - k = j - q_0, \quad (4)$$

$$q_0 < k, \quad (5)$$

где P_i — диапазон чисел; j — количество разрядов биномиального числа (длина); $l = 0, 1, \dots, j-1$ — порядковый номер разряда; q_l — сумма единичных значений цифр от $(j-1)$ -го разряда до l -го включительно:

$$q_l = \sum_{i=l}^j a_i, \quad q_j = a_j = 0.$$

Система счисления должна удовлетворять требованиям конечности, эффективности, однозначности [3]. Однако этих требований для нестепенных систем счисления недостаточно. Запишем дополнительные требования.

1. Префиксность кодовых комбинаций чисел, позволяющая отличать одни кодовые комбинации от других. По этому требованию любая кодовая комбинация не может быть началом другой.

2. Компактность. Состоит в том, что для каждой кодовой комбинации числа из заданного диапазона существует другая, численное значение которой больше первой на единицу. Исключение делается только для комбинации наибольшего числа.

Из выражения (1) следует, что требования конечности и эффективности для биномиальных систем счисления выполняются, т. е. существует вычислительный алгоритм, который за конечное число шагов осуществляет переход от биномиальной кодовой комбинации A_i ограниченной длины к соответствующему числу.

Докажем, что требование префиксности кодовых комбинаций для биномиальных чисел также удовлетворяется.

Биномиальные кодовые комбинации, удовлетворяющие ограничению (2), должны постоянно содержать k единиц. Поэтому появление в биномиальной комбинации k -й единицы является признаком ее конца. Так как в соответствии с ограничением (3) наибольшая длина указанных комбинаций равна $n-1$, то их длины принимают значения в пределах от k до $n-1$ ($k \leq j \leq n-1$). Соответственно количество содержащихся в них нулей $z = 0, 1, \dots, n-k-1$, а длина $j = k+z$. Количество различных комбинаций одинаковой длины, содержащих k единиц и нулей, равно числу сочетаний z нулей из $j-1$ элементов C_{j-1}^z . Эти комбинации, являясь сочетаниями, обладают по отношению друг к другу очевидным свойством префиксности. Длины комбинаций, принадлежащие к группам с разным значением z , различны. Так как в конце этих комбинаций стоят

единицы и их общее число постоянно и равно k , то более длинные комбинации в префиксной части, равной длине меньшей комбинации, содержат, как минимум, на одну единицу меньше.

Таким образом, против хотя бы одного из нулей меньшей комбинации в префиксной части большей будет стоять единица. Следовательно, свойство префиксности соблюдается для всех комбинаций, удовлетворяющих ограничениям (2) и (3).

Как следует из (4), число нулей в биномиальных комбинациях является постоянным и равным $(n-k)$. Поэтому появление $(n-k)$ -го нуля в комбинации — признак ее окончания. Сумма $(n-k)$ нулей с числом единиц $q_0 = 0, 1, \dots, k-1$ определяет длину $j = n - k + q_0$ комбинаций. Число различных комбинаций с q_0 единицами и нулем в конце определяется количеством сочетаний q_0 единиц из $(j-1)$ элементов — $C_{n-k+q_0-1}^{q_0}$. Свойство префиксности для них очевидно. Комбинации, принадлежащие к группам, содержащим разное число единиц, имеют разную длину. При этом меньшие из них, которые могут быть префиксом более длинных, содержат $(n-k)$ нулей. Более длинные также содержат $(n-k)$ нулей, но так как в конце стоит ноль, то их префиксная часть, равная длине меньшей комбинации, содержит, как минимум, на один ноль меньше, что свидетельствует об их префиксности.

Кодовые комбинации рассмотренных выше двух классов также обладают свойством префиксности между собой, так как отличаются числом содержащихся в них единиц и нулей.

Таким образом, среди всех комбинаций, удовлетворяющих ограничениям (2)–(5), отсутствуют комбинации, которые могли бы быть началом других, т. е. свойство префиксности для них соблюдается.

Из свойства префиксности следует, что две произвольные биномиальные комбинации имеют хотя бы в одном разряде различные цифры (0 и 1). Предшествующие этому разряду части комбинации, если они присутствуют, являются для указанных цифр общими, а последующие совместно с ним — собственными. Если собственные части двух произвольных биномиальных комбинаций не могут представлять одно и то же число, то свойство однозначности биномиальной системы счисления будет доказано. Рассмотрим собственные части двух биномиальных комбинаций:

$$A_q = (a_\alpha, \dots, a_0) \text{ и } A_z = (a_\beta, \dots, a_0),$$

где

$$a_\alpha = 0, a_\beta = 1; q, z = 0, 1, \dots, P-1; \alpha, \beta = 0, 1, \dots, n-1; q \neq z.$$

Если допустить, что для комбинации A_q цифры, следующие за старшим разрядом, равны 1, а в комбинации A_z — 0, то разность между комбинациями A_z и A_q будет минимальной. Докажем, что она не равна нулю.

Представим числа A_0 и A_2 в виде

$$A_0 = 0C_{n-j+2}^{k-q_0+1} + 1C_{n-j+2-1}^{k-q_0+1} + 1C_{n-j+2-2}^{k-q_0+1} + \dots + 1C_{n-j+n-s}^{k-q_0+1};$$

$$A_2 = 1C_{n-j+3}^{k-q_2+1} + 0C_{n-j+3-1}^{k-q_2+1} + 0C_{n-j+3-2}^{k-q_2+1} + \dots + 0C_{n-j+j-p}^{k-q_2+1}.$$

Так как

$$\sum_{i=1}^s C_{n-j+i-1}^{k-q_0+1-s+i} = C_{n-j+s}^{k-q_0+1} - 1 = A_0$$

и

$$C_{n-j+s}^{k-q_0+1} = C_{n-j+p}^{k-q_2+1} = A_2, \text{ то } A_2 = A_0 + 1.$$

Следовательно, $A_0 \neq A_2$ и свойство однозначности для биномиальной системы счисления выполняется.

Максимальное число в биномиальной системе счисления в соответствии с выражением (1)

$$A_{p-1} = 1C_{n-1}^{k-q_1} + 1C_{n-2}^{k-q_1-1} + \dots + 1C_{n-j}^{k-q_1} = C_n^k - 1.$$

Минимальное число равно нулю, а количество биномиальных комбинаций, содержащих в конце единицу,

$$N_1 = \sum_{i=0}^{n-k-1} C_{n-2-i}^{k-1-i} = C_{n-1}^{n-k-1} = C_{n-1}^k.$$

Число комбинаций, содержащих в конце нуль,

$$N_0 = \sum_{i=0}^{k-1} C_{n-2-i}^{k-1-i} = C_{n-1}^{k-1}.$$

Их суммарное количество

$$N = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} = C_n^k.$$

Так как каждой комбинации вследствие свойства однозначности соответствует свое число, при этом минимальное равно 0, а максимальное — (C_{n-1}^k) и их количество равно C_n^k , то требование компактности для биномиальной системы счисления удовлетворяется. Соответственно диапазон представимых чисел $P = C_n^k$.

В табл. 1 для $n=6$ и $k=4$ приведены биномиальные комбинации и их количественные эквиваленты, формирование которых осуществляется по следующему алгоритму.

1. Формируется начальная комбинация, состоящая из $(n-k)$ нулей.

2. В младший разряд записывается единица и к нему справа приписывается нуль.

3. Пункт 2 повторяется до тех пор, пока число единиц в кодовом слове не станет равным k . В этом случае приписывание нуля справа не происходит.

4. В младший разряд, содержащий нуль, записывается 1.

Таблица 1

Биномальное число	Количественный эквивалент	Биномальное число	Количественный эквивалент
0010	$0C_5^4 + 0C_4^4$	10111	$1C_5^4 + 0C_4^4 + 1C_3^3 + 1C_2^2 + 1C_1^1$
010	$0C_5^4 + 1C_4^4 + 0C_3^3$	1100	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 0C_3^3 + 0C_2^2$
0110	$0C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 0C_2^2$	11010	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 0C_3^3 + 1C_2^2 + 0C_1^1$
01110	$0C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 1C_2^2 + 0C_1^1$	11011	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 0C_3^3 + 1C_2^2 + 1C_1^1$
01111	$0C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 1C_2^2 + 1C_1^1$	11100	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 0C_2^2 + 0C_1^1$
100	$1C_5^4 + 0C_4^4 + 0C_3^3$	11101	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 0C_2^2 + 1C_1^1$
1010	$1C_5^4 + 0C_4^4 + 1C_3^3 + 0C_2^2$	1111	$1C_5^4 + 1C_4^4 + 1C_3^3 + 1C_2^2$
10110	$1C_5^4 + 0C_4^4 + 1C_3^3 + 1C_2^2 + 0C_1^1$		

5. Определяется число единиц в комбинации. Если оно равно k и единицы не занимают k старших разрядов, то происходит возврат к пункту 4.

6. Если k единиц занимают в комбинации k старших разрядов, то останов.

7. Если число единиц в комбинации не равно k , то справа от младшего разряда, содержащего 1, записываются нули до тех пор, пока их общее число не станет равным $(n-k)$.

8. Возврат к пункту 2.

Полезными свойствами биномиальной системы счисления являются: помехоустойчивость при передаче, хранении и обработке информации; способность перебирать, генерировать и нумеровать комбинации кодов с постоянным весом; возможность построения помехоустойчивых цифровых устройств.

Для обнаружения ошибок с помощью биномиальных комбинаций необходимо дополнить их нулями или единицами до получения равномерного $(n-1)$ -разрядного биномиального кода, как это приведено в табл. 2.

Таблица 2

№	Биномиальный код	Биномиальный равномерный код	№	Биномиальный код	Биномиальный равномерный код	№	Биномиальный код	Биномиальный равномерный код
0	00	00000	5	100	10000	10	11010	11010
1	010	01000	6	1010	10100	11	11011	11011
2	0110	01100	7	10110	10110	12	11100	11100
3	01110	01110	8	10111	10111	13	11101	11101
4	01111	01111	9	1100	11000	14	1111	11110

Основными признаками ошибки в биномиальной комбинации в первом случае является превышение числа единиц в ней величины k , во втором — числа $(n-k)$ нулей. Особым свойством

биномиального помехоустойчивого кода является его способность обнаруживать ошибки при обработке информации. Это позволяет организовать сквозной контроль в каналах обработки информации, в которые входят и цифровые устройства. Одно из таких устройств предложено в работе [4].

В табл. 3 приведен переход от биномиальной комбинации к коду с постоянным весом, который осуществляется приписыванием к комбинации единиц, если она содержит $(n-k)$ нулей, или нулей, если в ней содержится k единиц, до тех пор, пока ее длина не станет равной n .

Таблица 3

№	Биноми- альный код	Биномиаль- ный код с постоянным весом	№	Биноми- альный код	Биномиаль- ный код с постоянным весом	№	Биноми- альный код	Биномиаль- ный код с постоянным весом
0	00	001111	5	100	100111	10	11010	110101
1	010	010111	6	1010	101011	11	11011	110110
2	0110	011011	7	10110	101101	12	11100	111001
3	01110	011101	8	10111	101110	13	11101	111010
4	01111	011110	9	1100	110011	14	1111	111100

Биномиальная комбинация является биномиальным номером комбинации с постоянным весом, т. е. является ее сжатым отображением. Если есть необходимость представить ее номером в степенной системе счисления, то тогда необходимо воспользоваться выражением (1).

Алгоритмы перебора и генерирования биномиальных комбинаций и на их основе комбинаций с постоянным весом более подробно рассмотрены в работе [5].

Таким образом, предложенная биномиальная система счисления способна осуществлять сквозной контроль канала преобразования информации и позволяет перебирать, генерировать и нумеровать комбинации кодов с постоянным весом.

Список литературы: 1. *Стахов А. П.* Фибоначчевы двоичные позиционные системы счисления: Кодирование и передача дискретных сообщений в системах связи. — М.: Наука, 1976. — 179 с. 2. *Система счисления с биномиальным основанием и двоичным алфавитом / А. А. Борисенко.* Рукопись деп. в ВИНТИ 29.08.82. № 909—82 Деп. 3. *Поспелов Д. Н.* Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия. — М.: Выш. шк., 1970. — 308 с. 4. *А. А. 1077054 (СССР).* Счетчик импульсов / А. А. Борисенко, И. Д. Пузыко, Л. А. Стеценко. — Оpubl. в Б. И., 1984, № 8, с. 6. 5. *Борисенко А. А., Губарев С. И., Кучко Г. В.* Алгоритмы построения ходов с постоянным весом на основе биномиальных чисел. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 74, с. 31—35.

Получено в редакцию 23.04.84.

СИНТЕЗ МИКРОПРОГРАММНЫХ АВТОМАТОВ
С НЕОДНОРОДНОЙ ЗАПОМИНАЮЩЕЙ ЧАСТЬЮ

Микропрограммные автоматы широко используются в различных цифровых вычислительных и измерительных устройствах, в автоматике и системах управления. Методика синтеза микропрограммных автоматов с однородной запоминающей частью детально изложена в работе [1, 2]. Здесь рассматривается методика кодирования и синтеза микропрограммных автоматов с неоднородной запоминающей частью. Отличием таких автоматов от однородных является возможность применения любых типов триггеров или их смеси (набора).

Этот вопрос впервые рассматривался в работе [3]. Допускалось использование триггеров D и T типов. Для получения ослабленной функциональной зависимости (так называемого ОФЗ-кодирования) применялся аппарат теории разбиений [4]. Метод получения ОФЗ-кодирования для набора триггеров был развит для конечных цифровых автоматов, заданных таблицами переходов.

Случай микропрограммных автоматов в работе [3] не рассматривался. Как показано в работе [5], для микропрограммных автоматов с выделением дешифратора или преддешифратора состояний получение ОФЗ-кодирования с ослабленной зависимостью от внутренних переменных не имеет смысла. По этой причине в данной работе развит эвристический алгоритм кодирования внутренних состояний микропрограммных автоматов, модифицированный на случай применения любого набора разнотипных триггеров. Получение наилучшего кодирования по данному методу гарантирует построение минимальной (или близкой к минимальной в смысле Квайна) схемы автомата и базируется на учете свойств матриц переходов триггеров различных типов [6]. Рассмотрим матрицы переходов триггеров T, RS, JK, RST типов:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c|c} T & \\ \hline 0-0 & 0 \\ 0-1 & 1 \\ 1-0 & 1 \\ 1-1 & 0 \end{array} ; (1) \quad \begin{array}{c|c} R-S & \\ \hline 0-0 & b_1 \ 0 \\ 0-1 & 0 \ 1 \\ 1-0 & 1 \ 0 \\ 1-1 & 0 \ b_2 \end{array} ; (2) \quad \begin{array}{c|c} K \ J & \\ \hline 0-0 & b_1 \ 0 \\ 0-1 & b_2 \ 1 \\ 1-0 & 1 \ b_3 \\ 1-1 & 0 \ b_4 \end{array} ; (3) \\
 \begin{array}{c|c} & \\ \hline 0-0 & b_1 \ 0 \ 0 \\ 0-1 & 0 \ b_2 \ \bar{b}_2 \\ 1-0 & b_3 \ 0 \ \bar{b}_3 \\ 1-1 & 0 \ 0 \end{array}
 \end{array}$$

(4)

При составлении структурных таблиц микропрограммных автоматов заполнение столбца функций возбуждения выполняется с учетом матриц переходов (1) — (4) путем сравнения кода K_m исходного состояния с кодом K_s состояния перехода. В столбце функций возбуждения F_h отмечается обязательный сигнал возбуждения (без скобок), если на данном переходе для столбца, соответствующего определенному входу, в матрице стоит единица; отмечается необязательный сигнал возбуждения (в скобках), если в строке имеется неопределенный коэффициент b_i ; не отмечается никаких сигналов возбуждения, если в строке матрицы переходов имеются только нули. Каждой отметке сигнала возбуждения соответствует конъюнкция $a_i X_h$ в одной из функций возбуждения. Для упрощения системы функций возбуждения целесообразно неопределенные коэффициенты b_i в матрицах (1) — (4) доопределить так, чтобы получить минимум числа единиц в поле матриц. В результате доопределения получим следующие матрицы:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c|c|c} T & d_{pk} & \\ \hline 0-0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 1 & 1 \\ 1-0 & 1 & 1 \\ 1-1 & 0 & 0 \end{array} ; (5) \quad
 \begin{array}{c|c|c} R & S & d_{pk} \\ \hline 0-0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 0 & 1 \\ 1-0 & 1 & 0 \\ 1-1 & 0 & 0 \end{array} ; (6) \quad
 \begin{array}{c|c|c} K & J & d_{pk} \\ \hline 0-0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 0 & 1 \\ 1-0 & 1 & 0 \\ 1-0 & 0 & 0 \end{array} ; (7)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} R & S & T & d_{pk} & \\ \hline 0-0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1-0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (8)$$

Вектор-столбец d_{pk} , записанный справа от доопределенных матриц переходов (5) — (8), характеризует число сигналов возбуждения, вырабатываемых на соответствующем переходе.

Из вектора d_{pk} следует, что для уменьшения числа отметок сигналов возбуждения внутренние состояния автомата следует кодировать так, чтобы минимизировать общее количество изменений состояний элементов памяти на всех переходах. Для вычисления кодового расстояния $d(i, j)$ между двумя кодовыми комбинациями K_i и K_j в случае T , RS , JK и RST триггеров используют метрику Хемминга, в соответствии с которой $d(i, j)$ равно числу различающихся разрядов в кодовых комбинациях K_i и K_j .

Например, при $K_i = 110$ и $K_j = 111$ имеем

$$d(i, j) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 1 + 0 = 1.$$

Если в запоминающей части автомата используют триггеры раз-

личных типов, то кодовое расстояние следует оценивать не по Хеммингу, а в метрике соответствующего набора триггеров.

Вычисление кодового расстояния $d'(i, j)$ в этом случае удобно осуществлять по матрице кодовых интервалов M_n размерностью $4 \times n$, где n — разрядность кода внутренних состояний. Каждая строка M_n соответствует определенному типу перехода триггера, а столбцы составляются из значений вектора d_{pk} для триггера, используемого в данном разряде.

Например, для триггеров D , RS и $\bar{J}\bar{K}$ типов с матрицами переходов (9)–(11) соответственно

$$\begin{array}{ccc} D & d_{pk} & R \ S \ d_{pk} \\ \begin{array}{c|c|c} 0-0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 1 & 1 \\ 1-0 & 0 & 0 \\ 1-1 & 1 & 1 \end{array} & ; (9) & \begin{array}{c|c|c} 0-0 & 0 & 0 \\ 0-1 & 0 & 1 \\ 1-0 & 1 & 0 \\ 1-1 & 0 & 0 \end{array} ; (10) \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c} \bar{K} \ \bar{J} \ d_{pk} \\ 0-0 & 0 & 1 \\ 0-1 & 0 & 0 \\ 1-0 & 0 & 0 \\ 1-1 & 1 & 0 \end{array} ; (11)$$

получим следующую матрицу кодовых интервалов:

$$M_n = \begin{array}{c|c|c|c} D & RS & \bar{J}\bar{K} \\ \hline 0-0 & 0 & 0 & 1 \\ 0-1 & 1 & 1 & 0 \\ 1-0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-1 & 1 & 0 & 1 \end{array}. \quad (12)$$

Кодовое расстояние $d'(i, j)$ в метрике набора $\{D, RS, \bar{J}\bar{K}\}$ для $K_i = 111$ и $K_j = 101$ равно

$$d'(i, j) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = d_{11}^1 + d_{10}^2 + d_{11}^3 = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Кодирование внутренних состояний микропрограммных автоматов для любого набора триггеров в запоминающей части следует выполнять по модифицированному эвристическому алгоритму кодирования, состоящему из следующих шагов:

1. Построить матрицу

$$T = \begin{array}{c|c|c} \alpha_1 & \beta_1 & p_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & p_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_R & \beta_R & p_R \end{array},$$

состоящую из всех пар номеров (α_r, β_r) , $r = 1, 2, \dots, R$, для которых $p_r \neq 0$, т.е. для которых в автомате есть переход из α_r в β_r .

2. Упорядочить строки матрицы T , для чего построить матрицу M таким образом, чтобы для нее обязательно выполнялось условие зацепления

$$\{(\alpha_r, \beta_r)\} \cap \{(\alpha_1, \beta_1), \dots, (\alpha_{r-1}, \beta_{r-1})\} \neq \emptyset, \quad r = 2, \dots, R$$

и по возможности условие упорядочения весов $p_1 > p_2 > p_3 \dots > p_r$.

3. Закодировать состояния из первой строки матрицы M парой кодов $K_{\alpha_1}K_{\beta_1}$ с наименьшим кодовым расстоянием $0 < d'(K_{\alpha_1}, K_{\beta_1}) < 1$.

4. Вычеркнуть из матрицы M строки с полностью закодированными состояниями. Оставшуюся матрицу обозначить через M' .

5. В силу условия зацепления, сформулированного в п. 2, в первой строке M' закодирован точно один элемент. Выбрать из первой строки M' незакодированный элемент и обозначить его через γ .

6. Построить матрицу M_1 , выбрав из M' строки, содержащие γ . Пусть $B_1 = \{\gamma_1, \dots, \gamma_j, \dots, \gamma_F\}$ — множество состояний из M_1 , которые уже закодированы. Пусть $K_{11}, \dots, K_{1j}, \dots, K_{1F}$ коды этих состояний.

7. Для каждого K_{1j} ($j = 1, \dots, F$) найдем C_{1j}^0 — множество кодов, еще не занятых для кодирования и имеющих $d'(i, j) = 0$. Построить множество $D_1^0 = \bigcup_{j=1}^F C_{1j}^0$. Если $D_1^0 = \emptyset$, то построить новое множество $D_1^1 = \bigcup_{j=1}^F C_{1j}^1$ кодов, для которых $d'(i, j) = 1$. Если и $D_1^1 = \emptyset$, то построить $D_1^2 = \bigcup_{j=1}^F C_{1j}^2$. Если и $D_1^2 = \emptyset$, то аналогичным образом построить $D_1^3, \dots, D_1^k$ до тех пор, пока не найдется $D_1^k \neq \emptyset$ ($k = 0, 1, 2$). Пусть $D_1^k = \{K_{1k_1}, \dots, K_{1k_{|D_1^k|}}\}$.

8. Для каждого K_{1k_g} (претендента на кодирование состояния a_1) находим по матрице M_1 и матрице M_0 оценочную функцию

$$W_g = \sum_{i, j \in A_1} P(i, j) d'(i, j), \quad g = 1, 2, \dots, G.$$

9. Из D_1^k выбираем код K_{1k_1} для которого $W_g = \min W_g$. Состояние a_1 кодируем кодом K_{1k_1} .

10. Анализируем матрицу M' . Если в матрице M' не осталось ни одной строки, то переходим к п. 11, иначе — к п. 4.

11. По матрице M вычислить значение коэффициента качества кодирования:

$$K = \frac{\sum_{r=1}^{r=R} p_r(i, j) d'(i, j)}{\sum_{r=1}^{r=R} p_r(i, j)}.$$

12. Конец.

Перед кодированием внутренних состояний автомата следует решить вопрос использования преддешифратора или дешифра-

тора для выделения состояний автомата и назначить соответствующие весовые коэффициенты P_i для матрицы T .

Использование преддешифратора дает экономию аппаратных затрат, если число строк H структурной таблицы меньше удвоенного числа состояний N , т. е. если $H < 2N[1]$.

Для обратной структурной таблицы рассматриваемого микропрограммного автомата M и $N=11$; $N=6$. Следовательно, выбираем преддешифратор. Каждое внутреннее состояние a_i автомата представляют через полукоды $d_i\beta_i$ этого состояния. Конъюнкция $a_iX_b = \alpha_i\beta_iX_b$ в этом случае требует для своей реализации на два входа больше, чем число букв в X_b . Из этого вытекает, что вес строки i матрицы M следует определить как $p_i = (2+n_i)$, где n_i — число букв в конъюнкции осведомительных сигналов X_b . В случае полного дешифратора имеем $p_i = (n_i + 1)$. Например, для перехода $|12|$ получим вес $p=2$, так как $n_{12}=0$. Два перехода $|45|$ с весом $p=4$ для каждого можно объединить в один с суммарным весом $p=8$ и т. д.

В результате определения весов по обратной структурной таблице автомата M получим матрицу T , а после упорядочения строк по весам — матрицу M :

$$T = \begin{array}{c|c} 61 & 3 \\ 12 & 3 \\ 23 & 6 \\ 34 & 2 \\ 45 & 8 \\ 46 & 8 \\ 56 & 2 \\ 66 & 3 \end{array} \quad (13) \quad M = \begin{array}{c|c} 46 & 8 \\ 45 & 8 \\ 61 & 3 \\ 66 & 3 \\ 12 & 3 \\ 23 & 6 \\ 34 & 2 \\ 56 & 2 \end{array} \quad (14)$$

Ниже без особых пояснений рассмотрим кодирование внутренних состояний автомата, заданного матрицей M и набором триггеров $\{D, RS, \bar{J}\bar{K}\}$.

Этап 1.

$$M = \begin{array}{c|c} 46 & 8 \\ 45 & 8 \\ 61 & 3 \\ 66 & 3 \\ 12 & 3 \\ 23 & 6 \\ 34 & 2 \\ 56 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} D \quad RS \quad \bar{J}\bar{K} \\ \begin{array}{c|ccc} 0-0 & 0 & 0 & 1 \\ 0-1 & 1 & 1 & 0 \\ 1-0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \end{array} \quad d' \quad (4.6) = 0;$$

$$n = \text{int } \log_2 6 = 3; \quad K_4 = 110; \quad K_5 = 011.$$

Этап 2.

$$M = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 45 \\ 61 \\ 12 \\ 23 \\ 34 \\ 56 \end{array} & \begin{array}{c} 8 \\ 3 \\ 2 \\ 6 \\ 2 \\ 2 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma = 5; B_5 = \{4, 6\}; D_5^0 = C_5^0 = \{010\}; \\ M_5 = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 45 \\ 56 \end{array} & \begin{array}{c} 8 \\ 2 \end{array} \\ \hline \end{array}; W_{010} = 8 \begin{vmatrix} 010 \\ 110 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 011 \\ 010 \end{vmatrix} = 0; \\ C_4^0 = \emptyset; C_6^0 = 010. \text{ Назначаем } K_5 = 010. \end{array}$$

Этап 3.

$$M = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 61 \\ 12 \\ 23 \\ 34 \end{array} & \begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 6 \\ 2 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma = 1; C_6^0 = \emptyset; D_1^1 = C_6^1 = \{000\}; \\ M_1 = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 61 \\ 12 \end{array} & \begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} \\ \hline \end{array}; W_{000} = 3 \begin{vmatrix} 000 \\ 011 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 = 3. \\ B_1 = \{6\}; \text{ Назначаем } K_1 = 000. \end{array}$$

Строка $|12|2$ матрицы M_1 не оказывает влияния на кодирование, так как состояние a_2 еще не закодировано.

Этап 4.

$$M = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 12 \\ 23 \\ 34 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \\ 6 \\ 2 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \gamma = 2; B_2 = \{1\}; C_1^0 = \{001\}; \\ M_2 = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 12 \\ 23 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \\ 6 \end{array} \\ \hline \end{array}; = 2 \begin{vmatrix} 001 \\ 000 \end{vmatrix} = 0. \text{ Назначаем } K_2 = 001. \end{array}$$

Строка $|2\ 3|6$ матрицы M_2 также не оказывает влияния на кодирование состояния a_2 . Подобные строки из матрицы M' можно не включать в матрицу M_1 .

Этап 5.

$$\begin{aligned} M &= \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 23 \\ 34 \end{array} & \begin{array}{c} 6 \\ 2 \end{array} \end{array}; \quad \begin{array}{l} \gamma = 3; \\ B_3 = \{2, 4\} \end{array} \quad M_3 = M' = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 23 \\ 34 \end{array} & \begin{array}{c} 6 \\ 2 \end{array} \end{array}; \\ C_4^1 &= \{111\}; \quad C_2^0 = C_4^0 = \emptyset; \quad C_2^1 = \{100\}; \\ D_3^1 &= C_2^1 \cup C_4^1 = \{100, 111\}; \\ W_{100} &= 6 \begin{vmatrix} 100 \\ 001 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 110 \\ 100 \end{vmatrix} = 6(1 + 0 + 0) + 2(1 + 1 + 1) = 12; \\ W_{111} &= 6 \begin{vmatrix} 111 \\ 001 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 110 \\ 111 \end{vmatrix} = 6(1 + 1 + 1) + 2(1 + 0 + 0) = 20. \end{aligned}$$

Выбираем $K_3 = 100$.

Все состояния закодированы. Вычислим коэффициент качества кодирования:

$$K = \frac{8 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 0}{35} = \frac{26}{35} \approx 0,75.$$

В соответствии с матрицами переходов (9)—(11) и кодами состояний $K(a_m)$ и $K(a_s)$ заполняем столбец F_h обратной структурной таблицы.

n	a_m	$K(a_m)$	a_s	$K(a_s)$	x_h	y_h	$\bar{F}_h$
1	a_0	011	a_1	000	$\bar{x}_4$	y_4	$R_2(\bar{J}_0)$
2	a_1	000	a_2	001	2	y_1, y_2	$-(R_2 \bar{K}_2)$
3	a_2	001	a_3	100	x_1	y_2	$D_1(R_0, \bar{J}_0)$
4	a_3	001			$\bar{x}_1$	y_4, y_5	$D_1(R_2, \bar{J}_0)$
5	a_0	100	a_4	110	1	y_1	$D_1, S_2, \bar{J}_2(\bar{K}_2)$
6	a_4	110	a_5	010	$\bar{x}_1, x_2$	y_2, y_3	$\bar{J}_2(S_2, \bar{K}_2)$
7	a_5	110			$x_1, \bar{x}_3$	y_1, y_4, y_5	$\bar{J}_4(S_2, \bar{K}_2)$
8	a_4	110	a_6	011	$\bar{x}_1, \bar{x}_2$	y_4	$-(S_2, \bar{K}_2)$
9	a_4	110			x_1, x_3	y_4	$-(S_2, \bar{K}_2)$
10	a_5	010		1	x_4	y_2, y_4, y_5	$-(S_2, \bar{K}_2)$
11	a_6	011				y_4	$\bar{K}_2(S_2, \bar{J}_2)$

Выражения для функций выхода y_i и функций возбуждения входов триггеров φ_j для автомата Мили получают из обратной структурной таблицы: в случае выделения полного дешифратора

$$y_i = \bigvee_h a_{mh} X_h; \quad (15) \quad \varphi_j = \bigvee_h a_{mh} X_h; \quad (16)$$

$$y_i \in Y_h \quad \varphi_j \in F_h$$

в случае выделения преддешифратора внутренних состояний

$$y_i = \bigvee_h a_{mh} \beta_{mh} X_h; \quad (17) \quad \varphi_j = \bigvee_h a_{mh} \beta_{mh} X_h. \quad (18)$$

$$y_i \in Y_h \quad \varphi_j \in F_h$$

Для микропрограммных автоматов Мура выражения (15), (18) заменяются:

$$y_i = \bigvee_h a_{sh}; \quad (19) \quad \varphi_j = \bigvee_h a_{sh} \beta_{sh} X_h. \quad (20)$$

$$y_i \in Y_h \quad \varphi_j \in F_h$$

Следует иметь в виду, что выражения (16), (18), (20) записывают

вначале только для обязательных значений функций возбуждения. В результате получим следующую систему функций:

$$\begin{aligned}y_1 &= a_0 \bar{Q}_3 z \vee a_2 \bar{Q}_3 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 \bar{x}_3; \\y_2 &= a_0 \bar{Q}_3 \vee a_0 Q_3 x_1 \vee a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2; \\y_3 &= a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee a_1 \bar{Q}_3; \\y_4 &= a_0 Q_3 \bar{x}_1 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 \bar{x}_3 \vee a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 x_3 \vee a_1 \bar{Q}_3 \vee a_1 Q_3 x_4; \\y_5 &= a_3 \bar{Q}_3 x_1 \bar{x}_3 \vee a_1 \bar{Q}_3; \quad y_6 = a_1 Q_3 \bar{x}_4 \vee a_0 Q_3 \bar{x}_1; \\D_1 &= a_0 Q_3 x_1 \vee a_0 Q_3 \bar{x}_1 \vee a_2 \bar{Q}_3; \quad S_2 = a_2 \bar{Q}_3; \quad R_3 = a_1 Q_3; \\J_2 &= a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 \bar{x}_3; \quad \bar{K}_3 = a_1 Q_3 x_4.\end{aligned}\quad (21)$$

Дальнейшее упрощение функций возбуждения за счет ее доопределения можно вести, используя необязательные отметки функций φ_i и вводя конъюнкции вида $a_{mh} \beta_{mh} X_h$ (для строк с необязательной отметкой φ_j) в выражение для φ_i в том случае, если эта конъюнкция может склеиваться хотя бы с одной из обязательных конъюнций, имеющихся в выражении для φ_j .

Например, если бы в строке $h=1$ в скобках стояла необязательная отметка $\bar{K}_3$, то в это выражение можно было бы ввести конъюнкцию $[a_1 Q_3 \bar{x}_4]$, что позволило бы упростить его: $\bar{K}_3 = a_1 Q_3 x_4 \vee [a_1 Q_3 \bar{x}_4] = a_1 Q_3$. Так же следовало бы поступить, если бы в строке $h=9$ в скобках вместо $\bar{K}_3$ была заключена отметка ($\bar{J}_3$). Тогда

$$\begin{aligned}J_3 &= a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 \bar{x}_3 \vee [a_3 \bar{Q}_3 x_1 x_3] = \\&= a_3 \bar{Q}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_1 = a_3 \bar{Q}_3 x_1 \vee a_3 \bar{Q}_3 x_2.\end{aligned}$$

Так как в рассматриваемом случае подобная возможность отсутствует для всех функций возбуждения, то дальнейшее упрощение системы (21) следует вести путем совместного использования общих частей между различными функциями, т. е. путем совместной минимизации системы функций.

Список литературы: 1. Баранов С. Н. Синтез микропрограммных автоматов.— Л.: Энергия, 1979.—232 с. 2. Мадоров С. А., Ношкова Г. Н. Структура электронных вычислительных машин.— Л.: Машиностроение, 1979.—384 с. 3. Weiner P., Doloff T. A. Mixed memory type realizations of sequential machines.— IEEE Transactions on Computers, 1969, с. 18, № 3, р. 272—274. 4. Harmanis J., Stearns R. E. Algebraic structure theory of sequential machines.— Englewood cliffs, N. J.: Prentice — Hall, 1966.—211 р. 5. Лучко М. В. Экономичное кодирование внутренних состояний микропрограммных автоматов.— В кн.: Синтез управляющих устройств, М., 1978, с. 53—60. 6. Баранов С. Н., Кахурин Н. Я. Кодирование внутренних состояний микропрограммных автоматов с учетом триггера.— Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1981, № 11, с. 48—53.

Поступила в редколлегию 06.03.84.

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫХ СРЕДСТВ
СТРУКТУРНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ
МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ**

Введение. В современной технологии проектирования МП, СБИС и микропроцессорных вычислительных устройств на их основе значительное сокращение разработки, изготовления и наладки достигается вследствие применения методов и средств программной и аппаратной эмуляции [1]. Результатом развития этого направления явилось создание и применение комплексов программно-аппаратных средств проектирования (КПАСП). Цель КПАСП — автоматизация процесса параллельной разработки, отладки и комплексной стыковки программных и аппаратных компонентов микропроцессорных вычислительных устройств (МВУ).

В соответствии с используемыми основными принципами функционирования КПАСП можно отнести к подмножеству систем имитационного моделирования. Особенностью этого подмножества является то, что программная имитация функционирования МП или СБИС заменяется их натурным функционированием в сочетании с имитационным моделированием внешних связей между проектируемыми компонентами. По сравнению с другими системами имитационного моделирования, КПАСП МВУ за счет средств аппаратного эмулятора позволяет моделировать логические и временные параметры МВУ в реальном масштабе времени.

Недостатком существующих КПАСП надо считать их ориентацию на задачи анализа параметров МВУ по заранее заданной структуре, что значительно затрудняет применение КПАСП в системно-структурном проектировании.

Рассмотрим вариант организации моделирующего алгоритма и структурную схему КПАСП, ориентированного на автоматизированное решение задачи структурного проектирования МВУ.

Постановка задачи. В основе используемого подхода лежит идея представления задачи структурного проектирования как задачи интерактивного взаимодействия между разработчиками, средой целедостижения или классом решаемых задач и базовым множеством возможных компонентов МВУ. При этом считаем, что разработчик должен управлять процессом взаимодействия на всех его этапах как на программном, так и на аппаратном уровнях.

Для построения формального описания задачи введем основные понятия и ограничения.

Представим модель среды целедостижения проектируемой структуры МВУ как упорядоченную, конечную совокупность

процедур преобразования информации $P: Z = (P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_n)$. Зададим Z в виде информационно-логического орграфа G . Каждой вершине орграфа соответствует множество алгоритмов преобразования для каждой P_i процедуры, а также множество ограничений по технико-информационным показателям (ТИП), таким как время, точность, достоверность преобразования информации в P_i процедуре. Используемое понятие информационно-логического орграфа соответствует принятому в [2].

Базовое множество возможных компонентов МВУ определим как упорядоченную, конечную совокупность программно-аппаратных компонентов типовых МП или СБИС, используемых при построении структур МВУ: $\Pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n, \dots, \pi_m)$. Для каж-

дого элемента множества Π задано отношение $\forall \pi_i \rightarrow \exists \bigcup_{\mu} \omega_{\mu}^{\pi_i}, \mu = \overline{1, m}$, где $\omega_{\mu}^{\pi_i}$ — вид элементарной вычислительной операции, реализуемой компонентом π_i , типа. Дополнительно для каждого элемента π_i , определены ограничения по технико-эксплуатационным показателям (ТЭП), которые характеризуют их потребительские качества. Это стоимостные, энергетические, конструкторско-технологические и ряд других.

Введем ограничение на существование отображения $A: Z \xrightarrow{A} \Pi$, которое назовем вариантом реализации процедур преобразования информации P_i на множестве Π .

Определим для A следующее отношение: $\forall A_i \rightarrow \bigcup \omega_i$, где ω_i — элементарная операция, выполняемая при реализации варианта A_i . Таким образом, задача интерактивного взаимодействия сводится к интерактивному поиску отображения A . Эту задачу сформулируем следующим образом: определить упорядоченную совокупность и взаимодействие аппаратных и программных компонентов из множества Π , для которой выполняются ограничения вида $\bar{X}_1^0 \equiv \bar{X}_1$; $\bar{X}_2^0 \equiv \bar{X}_2$, а целевая функция F принимает экстремальное значение на множестве процедур P_j , задаваемых информационно-логическим графом $G(U, V)$ преобразования информации P . В приведенной формулировке приняты следующие обозначения:

$\bar{X}_1, \bar{X}_2$ — результирующие векторы ТИП и ТЭП, которые вычисляются с применением оценочных выражений X_1^i и X_2^i для выбранного варианта структуры МВУ $\bar{S}^k: \bar{X}_1 = \varphi_1(X_1^i, \bar{S}^k); \bar{X}_2 = \varphi_2(X_2^i, \bar{S}^k)$ (1). Размерность векторов совпадает с размерностью ограничений $\bar{X}_1^0$ и $\bar{X}_2^0$.

$G(U, V)$ — орграф, для которого определено следующее отношение $\forall P_i \rightarrow \exists U$ (2), где U — вершина орграфа, а направление дуги V определяет отношение следования для вершин, соединенных этими дугами $\forall U \rightarrow |V_i, V_{i+1} \vee V_i, V_{i-1}|$.

F — целевая функция вида $F = \sum_{j=1}^n \alpha_j \hat{X}_j$ (3), где $\hat{X}_j$ — нормированное значение j показателя реализации структуры, вычисленное по (1); α_j — весовой коэффициент каждого показателя, используемого в целевой функции; n — число объединяемых показателей.

Определим матрицу процедур $P_i = [P_{ij}]$, строки которой соответствуют элементарным операциям ω_i , а столбцы — вершинам орграфа G :

$$P_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega_i \text{ операция выполняется в про-} \\ & \text{цедуре;} \\ 0, & \text{если } \omega_i \text{ операция не выполняется в} \\ & \text{процедуре.} \end{cases}$$

Для ряда элементов из множества Π возможно несколько реализаций одних и тех же операций с различными ТЭП и ТИП, т.е. существует несколько возможных вариантов отображения A . С целью ликвидации этой неоднозначности введем в рассмотрение векторы $\bar{D}^k$ и $\bar{R}_\sigma^k$.

Булев вектор $\bar{D}^k$ соответствует каждому возможному варианту выбора элементов из множества Π , где

$$d_i^k = \begin{cases} 1, & \text{если } \pi_i \text{ входит в набор аппаратно-программных} \\ & \text{компонентов } k \text{ структуры МВУ;} \\ 0, & \text{если } \pi_i \text{ не входит в набор аппаратно-программ-} \\ & \text{ных компонентов } k \text{ структуры МВУ.} \end{cases}$$

Вектор $\bar{R}_\sigma^k$ соответствует каждому возможному варианту распределения реализации операций ω_μ в k структуре: $\bar{R}_\sigma^k = (r_{1\sigma}^k, r_{2\sigma}^k, \dots, r_{j\sigma}^k, \dots, r_{n\sigma}^k)$, где k — номер вектора, определяющего k вариант структуры МВУ; j — номер P_j процедуры преобразования информации P ; σ — номер варианта распределения реализации операций для k структуры $\sigma = (1, 2, 3, \dots, \Pi \sum b_{\mu\sigma})$, где

$$b_{\mu\sigma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu \text{ операция выполняется в набором аппа-} \\ & \text{ратно-программных компонентов } k \text{ структуры} \\ & \text{МВУ;} \\ 0, & \text{если } \mu \text{ операция не выполняется в набором} \\ & \text{аппаратно-программных компонентов } k \text{ струк-} \\ & \text{туры МВУ.} \end{cases}$$

Очевидно, что для разрабатываемой структуры координаты вектора $\bar{X}_1$ будут зависеть только от $\bar{R}_\sigma^k$, а координаты вектора $\bar{X}_2$ — только от $\bar{D}^k$, т.е. $\bar{X}_1 = \varphi_1(X_1^*, \bar{S}^k) = f_1(\bar{R}_\sigma^k)$; $\bar{X}_2 = \varphi_2(X_2^*, \bar{S}^k) = f_2(\bar{D}^k)$ (4). Отсюда вектор k варианта структуры $\bar{S}^k \rightarrow A$

будет определяться множеством отношений $\bar{S}^k \rightarrow \bar{R}_i^k \bigcup_{v=1}^m \bar{D}^k$ (5) для всех $b_{\mu\nu}^k = 1$, $d^k = 1$.

Этот вывод взят в качестве основного при построении моделирующего алгоритма КПАСП, в котором формализована задача проектирования структуры в следующей математической постановке.

Заданы $G(U, V)$, $\bar{X}_1^0$, $\bar{X}_2^0$, $|P_{ij}|$, $|b_{\mu\nu}|$, $\bar{X}_1 = \varphi_1(X_1^*, \bar{S}^k)$, $\bar{X}_2 = \varphi_2(X_2^*, \bar{S}^k)$.

Минимизировать $F = \sum_{j=1}^{n^*} \alpha_j \hat{X}_{1j} + \sum_{j=1}^n \alpha_j \hat{X}_{2j}$ при условии $\bar{X}_1 = \bar{X}_1^0$, $\bar{X}_2 = \bar{X}_2^0$, $\sum_{v=1}^m b_{\mu\nu} > 1$.

Решение задачи. Воспользуемся свойством линейности целевой функции (3) и решим задачу построения оптимальной структуры МВУ методом последовательного достижения частных целей [3]. Задача решается в три этапа.

1. Усечение допустимого плана возможных компонентов из множества Π , удовлетворяющих ограничениям $\bar{X}_1 = \bar{X}_1^0$, $\bar{X}_2 = \bar{X}_2^0$.

2. Определение возможных структур, удовлетворяющих ограничению $F_2 = \min_{S^k} F_2$.

3. Определение возможных структур, удовлетворяющих ограничению $F_1 = \min_{S^k} F_1$.

Окончательным решением задачи являются значения векторов $\bar{D}^k$, $\bar{R}_i^k$ и значения целевой функции F , экстремальное на усеченном допустимом плане возможных структур.

Решение задачи реализуется в моделирующем алгоритме КПАСП в виде итерационного процесса последовательной оптимизации на множестве Π . Схема процесса приведена ниже.

Шаг I. Ввод исходных данных: $G(U, V)$, $\bar{X}_1^0$, $\bar{X}_2^0$; ввод и корректировка элементов массива $|P_{ij}|$; формирование исходного множества Π .

Шаг II. $v = 1$; выбор элемента κ , из множества Π ; вычисление значений элементов матрицы $|b_{\mu\nu}|$; оценка значений каждого элемента $b_{\mu\nu}$ по ТИП и ТЭП; вычисление показателей X_1^* , X_2^* .

Шаг III. Определение функциональных зависимостей $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$; проверка выполнения ограничений $\bar{X}_1 = \bar{X}_1^0$, $\bar{X}_2 = \bar{X}_2^0$; в случае невыполнения ограничений по ТИП или ТЭП вернуться к шагу I.

Шаг IV. Вычисление значений векторов $\bar{D}_\mu^k$, $\bar{R}_{i0}^k$, $\bar{S}_0^k$, где μ — вариант реализации процедуры P_i , для всех значений элементов матрицы $|b_{\mu\nu}|$; количество вариантов $\mu = 1, 2$ опреде-

ляется из условия $\sum_{v=1}^m b_{v\alpha} > 1$; проверка условия $v < m$; если последнее условие выполняется, то присвоить $v = v + 1$ и вернуться к шагу II.

Шаг V. Определение усеченного допустимого плана возможных элементов Π^* , процедур $|P_{ij}|^*$ и векторов $\bar{D}_0^k, \bar{R}_{\alpha 0}^k, \bar{S}_0^k$, удовлетворяющих ограничениям $\bar{X}_1 = \bar{X}_1^0, \bar{X}_2 = \bar{X}_2^0, \sum_{i=1}^m b_{i\alpha} > 1$.

Шаг VI. $n = 1$; выбор n варианта структуры $\bar{S}_1^n \in \bar{S}_0^k, n = \overline{1, N}$ вычисление значений элементов P_{ij}^n , матрицы $|P_{ij}|_1^n$ для всех $\omega_i^n \in \bar{S}_1^n$; определение матрицы $|P_{ij}|_1^n$ процедур, где $\forall P_{ij}^n = 1$.

Шаг VII. Вычисление координат $d_i^n \in \bar{D}_0^k$; определение вектора $\bar{D}_1^n$, где $\forall d_i^n = 1$; оценка значений координат вектора $\bar{D}_1^n$ по ТЭП; вычисление показателя $\bar{x}_2^n = f_2(\bar{D}_1^n)$.

Шаг VIII. Определение k варианта структуры $\bar{S}_2^k$, где $n < k \leq N$, удовлетворяющего ограничению $F_2 = \min_{\bar{S}_2^k} F_2$; проверка условия $\forall \bar{P}_{ij}^{k\omega_i^n} \in \bar{D}_1^n$; если условие выполняется, перейти к шагу XI; если условие не выполняется — определить матрицу $|P_{ij}|_1^k$, где $\forall \bar{P}_{ij}^{k\omega_i^n} \in \bar{D}_1^n$.

Шаг IX. Вычисление координат $r_i^n \in \bar{R}_{\alpha 0}^k$; определение вектора $\bar{R}_{\alpha 2}^n$, где $\forall r_i^n = 1$; оценка значений координат вектора $\bar{R}_{\alpha 2}^n$ по ТИП; вычисление показателя $\bar{X}_1^n = f_1(\bar{R}_{\alpha 2}^n)$.

Шаг X. Определение k варианта структуры $\bar{S}_2^k$, где $\forall \bar{P}_{ij}^{k\omega_i^n} \rightarrow \exists \bar{R}_{\alpha 2}^k$, удовлетворяющего ограничениям $F_1 \min F_1$.

Шаг XI. Определение координат вектора $\bar{S}_2^k \in \bar{S}_1^k \cup \bar{S}_2^k$; проверка условия $n < N$; если условие выполняется, присвоить $n = n + 1$ и вернуться к шагу VI.

Шаг XII. Вычисление значений векторов $\bar{D}_2^k, \bar{R}_{\alpha 2}^k, \bar{S}_2^k$, показателей $\bar{X}_1^k, \bar{X}_2^k$, элементов $|P_{ij}|_k$ и значения целевой функции F , экстремального на усеченном допустимом плане возможных вариантов структур $\bar{S}_2^k$.

В действительности, приведенная выше схема реализации процесса структурного проектирования МВУ оказывается сильнее, чем формальная постановка задачи, потому что практически исключает неопределенность оценочных выражений (2), (4), повышает прогностическую точность (5). Однако чтобы эффективно использовать эти достоинства, необходимо обеспечить быструю сходимость моделирующего алгоритма и требуемую размерность

матриц $|P_{ij}|$, $|b_{ij}|$ и векторов $\bar{D}^k$, $\bar{R}^k$, $\bar{S}^k$. С этой целью можно применить метод аппаратной эмуляции на этапах: анализ базового множества возможных компонентов (шаг II); анализ вариантов возможных структур (шаги VII и VIII); анализ параметров окончательного варианта структуры (шаг XII). Метод

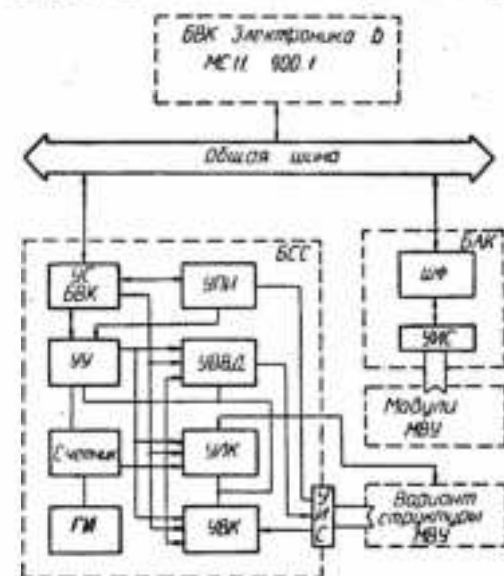
программной эмуляции применим на этапе анализа множества реализации процедур данного варианта структуры (шаги VI и IX).

Разработка КПАСП.

Рассмотренный вариант организации моделирующего алгоритма лежит в основе функционирования КПАСП МВУ, структурная схема которого показана на рисунке.

В ее состав входит следующее.

1. Базовый вычислительный комплекс (БВК) «Электроника В» МС 11900.1 на основе микроЭВМ «Электроника 60м». Предназначен для управления процессом струк-



Структурная схема КПАСП МВУ

турного проектирования в целом. Набор программ БВК обеспечивает: диалоговое взаимодействие с разработчиком; управление режимами; выполнение оптимизационных расчетов; хранение, ввод и вывод основной и вспомогательной информации.

2. Блок анализа компонентов (БАК). Предназначен для сопряжения программных средств БВК с компонентами проектируемого МВУ. В состав блока входят шинный формирователь (ШФ) и устройство индивидуального согласования (УИС) с конкретными модулями МП или СБИС. УИС содержит следующие элементы и схемы: интерфейсную схему формирования сигналов чтения и записи; регистры входных и выходных данных; память состояний и модулей емкостью $1 \text{ К} \times 16 \text{ р. слов}$; панель для установки модулей.

3. Блок синтеза структуры (БСС). Предназначен для сопряжения программных средств БВК с вариантом структуры проектируемого МВУ. Блок содержит следующие основные устройства: устройство согласования с ОШ БВК (УС БВК); устройство управления (УУ); устройство программной имитации

(УПИ); устройство выдачи временных диаграмм (УВВД); устройство логического контроля (УЛК); устройство временного контроля (УВК).

Цикл проектирования образуют три последовательно выполняющихся режима функционирования КПАСП, которые соответствуют трем этапам решения задачи построения оптимальной структуры МВУ.

В режиме «моделирование» реализуются шаги I—IV моделирующего алгоритма, в ходе которых управляющая программа БВК организует (с помощью БАК) обращение к компонентам проектируемого МВУ как к аппаратно-реализованной подпрограмме. Каждому модулю МП или СБИС соответствует файл данных с собственным именем. В этом режиме формируется следующая выходная информация: таблицы связей между допустимыми модулями; таблицы допустимых внутренних состояний модулей; перечень реализуемых процедур; перечень входов и выходов.

В режиме «подготовка» на основе результатов, полученных в режимах «моделирование» и «контроль», разработчик с помощью программных средств БВК осуществляет автоматизированный поиск допустимых вариантов структур (шаги V, VI) и окончательного варианта (шаги X—XIII). Режим обеспечивает выполнение следующих основных функций: ввод и корректировка исходных данных; выполнение оптимизационных расчетов; оперативное отображение и корректировка результатов; хранение и документирование.

В режиме «контроль» производится автоматический контроль логических и временных параметров и вычисление характеристик заданного варианта структуры (шаги VII и IX). Режим выполняется средствами БСС, которые обеспечивают: загрузку регистров и ОЗУ варианта; контроль состояний регистров и ОЗУ варианта; имитацию временной диаграммы на входах варианта; контроль кодов совпадения; формирование и выдачу запросов на прерывание от схемы контроля кодов совпадения с записью ситуации в БВК.

Основные технические характеристики КПАСП МВУ: объем управляющей программы моделирующего алгоритма — 10к; объем программы диалогового взаимодействия — 7к; дискретность моделирования сигналов не хуже 1 мкс; максимальное число входов кода совпадения — 16; число моделирующих каналов — до 32.

Применение КПАСП для моделирования МВУ на базе МП К589 позволило сократить затраты памяти в 5 раз, увеличить быстродействие и точность моделирования в 7 и 5 раз по сравнению с программным моделированием на мини-ЭВМ «Электроника 100-25».

Список литературы: 1. Смолов В. Б., Шумилов Л. А., Новоселов В. В. Имитационно-натурный подход к моделированию цифровых устройств на БИС.— Электронное моделирование, 1981, № 2, с. 17—21. 2. Дмитриенко Л. Л., Калмыш В. П. Формализация структурного проектирования технических средств диагностирования.— АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 68, с. 63—71. 3. Саати Т. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы.— М.: Мир, 1973.— 302 с.

Поступила в редакцию 15.05.84.

УДК 621.311.1

В. П. ГЛУЩЕНКО, канд. техн. наук,
С. Ф. АРТЮХ, канд. техн. наук

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ДВУХ СТАНЦИЙ И ПРОМЕЖУТОЧНЫХ НАГРУЗОК

При создании высокоманевренных генерирующих узлов энергосистемы, требующих минимальных капиталовложений при строительстве, используются энергокомплексы, состоящие из ряда разнородных электростанций, например АЭС+ГАЭС+ГЭС. Создание таких энергокомплексов требует решения ряда научных и технических проблем. Одна из них — проблема устойчивой работы разнородных станций энергокомплекса.

Статическая и динамическая устойчивость — это основное требование надежной и бесперебойной работы электрических систем. Устойчивость поддерживается средствами автоматики, устанавливающими соответствие генерируемых и потребляемых мощностей таким образом, при котором выполняются требования, предъявляемые к параметрам электрической энергии, получаемой потребителями. Построение и функционирование систем регулирования основано на данных непрерывного потока информации о состоянии регулируемых объектов, которое зависит от режимов работы, а также от условий перехода из одного в другой установившийся режим.

Для эффективного оперативного регулирования необходимо располагать наиболее полной информацией о возможных состояниях регулируемого объекта при различного рода возмущениях.

Здесь рассматриваются режимы работы энергокомплекса, состоящего из двух разнородных станций (например, АЭС и ГЭС или ТЭЦ и ГАЭС), на обобщенную нагрузку при действии на энергокомплекс возмущений с произвольными начальными условиями. Исходя из дифференциальных уравнений, для каждой электрической станции в отдельности устанавливается математическая модель системы и проводится исследование областей возможных состояний на основании аналитических зависимостей, вытекающих из построенной математической модели.

Устанавливаются аналитические зависимости, которые могут служить критерием для определения возможного состояния энергокомплекса в зависимости от начальных условий, параметров и характеристик воздействия.

Согласно работе [1], изменение электрической мощности, отдаваемой генераторами станции, или их механической мощности с учетом демферных моментов описывается обыкновенным дифференциальным уравнением относительно угла расхождения вектора э. д. с. станции и вектора некоторого напряжения, принимаемого за базисное.

Для первой станции

$$T_{j1} \frac{d^2 \delta_{j1}}{dt^2} + P_{d1} \frac{d \delta_{j1}}{dt} = P_{\max 1} - E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} - E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}). \quad (1)$$

Для второй станции

$$T_{j2} \frac{d^2 \delta_{j2}}{dt^2} + P_{d2} \frac{d \delta_{j2}}{dt} = P_{\max 2} - E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}), \quad (2)$$

T_{j1} , T_{j2} , P_{d1} , P_{d2} , $P_{\max 1}$, $P_{\max 2}$, E_1 , E_2 — коэффициенты, характеризующие соответственно инерцию роторов, диссипативные силы, мощности на валах турбин и э. д. с. на шинах первой и второй станций; y_{11} , y_{12} , y_{22} , α_{11} , α_{12} , α_{22} — собственные и взаимные проводимости и углы собственных и взаимных проводимостей, характеризующих нагрузку.

Из уравнений (1), (2) после преобразований получаем нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно δ_{12} — угла взаимного расхождения векторов э. д. с. первой и второй станции. Это уравнение используется для исследования устойчивости рассматриваемого энергокомплекса

$$\frac{d^2 \delta_{12}}{dt^2} + c \frac{d \delta_{12}}{dt} + a_1 \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + a_2 \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}) = b, \quad (3)$$

где

$$a_1 = \frac{E_1 E_2}{T_{j1}} y_{12}; \quad a_2 = \frac{E_1 E_2}{T_{j2}} y_{12}; \quad c = \frac{P_{d1}}{T_{j1}} = \frac{P_{d2}}{T_{j2}}; \\ b = \frac{P_{\max 1} - E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11}}{T_{j1}} - \frac{P_{\max 2} - E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22}}{T_{j2}}. \quad (4)$$

Уравнение (3) может быть записано в более простой форме:

$$\frac{d^2 \delta_{12}}{dt^2} + c \frac{d \delta_{12}}{dt} + A \sin (\delta_{12} + \varphi) = b, \quad (5)$$

где

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2(\cos^2\alpha_{12} - \sin^2\alpha_{12})},$$

$$\varphi = \arctg \left[\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \operatorname{tg} \alpha_{12} \right]. \quad (6)$$

Используя в уравнении (5) подстановку $\delta_{12} + \varphi = \delta$, получаем нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение, которое использовалось при исследовании устойчивой работы генераторных систем [2—4].

Исследование устойчивости системы, состоящей из двух станций и промежуточных нагрузок, сводится к изучению поведения решений нелинейного дифференциального уравнения (3) или (5) в зависимости от характеристик воздействия, параметров и начальных условий. Точное решение уравнения (3) или (5) неизвестно, поэтому при изучении поведения физических систем, описываемых этими уравнениями, используется метод фазовой плоскости либо асимптотические методы.

Если положить $\alpha = \delta'_{12}$, то равенство для изоклин согласно (3), (5) примет вид

$$\frac{d\alpha}{d\delta_{12}} = \frac{b - c\alpha - a_1 \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) - a_2 \sin(\delta_{12} + \alpha_{12})}{\alpha} =$$

$$= \frac{b - c\alpha - A \sin(\delta_{12} + \varphi)}{\alpha}. \quad (7)$$

При помощи выражения (7) строятся интегральные кривые и определяются координаты особых точек. Для неавтономной консервативной системы ($C = 0$) уравнения (3), (5) интегрируются до первой производной. Уравнение для интегральных кривых имеет следующий вид:

$$\alpha = \pm \sqrt{2} \sqrt{a_1 \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) + a_2 \cos(\delta_{12} + \alpha_{12}) + b\delta_{12} + c_1} =$$

$$= \pm \sqrt{2} \sqrt{A \cos(\delta_{12} + \varphi) + b\delta_{12} + C_1}. \quad (8)$$

В уравнении (8) постоянная интегрирования C_1 определяется исходя из начальных условий $\delta_{12}(0)$, $\delta'_{12}(0)$:

$$C_1 = 0,5 [\delta'_{12}(0)]^2 - a_1 \cos[\delta_{12}(0) - \alpha_{12}] - a_2 \cos[\delta_{12}(0) + \alpha_{12}] - b\delta_{12}(0) = 0,5 [\delta'_{12}(0)]^2 - A \cos[\delta_{12}(0) + \varphi] - b\delta_{12}(0). \quad (9)$$

Рассмотрим неавтономную консервативную систему, т. е. в уравнениях (3), (5) коэффициент, характеризующий диссипативные силы, равен нулю. Назовем состоянием первого рода такой режим, при котором угол δ_{12} после возмущения (во время переходного процесса) не изменяется больше, чем на 2π . Если угол после возмущения (во время переходного процесса)

изменяется на величину, большую 2π ($n=1, 2, 3, \dots$), тогда такой режим будем называть состоянием второго рода.

Интегральные кривые, построенные при помощи уравнения (7) ($C=0$) или (8) и начальных условий, лежащих в области петли сепаратрисы, описывают замкнутые траектории, не охватывающие фазовый цилиндр, лежат полностью в фазовой плоскости, т. е. представляют собой периодическое движение — состояние первого рода. Кривые, построенные исходя из начальных условий, лежащих вне области петли сепаратрисы, охватывают, но не замыкаются на фазовом цилиндре, т. е. представляют собой неограниченное движение — состояние второго рода. На рис. 1 представлены интегральные кривые, построенные по уравнению (7) ($C=0$) или (8). Область начальных условий, охватываемая петлей сепаратрисы, заштрихована.

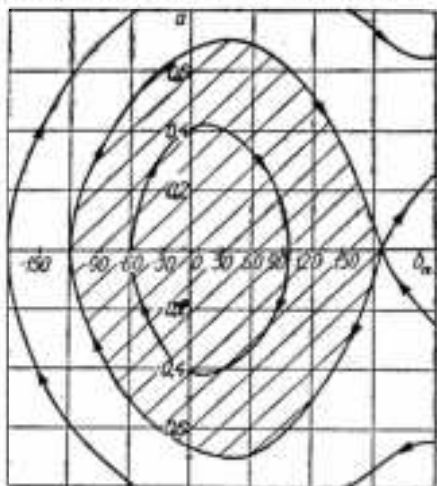


Рис. 1. Фазовая плоскость для неавтономной консервативной системы

Рассмотрим неавтономную неконсервативную систему в уравнениях (3), (5) ($C \neq 0$). При наличии диссипативных сил начальные условия, лежащие в области, охватываемой петлей сепаратрисы для неавтономной консервативной системы, приводят к затухающему периодическому движению [2—4], причем угол δ_{12} при своем изменении не превышает 2π . Если начальные условия лежат в области, не охватываемой петлей сепаратрисы для неавтономной консервативной системы, тогда возможны случаи, когда при своем движении угол δ_{12} изменяется на величину, большую 2π .

Поведение системы для области начальных условий вне петли сепаратрисы зависит от величины диссипативных сил. На рис. 2 представлены интегральные кривые, построенные по уравнению (7) ($C \neq 0$).

Исходя из приведенных выше рассуждений, открывается возможность к установлению аналитического критерия, при помощи которого устанавливаются области состояний первого или второго рода в зависимости от начальных условий, параметров и характеристик воздействия для энергокомплекса, состоящего из двух разнородных электрических станций и промежуточных нагрузок.

Пусть $\delta_{12}(0)$ — координата особой точки типа «седло» неавтономной консервативной системы, определенная при помощи уравнения (7). Тогда интегральная кривая, представляющая собой сепаратрису, определяется уравнением (8) при условии, что постоянная интегрирования вычисляется при помощи координат особой точки типа «седло». Из ранее изложенного выте-



Рис. 2. Фазовая плоскость для неавтономной системы с учетом диссипативных сил

кает, что область начальных условий, приводящих неавтономную неконсервативную систему к состоянию первого рода, должна удовлетворять неравенству

$$\begin{aligned} \alpha^2 - 2[a_1 \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) + a_2 \cos(\delta_{12} + \alpha_{12}) + b\delta_{12} + C_1] &< 0; \\ \alpha^2 - 2[A \cos(\delta_{12} + \varphi) + b\delta_{12} + C_1] &< 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Область начальных условий, приводящая систему к состоянию первого рода, на рис. 1, 2 заштрихована.

Аналогично, область начальных условий, приводящих неавтономную неконсервативную систему к состоянию второго рода, удовлетворяет неравенству

$$\begin{aligned} \alpha^2 - 2[a_1 \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) + a_2 \cos(\delta_{12} + \alpha_{12}) + b\delta_{12} + C_1] &> 0; \\ \alpha^2 - 2[A \cos(\delta_{12} + \varphi) + b\delta_{12} + C_1] &> 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Критерии (10), (11) могут быть использованы при определении влияния начальных условий на протекание переходных процессов в рассматриваемой системе.

Согласно проведенным исследованиям можно сделать вывод, что если система удовлетворяет условиям состояния первого рода, то она статически и динамически устойчива.

Список литературы: 1. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в физических системах. — М.: Высш. шк., 1978. — 414 с. 2. Артох С. Ф., Глуценко В. П. Области состояний нерегулируемой генераторной системы. — В кн.: Пробл. преобразоват. техники. К., 1979, с. 218—221. 3. Артох С. Ф., Глуценко В. П. Определение областей устойчивой работы генераторных систем при помощи интегральных кривых. — АСУ и приборы автоматики, 1981, вып. 60, с. 113—119.

Поступила в редакцию 02.11.82.

УДК 681.335.813(088.8)

В. Я. ДРЕМЛЮГА, канд. техн. наук,
И. С. МАСЛОВ, канд. техн. наук

ПОСТРОЕНИЕ ЛОГАРИФИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ОТНОШЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Проблема создания надежных высокочувствительных и точных логарифмических преобразователей является актуальной.

При построении логарифмических преобразователей либо используют диодно-резисторные (транзисторные) звенья в цепи отрицательной обратной связи операционных усилителей, либо осуществляют инвертирование экспоненциального сигнала, формируемого с помощью $RC(LC)$ -цепочек [1—3].

Указанные методы имеют ряд существенных недостатков: а) преобразователи на основе операционных усилителей имеют сравнительно большую погрешность преобразования, вызванную такими факторами, как дрейф нуля, температурная зависимость, отклонение от логарифмического закона изменения параметров логарифмических элементов и т. п.;

б) преобразователи, основанные на формировании экспоненциальных сигналов, осуществляют преобразование только на одном участке логарифмической характеристики, имеют большой разброс выходных показаний при равенстве входных напряжений и др.

Сложность схемного решения, а также необходимость использования цифровых приборов на выходе таких преобразователей ограничивает область их применения.

Рассмотрим возможность построения аналогового логарифмического преобразователя отношения напряжений, основанного на использовании последовательности импульсов фиксированной частоты (рис. 1, а). Принцип работы такого преобразователя заключается в следующем.

Одно из входных напряжений U_1 коммутируется ключом K_1 , управляемым прямоугольными импульсами стабильной частоты генератора прямоугольных импульсов ГПИ. Выходное напряжение ключа K_1 представляет собой экспоненциальные импульсы с амплитудой U_1 , формирующиеся на RC -цепочке. Напряжение на выходе RC -цепочки, сопротивление R и емкость C которой выбраны стабильными, изменяется по закону

$$U = U_1 t - \frac{t^2}{RC}. \quad (1)$$

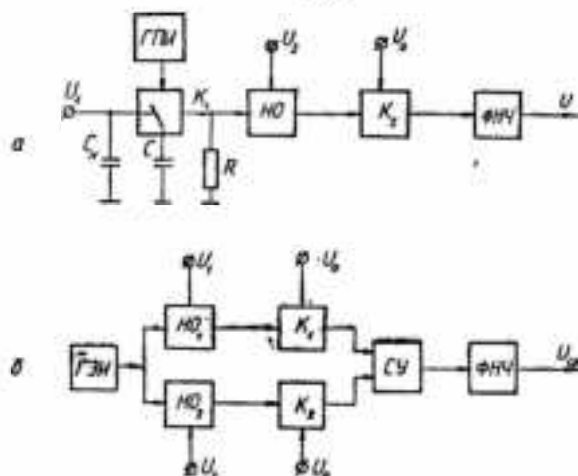


Рис. 1. Блок-схемы логарифмических преобразователей, основанных на использовании экспоненциальных импульсов

Напряжение U сравнивается на нуль-органе со вторым входным напряжением U_2 . В момент их равенства формируется импульс, который управляет ключом K_2 . Длительность этого импульса определяется из равенства

$$U_2 = U = U_1 t - \frac{t^2}{RC}, \quad (2)$$

отсюда

$$t = RC \ln \frac{U_1}{U_2}.$$

Ключ K_2 формирует импульсы со стабильной амплитудой U_0 из опорного напряжения U_0 . Среднее значение выходного напряжения ключа K_2 , которое выделяется фильтром нижних частот ФНЧ, равно

$$U_{\text{ср}} = U_0 \frac{t}{T} = U_0 f RC \ln \frac{U_1}{U_2}, \quad (3)$$

где $f = \frac{1}{T}$ — частота следования импульсов.

Чтобы уменьшить влияние выходного сопротивления источника напряжения U_1 на точность преобразования, на входе ключа K_1 включен накопительный конденсатор C_n , емкость которого значительно больше емкости C .

Рассмотренный логарифмический преобразователь позволяет работать только на одной ветви выходной характеристики, т. е. при $\frac{U_1}{U_2} > 1$.

Этот недостаток устраняется в преобразователе, который построен на основе использования экспоненциальных импульсов вспомогательного генератора. Схема такого логарифмического преобразователя представлена на рис. 1, б.

Выходное напряжение генератора экспоненциальных импульсов

$$U = U_s e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4)$$

где τ — постоянная времени формирующей цепи генератора ГЭИ, сравнивается на нуль-органах HO_1 и HO_2 со входными напряжениями U_1 и U_2 . В моменты их равенства формируются импульсы длительностью t_1 и t_2 , т. е.

$$U_1 = U_s e^{-\frac{t_1}{\tau}}; \quad U_2 = U_s e^{-\frac{t_2}{\tau}}, \quad (5)$$

или $t_1 = \tau (\ln U_s - \ln U_1)$; $t_2 = \tau (\ln U_s - \ln U_2)$.

Эти импульсы управляют ключами K_1 , K_2 , которые, коммутируя постоянные напряжения U_0 и $-U_0$, формируют импульсные напряжения стабильной амплитуды. Выходные напряжения ключей K_1 , K_2 суммируются на суммирующем устройстве СУ. Затем с помощью фильтра нижних частот ФНЧ выделяется из полученного напряжения постоянная составляющая: $U_{cp} = U_{cp1} + U_{cp2}$ или с учетом выражения (3), (5)

$$\begin{aligned} U_{cp} &= U_0 q \tau (\ln U_s - \ln U_1) + U_0 q \tau (\ln U_s - \ln U_2) = \\ &= U_0 q \tau \ln \frac{U_1}{U_2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где U_{cp1} , U_{cp2} — постоянные составляющие выходные напряжения ключей K_1 , K_2 .

Таким образом, выходное напряжение U_{cp} данного логарифмического преобразователя не зависит от амплитуды U_s экспоненциальных импульсов ГЭИ и может принимать как положительные (при $\frac{U_1}{U_2} > 1$), так и отрицательные (при $\frac{U_1}{U_2} < 1$) значения.

Выходная характеристика такого логарифматора проходит через нулевые значения (при $\frac{U_1}{U_2} = 1$), асимптотически приближаясь к оси ординат (U_{cp} при $\frac{U_1}{U_2} = 0$).

Суммарная погрешность рассмотренных преобразователей зависит от стабильности частоты генераторов ГПИ и ГЭИ, опорного напряжения U_0 , постоянных времени (C и R), а также от чувствительности и стабильности нуль-органов. При применении стабильных элементов погрешность таких преобразователей может быть снижена до 0,1—0,3 %, если изменить отношение входных напряжений в 100 раз.

Рассмотренные преобразователи можно использовать и в более широком динамическом диапазоне, если разделить (усилить) одно из входных напряжений, а затем к выходному сигналу преобразователя прибавить (вычесть) постоянное напряжение, равное логарифму коэффициента деления (усиления).

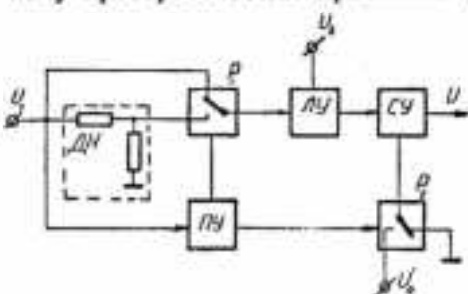


Рис. 2. Блок-схема логарифмического преобразователя, предназначенного для работы в широком динамическом диапазоне входных напряжений

Действительно, выражение (6) можно представить в виде

$$\begin{aligned} U_{ср} &= U_0 S \ln \frac{nU_1}{nU_2} = \\ &= U_0 S \ln \frac{nU_1}{U_2} - U_0 S \ln n = \\ &= U_0 S \ln \frac{U_1}{nU_2} + U_0 S \ln n \end{aligned}$$

или

$$U_{ср} = U_0 S \ln \frac{nU_1}{U_2} - U_0^1 = U_0 S \ln \frac{U_1}{nU_2} + U_0^1, \quad (7)$$

где n — коэффициент деления или усиления входных напряжений; $S = f\tau = fRC$ — коэффициент преобразования.

Одна из возможных схем логарифмического преобразователя, основанного на этом принципе, показана на рис. 2.

При увеличении входного напряжения U_1 , превышающего пределы преобразования логарифмического устройства ЛУ, срабатывает пороговое устройство ПУ, которое одновременно переключает реле $P1$ и $P2$. При этом напряжение U_1 делится n раз делителем напряжения ДН, а на один из входов суммирующего устройства СУ, включенного после ЛУ, подается опорное напряжение U_0^1 .

Аналогичным способом можно увеличить динамический диапазон изменения входного напряжения U_2 .

В заключение необходимо отметить, что данный логарифмический преобразователь позволяет значительно увеличить динамический диапазон напряжений (более 80 дБ) при достаточно высокой точности преобразования (погрешность преобразования при применении стабильных элементов делителей напряжения ДН и стабильного опорного напряжения U_0^1 не превышает 0,1—0,3 %).

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

1. Логарифмические преобразователи, построенные на основе использования последовательности импульсов фиксированной частоты, позволяют повысить точность и стабильность преобразования путей усреднения по времени выходных сигналов нуль-органов.

2. Использование экспоненциальных импульсов отдельного генератора дает возможность строить логарифмические преобразователи, выходные напряжения которых в зависимости от отношения входных напряжений могут принимать положительное, отрицательное или нулевое значение при отсутствии каких-либо сбоев.

3. Деление (усиление) входных напряжений с последующим суммированием (вычитанием) на выходе логарифмируемого устройства опорного напряжения, равного логарифму коэффициента деления (усиления), позволяет значительно расширить динамический диапазон входных напряжений без заметного снижения точности преобразования.

Список литературы: 1. Минеев Ю. В., Александров Л. С. Логарифмическое преобразование сигналов при помощи транзисторов. — Приборы и техника эксперимента, 1968, № 3, с. 57. 2. Кадук Б. Г., Краченко А. А., Рудковский С. Н., Зборовский Г. А. Науч. тр. ВНИМАП, 1973, вып. 3, с. 113. 3. Пат. 47—11674 (Япония). Логарифмическое операционное устройство / Оpubл. 12.04.72.

Поступила в редакцию 21.12.83.

УДК 681.3

*В. Н. ЧУРКИН, канд. техн. наук,
С. Б. МАКАРОВ*

О РАСШИРЕНИИ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА АНАЛИЗА МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С БЛОКИРОВКАМИ

При моделировании процессов функционирования ЭВМ и вычислительных систем применяется аппарат теории массового обслуживания.

При наличии нескольких последовательных этапов обработки информации (в различных ЭВМ распределенной системы, устройствах ЭВМ, на разных ступенях при конвейерной организации процессора) используют в качестве моделей многофазные системы массового обслуживания (СМО). Конечная емкость накопителей приводит к рассмотрению многофазных СМО с отказами и блокировками обслуживающих приборов. Широкий класс подобных СМО образуют системы, функционирование которых может быть описано марковским процессом с дискретным пространством состояний. Необходимость решать системы

уравнений большой размерности делает невозможным использование точных методов для анализа подобных систем.

В работах [1, 2] предложены приближенные методы, основанные на декомпозиции исходной многофазной СМО. При этом потоки требований, поступающих в СМО, предполагаются простейшими, а времена обслуживания в приборах фаз — экспоненциально распределенными случайными величинами. Последнее предположение ограничивает использование методов в том случае, когда аппроксимация реальных распределений времен обслуживания экспоненциальными может привести к большим погрешностям при определении характеристик системы. Более точные результаты в ряде случаев могут быть получены при аппроксимации распределения времени обслуживания распределением Эрланга k -го порядка или гиперэкспоненциальным распределением r -го порядка. Например, коэффициенты вариации для распределений времен центрального процессора в основном лежат в интервале от 3 до 10, а для распределений времен ввода-вывода — меньше 1 [3].

В связи с этим возникает задача распространения принципа декомпозиции на анализ многофазных СМО, содержащих в общем случае приборы с экспоненциальным, Эрланга k -го порядка и гиперэкспоненциальным r -го порядка распределениями времен обслуживания.

Метод, изложенный в [2], позволяет получать более точные результаты. Поэтому целесообразно рассмотреть декомпозицию исходной многофазной СМО на двухфазные подсистемы таким образом, чтобы в одну подсистему входили фазы $(j-1)$ -я и j -я ($j = 2, N-2$, где N — общее количество фаз многофазной СМО), а в следующую — j -я и $(j+1)$ -я. Это позволяет по результатам анализа подсистемы $(j-1, j)$ определить интенсивность эквивалентного потока $\alpha_j(v_j)$, поступающего на фазу j и зависящего от ее состояния v_j , и интенсивность эквивалентного потока обслуживаний $\beta_{j-1}(v_{j-1})$ в фазе $(j-1)$, зависящего от ее состояния v_{j-1} , а по результатам анализа подсистемы $(j, j+1)$ — соответственно $\alpha_{j+1}(v_{j+1})$ и $\beta_j(v_j)$.

Для случая экспоненциального распределения времени обслуживания в обоих приборах анализируемой подсистемы в работе [2] получены следующие выражения для расчета $\alpha_{j+1}(\xi_{j+1})$ и $\beta_j(\xi_j)$: $\alpha_{j+1}(\xi_{j+1}) = [1 - P(\xi_j = 0/\xi_{j+1})] \mu_j$; $\beta_j(\xi_j) = [1 - P(\xi_{j+1} = l_{j+1} + 1/\xi_j)] \mu_j$, где μ_j — интенсивность обслуживания в приборе j -й фазы, не зависящая от состояния системы; l_{j+1} — емкость буфера перед $(j+1)$ -й фазой (далее буфер фазы считается принадлежащим данной фазе); ξ_j, ξ_{j+1} — состояние j и $(j+1)$ -й фаз соответственно, определяемые количеством требований, находящихся в фазе; $P(\xi_j = 0/\xi_{j+1})$ — вероятность нулевого состояния j -й фазы при условии, что фаза $(j+1)$ находится в состоянии ξ_{j+1} ; $P(\xi_{j+1} = l_{j+1} + 1/\xi_j)$ — вероятность $(l_{j+1} + 1)$ состояния $(j+1)$ -й фазы, при условии, что фаза j находится в состоянии ξ_j .

Условные вероятности определяются из вероятностей состояний рассматриваемой подсистемы, исходя из правила умножения вероятностей, например для $P(\xi_i = 0/\xi_{i+1})$:

$$P(\xi_i = 0/\xi_{i+1}) = \frac{P(\xi_i = 0, \xi_{i+1})}{\sum_{\xi_i} P(\xi_i, \xi_{i+1})}. \quad (1)$$

Введем следующие обозначения для характеристики распределений времен обслуживания в приборах: M — экспоненциальное, E_k — распределение Эрланга k -го порядка, H_r — гиперэкспоненциальное r -го порядка.

При анализе двухфазной подсистемы в общем случае могут встретиться любые комбинации распределений времен обслуживания в приборах фаз, например $M-M$, $M-E_k$, E_k-H_r , H_r-M и т. д. Чтобы использовать принцип декомпозиции при анализе многофазной СМО общего вида, необходимо получить выражения для расчета интенсивностей эквивалентных потоков $\alpha_{j+1}(\nu_{j+1})$, $\beta_j(\nu_j)$ для любых комбинаций типов распределений времен обслуживания в приборах фаз.

Общая методика получения этих выражений включает в себя следующие основные этапы.

1. Процесс функционирования многофазной СМО, включающей в свой состав две расположенные одна за другой без перекрытия подсистемы указанного типа, например для $E_k-H_r, \dots, E_k-H_r-E_k-H_r, \dots$, сводится к марковскому.

2. Описание марковского процесса, протекающего в многофазной СМО с помощью системы дифференциальных уравнений или (при наличии стационарного режима работы) системы линейных алгебраических уравнений.

3. Получение системы уравнений, описывающей функционирование двухфазной подсистемы, включающей вторую фазу первой из рассматриваемых подсистем и первую фазу второй. Для рассмотренного в п. 1 примера это подсистема H_r-E_k . Систему уравнений получаем путем суммирования всех уравнений системы, полученной при выполнении п. 2, соответствующих каждому конкретному состоянию выбранной подсистемы.

4. Описание с помощью системы уравнений процесса функционирования независимой двухфазной СМО, эквивалентной по параметрам рассматриваемой подсистеме.

5. Определение выражений для интенсивностей эквивалентных потоков путем сравнения систем уравнений, полученных в результате выполнения п. 3 и 4. Введение упрощающего предположения о зависимости интенсивности эквивалентного входящего потока только от состояния первой фазы подсистемы и предыдущей фазы многофазной СМО, а интенсивности эквивалентного потока обслуживаний во второй фазе подсистемы — только от состояния данной фазы и последующей фазы многофазной СМО.

6. Обобщение полученных результатов.

Проиллюстрируем применение методики на примере определения выражений для расчета интенсивностей эквивалентных потоков по результатам анализа подсистемы $E_{k_j} - E_{k_{j+1}}$. Для этого рассмотрим N -фазную СМО. Каждая фаза имеет буфер конечной емкости l_i ($i = \overline{1, N}$). На вход СМО поступает простейший поток требований с интенсивностью λ . Времена обслуживания требований в приборах имеют нормированное распределение Эрланга k_i -го порядка с математическим ожиданием $1/\mu_i$. Пусть в составе многофазной СМО имеется подсистема $E_{k_j} - E_{k_{j+1}}$, а следующая подсистема $E_{k_{j+2}} - E_{k_{j+3}}$ ($j = \overline{1, N-3}$) идентична ей по параметрам.

Для данной СМО существует стационарный режим работы. Если под состоянием СМО понимать вектор $\bar{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_N)$, где ξ_i — количество требований, находящихся в каждой фазе, то очевидно, что процесс изменения состояний СМО не марковский. Для сведения его к марковскому воспользуемся методом этапов, т. е. будем рассматривать каждый прибор состоящим из k_i этапов с экспоненциальным распределением времени обслуживания и интенсивностью μ_i . При этом обслуживание на свободных этапах не производится, если хотя бы на одном из этапов данной фазы обслуживается требование. Состояние системы в произвольный момент времени будем описывать вектором $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N)$, где v_i — число этапов, через которые должны пройти все находящиеся в фазе i требования до окончания обслуживания в данной фазе (v_i принимает значения от 0 до $k_i(l_i + 1)$).

Марковский процесс смены состояний СМО можно описать следующей системой линейных алгебраических уравнений:

$$\left[(1 - \delta_{v_1, m_1}) \lambda + \sum_{l=1}^{N-1} (1 - \delta_{v_l, 0}) (1 - \delta_{v_{l+1}, m_{l+1}}) \mu_l + (1 - \delta_{v_N, 0}) \times \right. \\ \left. \times \mu_N \right] \cdot P(v_1, v_2, \dots, v_N) = (1 - \delta_{v_1, k_1}) \cdot \lambda \cdot P(v_1 - k_1, v_2, \dots, v_N) + \\ + (1 - \delta_{v_2, k_2}) \cdot (1 - \delta_{v_1, k_1(l_1+1)}) \cdot \mu_1 P(v_1 + 1, v_2 - k_2, v_3, \dots, v_N) + \dots + \\ + (1 - \delta_{v_N, k_N}) \cdot (1 - \delta_{v_{N-1}, k_{N-1}(l_{N-1}+1)}) \mu_{N-1} P(v_1, \dots, v_{N-2}, v_{N-1} + \\ + 1, v_N - k_N) + (1 - \delta_{v_N, k_N(l_N+1)}) \mu_N P(v_1, \dots, v_{N-1}, v_{N+1}), \quad (2)$$

где $\delta_{i,j}$ — символ Кронекера ($\delta_{i,j} = 1$ при $i = j$, иначе $\delta_{i,j} = 0$); m_i — любое из блокирующих $(i-1)$ -ю фазу состояний i -й фазы

$$(m_i = \overline{(k_i l_i + 1), k_i (l_i + 1)});$$

k_i — любое состояние i -й фазы от 0 до $k_i - 1$.

Рассмотрим в составе данной СМО подсистему $(j+1, j+2)$. Для получения системы уравнений, описывающей функционирование выбранной подсистемы в составе многофазной СМО, просуммируем

все уравнения (2), вектор состояния в левой части которых включает в себя одинаковые значения переменных v_{l+1} , v_{l+2} . Запишем получившуюся систему уравнений в общем виде:

$$\begin{aligned} & (1 - \delta_{v_{l+1}, m_{l+1}}) \mu_l \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = k_l g_l + 1, v_{l+1}, v_{l+2}) + \\ & + (1 - \delta_{v_{l+1}, 0}) \{ (1 - \delta_{v_{l+2}, m_{l+2}}) \mu_{l+1} P(v_{l+1}, v_{l+2}) + (1 - \delta_{v_{l+2}, 0}) \times \\ & \times \mu_{l+2} \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+1}, v_{l+2}, v_{l+3}) = (1 - \delta_{v_{l+1}, m_{l+1}}) \mu_l \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = \\ & = k_l g_l + 1, v_{l+1} - k_{l+1}, v_{l+2}) + (1 - \delta_{v_{l+2}, k_{l+2}}) \cdot \{ (1 - \\ & - \delta_{v_{l+1}, k_{l+1}(l_{l+1}+1)}) \mu_{l+1} P(v_{l+1} + 1, v_{l+2} - k_{l+2}) + \\ & + (1 - \delta_{v_{l+2}, k_{l+2}(l_{l+2}+1)}) \mu_{l+2} \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+1}, v_{l+2} + 1, v_{l+3}). \end{aligned} \quad (3)$$

Используя правило умножения вероятностей, запишем суммы, входящие в систему:

$$\begin{aligned} & \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = k_l g_l + 1, v_{l+1}, v_{l+2}) = P(v_{l+1}, v_{l+2}) \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v = \\ & = k_l g_l + 1 | v_{l+1}, v_{l+2}); \\ & \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+1}, v_{l+2}, v_{l+3}) = P(v_{l+1}, v_{l+2}) \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+3} | v_{l+1}, v_{l+2}); \\ & \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = k_l g_l + 1, v_{l+1} - k_{l+1}, v_{l+2}) = P(v_{l+1} - k_{l+1}, v_{l+2}) \times \\ & \times \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = k_l g_l + 1 | v_{l+1} - k_{l+1}, v_{l+2}); \\ & \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+1}, v_{l+2} + 1, v_{l+3}) = P(v_{l+1}, v_{l+2} + 1) \times \\ & \times \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+3} | v_{l+2} + 1, v_{l+1}). \end{aligned} \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_{l+1}(v_{l+1}) &= \mu_l \sum_{g_l=0}^{l_l} P(v_l = k_l g_l + 1 | v_{l+1}, v_{l+2}), \\ \beta_{l+2}(v_{l+2}) &= \mu_{l+2} \sum_{v_{l+3}=0}^{k_{l+3} l_{l+3}} P(v_{l+3} | v_{l+1}, v_{l+2}). \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом (4) и (5) система уравнений (3) примет вид

$$\begin{aligned} & (1 - \delta_{v_{j+1}, m_{j+1}}) P(v_{j+1}, v_{j+2}) a_{j+1}(v_{j+1}) + (1 - \delta_{v_{j+1}, 0}) \times \\ & \times [1 - \delta_{v_{j+2}, m_{j+2}}] P(v_{j+1}, v_{j+2}) \beta_{j+1} + (1 - \delta_{v_{j+2}, 0}) P(v_{j+1}, v_{j+2}) \times \\ & \times \beta_{j+2}(v_{j+2}) = (1 - \delta_{v_{j+1}, k_{j+1}}) P(v_{j+1} - k_{j+1}, v_{j+2}) \times \\ & \times a_{j+1}(v_{j+1} - k_{j+1}) + (1 - \delta_{v_{j+2}, k_{j+2}}) (1 - \delta_{v_{j+1}, k_{j+1}(j_{j+1}+1)}) \times \\ & \times P(v_{j+1} + 1, v_{j+2} - k_{j+2}) \beta_{j+1} + (1 - \delta_{v_{j+2}, k_{j+2}(j_{j+2}+1)}) \times \\ & \times P(v_{j+1}, v_{j+2} + 1) \beta_{j+2}(v_{j+2} + 1). \end{aligned}$$

Но такая же система уравнений описывает марковский процесс, протекающий в независимой двухфазной СМО, на которую поступает поток требований, зависящий от состояния первой фазы, а интенсивность обслуживаний во второй фазе зависит от состояния этой фазы. Значит, выражения (5) определяют соответствующие интенсивности потоков в подсистеме $(j, j+1)$.

Введем упрощающие предположения:

$$\begin{aligned} a_{j+1}(v_{j+1}) &= \mu_j \sum_{g_j=0}^{l_j} P(v_j = k_j g_j + 1/v_{j+1}); \\ \beta_{j+2}(v_{j+2}) &= \mu_{j+2} \sum_{v_{j+3}=0}^{k_{j+2} j_{j+2}} P(v_{j+3}/v_{j+2}). \end{aligned}$$

Тогда, учитывая идентичность подсистем $(j, j+1)$ и $(j+2, j+3)$, можно сделать вывод, что с учетом (1) по результатам анализа подсистемы $(j, j+1)$ определяются интенсивности эквивалентных потоков:

$$\begin{aligned} a_{j+1}(v_{j+1}) &= \mu_j \sum_{g_j=0}^{l_j} P(v_j = k_j g_j + 1/v_{j+1}); \\ \beta_j(v_j) &= \mu_j \sum_{v_{j+1}=0}^{k_{j+1} j_{j+1}} P(v_{j+1}/v_j). \end{aligned}$$

Эти выражения можно использовать для расчета интенсивностей эквивалентных потоков, если в составе многофазной СМО имеются подсистемы типа $E_{k_j} - E_{k_{j+1}}$ ($j = \overline{1, N-1}$).

Аналогично получаются формулы для расчета интенсивностей эквивалентных потоков для всех рассматриваемых типов подсистем. Результаты использования методики для данных подсистем приведены в таблице.

Для первой подсистемы, очевидно, интенсивность потока, поступающего в первую фазу, есть интенсивность потока требований, который поступает в многофазную СМО. В последней подсистеме интенсивность потока обслуживаний прибора второй фазы не зависит от состояния подсистемы. Это позволяет использовать итерационную процедуру для расчета вероятностей состояний подсистем, заключающуюся в следующем.

T ₀₀	$\pi_{i+1}(v_{i+1})$	$p_i(v_i)$
$H_{r_i} - H_{r_i+1}$	$\left(\sum_{i=1}^r p_{ii}\right) [1 - P(v_i = 0 (v_{i+1})_S)];$	$p_{ii} \sum_{s=1}^{(i+1)S} P((v_{i+1})_S (v_i)_i); \quad i = 1, \overline{r-1}$
$H_r - M$	$\left(\sum_{i=1}^r p_{ii}\right) [1 - P(v_i = 0 (v_{i+1})_S)];$	$\sum_{s=1}^{r+1} \overline{1, r_{i+1}};$
$M - H_r$	$p_{ii} [1 - P(v_i = 0 (v_{i+1})_S)];$	$p_{ii} \sum_{s=1}^{r_{i+1}} \sum_{s=0}^{(i+1)S} P((v_{i+1})_S v_i);$
$E_k - H_r$	$p_{ii} \sum_{s_i=0}^{i_j} P(v_i = k_i s_i + 1 (v_{i+1})_S);$	$p_{ii} \sum_{s=1}^{r_{i+1}} \sum_{s=0}^{(i+1)S} P((v_{i+1})_S v_i);$
$H_r - E_k$	$\left(\sum_{i=1}^r p_{ii}\right) [1 - P(v_i = 0 (v_{i+1})_S)];$	$p_{ii} \sum_{s_i=0}^{k_{i+1}+1} \sum_{s=0}^{r_{i+1}} P(v_{i+1} (v_i)_i);$
$E_k - M$	$p_{ii} \sum_{s_i=0}^{i_j} P(v_i = k_i s_i + 1 (v_{i+1})_S);$	$p_{ii} [1 - P(v_{i+1} = i_{i+1} + 1 v_i)];$
$M - E_k$	$p_{ii} [1 - P(v_i = 0 (v_{i+1})_S)];$	$p_{ii} \sum_{s_i=0}^{k_{i+1}+1} \sum_{s=0}^{r_{i+1}} P(v_{i+1} v_i);$

1. Делается предположение $\beta_i(v_i) = \mu_i$.

2. Последовательно для подсистем (1, 2), (2, 3), ..., (N-1, N) определяются вероятности состояний подсистем решением системы уравнений для двухфазной СМО и интенсивности эквивалентных потоков, входящих в следующую подсистему, в соответствии с формулами, представленными в таблице.

3. Проверяется критерий окончания итерационной процедуры. В качестве критериев можно использовать предложенные в [1, 2]:

$$|P^n(v_i) - P^{n-1}(v_i)| < \varepsilon,$$

где v_i — принимает все возможные значения; n — номер итерации; ε — наперед заданная малая величина.

4. Если критерий выполняется, то переход к п. 5, иначе — расчет интенсивностей эквивалентных потоков обслуживания в соответствии с формулами таблицы 1 и переход к п. 2.

5. Расчет вероятностей состояний фаз и других характеристик по полученным вероятностям состояний подсистем.

Таким образом, использование принципа декомпозиции исходной

Зависимости относительной погрешности определения вероятностей состояний 2-й фазы трехфазной СМО от интенсивности потока требований: 1 — $\xi_2 = 0$; 2 — $\xi_2 = 1$; 3 — $\xi_2 = 0$; 4 — $\xi_2 = 1$

многофазной СМО, содержащей приборы с экспоненциальным, гиперэкспоненциальным и Эрланга распределениями времен обслуживания, позволяет определять распределение вероятностей состояний фаз и другие вероятностные характеристики системы путем последовательного анализа двухфазных подсистем. При этом итерационный процесс легко формализуется, что позволяет реализовать его на ЭВМ.

Рассмотрим в качестве примера трехфазную СМО, на вход которой поступает простейший поток требований с интенсивностью λ , а времена обслуживания в приборах фаз распределены по нормированному закону Эрланга 2-го порядка с математическим ожиданием $1/\mu_i$. Для такой СМО получены распределения вероятностей состояний фаз точным и приведенным выше методами. Относительная погрешность в определении стационарных вероятностей состояний фаз $\delta P_i(\xi_i)$ зависит от параметров СМО. Например, $\delta P_i(\xi_i)$ возрастает в случае уменьшения емкости буферов перед фазами и достигает максимального значения при нулевой емкости буферов. Кроме того, $\delta P_i(\xi_i)$ различна для различных фаз и достигает максимального значе-

ния во второй фазе. На рисунке приведена зависимость $\delta P_2(\xi_2)$ при нулевых емкостях буферов и $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$ от интенсивности входящего потока требований (кривые 1, 2). Как видно из рисунка, максимальное значение $\delta P_2(\xi_2) = 3,6\%$.

Здесь же приведена зависимость $\delta P_2(\xi_2)$ от λ при аппроксимации распределения времен обслуживания в фазах экспоненциальным распределением и использовании формул для интенсивностей эквивалентных потоков, полученных в [2] (кривые 3, 4). При этом $\delta P_2(\xi_2)$ достигает уже $20,5\%$.

Время реализации программы расчета вероятностей состояний фаз для данной СМО на ЭВМ ЕС-1022 не превысило 0,5 мин. Для окончания итерационного процесса при $\varepsilon = 10^{-8}$ требовалось не более 10 итераций.

Таким образом, использование принципа декомпозиции позволяет существенно упростить анализ многофазных СМО, в составе которых имеются приборы с экспоненциальным, гиперэкспоненциальным и Эрланга распределениями времен обслуживания, при высокой точности получаемых результатов.

Список литературы: 1. Ермаков А. С. Об итерационном расчете некоторых параметров многофазной системы массового обслуживания с блокировками. — Многопроцессор. системы с общим потоком команд, 1978, вып. 19, с. 93—98. 2. Чуркин В. Н., Ивкин Е. П., Макаров С. Б. Метод расчета пропускной способности многофазных систем массового обслуживания с блокировками. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 75, с. 79—84. 3. Феррари Д. Оценка производительности вычислительных систем. — М.: Мир, 1981. — 576 с.

Поступила в редколлегию 23.03.84.

УДК 681.327.2.019.3 : 621.382.8

Л. В. ДЕРБУНОВИЧ, канд. техн. наук,
И. Г. ЛИБЕРГ, В. Ф. БОХАН

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Достижения в области микроэлектроники, главным образом в промышленном освоении монолитных функциональных блоков микропроцессоров и БИС ЗУ, обеспечили развитие устройств автоматики. Эти достижения, однако, выдвинули ряд технических проблем, в числе которых первоочередного решения требует задача проведения достоверных функциональных испытаний микросхем как на этапе входного контроля, так и в составе субблоков устройства при его наладке и эксплуатации. Постоянно увеличивающаяся сложность внутренней структуры современных БИС приводит к появлению новых типов дефектов при функционировании элементов субмикронных размеров в монолитном кристалле. Это определяет необходимость разработки

эффективных методов диагностирования и предъявляет повышенные требования к обеспечению надежности и контролепригодности испытательного оборудования.

В области проектирования средств автоматизированного контроля запоминающих устройств наряду с разработкой универсальных систем [1, 2] перспективной представляется тенденция к разработке специализированных комплексов, работающих под управлением микро-ЭВМ, программно совместимых с ЭВМ высокого уровня, обладающих достаточными возможностями испытаний как микросхем, так и субблоков БИС ЗУ на предельных рабочих частотах, при изменяющихся напряжениях питания, в широком температурном диапазоне. Такой подход, на наш взгляд, позволяет достигнуть компромисса между универсальностью и стоимостью системы диагностирования и, кроме того, учитывает особенности объекта диагностирования.

Задача создания высокопроизводительных специализированных технических средств для проведения испытаний БИС ЗУ решалась при разработке автоматизированного комплекса для диагностирования запоминающих устройств. Отличительной особенностью комплекса является повышенная надежность работы и высокая достоверность результатов диагностирования, что достигается путем построения полностью самопроверяемого ядра тестера функционального контроля «Т-456С», входящего в состав комплекса. Диагностические испытания микросхем и субблоков ЗУ проводятся путем использования комбинации типовых испытаний, проводимых массовыми потребителями микросхем. Однако условия этих испытаний ужесточаются до предельных условий по ТУ, что позволяет гарантировать надежную работу проверяемых микросхем и субблоков в составе устройства. Комплекс позволяет проводить испытания в режиме имитации внешних воздействий в широком температурном диапазоне, увеличенных допусках на напряжения питания, при предельном цикле временной диаграммы. Кроме того, предусмотрены режимы задания помех по цепям питания с программируемой амплитудой, формой и частотой, а также режимы изменения величины питающих напряжений в процессе прохождения проверяющих тестов.

Эти возможности достигаются благодаря распределенной архитектуре комплекса (рис. 1), основанной на соединении управляющей микро-ЭВМ, построенной на базе микропроцессорного комплекта К580, с быстродействующим программируемым тестером функционального контроля «Т-456С».

Микро-ЭВМ выполняет функции управления путем генерирования программ проверки, задания начальных условий работы тестера «Т-456С», частоты проверки, параметров временной диаграммы, величин питающих напряжений, принимает решения по результатам контроля. Кроме того, для реализации ре-

жимов внешних воздействий задаются параметры помех, диапазон изменения питающих напряжений, программируется задатчик температуры в термостате. Сервисные функции микро-ЭВМ состоят в управлении выводом результатов испытаний на цифровые печатные дисплеи и клавиатура позволяют оператору работать в диалоговом режиме для ввода или модификации программы испытаний, а также в режиме анализа отказов для построения области работоспособности проверяемых ЗУ или для их сортировки.

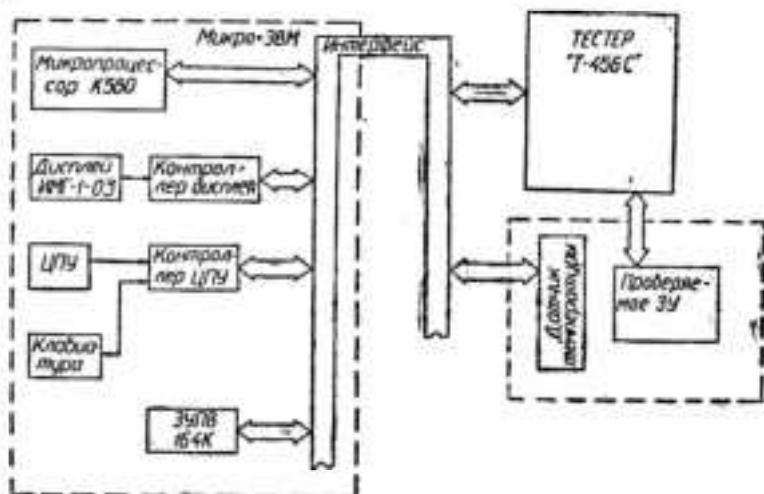


Рис. 1. Блок-схема комплекса

Ядром комплекса является тестер функционального контроля БИС ЗУ, который может работать как в составе комплекса, так и автономно.

Тестер «Т-456С» осуществляет проверку запоминающих устройств по принципу «Годен/Брак» на функционирование, а также по величине задержки выходного сигнала проверяемого ЗУ (Тсч.) в одном такте обращения. Для генерации тестовых последовательностей используется алгоритмический метод и метод эталонных характеристик.

Структурная схема тестера приведена на рис. 2.

Специализированный процессор тестера состоит из оперативного запоминающего устройства микрокоманд (ОЗУМ) информационной емкостью 64×24 бит и операционного устройства (ОУ). ОЗУМ предназначено для хранения текущей программы испытания и управляет работой ОУ, которая осуществляет формирование адреса, информации и сигнала рода работы на проверяемую микросхему. В состав операционного устройства входят сумматор и два шестнадцатиразрядных счет-

чика, которые формируют адресную последовательность, схемы сравнения, регистры и счетчик адреса ОЗУМ. Счетчик адреса ОЗУМ обеспечивает как естественную, так и произвольную выборку микрокоманд из ОЗУМ в зависимости от сигналов, поступающих со схем сравнения, и управляющей информации в данном слове микрокоманды.

Для записи программы проверки в ОЗУМ, ввода информации в ОУ и задания начальных условий для операционного

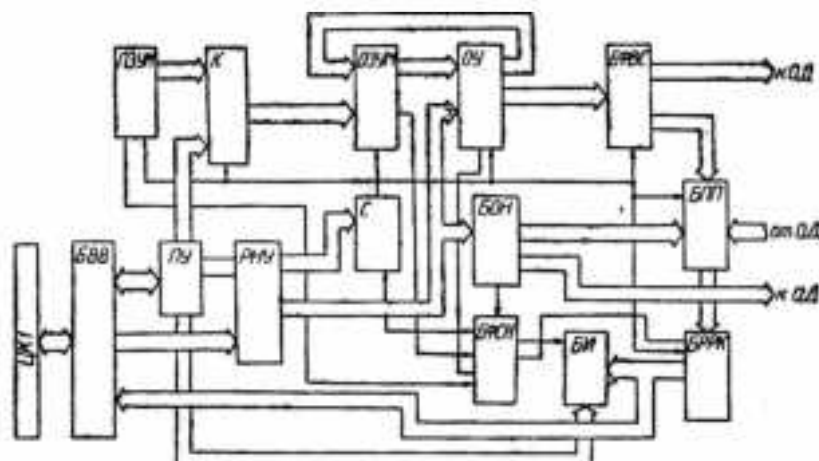


Рис. 2. Структурная схема тестера «Т-456С»

устройства, частоты синхронизатора (С) и опорных напряжений на блок проверки параметров (БПП) и напряжения питания на объект диагностирования при работе в автономном режиме в тестере используется панель управления (ПУ) и регистр начальных условий (РНУ). Кроме того, с ПУ осуществляется управление блоком индикации (БИ) и коммутатором (К), который используется для перезаписи стандартных программ проверки, хранящихся в программируемом постоянном запоминающем устройстве (ППЗУ).

Блок формирователей выходных сигналов (БФВС) состоит из коммутатора, формирователей импульсов адреса и информации, а также формирователей импульсов «Выборка кристалла» и «Род работы», которые позволяют формировать импульсы выборки и рода работы с регулируемой длительностью фронтов и амплитудой логического «нуля» и «единицы». Для получения требуемой временной диаграммы на формирователь поступают стробирующие импульсы от четырехканального синхронизатора (С).

Проверка функционирования и динамических параметров осуществляется сравнением эталонной характеристики, вырабатываемой БФВС, и информацией, полученной от проверяемого

ЗУ. Блок проверки параметров осуществляет проверку по принципу «Годеи/Брак» и в случае обнаружения дефекта передает информацию о характере неисправности (функционалирование, Тсч.), а также адрес дефектной ячейки в блок регистрации результата контроля (БРРК). Запись информации в БРРК производится на рабочей частоте без останова прохождения теста.

Тестер «Т-456С» работает в двух основных режимах: подготовка и тестирование. В режиме «подготовка» осуществляется запись программы проверки в ОЗУМ из пульта управления или ППЗУ, а также задаются начальные условия в ОУ, частота проверки и опорное напряжение. Режим «тестирование» может производиться путем однократного генерирования алгоритма тестирования или заикливания программ испытания. Когда проверка осуществляется до первого дефекта, то останов производится по первому адресу дефектной ячейки. Информация из БРРК по команде с ПУ передается в блок индикации. Останов производится также в случае переполнения блока регистрации результата контроля. Проверка динамических параметров и функционирования может осуществляться выборочно, при требуемой комбинации этих параметров. В случае необходимости генерирование программы проверки можно вести в ручном режиме, «пошагово».

Блок ввода — вывода (БВВ) предназначен для стыковки тестера при помощи линии коллективного пользования ИК1 с микро-ЭВМ.

Для повышения достоверности диагностирования и надежности работы отдельные блоки тестера «Т-456С» выполнены самопроверяемыми. В процессе работы счетчиков и регистров операционного устройства осуществляется контроль по четности при помощи самопроверяемых схем контроля с двумя выходами, построенных по методике, изложенной в [3]. Кроме того, в ОЗУМ, БРРК и ППЗУ введен соответствующий контрольный разряд, содержимое которого также соответствует четности информации, записанной по данному адресу. Блок опорных напряжений проверяется в режиме «подготовка» и также имеет два контрольных выхода. Контрольные выходы ОЗУМ, ППЗУ, ОУ, БРРК и БОН принимают значение (0,0) или (1,1) в случае появления дефекта в работе самого блока или его схемы контроля. Таким образом, при исправной работе на блок формирования сигнала неисправности (БФСН) поступают контрольные сигналы соответствующих блоков тестера, которые представляют собой кодовый набор «5 из 10». БФСН в соответствии с методикой [3] также построен самопроверяемым. Появление на выходе БФСН наборов (0,0) или (1,1) свидетельствует о сбое или неисправности в работе одного из самопроверяемых блоков тестера. В этом случае блокируется работа синхронизатора и останавливается генерация алгоритма проверки, а на блоке индикации отображается информация о неисправности тестера.

Тестер «Т-456С» может алгоритмически генерировать как стандартные тестовые последовательности, так и специальные алгоритмы диагностирования [4], которые могут быть запрограммированы из панели управления или записаны в ОЗУМ из микро-ЭВМ. В ППЗУ тестера защиты программы следующих стандартных алгоритмов тестирования: «Шахматный тест», «Последовательное заполнение со считыванием», «Прогон», «Скачущие единицы и нули», «Модифицированный тест», «Полный перебор» и специальные диагностические алгоритмы тестирования. Расширение библиотеки стандартных программ осуществляется заменой в ППЗУ тестера интегральных микросхем К 556 РТ4, которые установлены на специальных розетках.

Тестер запоминающих устройств Т-456С имеет следующие технические характеристики.

1. Информационная емкость проверяемых БИС ЗУ 64×8 Кбит.

2. Диапазон частот обращения к объекту диагностирования 5 кГц + 8 МГц.

3. Независимое регулирование длительности синхروимпульсов по четырем каналам с точностью $\pm 2,5$ нс.

4. Дискретное регулирование напряжения питания объекта диагностирования в интервале 4,5 В + 5,5 В с дискретностью 20 мВ. Плавное регулирование напряжения питания в диапазоне от 3 до 7 В. Мощность программируемого источника питания 10 Вт.

5. Регулирование амплитуды сигналов по каналам «Выборка кристалла» и «Род работы»: а) логического «0» — $(0+1)$ В; б) логической «1» — $(1,5+4)$ В.

6. Потребляемая мощность 50 Вт от источника постоянного напряжения 5 В.

Технические характеристики тестера позволяют создать высокопроизводительный автоматизированный комплекс тестового контроля памяти, состоящей из сервисной микро-ЭВМ и программно совместимых с ней групп параллельно работающих тестеров Т-456С. Дополнительным преимуществом является единое конструктивное исполнение микро-ЭВМ на базе микропроцессорного комплекта К580 и тестера Т-456С в стандартах агрегатного комплекса КТС ЛИУС-2. Такая система позволит осуществлять высокопроизводительные испытания БИС ЗУ с повышенной достоверностью диагностирования, будет достаточно гибкой, универсальной и иметь невысокую стоимость.

Список литературы: 1. Дозмаров Г. М., Ковалов В. П., Лябши Н. В. Управляемая от ЭВМ система диагностического контроля схем памяти. — Электрон. пром-сть, 1977, № 2, с. 25—30. 2. Данилин Н. Н., Попель Л. М., Простаков В. Н. Установка «Электрон. СФ-ЗУ» для контроля электрических параметров БИС ОЗУ. — Электрон. пром-сть, 1981, № 4, с. 36—40. 3. Основы технической диагностики (Оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства) / Под ред. П. П. Пархоменко. — М.: Энергия, 1981. — 320 с. 4. Либере Н. Г. Тесты для обнаружения взаимного влияния ячеек памяти. — Автоматика и приборостроение, 1983, вып. 9, с. 52—55.

Поступила в редакцию 24.12.82.

В. М. КУТЕЕВ, канд. техн. наук,
Л. А. ПАВЛЕНКО, канд. техн. наук

ОТБРАКОВКА ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ ПО ПОДВИЖНОСТИ ВЫХОДНОГО ПАРАМЕТРА

Повышение надежности изделий электронной техники (ИЭТ) и ее составных частей предъявляет высокие требования к этапам производства и эксплуатации аппаратуры.

Испытательные программы в процессе производства обеспечивают такие режимы работы и воздействия на исследуемое устройство, которые позволяют выявить действительные характеристики проверяемой аппаратуры и тенденции их изменения в процессе эксплуатации. Приработочные испытания — это один из этапов производства ИЭТ. В ходе испытаний моделируются воздействия на аппаратуру, которые имеют место в реальных условиях эксплуатации, при этом выявляются элементы аппаратуры, приводящие к отказу ИЭТ при их работе.

Очевидна актуальность задачи поиска методов оптимизации приработочных испытаний.

Здесь объектами исследования служат плоские микромодули (ПММ) специального типа, являющиеся функциональными узлами РЭА.

Характер исследуемых объектов позволяет представить выходной параметр ПММ (напряжение насыщения) как случайный процесс, обозначаемый далее $x(t)$. Приработочные испытания дают возможность получить набор реализаций этого процесса:

$$x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), \quad (1)$$

где n — объем партии ПММ, подвергающихся испытаниям. При различных режимах и последовательностях режимов испытаний (испытательных программах) объем партии не изменялся.

Построение модели процесса $x(t)$ по экспериментальным данным может быть осуществлено различными методами. Можно, например, попытаться описать процесс с помощью различных моделей тренда [1], т. е. смеси детерминированной функции времени и случайной помехи. Интересный подход к решению этой задачи рассмотрен в работе [2]. Здесь предложена дискретная марковская модель процесса $x(t)$. Состояния процесса интерпретируются как интервалы измерений выходного параметра, а подвижности — как число переходов процесса из одного состояния в другое за время t .

Остановимся на несколько иной интерпретации подвижности выходного параметра, характеризующего работоспособность ПММ, которая дает возможность вычислить подвижность для каждого модуля.

Изменение параметра $x(t)$ за время Δt естественно характеризовать приращением функции $\Delta x(t) = x(t + \Delta t) - x(t)$. Тогда изменение выходного параметра за временной интервал $(0, t)$ можно определить как сумму этих приращений или некоторых функций от них по всему интервалу $(0, t)$.

Как указывалось, случайный процесс $x(t)$ характеризуется набором реализаций (1). Отсюда возникает методика подсчета подвижности параметра для выборки объектов.

В фиксированные моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$ процесс $x(t)$ представляется своими сечениями или набором реализаций случайных величин $x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)$. Объем каждого сечения определяется числом реализации процесса $x(t)$. Тогда определим подвижность параметра $x(t)$ за временной интервал (t_0, t_k) , где $t_0 = 0$, следующим соотношением:

$$V(t_k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |x(t_i) - x(t_{i-1})|. \quad (2)$$

Случайную величину $V(t_k)$ назовем подвижностью выходного параметра $x(t)$ в момент времени t_k . Отметим, что аналогом (2) служит известное условие Липшица [3].

Для фиксированного t_k подвижность $V(t_k)$ характеризуется выборкой значений $V_1^k, V_2^k, \dots, V_n^k$, где n — число реализаций случайного процесса $x(t)$. Вообще говоря, последовательность случайных величин

$$V(t_0), V(t_1), \dots, V(t_k), \dots \quad (3)$$

представляет собой сечения некоторого нового случайного процесса $V(t)$, для которого, пользуясь соотношением (2), можно, в свою очередь, определить величину, аналогичную подвижности. Для процесса $x(t)$ такую величину естественно назвать подвижностью второго порядка. Далее можно определить подвижность параметра $x(t)$ третьего, четвертого порядка и т. д. Однако мы ограничимся подвижностью первого порядка, определяемой соотношением (2).

Последовательность случайных величин (3) характеризуется соответствующим набором функций распределения:

$$F_0(V), F_1(V), \dots, F_k(V), \dots$$

Вид $F_k(V)$ зависит от процесса $x(t)$, но соотношение (2) позволяет утверждать о нормальности распределения случайных величин (3) (по крайней мере для больших значений k). Эта гипотеза не противоречит экспериментальным данным, полученным в результате приработочных испытаний.

Введем в рассмотрение некоторую функцию $h(V)$, связывающую подвижность объекта V с потерями Z , возможными в результате его эксплуатации. Тогда средние потери в каждый мо-

мент времени определяются интегралом от функции $Z(V)$ по распределению подвижности на k -м шаге $F_k(V)$:

$$E[h/F_k] = \int h(V) dF_k(V). \quad (4)$$

Для того чтобы уменьшить потери, связанные с эксплуатацией микромодулей, естественно после приработочных испытаний удалять из партии микромодули с наибольшей подвижностью, т. е. проводить их отбор по подвижности выходного параметра. Воспользуемся для этого принципами безэталонной классификации [4].

Упорядочим ПММ партии по значению подвижности V . Получаем вариационный ряд

$$V_{(1)}, V_{(2)}, \dots, V_{(n)}, \quad (5)$$

члены которого являются порядковыми статистиками. Если $F(V)$ — функция распределения подвижности V , распределение $V(i)$ определяется выражением

$$\Phi_{i,n}(V) = \sum_{j=1}^n C_n^j (F(V))^j (1 - F(V))^{n-j},$$

где C_n^j — число сочетаний из n элементов по j [5]. Несложно показать, что

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_{i,n}(V) = F(V),$$

т. е. случайная величина V представляет собой смесь распределений порядковых статистик $V(i)$. Отсюда следует, что вклад каждого ПММ партии в средние потери $E[h/F]$ определяется значением $E[h/F_{i,n}]$, где i — номер места ПММ в упорядоченной выборке (5).

Предположим, что в результате приработочных испытаний необходимо получить партию микромодулей, эксплуатация которых приведет к потерям, не превышающим заданного уровня H_0 . Если средние потери

$$E[h/F] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E[h/F_{i,n}]$$

не превышают этого уровня, то все ПММ партии поступают в эксплуатацию. Если же требуемое соотношение не выполняется, то ПММ ранжируется по подвижности V , затем по потерям $E[h/F_{i,n}]$ и из партии удаляются S ПММ, эксплуатация которых связана с наибольшими потерями. Тогда потери, связанные с эксплуатацией оставшихся в партии ПММ, определяются соотношением

$$E[h/F_{n-s}] = \frac{1}{n-s} \sum_{i \in \pi_n(s)} E[h/F_{i,n}], \quad (6)$$

где $\pi_n(S) = (i_1, \dots, i_s)$ — номер ПММ в упорядоченной по подвижности их выборке объема n , эксплуатация которых приводит

к наибольшим потерям; $F_{n-s}(V)$ — распределение подвижности ПММ, оставшихся в партии:

$$F_{n-s}(V) = \frac{1}{n-s} \sum_{i \in s_n(s)} F_{i,n}(V).$$

Таким образом, число удаляемых из партии ПММ определяется из решения неравенства

$$E[h/F_{n-s}] < H_0.$$

Как было отмечено выше, подвижность параметра объекта является косвенным показателем его надежности, т. е. микро-модули с высокой подвижностью параметра можно считать (с высокой вероятностью) потенциально ненадежными. С дру-

гой стороны, наибольшие потери связаны как раз с эксплуатацией потенциально ненадежных объектов.

Таким образом, хотя конкретный вид функции $h(V)$ может быть неизвестен, вполне оправданным является предположение о ее монотонном возрастании — большей подвижности соответствуют большие потери. В этом случае упорядочение ПММ по подвижности V будет

Зависимость средних потерь от числа удаляемых модулей для линейной и квадратичной функций потерь: 1 — $h = V + 1,87$; 2 — $h = 1,87V^2$

совпадать с упорядочением по потерям $E[h/F_{i,n}]$. Тогда $\pi_n(S) = (n - s + 1, \dots, n)$ и, следовательно, (6) принимает вид

$$E(h/F_{n-s}) = \frac{1}{n-s} \sum_{i=n-s+1}^n E(h/F_{i,n}).$$

На рисунке изображена зависимость $E[h/F_{n-s}]$ от числа удаляемых объектов S для функции потерь $h = V + 1,87$ и $h = 1,87V^2$ при стандартном нормальном распределении подвижности и объеме выборки $n = 20$. Если необходимо, чтобы средние потери, связанные с эксплуатацией партии ПММ, были не выше $H_0 \leq 1,2$, то, используя графики, получаем, что при линейной функции потерь для достижения этого уровня из партии необходимо удалить $S > 9$ микромодулей, а при квадратичной — $S > 3$ микромодулей. Для построения графиков использовались таблицы математических ожиданий и дисперсий из нормального распределения, приведенные в работе [5].

Таким образом, применение разработанной методики дает возможность повысить среднюю надежность всей партии.

Список литературы: 1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. — М.: Мир, 1976. — 760 с. 2. Ефимов А. Н., Николенко Н. Г., Павленко Л. А. Подвижность выходного технологического параметра как критерий отбора ненадежных элементов радиоэлектронной аппаратуры. — В кн.: Оценка харак-

теристик качества слож. систем и систем. анализ, М., 1978, с. 231—232. 3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.—М.: Наука 1968.—720 с. 4. Ефимов А. Н., Кутеев В. М. Ранговые процедуры измерения и классификации без эталона.—Trans. of the 8-th Prague Conf. on Inform. Theory, Statistical Decision Function, Random Processes, V. A. Academia, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Science, Prague, 1978, p. 187—197. 5. Введение в теорию порядковых статистик / Под ред. А. Сархана и Б. Гринберга.—М.: Статистика, 1970—416 с.

Поступила в редколлегию 24.02.84.

УДК 681.327

А. А. ВОЛКОВ, д-р техн. наук, М. ШЮЛЕР

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АТБ

1. Дальнейшее повышение качества и эффективности процесса технического обслуживания самолетов неразрывно связано с совершенствованием его системы управления путем построения и широкого использования автоматизированных систем управления авиатехническими базами (АТБ).

При этом возникает необходимость системного анализа функционирования АТБ. Рассмотрим макроскопический анализ функционирования АТБ, включающий определение целей и задач АТБ, макроструктуры «АТБ-системы окружающего мира», характеристик систем и связей окружающего мира, с которыми взаимодействует АТБ, процесса взаимодействия АТБ с системами окружающего мира, а также выбор показателей эффективности АТБ.

2. АТБ является составной частью системы более высокого ранга или метасистемы (авиакомпания, объединенным авиаотрядом (ОАО)). Цели и задачи АТБ — максимальное удовлетворение народного хозяйства и населения в авиаперевозках. Для достижения этого организуется авиатранспортный процесс, который можно рассматривать в производстве, как основной. Чтобы его обеспечить, используют средства производства (средства и предметы труда) и рабочую силу. Предметами труда в авиатранспортном процессе являются пассажиры и грузы, средствами труда — авиатранспортные средства (самолеты), авиационные трассы, аэропорты, а также материальные ресурсы, включая ГСМ и другие, рабочей силой — экипаж. Для обеспечения основного процесса производства организуются вспомогательные производственные процессы. Один из них — процесс технического обслуживания и ремонта авиатранспортных средств, который выполняется АТБ. В этом процессе авиатранспортные средства есть предметами труда.

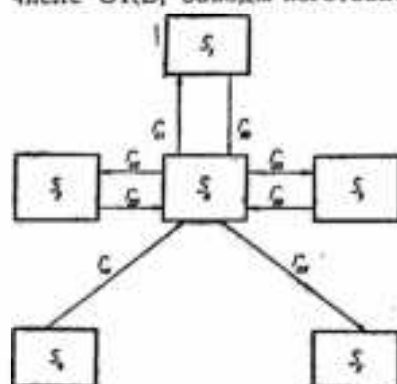
Основная цель АТБ состоит в поддержании и восстановлении летной годности авиационной техники при обеспечении вы-

сокой безопасности и экономичности. Указанную цель можно декомпозировать на следующие подцели: техническое обеспечение авиатранспортного процесса требуемым количеством самолетов; обеспечение требуемого уровня надежности авиационной техники, регулярности полетов; повышение экономичности технического обслуживания самолетов.

3. АТБ взаимодействует с определенными системами окружающего мира, к которым относятся другие подразделения метасистемы, предприятия авиационной промышленности, в том числе ОКБ, заводы-изготовители, авиаремонтные заводы, АТБ

других авиакомпаний или ОАО, предприятия других отраслей народного хозяйства.

При макроанализе в соответствии с целью исследования выделяются наиболее важные системы окружающего мира и их связи с исследуемой системой:



Макросистема S_{m1}

$$S_m = [\{S_0, S_i\}, \{R_{0i}, R_{i0}\}], \\ i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n},$$

где S_m — макросистема; S_0 — исследуемая система; S_i — i -я система, входящая в состав макросистемы; R_{0i} — связь S_0 с системой S_i ; R_{i0} — связь S_i и S_0 .

Связи R_{0i} , R_{i0} могут иметь различный характер: материальный (вещественные), энергетический, информационный.

Рассматривая определяемый вид связей $r_{0i} \in R_{0i}$, $r_{i0} \in R_{i0}$, можно произвести выбор соответствующей части микросистемы: $S_{mi} = [\{S_0, S_i\}, \{r_{0i}, r_{i0}\}]$.

Пусть макросистема S_{m1} (рисунок) определяется основным видом связей (по предмету труда). Эти связи следующие: введение самолетов в парк (получение с завода-изготовителя или других организаций), прием самолетов в АТБ для проведения ТО и Р, выдача из АТБ для летной эксплуатации, передача в другие АТБ для проведения ТО и Р, передача на АРЗ для проведения ремонтных форм, убытие самолетов из парка.

Макросистема S_{m1} состоит из шести систем S_i , $i = \overline{0, 5}$, которые выбраны с функциональной точки зрения, поэтому могут представлять несколько организаций. Так, система S_1 представляет все подразделения метасистемы, в распоряжении которых может находиться эксплуатирующийся или готовый к эксплуатации самолет. Система S_2 — это АТБ других авиакомпаний, где проводятся некоторые трудоемкие формы ТО. В системе S_3 формально объединены все АРЗ, на которых выполняются ремонтные формы ТО и Р на самолетах метасистемы. Система

S_4 — это поставщики самолетов в парк, например заводы-изготовители. Система S_5 показывает убытие самолетов из парка по различным причинам.

Для характеристики макросистемы S_m приведем три положения: каждый самолет парка в любой момент времени находится в одной из систем S_i , $i = \overline{0, 5}$, т. е. за рамки макросистемы не выходит. (Макросистема S_m является замкнутой для самолетного парка); переход из одной системы окружающего мира S_i , $i = \overline{1, 5}$ в другую возможен только через систему S_0 (АТБ); во всех системах S_i , $i = \overline{0, 5}$ самолеты являются предметом труда.

В зависимости от роли, которую $S_1, \dots, S_5$ играют относительно системы S_0 , их можно характеризовать различным образом.

Система S_1 относительно АТБ выступает одновременно как поставщик предметов труда и как заказчик готовой продукции. Связь r_{10} характеризует поступление предметов труда (самолетов) на вход производственного процесса АТБ, а связь r_{01} — передачу готовой продукции (самолетов, прошедших ТО) заказчику.

Системы S_2 и S_3 можно рассматривать как «расширение» производственной мощности АТБ в целях выполнения всех заказов в требуемый срок. Передача на АРЗ (связь r_{03}) выполняется, если требуется проводить ремонтную форму ТО. Для трудоемких форм ТО (форма 3) заблаговременно (на уровне годового планирования) принимается решение о проведении ТО в собственной АТБ (S_0) либо передаче (связь r_{02}) в другую АТБ (S_2).

Из системы S_4 поступают новые самолеты в парк (связь r_{40}). Вопрос о покупке самолетов решается на более высоких уровнях управления. Увеличение количества самолетов влияет на макросистему и, в частности, на производственный процесс АТБ. Связь r_{05} характеризует убытие самолетов из парка. Уменьшение количества самолетов в парке также влияет на производственный процесс АТБ. В терминах общей теории функционирования каждой из систем S_i , например «вход-выход», можно представить отображением $P_i: X_i \rightarrow Y_i$, где P_i — функция системы; X_i, Y_i — множества входных и выходных величин системы S_i .

В данном случае для системы S_0 имеем $X_0 = \{x_{0i}\}$, $Y_0 = \{y_{0i}\}$, а для системы S_j , $j = \overline{1, 5}$ $X_j = \{x_{0j}\}$, $Y_j = \{y_{0j}\}$.

5. При решении конкретных проблем обычно ограничиваются той выделенной частью реального мира, которая является областью данной деятельности. Эту область называют предметной. Ее объектами могут быть люди, предметы, а также воображаемые объекты — события, явления и др. Каждый объект описывается при помощи характеристик, которые называются атрибутами. Важно отметить, что явление, предмет в одном случае может рассматриваться как объект, а в другом — как

характеристика некоторого другого объекта [1]. При макроскопическом моделировании деятельности АТБ выделенная выше макросистема S_{M1} — предметная область. Объектами в ней являются системы S_i , самолеты L_k , связи r_{i0} , r_{0j} .

Используя гипотезу об объективно-характеристической структуре предметной области, описание каждого объекта можно представить в виде a_0 , (a_0) , a_1 , (a_1) , ..., a_k , (a_k) , ..., a_n , (a_n) , где a_k — название k -й характеристики; (a_k) — значение k -й характеристики.

За характеристику a_0 обычно принимают название объекта.

Связи r_{i0} , r_{0j} можно описывать с помощью следующих атрибутов: a_0 — название связи; a_1 — характеристика объекта, переходящего из одной системы в другую; a_2 — характеристика исходной и конечной системы данного перехода; a_3 — временная характеристика (момент перехода); a_4 — характеристика причины перехода.

Системы S_i можно описывать при помощи следующих атрибутов: a_0 — название системы; a_i — i -я характеристика состояния системы.

По аналогии самолеты L_k можно описывать с помощью атрибутов: a_0 — название самолета; a_i — i -я характеристика состояния самолета.

Отметим, что при макроскопическом анализе процесс функционирования систем не раскрывается, однако при помощи входных и выходных величин можно определить его результаты.

Для системы S_0 запишем $V_{0k} = Y_{0/k} - X_{i0k}$, для систем S_i , $i = \overline{1, 5}$ имеем $V_{ik} = Y_{i0k} - X_{0/k}$. Здесь V_{0k} , V_{ik} — изменение характеристик состояния системы S_0 , S_i вследствие пребывания в нем k -го самолета.

Так как самолеты в системах S_i являются предметом труда, то результат их «обработки» также можно определить при помощи входных и выходных величин системы S_i :

$$W_{k0} = Y_{k0j} - X_{k0j}, \quad W_{ki} = Y_{kij} - X_{kij},$$

где W_{k0} , W_{ki} — изменение состояния k -го объекта (самолета) в системе S_0 , S_i .

Важные результаты процесса «обработки» k -го объекта для систем S_i , $i = \overline{0, 5}$ — расход рабочего времени, загрузка основных средств, расход материалов, энергии и др. Для k -го объекта результатом «обработки» в системах S_i является изменение его технического состояния, которое служит причиной перехода в другую систему.

Так как атрибуты, характеризующие объекты S_i и L_k , входят в перечень атрибутов для связей r_{0j} , r_{i0} , то можно привести следующее общее множество атрибутов $\{a_i\}$: a_0 — название связи (перехода); a_{i0} — название объекта, переходящего из одной системы в другую; a_{ii} — i -я характеристика объекта, переходящая из одной

системы в другую; a_{20} — название исходной для перехода a_0 системы S_i ; a_{2i} — i -я характеристика исходной для перехода a_0 системы S_i ; a_{30} — название конечной для перехода a_0 системы S_i ; a_{3i} — i -я характеристика конечной для перехода a_0 системы S_i ; a_4 — временная характеристика перехода.

6. На основе представленной макроструктуры и информационной расшифровки связей r_{0i} , r_{i0} можно, применяя метод черного ящика, провести макроскопический анализ функционирования АТБ, а также других систем, входящих в макросистему $S_{ж1}$.

С помощью такого анализа можно решать следующие задачи.

1) Определить характеристики поступления самолетов из S_1 в АТБ.

2) Определить характеристику потребности системы S_1 в технически готовых самолетах.

3) Определить характеристику производственной мощности АТБ.

4) Согласовать задачи 1—3, т. е. «потребности» (S_1) с «предложением» (S_0).

5) Определить характеристику проведения на самолетах ремонтных форм ТО и Р (S_3).

6) Определить характеристику проведения форм ТО и Р а других АТБ (S_2). Это необходимо в тех случаях, когда задача 4 не имеет решения.

7) Определить влияние увеличения или уменьшения количества самолетов на характеристики взаимодействия систем в макросистеме.

Критерии эффективности решения указанных задач могут быть определены исходя из сформулированных выше целей деятельности АТБ. К ним относятся: готовность самолетов, надежность авиационной техники, регулярность выполнения полетов, экономичность процесса ТО и Р.

Вследствие значительных трудностей практического решения задач оптимизации функционирования организационных систем управления по векторным критериям обычно применяется один из указанных как критерий оптимизации, например критерий экономичности, а остальные выступают в качестве ограничений.

Приведенный анализ позволяет дать макроскопическое описание функционирования АТБ.

Следующим этапом является микроскопический анализ функционирования АТБ, при котором определяются функции, задачи и внутренние ограничения или условия функционирования АТБ.

Поступила в редколлегию 24.04.84.

**ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ
ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ**

Во многих отраслях промышленности (газовой, нефтяной, угольной, горнорудной, электроэнергетике, строительных материалов, сельском хозяйстве) значительный объем работ выполняют транспортные средства. Наряду с железнодорожным, автомобильным, морским и речным транспортом значительная роль в масштабах страны уделяется развитию непрерывного транспорта электроэнергии, газа, нефтепродуктов, воды и других материальных потоков.

По своему функциональному назначению транспорт может выступать как самостоятельная отрасль производства или быть приданным в качестве составного элемента технологии производства. В последнем случае создаются транспортно-технологические комплексы (ТТК), предназначенные для выполнения плановых заданий по подготовке, транспортировке и переработке грузов с наилучшими интегральными показателями качества в условиях изменяющейся внешней среды.

С точки зрения организационной структуры такие комплексы являются многоуровневыми. На нижнем уровне располагаются отдельные подразделения — подготовительное, транспортное, перерабатывающее — со своими локальными органами принятия решений. Локальные интересы отдельных подразделений могут вступать в противоречия. В этом случае диспетчер, находящийся на верхнем уровне иерархии, осуществляет координацию локальных процессов с целью получения максимального общего эффекта.

Важной проблемой повышения эффективности функционирования ТТК является оптимизация функций планирования и регулирования, которые с приемлемой для практики точностью можно описать моделями линейного, нелинейного или стохастического программирования. Задача составления совместных взаимосвязанных оптимальных планов производства и перевозок состоит в следующем. Требуется найти оптимальный план, обеспечивающий подготовку, транспортировку и переработку грузов, чтобы общая сумма приведенных затрат на производство продукции с учетом подготовительного, перевозного и перерабатывающего процессов была минимальной при соблюдении ограничений по мощности подготовительного и перерабатывающего отделения, пропускной способности транспортной сети, фонду заработной платы и другим ресурсам.

Рассмотрим ниже декомпозиционный подход к задаче планирования оптимального взаимодействия различных видов транспорта и различных типов оборудования, участвующих

в транспортировке и переработке груза (целевого продукта). Множество поставщиков и потребителей разобьем на подмножества в привязке к пунктам отправления и прибытия грузов. Предположим, что доставка груза в j -м направлении осуществляется одним видом транспорта (оборудования). Объемы транспортируемого продукта зададим для всех направлений по укрупненной номенклатуре.

В качестве критерия оптимальности перевозочного процесса выберем минимум общих приведенных транспортных затрат, хотя в иных ситуациях более предпочтительными могут оказаться максимум объема транспортируемого целевого продукта, максимум прибыли от перевозки грузов или их совместное использование. Транспортные расходы как экономический критерий оптимальности представляют нелинейную функцию объема перевозимого груза.

Исходную (глобальную) задачу планирования объемов перевозок между видами транспорта (типами оборудования) представим трехиндексной распределительной моделью нелинейного программирования:

$$\sum_i \sum_k \sum_j c_{ij}^k (x_{ij}^k) x_{ij}^k \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_i \sum_k x_{ij}^k < \beta_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (2)$$

$$\sum_j a_{ij}^k x_{ij}^k < t_i^k, \quad i = \overline{1, I}, \quad k = \overline{1, K}; \quad (3)$$

$$x_{ij}^k > 0, \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (4)$$

где $c_{ij}^k (x_{ij}^k)$ — удельные транспортные расходы на перевозку единицы целевого продукта (тонны груза, 1000 м³ газа) i -м видом транспорта k -м типом транспортных средств (газоперекачивающих агрегатов) в j -м направлении; x_{ij}^k — объемы перевозок грузов (наименование индексов прежние); β_j — требуемый объем однородного грузопотока (при неоднородном потоке необходимо суммирование по всем видам груза, исходная задача в этом случае становится четырехиндексной); a_{ij}^k, t_i^k — трудоемкости (в единицу времени транспортируется столько-то тонн груза или кубометров газа) и бюджеты времени перевозок транспортными средствами k -го типа i -го вида транспорта в j -м направлении.

В модели (1)–(4) отражены основные организационно-экономические условия функционирования транспортной системы. Технологические особенности работы ТТК могут быть учтены введением в модель ограничений на производительности подготовительного и перерабатывающего подразделений. Эти ограничения можно интерпретировать в качестве сдерживающих пропускных способностей пунктов отправления и получения грузов вида

$$\sum_i \sum_k \sum_j \frac{1}{t_i^k} x_{ij}^k < \gamma_i, \quad i = \overline{1, I}, k = \overline{1, K}, \quad (5)$$

где l_j — расстояние j -го направления перевозки груза; γ_j — пропускная способность пунктов производства (отправителей) и потребления (получателей) j -го направления.

Задачу (1) — (5) можно решить различными методами нелинейного программирования, однако в силу ее специфических условий целесообразно воспользоваться декомпозиционным подходом, позволяющим исходную задачу большой размерности и высокой степени неопределенности представить совокупностью соподчиненных задач меньшей размерности. Такое разбиение можно производить несколькими способами, в том числе путем замены исходной задачи (1) — (5) двухуровневым вычислительным комплексом, на нижнем уровне которого находятся локальные задачи планирования, а на верхнем — координирующая задача, согласующая локальные решения.

Если ограничение (2) представить в виде

$$\sum_k x_{ij}^k \leq b_{ij}, \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}; \quad (6)$$

$$\sum_i b_{ij} \leq b_j, \quad j = \overline{1, J}, \quad (7)$$

то исходная задача распадается на I задач нижнего уровня, каждая из которых соответствует одному виду транспорта. Аналогично для выбранного вида транспорта можно выполнить декомпозицию по транспортным средствам (видам газоперекачивающих агрегатов). В последнем случае получится трехуровневое «дерево моделей».

С учетом соотношений (6) — (7) локальная задача оптимизации для i -го вида транспорта, решаемая на нижнем уровне, принимает вид

$$\sum_k \sum_j c_{ij}^k(x_{ij}^k) x_{ij}^k \rightarrow \min; \quad (8)$$

$$\sum_k x_{ij}^k \leq b_{ij}, \quad j = \overline{1, J}; \quad (9)$$

$$\sum_j a_{ij}^k x_{ij}^k \leq t_{ik}^*, \quad k = \overline{1, K}; \quad (10)$$

$$x_{ij}^k \geq 0, \quad k = \overline{1, K}, \quad j = \overline{1, J}. \quad (11)$$

В результате решения локальных задач (8) — (11) нижнего уровня определяется множество локальных решений $\{x_{ij}^k\}$ при выделенных верхним уровнем объемах грузопотоков b_{ij} и численных значениях параметров $c_{ij}^k(x_{ij}^k)$, a_{ij}^k и t_{ik}^* .

Согласование i локальных решений осуществляется верхним уровнем путем решения координационной задачи:

$$\sum_i \sum_j d_{ij} b_{ij} \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$\sum_i b_{ij} \leq \beta_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (13)$$

$$b_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}. \quad (14)$$

Решением задачи (12) — (14) является план оптимального распределения грузопотоков $\{b_{ij}\}$ относительно различных видов транспорта с учетом требуемых направлений перевозок.

Таким образом, решение исходной задачи (1) — (5) на основе декомпозиционного подхода предусматривает нахождение решений i локальных (8) — (11) и одной координационной (12) — (14) задач. Согласование результатов решений осуществляется путем обмена информацией между моделями координатора и нижнего уровня, в ходе которого происходит итеративное уточнение параметров «дерева моделей». В результате r -й итерации в моделях нижнего уровня уточняются значения коэффициентов $b_{ij}(r)$, а в модели верхнего уровня — значения критериальных коэффициентов $d_{ij}(r)$.

Вычислительная схема алгоритма оптимизации работы ТТК на основе декомпозиционного подхода предусматривает использование человеко-машинных процедур принятия решений. Участие человека в оптимальном распределении грузопотоков состоит в анализе полученных результатов локальных решений и выдаче рекомендаций по корректировке параметров модели. Процедура принятия решений может быть формализована и участие человека исключено, но качественные показатели алгоритма от этого не улучшатся (допущенные ошибки желательно выявлять на ранних стадиях принятия решений).

Предложенная методика декомпозиционного подхода апробирована на задачах оптимизации ТТК транспортом газа на этапах текущего (годового) и оперативного (квартального и месячного) планирования, а также при диспетчеризации (корректировке декадных и суточных плановых заданий).

При текущем и оперативном планировании решалась задача оптимального распределения газа с использованием магистральных газопроводов и перевозки его в жидком состоянии автотранспортом. На нижнем уровне иерархического комплекса расположены задачи оптимизации магистрального газопровода и автотранспорта, а на верхнем — координация их работы с целью получения наилучших общих показателей работы.

На этапе диспетчеризации осуществлялось оперативное управление магистральным газопроводом с целью минимизации энергозатрат на транспорт газа. На нижнем уровне иерархического комплекса решаются задачи оптимизации режимов компрессорных станций (число задач равно числу типов компрессорных станций и газоперекачивающих агрегатов). На верхнем уровне решается задача оптимизации режима работы всего магистрального газопровода — согласование режимов работы компрессорных станций с целью минимизации суммарных энергозатрат на транспорт газа.

Поступила в редколлегию 14.06.84.

Ю. И. ВАЖНИЧИН, канд. техн. наук,
В. И. ГОШКОВ, канд. техн. наук,
Г. А. АБРАМОВ, А. Е. КАЛМЫКОВА

РАСЧЕТ НА ЭВМ ТЕРМИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА НАГРЕВА АККУМУЛЯТОРА ПЕРЕМЕННЫМ ТОКОМ

С понижением температуры электролита разрядная емкость свинцово-кислотного аккумулятора резко падает вследствие увеличения вязкости и электросопротивления электролита, снижения скорости диффузии кислоты в порах активных масс и растворимости $PbSO_4$. Чтобы обеспечить работоспособность указанных аккумуляторов при низких температурах, необходимо их нагревать [1].

Для исследования процесса нагрева аккумулятора нужно рассмотреть термический переходный процесс, описывающий теплообмен между электродами, электролитом, баком и окружающим воздухом.

Указанный термический переходный процесс рассматривается при следующих допущениях:

активные элементы аккумулятора представляются системой трех тел с сосредоточенной теплоемкостью (электроды, электролит и бак);

ввиду относительно высокой внутренней теплопроводности активных элементов аккумулятора температура внутри объема каждого тела принимается одинаковой в любой точке;

теплоемкость окружающего аккумулятор воздуха принимается бесконечно большой.

Система линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, описывающая термический переходный процесс при нестационарном нагреве элементов аккумулятора и полученная из уравнений теплового баланса, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_g}{dt} + a_1\theta_g - b_1\theta_T - I_1 &= 0; \\ \frac{d\theta_T}{dt} - a_2\theta_g + b_2\theta_T - c_2\theta_6 - I_2 &= 0; \\ \frac{d\theta_6}{dt} - b_3\theta_T + c_3\theta_6 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где приняты следующие обозначения коэффициентов:

$$a_1 = \frac{K_{gT}}{C_g}, \text{ } 1/c; \quad b_1 = \frac{K_{gT}}{C_g}, \text{ } 1/c; \quad I_1 = \frac{P_g}{C_g}, \text{ } ^\circ C/c;$$

$$a_2 = \frac{K_{\text{эТ}}}{C_{\text{Т}}}, 1/^\circ\text{C}; \quad b_2 = \frac{K_{\text{эТ}} + K_{\text{ТБ}}}{C_{\text{Т}}}, 1/^\circ\text{C}; \quad c_2 = \frac{K_{\text{ТБ}}}{C_{\text{Т}}}, 1/^\circ\text{C};$$

$$l_2 = \frac{P_{\text{Т}}}{C_{\text{Т}}}, ^\circ\text{C}/\text{с}; \quad b_3 = \frac{K_{\text{ТБ}}}{C_{\text{Б}}}, 1/^\circ\text{C}; \quad c_3 = \frac{K_{\text{ТБ}} + K_{\text{Б}}}{C_{\text{Б}}}, 1/^\circ\text{C}.$$

Здесь $\theta_{\text{э,Т,Б}}$ — превышение температуры соответственно электродов, электролита и бака над температурой окружающего воздуха в начале термического переходного процесса, $^\circ\text{C}$; $P_{\text{э,Т}}$ — потери соответственно, в электродах и электролите, Вт; $C_{\text{э,Т,Б}}$ — полная теплоемкость соответственно электродов, электролита и бака, Дж/ $^\circ\text{C}$; $K_{\text{эТ}}$ — тепловая проводимость от электродов к электролиту, Вт/ $^\circ\text{C}$; $K_{\text{ТБ}}$ — тепловая проводимость от электролита к баку, Вт/ $^\circ\text{C}$; $K_{\text{Б}}$ — тепловая проводимость от бака к окружающему воздуху, Вт/ $^\circ\text{C}$.

После преобразований системы (1) получаем следующие дифференциальные уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами, описывающие термический переходный процесс при нестационарном нагреве:

электродов —

$$\frac{d^3\theta_{\text{э}}}{dt^3} + A \frac{d^2\theta_{\text{э}}}{dt^2} + B \frac{d\theta_{\text{э}}}{dt} + C\theta_{\text{э}} - D_1 = 0; \quad (2)$$

электролита —

$$\frac{d^3\theta_{\text{Т}}}{dt^3} + A \frac{d^2\theta_{\text{Т}}}{dt^2} + B \frac{d\theta_{\text{Т}}}{dt} + C\theta_{\text{Т}} - D_2 = 0; \quad (3)$$

бака —

$$\frac{d^3\theta_{\text{Б}}}{dt^3} + A \frac{d^2\theta_{\text{Б}}}{dt^2} + B \frac{d\theta_{\text{Б}}}{dt} + C\theta_{\text{Б}} - D_3 = 0. \quad (4)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$A = a_1 + b_2 + c_3, 1/^\circ\text{C}; \quad B = a_1b_2 - a_2b_1 + b_2c_3 - b_3c_2 + a_1c_3, 1/^\circ\text{C}^2;$$

$$C = a_1b_2c_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3, 1/^\circ\text{C}^3; \quad D_1 = b_2c_3l_2 + b_2c_3l_1 -$$

$$- b_3c_3l_1, ^\circ\text{C}/\text{с}^3; \quad D_2 = c_3(a_1l_2 + a_2l_1), ^\circ\text{C}/\text{с}^3;$$

$$D_3 = b_3(a_1l_2 + a_2l_1), ^\circ\text{C}/\text{с}^3.$$

При решении данной задачи принято, что удельное сопротивление электродов, удельная объемная теплоемкость материала электродов, электролита и бака, плотность электролита, коэффициенты теплоотдачи являются постоянными величинами, не зависящими от температуры.

Зависимость удельного сопротивления электролита от его температуры получена в виде

$$\rho_{\text{э}} = 1,99 \cdot 10^{-2} - 4,13 \cdot 10^{-4} (t_{\text{э}} + \theta_{\text{э}}) + 1,5 \cdot 10^{-5} (t_{\text{э}} + \theta_{\text{э}})^2 -$$

$$- 3,53 \cdot 10^{-7} (t_{\text{э}} + \theta_{\text{э}})^3, \text{ Ом} \cdot \text{м}; \quad (5)$$

если $(t_{\text{э}} + \theta_{\text{э}}) > 30 ^\circ\text{C}$, то $\rho_{\text{э}} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, где $t_{\text{э}}$ — начальная температура электролита, $^\circ\text{C}$.

Указанная зависимость соответствует электролиту с плотностью 1,26 г/см³ и обеспечивает среднюю точность до 4 % при изменении температуры электролита от -40 до +30 °C.

Так как в D_1 , D_2 и D_3 входит ρ_s (5), то интегрирование дифференциальных уравнений (2)–(4) должно производиться методом последовательных интервалов. При этом принимаем, что на каждом рассматриваемом интервале продолжительностью Δt D_1 , D_2 и D_3 являются постоянными величинами, соответствующими средней температуре на рассматриваемом интервале времени.

Тогда общее решение дифференциальных уравнений (2)–(4) таково [2]:

$$\theta_e = M_1 e^{m_1 \Delta t} + M_2 e^{m_2 \Delta t} + M_3 e^{m_3 \Delta t} + \frac{D_1}{C};$$

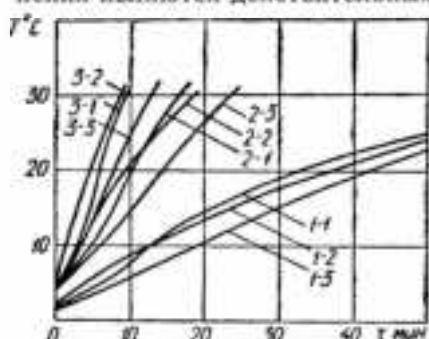
$$\theta_r = N_1 e^{m_1 \Delta t} + N_2 e^{m_2 \Delta t} + N_3 e^{m_3 \Delta t} + \frac{D_2}{C};$$

$$\theta_0 = F_1 e^{m_1 \Delta t} + F_2 e^{m_2 \Delta t} + F_3 e^{m_3 \Delta t} + \frac{D_3}{C}.$$

Постоянные m_1 , m_2 , m_3 находятся из решения следующего характеристического уравнения:

$$m^3 + Am^2 + Bm + C = 0. \quad (7)$$

По условиям рассматриваемой задачи все корни этого уравнения являются действительными и различными.



Зависимость температуры электролита в аккумуляторе от интенсивности нагрева

Частное решение уравнений (2)–(4) находится при следующих начальных условиях: в начале каждого рассматриваемого интервала времени нагрева (Δt) превышение температуры каждого элемента аккумулятора равно его значению в конце предыдущего интервала.

Коэффициенты M_i , N_i и F_i ($i=1, 2, 3$) находятся на основании указанных начальных условий из (1) и (6). (Из-за ограниченного объема статьи системы алгебраических уравнений, в результате решения которых определяются эти коэффициенты, здесь не приводятся).

На основании изложенной методики расчета в ХАДИ разработана программа на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV ДОС ЕС ЭВМ. Программа предусматривает выполнение операций по величине температуры электролита с точностью 0,5%. Программа позволяет выполнять расчеты в двух вариантах: при

неизменном напряжении источника нагрева или при неизменной величине потребляемого при нагреве тока. Расчет заканчивается либо при достижении температуры электролита максимального заданного значения, либо при исчерпании заданного количества интервалов времени.

Сравнение результатов экспериментальных исследований аккумулятора типа 12СТ-85Р с расчетами, выполненными на ЭВМ ЕС 1022 по разработанной методике и программе, показывает достаточно хорошее их совпадение (рисунок).

Здесь кривые 1—1, 2—1 и 3—1 — результаты измерений температуры электролита над блоком электродов при нагреве током соответственно 120, 200 и 280 А; 1—2, 2—2 и 3—2 — температура электролита (результаты расчета для токов соответственно 120, 200 и 280 А); 1—3, 2—3 и 3—3 — температура электродов (результаты расчета для указанных токов).

Список литературы: 1. *Тенденция и перспективы развития производства и научных исследований в области свинцово-кислотных аккумуляторов: Обзорная информация* / И. А. Агуф, М. А. Дасоян и др. — М.: Информэлектро, 1980. — 324 с. 2. *Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.* — М.: Физматгиз, 1961. — 576 с.

Поступила в редколлегию 02.01.84.

СОДЕРЖАНИЕ

Маркова Е. В., Новиков А. С. Математическое обеспечение АСНИ: новые виды оценок компонент дисперсии	3
Цымбал Л. И. Алгоритмы эффективной реализации планов регрессионных экспериментов	11
Болышевцев А. Д., Быстрицкая Л. Б., Разумный В. Т., Семенюк Р. А. К определению спектральных моментов контролируемых величин	20
Романий П. Г. Система автоматизированного решения балансовых уравнений для технологического проектирования непрерывных производств	29
Баранов В. В., Дубровский В. В., Третьякова Н. В. О методе последовательного усреднения в задачах оптимальных решений с периодическими стратегиями	36
Михайленко В. М., Безклубенко Н. С. Об одном компромиссном решении задачи оптимального потокораспределения в тепловой сети	42
Лысенков Н. А., Омкшев А. В., Котляревский С. В. Векторная оптимизация режимов работы комплекса вакуум-выпарных аппаратов производства ЭФК	45
Ченцов В. Ф., Дубровский О. В. Сетевые задачи и средства их реализации	54
Арменский А. Е. Тензорная технология программирования	62
Рось А. А. Совершенствование технологии производства прикладного программного обеспечения АСУ на основе использования аксиоматических моделей процессов управления	65
Путятин Е. П., Бодянский Е. В., Майстренко А. А., Машталир В. П. Адаптивное распознавание объектов на основе анализа последовательностей изображений	72
Бородин Ю. А. Формирование понятий путем преобразования пространства признаков	77
Латышев В. В. Точность совмещения изображений в цифровых корреляционно-экстремальных системах	81
Борисенко А. А., Губарев С. Н., Купо Г. В. Биномиальные системы счисления с двоящим алфавитом	87
Какурин Н. Я., Кирыков Ю. К. Синтез микропрограммных автоматов с неоднородной запоминающей частью	93
Кузнецов А. Я., Лесовик Н. Д. Комплекс программно-аппаратных средств структурного проектирования микропроцессорных вычислительных устройств	101
Глуценко В. П., Артюх С. Ф. Устойчивость системы, состоящей из двух станций в промежуточных нагрузках	108
Дремлюга В. Я., Маслов Н. С. Построение логарифмических преобразователей отношения напряжений с использованием импульсных сигналов	113
Чуркин В. Н., Макаров С. Б. О расширения возможностей итерационного метода анализа многофазных систем массового обслуживания с блокировками	117
Дербунович Л. В., Либере Н. Г., Бохан В. Ф. Автоматизированный комплекс для диагностирования заминающих устройств	125
Кутеев В. М., Павленко Л. А. Отбраковка изделий электронной техники по подвижности выходного параметра	131
Волков А. А., Шюлер М. Системный анализ функционирования АТБ	135
Авраменко В. П. Декомпозиционный подход к оптимизации транспортно-технологических комплексов	140
Важничий Ю. Н., Горшков В. Н., Абрамов Г. А., Калмыкова А. Е. Расчет на ЭВМ термического переходного процесса нагрева аккумулятора переменным током	144

УДК 681.3

Математическое обеспечение АСНН: новые виды оценок компонент дисперсии. Маркова Е. В., Новиков А. С. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 3—11.

Предложена подробная классификация моделей дисперсионного анализа. Рассматриваются модели со случайными эффектами. Проведен анализ универсального метода оценивания компонент дисперсии MINQE. Разработаны новые оценки компонент дисперсии на основе принципа MINQE.

УДК 519.28

Алгоритмы эффективной реализации планов регрессионных экспериментов. Цымбал Л. И. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 11—20.

Поставлена и решена задача определения эффективной последовательности проведения опытов при реализации планов регрессионного эксперимента как комбинаторная задача оптимизации по двум критериям: стоимости переназидок факторов и действию непрерывного временного дрейфа на оцениваемые эффекты.

Табл. 1. Библиогр.: 9 назв.

УДК 658.562.012.7

К определению спектральных моментов контролируемых величин. Болышевцев А. Д., Быстрицкая Л. Б., Разумный В. Т., Семенов Р. А. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 20—29.

Развита методы экспериментального получения первых трех спектральных моментов контролируемых процессов, имеющих непрерывно дифференцируемые реализации. Определены параметры эксперимента, удовлетворяющие заданному допуску на погрешность получаемых оценок.

Ил. 2. Библиогр.: 6 назв.

УДК 66.011

Система автоматизированного решения балансовых уравнений для технологического проектирования непрерывных производств. Романов П. Г. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 29—36.

Рассматриваются вопросы автоматического или автоматизированного решения на ЭВМ систем балансовых уравнений при двусторонних ограничениях на переменные.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.51:519.8

О методе последовательного усреднения в задачах оптимальных решений с периодическими стратегиями. Баранов В. В., Дубровский В. В., Третьякова Н. В. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 36—42.

Рассмотрен новый класс задач оптимальных решений в динамических стохастических системах с периодическим характером последствий принятия решений. Изложены результаты, которые развивают метод последовательного усреднения на случай периодических стратегий. Рассмотрен ряд теорем, в результате чего определяют оптимизационную схему, в которой за конечное число итераций достигается ϵ -оптимальная стратегия.

Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

Об одном компромиссном решении задачи оптимального потокораспределения в тепловой сети. Михайленко В. М., Безклубенко И. С.— АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 42—45.

Рассмотрена задача выбора компромиссного решения сетевой задачи с противоречивыми критериями: максимизация надежности системы и минимизация капиталовложений. Предложенный подход позволит проектировщику в диалоговом режиме выбирать компромиссное решение задачи.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.5

Векторная оптимизация режимов работы комплекса вакуум-выпарных аппаратов производства ЭФК. Лисенков Н. А., Онюшев А. В., Котляревский С. В.— АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 45—64.

Рассматривается двухуровневый алгоритм решения задачи оперативной оптимизации и координации установившихся режимов работы технологического комплекса вакуум-выпарных аппаратов производства экстракционной фосфорной кислоты по нескольким противоречивым критериям эффективности.

Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.685.519, 682.519, 176

Сетевые задачи и средства их реализации. Ченцов В. Ф., Дубровский О. В.— АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 54—62.

Описывается язык системы автоматизации процессов обработки данных (САПОД) СИНТА, на примере которого демонстрируется подход, заключающийся в создании многоуровневых языковых средств, объединяющих преимущества языка запросов непроецедурных СУБД и языка программирования.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 512.972

Тензорная технология программирования. Армениян А. Е.— АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 62—64.

Предложен тензорный подход к разработке программного продукта. Описываются в рамках технологии два транслятора: геометрический (синтаксический) и категориальный (семантический). В качестве базы данных применяется тензорная СУБД.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.142.1

Совершенствование технологии производства прикладного программного обеспечения АСУ на основе использования аксиоматических моделей процессов управления. Рось А. А.— АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 65—71.

Описывается технологическая схема производства прикладного программного обеспечения АСУ, ориентированная на использование системы автоматизированного синтеза управляющих программ, ядром которой является процедура дедуктивного вывода.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Адаптивное распознавание объектов на основе анализа последовательностей изображений. Путятин Е. П., Бодянский Е. В., Майстренко А. А., Маштааир В. П.—АСУ и приборы автоматизации, вып. 76, с. 72—77.

Предложен и исследован адаптивный алгоритм оценивания эквивариантного вектора, соответствующего нормализованному изображению. Алгоритм учитывает дрейф вектора, задаваемый дискретной подгруппой непрерывной группы преобразования плоскости.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.3:51

Формирование понятий путем преобразования пространства признаков. Бородин Ю. А.—АСУ и приборы автоматизации, 1985, вып. 76, с. 77—80.

Описывается метод формирования понятий на основе преобразования пространства признаков, позволяющий уменьшить громоздкость представления понятия и время распознавания. Обсуждаются вопросы его применения совместно с другими методами формирования понятий.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391.1.:519.25

Точность совмещения изображений в цифровых корреляционно-экстремальных системах. Латышев В. В.—АСУ и приборы автоматизации, 1985, вып. 76, с. 81—87.

Рассматривается оценка точности работы корреляционно-экстремальной системы. Для этого используются результаты недавно разработанной линейной теории фишеровской информации. Ее применение позволит упростить расчет точностных характеристик системы.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.142.32

Биномиальные системы счисления с двоичным алфавитом.—Борисенко А. А., Губарев С. И., Куно Г. В.—АСУ и приборы автоматизации, 1985, вып. 76, с. 87—92.

Рассматриваются вестерные системы счисления с биномиальными весами и двоичным алфавитом, удовлетворяющие ряду сформулированных требований. Показано, что биномиальные коды позволяют организовать сквозной контроль канала преобразования информации, в который входят и цифровые устройства.

Табл. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.713

Синтез микропрограммных автоматов с неоднородной запоминающей частью. Какурин Н. Я., Кирьяков Ю. К.—АСУ и приборы автоматизации, 1985, вып. 76, с. 93—100.

Рассматривается методика синтеза микропрограммных автоматов, запоминающая часть которых реализована на триггерах разного типа. Для кодирования внутренних состояний автомата предлагается применить модифицированный эвристический алгоритм.

Табл. 1. Библиогр.: 6 назв.

Комплекс программно-аппаратных средств структурного проектирования микропроцессорных вычислительных устройств. Кузмин А. Я., Лесовик И. Д. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 101—108.

Рассмотрен способ формализованного описания задачи структурного проектирования микропроцессорных вычислительных устройств как задачи автоматизированного взаимодействия между разработчиком, моделью среды целодостижения и базовым множеством составляющих компонентов проектируемого устройства. Приведены структурная схема комплекса и моделирующий алгоритм.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.311.1

Устойчивость системы, состоящей из двух станций и промежуточных нагрузок. Глушенко В. П., Артюх С. Ф. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 108—113.

Проводится исследование устойчивости системы, состоящей из двух разнородных станций. Устанавливается математическая модель, изучаются области возможных состояний при помощи фазовой плоскости. Получены критерии возможных состояний системы в зависимости от начальных условий, параметров и характеристик воздействия.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.335.813(089.8)

Построение логарифмических преобразователей отношения напряжений с использованием импульсных сигналов. Дремлюга В. Я., Маслов И. С. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 113—117.

Рассмотрены вопросы построения аналоговых логарифмических преобразователей отношения напряжений на основе использования экспоненциальных импульсов стабильной частоты. Показана возможность расширения динамического диапазона входных напряжений преобразователей (более 80 дБ) без заметного снижения точности преобразования.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.3

О расширении возможностей итерационного метода анализа многофазных систем массового обслуживания с блокировками. Чуркин В. Н., Макаров С. В. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 117—125.

Рассматривается возможность использования итерационного метода расчета характеристик многофазовой СМО с блокировками при наличии в ее составе приборов с экспоненциальными, гиперэкспоненциальными и Эрланга распределениями времен обслуживания требований. Приводятся формулы для расчета интенсивностей эквивалентных потоков по результатам анализа двухфазных подсистем, методика и пример их вывода. Приводится пример расчета характеристик трехфазной СМО с использованием полученных формул.

Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.327.2.019.3:621.382.8

Автоматизированный комплекс для диагностирования запоминающих устройств. Дербунович Л. В., Либерт И. Г., Бодан В. Ф. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 125—130.

Рассмотрены вопросы построения автоматизированной системы диагностирования, состоящей из микро-ЭВМ и группы параллельно работающих тестеров функционального контроля Т-456С. Повышение достоверности диагностирования и надежности работы достигается в результате построения тестеров Т-456С на принципах самопроверки в процессе работы.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 519.234:621.37/39

Отбраковка изделий электронной техники по подвижности выходного параметра. Кутеев В. М., Павленко Л. А. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 131—135.

Предлагается метод отбраковки изделий электронной техники в процессе прибороточных испытаний по подвижности выходного параметра. Вводится функция, связывающая подвижность параметра с потерями, возможными при эксплуатации изделий. Показано, что применение этого метода для партий микромодулей конечного объема дает возможность повысить эффективность процедуры отбраковки. Получены количественные оценки эффективности методики.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.327

Системный анализ функционирования АТБ. Волков А. А., Шюлер М. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 135—139.

Дается макроскопический анализ функционирования авиатехнической базы (АТБ), включающий определение целей и задач, макроструктуры, «АТБ — системы окружающего мира», характеристик систем, с которыми взаимодействует АТБ, характеристик связей и процессов взаимодействия АТБ с другими системами.

Определяется состав задач, которые могут быть решены на основе макроскопического анализа.

Ил. 1

УДК 681.5.015

Декомпозиционный подход к оптимизации транспортно-технологических комплексов. Авраменко В. П. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 140—143.

Приводится постановка задачи расчета на ЭВМ транспортно-технологического комплекса большой размерности применительно к магистральному транспорту газа. Выполнена декомпозиция исходной задачи двухуровневым взаимно согласованным комплексом.

УДК 621.355.5

Расчет на ЭВМ термического переходного процесса нагрева аккумулятора переменным током. Важинский Ю. И., Гошков В. И., Абрамов Г. А., Калмыкова А. Е. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 76, с. 144—147.

Исследован термический переходный процесс нагрева элементов аккумулятора. Получена система дифференциальных уравнений при нестационарном процессе нагрева. Предложена программа расчета на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV ДОС ЕС ЭВМ.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕ- МЫ УПРАВЛЕНИЯ

И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ
МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
СБОРНИК**

Основан в 1965г.

АСУ и приборы автоматики, 1995, вып. 78, 1—131.

