

681.5(06
А 22

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ ИМЕНИ М. К. ЯНГЕЛЯ

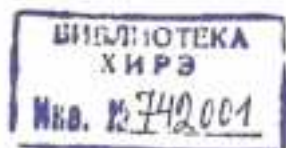
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

26

Основан в 1965 г.

В Ы П У С К 75



0751

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1985



Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Респ. междувед. науч.-техн. сб.—Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1985.— Вып. 75. 136 с.

В сборнике представлены результаты исследований по построению кибернетических систем, созданию их информативного и математического обеспечения. Освещены вопросы, связанные с разработкой методов нормализации изображений, планирования эксперимента, оптимизации, идентификации. Показана возможность их практической реализации для конкретных производств и технологических процессов. Рассмотрена надежность некоторых средств технического обеспечения АСУ.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1985 г.

Для научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенков (отв. секр.), В. П. Васильев, Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Г. Евакимов, Н. В. Кузьмин, С. Ф. Кацалан, Е. П. Лазаренко, К. Д. Коноваленко, В. И. Медешко, П. М. Михайленко, Н. Ф. Огороднейчук, Э. Г. Петров, И. А. Растрини, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоин, П. М. Шмырев

Ответственный за выпуск *Н. А. Лысенков*

Адрес редколлегии: 310141, Харьков-141, пр. Ленина, 14, институт радиозлектроники, кафедра применения электронно-вычислительных машин, тел. 40-94-59.

Редакция научно-технической литературы

О ЗАДАЧЕ ОБОБЩЕННОГО ВЫПУКЛОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Рассмотрим задачу минимизации выпуклой вниз функции $f_0(\bar{x})$ при нелинейных ограничениях в виде функций координат вектора переменных $\bar{z} = [\bar{x}, \bar{y}]$ специального вида:

$$\min \{f_0(\bar{x}) : \bar{x} \in D\}, \quad D = D_1 \cap D_2; \quad (1)$$

$$D_1 = \{\bar{z} : f_j(\bar{z}) < 0, \quad j = \overline{1, m}; \quad f_j(\bar{z}) = 0, \quad j = \overline{m+1, n}\}; \quad (2)$$

$$D_2 = \{\bar{z} > 0 : z_i^{\min} < z_i < z_i^{\max}, \quad i = \overline{1, \nu}, \quad \nu = \dim \bar{z}\}. \quad (3)$$

Здесь

$$f_j(\bar{z}) = \sum_i a_{ij} x_i y_{ij} + L_j(\bar{x}), \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где a_{ij} — постоянные коэффициенты произвольного знака; $L_j(\bar{x})$ — линейные функции координат вектора \bar{x} .

Задача (1) — (4) представляет собой задачу невыпуклого математического программирования, поскольку область D_1 , определяемая функциями (4), является невыпуклой.

Покажем, что рассматриваемая задача одноэкстремальна, т. е. любой ее локальный минимум — глобальный. В результате замены переменных по формуле

$$h_{ij} = x_i y_{ij}, \quad i = \overline{1, \dim \bar{x}}, \quad j = \overline{1, n} \quad (5)$$

задача (1) — (4) преобразуется к следующей:

$$\min \{f_0(\bar{x}) : \sum_i a_{ij} h_{ij} + L_j(\bar{x}) < 0, \quad j = \overline{1, m}; \quad (6)$$

$$\sum_i a_{ij} h_{ij} + L_j(\bar{x}) = 0, \quad j = \overline{m+1, n}; \quad \bar{x} \in D_2, \quad \bar{h} \in H\},$$

где

$$H = \{h_{ij} : x_i y_{ij}^{\min} < h_{ij} < x_i y_{ij}^{\max}\}. \quad (7)$$

Преобразованная задача (6), (7) одноэкстремальная, так как содержит только линейные ограничения. Следовательно, этим же свойством обладает и эквивалентная ей исходная задача.

Одноэкстремальную задачу (1) — (4) с невыпуклой допустимой областью D естественно назвать задачей обобщенного выпуклого программирования.

Приведение задачи невыпуклого программирования (1) — (4) к выпуклой (6), (7) для доказательства ее одноэкстремальности

представляет собой в основном теоретический интерес, поскольку в результате такого перехода значительно увеличивается количество функциональных ограничений (7). Для решения задачи (1)–(4) можно использовать метод штрафных функций с покомпонентным спуском в подпространствах векторов $\bar{z}_1 = \bar{x}$, $\bar{z}_2 = \bar{y}_1 = \{y_{1j}\}$, ..., $\bar{z}_{n+1} = \bar{y}_n = \{y_{nj}\}$. При фиксированном значении коэффициента штрафа γ на каждой циклической итерации последовательно решаются $(n+1)$ выпуклых задач

$$\min \{ \Phi(\bar{z}_g, \gamma) : \bar{z}_g \in D_2 \}, \quad g = \overline{1, n+1}, \quad (8)$$

где \bar{z}_g — фиксированные компоненты вектора \bar{z} при решении g -й подзадачи, $\bar{z}_g = \{ \bar{z}_1, \dots, \bar{z}_{g-1}, \bar{z}_{g+1}, \dots, \bar{z}_{n+1} \}$. Здесь штрафная функция $\Phi(\bar{z}, \gamma)$ имеет вид

$$\Phi(\bar{z}, \gamma) = f_0(\bar{x}) + \gamma \left[\sum_{j=1}^m (\max [0, f_j(\bar{z})])^2 + \sum_{j=n+1}^n f_j^2(\bar{z}) \right]. \quad (9)$$

Использование метода штрафных функций дает возможность контролировать оптимальность решения подзадач, так как необходимые и достаточные условия оптимальности в этом случае имеют простой вид и легко проверяются:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z_i} > 0, \quad z_i = z_i^{\min}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z_i} < 0, \quad z_i = z_i^{\max}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z_i} = 0, \quad z_i^{\min} < z_i < z_i^{\max}. \quad (10)$$

При ограниченности функции $\Phi(\bar{z}, \gamma)$ в области D_2 имеет место сходимость последовательности $\bar{z}(k)$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) к решению задачи

$$\min \{ \Phi(\bar{z}, \gamma) : \bar{z} \in D_2 \}, \quad (11)$$

где $\bar{z}(k)$ — значение вектора \bar{z} , полученное на k -й циклической итерации поиска. Изменяя по определенному закону коэффициент γ и решая последовательность задач (11) методом покомпонентного спуска, получаем решение задачи (1)–(4) с требуемой точностью.

Многие практически важные задачи оптимизации могут быть сформулированы в виде задачи (1)–(4), в частности задача линейного программирования с переменными коэффициентами матрицы условий (обобщенная задача Вульфа).

В рамках рассматриваемого класса задач формулируется задача решения системы билнейных уравнений на гиперпараллелепипеде, возникающая при проектировании и анализе технологических комплексов непрерывного типа. Требуется найти

наилучшее по заданному критерию приближение к решению системы уравнений

$$f_{pj} = \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} = 0, \quad p \in V, \quad j = \overline{0, n} \quad (12)$$

при условии $\{\bar{x}; \bar{y}\} = \bar{z} \in D = D_x \cup D_y$:

$$D_x = \{\bar{x} > 0: x_i^{\min} < x_i < x_i^{\max}, \quad i = \overline{1, q}, \quad q = \dim \bar{x}\}; \quad (13)$$

$$D_y = \{\bar{y} > 0: y_{ij}^{\min} < y_{ij} < y_{ij}^{\max}, \quad i = \overline{1, q}, \quad j = \overline{0, n}\}.$$

Здесь V — множество узлов связного графа, являющегося топологической моделью комплекса; $n+1$ — число типов уравнений; I_p — множество номеров дуг, инцидентных p -му узлу; коэффициенты r_{pi} равны 1 или -1 для входных и выходных дуг p -го узла соответственно; \bar{x} , \bar{y} — векторы расходов и концентраций компонент в потоках.

Задача (12), (13) может быть представлена в виде

$$\min \left\{ F(\bar{z}) = \sum_{p \in V} \sum_{j=0}^n \alpha_{pj} f_{pj}^2(\bar{z}) : \bar{z} \in D \right\}, \quad (14)$$

где α_{pj} — положительные весовые коэффициенты. Возможна формулировка задачи (12), (13) в форме (1)–(4) с линейной целевой функцией

$$F_x = \left\{ \sum_{p \in V} \sum_{j=0}^n (\delta_{pj}^+ + \delta_{pj}^-) \right\} \rightarrow \min; \quad (15)$$

$$\alpha_{pj} \left(\sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} \right) + \delta_{pj}^+ - \delta_{pj}^- = 0, \quad p \in V, \quad j = \overline{0, n}. \quad (16)$$

$$\bar{x} \in D_x, \quad \bar{y} \in D_y, \quad \delta_{pj}^+, \delta_{pj}^- > 0.$$

Один из методов решения задачи (15), (16) состоит в следующем [1]. Фиксируя в уравнениях (16) поочередно $y_{ij} \in D_y$, $x_i \in D_x$, получаем в первом случае задачу линейного программирования относительно переменных x_i , δ_{pj}^+ , δ_{pj}^- , во втором — n независимых подзадач относительно групп переменных $\{y_{ij}, \delta_{pj}^+, \delta_{pj}^-\}$, $j = \overline{1, n}$.

Так как целевая функция (15) ограничена снизу в допустимой области, через конечное число шагов получим решение задачи (15), (16). Заменой переменных $x_i y_{ij} = h_{ij}$ это решение можно свести к решению одной задачи линейного программирования

$$F_x \rightarrow \min; \quad \alpha_{pj} \left(\sum_{i \in I_p} r_{pi} h_{ij} \right) + \delta_{pj}^+ - \delta_{pj}^- = 0, \quad p \in V, \quad j = \overline{0, n}, \quad (17)$$

$$h_{ij} - x_i y_{ij}^{\min} > 0; \quad -h_{ij} + x_i y_{ij}^{\max} > 0;$$

$$\bar{x} \in D_x; \quad h_{ij}, \delta_{ij}^+, \delta_{ij}^- > 0, \quad i = \overline{1, q}.$$

Вопрос о целесообразности приведения задачи (12), (13) к задаче линейного программирования (17) должен решаться в каждом конкретном случае с учетом размерности преобразованной задачи, плохой устойчивости к ошибкам вычислений конечных методов линейного программирования в условиях высокой размерности, необходимости использования модификации симплекс-метода для решения задачи с двухсторонними ограничениями на переменные (или увеличения размерности в случае приведения задачи к каноническому виду).

Покажем, что решения задачи (12), (13) по критериям F_A и $F_1 = \sum_{r \in V} \sum_{i=1}^n x_{ri} |f_{ri}|$ эквивалентны (по значению критериев). Для этого достаточно показать, что в оптимальной точке одно из каждой пары слагаемых δ_{ri}^+ , δ_{ri}^- обращается в нуль. Поскольку переменные δ_{ri}^+ , δ_{ri}^- входят только в одно из уравнений (16), минимальный вклад суммы положительных слагаемых $\delta_{ri}^+ + \delta_{ri}^-$ в критерий F_A будет соответствовать решению следующей задачи:

$$\begin{aligned} \{\delta_{ri}^+ + \delta_{ri}^-\} \rightarrow \min, \quad \delta_{ri}^+ - \delta_{ri}^- &= c_{ri}; \\ \delta_{ri}^+, \delta_{ri}^- &\geq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Допустимой областью задачи (18) является часть прямой $\delta_{ri}^+ - \delta_{ri}^- - c_{ri} = 0$, лежащей в положительном квадранте и пересекающей в точке c_{ri} оси δ_{ri}^+ ($c_{ri} > 0$) или δ_{ri}^- ($c_{ri} < 0$).

Следовательно, решением задачи (18) при $c_{ri} > 0$ является точка $\{c_{ri}, 0\}$, а при $c_{ri} < 0$ — точка $\{0, c_{ri}\}$. Величины c_{ri} характеризуют абсолютные значения невязок соответствующих уравнений системы (с учетом весовых коэффициентов), откуда и следует равенство критериев F_1 , F_A в оптимальной точке.

Покажем возможность представления задачи решения системы билинейных уравнений на гиперпараллелепипеде в виде обратной задачи геометрического программирования [2]. Для этого функцию невязки F , определяемую из выражения (14), запишем в виде разности двух полиномов: $F = F^+ - F^-$, где F^+ , F^- — суммы всех членов функции F со знаком плюс и минус. Нахождение минимума функции F заменим минимизацией дополнительной положительной переменной z_{v+1} ($v = \dim \bar{z}$) при ограничении $F^+ - F^- < z_{v+1}$, которое может быть заменено двумя полиномиальными ограничениями с дополнительной переменной z_{v+2} . Следовательно, задача формулируется так:

$$\begin{aligned} z_{v+1} \rightarrow \min; \quad z_{v+2}^{-1} z_{v+1}^{-1} F^+ &< 1, \quad (1/z_i^{\max}) z_i < 1; \\ z_{v+2}^{-1} + z_{v+2}^{-1} z_{v+1}^{-1} F^- &> 1; \quad (1/z_i^{\min}) z_i > 1, \quad i = \overline{1, v}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введем обозначения

$$J_0 = \{0\}, \quad J_1 = \{1, 2, \dots, m\}; \quad J_{k+1} = \{m^+ + k\}, \quad k = \overline{1, v};$$

$$J_{\nu+2} = \{m^+ + \nu + 1, \dots, m^+ + \nu + m^-\}; J_{\nu+2+k} = \\ = \{m^+ + \nu + m^- + k\}, k = \overline{1, \nu},$$

где m^+ , m^- — число слагаемых в позиномах F^+ , F^- соответственно. Двойственная функция имеет вид

$$V(\bar{v}) = \prod_{i \in J_1} \left(\frac{c_i}{\bar{v}_i}\right)^{b_i} \prod_{i \in P} \left(\frac{c_i}{\bar{v}_i}\right)^{b_i} \prod_{i \in J_{\nu+2}} \left(\frac{c_i}{\bar{v}_i}\right)^{-b_i} \times \\ \times \prod_{i \in R} \left(\frac{c_i}{\bar{v}_i}\right)^{-b_i} \lambda_1^{\lambda_1} \lambda_{\nu+2}^{-\lambda_{\nu+2}} \prod_{i \in P} \bar{v}_i^{b_i} \prod_{i \in J_{\nu+2}} \bar{v}_i^{-b_i}. \quad (20)$$

Здесь

$$\lambda_1 = \sum_{i \in J_1} b_i; \lambda_{\nu+2} = \sum_{i \in J_{\nu+2}} b_i; P = \bigcup_{k=2}^{\nu+1} J_k, R = \bigcup_{k=\nu+3}^{2\nu+1} J_k, \\ \hat{c}_i = 1/z_{i-m^+}^{\max}, i \in P; \hat{c}_i = 1/z_{i-m^-}^{\min},$$

где $n = m^+ + m^- + \nu + 2$; $i \in R$, c_i — положительные коэффициенты слагаемых позиномов F^+ , F^- .

Поиск минимума функции F связан с нахождением стационарных точек функции V в области задания вектора двойственных переменных \bar{v} , определяемой соотношениями

$$Q = \{\bar{v} > 0; \bar{v}_0 = 1; \sum_{i \in S} a_{ij} \bar{v}_i - \sum_{i \in L} a_{ij} \bar{v}_i = 0, j = \overline{1, \nu+2}\}; \quad (21) \\ S = J_0 \cup J_1 \cup P, L = J_{\nu+2} \cup R.$$

Поскольку хотя бы одно из каждой пары ограничений $(1/z_i^{\max}) \times \times z_i < 1$, $(1/z_i^{\min}) z_i > 1$, $i = \overline{1, \nu}$ является пассивным, соответствующая этому ограничению координата двойственного вектора в оптимальной точке равна нулю. Двойственная функция обратной задачи геометрического программирования (в отличие от прямой) не является выпуклой вверх, поэтому поиск стационарных точек функции V в области Q связан с определенными трудностями. В случае единственности решения одноэкстремальной задачи (19) минимум $z_{\nu+1}$ будет соответствовать единственному локальному максимуму функции V , нахождение которого возможно при движении из любой начальной точки в зоне притяжения этого максимума $Q_s \subset Q$. Так как в окрестности точки \bar{v}^* , соответствующей локальному максимуму функции V , выполняется соотношение $z_{\nu+1} > V(\bar{v})$, нарушение этого условия в процессе поиска означает, что начальная точка \bar{v}^0 не принадлежала области Q_s и поиск необходимо повторить из другой начальной точки. Рассмотрим применение метода геометрического программирования при решении задачи (14) на следующем примере:

$$\min \{F = (z_1 z_2 - z_3 z_4)^2; z \in D\}; \quad (22)$$

$$D = \{\bar{z} : 1 < z_1 < 2, 3 < z_2 < 5, 3 < z_3 < 5, 4 < z_4 < 6\}.$$

В результате приведения задачи (22) к виду (19) получим

$$\begin{aligned} z_6 &\rightarrow \min; z_6^{-1} z_5^{-1} F^+ < 1; (1/z_1^{\max}) z_1 < 1; \\ z_6^{-1} + z_6^{-1} z_5^{-1} F^- &\geq 1; (1/z_i^{\min}) z_i \geq 1, i = \overline{1,4}; \\ F^+ &= z_1^2 z_2^2 + z_3^2 z_4^2; F^- = 2z_1 z_2 z_3 z_4. \end{aligned} \quad (23)$$

Легко проверить, что решением задачи (22) является вектор

$$\bar{z} = [z_1^{\max}, z_2^{\max}, z_3^{\min}, z_4^{\min}] = [2, 5, 3, 4] \quad (F(\bar{z}) = 4).$$

Пассивные позиционные ограничения в оптимальной точке для простоты записи в дальнейшем не учитываем. Тогда двойственная функция примет вид (20), где $m^+ = 2$; $m^- = 1$; $v = 2$; $J_1 = [1, 2]$; $J_2 = [3]$; $J_3 = [4]$; $J_4 = [5, 6]$; $J_5 = [7]$; $J_6 = [8]$; $P = [3, 4]$; $R = [7, 8]$; $c_1 = c_2 = c_5 = 1$; $c_3 = 2$; $c_4 = 1/z_1^{\max}$; $c_6 = 1/z_5^{\max}$; $c_7 = 1/z_3^{\min}$; $c_8 = 1/z_4^{\min}$.

Область Q задания двойственного вектора определяется условиями

$$\begin{aligned} \delta_0 - \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 &= 0; \quad -\delta_1 - \delta_2 + \delta_5 + \delta_6 = 0; \\ 2\delta_1 + \delta_3 - \delta_4 &= 0; \quad 2\delta_1 + \delta_4 - \delta_6 = 0; \\ 2\delta_2 - \delta_0 - \delta_7 &= 0; \quad 2\delta_2 - \delta_8 - \delta_9 = 0; \\ \delta_0 &= 1; \quad \delta_i \geq 0, \quad i = \overline{1,8}. \end{aligned} \quad (24)$$

Поскольку вектор двойственных переменных находится неоднозначно (степень трудности рассматриваемой задачи равна двум), для вычисления $\bar{\delta}^*$ воспользуемся известным решением задачи (22). Координаты вектора $\bar{\delta}^*$ определяются из соотношений $\delta_i = \lambda_k u_i(\bar{z}^*)$, $i \in J_k$, $k = \overline{1,6}$ (25), где $u_i(\bar{z}^*)$ — значения соответствующих одночленных полиномов в точке \bar{z}^* ($u_1 = 25/61$; $u_2 = 36/61$; $u_3 = 1/61$; $u_4 = 60/61$; $u_5 = u_6 = u_7 = u_8 = 1$); $\lambda_k = \sum_{i \in J_k} \delta_i$.

Коэффициенты λ_k должны удовлетворять следующей системе линейных уравнений:

$$a_{0j} + \sum_{k=1}^6 \sum_{i \in J_k} \lambda_k u_i(\bar{z}^*) a_{ij} = 0, \quad j = \overline{1,6}. \quad (26)$$

Здесь a_{ij} — известные коэффициенты матрицы экспонент задачи (23). Решая систему (26) и используя соотношения (25), находим

$$\bar{\delta}^* = [\delta_0, \dots, \delta_9] = [1, 25, 36, 10, 10, 60, 12, 12].$$

Подставляя значение $\bar{\delta}^*$ в выражение (20), вычисляем $V(\bar{\delta}^*) = F(\bar{z}^*) = 4$. Таким образом, минимум функции F соответствует

локальному максимуму двойственной функции. Определив значение функции V , например, в точке $\bar{\delta} = [1; 0,5; 1,5; 0; 0; 1; 1; 2; 2]$, принадлежащей Q (значение V в этой точке больше $V(\bar{\delta}^*)$ и равно 55,4256), убеждаемся в локальности максимума $V(\bar{\delta}^*)$.

На практике нахождение вектора $\bar{\delta}^*$ может оказаться достаточно трудоемкой операцией. Возможны случаи, когда область задания вектора $\bar{\delta}$, определяемая условиями нормализации и ортогональности, может быть пустой. Например, если в задаче (22) убрать позиционные ограничения, то область Q будет определяться системой (24), в которой следует положить $\delta_3 = \delta_4 = \delta_7 = \delta_n = 0$. Полученная система является несовместной, поскольку ранги матрицы коэффициентов при неизвестных значениях и расширенной матрицы (с учетом $\delta_6 = 1$) неравны. Поэтому возможность решения задачи (14) в виде обратной задачи геометрического программирования представляет в основном теоретический интерес. Наиболее целесообразным для решения задачи (14) высокой размерности представляется декомпозиционный подход, основанный на поочередной фиксации координат векторов \bar{y} , \bar{x} и решении последовательности задач выпуклого квадратичного программирования [1] (например, методом сопряженных градиентов).

Список литературы: 1. Ромашин П. Г. Декомпозиционные методы решения биллинейных моделей сетевых систем. — АСУ и приборы автоматки, 1984, вып. 72, с. 34-41. 2. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. — М.: Мир, 1972. — 312 с.

Поступила в редакцию 26.03.84

УДК 519.244

С. В. ЯКОВЛЕВ, канд. физ.-мат. наук

О НЕКОТОРЫХ СХЕМАХ ПОИСКОВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Рассмотрим следующую задачу. Пусть X — компактное множество в R^n , а B — σ -алгебра его борелевских подмножеств. На X задан B -измеримый ограниченный снизу функционал x . Необходимо найти такую точку $x^* \in X$, для которой при всех $x \in X$ справедливо неравенство

$$P \{x(x^*) < x(x) + \varepsilon\} > p,$$

где p — вероятность определения решения с точностью $\varepsilon > 0$.

Зададим на B вероятностное распределение и рассмотрим произвольное множество $Y \in B$. Тогда $x(\omega) : \omega \in Y$ — случайная величина.

В статье предложена группа методов поисковой оптимизации, основанная на последовательном исследовании подмножеств Y_i множества X . Информация о проведении функционала x на этих подмножествах извлекается из вероятностных характеристик случайной величины $x(\omega): \omega \in Y_i$ при заданных определенным образом вероятностных мерах $P_{Y_i}(d\omega)$.

Одной из основных вероятностных характеристик случайной величины $x(\omega): \omega \in Y$ является закон распределения $F(v)$. Для сложных функций $x(x)$ при задании однородной вероятностной меры $P_Y(d\omega)$ на Y распределение $F(v)$ неизвестно. Однако его часто с определенной точностью удается аппроксимировать некоторым распределением $F^*(v)$, зависящим от конечного количества параметров.

Один из наиболее тривиальных подходов здесь заключается в следующем. В соответствии с заданной на Y вероятностной мерой генерируются точки $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$. Выдвигается гипотеза о законе распределения случайной величины $x(\omega): \omega \in Y$, которая проверяется по статистике $\{x(\omega_1), x(\omega_2), \dots, x(\omega_k)\}$ с использованием известных критериев согласия. Если гипотеза не отвергается, в качестве гипотетического распределения выбирается $F^*(v)$.

Однако для получения достаточно точной информации о функции распределения случайной величины $x(\omega): \omega \in Y$ необходимо генерировать большое количество точек, что связано со значительными временными затратами.

Другой подход заключается в разложении исходного распределения $F(v)$ в ряд, основанный на нормальных распределениях. При определенных условиях ряд сходится в любой точке непрерывности функции $F(v)$. Следовательно, для большей точности аппроксимации необходимо в разложении увеличить количество членов ряда, а значит, и центральных моментов. Отметим, что центральные моменты оцениваются по выборочным данным. С увеличением порядка центрального момента резко возрастает объем выборки, необходимой для определения оценки заданной точности. Во многих оптимизационных задачах большой размерности распределение значений минимизируемого функционала близко к нормальному, т. е. можно получить высокую точность аппроксимации при малом числе членов разложения. Для известного аналитического вида минимизируемого функционала в некоторых случаях удается найти предельное в определенном смысле распределение значений функционала при заданной вероятностной мере на области его распределения. Например, если можно указать такое монотонное преобразование функционала ψ , что случайную величину $\psi\{x(\omega)\}: \omega \in Y$ можно представить в виде суммы слабо зависящих случайных величин, то с увеличением числа слагаемых распределение $x(\omega): \omega \in Y$ асимптотически принадлежит классу Кэптейна.

Описанные подходы позволяют неизвестному распределению $F(v)$ поставить в соответствие распределение $F^*(v)$ заданного функционального вида, зависящего от конечного числа параметров и близкого к $F(v)$ в смысле равномерной метрики.

Оценивая параметры распределения $F^*(v)$, получаем вероятностные оценки поведения функционала $x(x)$ на заданном множестве Y . Так, исходя из распределения $F^*(v)$, вычисляем вероятность нахождения значений функционала, меньших заданного числа z , при генерации точек в соответствии с определенной вероятностной мерой на Y . Естественно, что оценка L этой вероятности равна $F^*(z)$. Другой характеристикой является вероятность получения значений, меньших z , за m испытаний (случайных проб). Оценка этой вероятности соответствует $1 - [1 - F^*(z)]^m$.

Приведем общую схему алгоритмов, основанных на данных вероятностных характеристиках. Для этого рассмотрим многоэтапный поиск. На первом этапе генерируем k_1 точек $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{k_1}$ из множества $Y_1 = X$. Обозначим $z_1 = \min_{i=1, \dots, k_1} x(\omega_i)$. Исследуем пара-

метры Θ_1 распределения значений случайной величины $x(\omega)$; $\omega \in Y_1$ и вычислим вероятностные характеристики поведения функционала x на множестве Y_1 : $L_1(\Theta_1, z_1) = F_1^*(z_1)$ или $L_2(\Theta_1, z_1) = 1 - [1 - F_1^*(z_1)]^m$. С помощью оценки параметров распределения $F_1^*(v)$ получаем вероятностные оценки поведения функционала x на заданном множестве Y_1 . Здесь m выбираем в зависимости от стратегии поиска. Например, поскольку суммарное число испытаний ограничено числом N и уже проведено l испытаний, целесообразно принять $m = N - l$. Если на очередном этапе проводится k_i испытаний (суммарное число испытаний N не достигнуто), то $m = k_i$. В дальнейшем вместо обозначений L_1, L_2 будем пользоваться обозначением L .

На втором этапе выбираем подмножество $Y_2 \subset Y_1$. Производим k_2 испытаний и аналогично оцениваем параметры Θ_2 распределения $F_2^*(z)$ значений случайной величины $x(\omega)$; $\omega \in Y_2$. Рекордное значение функционала, полученное по окончании $k_1 + k_2$ испытаний, обозначим через z_2 .

Далее сравниваем величины $L(\Theta_1, z_1)$ и $L(\Theta_2, z_2)$. Если $L(\Theta_1, z_1) > L(\Theta_2, z_2)$, то улучшения целесообразно искать на множестве Y_1 . Выбираем новое подмножество $Y_3 \subset Y_1$ и аналогично исследуем вероятностные характеристики поведения функционала x на нем. Для $L(\Theta_1, z_1) < L(\Theta_2, z_2)$ поиск продолжаем на подмножестве $Y_3 \subset Y_2$.

Рассмотрим l -й этап. Пусть рассматривается подмножество Y_l . Генерируем точки $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{k_l}$ из множества Y и по выборке $\{x(\omega_i), i = \overline{1, k_l}\}$ оцениваем параметры Θ_l распределения случайной величины $x(\omega)$; $\omega \in Y_l$. Рекордное значение функционала за l

этапов обозначим через z_l . Затем вычисляем $L(\theta_1, z_l)$, $L(\theta_2, z_l)$, ..., $L(\theta_l, z_l)$ и выбираем множество Y_s , $s \in \{1, l\}$, которому соответствует наибольшее из $L(\theta_s, z_l)$. Если таких множеств несколько, выбираем множество наименьшей меры. На очередном $l+1$ -м этапе рассматриваем множество $Y_{l+1} \subset Y_s$.

Как правило, нет необходимости запоминать параметры θ_i для всех рассмотренных подмножеств Y_i , так как во многих случаях удается показать, что при всех $z < \tilde{z}$ $L(\theta_i, z) < L(\theta_j, z)$, где $i, j \in \{1, l\}$. Например, пусть случайные величины $x(\omega)$: $\omega \in Y_i$, $x(\omega)$: $\omega \in Y_j$ распределены нормально с параметрами $\theta_i = (m_i, \sigma_i)$, $\theta_j = (m_j, \sigma_j)$ соответственно, причем $\sigma_j > \sigma_i$. Тогда для любых

$$z < \frac{m_i \sigma_j - m_j \sigma_i}{\sigma_j - \sigma_i} \quad (1)$$

справедливо $L_1(\theta_i, z) < L_1(\theta_j, z)$.

Аналогичные рассуждения можно привести и для характеристики $L_2(\theta, z)$. Естественно, в этом случае изменится правая часть неравенства (1).

Итак, описанная схема позволяет увеличить вероятность получения «хороших» результатов. Основная сложность здесь состоит в необходимости оценивания параметров используемых распределений и в проверке адекватности реальной и вероятностной моделей. Перспективность поиска улучшений на множестве характеризуется не только величиной вероятности улучшения. Возможны вероятностные оценки, позволяющие численно определить ожидаемый результат. Вероятностная оценка оптимума функционала на множестве, оценка моды или математического ожидания наименьшего значения случайной величины $x(\omega)$: $\omega \in Y$ в r ее реализациях. Указанные характеристики можно оценить, используя вид распределения $x(\omega)$: $\omega \in Y$ или же свойства порядковых статистик. В работах [1, 2] приведены аналитические выражения для вычисления моды и математического ожидания наименьшего значения случайной величины в r ее реализациях для часто встречающихся на практике распределений, получены выражения для оценки оптимумов через параметры распределений. Результаты по использованию аппарата порядковых статистик для оценки минимального значения случайной величины описаны в работах [3—5].

Алгоритмы, основанные на применении математического ожидания или моды наименьшего значения случайной величины $x(\omega)$: $\omega \in Y$, в выборке в r реализациях, полностью совпадают с описанным алгоритмом использования в качестве характеристики перспективности поиска на множестве Y значения вероятности улучшений за m испытаний. Отличие здесь лишь в том, что с уменьшением математического ожидания (моды) область поиска сужается.

Интересен класс алгоритмов, использующих статистическую оценку оптимума функционала на множестве. Поскольку для всякого $Y_i \subset X$ справедливо

$$\min_{x \in X} x(x) < \min_{x \in Y_i} x(x),$$

можно предложить следующую многоэтажную схему сужения области поиска.

На каждом из этапов оцениваем значение η_{Y_i} минимума случайной величины $x(\omega)$: $\omega \in Y_i$ с точностью $\varepsilon^k > 0$. При $\eta_{Y_i} - \eta_X < \varepsilon$ выбираем множество $Y_{i+1} \subset Y_i$, в противном случае — $Y_{i+1} \subset Y_{i-1}$.

Сходимость алгоритмов такого класса, а также различные применения алгоритмов, основанных на статистической оценке оптимума, исследованы в работах [2, 3, 6, 7].

Предлагаемые алгоритмы эффективны в тех случаях, когда для оценки параметров заданного распределения $F^*(v)$ необходимо меньше случайных проб, чем для непосредственного определения искомого приближения к оптимуму на исследуемых подмножествах с использованием схемы наброса. Это накладывает дополнительные ограничения на вид распределений $F^*(v)$.

Пусть выполнено n реализаций случайной величины $x(\omega)$: $\omega \in Y$ с функцией распределения $F(v)$. Так как функционал x ограничен, распределение $F(v)$ должно удовлетворять условиям $F(\eta + \varepsilon) \neq 0$ для любого $\varepsilon > 0$, $F(\eta) = 0$, где $\eta = \min_{x \in Y} x(x)$. Обозна-

чим через $\hat{\eta}^n$ первую экстремальную статистику. Оценим некоторый параметр θ распределения $F^*(v)$. Предположим, что оценка этого параметра $\hat{\theta}^n$ является асимптотически нормальной $(\theta, \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}})$ (ε — константа). Тогда справедливо следующее утверждение [2]: если распределение $F(v)$ при выполнении указанных выше предположений удовлетворяет условию

$$F(\eta + \varepsilon) < 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2x^2}\right),$$

имеет место асимптотическое равенство

$$P(|\hat{\theta}^n - \theta| > \varepsilon) = o(P\{\hat{\eta}^n - \eta > \varepsilon\}). \quad (2)$$

В качестве распределений, удовлетворяющих условию (2), укажем логарифмически нормальное распределение, распределение Вейбулла и обобщенное гамма-распределение с параметрами формы больше двух.

Алгоритмы, основанные на предложенных поисковых схемах, апробированы на широком круге задач проектирования в непрерывной и дискретной постановках. В частности, решены задачи

раскрытия материалов, размещения аппаратурных блоков в приборных отсеках, размещения источников физико-механических полей и др. Сравнение с известными проектными решениями показало высокую конкурентоспособность методов [7].

Список литературы: 1. *Моцкус П. Б.* Многоэкстремальные задачи в проектировании (Статистические решения. Усиление локальных методов. Эвристические способности человека). — М.: Наука, 1967 — 215 с. 2. *Стоян Ю. Г., Яковлев С. В.* Исследование сходимости и эффективности метода сужающихся окрестностей. — Х., 1981. — 43 с. — (Препринт/АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения; № 168). 3. *Жуковский А. А.* Исследование вероятностных методов глобальной оптимизации: Автореф. дис. . . канд. физ.-мат. наук. — Л., 1980. — 20 с. 4. *Clough D. I.* An asymptotic extreme-value sampling theory for estimation of a global maximum. — Canadian Operations Research Society Journ., 1969, 7, p. 105—115. 5. *Cooke P.* Statistical inference for bounds of random variables. — Biometrika, 1979, 66, p. 367—374. 6. *Киселев Н. Н., Сидоров И. М.* Статистическая оценка глобального экстремума. — Автоматика и вычислит. техника, 1974, № 4, с. 45—49. 7. *Яковлев С. В.* Методы и алгоритмы решения оптимизационных задач геометрического проектирования: Автореф. дис. . . канд. физ.-мат. наук. — К., 1982. — 20 с.

Поступило в редколлегию 07.01.84.

УДК 62-505

Е. Г. КУНИК, канд. техн. наук, М. Я. ЖИТОМИРСКИЙ

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ В ЗАДАЧАХ
РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЛАСТЕЙ
КОМПРОМИССОВ И СОГЛАСИЯ**

Пусть $E \subset \mathbb{R}^n$ — открытая область состояний оптимизируемого объекта;

$$H(E) = \{F(X) = (f_1(X), \dots, f_m(X)), X \in E, f_j \in C^\infty(E), \\ j = \overline{1, m}\}.$$

Через $M(E)$ обозначим множество подмножеств E . В задачах векторной оптимизации важное место принадлежит отображениям

$$\Theta_1: H(E) \rightarrow M(E), \quad \Theta_2: H(E) \rightarrow M(E),$$

таким, что для каждого векторного критерия качества $F \in H(E)$ множества $\Theta_1(F)$, $\Theta_2(F)$ совпадают с областями согласия и компромиссов [1]. Множества $\Theta_1(F)$, $\Theta_2(F)$ не всегда определяются матрицей Якоби $F'(X)$. Для их построения иногда используют нелинейные члены разложения $F(X)$ в ряд Тейлора. Такая нелинейная ситуация может возникнуть потому, что отображения Θ_1 , Θ_2 в некотором смысле неустойчивы.

Определение. Отображение $\Theta: H(E) \rightarrow M(E)$ устойчиво, если из включения $X \in \Theta(F)$ при достаточно малой норме $\|F'(X) - F'_1(X)\|$ следует включение $X \in \Theta(F_1)$.

Рассмотрим множество $R_1(R_2)$ всевозможных устойчивых отображений $\theta: H(E) \rightarrow M(E)$, таких, что $\theta(F) \subset \theta_1(F)$ ($\theta(F) \subset \subset \theta_2(F)$), где $F \in H(E)$. Считаем, что если для любого $F \in H(E)$ условие $\theta'(F) \in \theta^*(F)$ выполнено, то отображение $\theta' \in R_1(R_2)$ содержится в $\theta' \in R_1(R_2)$. Очевидно, в $R_1(R_2)$ существует единственное максимальное отображение $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$, не содержащееся ни в каком другом отображении $\theta' \in R_1(R_2)$. В данной статье описаны отображения $\tilde{\theta}_1(F), \tilde{\theta}_2(F)$ в терминах $F'(X)$.

Замечание. Множества $\tilde{\theta}_1(F), \tilde{\theta}_2(F)$ естественно назвать устойчивыми областями согласия и компромиссов относительно векторного критерия качества $F \in H(E)$.

Случай $n > m$ вырожденный, т. е. устойчивая область компромиссов отсутствует. Действительно, для любого критерия $F \in H(E)$ и состояния $X^* \in E$ система неравенств $(\tilde{F}'(X^*))h > 0$ имеет решение, если норма $\|\tilde{F}'(X^*) - F'(X^*)\|$ достаточно мала. Таким образом, $X^* \in \tilde{\theta}_1(F)$. Докажем две теоремы для случая $n < m$.

Теорема 1. Множество $\tilde{\theta}_1(F)$ есть множество таких элементов $X \in E$, для которых система неравенств $F'(X)h > 0$ имеет решение $h \in R^n$.

Теорема 2. Множество $\tilde{\theta}_2(F)$ есть множество таких элементов $X \in E$, для которых система неравенств $F'(X)h > 0$ не имеет решения $h \neq 0$ в R^n .

Доказательство этих теорем основано на следующих леммах.

Лемма 1. Пусть $X \in \theta_1(F)$. Тогда система неравенств $F'(X)h > 0$ имеет решение $h \neq 0$ в R^n .

Если система неравенств $F'(X)h > 0$ имеет решение $h \in R^n$, то $X \in \theta_1(F)$. Пусть $X \in \theta_2(F)$. Тогда система неравенств $F'(X)h > 0$ не имеет решения в R^n . Если система неравенств $F'(X)h > 0$ не имеет нетривиального решения в R^n , то $X \in \theta_2(F)$.

Лемма 2 (Стокса). Для того, чтобы система неравенств $Ax > 0$ имела решение X^* , $AX^* \neq 0$, необходимо и достаточно, чтобы система $A^T \lambda = 0$ не имела решений с положительными координатами.

Лемма 3 (Карвера). Для того, чтобы система неравенств $Ax > 0$ имела решение, необходимо и достаточно, чтобы система $A^T \lambda = 0$ не имела нетривиального решения с неотрицательными координатами.

Доказательство леммы 1 следует непосредственно из определения областей компромиссов и согласия, доказательства лемм 2,3 и ссылки на соответствующие первоисточники содержатся в работе [2]. Частный случай лемм 2,3 применительно к задачам векторной оптимизации рассмотрен в работе [1].

Доказательство теоремы 1. Покажем, что если $X^* \in E$, $F'(X^*)h^* > 0$ для некоторого $h^* \in |R^n$, то $X^* \in \tilde{\Theta}_1(F)$. Действительно, в этом случае при $\|F'(X^*) - A\| < \varepsilon$ $Ah^* > 0$ (ε — достаточно малое число).

Покажем, что для $X^* \in \tilde{\Theta}_1(F)$ система $(F'(X^*))\lambda = 0$ не имеет нетривиального решения $\lambda \in |R^m$, $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$, $\lambda_i > 0$. Считаем, что λ^* — такое решение. Подберем последовательность векторов из $|R^m$ с положительными координатами $\mu^{(i)}$ и последовательность $n \times m$ матриц $R^{(i)}$, так, чтобы $\|R^{(i)}\| \rightarrow 0$, $R^{(i)}(\lambda^* + \mu^{(i)}) = -(F'(X^*))\mu^{(i)}$, $\text{rg}((F'(X^*))' + R^{(i)}) = n$.

Пусть $F_s \in H(E)$, $(F'_s(X^*))' = (F'(X^*))' + R^{(i)}$. Тогда $(F'_s(X^*))' \times (\lambda^* + \mu^{(i)}) = 0$. Согласно лемме 2, система неравенств $F'_s(X^*)h > 0$ не имеет нетривиальных решений, т. е. $X^* \in \Theta_2(F_s)$ (лемма 1).

Но тогда $X^* \notin \tilde{\Theta}_1(F)$, поскольку $\|F'_s(X^*) - F'(X^*)\| \rightarrow 0$. Полученное противоречие показывает, что система $(F'(X^*))\lambda = 0$ не имеет нетривиальных решений с неотрицательными координатами. В силу леммы 3 система неравенств $F'(X^*)h > 0$ имеет решение $h^* \in |R^n$.

Доказательство теоремы 2. Пусть сначала $X^* \in \tilde{\Theta}_2(F)$. Предположим, что система $F'(X^*)h > 0$ имеет решение $h^* \neq 0$. Тогда нетрудно подобрать такую последовательность матриц $R^{(i)}$, $\|R^{(i)}\| \rightarrow 0$, для которой $(F'(X^*) + R^{(i)})h^* > 0$. Пусть $F_s \in H(E)$ — такая последовательность, для которой $F'_s(X^*) = F'(X^*) + R^{(i)}$. Тогда $X^* \in \Theta_1(F_s)$. С другой стороны $\|F'_s(X^*) - F'(X^*)\| \rightarrow 0$. Тем самым, $X^* \notin \tilde{\Theta}_2(F)$, т. е. получено противоречие.

Предположим, что система неравенств $F'(X^*)h > 0$ не имеет нетривиального решения. Тогда $\text{rg} F'(X^*) = n$. В силу леммы 2, система уравнений $(F'(X^*))\lambda = 0$ имеет решение $\lambda \in |R^m$ с положительными координатами. Пусть $F_s \in H(E)$, $\|F'(X^*) - F'_s(X^*)\| < \varepsilon$ ($\varepsilon \rightarrow 0$). Система $(F'_s(X^*))'\lambda = 0$ имеет решение $\lambda \in |R^m$ с положительными координатами, а система $F'_s(X^*)h = 0$ не имеет нетривиального решения. Применяя лемму 2, получаем доказательство того, что система неравенств $F'_s(X^*)h > 0$ не имеет решений $h \neq 0$. Следовательно, $X^* \in \Theta_2(F_s)$, т. е. $X^* \in \tilde{\Theta}_2(F)$.

Список литературы: 1. Кулик Е. Г. Методы выделения области компромиссов в задачах векторной оптимизации. — АСУ и приборы автоматки, 1980, вып. 5, с. 52—62. 2. *Линейные неравенства и смежные вопросы* (сборник статей) / Под ред. Г. У. Куна, А. У. Таккера — М.: Изд-во иностр. лит., 1959. — 470 с.

Поступила в редакцию 04.01.84.

**НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ УСКОРЕНИЯ
ПРОЦЕССА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ
ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ В РЕАЛЬНОМ
МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ**

Задача идентификации является частью общей задачи оптимизации сложных систем. Трудности решения последней определяются сложностью получаемого математического описания исследуемых систем, степенью адекватности моделей реальным процессам.

При оптимизации технологических процессов широко используются системы адаптивного управления с идентификатором. К идентификатору, работающему в реальном масштабе времени, предъявляются следующие требования [1]. Алгоритм идентификации должен обеспечить сходимость оценок параметров к истинным значениям параметров стационарных и нестационарных процессов; при включении регулятора сходимость алгоритма не должна исчезать; вычислительная процедура идентификации должна быть простой. Это позволит реализовать его в системах непосредственного цифрового управления.

Рассмотрим задачу идентификации объекта, описываемого уравнением $y_n = c^* x_n + \varepsilon_n$ (1), где y_n — выходной сигнал; x_n — вектор входных сигналов, $x_n^T = (x_{1,n}, x_{2,n}, \dots, x_{N,n})$; c^* — вектор неизвестных коэффициентов, $c^{*T} = (c_1, c_2, \dots, c_N)$; ε_n — помеха; n — дискретное время, $n = 1, 2, \dots$. Задача идентификации заключается в определении вектора параметров c^* и сводится к минимизации некоторого заданного функционала качества

$$j = M |a(y_n, y_n^*, c)|,$$

где M — символ математического ожидания; y_n^* — выход модели. Вид конкретного алгоритма зависит от выбора Q .

При практической реализации любых итеративных алгоритмов важным показателем их работоспособности является скорость сходимости, позволяющая выявить его предельные возможности. Повышение скорости основано на предварительной обработке входных и выходных сигналов, связанной с их центрированием и нормированием, или на соответствующем выборе некоторых параметров, входящих в алгоритмы, что приводит к усложнению структуры алгоритма. В работе [3] показано, что скорость сходимости алгоритмов будет наибольшей, если входные величины $x_i (i = \overline{1, N})$ являются независимыми нормально распределенными

случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковой дисперсией.

Существенное влияние на скорость сходимости оказывает корреляция между входными воздействиями. При сильно коррелированных входных воздействиях скорость замедляется.

С помощью геометрических представлений объясним процесс замедления сходимости следующим образом. Каждое уравнение системы (1) относительно вектора неизвестных параметров c^* можно рассматривать как гиперплоскость в N -мерном пространстве, а алгоритм идентификации — как правило перехода от одной гиперплоскости к другой. Корреляция между компонентами входного вектора приводит к тому, что углы между гиперплоскостями незначительны, т. е. шаг при переходе от одной гиперплоскости к другой мал. Отсюда скорость сходимости также мала. Скорость сходимости алгоритмов падает, если математические ожидания входных переменных отличны от нуля. Это объясняется тем, что при нулевых математических ожиданиях угол возможных направлений вектора входных воздействий составляет 360° . С увеличением математического ожидания этот угол падает. Таким образом, ускорения сходимости алгоритма можно добиться применением стандартизации переменных, включающей центрирование и нормирование входных и выходных переменных:

$$x_n^0 = \frac{x_n - m_x}{\sigma_x}; \quad y_n^0 = \frac{y_n - m_y}{\sigma_y},$$

где m_x, m_y — математические ожидания; σ_x, σ_y — дисперсии входных и выходных переменных. Для оценки m_x, σ_x (соответственно m_y, σ_y) можно использовать итеративные алгоритмы

$$m_{x,n} = m_{x,n-1} + \frac{1}{n} (x_n - m_{x,n-1});$$

$$\sigma_{x,n}^2 = \sigma_{x,n-1}^2 + \frac{1}{n} [(x_n - m_{x,n})^2 - \sigma_{x,n-1}^2].$$

Перейдем от полученных коэффициентов $c_{i,n}^0$ ($i = \overline{1, N}$) к коэффициентам в натуральном масштабе $c_{i,n}$ ($i = \overline{1, N}$) с помощью формулы

$$c_{i,n} = c_{i,n}^0 \frac{\sigma_{y,n}}{\sigma_{x,n}}.$$

Если время получения информации об объекте существенно превышает время определения параметров объекта, то в целях ускорения процесса идентификации можно повторно применить результаты предыдущих измерений. Например, используя подряд на s шагах наблюдения x_n в алгоритме стохастической аппроксимации

$$c_n = c_{n-1} - \gamma (y_n - c_{n-1}^T x_n) x_n \quad (2)$$

(γ — некоторый параметр, удовлетворяющий определенным требованиям), находим оценку

$$c_{n+s} = c_{n-1} + \frac{1 - (1 - \gamma \|x_n\|^2)^{s+1}}{\gamma \|x_n\|^2} (y_n - c_{n-1}^T x_n) x_n,$$

которая с ростом s совпадает с оценкой, полученной по алгоритму Качмажа:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} c_{n+s} = c_{n-1} + \frac{y_n - c_{n-1}^T x_n}{\|x_n\|^2} x_n. \quad (3)$$

Геометрически это объясняется так. В алгоритме (2) очередная оценка c_n находится на прямой, проходящей через точку c_{n-1} , параллельной вектору x_n . Повторное использование измерений x_n приводит к тому, что точки c_{n+1} , c_{n+2} , ... перемещаются по этой прямой в направлении к точке пересечения перпендикуляра, опущенного из c^* на прямую, параллельную x_n , с этой прямой. Если $s \rightarrow \infty$, точка c_{n+s} совпадает с точкой c_n , найденной по алгоритму Качмажа и являющейся ближайшей к c^* на прямой, проходящей через c_{n-1} и параллельной вектору x_n . Дальнейшее использование повторных наблюдений не вызывает уточнения оценки.

Широкое распространение получил метод ускорения процесса идентификации, основанный на использовании большего числа наблюдений (переход к многошаговым процедурам) при построении очередной итерации. Благодаря лучшей экстраполяции и фильтрации здесь можно ожидать существенного сокращения времени идентификации.

Представим s -шаговый алгоритм идентификации объекта в виде

$$c_n = c_{n-1} + \sum_{i=1}^s \gamma_{i,n} (y_{n-i+1} - c_{n-i}^T X_{n-i+1}) X_{n-i+1}. \quad (4)$$

Задача построения алгоритма заключается в нахождении коэффициентов $\gamma_{i,n}$ ($i = \overline{1, s}$), обеспечивающих его наибольшую скорость сходимости.

Если в качестве критерия, характеризующего скорость сходимости алгоритма, принять

$$\phi_n = \|v_{n-1}\|^2 - \|v_n\|^2, \quad (5)$$

где $v_i = c_i - c^*$, $\|v_i\|^2 = \sum_{j=1}^N v_{j,i}^2$, то выбор параметров $\gamma_{i,n}$, обеспечивающих ϕ_n^{\max} , приводит к следующей форме s -шагового алгоритма [2,5]:

$$c_n = c_{n-1} + X_n^{(s)} [X_n^{(s)T} X_n^{(s)}]^{-1} E_n^{(s)}. \quad (6)$$

Здесь $X_n^{(s)}$ — матрица размера $N \times s$, $X_n^{(s)} = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1})$; $E_n^{(s)}$ — вектор размера $s \times 1$,

$$E_n^{(s)r} = (y_n - c_{n-1}^*, x_n, y_{n-1} - c_{n-1}^* x_{n-1}, \dots, y_{n-s+1} - c_{n-1}^* x_{n-s+1}).$$

При $s=1$ из выражения (6) получаем алгоритм Качмажа (3). Если в нем очередная оценка c_n является ближайшей к c^* на прямой, проходящей через точку c_{n-1} и параллельной вектору x_n , то в алгоритме (6) при $s > 1$ c_n ближайшая к точке c^* на s -мерной гиперплоскости, также проходящей через точку c_{n-1} и параллельной векторам $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1}$.

Если вектор входных воздействий имеет нулевое среднее и некоррелированные составляющие $x \sim N(0, \sigma^2 I)$, то скорость сходимости s -шагового алгоритма (6), вычисляемая по формуле [5]

$$M(\|v_n\|^2) = \frac{1}{(V^{2\pi\sigma^2})^n} \int e^{-(2\sigma^2)^{-1} \sum_{i=1}^n \|x_i\|^2} (\|v_{n-1}\|^2 - \|v_n\|^2) dx_1 \dots dx_n,$$

где v_n — проекция вектора v_{n-1} на подпространство, натянутое на s векторов $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1}$, определяется так:

$$M(\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{1}{N-s+1}\right) M(\|v_{n-1}\|^2). \quad (7)$$

Для $s=N$ имеем МНК. Тогда точное решение получаем за один шаг (N уравнений с N неизвестными). При $s=1$ имеем алгоритм Качмажа, для которого, как следует из формулы (7),

$$M(\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{1}{N}\right) M(\|v_{n-1}\|^2). \quad (8)$$

Отсюда следует, что учет информации на s предыдущих шагах аналогичен (в смысле скорости сходимости) уменьшению исходного N -мерного пространства на s .

Итерируя выражение (7), получаем

$$M(\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{1}{N-s+1}\right)^{n-s} M(\|v_s\|^2). \quad (9)$$

Если в алгоритме (6) на первых s шагах оценки уточняются по алгоритму Качмажа, то

$$M(\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^s \left(1 - \frac{1}{N-s+1}\right)^{n-s} \|v_0\|^2,$$

где v_0 — начальная ошибка идентификации.

Пусть на первых s шагах накапливается информация и оценка $c_s = c_1$ строится только после получения X_1, X_2, \dots, X_s , т. е.

$$c_s = c_1 = c_0 + X_s^{(s)} [X_s^{(s)T} X_s^{(s)}]^{-1} E_s^r,$$

где

$$X_s^{(s)} = (x_s, x_{s-1}, \dots, x_1); \quad E_s^r = (y_s - c_0^T x_s, \\ y_{s-1} - c_0^T x_{s-1}, \dots, y_1 - c_0^T x_1)^T,$$

тогда с учетом [5]

$$M [X_s^{(s)} [X_s^{(s)T} X_s^{(s)}]^{-1} X_s^{(s)T} = \frac{s}{N} I$$

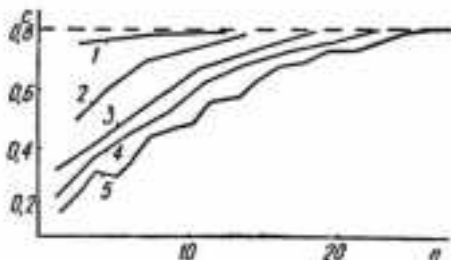
выражение (7) примет вид

$$M (\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{s}{N}\right) \left(1 - \frac{1}{N-s+1}\right)^{n-s} \|v_0\|^2.$$

Если же оценки уточняются на первом шаге по одношаговому алгоритму, на втором — по двухшаговому и т. д., то

$$M (\|v_n\|^2) = \left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - \frac{1}{N-1}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{N-s+2}\right) \times \\ \times \left(1 - \frac{1}{N-s+1}\right)^{n-1} \|v_0\|^2.$$

Программная реализация алгоритмов типа (6) дана в работе [6], где исследовался процесс идентификации стационарного объекта. При этом вектор параметров $c^* = (0,35; 0,5; 0,55; 0,8; 1,0)$. В качестве компонент входных векторов выбраны последовательности нормально распределенных случайных величин (типа дискретного белого шума) с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Начальные значения параметров c_0 нулевые. Усреднение проведено по 20 реализациям.



На рисунке показан процесс настройки одного из коэффициентов c_n . Кривая 1 соответствует алгоритму стохастической аппроксимации (2); 2 — этому же алгоритму с повторным 10-разовым использованием последнего измерения; 3 — алгоритму Качмажа (3); 4 — алгоритму (6), $s=3$; 5 — алгоритму (6), $s=5$.

Результаты моделирования показали, что учет предыдущей информации (повторное использование результатов измерений и увеличение памяти алгоритма s) существенно сокращают время идентификации. С ростом s скорость сходимости этого алгоритма значительно превосходит скорость сходимости алгоритма Качмажа.

Список литературы: 1. Рабман Н. С., Чадеев В. М. Построение моделей процессов производства. — М.: Энергия, 1975. — 376 с. 2. Аведьян Э. Л. Модифицированный алгоритм Качмажа для оценки параметров линейных объектов. — Автоматика и телемеханика, 1976, № 5, с. 64—72. 3. Поляк Б. Т. Сравнение скорости сходимости одношаговых и многошаговых алгоритмов оптимизации при наличии помех. — Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1977, № 1, с. 9—12. 4. Руденко О. Г., Салыга В. И., Штонда А. Н. Многошаговый адаптивный алгоритм идентификации. — В кн.: Управление металлургическими процессами и их моделирование, М.: Металлургия, 1980, с. 19—20. 5. Ищенко Л. А., Руденко О. Г. Многошаговые адаптивные алгоритмы идентификации линейных

объектов. — Автометрия, 1983, № 6, с. 31—35. 6. Салыга В. И. и др. Многошаговый адаптивный алгоритм идентификации с рекуррентным обращением матрицы наблюдений / В. И. Салыга, О. Г. Руденко, В. В. Роговенко, Л. А. Мищенко; Харьк. ин-т радиозлектроники. — Х., 1983. — 8 с. — Программа деп. в ГФАП 27.06.83, № П006559.

Поступила в редколлегию 20.12.83.

УДК 681.327

Е. П. ПУТЯТИН, д-р техн. наук, А. П. ТАРАСЕНКО

МЕТОД НОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ АФФИННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ

Влияние геометрических искажений в изображении затрудняет процедуру распознавания, приводит к ошибкам в классификации III. Изображения объектов, фотографируемых в произвольном ракурсе, можно рассматривать как изображения, подвергнутые действию аффинной группы преобразований на плоскости.

Рассмотрим задачу нормализации при аффинных преобразованиях. Пусть исходное изображение — непрерывная функция яркости $B_0(x, y) = B_0$, заданная на некотором поле зрения D , которое представляет собой область на плоскости. Над координатами изображения $B_0(x, y)$ выполним аффинное преобразование $g = \{x', y' : x' = a_1x + a_2y + a_3, y' = a_4x + a_5y + a_6$. Физически это означает, что форма изображения B_0 изменится в зависимости от приближения реального объекта к телевизионной камере или от поворота вокруг некоторой точки (оси) в пространстве. Предполагаем, что в результате геометрических преобразований получаем изображение $B(x, y) = B_0(g(x, y))$, не выходящее за пределы поля зрения. Для компенсации преобразования необходимо определить параметры $a_i (i = \overline{1, 6})$. Согласно общему уравнению нормализации [2] $g \circ \Phi(B) = \Phi(B_0)$ (1), где $\Phi(B) : B \rightarrow G$ — отображение множества изображений из класса эквивалентности, порожденного эталоном B_0 , в множество элементов непрерывной группы G (группы Ли); \circ — обозначение групповой операции. Необходимо определить вид $\Phi(B)$, удовлетворяющий уравнению (1). Иными словами для аффинной группы преобразований требуется получить линейное представление, с помощью которого можно определить параметры a_i (или обратные к ним γ_i).

Известным способом нахождения коэффициентов нормализации является построение совокупности функционалов вида

$$\Phi(B) = \int_D f(B(x, y)) K(x, y) dx dy.$$

Однако задача выбора совокупности функционалов, оптимальных согласно некоторому критерию близости между изображениями $B(x, y)$ и $B_0(x, y)$, при этом не рассматривается.

Поставим задачу вычисления параметров аффинной группы преобразования, доставляющих минимум функционалу

$$L(g) = \iint_D [B(x, y) - B_0(g(x, y))]^2 dx dy,$$

т. е. определим параметры нормализации g_i , при которых $L(g)$ достигает минимума. Для этого решим систему уравнений

$$\frac{\partial L(g)}{\partial g_i} = 0, \quad i = \overline{1, 6}. \quad (2)$$

Отметим, что $L(g) > 0 \quad \forall B(x, y), B_0(x, y), g \in G$.

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(g)}{\partial g_i} &= \frac{\partial}{\partial g_i} \iint_D [B(x, y) - B_0(g(x, y))]^2 dx dy = \\ &= -2 \iint_D [B(x, y) - B_0(g(x, y))]^2 \frac{\partial B_0(g(x, y))}{\partial g_i} dx dy = 0 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \iint_D B(x, y) \frac{\partial B_0(g(x, y))}{\partial g_i} dx dy &= \\ &= \iint_D B_0(g(x, y)) \frac{\partial B_0(g(x, y))}{\partial g_i} dx dy. \end{aligned}$$

Обозначим выражение в левой части через J_1 , в правой части — J_2 . Тогда

$$J_1 = \iint_D B(x, y) \frac{\partial B_0(g(x, y))}{\partial g_i} dx dy = \iint_D B(x, y) \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial g_i} dx dy,$$

где $u = a_1x + a_2y + a_3$; $v = a_4x + a_5y + a_6$.

Используя правила дифференцирования сложной функции, имеем

$$\frac{\partial B_0(u, v)}{\partial g_i} = \frac{1}{|A|} \left[\frac{\partial u}{\partial g_i} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial v}{\partial g_i} \left(\frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right].$$

Здесь $|A|$ — определитель матрицы A , $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_4 & a_5 \end{pmatrix}$.

Окончательно

$$\begin{aligned} J_1 &= \iint_D B(x, y) \left[\frac{1}{|A|} \left\{ \frac{\partial u}{\partial g_i} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial v}{\partial g_i} \left(\frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \right] dx dy. \end{aligned}$$

Рассмотрим выражение

$$J_2 = \iint_D B_0(g(x, y)) \frac{\partial B_0(g(x, y))}{\partial g_i} dx dy =$$

$$= \frac{1}{\|A\|} \iint_D B_0(u, v) \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial g_i} du dv, \quad (3)$$

где $\|A\|$ — якобиан преобразования (в нашем случае модуль $|A|$).
Учитывая, что

$$\frac{\partial B_0}{\partial g_i} = \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial g_i} + \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial g_i},$$

получаем

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{\|A\|} \iint_D B_0(u, v) \left[\frac{\partial B_0(u, v)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial g_i} + \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial g_i} \right] du dv = \\ &= \frac{1}{\|A\|} \iint_D B_0(u, v) \left[\frac{\partial B_0(u, v)}{\partial u} \alpha_i(u, v) + \frac{\partial B_0(u, v)}{\partial v} \beta_i(u, v) \right] du dv. \end{aligned}$$

Здесь

$$\alpha_i(u, v) = \begin{cases} 1; \\ \gamma_{1i}u + \gamma_{2i}v + \gamma_{3i}; \\ \gamma_{4i}u + \gamma_{5i}v + \gamma_{6i}. \end{cases}$$

С учетом выполненных преобразований формул для J_1, J_2 система уравнений (2) будет иметь следующий вид:

$$G^* \cdot \Phi(B, B_0) = \Phi(B_0), \quad (4)$$

где G^* — вектор коэффициентов нормализации обратного преобразования декартовой системы координат XOY в декартовую систему UOV , $G^* = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6)$; $\Phi(B, B_0)$ — матрица функционалов размером 6×6 , $\Phi(B, B_0) = \|\varphi_{ij}\|$; $\Phi(B_0)$ — вектор свободных коэффициентов,

$$\Phi(B_0) = (0, 0, \alpha \int B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} dx, 0, 0, \alpha \int B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} dy).$$

Элементы матрицы $\Phi(B, B_0)$ определяем так:

$$\varphi_{11} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} x ds - \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} x ds; \quad \varphi_{12} = -\alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} y ds;$$

$$\varphi_{13} = \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} ds; \quad \varphi_{14} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial y} x ds; \quad \varphi_{15} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} y ds;$$

$$\varphi_{24} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial y} y ds - \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} x ds; \quad \varphi_{25} = -\alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} y ds;$$

$$\varphi_{26} = -\alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} ds; \quad \varphi_{31} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} ds; \quad \varphi_{34} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial y} ds;$$

$$\varphi_{41} = \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} x ds; \quad \varphi_{42} = \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} y ds - \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} x ds;$$

$$\varphi_{43} = \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} ds; \quad \varphi_{45} = -\int_D B \frac{\partial B}{\partial y} x ds; \quad \varphi_{52} = \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} y ds;$$

$$\begin{aligned} \tau_{54} &= -\alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} x ds; & \tau_{55} &= \int_D B \frac{\partial B}{\partial y} y ds - \alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} y ds; \\ \tau_{56} &= -\alpha \int_D B_0 \frac{\partial B_0}{\partial y} ds; & \tau_{62} &= \int_D B \frac{\partial B}{\partial x} ds; & \tau_{65} &= \int_D B \frac{\partial B}{\partial y} ds. \end{aligned}$$

Остальные элементы равны нулю.

Рассмотрим метод нормализации аффинной группы преобразований в окрестности единичного преобразования группы G . Покажем, что используя данный метод, можно определить параметры нормализации, которые при наличии на изображении аддитивного гауссовского некоррелированного шума с нулевым средним и с различными дисперсиями в каждой точке изображения [4] являются оптимальными согласно критерию максимума функции правдоподобия. Для этого достаточно воспользоваться предположениями, что $|A| \approx 1$, $\tau_i \approx a_i$ ($i = \overline{1, 6}$), и применить разложение изображения $B_0(g(x, y))$ в окрестности единичного преобразования с помощью инфинитезимальных операторов [3], действующих над изображением $B_0(x, y)$.

Вследствие перечисленных условий с учетом аддитивной нормальной помехи функционал $L(g)$ имеет следующий вид [4]:

$$L(g) = \int_D [B_\xi(x, y) - B_0(g(x, y))]^2 / \sigma^2(x, y) dx dy,$$

где $B_\xi(x, y)$ — зашумленное преобразованное изображение, $B_\xi(x, y) = B_0(x, y) + \xi(x, y)$; $\sigma^2(x, y)$ — дисперсия шума $\xi(x, y)$ в каждой точке $(x, y) \in D$.

Минимизация этого функционала соответствует системе уравнений (4). Воспользуемся неравенством Рао — Крамера [5] для оценки нижних границ дисперсии параметров нормализации. В результате получим выражения для элементов информационной матрицы Фишера $\{I_{ij}\}$ ($i, j = \overline{1, 6}$), которая является симметричной:

$$\begin{aligned} I_{11} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial x} x \right)^2 \lambda ds; & I_{12} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial x} \right)^2 xy \lambda ds; \\ I_{13} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial x} \right)^2 x \lambda ds; & I_{14} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} x^2 \lambda ds; \\ I_{15} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} xy \lambda ds; & I_{16} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} x \lambda ds; \\ I_{22} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} y \right)^2 \lambda ds; & I_{23} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial x} \right)^2 y \lambda ds; \\ I_{24} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} xy \lambda ds; & I_{25} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} y^2 \lambda ds; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{28} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} y \lambda ds; & I_{33} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial x} \right)^2 \lambda ds; \\
I_{34} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} x \lambda ds; & I_{35} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial x} \frac{\partial B_0}{\partial y} y \lambda ds; \\
I_{36} &= \int_D \frac{\partial B_0}{\partial y} \frac{\partial B_0}{\partial x} \lambda ds; & I_{44} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} x \right)^2 \lambda ds; \\
I_{45} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} \right)^2 xy \lambda ds; & I_{46} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} \right)^2 x \lambda ds; \\
I_{55} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} y \right)^2 \lambda ds; & I_{56} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} \right)^2 y \lambda ds, \\
I_{66} &= \int_D \left(\frac{\partial B_0}{\partial y} \right)^2 \lambda ds, \text{ где } \lambda = 2/\sigma^2(x, y).
\end{aligned}$$

Дисперсии искоемых оценок b_{ij} для a_i превышают диагональные элементы матрицы, обратной для информационной матрицы Фишера, или равны им.

Таким образом, получены выражения для оптимизации параметров нормализации изображений при аффинных преобразованиях на плоскости, а также при оценке параметров в окрестности единичного преобразования.

Список литературы: 1. Анисимов В. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений. — М.: Выпш. шк., 1983. — 293 с. 2. Пулятин Е. П. Теоретические предпосылки нормализации изображений. — Пробл. бионик., 1973, вып. 10, с. 82—89. 3. Чеботарев Н. Г. Теория групп Ли. — М.: Гостехиздат, 1940. — 395 с. 4. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. — М.: Физматгиз, 1958. — 333 с. 5. Sible R., Axelsson J. On optimum algorithms for imaging tracking systems (EUSIPCO-80). — Lausanne, 1980, p. 723—726.

Поступила в редколлегию 05.12.83.

УДК 681.3:513
Б. В. ХИТРОВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НОРМАЛИЗАЦИИ ПРИ СИНТЕЗЕ ЭЛЕМЕНТОВ ВИЗУАЛЬНОЙ ОБСТАНОВКИ

При создании специализированных систем обработки визуальной информации, работающих в реальном масштабе времени, одной из основных проблем является сокращение объема вычислений. Так, решение задачи распознавания часто сводится к минимизации количества информативных признаков для заданного уровня надежности работы системы. При синтезе визуальной информа-

шии эта задача формулируется как поиск наиболее эффективного способа описания и обработки текущего или в ряде случаев первоначального изображения объекта. Традиционный подход к задаче визуализации предполагает задание описания объекта и выполнение дальнейших преобразований в трехмерном пространстве. При этом объект аппроксимируется некоторыми поверхностями, например в простейшем случае многогранниками, и его описание строится как набор графических примитивов: координат вершин или коэффициентов уравнений формирующих поверхностей, цветовых характеристик и т. д. После выполнения преобразований в R^3 строят плоские перспективные проекции, определяют взаимозаслонения объекта отдельными его частями и полученные результаты отображают на экране ТВ-монитора. Наиболее полно этот процесс описан в работе [1].

Более эффективным является выполнение преобразований в пространстве меньшей размерности, например в R^2 . Это означает, что изображения динамических объектов синтезируются на основе плоского описания с помощью фотографий.

Цель статьи — разработка алгоритмов синтеза изображений движущихся объектов на основе их двухмерного описания.

Плоские изображения будем задавать в виде функций распределения яркостей $B(x, y) \in R^2$, $x, y \in R$, заданных в конечной области Ω . Физически Ω представляет собой поле зрения. Можно считать $B(x, y)$ финитной ограниченной функцией. Пусть совокупность таких функций \mathcal{W} входит в пространство C^1 , т. е. пространство функций, дифференцируемых на Ω . Полагаем, что для синтеза изображений динамического объекта необходимо иметь n последовательных кадров с изображениями $B_i(x, y)$ ($i = \overline{1, n}$) моделируемого объекта. Изображения $B_i(x, y)$ получаются в дискретный момент времени i из эталонного $B_0(x, y) = B[e(x, y)]$ (e — единичный элемент группы G) с помощью некоторого преобразования $g \in G$, такого, что

$$B_i = (x', y') = B_0[g_i(x, y)]. \quad (1)$$

Отметим, что в дальнейшем будем рассматривать те преобразования $g \in G$, которые не выводят $B_0(x, y)$ за пределы Ω . При этом группа G действует на Ω эффективно, т. е. $B_0(x', y') = B_0[g(x, y)]$ в случае, если $g = e$. Зная эталонное изображение $B_0(x, y)$ и набор элементов группы G g_1, g_2, \dots, g_n , связывающих эталонное изображение $B_0(x, y)$ с текущим $B_n(x, y)$, а также используя преобразование (1), можно решить задачу синтеза изображений. В работе [2] показано, что на основе методов нормализации с учетом отображения $\Phi: \mathcal{W} \rightarrow G$ при заданной группе преобразований G можно находить неизвестные параметры преобразований $g \in G$. Моделирование процесса изменения положения объекта на плоскости опишем проективной группой, которая является гомеоморфным образом группы движений в трехмерном пространстве. При этом координаты x', y' полученного изображения связаны с исходными координатами x, y зависимостью

$$x' = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}}; \quad y' = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}}. \quad (2)$$

параметры которой a_{ij} , $\det(a_{ij}) \neq 0$ ($i, j = \overline{1, 3}$) образуют восьмипараметрическую группу Ли. Поскольку априорная информация о группе G отсутствует, процедура нормализации необходима именно при этом наиболее общем ее задании. Такой подход не эффективен, так как в ряде случаев преобразования координат $(x, y) \in \Omega$ эталонного изображения $B_0(x, y)$ можно описать с помощью подгруппы $\overline{G} \in G$ с меньшим числом параметров. Например, при $a_{31} = a_{32} = 0$ в зависимости (2) получим шестипараметрическую группу аффинных преобразований плоскости. Моделирование смещений изображений объекта с изменением масштаба и вращения можно описать следующими подгруппами:

$$B(x', y') = B_0(ax + c, by + d); \quad B(x', y') = B_0(x \cos \varphi - y \sin \varphi, x \sin \varphi + y \cos \varphi), \quad (3)$$

где c, d — параметры смещения; a, b — изменения масштаба; φ — угол поворота изображений. При избыточности группового преобразования (2) необходимо создать процедуру определения конечных уравнений группы G в преобразованиях (1) по характеристикам $B(x', y')$, $B_0(x, y)$. Рассмотрим произвольную точку $x^0, y^0 \in \Omega$. Множество $F(x, y) = \{g(x^0, y^0), g \in G\}$, где x^0, y^0 фиксировано, а g пробегает всю группу G , действие которой определено на множестве Ω , является орбитой группы G . Произвольная точка x^0, y^0 , например центр тяжести изображения объекта при действии однопараметрической подгруппы \overline{G} опишет в поле зрения Ω траекторию, которая является одной из орбит этой подгруппы. Так как орбита группы является инвариантом, следовательно, и траектория движения объекта инвариантна к действию этой подгруппы.

Пусть изображение $B_l(x, y)$ в момент времени l получено из $B_0(x, y)$ с учетом преобразования (1):

$$B_l(x', y') = B_0\left(\frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}, \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}\right). \quad (4)$$

Рассмотрим преобразование a_{ij} , удовлетворяющее условию

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |a_{ij} - \delta_{ij}| < \varepsilon,$$

где δ_{ij} — символ Кронекера; ε — произвольно заданное малое положительное число. Разложим функцию $B_l(x', y')$ по степеням a_{ij} , тогда

$$B_l(x', y') = B_0(x, y) + (a_{11} - 1) \left[x \frac{\partial}{\partial x} B_0(x, y) \right] + \\ + a_{12} \left[y \frac{\partial}{\partial x} B_0(x, y) \right] + a_{13} \left[\frac{\partial}{\partial x} B_0(x, y) \right] + a_{21} \left[x \frac{\partial}{\partial y} B_0(x, y) \right] + \\ + (a_{22} - 1) \left[y \frac{\partial}{\partial y} B_0(x, y) \right] + a_{23} \left[\frac{\partial}{\partial y} B_0(x, y) \right] -$$

$$-a_{31} \left[x^2 \frac{\partial}{\partial x} B_0(x, y) + xy \frac{\partial}{\partial y} B_0(x, y) \right] - a_{32} \left[xy \frac{\partial}{\partial x} B_0(x, y) + y^2 \frac{\partial}{\partial y} B_0(x, y) \right] + \dots$$

Многоточием обозначены члены, имеющие порядок выше первого. Выражения, стоящие в квадратных скобках (обозначим их через X_j , $j = 1, 2, \dots, 8$), являются инфинитизмальными операторами проективной группы, задаваемой преобразованиями (1). В силу обратной второй основной теоремы Ли r линейно независимых инфинитизмальных операторов соответствуют r -членной группе Ли. Определение конечных уравнений этой группы сводится к интегрированию системы уравнений в частных производных, основу которой составляют операторы X_j , $j = \overline{1, r}$. Траектория движения объекта в случае однопараметрических преобразований подгруппы \bar{G} является инвариантной к преобразованиям этой подгруппы. В силу теоремы о необходимом и достаточном условии инвариантности преобразований [3] для траектории $F(x, y) = \text{const}$ будет выполняться условие $X_j[F(x, y)] = 0$ (5), где $j \in \overline{1, 8}$. Инфинитизмальный оператор, для которого выполняется условие (5), позволит найти конечное уравнение однопараметрической группы, с помощью которой возможно моделирование движения по траектории $F(x, y) = \text{const}$.

Рассмотрим движение по траектории, задаваемой уравнением $x/y = \text{const}$. Эти траектории образуют семейство прямых, проходящих через начало координат. Оператор X_7 удовлетворяет на множестве $x/y = \text{const}$ свойству (5), т. е. x/y является преобразованием, инвариантным к действию группы. Действительно,

$$-\left(xy \frac{\partial}{\partial x} + y^2 \frac{\partial}{\partial y}\right) \left[\frac{x}{y}\right] = -xy \left(\frac{y}{x^2}\right) + \frac{y^2}{x} = 0.$$

Оператору X_7 соответствует конечное уравнение группы

$$x' = \frac{x}{\lambda y + 1}; \quad y' = \frac{y}{\lambda y + 1}. \quad (6)$$

В этом легко убедиться, разложив функцию $B_0\left(\frac{x}{\lambda y + 1}, \frac{y}{\lambda y + 1}\right)$ по степеням λ в окрестности единичного преобразования. Следовательно, движение по прямолинейной траектории можно моделировать однопараметрической группой вида (6). Если же для одного из операторов X_j условие (5) не выполняется, то необходимо искать линейные комбинации двух, трех и т. д. операторов, оставляющих форму $F(x, y) = \text{const}$ инвариантной, т. е. находить r -членную ($r < 8$) подгруппу $\bar{G} \subset G$, для которой $F(x,$

y) является орбитой. В этом случае задача сводится к построению оператора

$$L = \sum_{k=1}^r b_k X_k, \quad 1 < k < 8, \quad (7)$$

обеспечивающего выполнение условия $L(F(x, y)) = 0$ (8). Инфинитесимальные операторы, вошедшие в состав линейной комбинации (7), позволяют судить о том, какие подгруппы \bar{G} проективной группы участвуют в моделировании движения по $F(x, y) = \text{const}$. Если не существует оператора L , обеспечивающего выполнение условия (8), то при синтезе визуальной информации необходимо использовать полную восьмипараметрическую проективную группу.

Предложенный подход позволяет сократить временные затраты при реализации алгоритма синтеза визуальной информации. Определенный выигрыш в быстродействии, полученный при замене проективных преобразований аффинными в соотношении (1). Для любой из M^2 точек дискретного изображения $M \times M$ при использовании зависимости (2) необходимо выполнить восемь операций сложения, четыре — умножения, две — деления. Те же преобразования для аффинной подгруппы требуют при вычислении координат каждой точки по четыре операции сложения и умножения.

Таким образом, использование максимальной (имеется в виду количество существенных параметров) подгруппы проективной группы дает более чем двухкратный выигрыш в быстродействии.

Список литературы: 1. Гиллой В. Интерактивная машинная графика. — М.: Мир, 1981. — 380 с. 2. Путькин Е. П. Теоретические предпосылки нормализации изображений. Сообщение 1. — Пробл. бионикки, 1973, вып. 10, с. 47—51. 3. Чеботарев Н. Г. Теория групп Ли. — М.; Л.: ГОНТИ, 1940. — 396 с.

Поступила в редакцию 20.12.83.

УДК 512.972

А. Е. АРМЕНСКИЙ, канд. техн. наук, В. А. ВОРОНКОВ

ГЕНЕРАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

В развитии методов моделирования больших систем наблюдается некоторый застой. Разработка систем АСУ, АСП, «интеллектуальные банки данных» и других происходит в направлении все более узкой специализации. Многочисленность таких систем, «неперевосимость» их индивидуальных свойств (последнее отражено в материалах конференции по искусственному интеллекту в Канаде) представляют достаточно тревожный симптом в их развитии. Для того чтобы полнее разобраться в этом вопросе, нам необходимо прежде всего правильно поставить задачу.

Анализ литературы по кибернетическим системам показывает, что в центре внимания программистов, разработчиков и пользователей систем остается вопрос о соотношении синтаксиса и семантики: выразимость предметных областей в языке программирования и, наоборот, возможность осмысливания информации, содержащейся в машине.

Тенденция к передаче машине широких сфер интеллектуальной деятельности человека делает такой вопрос актуальным. До сих пор у разработчиков нет той логической базы, на основе которой возможна правильная работа с семантикой информационного обеспечения. В многочисленных публикациях, посвященных логическим проблемам кибернетики, можно встретить самые различные методы постулирования формальных логических систем, претендующих на какое-либо осмысление текстов. Их объединяет то, что возможные манипуляции производятся с кодами слов, а следовательно, их логика работает только на уровне синтаксиса.

Вопрос о методе работы со смыслом текста ставится в теории сложных систем. Получены некоторые общеметодологические результаты, позволяющие работать с разнородной информацией [1]. Однако не преодолены принципиальные трудности в решении этой задачи. Соотношение семантики и синтаксиса выходит за пределы возможностей математики и точных наук. Впервые постановку такой проблемы встречаем у Декарта. В сочинении «Рассуждение о методе» он выделил два критерия, по которым можно отличать человека от машины. Эти критерии можно сформулировать в виде двух вопросов: 1) может ли машина работать не с буквами слов, а с их смыслом? (заметим, к примеру, что слово «ключ» имеет несколько смысловых значений, однако синтаксический разбор никак этого не определит); 2) возможна ли такая универсальная программа, способная ориентироваться во всех случаях жизни так же, как это делает разум?

В решении первого вопроса многое объясняет эксперимент Э. В. Ильенкова и А. И. Мещерякова* на слепоглухонемых детях, в результате которого установлено, что мышление человека осуществляется с помощью образов, возникающих и развивающихся в результате его трудовой деятельности. Параллельно с развитием образов развивается речь. Они оказывают взаимное влияние друг на друга.

На второй вопрос тоже нет положительного ответа: такой универсальной программы пока не создано.

Трудности в развитии теории искусственного интеллекта обусловлены отсутствием эффективных методов работы с понятиями, смыслом, с тем, что определяет семантику информационного обеспечения, в отличие от работы с синтаксисом, которым в основном и ограничиваются.

* См. журн. *Вопр. философия*, 1977, № 6, с. 17—20.

Однако те методы, которые предлагают нам логики (исчисления предикатов различных порядков, многозначные логики, «размытые» множества), программистам и разработчикам интеллектуальных систем, ориентированных на конкретные приложения, мало помогают. Они не дают возможности с исчерпывающей полнотой отражать, классифицировать фактический материал, с которым приходится иметь дело на практике. Названные методы могут быть в диалектической логике. Изложенные там методы имеют гуманитарную направленность и не ориентированы на инженера-разработчика. Таким образом, в будущем необходимо довести методы диалектической логики до уровня инженерных приложений.

Какие имеются пути для решения указанной проблемы? Какие конкретные результаты можно ожидать и в какой форме они могут быть представлены?

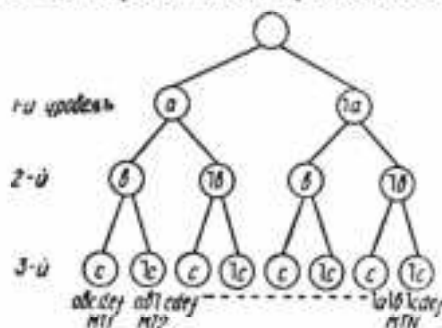
Согласно нашей точке зрения предметная область, рассматриваемая как теоретическое знание, должна разрабатываться и систематизироваться с помощью общефилософских категорий (форма — содержание, качество — количество), а также категорий, специфических для конкретных областей (ток — напряжение, сила — перемещение, производство — потребление). Если пары категорий будут разворачиваться по всем правилам диалектической логики, то результатом будет представление предметной области в виде древовидной структуры, разворачиваемой в сторону большей конкретизации, в которой, с одной стороны, представлены наиболее существенные свойства предметной области, а с другой — обеспечена их полная независимость друг от друга (на данном уровне описания). При разработке такой системы (назовем ее категориальной системой понятий) сталкиваемся со следующими случаями: имеется полная дихотомия пар противоположных признаков, полученных в результате разработки соответствующей категориальной пары; выделенная пара признаков не полностью исключает друг друга.

В первом случае пару признаков можно включать в состав классификатора, т. е. любой конкретный объект можно будет отнести к одному из признаков; во втором — необходима дальнейшая доработка содержания, поскольку выбранные признаки не всегда рассматриваются как категориальные.

Отметим, что категориальные пары так или иначе присутствуют во всех науках, хотя их и нелегко отыскать за грамматическими формами, специфичными для каждой из областей знания.

Признаками, определяющими их существование, могут служить разные формы симметрии (дуальность объектов, инвариантность их свойств). Результатом диалектической разработки пары противоположных категорий должно явиться то новое, что будет особенным по отношению к ним. Нахождение его ведет к пониманию сути дела, которое выражается в возмож-

ности членения предмета по категориальным признакам. Это понятие выступает как инвариант, по отношению к которому парные категории представляются проекциями этого инварианта в двух соответствующих системах координат. Для иллюстрации изложенного рассмотрим возможный путь построения математического обеспечения сложного программного комплекса. Основными частями любой математической теории являются язык, аксиомы (или схемы аксиом) и правила вывода. Причем система аксиом любой математической теории должна быть непротиворечивой, т. е. в ней должны содержаться утверждения типа A и «не» A одновременно. В противном случае математи-



ческая теория превратилась бы в бессодержательную теорию, где было бы выводимо любое утверждение.

Предположим, что для представления предметной области понадобились следующие аксиомы: $a, \neg a, \beta, \neg \beta, c, \neg c, d, e, f$. Под $\neg a$ («не» a) понимаем не простое отрицание (все, что угодно, кроме a), а утверждение, противоположное по какому-нибудь выделенным аспектам. Например, если a есть утверждение « A есть следствие B », то $\neg a$ — « A есть причина B ».

Если нет аксиом $\neg a, \neg \beta, \neg c$, то никаких принципиальных трудностей, связанных с противоречивостью в построении математической теории, не существует. В формальной логике разработано множество методов построения математических теорий.

Как строить теорию, когда имеются противоречия? На первом этапе необходимо провести классификацию предметной области путем диадного деления ее по противоположным аксиомам ($a - \neg a, \dots$).

Результат деления схематически представим в виде следующего дерева (рисунок). Здесь MT — i -я математическая теория.

Приведенная схема позволяет получить несколько непротиворечивых систем аксиом, каждая из которых составляет основу соответствующей математической теории (MT_1, \dots, MT). Таким образом, любая база данных в виде набора некоторых суждений (a аксиомы всегда представляют собой суждения),

быть может и противоречивых, порождает соответствующее количество математических теорий, в общем случае равное 2^n (n — количество пар противоположных суждений).

Данная схема позволяет проследить генезис математических и физических теорий. Например, если имеем аксиомы евклидовой геометрии и дополнительно отрицание $У$ постулата Евклида (о параллельных), то такая база аксиом распадается на две теории: евклидову геометрию и геометрию Лобачевского или Римана (в зависимости от того, как отрицается $У$ постулат). Или если имеются аксиомы галилеево-ньютоновой физики и к ним добавить аксиому «скорость света постоянна в любой инерциальной системе отсчета» (которая является своеобразным отрицанием принципа относительности Галилея), то база аксиом распадается на классическую и релятивистскую теории.

Приведенную схему днадного членения предметной области можно положить в основу при разработке программных комплексов вопросно-ответных систем. Работа такого комплекса включает в себя два этапа. На первом этапе в результате диалога с пользователем из базы данных выбирается соответствующая часть аксиом, а затем, на втором этапе, с помощью формально-логических операций формируется ответ на требуемый запрос.

Примером применения категориального метода построения теории является работа [2], где на основе одного постулата (инвариантность мощности), одного закона (закон Ома $e = z i$) и разработки нескольких категориальных пар (ток и напряжение, узел и контур, ко- и контравариантность) дано исчерпывающее изложение теории неподвижных электромагнитных сетей. Общая теория вращающихся электрических машин [3] является логическим продолжением изложенного ранее [2]. Имеются и другие примеры [4, 5].

Обсуждаемая задача чрезвычайно сложна.

Этой статьей хотелось бы привлечь внимание программистов, разработчиков, конструкторов кибернетических систем к разработке диалектической логики как метода решения важнейших прикладных задач.

Список литературы: 1. *Никаноров С. П.* Системный анализ и системный подход. — В кн.: Системные исследования. М.: Наука, 1972, с. 38—41. 2. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей. — М.: Сов. радио, 1978, с. 138. 3. *Крон Г.* Non-Riemannian Dynamics of Rotating Electrical Machinery. — *Jorn. of Math and Phys.*, 1934, В, р. 103—194. 4. *Kuznetsov P. G.* Sputnik—Scolar. — *Technische Gemeinschaft*, 1970, N 3, р. 26—32. 5. *Кудрявцев П. Г.* Термодинамические аспекты труда, как отношения человека к природе. — В кн.: Природа и общество. М.: Наука, 1968, с. 298—311. 6. *Нальников Э. В.* Диалектическая логика. — М.: Политиздат, 1974. — 240 с.

Поступила в редколлегию 02.04.84.

**ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ
МНОГОУРОВНЕВЫХ ДРОБНЫХ ФАКТОРНЫХ
ПЛАНОВ**

Рассмотрим задачу построения минимальных по количеству опытов дробных планов симметричного эксперимента с многоуровневыми факторами, т. е. планов типа l^{M-q} , называемых регулярными геометрическими, для заданного вида факторной модели, где M, l — количество факторов и их уровней (простое число или степень простого); q — степень дробности плана. Выбор класса геометрических планов обусловлен следующими соображениями: регулярные геометрические планы являются оптимальными в широком смысле, т. е. D -, Q -, E -оптимальными [1]; регулярные геометрические планы ортогональны, поэтому все вычисления по этим планам просты, а получаемые оценки независимы. Важность рассмотрения геометрических планов объясняется также и тем, что они являются ядром для многих других типов планов.

Итак, рассмотрим факторный эксперимент с M факторами X_1, X_2, \dots, X_M , каждый из которых изменяется на l уровнях. Пусть известен вид функции отклика, линейной по параметрам:

$$E(Y) = \beta_0 + \{\beta_1^{(1)}X_1 + \beta_1^{(2)}X_1^2 + \dots + \beta_1^{(l-1)}X_1^{l-1}\} + \dots + \\ + \{\beta_M^{(1)}X_M + \beta_M^{(2)}X_M^2 + \dots + \beta_M^{(l-1)}X_M^{l-1}\} + \text{ВФ}, \quad (1)$$

где Y — отклик; E — знак математического ожидания; β — неизвестные коэффициенты; ВФ — член, учитывающий взаимодействия факторов.

Предположим, что наблюдения $Y_i (i = \overline{1, N})$ распределены независимо и нормально с дисперсией σ^2 . На практике часто в модели (1) эффектами взаимодействий высоких порядков можно пренебречь или априори известно, что некоторые из них отсутствуют. Для оценивания коэффициентов регрессионных зависимостей (1), в которых заведомо не могут иметь место хотя бы некоторые взаимодействия, применяются геометрические дробные факторные планы (ДФП).

План, состоящий из l^{M-q} точек, удовлетворяющих системе из q линейно независимых уравнений вида

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= X_1^{a_1} X_2^{a_2} \dots X_M^{a_M}; \\ \Gamma_2 &= X_1^{a_1} X_2^{a_2} \dots X_M^{a_M}; \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Gamma_j = X_1^{a_{1j}} X_2^{a_{2j}} \dots X_M^{a_{Mj}},$$

где a_{ij} ($i = \overline{1, q}$; $j = \overline{1, M}$) $\in \{0, 1, \dots, l-1\}$ называется геометрическим [1]. Система (2) определяет подмножество l^{M-q} точек полного плана l^M . Соотношения (2) называются генерирующими, любая комбинация произведений этих соотношений — определяющим соотношением (ОС), а множество всех возможных комбинаций произведений генерирующих соотношений — обобщающим определяющим соотношением (ООС). Различают планы заданной разрешающей способности и компромиссные.

Иногда необходимо исследовать модели, в которых не все взаимодействия некоторого порядка включены в модель (1). Планы для оценки таких моделей называются компромиссными. Очевидно, планы разрешающей способности R являются частным случаем компромиссных планов, когда в модель включены все взаимодействия до $\left[\frac{R-1}{2}\right]$ -факторных включительно, где квадратные скобки означают целую часть числа. Насыщенные компромиссные регулярные факторные планы позволяют использовать все степени свободы регулярных планов и тем самым повысить эффективность планирования.

При построении ДФП возможны две постановки задачи.

1. Необходимо построить план максимальной разрешающей способности, для которого известно количество опытов.

2. Если исходной информацией является вид модели (1), строится план, позволяющий независимо оценить коэффициенты модели заданного вида при минимальном числе опытов.

На практике чаще возникает вторая задача. Если генерирующие соотношения (ГС) заданы, то задача построения ДФП l^{M-q} не представляет затруднений и заключается в следующем. Количество факторов разбивается произвольно на $(M-q)$ основных и q дополнительных. Строится полный план для $(M-q)$ основных факторов, к которому приписываются столбцы q дополнительных факторов с уровнями, равными уровням взаимодействий основных факторов, которыми можно пренебречь.

Задача определения генерирующих соотношений, приводящих к минимальному ДФП для заданного вида модели, очень трудоемка, так как она сводится к многократному перебору ГС. Сложность ее решения возрастает с увеличением количества исследуемых факторов, числа их уровней и дробности плана. Основные трудности при выборе ГС для построения ДФП заключаются в следующем. Во-первых, для построения минимального плана l^{M-q} необходимо определить его максимальную степень дробности q_{\max} . Проблема определения точного значения степени дробности минимального ДФП еще не решена. Неточное задание степени дробности требует повторе-

ния процедуры не менее, чем два раза. Во-вторых, выбор ГС при произвольном назначении основных и дополнительных факторов может быть неоптимальным по объему вычислений и зачастую вообще не приводит к минимальным ДФП. В-третьих, известные процедуры [2—4] позволяют строить геометрические планы только для двухуровневых факторов ($l=2$).

Далее предлагаем принципы сокращения перебора ОС при поиске приемлемых ОС [6], на основе которых разработана эффективная процедура построения многоуровневых геометрических ДФП.

Принцип определения множества недопустимых определяющих соотношений. Обозначим оцениваемые эффекты факторов и взаимодействий через Z_1, Z_2, \dots, Z_k , где k — количество эффектов, которые необходимо оценить. Тогда модель (1) можно записать в виде

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \dots + \beta_k Z_k. \quad (3)$$

Необходимо построить минимальный дробный план, позволяющий независимо оценить главные эффекты факторов и некоторые эффекты взаимодействий факторов модели (3), которые априори считаются существенными, за минимальное количество шагов перебора возможных генерирующих соотношений. Для данного множества оцениваемых эффектов I, Z_1, Z_2, \dots, Z_k определим множество эффектов, которые не могут быть выбраны в качестве определяющих соотношений, т. е. множество недопустимых ОС (множество H).

Обычно процедура выбора приемлемого обобщающего определяющего соотношения состоит в простом переборе вариантов возможных ООС, построении системы смешивания оценок для каждого из вариантов и в проверке оцениваемых эффектов на смешанность. Определив множество H недопустимых ОС, заменим построение и анализ системы смешивания для каждого из вариантов выбора ООС простым сравнением эффектов выбираемого ООС с множеством H , исключая из рассмотрения те варианты ООС, которые будут содержать элементы множества H . Очевидно, при этом объем вычислений значительно сократится.

Группу B_0 всех эффектов M l -уровневых факторов можно разбить на три непересекающихся множества: множество B оцениваемых эффектов; множество B_1 эффектов, которые оценивать не надо, но пренебречь ими нельзя, например, для планов четной разрешающей способности R множество B_1 состоит из всех $(R/2)$ -факторных эффектов взаимодействий; множество B_2 эффектов, которыми можно пренебречь.

Теорема 1. Пусть для M l -уровневых факторов заданы множества $B = \{I, Z_1, Z_2, \dots, Z_k\}$, $B_1 = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$. Тогда множество H недопустимых ОС состоит из элементов множеств

ва B , всевозможных произведений вида $(Z_i Z_j^a)^k$ и вида $(D_i Z_j^a)^k$, где $i, j = \overline{1, K}$; $i < j$; $i = \overline{1, k_1}$; $a = \overline{1, l-1}$.

Каждый получаемый эффект возводим в такую степень $\lambda \in GF(l)$, чтобы первый из факторов, входящих в эффект, был в первой степени.

Доказательство. Оцениваемые эффекты Z_i не подходят для выбора в качестве ОС, так как иначе они будут смешаны с эффектом среднего. Всевозможные произведения эффектов множества B вида $(Z_i Z_j^a)^k$ не могут быть выбраны в качестве ОС, в противном случае оцениваемые эффекты будут смешаны между собой. Покажем это.

Пусть определяющее соотношение имеет вид $\Gamma = Z_i Z_j = I$. Тогда из определения ОС следует, что произведение эффекта фактора или взаимодействия факторов на Γ является связанным множеством, откуда $Z_i^{l-1} = Z_i^{l-1} \Gamma = Z_i^{l-1} (Z_i Z_j) = Z_j$. Следовательно, оценки эффектов Z_i, Z_j при таком выборе ОС будут смешаны.

Аналогично можно показать, что при выборе в качестве ОС эффектов вида $(D_i Z_j^a)^k$ эффекты D_i, Z_j смешаны. Таким образом, теорема 1 доказана.

Очевидно, для планов разрешающей способности R множество H состоит из множества главных эффектов и всех их взаимодействий до $(R-1)$ -факторных включительно.

Принцип определения верхней границы дробности плана. Определить максимальную степень дробности q_{\max} плана для произвольного вида модели (3) не представляется возможным, поэтому рассмотрим только верхние границы для q .

Предлагаем необходимое условие построения плана дробности q для заданного вида факторной модели, в некоторых случаях более жесткое, чем обычно используемые неравенства Рао [5].

Теорема 2. Для существования плана типа I^{M-q} , обеспечивающего получение раздельных оценок коэффициентов заданного вида факторной модели, необходимо, чтобы степень дробности q плана не превышала $(M-r)$, т.е. $q \leq M-r$ (4), где r — количество факторов, содержащихся в эффекте взаимодействия множества H для этой модели.

Доказательство. Известно, что наименьшая по числу опытов дробная реплика (с максимальной степенью дробности q_{\max}) для заданного вида модели определяется порядком наибольшей группы в множестве допустимых ОС. Пусть наибольшие группы эффектов с учетом всех их степеней в множествах допустимых и недопустимых ОС имеют соответственно порядки l^r, l^r . Очевидно, по определению множества недопустимых ОС r будет равно количеству факторов в эффекте взаимодействия наибольшего порядка из этого множества.

Полная группа эффектов порядка $I^M M$ l -уровневых факторов включает прямое произведение этих групп, т.е. группу порядка $I^{r+r} \leq I^M$. Отсюда $q+r \leq M$. Следовательно, $q \leq M-r$.

Обычно используемое условие для определения верхней границы q при построении компромиссных моделей имеет вид [5]

$$\frac{l^{M-q} - 1}{l - 1} > k. \quad (5)$$

В частности, для двухуровневых факторов ($l = 2$) это условие означает, что количество опытов в плане должно быть больше количества оцениваемых параметров.

Пусть q_1 — верхняя граница q , определенная по условию (4), q_2 — по условию (5). Очевидно, в общем случае (компромиссных планов и планов разрешающей способности R) для определения верхней границы дробности q можно использовать формулу $q = \min \{q_1, q_2\}$.

Пример 1. Пусть $B = \{I, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_2X_3, X_4X_5\}$, $l = 2$, $k = 7$, $2^{5-q} > 8$, откуда $q_2 = 2$.

Определим множество $H = \{I, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_2X_3, X_4X_5, X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4, X_1X_5, X_1X_2X_3, X_1X_4X_5, X_2X_4, X_2X_5, X_2X_4X_5, X_3X_4, X_3X_5, X_3X_4X_5, X_2X_3X_4, X_2X_3X_4X_5\}$. Максимальный эффект взаимодействия $X_2X_3X_4X_5$, $r = 4$, $q_1 = M - r = 5 - 4 = 1$. Отсюда $q = \min \{1; 2\} = 1$.

Общая схема поиска обобщающих определяющих соотношений. Предлагаем общую схему поиска ООС для построения плана l^{M-q} при заданных $(M - q)$ основных и q дополнительных факторах.

Определение [3]. Группа порядка l^{M-q} , содержащая все главные эффекты и взаимодействия $(M - q)$ основных факторов, называется группой основных эффектов.

Пусть L_1, L_2, \dots, L_q — дополнительные факторы; O_1, O_2, \dots, O_m — основные эффекты, $m = (l^{M-q} - 1) / (l - 1)$.

Согласно условию независимости каждое из независимых ОС $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_q$ будет содержать по одному дополнительному фактору L_i . Запишем, что $\Gamma_i = O L_i^{q_i}$, где O — эффект, включающий только основные факторы.

Составим табл. 1, строки которой соответствуют основным эффектам, а столбцы — дополнительным факторам в $(l - 1)$ -й степени. На пересечении i -й строки и j -го столбца таблицы запишем произведение $O_i L_j^{l-1}$ по mod l . Если произведение $O_i L_j^{l-1}$ будет

Таблица 1

	L_1^{l-1}	\dots	L_j^{l-1}	\dots	L_q^{l-1}
O_1	$O_1 L_1^{l-1}$	\dots	$O_1 L_j^{l-1}$	\dots	$O_1 L_q^{l-1}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
O_i	$O_i L_1^{l-1}$	\dots	$O_i L_j^{l-1}$	\dots	$O_i L_q^{l-1}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
O_{m_1}	$O_{m_1} L_1^{l-1}$	\dots	$O_{m_1} L_j^{l-1}$	\dots	$O_{m_1} L_q^{l-1}$

элементом множества H , то на пересечении i -й строки и j -го столбца таблицы ставится прочерк. Строки, соответствующие элементам множества B оцениваемых эффектов, отмечаются знаком *. Очевидно, все эффекты в этих строках будут всегда недопустимыми ОС и их можно сразу исключить из рассмотрения.

Выбрав по одному эффекту из каждого столбца таблицы так, чтобы в каждой строке было не более одного выбранного эффекта, получим q эффектов, каждый из которых будет содержать только по одному дополнительному фактору. Выбранные эффекты будут независимыми, поскольку ни один из них нельзя представить произведением остальных. Следовательно, группа, образованная эффектом I , q выбранными эффектами, их всевозможными произведениями с учетом степеней эффектов, при $l > 2$ имеет размер $(l^q - 1)/(l - 1) + 1$. Ее можно использовать в качестве ООС, если среди образуемых произведений не будет недопустимых ОС.

Исчерпывающий поиск ООС по предлагаемой схеме позволяет выбрать все приемлемые ООС для данных основных факторов. Предлагаемая схема систематизирует поиск ООС для l -уровневых факторов, причем здесь полный перебор всех возможных ООС и построение для каждого из них системы смешивания оценок заменяется неполным перебором с отсечением тех решений, которые содержат недопустимые ОС.

Пример 2. Найдем ООС для построения плана 3_{III}^{4-2} . Пусть X_1, X_2 —основные факторы, X_3, X_4 —дополнительные. Составим табл. 2 поиска ООС и определим по ней следующие ООС:

$$I = X_1 X_2 X_3^2 = X_1 X_2^2 X_4^2 = X_2 X_3 X_4^2;$$

$$I = X_1 X_2^2 X_3^2 = X_1 X_2 X_4^2 = X_2 X_3^2 X_4.$$

Таблица 2

	x_3^2	x_4^2
X_1^*	—	—
X_2^*	—	—
$X_1 X_2$	$X_1 X_2 X_3^2$	$X_1 X_2 X_4^2$
$X_1 X_2^2$	$X_1 X_2^2 X_3^2$	$X_1 X_2^2 X_4^2$

Принцип оптимального выбора основных факторов. Считается, что выбор основных факторов произволен. Обычно первые $(M - q)$ факторов X_1, X_2, \dots, X_{M-q} выбирают в качестве основных, а последние X_{M-q+1}, \dots, X_M — в качестве дополнительных [2, 3].

Однако можно показать, что при построении компромиссных планов произвольный выбор основных факторов, во-первых, не всегда приводит к минимальному дробному плану и, во-вторых, для различных вариантов выбора основных факторов необходимо различное количество шагов перебора возможных ООС. Очевидно, целесообразно выбрать основные факторы так, чтобы можно было определить приемлемые ООС за минимальное количество шагов перебора.

Например, для множества $B = \{I, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_3X_4, X_3X_5\}$ выбор первых трех факторов в качестве основных, а последних — в качестве дополнительных приводит к ошибочному заключению, что план 2^{5-2} для множества B построить нельзя, поскольку получаемые при таком выборе группы ОС $I = X_1X_2X_4 = X_1X_2X_3X_5 = X_3X_4X_5$ и $I = X_1X_2X_3X_4 = X_1X_2X_5 = X_3X_4X_5$ содержат недопустимое ОС $X_3X_5X_5$. Поэтому они не могут быть выбраны в качестве ООС. Но, выбрав основными другие факторы, например X_2, X_3, X_4 , найдем ООС $I = X_1X_4X_5 = X_2X_3X_4X_5 = X_1X_2X_3, I = X_1X_3X_4X_5 = X_2X_4X_5 = X_1X_2X_3 = X_1$, по которым построим план 2^{5-2} для множества B .

Для дальнейших рассуждений вводится понятие частоты встречаемости фактора X_i в модели (1).

Определение. Частота встречаемости фактора X_i в модели (1) равна количеству эффектов модели, в которых присутствует фактор X_i в любой целой степени.

Теорема 3. Пусть выбраны множество B оцениваемых эффектов и степень дробности q искомого плана. Тогда при выборе основных факторов с максимальной частотой встречаемости в модели количество шагов перебора ООС при поиске приемлемых ООС минимально по сравнению с другими вариантами выбора основных факторов.

Доказательство. Очевидно, при выборе в качестве основных факторов с максимальной частотой группа основных эффектов будет содержать максимально и минимально возможные количества элементов множеств B, H соответственно. Из способа построения дробного плана I^{M-q} следует, что при заданном наборе основных факторов нельзя получить планы, в которых определяющими соотношениями являются основные эффекты. Однако можно получить планы, где определяющими соотношениями не являются основные эффекты. При выборе основных факторов с максимальной частотой встречаемости в модели, основные эффекты будут содержать минимально возможное количество допустимых ОС, вследствие чего вероятность пропуска приемлемых ООС при таком выборе минимальна. По общей схеме поиска ООС строки табл. 1, соответствующие элементам множества B , сразу исключаются из рассмотрения. При выборе основных факторов с максимальной частотой таких строк будет максимально возможное число, и, следовательно, количество шагов перебора вариантов ООС минимально.

Пусть $Ч_i$ — частота встречаемости фактора X_i . Тогда для примера 3 имеем $Ч_1 = 1, Ч_2 = 1, Ч_3 = 3, Ч_4 = 2, Ч_5 = 2$. Оптимальным будет выбор основных факторов X_3, X_4, X_5 , когда получаем два приемлемых варианта ООС.

Отметим, что при построении планов заданной разрешающей способности R выбор основных факторов произволен, так как все факторы имеют одинаковую частоту встречаемости в модели.

На основе разработанных принципов сокращения перебора ООС разработана эффективная процедура построения геометрических планов с операторной схемой в виде

$$A_1 A_2 A_3 P_{4,11} A_5 A_6 P_{7,19} A_8 P_{9,10}^{\uparrow 11} A_{10}^{\uparrow} A_{11} Y_{12},$$

где A_1 — задать вид модели (множество B); A_2 — определить множество H недопустимых ОС; A_3 — определить верхнюю границу дробности плана; P_4 — проверка условия $q \neq 0$; A_5 — выбрать $(M - q)$ основных факторов с максимальной частотой; A_6 — определить приемлемые ООС для выбранных основных факторов по предлагаемой таблице поиска ООС; P_7 — проверка условия, есть ли среди основных эффектов допустимые ОС; A_8 — выбрать следующий набор основных факторов; P_9 — проверка условия, построена ли полная группа ОС; A_{10} — уменьшить дробность плана на единицу; A_{11} — построить план I^{M-q} по одному из выбранных ООС; Y_{12} — окончание процедуры.

Если определение всех приемлемых ООС не требуется, то по предложенной процедуре необходимо прекратить поиск на шаге 6 и перейти к построению плана.

Список литературы: 1. Бродский В. З. Введение в факторное планирование эксперимента. — М.: Наука, 1976. — 225 с. 2. О каталоге факторных планов эксперимента на ЭВМ/В. З. Бродский, Л. И. Бродский, Г. Н. Малолеткин и др. — *Вопр. кибернетики*, 1978, вып. 47, с. 6—24. 3. Greenfield A. A. Selection of Defining Contrasts in two-level Experiments. — *Appl. Statist.*, 1976, 25, N 1, p. 64—65. 4. Franklin M. F., Bailey R. A. Selection of Defining Contrasts and Confounded Effects in Two-level Experiments. — *Appl. Statist.*, 1977, 26, N 3, p. 321—326. 5. Маркова Е. В., Лисенков А. Н. Комбинаторные планы в задачах многофакторного эксперимента. — М.: Наука, 1979. — 350 с. 6. Цымбал Л. Н. Эффективная процедура выбора генерирующих соотношений и построения дробных факторных планов. — В кн.: VII Всесоюз. конф. по планированию и автоматизации эксперимента в науч. исслед.: Тез. докл. М., 1983, ч. 1, с. 30—32.

Поступила в редакцию 14.01.84.

УДК 519.68

С. К. БЕСЧАСТНЫХ, В. И. МЕЛЕШКО, канд. техн. наук,
И. Н. ФОМИНА

ПРИМЕНЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Методы кластерного анализа часто применяются для решения задач классификации объектов. Широкое распространение этих методов при решении задач классификации объектов объясняется тем, что они позволяют классифицировать объекты, опираясь на минимальную априорную оценку. В отличие от других методов, использующих для классификации непомеченные выборки, каждый элемент выборки здесь задан только набором признаков. Информация о характере распределения внутри классов отсутствует.

В самом общем случае поставим задачу выявления естественного разделения исходной выборки на кластеры, т. е. выделим группы сходных элементов. В метрическом пространстве признаков в качестве меры сходства естественно выбрать расстояние между элементами. Тогда два элемента будут считаться сходными, если расстояние между ними по сравнению с расстояниями до большей части других элементов выборки мало.

Для контроля качества разбиения используем различные критерии, основанные на минимизации функционала качества. Нечеткость формулировки задачи затрудняет ее решение и порождает большое количество эвристических методов, каждый из которых эффективен только для определенного взаимного расположения кластеров. Результаты применения метода зависят также от мощности кластеров, наличия связывающих «мостов» и других факторов.

Выбор метода, как правило, связан с эмпирическими и интуитивными соображениями.

Описанный в статье метод отличается устойчивостью к различным расположениям классов относительно друг друга и наличия «мостов» между ними. В известной авторам советской и зарубежной литературе подобный подход к решению задачи многомерного кластерного анализа не встречается.

Физическая интерпретация метода. Пусть имеется выборка, состоящая из N объектов, каждый из которых характеризуется m признаками. Такая выборка может быть представлена в виде совокупности точек $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^N$ m -мерного пространства $\bar{x}_i = [x_i^1, \dots, x_i^m]$, $i = \overline{1, N}$. В качестве меры расстояния удобно взять обычное евклидово расстояние

$$R(\bar{x}_i, \bar{x}_j) = \|\bar{x}_i - \bar{x}_j\| = \left(\sum_{k=1}^m (x_i^k - x_j^k)^2 \right)^{1/2}.$$

Будем обозначать расстояние между точками \bar{x}_i, \bar{x}_j через R_{ij} .

Для определенности рассмотрим трехмерное пространство. Представим исходное множество точек $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^N$ в виде центров шаров радиуса $h/2$, имеющих единичную массу $m_i = 1$, $i = \overline{1, N}$. Поскольку массы взаимодействуют друг с другом, система шаров находится в постоянном движении, расстояние между шарами и координаты их центров можно рассматривать как функции времени. Расстоянием между шарами i и j считаем расстояние $R_{ij}(t)$ между их центрами. В случае соприкосновения, т. е. при $R_{ij} \leq h$, шары объединяются подобно тому, как сливаются шарики ртути. При этом массы сфер суммируются.

Сила взаимодействия двух масс в каждый фиксированный момент времени соответствует $F_{ij}(t) = \gamma \frac{m_i m_j}{R_{ij}^3(t)}$ и направлена вдоль вектора, соединяющего центры шаров. Система является замкнутой, так как внешние силы отсутствуют.

Движение центра каждого шара определяем векторным уравнением

$$\ddot{\bar{x}}_i(t) = \sum_{j=1}^N \gamma \frac{m_j}{R_{ij}^3(t)} (\bar{x}_j(t) - \bar{x}_i(t)). \quad (1)$$

Точного описания движения такой системы не существует. Поэтому примем упрощенную модель.

Разобьем движения на интервалы $[t_0, t_1), \dots, [t_k, t_{k+1}), \dots$. Считаем скорость в начале каждого интервала равной нулю, т. е. вся система останавливается в моменты $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$; силу взаимодействия масс для $t \in [t_k, t_{k+1})$ — постоянной и равной $F_{ij}(t_k)$; шары объединяются только в моменты t_0, \dots, t_k, \dots .

Из последних двух условий следует, что ускорение на каждом интервале постоянно и соответствует ускорению в начальной точке интервала.

С учетом этих ограничений и уравнения (1) получаем систему уравнений, описывающую движение на интервале $[t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, \dots$:

$$\ddot{\bar{x}}_i(t) = \frac{1}{2}(t - t_k)^2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \gamma \frac{m_j}{R_{ij}^3(t_k)} (\bar{x}_j(t_k) - \bar{x}_i(t_k)) + \ddot{\bar{x}}_i(t_k).$$

Очевидно, что в процессе движения объединяются самые близкие элементы, причем центрами такого объединения являются более массивные шары. В результате движения все шары объединяются в один с массой $m = N$. Для исследования наиболее информативными могут быть некоторые промежуточные состояния системы, в которых выделяются скопления элементов, соответствующие кластерам в исходной выборке.

Метод. В основе предложенного метода лежит поточечное отображение данной совокупности точек в пространство той же размерности: $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^N \rightarrow \{\bar{x}'_i\}_{i=1}^N$. Данное отображение должно увеличивать сходство объектов исходной выборки.

При отображении смещение одного элемента представляет собой геометрическую сумму смещений вдоль векторов, соединяющих его с остальными элементами. Новые координаты i -й точки из совокупности $\{\bar{x}'_i\}_{i=1}^N$ определяем по формуле

$$\bar{x}'_i = \bar{x}_i + \sum_{j=1}^N \bar{L}_{ij}, \quad (2)$$

где \bar{L}_{ij} — смещение по вектору $\bar{x}_j - \bar{x}_i$,

$$\bar{L}_{ij} = K(\bar{x}_i, \bar{x}_j) (\bar{x}_j - \bar{x}_i). \quad (3)$$

Числовая функция $K(\bar{x}, \bar{y})$ выбирается так, чтобы точка \bar{x} смещалась в направлении ближайшего сгущения точек. Поэтому естественно положить, например,

$$K(\bar{x}, \bar{y}) \sim \frac{m(\bar{y})}{R^2(\bar{x}, \bar{y})}.$$

Здесь $m(\bar{y})$ — функция, задающая степень концентрации элементов выборки в некоторой окрестности точки \bar{y} .

Введем положительный числовой коэффициент γ :

$$K(\bar{x}, \bar{y}) = \gamma \frac{m(\bar{y})}{R^2(\bar{x}, \bar{y})}. \quad (4)$$

Чтобы при отображении сохранялась структура исходного распределения, потребуем выполнения условия

$$\|\bar{L}_i + \bar{L}_j\| < R_{ij}, \quad (5)$$

т. е. смещение элементов по соединяющему их вектору не должно превышать расстояние между ними.

Из неравенства (5) с учетом соотношений (1), (3) вытекает следующее ограничение на функцию $K(\bar{x}, \bar{y})$:

$$\|K(\bar{x}_i, \bar{x}_j) + K(\bar{x}_j, \bar{x}_i)\| < 1, \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (6)$$

Предположим, что существует естественное разделение выборки на классы $S = \{S_1, \dots, S_p\}$. Тогда поточечное отображение (2) улучшает разделимость этих классов вследствие уменьшения суммы квадратов внутриклассовых расстояний

$$Q(S) = \sum_{i=1}^p \sum_{\bar{x}_i, \bar{x}_j \in S_i} R_{ij}^2.$$

Поскольку отображение всей конфигурации представляет собой сумму смещений отдельных точек, достаточно доказать, что $Q(S)$ не увеличивается при смещении любой, произвольно взятой из одного класса, пары точек $\bar{x}_{i_0}, \bar{x}_{i_0}$ вдоль соединяющего их вектора.

Действительно,

$$\begin{aligned} Q'(S) &= \sum_{i=1}^p \sum_{\substack{\bar{x}_i, \bar{x}_j \in S_i \\ i \neq i_0, j \neq i_0}} R_{ij}^2 + R_{i_0}^{\prime 2} = Q(S) + \\ &+ \sum_{k=1}^m (x_{i_0}^k - x_{i_0}^{\prime k})^2 - \sum_{k=1}^m (x_{i_0}^k - x_{i_0}^k)^2. \end{aligned}$$

Из формул (2), (3) следует

$$Q'(S) = Q(S) + \sum_{k=1}^m (x_{i_0}^k - x_{i_0}^{\prime k})^2 [(1 - K(\bar{x}_i, \bar{x}_j) - K(\bar{x}_j, \bar{x}_i))^2 - 1]. \quad (7)$$

Функция $K(\bar{x}, \bar{y})$ выбрана так, что выполняется неравенство (6). Следовательно, второе слагаемое в правой части равенства (7) не превышает нуля. Сумма квадратов внутриклассовых расстояний не возрастает, т. е. отображение $[\bar{x}_i]_{i=1}^N \rightarrow [\bar{x}'_i]_{i=1}^N$ сближает близкие точки и таким образом выделяет места скопления элементов.

Алгоритм. Зададим некоторый достаточно малый порог h . Две точки \bar{x}_i и \bar{x}_j , расстояние между которыми не превышает h , объединим в одну точку \bar{y} и будем полагать $m(\bar{y}) = m(\bar{x}_i) + m(\bar{x}_j)$. Перед первым шагом целесообразно принять $m(\bar{x}) = 1$ для всех $\bar{x} \in \{\bar{x}_i\}_{i=1}^N$. При таком определении функции концентрации каждую точку \bar{y} можно считать кластером, количество элементов в котором равно $m(\bar{y})$.

Коэффициент $\gamma > 0$ выбираем так, чтобы выполнялось ограничение (6). Например, можно принять

$$\gamma = \min_{i,j \in \overline{1,N}} R_{ij}^2 / 2 \max_{i \in \overline{1,N}} m(\bar{x}_i).$$

Выбор коэффициента γ определяет скорость сходимости алгоритма. Ее можно значительно увеличить в результате вычисления γ отдельно для каждого элемента исходной выборки:

$$\gamma_i = \min_{j \in \overline{1,N}} R_{ij}^2 / 2 m(\bar{x}_i).$$

Затем по формуле (2) вычисляем новое расположение точек $\{\bar{x}'_i\}_{i=1}^N$. После объединения k ближайших точек получим конфигурацию из $N - k$ точек $\{\bar{y}_i\}_{i=1}^{N-k}$ и повторим отображение (2).

Критерием остановки работы алгоритма является выделение из совокупности заранее определенного количества кластеров. Алгоритм может быть использован и для выявления естественного расслоения исходной выборки на классы. В этом случае исследователь может контролировать работу алгоритма по шагам.

Работа описанного алгоритма проверена на хорошо известных данных Фишера, представляющих собой измерения геометрических размеров цветков трех сортов ириса: «вирджиника», «щетинистый» и «разноцветный». Каждый сорт в выборке представлен 50 образцами. При этом сорт «щетинистый» образует хорошо определяемый кластер, в то время как остальные в значительной степени перемешаны.

Коэффициент γ на каждом шаге алгоритма полагали постоянным и определяли по формуле

$$\gamma = \min_{i,j \in \overline{1,N}} R_{ij}^2 / \max_{i \in \overline{1,N}} m(\bar{x}_i).$$

Порог h изменяли на каждом шаге:

$$h = \ln N \min_{i,j \in \overline{1,N}} R_{ij}.$$

Множитель $\ln N$, учитывающий мощность выборки, вводили для ускорения сходимости.

За пять шагов алгоритм разбил выборку на три кластера, причем сорт «щетинистый» был классифицирован безошибочно.

Ошибка при классификации сортов «вирджиника» и «разноцветный» составила примерно 5,5 %.

Таким образом, степень надежности классификации с применением описанного алгоритма превосходит возможности большинства известных алгоритмов кластеризации. Эти качества в соединении с достаточно высоким быстродействием делают применение метода целесообразным для решения задач классификации больших выборок.

Поступила в редакцию 05.03.84

УДК 681.34

Н. И. СЕНЧЕНКО, канд. техн. наук.

ОСНОВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ГИБРИДНЫХ КОМПИЛИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Анализ существующих систем автоматизации аналогового и гибридного программирования показывает, что несмотря на различие задач, выполняемых цифровыми и гибридными компиляторами, при построении последних можно эффективно применить методы алгоритмического анализа. Такие методы используются в разработке компиляторов, предназначенных для работы с языками цифровых ЭВМ. Особое значение имеет применение этих методов в настоящее время, когда разрабатываются компиляторы для аналоговых и аналого-цифровых систем третьего и четвертого поколений.

Правильная конструкция компилятора дает возможность сделать следующее: ускорить написание и отладку компилирующей системы, так как допускает расчленение на составные части; использовать мини-ЭВМ для подготовки задач к решению в связи с возможностью применения методов оптимизации, с помощью которых можно уменьшать размеры отдельных частей компилятора; достаточно просто вносить изменения и расширять возможности компилирующей системы.

В статье описаны технические приемы и алгоритмы, которые были применены при конструировании компилятора для двухуровневой гибридной вычислительной системы (ГВС), построенной на базе ЭВМ ЕС-1022, СМ-1 и четырех аналоговых вычислительных комплексов АВК-31. Входным языком компилятора является язык описания объекта моделирования [1], который будем использовать, обсуждая лексический и синтаксический анализы, генерацию структурных схем и другие вопросы.

В гибридных компилирующих системах (ГКС) можно выделить следующие составные части: лексический анализатор, блок синтаксического анализа, генератор структурных схем, блок деления задачи на аналоговую и цифровую части, блок оптимизации, блок расчетных программ.

Рассмотрим более подробно составные части ГКС и дадим

примеры решения конкретных задач на каждом этапе синтеза компилятора,

Лексический анализ. На этапе лексического анализа определенные терминальные символы объединяются в единые синтаксические объекты, называемые лексемами, формируются таблицы и перекодируется входная информация. В результате работы лексического анализатора будет получен текст программы, записанный во внутренней кодировке, где каждая лексема представлена двумя константами, которые указывают признак класса и адрес лексемы в соответствующей таблице.

Для определения подцепочки, образующей некоторую конкретную лексему, в компиляторах для цифровых ЭВМ используются методы прямого и непрямого лексического анализа [2], представляющие собой достаточно сложные процедуры. Для ГКС предложен более простой алгоритм лексического анализа (ЛА-алгоритм), так как входной язык ГВС менее сложный, чем алгоритмические языки цифровых ЭВМ.

Входной информацией ЛА-алгоритма является цепочка символов, представляющая собой описание объекта моделирования, в котором введены такие признаки классов: 1 — имена переменных; 2 — служебные слова; 3 — константы; 4 — разделители; 5 — функции.

Работа ЛА-алгоритма заключается в следующем.

1. Номер считываемого символа $i=1$.

2. Класс символа $k=0$. Считывание символа.

3. Определение класса символа. Если считанный символ относится к классу разделителей, переходим к п. 5.

4. Выбор следующего символа. Если символ не меняет класс, повторение п. 4. В противном случае k присваивается соответствующее значение. Переход к п. 2.

5. Значение $k=4$. Вычисляется адрес данного разделителя в таблице разделителей и заносится в формируемый массив $i=i+1$, переход к п. 2.

6. Если $k=3$, то находится адрес константы и код записывается в таблицу констант ($i=i+d$, где d — длина константы). Переход к п. 2.

7. Если $k \neq 3$, $k \neq 4$, то проверка, относится ли выбранное имя к классу служебных слов. Если да, то переход к п. 8, если нет — к п. 9.

8. Вычисляется адрес в таблице служебных слов и записывается в соответствующий массив. Переход к п. 2.

9. Если идентификатор является именем переменной, то вычисляется адрес в таблице имен и записывается в массив имен. Переход к п. 2.

10. Если выбранный идентификатор является именем функции или производной, то константа, сформированная из значения $k=5$ и адреса в таблице функций, записывается в формируемый массив. Переход к п. 2.

В результате работы ЛА-алгоритма исходная программа будет представлять собой цепочку символов, дополненную указателями на информацию в таблицах имен.

Пример. Дано описание объекта моделирования на входном языке [1].

НАЧАЛО

$$D2X = D1X * 4 + SIN (X) + D1Y$$

$$D2Y = D1Y - Y + X$$

НАЧАЛЬНЫЕ D1X = 0, D1Y = 0, Y = 1, X = 2

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ MAXY = 20, MINY = 5, MAXX = 10, MINX = 2

КОНЕЦ

Первая строка записи программы будет закодирована следующим образом:

21 51 11 41 52 11 42 31 43 53 44 11 45 43 54 12 46

НАЧАЛО D2 X = D1 X * 4 + SIN (X) + D1 Y ,
 где цифры над символами определяют класс и адрес символа в соответствующей таблице. Остальные символы программы кодируются аналогично.

Приведем результаты работы ЛА-алгоритма по группировке программы в лексемы (таблица).

Адрес	Служебные слова	Константы	Разделители	Функции	Имена
1	НАЧАЛО	4	=	D2	X
2	НАЧАЛЬНЫЕ	0	*	D1	Y
3	ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ	1	+	SIN	
4	MAX	2	(
5	MIN	20)		
6	КОНЕЦ	5	,		
7	—	10	—		

Блок синтаксического анализа. Задачей этой составной части компилятора является выявление возможных синтаксических ошибок в записи программы. При этом входная информация просматривается слева направо и массив заполняется ею по правилу стека до выбора законченной конструкции языка, правильность записи которой проверяется подстановкой ее в соответствующее правило записи этой конструкции. В случае несовпадения записей выдаются сообщения об ошибках, в противном случае просмотр продолжается до выбора следующей законченной конструкции и т. д.

Например, пусть синтаксис фрагмента языка задается такими правилами:

<программа> := НАЧАЛО <список уравнений> <начальные условия>

<дополнительные условия> КОНЕЦ

<список уравнений> := <уравнение> / <список уравнений> <уравнение>

<начальные условия> := НАЧАЛЬНЫЕ <список присвоений>

$\langle \text{дополнительные условия} \rangle := \text{ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ} \langle \text{список присвоений} \rangle$

$\langle \text{список присвоений} \rangle := \langle \text{присвоение} \rangle / \langle \text{список присвоений} \rangle$

$\langle \text{присвоение} \rangle$

$\langle \text{присвоение} \rangle := \langle \text{переменная} \rangle = \langle \text{число} \rangle \dots$

На вход алгоритма синтаксического анализа поступает информация, закодированная на этапе лексического анализа, и выполняются следующие операции.

1. Считывается очередной символ, например, НАЧАЛО. Конструкция не закончена, поэтому НАЧАЛО записывается в стек и информация продолжает считываться до получения законченной конструкции. После $(n-1)$ -го шага стек содержит информацию

$\text{НАЧАЛО} \langle \text{левая часть} \rangle = \langle \text{правая часть} \rangle$
 $\langle \text{уравнение} \rangle$

2. После анализа правильности записи конструкций $\langle \text{левая часть} \rangle$ и $\langle \text{правая часть} \rangle$ они заменяются в соответствии с правилами языка конструкцией $\langle \text{уравнение} \rangle$. В процессе контроля записи уравнения могут выдаваться сообщения об ошибках следующего вида: пропущен знак; порядок производной — не число и т. д. Затем стек продолжает заполняться:

$\text{НАЧАЛО} \langle \text{список уравнений} \rangle \text{НАЧАЛЬНЫЕ}$
 $\langle \text{переменная} \rangle = \langle \text{число} \rangle, \langle \text{переменная} \rangle = \langle \text{число} \rangle$

$\langle \text{присвоение} \rangle$

$\langle \text{присвоение} \rangle$

3. Конструкция $\langle \text{переменная} \rangle = \langle \text{число} \rangle$ заменяется конструкцией $\langle \text{присвоение} \rangle$. Дальнейшее заполнение стека:

$\text{НАЧАЛО} \langle \text{список уравнений} \rangle$

$\text{НАЧАЛЬНЫЕ} \langle \text{присвоение} \rangle, \langle \text{присвоение} \rangle$
 $\langle \text{список присвоений} \rangle$

4. Конструкция $\langle \text{присвоение} \rangle, \langle \text{присвоение} \rangle$ заменяется конструкцией $\langle \text{список присвоений} \rangle$, а НАЧАЛЬНЫЕ $\langle \text{список присвоений} \rangle$ — конструкцией $\langle \text{начальные условия} \rangle$.

5. Дальнейшее заполнение стека до образования следующей конструкции и так до тех пор, пока не будет получена окончательная конструкция:

$\text{НАЧАЛО} \langle \text{список уравнений} \rangle$

$\langle \text{начальные условия} \rangle$

$\langle \text{дополнительные условия} \rangle$

КОНЕЦ

На этапе поиска и образования каждой языковой конструкции правильность ее записи контролируется.

Генератор структурных схем. В функции этой части компилятора входит выявление возможных транзитивных связей меж-

ду переменными уравнений и упорядочивание последовательности уравнений с учетом этих связей; построение структурной схемы (СС) для решения уравнений и дальнейшего ее перестроения в случае необходимости; оптимизация структурной схемы по числу инверторов.

Генератор СС состоит из ряда подпрограмм, объединенных управляющей программой, которая, выделяя каждую языковую конструкцию, устанавливает последовательность обращения к подпрограммам, обрабатывающим ее.

Например, анализом входной информации была выбрана конструкция типа <система уравнений>. Для обработки этой конструкции необходимо последовательно обращаться к подпрограмме упорядочивания уравнений и к подпрограмме составления и перестроения СС.

Подпрограмма упорядочивания уравнений располагает обрабатываемые уравнения в последовательности, позволяющие вычислять каждую из переменных на основании тех вычисленных значений других переменных, от которых она зависит.

Подпрограмма построения СС составляет по исходной системе уравнений аналоговую схему решения.

Для внутреннего представления СС используется плекс-язык [3], с помощью которого можно достаточно просто описать и преобразовать схемы решения. При такой записи информация о СС представлена в массивах P , G . Массив P содержит наименование аналоговых вычислительных блоков (ВБ) и их номера среди однотипных ВБ. Порядковый номер блока n -го типа в массиве P представляет собой адрес блока. Максимальное значение адреса для ВБ n -го типа называется базисным адресом этого блока.

Массив G служит для описания связей между блоками схемы, в котором каждое соединение задается четверкой чисел i, j, k, l , где i — адрес блока, j -й выход которого связан с l -м входом блока k .

При построении СС подпрограмма анализирует исходные уравнения и в зависимости от их порядка строит цепочки инверторов, к которым потом подсоединяет другие блоки с учетом перемены знака и значений постоянных коэффициентов. При выборе очередного блока информация о нем заносится в формируемые массивы P , G .

Для решения на ГВС системы уравнений

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 4 \frac{dx}{dt} + \sin x + \frac{dy}{dt}; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{dy}{dt} - y + x \quad (1)$$

можно использовать СС (рисунок). Запишем ее в виде плекса

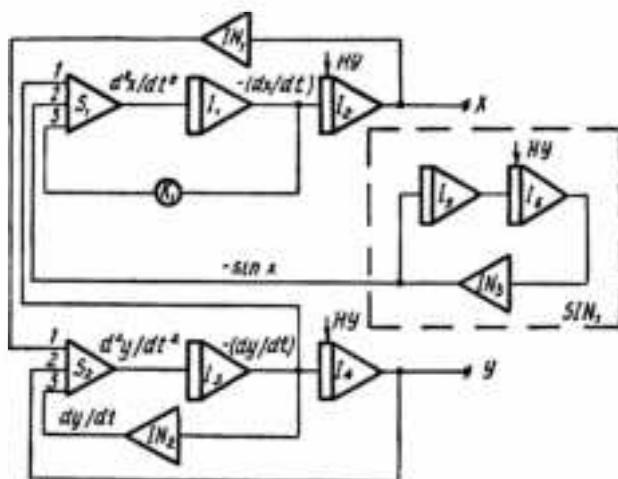
$$P = GS_1I_1I_2/N_1K_1 \text{ SIN}_1 S_2I_3I_4/N_2;$$

$G = \{1, 0, 2, 1; 2, 0, 3, 1; 3, 0, 4, 1; 4, 0, 7, 1; 2, 0, 5, 0; 5, 0, 1, 3; 6, 0, 1, 2; 8, 0, 1, 1; 7, 0, 8, 1; 8, 0, 9, 1; 8, 0, 10, 1; 10, 0, 7, 3; 9, 0, 7, 2\}$.

Здесь S, I, IN, K, SIN — соответственно идентификаторы сумматоров, интеграторов, инверторов, потенциометров и блока реализации функции $z = \sin x$.

При подставке в СС схемы вычисления функции $z = \sin x$ необходимо выполнить преобразование плекса P и G -вектора по следующему алгоритму.

1. Из библиотеки стандартных схем выбрать плекс P_1 , массив связей G_1 стандартной функции и определить количество ВБ m СС, реализующих эту функцию.



2. Определить порядковые номера дополнительных блоков плекса P по формуле $N_n = B_n + R_n - 1$, где N_n — номер блока n -го типа в преобразованной схеме; B_n — базисный адрес блока n -го типа в исходной схеме; R_n — порядковый номер блока в плексе P_1 стандартной схемы.

3. Изменить на величину $m - 1$ те адреса ВБ в массиве G , значения которых больше адреса заменяемой стандартной схемы.

4. Значения i, k массива G_1 увеличить на $t - 1$, где t — адрес стандартной функции в плексе P , и записать в массив G .

После подстановки в исходную СС плекса $P_1 = G_1 I_1 I_2 I N_1$, где $G_1 = \{1, 0, 2, 1, 2, 0, 3, 1, 3, 0, 1, 1\}$, описывающего схему решения уравнения $z = \sin x$, преобразованная СС будет иметь вид

$$P = GS_1 I_1 I_2 I N_1 K_1 I_5 I_6 I N_3 S_2 I_3 I_4 I N_2;$$

$$G = \begin{matrix} \{1, 0, 2, 1; & 2, 0, 3, 1; & 3, 0, 4, 1; & 4, 0, 9, 1; \\ & 8, 0, 1, 2; & 10, 0, 1, 1; & 9, 0, 10, 1; & 10, 0, 11, 1; \\ & 12, 0, 9, 3; & 6, 0, 7, 1; & 11, 0, 9, 2; & 7, 0, 8, 1; \end{matrix}$$

2, 0, 5, 0; 5, 0, 1, 3;
10, 0, 12, 1;
8, 0, 6, 1; 9, 0, 7, 0}.

Программа деления задачи на аналоговую и цифровую части разработана для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений и использует алгоритмы, предложенные в работах [4, 5].

Следующим этапом обработки входной информации является оптимизация СС по количеству инверторов и вычисление параметров схемы моделирования (коэффициенты передач ВБ и масштабы переменных), а также настройка блоков нелинейностей и привязка схемы моделирования к конкретному аналоговому процессору. Эта задача решается последовательным выполнением следующих программ: оптимизации; вычисления масштабов переменных и коэффициентов передач; настройки диодных функциональных преобразователей; привязки схемы моделирования к конкретному аналоговому процессору.

Программа оптимизации минимизирует количество инверторов структурной схемы по алгоритму, предложенному в работе [6].

Масштабы вычисляются на основании известных максимальных значений переменных. Полученные значения масштабов и коэффициенты в системе дифференциальных уравнений позволяют определить коэффициенты передач ВБ.

Программа настройки диодных функциональных преобразователей формирует четыре массива, содержащие абсциссы и ординаты отрезков аппроксимации; тангенсы углов наклона отрезков; квадранты. Входной информацией для работы программы является

- таблица значений функций;
- интервал изменения аргумента функции;
- количество участков и погрешность аппроксимации.

Привязка СС моделирования к конкретному АП заключается в проверке возможности реализации этой схемы на данном АП и в требуемом ее преобразовании в соответствии с характеристиками аналогового процессора. При определении возможности реализации СС характеристики построенной схемы сравниваются с имеющимися характеристиками АП: проверкой наличия необходимого количества ВБ; проверкой возможности использования для данной схемы имеющихся ВБ по своим параметрам (максимальное количество входов и т. д.).

Если одна из проверок дает отрицательный результат, делается попытка реализовать данную схему имеющимися средствами аналоговой техники.

Например, если не хватает количества входов ВБ для реализации операции суммирования, добавляется ряд дополнительных

суммирующих усилителей для последовательного вычисления суммы.

В случае невозможности реализации какой-либо операции блоками одного типа и наличия в АП одноименных блоков другого типа реализация проверяется для всех имеющихся типов аналоговых блоков.

Все изменения в СС отражаются в плексе схемы, т. е. включаются новые ВБ или блоки новых типов, изменяется нумерация блоков схемы или их входов.

При работе гибридной компилирующей системы формируются массивы для набора структурной схемы, реализуемой аналоговой частью, массивы для установки потенциометров и значений коэффициентов передач, данных для настройки диодных функциональных преобразователей.

В эксплуатацию уже сдана первая версия компилятора, который в дальнейшем предполагается дополнить программами, обеспечивающими расчет данных для статического контроля.

Список литературы: 1. *Муршко А. Г., Семенов Н. Н., Якушев Ю. Н.* О языках представления информации и схем решения для неоднородных вычислительных структур. — Львов, 1979, с. 21—38. — (Препринт / АН УССР, Ин-т физико-мех., № 26). 2. *Ахо А., Ульман Дж.* Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. — М.: Мир, 1978. — Т. 1. 612 с.; Т. 2. 487 с. 3. *Семенов Н. Н., Терещенко А. П., Якушев Ю. Н.* Применение одного класса языков для описания и преобразования структурных схем гибридных вычислительных систем. — Электрон. моделирование, 1980, № 3, с. 20—24. 4. *Муррей Ф.* Теория математических машин. — М.: Изд-во иностр. лит., 1949. — 328 с. 5. *Пухов Г. Е., Кулик М. Н.* Гибридное моделирование в сверстке. — К.: Наук. думка, 1977. — 150 с. 6. *Birta L. G., Shah R. R.* The Minimization of Inverters in Analog Computer Programming. — IEEE Trans. on Computers, 1977, C-21, № 1, p. 2—12.

Поступила в редакцию 03.11.82.

УДК 681.385

А. А. БОРИСЕНКО, канд. техн. наук, *С. И. ГУБАРЕВ*, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Эффективность работы управляющих систем зависит от оптимального взаимодействия человека и машины, которые в определенной степени создают устройства отображения информации (УОИ) посредством формирования информационной модели управляемого объекта.

Информационные модели для конкретных задач управления подразделяются на знаковые, графические, изображения-экспликация, мнемосхемы, чертежи, диаграммы [1]. Для их реализации необходима разработка соответствующих специализиро-

ванных УОИ. Поэтому с ростом количества задач управления непрерывно увеличиваются разновидности УОИ, например каналы [1], измерительные УОИ [2, 3].

Выбор оптимальной структуры УОИ и ее оценка в конкретных условиях осуществляются с помощью обобщенной математической модели его работы. При разработке модели будем исходить из того факта, что основным назначением УОИ является введение им в отображаемую информацию избыточности в целях улучшения качества ее восприятия, т. е. УОИ выполняет функцию декодирующего устройства.

Большинство информационных моделей отображаемой информации можно свести к знаковым моделям. Поэтому в статье рассмотрена математическая модель УОИ применительно к знаковой информационной модели.

Пусть имеется источник отображаемой информации A , генерирующий массивы знаков длиной q , порождаемые алфавитом, содержащим M зрительных знаков, которые состоят из ограниченного числа исходных начертаний элементов.

Если знакоместа отображаемых знаков не упорядочены, то максимальное количество массивов, генерируемое источником, определяется так: $N = (Mq)^q$ (1). Максимальное количество информации, передаваемое одним сообщением,

$$H = \log_2 N = q \log_2 M + q \log_2 q. \quad (2)$$

Поскольку на одном знакоместе может быть расположен только один знак, более точное значение энтропии отображаемого массива имеет вид $H = \log_2 NM^q q!$ (3). Принимаем выражение (1) за основу математической модели УОИ. Отсюда следует, что источник отображаемой информации A можно представить в виде источников зрительных знаков R и знакомест Q .

В реальных условиях на A наложены ограничения, уменьшающие число его разрешенных состояний от N до K . Следовательно, энтропия простейшего источника A уменьшается до значения $H = \log_2 K$, избыточность генерируемой информации равна $\log_2 N - \log_2 K$. Устранить последнюю можно кодирующим устройством, установленным на выходе из A . После передачи кодированного массива по каналу связи УОИ должно восстановить его избыточную информацию, которая содержится в структуре УОИ. Количество такой информации находим из выражения

$$G = KI = K(\log_2 N - \log_2 K). \quad (4)$$

При $K = N/l$ $G_{\max} = N \log_2 l$ (5). С помощью этого выражения опишем блочное кодирование, для которого отображаемый массив кодируем одним знаком. Если отображается последовательность знаков, то в реальных условиях используется знаковое кодирование. Тогда количество информации, содержащееся в УОИ,

$$J_{\text{ин}} = V^q \bar{R} (\log_2 V^q \bar{N} - \log_2 V^q \bar{R}). \quad (6)$$

Восстановлению информации предшествует дешифрация (распознавание) массива. Поэтому устройство, выполняющее эту функцию (дешифратор), является неотъемлемой частью УОИ. Для дешифрования массива необходимо, чтобы количество информации о нем в УОИ было не меньше его энтропии, т. е. $\log_2 K$. Поскольку количество таких массивов равно K , информационная емкость дешифратора при блочном отображении $S = K \log_2 K$ (7). Информационная емкость дешифратора при знаковом отображении

$$S_{\text{ин}}(A) = \sqrt[4]{K} \log_2 \sqrt[4]{K}. \quad (8)$$

Таким образом, каждой структуре УОИ может быть поставлено в соответствие три значения величины G, S, θ , которые являются функцией числа K . Это значит, что их следует положить в основу классификации структур УОИ.

Количество информации, передаваемой абоненту, соответствует энтропии массива зрительных знаков $H(R)$, а информация от источника Q , не попадающая к приемнику отображаемой информации, предназначена для упорядочивания зрительных знаков УОИ. Она полностью используется УОИ для преобразования массива в стандартную форму.

На УОИ возложено хранение массива на время его отображения

$$\tau = h(\tau_{\text{xp}} + \tau_{\text{qn}}). \quad (9)$$

Здесь τ_{xp} — время хранения массива на экране индикатора; τ_{qn} — время формирования изображения; h — коэффициент кратности регенерации отображения.

При $h > 1$ необходима регенерация информации. Последним этапом отображения является преобразование видеокода в соответствующую зрительную форму, которую выполняет индикатор.

В реальных условиях однозначное отображение массивов информации нарушается из-за помех в УОИ. Это вызывает уменьшение энтропии упорядоченного массива зрительных знаков на $H(R/P)$ (P — приемник информации). Следовательно, количество передаваемой приемнику информации $J(R) = H(R) - H(R/P)$ (10). Скорость отображения информации УОИ

$$C = \frac{H(R) - H(R/P)}{h(\tau_{\text{qn}} + \tau_{\text{xp}})}. \quad (11)$$

Пропускная способность УОИ $C_{\text{max}} = H(R)/\tau(P)$ (12), где $\tau(P)$ — время восприятия массива приемником информации.

Таким образом, предложенная математическая модель УОИ на основе теоретико-информационного подхода позволяет определить зависимости, характеризующие основные этапы отображения информации.

Список литературы: 1. Литвак И. И., Ломов Б. Ф., Соловейчик И. Е. Основы построения аппаратуры отображения в автоматизированных системах. — М.: Сов. радио, 1975. — 352 с. 2. Полякова Л. В., Леин В. М. Отображение из-

УДК 681.335

Н. В. АЛИПОВ, канд. техн. наук

**АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ,
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ФОРМЫ
ИНФОРМАЦИИ, КОРРЕКТИРУЮЩИХ
ДИНАМИЧЕСКИЕ ОШИБКИ**

В практике преобразования формы информации наиболее распространены параллельно-последовательные аналого-цифровые преобразователи (АЦП), одно из достоинств которых заключается в высоком быстродействии [1—3]. Несмотря на это качество, преобразование информации всегда сопровождается динамическими ошибками первого и второго родов [4]. Поскольку динамическая ошибка первого рода может быть устранена увеличением длительности такта преобразования, в настоящее время в основном развивали алгоритмические методы коррекции ошибки второго рода [5, 6].

Однако рост требований к быстродействию преобразователей информации выдвигает для решения проблемы повышения быстродействия параллельно-последовательных АЦП, которую можно решить в результате синтеза корректирующих алгоритмов, позволяющих устранить динамические ошибки первого и второго родов.

Для этих алгоритмов существенным является то, что длительность такта преобразования, за исключением последнего такта, всегда выбирается меньше, чем необходима для установления или снятия эталонных значений. Ошибки установления и снятия эталонов на j -м такте преобразования корректируются на последующих тактах. В статье изложены основы алгоритмического синтеза таких преобразователей.

Алгоритм преобразования будем характеризовать количеством шагов i , числом одновременно совершаемых экспериментов и видом случайного возмущения (динамической ошибкой), накладываемого на процесс преобразования [3]. Эксперимент на j -м шаге в точке x'_j заключается в сравнении входного ($x(t) \in [0, 1]$) и эталонного (x'_j) сигналов, т. е. в проверке предиката

$$P \{x(t) \in [x'_j, x'_{j+1}]\}, \quad q = \overline{0, k}, \quad j = \overline{1, l}. \quad (1)$$

Шаг алгоритма включает следующую совокупность операций: выполнение k экспериментов и выделение относительно $x(t)$ нового интервала неопределенности. Оценкой алгоритма является длина интервала неопределенности, полученного на последнем шаге алгоритма [6]. Оптимальным алгоритмом при постоянных i, k называем алгоритм, имеющий наименьшую оценку.

Величину, обратную длине интервала неопределенности, полученного на последнем шаге, обозначим через $\varphi(i, k)$. Если оценкой будет $\varphi(i, k)$, то для оптимального алгоритма выполняется соотношение

$$\varphi(i, k) = \max_{r \in M} \{\varphi_r(i, k)\},$$

где $\varphi_r(i, k)$ — оценка r -го алгоритма; M — множество возможных алгоритмов.

Для решения задачи синтеза корректирующих алгоритмов необходимо количественно оценить динамическую ошибку. Отметим, что оценку динамической ошибки второго рода (a_j) за время Δt_j ($j = \overline{1, i}$) можно найти из неравенства Бернштейна [4]. Поскольку $\varphi(i, k)$ выражается при помощи дискретности преобразования h , величину a_j целесообразно проинормировать дискретностью преобразования $\gamma_j = a_j/h$.

Для нахождения качественных оценок ошибки первого рода рассмотрим особенности функционирования параллельно-последовательных АЦП. Пусть на j -м шаге алгоритма эксперименты проводятся в точках $x_{q_2}^j = x_{q_1}^{j-1} + \Delta x_{q_2}^j$, $q_2 = \overline{1, k}$, $q_1 = \overline{0, k}$. Выделен интервал неопределенности $[x_q^j, x_{q+1}^j]$. Тогда x_p^{j+1} формируется так. Для тех экспериментов, индекс которых меньше q , эталонные значения сначала возрастают до x_q^j , затем увеличиваются на Δx_p^{j+1} ($x_p^{j+1} = x_q^j + \Delta x_p^{j+1}$, где Δx_p^{j+1} — приращение эталонного сигнала ($p < q$)). Если индекс больше q , то эталонное значение уменьшается до x_q^j , затем увеличивается на Δx_β^{j+1} , $\beta > q$.

Смену эталонов можно описать следующим образом: $\Delta x_{q_2}^j (q_2 \neq q)$, $\Delta x_{q_2}^j + x_q^j$ — снятие и установление эталона.

Из-за инерционности элементов преобразователя эталонное значение x_q^j за время Δt_j устанавливается до величины \bar{x}_q^j , которая всегда меньше x_q^j . Снятие \bar{x}_q^j приводит к тому, что на последующих тактах $x_q^j > 0$. Итак, при установлении q -го эталона на j -м такте возникает ошибка $\alpha_q^{j,1}(j_1)$; при его снятии — ошибка $\alpha_q^{0,1}(j_1)$; установление эталона $x_{q_2}^j$ для q_2 -го эксперимента порождает ошибку $f_{q_2, q}^j(j_1)$. Нормируя эти ошибки посредством h , получаем следующие количественные оценки динамической ошибки первого рода:

$$\bar{\gamma}_q^{j,1}(j_1) = \alpha_q^{j,1}(j_1)/h; \quad \bar{F}_{q_2, q}^j(j_1) = f_{q_2, q}^j(j_1)/h, \quad (2)$$

где $\Delta = 0, 1$; $j_1 > j$.

В общем случае ошибки $\bar{\gamma}_{\sigma}^{i-1}(j_1)$, $F_{\sigma, \sigma}^i(j_1)$ являются случайными. Возьмем в качестве оценки этих величин их максимально возможные абсолютные значения, которые обозначим символами $\gamma_{\sigma}^{i-1}(j_1)$, $F_{\sigma, \sigma}^i(j_1)$.

Оценку динамической ошибки второго рода найдем из следующих соображений. Пусть на j -м шаге алгоритма выделен интервал неопределенности $[\bar{x}_q^j, \bar{x}_{q+1}^j]$ (\bar{x}_q^j — реальное значение эталона). Тогда под действием развития сигнала во времени на последующих шагах алгоритма $x(t)$ может выйти из этого отрезка. Переход в процессе преобразования $x(t)$ из одного отрезка в другой порождает динамическую ошибку второго рода. Наибольшее абсолютное значение динамическая ошибка принимает в том случае, если точка $x(t)$ в момент совершения j -го шага находится в окрестности \bar{x}_q^j либо \bar{x}_{q+1}^j . Поскольку ошибка накапливается после совершения j -го шага, ее максимальное абсолютное значение (D_2^j) за последующие шаги алгоритма будет удовлетворять соотношению $D_2^j = \sum_{p=j+1}^i \gamma_p$ (3). Динамические ошибки первого рода $\gamma_{\sigma}^{i-1}(z)$, $F_{\sigma, \sigma}^i(z)$, возникшие на j -м шаге алгоритма, проявляются на всех последующих шагах. Причем с ростом z эти ошибки уменьшаются и при $z = i$ для любых j, q справедливы зависимости

$$\gamma_{\sigma}^{i-1}(i) = 0; F_{\sigma, \sigma}^i(i) = 0. \quad (4)$$

Для выполнения соотношений (4) длительность i -го шага алгоритма выбираем таким образом, чтобы все переходные процессы в АЦП, вызванные инерционностью его элементов, завершились.

Итак, если для корректирующих алгоритмов, учитывающих только динамическую ошибку второго рода [6], зависимости (4) должны выполняться на каждом шаге, то в предлагаемых корректирующих алгоритмах они выполняются на последнем. Такой выбор длительности шагов алгоритма вызывает существенное увеличение быстродействия АЦП.

Приведенные количественные оценки динамических ошибок позволяют сформулировать задачу синтеза корректирующих алгоритмов. Пусть даны

$$x(t) \in [0, 1]; i; k; \gamma_{\sigma}^{i-1}(z); F_{\sigma, \sigma}^i(z); D_2^j; \\ j = \overline{1, i-1}, q = \overline{1, k}, q_2 = \overline{1, k}, z = \overline{1, i}; z \geq j.$$

Необходимо построить алгоритм, корректирующий динамические ошибки и заключающий $x(t)$ в интервал неопределенности наименьшей длины.

Решением этой задачи будет установление закономерностей формирования x_{σ}^j и интервала неопределенности относительно $x(t)$. Для установления этих закономерностей рассмотрим всевозможные

исходы, возникающие на первом, втором, ..., l -м шагах алгоритма.

Пусть после первого шага возник исход

$$a_{q_1}) x(t) \in [\bar{x}_{q_1}^1, \bar{x}_{q_1+1}^1),$$

для которого $\bar{x}_{q_1}^1$ — реальное значение координаты q_1 -й эталонной точки, $q_1 = \bar{0}, k$. Тогда на основании $\gamma_{q_1}^{1,1}$ (1) справедливы соотношения

$$\bar{x}_{q_1}^1 = x_{q_1}^1 - h\gamma_{q_1}^{1,1}(1); \quad \bar{x}_{q_1+1}^1 = x_{q_1+1}^1 - h\gamma_{q_1+1}^{1,1}(1).$$

Поскольку из-за случайного блуждания точка x может выйти из интервала $[\bar{x}_{q_1}^1, \bar{x}_{q_1+1}^1)$ влево на hD_2^1 или вправо на hD_2^1 , интервалом неопределенности относительно $x(t)$ будет $[\bar{x}_{q_1}^{1,1}, \bar{x}_{q_1+1}^{1,2})$, для которого

$$\bar{x}_{q_1}^{1,1} = \begin{cases} \bar{x}_{q_1}^1 - hD_2^1 = x_{q_1}^1 - h[D_2^1 + \gamma_{q_1}^{1,1}(1)], & \text{если } \bar{x}_{q_1}^1 > 0; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (5)$$

$$\bar{x}_{q_1+1}^{1,2} = \begin{cases} \bar{x}_{q_1+1}^1 + hD_2^1 = x_{q_1+1}^1 + h[D_2^1 - \gamma_{q_1+1}^{1,1}(1)], & \text{если } \bar{x}_{q_1+1}^1 < 1; \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Пусть на втором шаге алгоритма возникает исход a_{q_2, q_2} на основании которого выделяется полуоткрытый интервал неопределенности $[\bar{x}_{q_2}^2, \bar{x}_{q_2+1}^2)$. Отметим, что реальное значение координаты эталонной точки $\bar{x}_{q_2}^2$ было сформировано выключением $x_{q_2}^1$ и включением $x_{q_2}^1, \Delta x_{q_2}^2$; реальное значение $x_{q_2+1}^2$ — выключением $x_{q_2+1}^1$ и включением $x_{q_2+1}^1, \Delta x_{q_2+1}^2$. Учитывая количественные оценки динамической ошибки первого рода имеем

$$\bar{x}_{q_2}^2 = x_{q_2}^1 + \Delta x_{q_2}^2 - h[F_{q_2, q_2}^{1,2}(2) + \gamma_{q_2}^{1,2}(2) - \gamma_{q_2}^{0,1}(2)];$$

$$\bar{x}_{q_2+1}^2 = x_{q_2+1}^1 + \Delta x_{q_2+1}^2 - h[F_{q_2, q_2+1}^{1,2}(2) + \gamma_{q_2+1}^{1,2}(2) - \gamma_{q_2+1}^{0,1}(2)]. \quad (6)$$

Если учесть ошибку второго рода, то интервалом неопределенности относительно x будет интервал $[\bar{x}_{q_2}^{2,1}, \bar{x}_{q_2+1}^{2,2})$, для которого выполняются соотношения

$$\bar{x}_{q_2}^{2,1} = \begin{cases} \bar{x}_{q_2}^2 - hD_2^2, & \text{если } \bar{x}_{q_2}^2 > \bar{x}_{q_2}^{1,1}; \\ \bar{x}_{q_2}^{1,1} & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (7)$$

$$\bar{x}_{q_2+1}^{2,2} = \begin{cases} \bar{x}_{q_2+1}^2 + hD_2^2, & \text{если } \bar{x}_{q_2+1}^2 < \bar{x}_{q_2+1}^{1,2}; \\ \bar{x}_{q_2+1}^{1,2} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

На основании соотношений (6), (7) запишем закономерности формирования интервала неопределенности и $x_{q_2}^2$, полученных на z -м шаге алгоритма для исхода a_{q_1, q_2, \dots, q_z} :

$$\bar{x}_{q_z}^{z,1} = \begin{cases} \bar{x}_{q_z}^z - hD_2^z, & \text{если } \bar{x}_{q_z}^z > \bar{x}_{q_z-1}^{z-1,1}; \\ \bar{x}_{q_z-1}^{z-1,1} & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$\bar{x}_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} = \begin{cases} \bar{x}_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} + hD_2^{\alpha, \beta}, & \text{если } \bar{x}_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} < \bar{x}_{\sigma_{i-1}+1}^{\alpha, \beta}; \\ \bar{x}_{\sigma_{i-1}+1}^{\alpha, \beta} & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\sigma_i}^{\alpha, \beta} &= x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta} + \sum_{p=2}^{\alpha} \Delta x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta} - h \left[\sum_{p=1}^{\beta-1} F_{\sigma_i, \sigma_i}^{\alpha, \beta}(z) + \gamma_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}(z) - \sum_{p=1}^{\beta-1} \gamma_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}(z) \right]; \\ \bar{x}_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} &= x_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} + \sum_{p=2}^{\alpha} \Delta x_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} + \Delta x_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta} - h \left[\sum_{p=1}^{\beta-1} F_{\sigma_{i+1}, \sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta}(z) - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{p=1}^{\beta-1} \gamma_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta}(z) + \gamma_{\sigma_{i+1}}^{\alpha, \beta}(z) \right]. \end{aligned}$$

Поскольку для последнего i -го шага алгоритма динамические ошибки первого рода равны нулю (см. соотношение (4)), оптимальное размещение экспериментов на отрезке $[\bar{x}_{\sigma_{i-1}}^{\alpha, \beta}, \bar{x}_{\sigma_{i-1}+1}^{\alpha, \beta}]$ разбивает его на равные части, т. е.

$$x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta} = q_i h + \bar{x}_{\sigma_{i-1}}^{\alpha, \beta}; \quad q_i = \overline{1, k}. \quad (9)$$

На основании соотношения (9) для одношагового алгоритма ($i=1$) имеем $\varphi(1, k) = k+1$ (10). Соотношения (8) — (10) задают закономерности формирования $x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$ и интервала неопределенности, т. е. устанавливают решение задачи синтеза корректирующих алгоритмов.

Из соотношения (8) следует, что для построения алгоритма необходимо знать

$$\gamma_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}(z); F_{\sigma_i, \sigma_i}^{\alpha, \beta}(z); \Delta = 0,1; \beta = \overline{1, i-1}; z = \overline{1, i}.$$

Количественные оценки динамической ошибки первого рода определяем при помощи $x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$, которые перед построением алгоритма неизвестны. Для преодоления этих трудностей можно воспользоваться значениями координат эталонных точек $X_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$ алгоритма, корректирующего только динамическую ошибку второго рода. Задав длительностью j -го шага Δt_j и взяв в качестве оценки $x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$ значение $X_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$, найдем верхние оценки для $\gamma_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}(z)$, $F_{\sigma_i, \sigma_i}^{\alpha, \beta}(z)$, по которым построим корректирующий алгоритм для общего случая. Затем вместо оценок $\gamma_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}(z)$, $F_{\sigma_i, \sigma_i}^{\alpha, \beta}(z)$ определяем их точные значения. Если точные значения параметров совпадают с их оценками, то полученный алгоритм будет оптимальным корректирующим алгоритмом. В противном случае найденные точные значения параметров считаем верхними оценками параметров и осуществляем повторное построение алгоритма. Процесс построения алгоритма заканчивается в том случае, если принятые значения параметров совпадут с их значениями, определенными по найденным $x_{\sigma_i}^{\alpha, \beta}$.

Поскольку оптимальное планирование экспериментов на i -м шаге известно, алгоритм целесообразно начинать строить с последнего шага. На основании соотношения (9) длина $[\bar{x}_{q_{i-1}}^{i-1,1}, \bar{x}_{q_{i-1}+1}^{i-1,2}]$ равна $(k+1)h$. Зная $\gamma_{q_{i-1}}^{A, \beta}(i)$, $F_{q_{i-1}}^{\beta}(i)$ и используя соотношения (8), определяем $x_{q_{i-1}}^{i-1}$, $x_{q_{i-1}+1}^{i-1}$, а следовательно, можем спланировать предпоследний шаг алгоритма. С учетом $x_{q_{i-1}}^{i-1}$, $x_{q_{i-1}+1}^{i-1}$, $\gamma_{q_{i-2}}^{A, \beta}(i-1)$, $F_{q_{i-2}}^{\beta}(i-1)$ и соотношения (8), получаем $x_{q_{i-2}}^{i-2}$, $x_{q_{i-2}+1}^{i-2}$ и т. д.

Так как параметр алгоритма k уменьшает интервал неопределенности, параметры динамической ошибки увеличивают его на z -м шаге алгоритма. Очевидно, что интервал неопределенности будет уменьшаться относительно x в том случае, если его увеличение на z -м шаге меньше уменьшения.

Максимальное количество равных частей, на которые разбивается отрезок $[\bar{x}_{q_{i-1}}^{i-1,1}, \bar{x}_{q_{i-1}+1}^{i-1,2}]$, равно $(k+1)$, поэтому общее возрастание длины (L_p) интервала неопределенности должно быть хотя бы на единицу меньше $(k+1)$ -го, т. е. $L_p < kh$ (11). Из соотношений (8) вытекает истинность выражения

$$L_p < h \left\{ 2\gamma_i + \sum_{\beta=1}^{i-1} [F_{q_{\beta}}^{\beta}(i-1) - \gamma_{q_{\beta}}^{0, \beta}(i-1) - F_{q_{\beta}+1}^{\beta}(i-1) + \gamma_{q_{\beta}+1}^{0, \beta}(i-1)] \right\}. \quad (12)$$

Выражения (11), (12) устанавливают связь между параметрами алгоритма k и динамической ошибки, на основании которых можно решать следующие задачи.

Для заданных k , i выбрать наименьшие длительности Δt_i , которые приводили бы к параметрам γ_i , $\gamma_{q_{\beta}}^{A, \beta}(z)$, $F_{q_{\beta}}^{\beta}(z)$, удовлетворяющим соотношениям (11), (12);

при известных i , γ_i , $\gamma_{q_{\beta}}^{A, \beta}(z)$, $F_{q_{\beta}}^{\beta}(z)$ найти такое k , которое бы удовлетворяло соотношениям (11), (12).

На примере двухшагового алгоритма, у которого $k=3$, $\gamma_{q_1}^{1,1}(1)=1$, $\gamma_{q_1}^{0,1}(2)=0$, $\gamma_1=1$, $F_{q_1}^3(z)=0$, рассмотрим построение корректирующего алгоритма для общего случая.

Пусть в результате первого шага алгоритма сформирован интервал неопределенности $[0, \bar{x}_1^{1,2}]$. Тогда с учетом соотношения (10) имеем $\bar{x}_1^{1,2} = 4h$.

Из соотношений (8) вытекает справедливость выражений

$$4h = x_1^1 + h[\gamma_1 - \gamma_1^{1,1}(1)], \quad x_1^1 = 4h.$$

Считаем, что на первом шаге алгоритма сформирован интервал неопределенности $[\bar{x}_1^{1,1}, \bar{x}_2^{1,2}]$. Тогда с учетом соотношений (8), (10) имеем

$$\bar{x}_1^{1,1} = x_1^1 - h[\gamma_1 + \gamma_1^{1,1}(1)]; \quad \bar{x}_1^{1,1} = 2h;$$

$$\bar{x}_2^{1,2} = x_2^1 + [\gamma_1 - \gamma_2^{1,1}(1)]h; \quad \bar{x}_2^{1,2} = 6h; \quad x_2^1 = \bar{x}_2^{1,2}.$$

Для других исходов на основании соотношений (8), (10)

$$\bar{x}_2^{1,1} = x_2^1 - h[\gamma_1 + \gamma_2^{1,1}(1)] = 4h; \quad \bar{x}_3^{1,2} = \bar{x}_2^{1,1} + 4h = 8h;$$

$$\bar{x}_3^{1,2} = x_3^1 + h[\gamma_1 - \gamma_3^{1,1}(1)]; \quad x_3^1 = \bar{x}_3^{1,2};$$

$$\bar{x}_3^{1,1} = x_3^1 - h[\gamma_1 + \gamma_3^{1,1}(1)] = 6h;$$

$$\bar{x}_{k+1}^{1,2} = \bar{x}_3^{1,1} + 4h = 10h; \quad 1 = 10h; \quad h = 1/10.$$

Итак, оптимальным распределением экспериментов будет следующее:

на первом шаге

$$x_1^1 = 4h; \quad x_2^1 = 6h; \quad x_3^1 = 8h;$$

на втором

$$a_0) \quad x(t) \in [0, \bar{x}_1^1]; \quad x_1^2 = h; \quad x_2^2 = 2h; \quad x_3^2 = 3h;$$

$$a_1) \quad x(t) \in [\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1]; \quad x_1^2 = 3h; \quad x_2^2 = 4h; \quad x_3^2 = 5h;$$

$$a_2) \quad x(t) \in [\bar{x}_2^1, \bar{x}_3^1]; \quad x_1^2 = 5h; \quad x_2^2 = 6h; \quad x_3^2 = 7h;$$

$$a_3) \quad x(t) \in [\bar{x}_3^1, 1]; \quad x_1^2 = 7h; \quad x_2^2 = 8h; \quad x_3^2 = 9h.$$

Алгоритм, корректирующий только динамическую ошибку второго рода, при

$$\gamma_1 = 1; \quad \gamma_n^{\Delta, \beta}(z) = 0; \quad \Delta = 0,1; \quad \beta = 1,2; \quad q_1 = \overline{1, 3}$$

разбивает первоначальный интервал неопределенности также на 10 частей. Однако длительность его первого шага всегда больше длительности первого шага корректирующего алгоритма для общего случая, поэтому корректирующие алгоритмы для общего случая всегда имеют большее быстроедействие. Следовательно, на базе алгоритмов, корректирующих динамические ошибки первого и второго родов, могут быть созданы быстроедействующие параллельно-последовательные устройства поиска.

Список литературы: 1. Гилис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. — М.: Энергия, 1975. — 447 с. 2. Кондала А. И. Системные преобразователи формы информации. — К.: Наук. думка, 1974. — 335 с. 3. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи напряжения / Под ред. В. Б. Смоллова, Н. А. Смирнова. — Л.: Энергия, 1967. — 312 с. 4. Хлестунов В. Н. Основы цифровой электроизмерительной техники. — М.: Энергия, 1966. — 346. 5. Алилов Н. В., Стахов А. П. Некоторые классы корректирующих алгоритмов. — В кн.: Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи. К., 1969, вып. 1., с. 27—36. 6. Али-

УДК 519.2

Ю. А. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук, Г. Г. ПИСАРЕНКО,
канд. техн. наук, С. И. ШМАТКОВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ДО
СРЫВА РЕЖИМА СЛЕЖЕНИЯ В СЛЕДЯЩИХ
СИСТЕМАХ СО СГЛАЖИВАЮЩИМИ ЦЕПЯМИ
ВТОРОГО ПОРЯДКА**

В ряде случаев возникает необходимость в приближенной оценке вероятности срыва режима слежения при учете нелинейности измерительного устройства, не решая достаточно громоздкую краевую задачу для уравнений в частных производных. При этом достаточно ограничиться определением лишь среднего времени до срыва слежения.

Рассмотрим задачу определения среднего времени до срыва режима слежения для следящей системы со сглаживающими цепями второго порядка.

1. Пусть уравнение ошибки воспроизведения системы имеет вид

$$T \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{d\varepsilon}{dt} + k_d f(\varepsilon) = T \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - k_v \xi(t), \quad (1)$$

где $\varepsilon(t)$ — ошибка воспроизведения; $x(t)$ — полезный неслучайный входной сигнал; $\xi(t)$ — помеха типа белого шума такая, что

$$M\{\xi(t)\} = 0, \quad M\{\xi(t)\xi(t+\tau)\} = S\delta(\tau);$$

T — постоянная времени системы; k_v — коэффициент усиления по скорости; $f(\varepsilon)$ — функция, характеризующая нелинейность измерительного устройства.

Перепишем уравнение (1) следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = \theta; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{T}\theta - \frac{k_v}{T}f(\varepsilon) + \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{T} \frac{dx}{dt} - \frac{k_v}{T}\xi(t). \quad (2)$$

Для марковского процесса (2) имеет место уравнение Колмогорова

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \theta \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} - \left[\frac{k_v}{T} f(\varepsilon) \right] \frac{\partial W}{\partial \theta} = \frac{1}{T} \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\Omega}{T} W + \frac{S k_v^2}{2T^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2}, \quad (3)$$

где Ω — скорость изменения полезного входного сигнала, $\Omega = \frac{dx}{dt}$; W — совместная плотность распределения вероятностей, $W = W(\varepsilon, \theta, t)$.

Из уравнения (3) следует, что краевая задача на конечном (полубесконечном) интервале может быть поставлена только для скорости ϑ .

Для постановки аналогичной задачи по переменной ε используем методику, изложенную в работе [1]. В результате получим уравнение гиперболического типа для одномерной плотности распределения вероятностей

$$\frac{\partial^2 W(\varepsilon, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{T} \frac{\partial W(\varepsilon, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\left(\frac{k_0}{T} f(\varepsilon) - \frac{\Omega}{T} \right) W(\varepsilon, t) \right] + \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} [\langle \vartheta^2 \rangle W(\varepsilon, t)]. \quad (4)$$

Уравнение (4) в отличие от (3) допускает постановку краевых условий по переменной ε на конечном или полубесконечном интервале.

2. Получим уравнение, позволяющее найти среднее время до срыва режима слежения. Для этого необходимо записать уравнение, сопряженное с условием (4). Если $f(\varepsilon)$, $\langle \vartheta^2 \rangle$ не зависят от времени, то сопряженное уравнение принимает вид [3]

$$\frac{\partial^2 W(\varepsilon, \varepsilon_0, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{T} \frac{\partial W(\varepsilon, \varepsilon_0, t)}{\partial t} = \langle \vartheta^2(\varepsilon_0) \rangle \frac{\partial^2 W(\varepsilon, \varepsilon_0, t)}{\partial \varepsilon_0^2} - \left(\frac{k_0}{T} f(\varepsilon_0) - \frac{\Omega}{T} \right) \frac{\partial W(\varepsilon, \varepsilon_0, t)}{\partial \varepsilon_0}. \quad (5)$$

Интегрируя выражение (5) по ε , а затем по времени и учитывая [4]

$$\int_{\varepsilon}^{\infty} W(\varepsilon, \varepsilon_0, t) dt = W(\varepsilon_0, t);$$

$$M(\varepsilon_0) = t_{\text{ср}} = \int_{\varepsilon}^{\infty} W(\varepsilon_0, t) dt;$$

$$W(t_0) = 1; \quad W(\infty) = 0,$$

находим уравнение для среднего времени первого достижения границ

$$\langle \vartheta^2(\varepsilon_0) \rangle \frac{d^2 M(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0^2} - \left(\frac{k_0}{T} f(\varepsilon_0) - \frac{\Omega}{T} \right) \frac{dM(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0} = -\frac{1}{T} \cdot \frac{dW(\varepsilon_0, t)}{dt} \Big|_{t=t_0}. \quad (6)$$

Полагая $\frac{dW(\varepsilon_0, t)}{dt} \Big|_{t=t_0} = 0$, имеем

$$\langle \vartheta^2(\varepsilon_0) \rangle \frac{d^2 M(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0^2} - \left(\frac{k_0}{T} f(\varepsilon_0) - \frac{\Omega}{T} \right) \frac{dM(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0} = -\frac{1}{T}. \quad (7)$$

В гауссовском случае $f(\varepsilon_0) = \varepsilon_0$; $\langle \dot{\theta}^2(\varepsilon_0) \rangle = \dot{\theta}^2 = sk_v^2/2T$ и среднее время достижения границы определяем из уравнения

$$\frac{sk_v^2}{2} \frac{d^2 M(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0^2} - (k_v \varepsilon_0 - \Omega) \frac{dM(\varepsilon_0)}{d\varepsilon_0} = -1; \quad (8)$$

$$a < \varepsilon_0 < b; \quad M(a) = M(b) = 0.$$

3. Для решения уравнений (7), (8) применим метод Бубнова — Галеркина. Первое приближение при $a = -l$, $b = l$ будем искать в виде $M_1(\varepsilon_0) = a_1(l^2 - \varepsilon_0^2)$.

Согласно используемому методу для $\Omega = 0$ находим

$$a_1 = \frac{\int_{-l}^l (l^2 - \varepsilon_0^2) d\varepsilon_0}{Sk_v \int_{-l}^l (l^2 - \varepsilon_0^2) d\varepsilon_0 - 2k_v \int_{-l}^l \varepsilon_0^2 (l^2 - \varepsilon_0^2) d\varepsilon_0}$$

Вычисляя интегралы и вводя безразмерные параметры

$$N = Sk_v/l^2; \quad \tau_{доc} = \tau = t_{доc} k_v; \quad x = \varepsilon_0/l,$$

получаем первое приближение для безразмерного среднего времени до срыва режима слежения

$$\tau_1 = (1 - x^2)/(N - 0,4). \quad (9)$$

Отсюда следует, что при $N \approx 0,4$ среднее время до срыва слежения $\tau_1 \rightarrow \infty$, т. е. наблюдается пороговый эффект. Сравним полученные результаты с исследованиями, приведенными в работе [5]. С этой целью запишем выражение для N в виде

$$N = sk_v/l^2 = 2\sigma^2/l^2.$$

Из выражения (9) определим пороговое значение отношения $\sigma/l \approx 0,45$. Сравнение показывает расхождение пороговых значений примерно в два раза. Завышенное значение σ/l , которое определено с помощью формулы (9), является следствием учета только первого приближения и наличия линейной зависимости дискриминаторной характеристики от ε в пределах селективируемой области.

При $N > 5$ среднее время до срыва можно оценить по упрощенной формуле $\tau_1 \approx (1 - x^2)/N$, что соответствует большому уровню шумов на входе системы.

Пусть дискриминаторная характеристика описывается выражением $f_1(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3$. Тогда приближенное уравнение для среднего времени до срыва слежения при $\Omega = 0$ принимает вид

$$\frac{N}{2} \frac{d^2 \tau}{dx^2} - (x - dx^3) \frac{d\tau}{dx} = -1; \quad (10)$$

$$(-1 < x < 1); \quad \alpha = ql^2.$$

В выражении (10) в целях упрощения считаем N , не зависящим от ε_0 , т. е. $\langle \theta^2 \rangle$ определяем из уравнения (1) при условии $f(\varepsilon) = \varepsilon$. Учитывая, что краевые условия должны ставиться для l в пределах селективируемой области, находим $l = 1/\sqrt{g}$.

В этом случае

$$\frac{N}{2} \frac{d^2 \tau}{dx^2} - (x - x^3) \frac{d\tau}{dx} = -1. \quad (11)$$

Решением уравнения (11) по методу Бубнова — Галеркина для первого приближения получаем

$$\tau_1 = (1 - x^2)/(N - 0,23).$$

Рассмотренная дискриминаторная характеристика близка к синусоидальной аппроксимации [5], что позволяет ожидать более близкое совпадение оценок по пороговому эффекту. Используя уравнение (1), определяем пороговое значение отношения дисперсии к полуширине дискриминаторной характеристики

$$\sigma/l = \sqrt{0,11} = 0,33.$$

Этот результат достаточно близко совпадает со значением $\sigma/l = 0,2$ приведенным в работе [5].

В целях проверки и сравнения полученных результатов используем еще один подход, заключающийся в замене нелинейной зависимости $f_1(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3$ эквивалентной линейной зависимостью $f_2(\varepsilon) = \gamma\varepsilon$, где постоянный коэффициент определяется из сравнения площадей $f_1(\varepsilon)$, $f_2(\varepsilon)$.

Учитывая, что $l = 1/\sqrt{q}$, находим $f_1(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3 \approx f_2(\varepsilon) = \frac{1}{2}\varepsilon$. Приближенное уравнение для среднего времени до срыва слежения при линейной аппроксимации дискриминаторной характеристики принимает вид

$$\frac{N}{8} \frac{d^2 \tau}{dx^2} - \frac{x}{2} \frac{d\tau}{dx} = -1.$$

В результате решения этого уравнения находим первое приближение

$$\tau_1 = (1 - x^2)/(N/4 - 0,2).$$

Пороговое значение отношения $\sigma/l = 0,158$.

Таким образом, имеет место достаточно хорошее совпадение с пороговым значением, приведенным в работе [5].

4. Рассмотрим более сложный случай.

Пусть

$$f(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3;$$

$$\langle \theta^2(\varepsilon) \rangle = \frac{k_0^2}{2T} [S_0 + S_1\varepsilon + S_2\varepsilon^2].$$

Тогда уравнение для среднего времени до срыва слежения может быть записано в виде

$$\frac{1}{2} (N_0 + N_1 x + N_2 x^2) \frac{d^2 \tau}{dx^2} - (x - x^2) \frac{d\tau}{dx} = -1,$$

где

$$N_0 = S_0 k_{\sigma} / I^2; \quad N = S_1 k_{\sigma} / i; \quad N_2 = S_2 k_{\sigma}; \quad x = \varepsilon / l; \quad \tau = k_{\sigma} t_{\text{ср}}.$$

В первом приближении выражение для среднего времени до срыва режима слежения имеет вид

$$\tau_1 = \frac{1 - x^2}{N_0 + 0,2N_2 - 0,23}. \quad (12)$$

Оценим пороговый эффект:

$$a/l = \sqrt{0,115} - \sqrt{0,1S_2 k_{\sigma}}.$$

Отсюда следует, что помехоустойчивость по пороговому отношению a/l в первом приближении можно оценить при выполнении условия $S_2 k_{\sigma} \ll 1$. Наличие квадратичной зависимости флюктуационной ошибки от ε при невыполнении указанного условия может привести к невозможности оценки помехоустойчивости по пороговому критерию и необходимости применения формулы (12) для среднего времени до срыва режима слежения.

5. Определим среднее время до срыва слежения при учете скоростной ошибки. Уравнение для среднего времени до срыва при $f(\varepsilon) = \varepsilon$, $x(t) = \Omega t$ в безразмерных параметрах следующее:

$$\frac{N}{2} \frac{d^2 \tau}{dx^2} - (x - \theta) \frac{d\tau}{dx} = -1, \quad (13)$$

где $\theta = \Omega / k_{\sigma} l$.

Динамическую ошибку учтем постоянным смещением дискриминационной характеристики на величину θ .

Решение уравнения (13) в первом приближении дает следующее выражение для среднего времени до срыва слежения:

$$\tau_1 = \frac{1 - \theta^2 - 2\theta x - x^2}{N - 0,4}. \quad (14)$$

Если $f(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3$, то, пренебрегая зависимостью N от ε_0 , имеем

$$\tau_1 = \frac{1 - \theta^2 - 2\theta x - x^2}{N - 0,23}. \quad (15)$$

При $f(\varepsilon) = \varepsilon - q\varepsilon^3$; $\langle \theta^2(\varepsilon) \rangle = \frac{k_{\sigma}}{2T} (S_0 + S_1 \varepsilon + S_2 \varepsilon^2)$

$$\tau_1 = \frac{1 - \theta^2 - 2\theta x - x^2}{N_0 + 0,2N_1 - 0,23}. \quad (16)$$

Выражения (14—16) для среднего времени до срыва слежения учитывают влияние скоростной ошибки лишь в первом прибли-

женни. Ее влияние не распространяется на пороговый эффект. В этом случае целесообразно использовать приближения более высокого порядка.

Список литературы: 1. Александров Ю. А., Якович А. А. Уравнение для одномерных плотностей распределения вероятностей в случае линейных динамических систем второго порядка. — Вестн. Харьк. гос. ун-та, № 53. Математика и механика, 1970, вып. 34, с. 134—138. 2. Власов А. А. Статистические функции распределения. — М.: Наука, 1966. — 356 с. 3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966. — 724 с. 4. Стратонович Л. Р. Избранные вопросы теории флуктуации в радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1961. — 558 с. 5. Бахут А. П. Вопросы статистической теории радиолокации. — М.: Сов. радио, 1964. — Т. 2. 1079 с.

Поступила в редакцию 12.01.84.

УДК 681.518

Н. Я. КАКУРИН, канд. техн. наук, Ю. К. КИРЬЯКОВ

МИКРОПРОГРАММНЫЕ АВТОМАТЫ КАК ГЕНЕРАТОРЫ ТЕСТОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Одна из важнейших задач, стоящих перед проектировщиками и изготовителями цифровых устройств, — обеспечение полного контроля правильности проектирования и качества используемых комплектующих изделий.

Известно, что для контроля качества цифровых устройств используются тесты — наборы значений входных и выходных переменных. Хранение и выдачу тест-программ контроля можно обеспечить с помощью цифровой ЭВМ, являющейся одновременно и управляющим звеном в информационно-контрольном комплексе. Однако это приводит к удорожанию контроля и целесообразно при крупносерийном производстве.

Другим возможным способом контроля интегральных схем (ИС, СИС, БИС) является контроль специализированными цифровыми устройствами, выполненными на основе микропрограммных автоматов (МПА).

Основное назначение МПА — генерирование элементарных проверок для данного множества контролируемых цифровых устройств, иначе говоря, автомат должен выдавать последовательность кодов, соответствующих строкам множества тест-таблиц.

Поставив в соответствие строке тест-таблицы временной интервал — такт (микрокоманда), столбцу — определенный выход автомата (микрооперация, входящая в микрокоманду), запишем

$$Y_{in} = (y_{in1}, y_{in2}, \dots, y_{inm}), \\ t = \overline{1, T}, n = \overline{1, N},$$

где T, N, m — количество тест-таблиц (количество проверяемых цифровых устройств), строк тест-таблицы и столбцов в ней.

Рассмотрим возможные пути построения оптимального автомата. Поскольку закон функционирования микропрограммного автомата полностью определяется исходными тест-таблицами проверяемых цифровых устройств, перед построением автомата необходимо предварительно решить задачу уменьшения объема информации, необходимой для реализации МПА. На примере тест-таблиц интегральных схем К155 серии покажем возможность решения поставленной задачи.

Для проверки функционирования ИС К155ЛБ3 необходимо генерировать тест (табл. 1). Анализ тест-таблицы показывает, что в ней имеется ряд идентичных столбцов. Это означает, что на разные входы проверяемой схемы подаются одинаковые сигналы. Например, идентичными являются столбцы 01, 04, 09, 12; 02, 05, 10, 13; 03, 06, 08, 11. В результате объединения идентичных столбцов в один можно сократить количество выходных сигналов автомата (табл. 2), а подачу сигналов на все входы проверяемой схемы обеспечить за счет разветвления сигналов с выхода автомата.

Таблица 1

Входы								Выходы			
01	02	04	05	09	10	11	13	03	06	08	11
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

Таблица 2

a	b	c
01	02	03
04	05	06
09	10	08
12	13	11
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Таблица 3

a _i	b _i		
	0	1	X
0	0	∅	0
1	∅	1	1
X	0	1	X

В общем случае при проверке схем на ряде входов сигналы должны иметь определенные значения (0 или 1), на других — произвольные, обозначаемые X. Идентичные столбцы тест-таблиц, содержащих символы 0, 1, X, можно найти операцией пересечения кубов [1]. Операция пересечения кубов $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ и $b = b_1, b_2, \dots, b_n$ позволяет выделить куб $c = c_1, c_2, \dots, c_n$ ($c_i = a_i \cap b_i$), являющийся общей частью исходных кубов a, b .

Операция покомбинаторного пересечения кубов задается табл. 3.

Например, покоординатное пересечение кубов $a = X01XXX0XXX \times 1XXXXXX$ и $b = XXX01X0111XXXXX$, представляющих собой столбцы некоторой тест-таблицы, дает в результате куб $c = X0101X0111XXXXX$. Применяя операцию пересечения между вновь образованным кубом и последующими кубами, можно выявить идентичные столбцы и уменьшить размерность тест-таблицы.

Для сокращения аппаратных затрат при построении МПА установим также тождественность тест-таблиц, представив их в виде

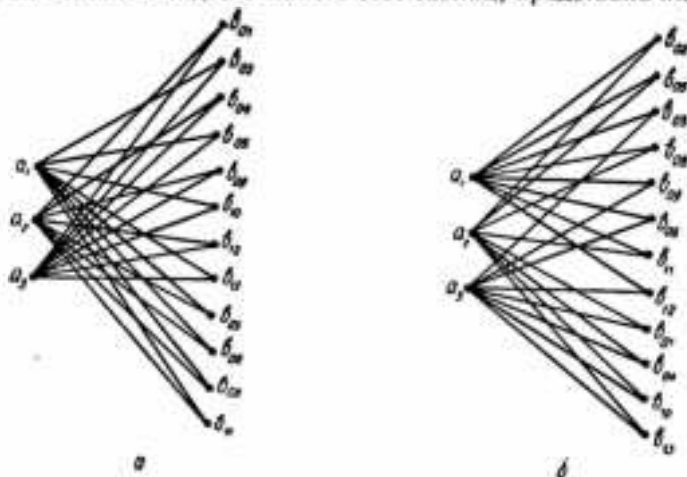


Рис. 1.

графа. Тождественные преобразования в теории графов известны как задачи изоморфизма и изоморфного вложения графов. Установление изоморфности структур автоматов позволит использовать один и тот же автомат для генерации комбинаций теста различных контролируемых схем, что даст экономию аппаратных затрат. Для представления теста в виде графа поставим каждой строке теста в однозначное соответствие вершину из множества входных вершин $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, a_N\}$, а каждому столбцу — вершину из множества выходных вершин $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m, \dots, b_M\}$. Если элемент матрицы теста $t_{nm} \neq 0$, то вершину a_n соединим ребром с вершиной b_m . В противном случае ребро отсутствует. На рис. 1, а показан граф G , соответствующий тест-таблице (см. табл. 1), а на рис. 1, б — граф H для тест-таблицы проверки ИС К155ЛБ8 (табл. 4). Применяя алгоритм распознавания изоморфизма [2], устанавливаем изоморфность данных графов. В результате получаем подстановку

$$t = \begin{pmatrix} a_1 a_2 a_3 b_{01} b_{02} b_{04} b_{05} b_{06} b_{10} b_{12} b_{13} b_{03} b_{08} b_{09} b_{11} \\ c_2 c_3 c_1 d_{02} d_{03} d_{05} d_{06} d_{08} d_{09} d_{11} d_{12} d_{01} d_{04} d_{10} d_{13} \end{pmatrix}$$

которая удовлетворяет второму условию теоремы об изоморфизме. Следовательно, графы G, H изоморфны.

Таблица 4

Входы								Выходы			
02	05	03	08	09	06	11	12	01	04	10	13
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1

Приведенные примеры показывают, что следует проводить тщательный предварительный анализ столбцов внутри тест-таблиц для сокращения их размерности и сравнивать различные тест-таблицы между собой для определения полностью или частично изоморфных таблиц. Очевидно, на первом этапе необходимо тест-таблицы сжать, а на последующем этапе — проанализировать их на изоморфность. Отметим, что изоморфизм целесообразно выявить на самых ранних стадиях проектирования микропрограммного автомата, т. е. на стадии сравнения тестов, а не при сравнении структур автоматов.

Известно, что структура граф-схемы алгоритма (ГСА) функционирования автомата определяется принятым алгоритмом обработки информации и особенностями операционного устройства. На рис. 2, а показана структурная схема устройства для контроля интегральных схем, на рис. 2, б — граф-схема алгоритма его работы.

В исходном состоянии автомат выдает нулевую комбинацию. При поступлении сигнала запуска МПА переходит в режим генерации комбинаций тест-таблицы. После выдачи первой комбинации через время, достаточное для установления сигналов Y' на выходах ИС, автомат опрашивает сигнал с выхода схемы сравнения (СС). В случае, если $Y \neq Y'$, триггер контроля (ТК) устанавливается в единичное состояние, после чего вырабатывается команда «останов» для МПА.

Рассмотрим в качестве примера синтез генератора тестовых комбинаций для ИСК155ТМ2 на основе автомата Мура. Сжав тест-таблицу ИС по методике, приведенной выше, получим табл. 5. Каждой строке тест-таблицы поставим в соответствие состояние микропрограммного автомата. Состоянию a_0 соответствует пустая микрокоманда. Формально Y_0 может быть внесена в тест-таблицу как нулевая строка. Проведем синтез МПА [3], выбрав в качестве элементов памяти D-триггера. В результате получим систему булевых функций выходов и возбуждения

$$\begin{aligned}
 y_1 &= y_2 \vee y_6 \vee a_6; & y_2 &= a_3 \vee a_4 \vee a_5; \\
 y_3 &= a_4 \vee a_7; & y_4 &= y_5 \vee y_6; \\
 y_5 &= a_1 \vee a_4 \vee a_5 \vee a_6; & y_6 &= a_2 \vee a_3 \vee a_7;
 \end{aligned}
 \quad (1)$$

$$D_1 = (y_2 \vee a_6) \bar{x}; \quad D_2 = (a_1 \vee a_2 \vee a_5 \vee a_6) \bar{x};$$

$$D_3 = (a_2 \vee a_4 \vee a_6) \bar{x} \vee a_0 B; \quad D_4 = x.$$

По полученной системе функций (1) можно синтезировать логическую схему автомата.

Таблица 5

N	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
	10 04	12 02	11 03	13 01	09 05	08 06
a_0	0	0	0	0	0	0
a_1	0	X	X	1	1	0
a_2	1	X	X	0	0	1
a_3	1	1	0	1	0	1
a_4	1	1	1	1	1	0
a_5	1	1	0	1	1	0
a_6	1	0	0	1	1	0
a_7	1	0	1	1	0	1

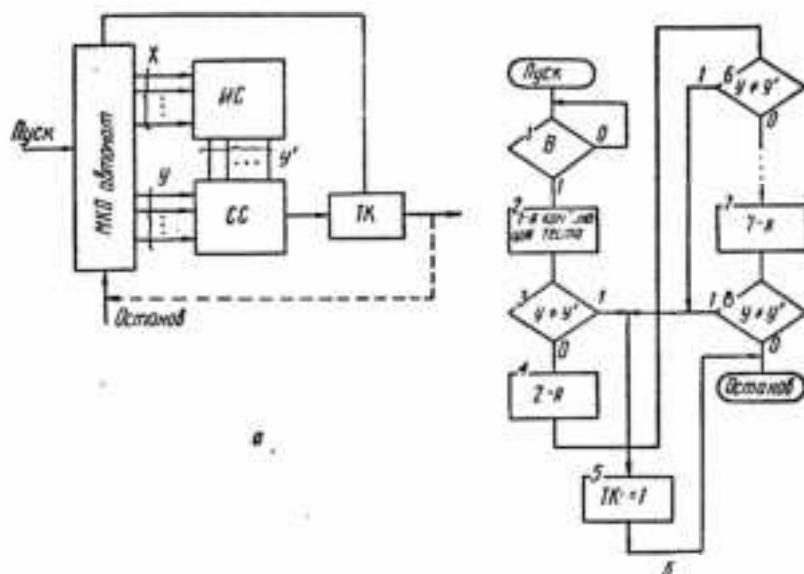


Рис. 2.

Генераторы тестов, построенные на основе микропрограммных автоматов, позволят повысить достоверность контроля за счет проведения его на рабочих частотах, близких к частотам проверяемых схем. Они могут найти применение в системах встроенного и внешнего контроля.

2—3 порядка выше максимального в схеме, а при КЗ — резистором с сопротивлением на 2—3 порядка ниже минимального.

Таким образом, моделирование схемы в исправном и неисправных состояниях (с дефектами типа обрыв и КЗ) можно свести к моделированию при различных значениях параметров элементов, входящих в схему. Вопросы математического моделирования радиоэлектронных схем освещены в работе [3].

По результатам моделирования строят таблицы функций неисправностей ТФН [4], где заданы результаты проверок в зависимости от состояния объекта диагностирования. Такие таблицы являются исходной информацией для построения алгоритмов поиска дефекта, которые графически обычно представляют в виде древовидных графов — деревьев поиска дефекта, задающих последовательность действий оператора по поиску дефекта в объекте диагностирования.

На практике широко используются двухзначные ТФН и строящиеся по ним дихотомичные деревья поиска дефекта. Применение этих ТФН для диагностирования аналоговых схем значительно снижает степень локализации неисправностей, так как в каждой проверяемой точке схемы выходной сигнал сравнивают по принципу «равно-неравно» и результат сравнения имеет два значения: 1 или 0. В целях повышения степени локализации дефекта необходимо использовать многозначные ТФН и строящиеся по ним полихотомичные деревья поиска дефекта. Практика применения полихотомичных деревьев поиска дефекта показывает, что значность ТФН должна быть не более восьмидесяти.

В качестве примера рассмотрим процесс формирования многозначной ТФН для схемы, изображенной на рис. 1. Выберем значность ТФН, равную четырем: 0, *a*, *b*, *c*. При этом 0 означает, что напряжение в контрольной точке φ_i равно 0, *a* — напряжение в контрольной точке φ_i в допуске, *b* — напряжение выходит за пределы допуска и меньше эталонного, *c* — выходит за пределы допуска и больше эталонного. Под эталонным напряжением понимаем напряжение в исправной схеме. Предположим, что данная схема может находиться в следующих состояниях: e_1 — исправное; e_2, e_3, e_4, e_5 — обрывы в сопротивлениях R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно; e_6, e_7, e_8, e_9 — КЗ между коллектором и эмиттером, базой и коллектором, базой и эмиттером транзистора V_1 соответственно; e_{10}, e_{11}, e_{12} — то же для транзистора V_2 . Промоделировав схему в исправном и неисправных состояниях, поочередно задавая перечисленные дефекты, построим ТФН, приведенную в таблице. Например, для дефекта «обрыв в сопротивлении R_3 » (состояние e_4) напряжение в узле φ_1 остается в пределах допуска, в узлах φ_2, φ_4 — выходит за пределы допуска и превышает эталонное, в узле φ_3 — выходит за пределы допуска и становится меньше эталонного. В таблице также заданы условные вероятности q_i нахождения

схемы в каждом из состояний e_i (условная вероятность нахождения схемы в исправном состоянии и условные вероятности отказов).

r_{ij}	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}
r_{11}	a	b	b	a	a	0	c	0	b	b	a
r_{12}	a	c	b	c	b	0	b	c	b	b	c
r_{13}	a	a	a	b	b	b	b	a	0	c	0
r_{14}	a	c	b	c	b	b	b	c	0	b	c
q_i	0,70	0,02	0,02	0,02	0,02	0,05	0,03	0,03	0,05	0,03	0,03

Для построения полихотомичного дерева поиска дефекта по многозначной ТФН введем следующие обозначения: S — информационный вектор состояний, размерность которого равна числу возможных состояний объекта диагностирования, $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$; x^y — функция узнавания,

$$x^y = \begin{cases} 0, & x \neq y; \\ 1, & x = y. \end{cases}$$

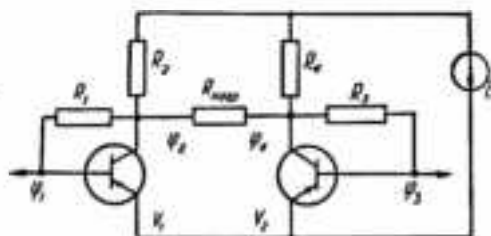


Рис. 1

Элементы вектора s_i формируются по такому правилу:

$$s_i = \begin{cases} 0, & \text{если известно, что объект не находится в состоянии } e_i; \\ 1, & \text{если объект может находиться в состоянии } e_i. \end{cases}$$

Отметим, что x, y принимают буквенные значения, заданные в ТФН.

Наиболее существенным параметром при поиске дефекта является среднее время поиска неисправности в схеме. Для определения его минимального значения при условии, что время всех проверок одинаково, дерево строим с использованием информационного критерия для выбора очередной проверки φ_i [5]:

$$I(\varphi_i) = - \sum_{x \in M} P(\varphi_{ix}) \log_2 P(\varphi_{ix}) \rightarrow \max, \quad (1)$$

где $P(\varphi_{ix})$ — вероятность исхода x для проверки φ_i ; M — множество всех исходов проверки φ_i . Для приведенного выше примера $M = \{0, a, b, c\}$.

Вероятность $P(\varphi_{ix})$ исхода x для проверки φ_i определяем по формуле

$$P(\varphi_{ix}) = \frac{\sum_{j=1}^n s_j q_j x^{r_{ij}}}{\sum_{j=1}^n s_j q_j}. \quad (2)$$

Здесь s_j — j -я компонента информационного вектора состояний S ; q_i — условная вероятность нахождения объекта диагностирования в состоянии e_j ; x^{ij} — функция узнавания; r^{ij} — элемент ТФН на пересечении i -й строки и j -го столбца; n — число возможных состояний объекта диагностирования (равно количеству столбцов ТФН).

Очередной информационный вектор состояний для исхода x проверки φ_i определим из выражения $s'_{ix} = s_i x^{ij}$ (3), где s'_{ix} — j -я компонента очередного информационного вектора состояний S'_x .

В вершинах дерева поиска дефекта проставляются информационные векторы состояний. Ветви дерева соответствуют выбранным проверкам. Корневая вершина содержит информационный вектор состояний, состоящий только из единичных компонент. В конечных вершинах находятся информационные векторы состояний, содержащие по одной единичной компоненте, соответствующей локализованному состоянию. Алгоритм построения дерева поиска дефекта имеет следующий вид.

1. В корневую вершину помещается информационный вектор состояний S , состоящий из одних единиц.

2. Для очередной вершины с информационным вектором состояний S выбирается проверка. С этой целью для всех неиспользованных выше проверок с помощью формул (1), (2) определяем количество информации $I(\varphi_i)$ и выбираем проверку φ_i , для которой это значение максимально.

3. Заносим выбранную проверку в дерево поиска дефекта.

4. Находим для каждого исхода x выбранной проверки φ_i по формуле (3) очередные векторы состояний S'_x .

5. Если для какого-либо исхода x выбранной проверки φ_i получен вектор S'_x , состоящий только из нулевых компонент, то такого исхода быть не может. В дерево поиска дефекта заносятся векторы S'_x для всех существующих исходов (векторы S'_x , имеющие хотя одну единичную компоненту).

6. Очередные информационные векторы состояний S'_x , помещенные в дерево, далее именуются информационными векторами состояний S .

7. Выбираем любую конечную вершину с вектором S , содержащим более одной единичной компоненты, и переходим к п. 2.

8. Если все конечные вершины содержат информационные векторы состояний S с одной единичной компонентой, дерево поиска дефекта построено.

На рис. 2 изображено полихотомичное дерево поиска дефекта для схемы, представленной на рис. 1. Полихотомичные деревья поиска дефекта, строящиеся по приведенному выше алгоритму, задают оператору оптимальную по затратам времени программу диагностирования исследуемого объекта. Сами деревья могут быть представлены в графическом или в закодированном видах и могут вводиться в виде программного обеспечения

мини-ЭВМ диагностического комплекса радиоэлектронной аппаратуры. При этом радиоэлектронная аппаратура диагностируется в диалоговом режиме.

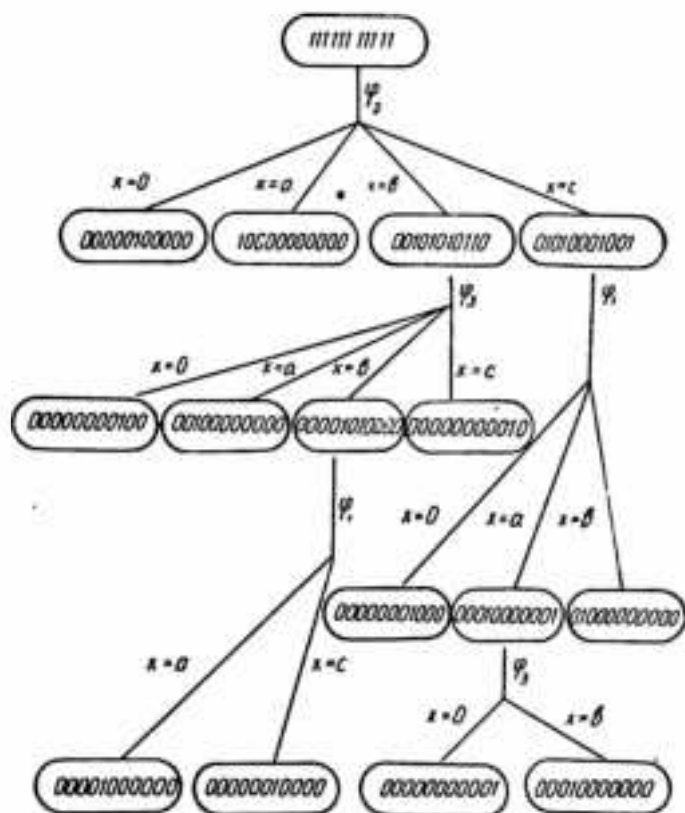


Рис. 2

Список литературы: 1. Введение в техническую диагностику / Г. Ф. Верзаков, Н. В. Киншт, В. И. Рабинович и др. — М.: Энергия, 1968. — 224 с. 2. Диагностика электрических цепей / Н. В. Киншт, Г. Н. Герасимова, М. А. Кап и др. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 192 с. 3. Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Сов. радио, 1976. — 608 с. 4. Основы технической диагностики / В. В. Карыбский, П. П. Пархоменко, Е. С. Согомонян и др. — М.: Энергия, 1976. — 464 с. 5. Сердюков А. С. Автоматический контроль и техническая диагностика. — К.: Техніка, 1971. — 244 с.

Поступила в редакцию 13.12.83.

**МЕТОД РАСЧЕТА ПРОПУСКНОЙ
СПОСОБНОСТИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ
МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С БЛОКИРОВКАМИ**

При обосновании требований к составу и структуре комплексов вычислительных средств автоматизированных систем управления часто необходимо исследовать многофазные системы массового обслуживания (СМО) с блокировками. Эту задачу можно решить с помощью аппроксимации функционирования системы марковским процессом. Однако в этом случае построение марковского процесса и определение его характеристик связаны со значительными трудностями [1].

Существует возможность снижения трудоемкости анализа подобных систем за счет использования декомпозиционных методов. Один из них, отличающийся высокой точностью и простотой формализации процесса расчета характеристик СМО, описан ниже.

Пусть рассматриваемая система состоит из N фаз. Перед каждой фазой имеется буфер емкостью l_i ($i = \overline{1, N}$). При отсутствии свободного места в буфере следующей фазы обслуженная заявка остается на приборе до освобождения соответствующего буфера. Считаем времена обслуживания в приборах фаз μ_i^{-1} случайными, экспоненциально распределенными величинами, а поток требований, поступающий на систему, простейшим с параметром λ .

Пропускная способность многофазной СМО

$$S = [1 - P_N(0)] \mu_N, \quad (1)$$

где $P_N(0)$ — стационарная вероятность простоя прибора последней фазы.

Обозначим возможные состояния i -й фазы через параметр ξ_i . Считаем, что заявка, обслуживаемая прибором i -й фазы, находится в буфере этой фазы, а обслуженная заявка, находящаяся на приборе до момента освобождения места в буфере следующей фазы, принадлежит $(i+1)$ -й фазе. Тогда ξ_i принимает значения из интервала $0 < \xi_i < l_i + 1$. При $\xi_i = l_i + 1$ в буфере i -й фазы находится l_i заявок, а прибор $(i-1)$ -й фазы заблокирован ввиду того, что i -й буфер занят и не может принять обслуженную заявку. В остальных случаях в буфере находится ξ_i заявок.

Функционирование отдельного прибора в составе многофазной СМО с блокировками в общем случае эквивалентно функционированию однофазной системы массового обслуживания с интенсивностями входного потока и потока обслуживаний, зависящими от состояния этой однофазной СМО. Например, для трехфазной

системы, в которой $I_1 = I_2 = I_3 = 0$, процесс изменения состояний $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ есть цепь Маркова с непрерывным временем, где параметры фаз ξ_i принимают значения 0 или 1. Граф переходов этой цепи Маркова представлен на рис. 1, а соответствующая ему система уравнений для стационарного режима имеет вид

$$\begin{aligned}
 & -P(000)\lambda + P(001)\mu_3 = 0; \\
 & -P(100)\mu_1 + P(000)\lambda + P(101)\mu_3 = 0; \\
 & -P(010)(\lambda + \mu_2) + P(100)\mu_1 + P(011)\mu_3 = 0; \\
 & -P(001)(\lambda + \mu_3) + \\
 & \quad + P(010)\mu_2 = 0; \quad (2) \\
 & -P(110)\mu_2 + P(010)\lambda + \\
 & \quad + P(111)\mu_3 = 0; \\
 & -P(101)(\mu_1 + \mu_3) + \\
 & \quad + P(001)\lambda + P(110)\mu_2 = 0; \\
 & -P(011)(\lambda + \mu_3) + \\
 & \quad + P(101)\mu_1 = 0; \\
 & -P(111)\mu_3 + P(011)\lambda = 0.
 \end{aligned}$$

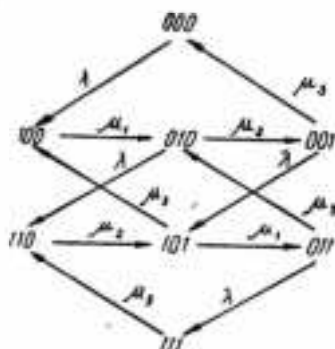


Рис. 1

Найдем уравнения, описывающие функционирование только второй фазы. Для этого просуммируем уравнения системы (2), в которых параметр ξ_2 принимает значение 0 (уравнения 1, 2, 4, 6). То же выполним для $\xi_2 = 1$ (уравнения 3, 5, 7, 8). Окончательно имеем

метр ξ_2 принимает значение 0 (уравнения 1, 2, 4, 6). То же выполним для $\xi_2 = 1$ (уравнения 3, 5, 7, 8). Окончательно имеем

$$\begin{aligned}
 & -[P(100) + P(101)]\mu_1 + [P(010) + P(110)]\mu_2 = 0. \\
 & -[P(010) + P(110)]\mu_2 + [P(100) + P(101)]\mu_1 = 0. \quad (3)
 \end{aligned}$$

В прямоугольных скобках полученных уравнений находятся безусловные вероятности состояний двух фаз, например $[P(100) + P(101)]$ — вероятность $P_{1,2}(10)$ состояния первой и второй фаз, при которой прибор первой фазы обслуживает заявки, второй — простаивает. В соответствии с теоремой умножения вероятностей $P_{1,2}(10)$ может быть представлена произведением безусловной вероятности простоя прибора второй фазы $P_2(0)$ и условной вероятности состояния обслуживания заявки прибором первой фазы $P_1(1/\xi_2 = 0)$. Обозначим через $P_i(\xi_i)$, $P_i(\xi_i/\xi_j)$ безусловную и условную вероятности состояний i -й фазы соответственно.

С учетом изложенного система уравнений (3) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned}
 & -P_2(0) \{ \mu_1 P_1(1/\xi_2 = 0) \} + P_2(1) \{ \mu_2 P_3(0/\xi_2 = 1) \} = 0; \\
 & -P_2(1) \{ \mu_2 P_3(0/\xi_2 = 1) \} + P_2(0) \{ \mu_1 P_1(1/\xi_2 = 0) \} = 0. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Аналогично можно показать, что для i -й фазы ($i = \overline{2, N-1}$) многофазной СМО при произвольной емкости буферов справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} & -P_i(0) \{ \mu_{i-1} [1 - P_{i-1}(0/\xi_i = 0)] \} + P_i(1) \{ \mu_i [1 - P_{i+1}(l_{i+1} + \\ & \quad + 1/\xi_i = 1)] \} = 0; \\ & -P_i(j) \{ \mu_{i-1} [1 - P_{i-1}(0/\xi_i = j)] \} + P_i(j+1) \{ \mu_i [1 - P_{i+1}(l_{i+1} + \\ & \quad + 1/\xi_i = j+1)] \} + P_i(j-1) \{ \mu_{i-1} [1 - P_{i-1}(0/\xi_i = j)] \} - \\ & \quad -P_i(j) \{ \mu_i [1 - P_{i+1}(l_{i+1} + 1/\xi_i = j)] \} = 0, \quad j = \overline{1, l_i}; \\ & -P_i(l_i+1) \{ \mu_i [1 - P_{i+1}(l_{i+1} + 1/\xi_i = l_i+1)] \} + \\ & \quad + P_i(l_i) \{ \mu_{i-1} [1 - P_{i-1}(0/\xi_i = l_i)] \} = 0, \end{aligned}$$

где $\mu_{i-1} [1 - P_{i-1}(0/\xi_i = j)]$ — интенсивность $\alpha_{i,j}$, ($j = \overline{0, l_i}$) входного потока i -й фазы с учетом влияния предыдущих фаз; $\mu_i [1 - P_{i+1}(l_{i+1} + 1/\xi_i = k)]$ — интенсивность $\beta_{i,k}$, ($k = \overline{1, l_i+1}$) обслуживания заявок прибором i -й фазы с учетом влияния всех последующих фаз.

В выражения для $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,k}$ входят вероятности простоя прибора предыдущей фазы и занятости буфера последующей фазы, вычисленные при условии, что i -я фаза находится в состоянии ξ_i . Таким образом, если рассматривать функционирование одной i -й ($i \neq 1$) фазы или группы $i, \dots, i+r$ последовательных фаз, интенсивность входного потока i -й фазы, учитывающая влияние всех предыдущих фаз, для каждого состояния этой фазы различна. Аналогично и интенсивность обслуживания отдельной i -й ($i \neq N$) фазы при различных ее состояниях имеет разные численные значения. Для первой и последней фаз $\alpha_{1,j} = \lambda$, $\beta_{N,k} = \mu_N$.

Из выражения для $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ следует, что их численные значения можно определить по известным вероятностям состояний двух соответствующих фаз. При этом условные вероятности определяем по формуле

$$P_i(\xi_i/\xi_r) = P_{i,r}(\xi_i, \xi_r) / \sum_{\xi_i} P_{i,r}(\xi_i, \xi_r), \quad r = i-1, i+1.$$

Это свойство позволяет декомпозировать исходную многофазную систему массового обслуживания на двухфазные СМО и определить их характеристики с учетом влияния остальных фаз методом последовательных приближений.

На рис. 2 для общего случая представлен граф переходов марковского процесса, отражающего функционирование двухфазной СМО с блокировкой. Считаем, что если $j = l_i + 1$, то $\alpha_{i,j} = 0$; $j = 0 - \beta_{i,j} = 0$; если выполняется любое из условий $i < 0$, $j < 0$, $i > l_i + 1$, $j > l_{i+1} + 1$, то $P(i, j) = 0$. Тогда систему уравнений, соответствующую графу переходов, для стационарных вероятностей можно записать в виде

$$-P(\xi_i, \xi_{i+1}) (\beta_{i+1, l_{i+1}} + \alpha_{i, l_i} + \beta_{i, l_i}) + P(\xi_i + 1, \xi_{i+1} - 1) \beta_{i, l_i} +$$

Интенсивность обслуживания для прибора второй фазы с учетом возможных блокировок со стороны третьей фазы определим так:

$$\beta_{2,1} = \mu_2 P(10) / (P(10) + P(11)) = 0,84.$$

Оценим влияние блокировки со стороны третьей фазы на вероятности состояний первых двух фаз, которые рассчитываются при следующих новых исходных данных: $\alpha_{1,0} = \lambda$; $\beta_{1,1} = \mu_1$; $\beta_{1+1,1} = \beta_{2,1}$. При этом $P(00) = 0,074$; $P(01) = 0,176$; $P(10) = 0,333$; $P(11) = 0,417$. Исходя из данных вероятностей, вычислим интенсивность входного потока второй фазы $\alpha_{2,0} = 1,227$. Затем находим стационарные вероятности состояний второй и третьей фаз при $\alpha_{1,0} = \alpha_{2,0}$; $\beta_{1,1} = \mu_1$; $\beta_{1+1,1} = \mu_2$:

$$P(00) = 0,252; P(01) = 0,155; P(10) = 0,499; P(11) = 0,095.$$

Этот вычислительный процесс повторяется до тех пор, пока не будет выполняться комбинация условий

$$|P_i(\xi_i) - P_i^*(\xi_i)| < \varepsilon, \quad 0 < \xi_i < l_i + 1, \quad (7)$$

где $P_i(\xi_i)$, $P_i^*(\xi_i)$ — значения вероятностей состояний последней фазы многофазной СМО, полученные после последнего и предпоследнего просчетов системы соответственно.

При анализе четырехфазной СМО после определения вероятностей состояний второй и третьей фаз рассчитываем интенсивность входного потока третьей фазы. Затем определяем стационарные вероятности третьей и четвертой фаз, интенсивность обслуживания прибора третьей фазы с учетом блокировок со стороны четвертой, которая используется для определения вероятностей состояний второй и третьей фаз. С помощью этих вероятностей, находим интенсивность обслуживания прибора второй фазы с учетом влияния третьей и четвертой фаз. После этого расчет системы повторяется.

Таким образом, алгоритм расчета многофазной СМО с блокировкой заключается в следующем.

1. Решаем систему уравнений двухфазной СМО с блокировками (5) для $i = \overline{1, N-2}$ и рассчитываем интенсивности входных потоков для $i = \overline{2, N-1}$ фаз.

2. Если условие (7) выполняется, то переход к п. 4.

3. Решаем систему уравнений двухфазной СМО с блокировками (5) для $i = \overline{N-1, 2}$ и рассчитываем интенсивности обслуживания приборов $i = \overline{N-1, 2}$ фаз с учетом влияния последующих фаз. Переход к п. 1.

4. Вычисляем пропускную способность многофазной СМО с блокировками по формуле (1).

Используемый в работе подход, основанный на декомпозиции исходной многофазной СМО на двухфазные системы, может быть использован для анализа сложных сетевых систем

массового обслуживания. Рассмотренный метод характеризуется высокой степенью формализации и простотой выполняемых процедур, что позволяет его легко автоматизировать.

Список литературы: 1. Севастьянов В. А. Задача о влиянии емкости бункеров на среднее время простоя автоматической линии станков. — Теория вероятностей и ее применение, 1962, 7, вып. 4, с. 18—29. 2. Соати Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. — М.: Сов. радио, 1965. — 510 с.
Поступила в редакцию 29.03.83.

УДК 619.685

Ю. П. ЛУКЬЯНОВ, канд. техн. наук, Р. А. КОЧАРОВ, канд. техн. наук, Л. А. ПАВЛЕНКО, канд. техн. наук

**АЛГОРИТМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ФОРМИРОВАНИЯ
ЭФФЕКТИВНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ИСПЫТАНИЯ ИЗДЕЛИЯ
ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ**

Качество и безотказность работы электронной аппаратуры во многом определяются полнотой контроля на всех этапах производства. Для выявления и отбраковки потенциально ненадежных экземпляров в технологический процесс производства электронных изделий вводят специальный этап испытаний. Он представляет собой непродолжительную работу изделий в условиях режимов, имитирующих условия эксплуатации. Из опыта отечественных и зарубежных специалистов следует, что интенсивность отказов полупроводниковых приборов и интегральных схем после таких испытаний снижается в 10—30 раз [1]. Однако стоимость испытаний в ряде случаев составляет до 70 % стоимости готовой продукции. Кроме того, значительный объем контрольных операций, непродолжительный моральный срок жизни элементной базы электронной аппаратуры вызывают необходимость автоматизации процесса их разработки, изготовления и испытаний. Поэтому выбор методов выявления и реализации резервов повышения эффективности технологических испытаний электронной аппаратуры и ее элементов, разработка алгоритмов и программ, позволяющих автоматизировать процесс исследования и планирования испытаний, является актуальной. Такая задача возникает на этапе проектирования технологического контроля изделий нового вида или при совершенствовании системы испытаний выпускаемой продукции.

Решение данной задачи особенно важно для высоконадежных элементов, составляющих основу современной электронной аппаратуры. За время испытаний изделий практически не получают процент отказов, необходимый для определения эффективности режимов испытаний.

Полный цикл технологических испытаний состоит из следующей последовательности конечного количества режимов, реализующих возмущающие воздействия: температурные, электрические, механические, влажности, агрессивных сред, радиации и др. Данная последовательность представляет собой вектор $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r)$, где r — общее количество используемых режимов. Отдельные режимы ε_i и их последовательности предназначены для классификации объектов за время воздействий на надежные и ненадежные.

Предпосылкой для решения задачи усиления различающих свойств режимов испытаний электронных изделий явились результаты экспериментальных работ, заключающиеся в том, что эффективность некоторых режимов испытаний зависит от их места в последовательности ε .

Фиксируемой во время испытаний переменной, адекватно отражающей реакцию объектов испытаний на возмущающие воздействия и характеризующей надежность изделий, является информативный параметр [2, 3].

В статье изложена методика, основанная на моделировании и получении сравнительной оценки свойств случайного процесса изменения информативного параметра в условиях режимов, образующих различные последовательности. Наблюдаемый процесс моделируется по результатам контрольного эксперимента. Изучаемый процесс $\{y(t)\}$ рассматриваем как выход устойчивой динамической системы, описываемой непрерывным линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \alpha_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + \alpha_n y(t) = \beta_0 \frac{d^m \xi(t)}{dt^m} + \beta_1 \frac{d^{m-1} \xi(t)}{dt^{m-1}} + \dots + \beta_m \xi(t) \quad (\xi(t) - \text{белый шум}). \quad (1)$$

При моделировании на цифровой ЭВМ необходим разностный аналог уравнения (1). В данном случае им является модель авторегрессии скользящего среднего порядка p, q (АРСС(p, q)):

$$\tilde{y}_t - \Phi_1 \tilde{y}_{t-1} - \Phi_2 \tilde{y}_{t-2} - \dots - \Phi_p \tilde{y}_{t-p} = \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} + a_t. \quad (2)$$

Здесь \tilde{y}_t — стационарные приращения процесса $\{y(t)\}$ (время дискретно);

$$\Phi_i = \Lambda(\alpha_i), \quad i = \overline{1, p}, \quad p = n; \quad \theta_j = \phi(\beta_j), \quad j = \overline{1, q}, \quad q = m;$$

Λ, ϕ — функции связи между коэффициентами уравнений (1), (2)

Алгоритмы построения модели (2) включают идентификацию процесса, оценивание и диагностическую проверку [4], т.е. те этапы, которые обычно применяются при создании моделей этого класса. Процесс $\{y(t)\}$ — компонента n -мерного марковского про-

цесса $\{\bar{y}(t)\}$. Эволюцию плотности вероятности компонент процесса $\{\bar{y}(t)\}$ опишем уравнениями Колмогорова [5—7].

Алгоритм получения параметров непрерывного уравнения (1) основан на вычислении их по известным значениям параметров модели (2). С помощью уравнения (1) получим коэффициенты сноса и диффузии второго уравнения Колмогорова, описывающего эволюцию плотности вероятности процесса $\{\bar{y}(t)\}$:

$$\frac{\partial p(\tau, \bar{y})}{\partial \tau} + \sum_{l=1}^n \frac{\partial}{\partial y_l} [a_l(\bar{y}) p(\tau, \bar{y})] - \frac{1}{2} \sum_{l, q=1}^n \frac{\partial^2}{\partial y_l \partial y_q} [b_{lq} p(\tau, \bar{y})] = 0, \quad (3)$$

где $p(\tau, \bar{y})$ — условная плотность вероятности $p(t_1, x_1, x_2, \dots, x_n; \tau, y_1, y_2, \dots, y_n)$; t, \bar{x} — параметры начального состояния; τ, \bar{y} — то же для конечного состояния; a_l, b_{lq} — коэффициенты сноса и диффузии. Отметим, что a_l — линейная функция ординат процесса $\{\bar{y}(t)\}$, b_{lq} — константа.

Используя уравнение (3), можно решать задачи, связанные с испытаниями высоконадежных изделий электронной техники (ИЭТ).

Исследуемому режиму ε_i и последовательности режимов $\bar{\varepsilon}$ поставим в соответствие характеристики ρ_{ε_i} , $\rho_{\bar{\varepsilon}} = \sum_{i=2}^j \rho_{\varepsilon_i}$, численные значения которых отражают пригодность режима и последовательности для классификации объектов испытаний. В качестве ρ_{ε_i} принята вероятность первого выхода траектории процесса $\{\bar{y}(t)\}$ за пределы некоторой допустимой области в течение времени t_{ε_i} испытаний в режиме. Основанием для этого является то, что большее значение ρ_{ε_i} определяет большую вероятность проявления скрытого дефекта изделия в условиях данного режима. Предполагаем также, что ненадежные экземпляры обеспечивают значение ρ_{ε_i} , превышающее значение для надежных изделий.

Влияние воздействий $\bar{\varepsilon}$, предшествующих ε_i , на свойства режима ε_i (или на ρ_{ε_i}), исследуем попарным сравнением значений ρ'_{ε_i} , принадлежащих вектору $\bar{\rho}_{\varepsilon_i} = (\rho'_{\varepsilon_i}, \rho''_{\varepsilon_i}, \dots, \rho'^{-1}_{\varepsilon_i})$. Здесь значению ρ'_{ε_i} соответствуют воздействия $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_j$ предыстории испытаний.

Для нахождения ρ_{ε_i} формируем многомерную область Ω с границей Γ : $\Omega = \bigcup_{l=1}^n \Omega_l$, где $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ — подобласти «допустимого» изменения компонент многомерного процесса $\{\bar{y}(t)\}$.

Алгоритм получения значения p_{ϵ_i} включает в себе два этапа. На первом этапе решаем уравнение (3) при следующих условиях: $p_0(t, \bar{x}; \tau, \bar{y}) = \prod_{l=1}^n \delta(y_l - x_l)$ при $t=0$ и граничных условиях $p(t, \bar{x}; \tau, \bar{y}) \in \Gamma = 0$.

На втором — результат решения подставляем в выражение

$$p_{\epsilon_i} = 1 - \int_{\Gamma} \dots \int p(t, \bar{x}; \tau, \bar{y}) d\bar{y}.$$

Разработка алгоритма и программы решения разностными методами уравнения (3) при указанных дополнительных условиях основана на том, что реальные стационарные процессы с достаточной степенью точности представляются как компоненты двумерного марковского процесса.

Эффективность испытаний определяется их продолжительностью. Время испытаний в режиме ϵ_i зависит от того, насколько успешно за это время выполняется классификация ИЭТ. Поэтому точное его определение возможно только в случае, если известно классифицирующее правило.

Любое правило классификации случайных последовательностей основано на различии их вероятностных характеристик. Установление этого различия во многом зависит от факта существования аналитического представления изменения этих характеристик.

Однородный марковский процесс $\{\bar{y}(t)\}$ — модель, принятая для описания изменения информативного параметра надежных изделий, после некоторого информативного момента t_{ϵ_i} от начала приложения воздействия ϵ_i обладает стационарным распределением p_{ϵ_i} [5—7]. Интервалу $[t_{\epsilon_i} - t_{\epsilon_i}^0]$ соответствует изменение вероятностных характеристик процесса $\{\bar{y}(t)\}$, поэтому он рассматривается как верхняя граница времени классификации в условиях режима ϵ_i .

Алгоритм оценивания t_{ϵ_i} основан на том, что решения второго уравнения Колмогорова при определенных начальных условиях и граничном условии $p(t, \bar{x}; \tau, \bar{y}) = 0$ для $y_j \rightarrow \pm \infty$, $j = \overline{1, n}$ к некоторому моменту t_{ϵ_i} отличаются в соседних временных точках на малую вперед заданную величину μ . В рассматриваемом случае уравнение (3) сводится к системам обыкновенных дифференциальных уравнений для моментов процесса. В качестве t_{ϵ_i} принимаем момент времени, после которого решения систем для первых и вторых условных моментов процесса $\{\bar{y}(t)\}$ отличаются на малые значения μ_a, μ_b соответственно. Выбранные значения μ_a, μ_b определяют «практическое» установление стационарного распределения в модели изучаемого процесса $\{y(t)\}$, а следовательно, — возможную точность воспроизведения вероятностных характеристик процесса.

В пределах этой точности интервал $[t_p - t_{ci}^0]$ рассматривается как оценка верхней границы времени классификации в условиях режима ε_i .

Алгоритм формирования эффективной последовательности $\bar{\varepsilon}^*$ режимов испытаний состоит в следующем. При наличии влияния воздействий ε на свойства исследуемых режимов основанием для синтеза эффективной последовательности является представление модели изменения информативного параметра $\{y(t)\}$ в $\bar{\varepsilon}$ набором моделей, соответствующих отдельным режимам $\varepsilon_i \in \bar{\varepsilon}$, $i = \overline{1, r}$.

Интенсивность изменения информативного параметра или значения характеристик ρ_{ij} увеличиваются за счет изменения места ε_i в режиме $\bar{\varepsilon}$.

Обычно количество режимов r производственных испытаний, позволяющих фиксировать изменение информативного параметра, не более семи. Поэтому применение специальных методов, используемых при решении комбинаторных задач для определения оптимальной перестановки режимов, нецелесообразно.

Поиск $\bar{\varepsilon}^*$ со значением $\rho_{ij}^* = \max_i \rho_{ij}$, $i = \overline{1, r}$ осуществляется полным перебором.

Характеристика режима ρ_{ij} , принятая в данной статье, не позволяет судить о вероятностях ошибок классификации α , β , допускаемых при распознавании надежных изделий. Однако сформированная последовательность $\bar{\varepsilon}^*$ обладает большей, чем любые другие последовательности данных режимов, мощностью критерия классификации $(1 - \beta)$ при некоторой малой вероятности ошибки первого рода α . Значение α «контролируется» тем, что различающая способность режимов увеличивалась по выборке надежных изделий. Время испытаний в каждом режиме ограничено интервалом $[t_p - t_{ci}^0]$.

Если влияние предистории испытаний на свойства исследуемого режима ε_i не обнаружено, последовательность может быть любой, удобной для разработчика испытаний. На время испытаний в режимах накладываются выбранные ограничения.

Система алгоритмов была применена при усовершенствовании испытаний конкретных изделий — функционально законченных узлов (ФЗУ) РЭА. При этом исследовали эффективность следующих режимов испытаний ФЗУ: выдержки при повышенной («+60 °С») и пониженной («-40 °С») температурах; электротермотренировка (ЭТТ) при -10 °С.

Контрольный эксперимент проведен с четырьмя последовательностями режимов: «+60 °С», «-40 °С»; «-40 °С», «+60 °С»; «ЭТТ», «-40 °С»; «-40 °С», «ЭТТ».

Результаты исследования позволили сделать следующие выводы. В среднем наибольшей эффективностью обладает пара

режимов «+60 °С», «-40 °С». Режим «ЭТТ» в формируемой последовательности может занимать любое из двух мест — «ЭТТ», «+60 °С», «-40 °С»; «+60 °С», «-40 °С», «ЭТТ».

Нормативная продолжительность испытаний для рассматриваемых изделий в режиме «ЭТТ» составляет в среднем $16 \Delta t$, в режиме «-40 °С» — $9 \Delta t$, в режиме «+60 °С» — $9 \Delta t$, где Δt — дискретность изменений параметров. В последовательности из этих режимов продолжительность испытаний — $16 \Delta t + 9 \Delta t + 9 \Delta t = 34 \Delta t$.

Рекомендуемая продолжительность испытаний для первой сформированной последовательности («ЭТТ», «+60 °С», «-40 °С») соответствует $7 \Delta t + 7 \Delta t + 5 \Delta t = 19 \Delta t$, а для второй («+60 °С», «-40 °С», «ЭТТ») — $7 \Delta t + 5 \Delta t + 6 \Delta t = 18 \Delta t$.

Испытания в одной из этих последовательностей позволили сократить необоснованно длительные процедуры контроля и связанные с ними расходы.

Методика включает в систему алгоритмов и пакет программ, позволяющих автоматизировать процесс обработки данных контрольного эксперимента, организуемого в целях исследования и формирования эффективной программы испытаний. Пакет программ является частью математического обеспечения автоматизированной системы контроля качества изделий электронной техники.

Систему алгоритмов и программ предлагаем использовать при проектировании технологического контроля элементов электронной аппаратуры с малым количеством отказов. Программы реализованы на языке Фортран-4 для ЕС ЭВМ.

Список литературы: 1. Чернышев А. А., Веберников В. В., Галеев А. П. От браковочные испытания приборов и ИС. — Зарубеж. электрон. техника, 1977, № 7 (153), с. 3—30. 2. Финкельштейн Е. Э. Обеспечение надежности элементов методами параметрического контроля. — Рига: Зинатне, 1979. — 252 с. 3. Ластовченко М. М., Медвинский Н. А. Автоматизация разработки высоконадежной РЭА. — К.: Вища шк., 1978, с. 24. 4. Бохо Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — 406 с. 5. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977. — 485 с. 6. Тихонов В. И., Кульжан Н. К. Нелинейная фильтрация и квазиинтергерентный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975. — 703 с. 7. Савицкий А. А. Прикладные методы теории случайных функций. — М.: Наука, 1968. — 463 с.

Поступила в редколлегию 12.01.84.

ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Для увеличения добычи нефти и газа из труднодоступных районов, в частности континентального шельфа, необходима высокая производительность нефте- и газодобывающих установок, что связано с комплексом промышленно-организационных мероприятий и значительными капитальными затратами.

Вследствие механизации и автоматизации морских стационарных платформ наблюдается их высокая энергонасыщенность, которая приводит к повышению пожаро- и взрывоопасности объекта. Кроме того, состояние объекта в значительной степени зависит от изменения гидро- и метеоусловий среды.

Чтобы стационарная платформа со сложным комплексом энергетических и материальных потоков успешно функционировала, соблюдались требования безопасности персонала, сохранности оборудования и охраны окружающей среды, необходима система автоматизированного контроля и управления технологическими процессами. Для ее создания есть экономические стимулы, так как снижение качества продукции на длительный срок, останов процесса из-за аварии или значительное загрязнение окружающей среды, особенно акватории морей и океанов, могут катастрофически влиять на экономику в целом.

Большое значение для создания автоматизированной системы контроля загрязнения (АСКЗ) имеет тенденция к снижению стоимости ЭВМ с одновременным повышением их надежности. Разработанные в нашей стране мини-ЭВМ серии СМ широко применяются в целях управления. Поскольку стоимость этих ЭВМ составляет незначительную долю общих капиталовложений на создание системы управления, установка их экономически оправдана. Такая ЭВМ, как правило, работает в реальном масштабе времени, причем сбор информации с разнообразных устройств ввода-вывода информации составляет в среднем примерно 5 % времени центрального процессора, оставляя 95 % для непосредственной реализации алгоритмов управления. Но и в случае функционирования АСКЗ решения по данным ЭВМ принимает человек. Например, при неблагоприятных гидрометеоусловиях или других аварийных ситуациях человек должен принять и реализовать решение по остановке, а также видоизменению техпроцесса.

Одной из главных целей создания информационно-вычислительной АСКЗ морских нефтегазопромысловых объектов, во-первых, считаем сведение к минимуму непроизводительных простоев оборудования в условиях воздействия неблагоприятных факторов внешней среды и возможных последствий функционирования самого объекта. При этом основной показатель эффективности АСКЗ ориентируется на достижение главной цели построения системы.

Во-вторых, проектируемая АСКЗ на основании объективных показаний измерителей информации должна выполнять нормативно-производственные функции, поскольку это сводит к минимуму штат управленческого персонала. Данная задача является вспомогательной по отношению к первой и для ее решения необходимо расширение алгоритмов обработки первичной информации в виде соответствующих документов, хранящихся определенное время в системе.

Третьей целью создания АСКЗ является осуществление на объекте управления ведомственного надзора за состоянием окружающей среды, в функции которого входит определение собственных и внешних источников ее загрязнения. Эта задача актуальна, поскольку связана с поддержанием нормальных экологических условий для существования всего живого на земле и также должна быть реализована на проектируемой АСКЗ. На рис. 1 в виде ориентированного графа информационных связей автоматизированного объекта контроля показаны цели и задачи АСКЗ. Двойные линии обозначают входную информацию, одинарные — выходную, ЛПР — лицо, принимающее решение.

Критерий управления для проектируемой АСКЗ можно представить в виде

$$\Gamma(t) = (T_t(\vec{\Phi}(t))) \frac{AЧ - AЧ^*}{\substack{D - D_{зад} \\ K - K_{зад}}} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $\Gamma(t)$ — функционал зависимости нормального технологического процесса T от вектора неблагоприятных факторов $\vec{\Phi}(t)$; D , $D_{зад}$ — выдаваемый АСКЗ и заданный объем нормативно-производственной документации соответственно; K , $K_{зад}$ — то же самое для объемов информации по контролю загрязненности окружающей среды; $AЧ$, $AЧ^*$ — человеко-машинная система разрабатываемого и оптимального варианта АСКЗ соответственно. Нахождение $AЧ^*$ является главной задачей данной статьи.

Запись критерия в виде (1) не позволяет определить его размерность и выполнить вычисления, что объясняется сложностью функциональной зависимости между техпроцессом и стохастично изменяющимся во времени вектором неблагоприятных факторов. Целесообразно вынести вторую и третью функции системы D и K в ограничения, поскольку они могут

быть реализованы в современной АСКЗ по разрабатываемым алгоритмам и для них необходимы ресурсы лишь в части обработки поступающей информации.

Возвращаясь к вопросу о вычислимости критерия Г, отметим два основных метода его оценки [1, 2]. Один из них — метод аналитического моделирования, применение которого требует упрощенные математические формулы, как правило, неадекватные объекту. Второй — метод имитационного моделирования, требующий программной реализации модели системы на ЭВМ и обладающий большой трудоемкостью.

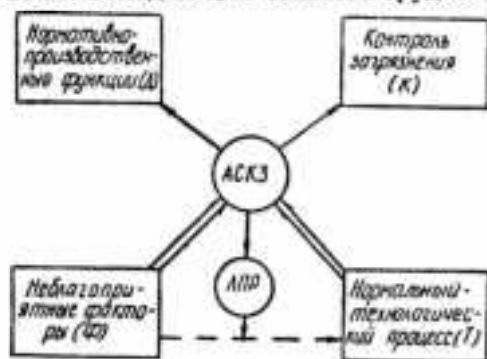


Рис. 1.

$\Phi(t)$. Тогда выбор оптимального варианта системы $АЧ^*$ будет сведен к определению параметров системы массового обслуживания [3] с минимумом потерь времени на восстановление нормального техпроцесса. Критерием здесь будет некоторая средняя относительная эффективность функционирования объекта управления вида $\Psi = f(\eta, \mu, k, c, \lambda)$ (2), где η — характеристика эффективности объекта в отсутствие влияния неблагоприятных факторов; μ^{-1} — время пребывания системы в режиме восстановления; k, c — коэффициенты и константы; λ — средняя интенсивность возникновения неблагоприятного фактора.

Не рассматривая вопрос о соответствии полученной оценки фактической, отмечаем ее недостаточность при выборе оптимального варианта.

Таким образом, АСКЗ должна представлять собой пространственно-параметрическую систему контроля загрязнения (безопасности) промышленного объекта и окружающей среды. Критерий (2) не учитывает пространственного распределения датчиков в системе.

На модели расчета концентрации газа в некотором экспериментальном объеме в условиях возникновения утечки [4] с помощью аналитического способа рассмотрим трудности оценки критерия (1) с учетом технологии измерительной систе-

Проиллюстрируем «технологию» оценки критерия (1) по первому методу. Для этого попытаемся «огрубить» критерий, что можно сделать, например, заменой множества технологических процессов одним абстрактным производственным процессом добычи горючего $T(t)$, а вектор неблагоприятных факторов — одним фактором

мы. Модель учитывает три процесса изменения концентрации—адвективный перенос, молекулярную и турбулентную атмосферную диффузию и имеет вид

$$\frac{\partial q}{\partial t} = - \left(V_x \frac{\partial q}{\partial x} + V_y \frac{\partial q}{\partial y} + V_z \frac{\partial q}{\partial z} \right) + \left[\frac{\partial (K_x + D)}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial (K_y + D)}{\partial y} \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial (K_z + D)}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial z} \right], \quad (3)$$

где V_i —компоненты средней скорости перемещения примеси в прямоугольной системе координат, $i = \{x, y, z\}$; $\frac{\partial q}{\partial t}$ —скорость изменения концентрации во времени; $\frac{\partial q}{\partial x}$ —скорости изменения концентрации по координатам; D —коэффициент молекулярной диффузии; K_i —координатные составляющие коэффициента турбулентного обмена.

В работе [4] отмечено, что решение трехмерного нестационарного уравнения диффузии (3) возможно, но только с применением на ЭВМ численных методов. При этом его решение применительно к объекту управления будет существенно более сложным, хотя бы потому, что оно не учитывает геометрии пространства промышленного объекта.

Отсюда следует, что в процессе разработки оптимальной АСКЗ необходимо использовать имитационное моделирование [5]. Схема имитационной модели системы «объект—АСКЗ», реализуемой на ЭВМ, изображена на рис. 2.

В случае применения имитационной модели для выбора АЧ* машинным экспериментом удается воедино связать многочисленные параметры и зависимости, а также «увидеть» работу системы в целом до проведения натурального эксперимента. Уже сейчас можно говорить о машинных экспериментах, планируемых для реализации процесса. В создании моделей можно выделить два направления: разработка модели возникновения и развития утечки газа в воде и в воздушном пространстве промышленного объекта; построение модели регистрации утечки газа измерительными приборами с учетом их метрологических характеристик и размещения.

С развитием технологии моделирования посредством пространственно-параметрической модели будут рассмотрены и вопросы алгоритмизации разнообразных процессов измерения и обработки входной информации. Для имитационного моделирования характерен тот факт, что вычислительная мощность и программные усилия разработчиков должны быть правильно соразмерены с целями моделирования, т. е. точность и достоверность полученных результатов необходимо равномерно распределять по оцениваемым показателям и по моделируемым параметрам. В ряде случаев следует идти по пути упрощения математических зависимостей, чтобы учесть множественность

других факторов. Например, на первых этапах моделирования целесообразно ограничиться в формуле (3) лишь адвективным переносом, тем самым больше уделив внимания моделированию геометрии пространства и вопросам размещения.

Проблемы организации программного обеспечения моделирования заключаются в необходимости учета следующих разнообразных и иногда противоречивых факторов: концептуаль-

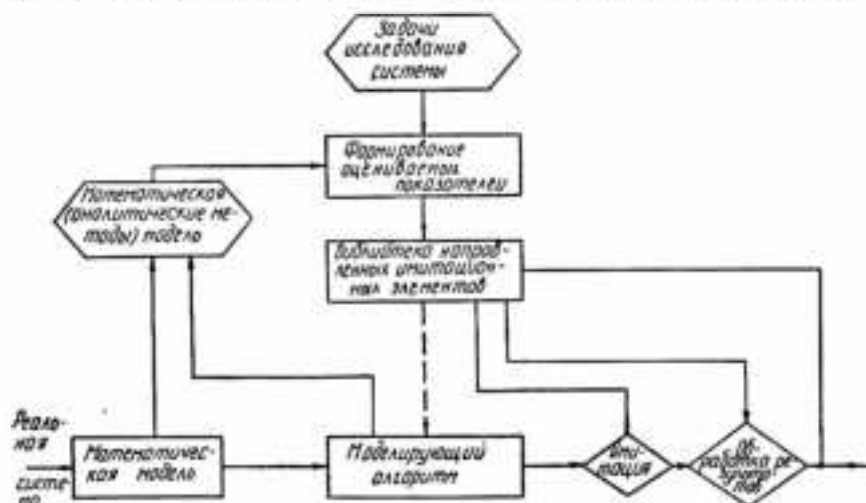


Рис. 2

ности (т. е. возможности программного отображения используемых понятий), простоты программирования, эффективности, мобильности, совместимости с другими видами программного обеспечения, возможности генерирования случайных чисел и процессов, удобства ввода-вывода средств отладки и др.

Наибольшее распространение в моделировании получили алгоритмические проблемно-ориентированные языки SOL, SIMULA, GPSS. Их краткая характеристика и рекомендации по применению в моделировании содержатся в работе [5]. Там же отмечено, что эти языки хорошо приспособлены для описания систем массового обслуживания, изучаемых в теории надежности, систем управления запросами и т. д. При этом практический выбор того или иного языка больше всего зависит от наличия соответствующих трансляторов и подготовки программистов, нежели от качеств самих языков.

Итак, главная задача создания информационно-вычислительной АСКЗ заключается в построении оптимальной структуры системы, доставляющей максимум информации о степени влияния неблагоприятных факторов на энергонасыщенный объект. Эта задача является технически выполнимой при усло-

нии обязательного использования микроЭВМ, качественных датчиков и алгоритмов обработки их данных.

Для успешной разработки АСКЗ и ее модификаций целесообразно построить имитационную модель объекта контроля и контролирующей системы. В качестве языка программирования на этапе построения имитационной модели рекомендуем принять GPSS.

Список литературы: 1. *Калашников В. В.* Организация моделирования сложных систем. — М.: Знание, 1982. — 64 с. 2. *Бусленко Н. П.* Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 399 с. 3. *Жданов В. С.* Статистические методы проектирования автоматизированных систем централизованного контроля и управления. — М.: Энергия, 1976. — 64 с. 4. *Примаков А. В., Щербань А. Н.* Методы и средства контроля загрязнения атмосферы. — К.: Наук. думка, 1980. — 296 с. 5. *Цейтлин А. Д.* Структура сложных систем (Библиотека технической кибернетики). — М.: Сов. радио, 1975. — 200 с.

Поступила в редколлегию 27.12.83.

УДК 622:681

*Е. М. ГНИЛИЦКИЙ, В. А. МЯКОТИНА, Ю. В. ПЕРЕВЕР-
ЗЕВ, канд. экон. наук, В. С. ПОНОМАРЕНКО, канд. экон. наук*

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОХОДКИ СКВАЖИН

Среди задач АСУ буровыми работами Крестищенского управления буровых работ (КрУБР) ПО «Укрбургаз» особое внимание уделяется прогнозированию проходки скважин на месяц.

Целесообразность ее решения на ЭВМ определяется тем, что КрУБР бурятся скважины на площадях с отличающимися горно-геологическими условиями проходки и проектными глубинами скважин. Иногда даже в пределах одной площади существуют такие различия. Это приводит к тому, что прогноз проходки по каждой разбуриваемой скважине является одним из важных производственных вопросов.

Прогнозирование базируется на статистических данных* о помесечной проходке скважин на каждом месторождении и в блоках, для которых характерны одинаковые горно-геологические условия. На основании этих данных получены графики достигнутого на конец месяца забоя по скважинам каждого блока или отдельной однородной площади разрабатываемых месторождений. При этом не рассматривали те скважины, проводка которых сопровождалась авариями.

Для обработки статистических данных в задаче использован метод математического моделирования, пакет прикладных программ «Прогнозирование технико-экономических показателей»,

* Данные собираются с 1970 г.

разработанный в Харьковском инженерно-экономическом институте на алгоритмическом языке ФОРТРАН для ЭВМ «Минск-32» и затем конвертированный для ЭВМ ЕС-1022 в НИПИАСУтрансгаз. Пакет реализует систему прогнозирования технико-экономических показателей по временным рядам различными методами и выбором наилучшего из них по определенному критерию. Прогнозирование ведется по следующим моделям: авторегрессивной, скользящих средних, предикторных функций, скользящих средних приращений, Брауна — Мейера, Хельвига.

Сущность указанных моделей, используемых для расчета прогнозируемого значения проходки скважин, описана в работе*.

Расчет прогнозируемого значения по методу скользящей средней выполнен по формуле

$$\dot{y}_{t+1} = \frac{1}{N} (y_{t-(N+1)} + \dots + y_t),$$

где y_t , \dot{y}_{t+1} — фактическое и прогнозное значения показателя в период t , $t+1$ соответственно, $t = \overline{1, n}$; N — период усреднения (число членов ряда).

Движением скользящей средней во времени можно учесть самую последнюю информацию и отказаться от использования устаревших данных. В данной статье количество этих данных варьируется в пределах от 10 до 70 в зависимости от времени бурения скважины и определяется автоматически. Все наблюдения временного ряда, участвующие в расчете, имеют вес, равный $1/N$. Равновеликость весов усреднения означает, что в предсказании используются все наблюдения независимо от того, на каком месте они стоят в исследуемом временном ряду.

Скользящая средняя не приспособлена к эмпирическим данным и значение постоянной ошибки для меньшего периода усреднения будет ниже.

В отличие от предыдущего метода прогнозирования с помощью предикторных функций предполагает

$$\dot{y}_{t+1} = f(y_1, y_2, \dots, y_t).$$

Отметим, что предикторные функции с одной независимой переменной являются линейными и имеют вид

$$\dot{y}_{t+1} = a_{t+1} + b_{t+1}y_t,$$

где a_{t+1} , b_{t+1} — коэффициенты (параметры), которые находятся из системы нормальных уравнений.

* Суворова И. П., Клебанова Т. С. Применение математических моделей в прогнозировании демографических процессов. К., 1978, с. 57. — (Препринт/Ин-т экономики АН УССР; № 126).

Общая постановка задачи прогнозирования на основе авторегрессивных моделей заключается в нахождении значений y_{t+1}^* на будущий период по ряду предыдущих значений с помощью некоторого уравнения регрессии

$$y_{t+1}^* = a_1 y_t + a_2 y_{t-1} + \dots + a_k y_{t-k+1} + \varepsilon.$$

Здесь a_1, a_2, \dots, a_k — параметры уравнения; ε — случайная компонента временного ряда.

Количество членов этой авторегрессивной модели определяем так же как и в случае применения метода скользящей средней для прогнозирования проходки. Значения параметров приведенного выше уравнения находим методом наименьших квадратов.

Сформулируем задачу прогнозирования методом экспоненциального сглаживания (Брауна — Мейера), который является модификацией классического метода наименьших квадратов. Исходя из условия минимизации экспоненциального взвешенного функционала ошибок

$$I = \sum_{t=0}^T (y_t - P_t)^2 \beta^{T-t}, \quad 0 < \beta < 1$$

(I — экспоненциально взвешенный функционал ошибок) необходимо найти оценку P_t тренда $f(t)$ для временного ряда y_t ($t = \bar{0}, T$).

В основе метода Хельвига заложен принцип, который заключается в том, что воздействие ранних элементов временного ряда на последующий период не должно быть таким же, как воздействие поздних элементов. Он предполагает, что элементы ряда, близкие к прогнозируемому периоду, влияют на этот прогноз сильнее, чем отдаленные элементы.

Отдельным элементам какого-либо временного ряда необходимо поставить в соответствие веса c_t , выполняющие следующие условия:

$$0 < c_t < c_{t+1}, \quad t = \bar{2}, N; \quad \sum_{t=2}^N c_t = 1$$

Примером могут служить нормированные гармонические веса, определяемые для $t = \bar{1}, N-1$ по формуле

$$c_{t+1}^N = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{i-1}.$$

Критерием выбора наилучшего метода прогнозирования считаем минимум средней относительной погрешности прогнозирования на ретроспективном участке. Результат обработки данных — прогнозные значения исследуемого показателя на заданное упреждение.

Алгоритм решения задачи реализуется четырьмя модулями.

В первом модуле составляется фактический график проходки по скважине за прошедший месяц. График формируется на основе данных фактически достигнутого забоя на каждые пятые сутки бурения из файла «Накопительные данные о проходке, монтаже, освоении и сдаче скважин», формируемого решением задачи АСУ буровыми работами «Контроль проходки монтажа, освоения и сдачи скважин», и файла НСИ «Зависимость типа долот от стратиграфии». В последнем задана конструкция скважины.

Во втором модуле сравниваются теоретический и фактический графики проходки скважины на соответствующий период бурения. Определяется отклонение фактически достигнутого забоя на каждые пятые сутки бурения в прошлом месяце. Теоретический график бурения ежемесячно корректируется с учетом фактических значений забоя.

Для разбуренных блоков новые значения на конкретном участке проходки скважины рассчитываем следующим образом. Определяем количество скважин, по которым производится усреднение: $N = n + m$, где N , n — количество скважин новое и то, по которому ранее определялся прогноз; m — количество добавленных забоев.

Средний забой $L = \frac{1}{N} (M_1 n + M_2 + \dots + M_m)$. Здесь, L , M_1 — новый и старый средний забой соответственно; M_2, \dots, M_m — забой по добавляемым разбуренным скважинам.

Таким образом, соответствующие статистические значения обновляются с учетом достигнутого забоя скважин за каждую пятидневку прошедшего месяца.

Третьим модулем является пакет «Прогнозирование технико-экономических показателей». Входом в пакет является временной ряд отклонений фактического графика проходки от теоретического. Чтобы в данном ряду не появились отрицательные значения, к каждому значению ряда на входе прибавляем число 10 000, а на выходе — вычитаем. На выходе системы получаем шесть значений прогноза с их относительными погрешностями, рассчитанными соответственно на основе шести указанных моделей.

Пакет состоит из головной программы и пяти сегментов.

В функции головной программы входят задание максимально допустимых величин массивов; вызов вспомогательных сегментов в память машины и присвоение им значений необходимых фактических параметров; определение оптимальной для данного ряда модели прогнозирования.

Функции сегментов следующие.

Сегмент 1. Прогнозирование с помощью авторегрессивной модели; определение по критерию Неймана необходимой членности модели; передача в головную программу массивов аппро-

ксимирующих значений, прогнозных величин и средней относительной погрешности прогноза.

Сегмент 2. Прогнозирование с использованием скользящей средней; определение оптимального периода сглаживания по критерию минимума средней относительной погрешности прогнозирования; передача в головную программу аппроксимирующих значений, прогнозных величин и минимальной средней относительной погрешности прогнозирования.

Сегмент 3. Прогнозирование с помощью предикторных функций; определение по минимальной средней относительной погрешности прогнозирования оптимального интервала построения предикторной функции; прогнозирование с помощью скользящих средних приращений; определение оптимального для данного ряда периода скольжения по критерию минимума средней относительной погрешности значений, прогнозных величин к минимальной средней относительной погрешности прогнозирования, полученных при прогнозировании каждым из двух методов.

Сегмент 4. Прогнозирование методом Брауна — Мейера; передача в головную программу аппроксимирующих и прогнозных величин, средней относительной погрешности прогнозирования.

Сегмент 5. Прогнозирование по методу Хельвига; определение минимальной средней относительной погрешности прогнозирования; передача в головную программу массивов аппроксимирующих значений и прогнозных величин, средней относительной погрешности прогнозирования.

В четвертом модуле печатаются результаты прогноза. Лучшим вариантом считаем вариант с минимальной относительной погрешностью.

Задачу «Прогнозирование проходки скважин на месяц» решают в начале каждого месяца. Результаты прогнозирования используют для внесения корректировок в элементы прогнозируемой системы. Сравняя прогнозное значение проходки с плановым (нормативным) на этот же период, заранее устанавливают степень отклонения процесса от заданного уровня. Естественно, что на ритмичность работы производства влияют оперативное выявление отклонений в протекании процесса и быстрота принятия решений по их устранению.

Итак, массив статистических данных, на основе которого прогнозируется проходка, ежемесячно автоматически корректируется. Соответствующие статистические значения обновляются с учетом фактически достигнутого забоя скважин за каждую пятидневку прошедшего месяца.

Поступила в редколлегию 26.01.82.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ГАЗОПРОВОДОВ
С ЗАКОЛЬЦОВАННЫМИ УЧАСТКАМИ

При управлении режимами работы магистральных газопроводов широко применяются оптимизационные программы, которые используют в качестве математического аппарата метод динамического программирования [1, 2]. Совершенствование этих программ заключается в повышении оперативности и точности расчетов, расширении их возможностей при расчетах газопроводов сложной конфигурации.

В практике дальнего транспорта газа, особенно при возникновении аварийных и напряженных ситуаций, часто используются технологические приемы, приводящие к появлению на газопроводе закольцованных участков. Как правило, такие участки содержат две ветви, каждая из которых представляет собой последовательно соединенные линейные участки и компрессорную станцию. Предлагаемый алгоритм, разработанный на основе метода, изложенного в работе [2], позволяет рассчитывать оптимальные режимы газопроводов с закольцованными участками приведенного типа с использованием одномерной схемы динамического программирования. Расчеты закольцованных участков могут быть выполнены декомпозицией поставленной задачи: формирование наборов управляющих воздействий, расчет вариантов потокораспределения, гидравлический расчет каждой ветви закольцованного участка с выбором оптимального режима для расчетного звена в целом. Математические модели линейных участков и компрессорных станций описаны в работе [3]. Укрупненная блок-схема алгоритма дана на рис. 1. В качестве управляющих воздействий используются схемы соединения ГПА на КС, частота вращения роторов нагнетателей, углы наклона направляющих аппаратов и т. д. Для повышения быстродействия алгоритма применяется эвристический прием формирования наборов управлений на основе анализа уже рассчитанных режимов. В блоках 1—2 фиксируется очередная дискрета множества $P_1 = \{P_1^i, P_2^i, \dots, P_n^i\}$, заданного для входного узла. Для нее выбирается схема КС с минимальными значениями оборотов. В блоках 3—4 рассчитываются варианты потокораспределения с заданными управляющими воздействиями и анализируется приемлемость таких вариантов. При этом используется представление закольцованного участка в виде единого расчетного звена. Формулы, связывающие входное и выходное давление для каждой ветви, заменяются полиномом второй степени $\varepsilon = A + BQ + CQ^2$ (1), где $\varepsilon = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}}$ (2);

A, B, C — коэффициенты аппроксимации по методу наименьших квадратов; Q — коммерческая производительность.

Как показали исследования, погрешность по давлению при замене расчетных формул [3] зависимостью вида (1) не превышает 1,2% для заданных давления и температуры на входе закольцованного участка.

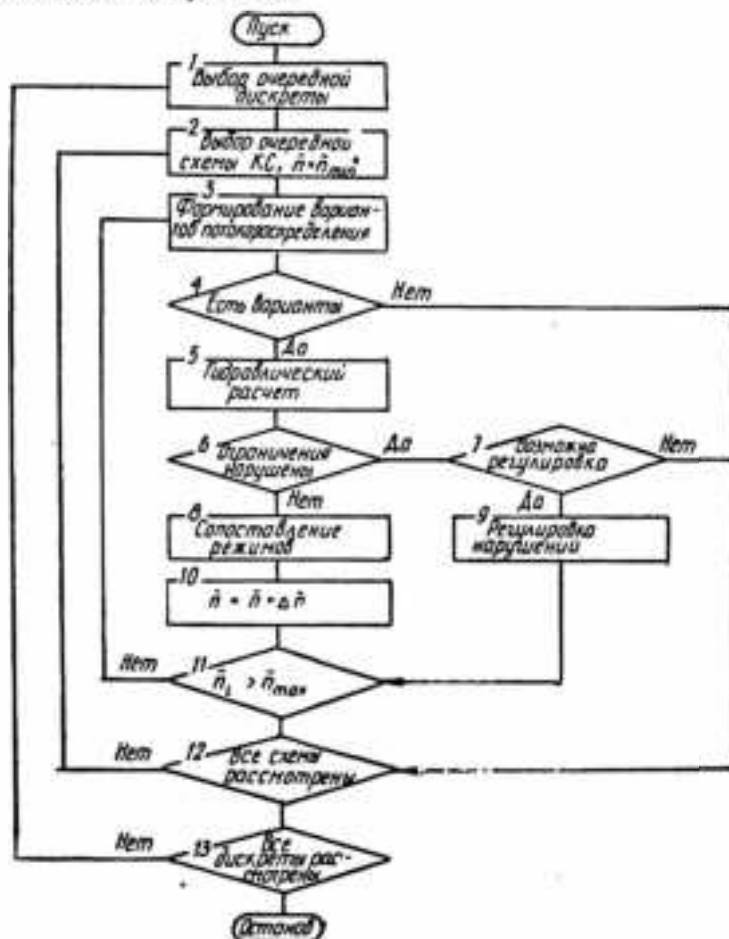


Рис. 1

Конкретные варианты потокораспределения можно получить решением системы уравнений

$$\begin{aligned}
 A_1 + B_1 Q_1 + C_1 Q_1^2 &= \epsilon; \\
 A_2 + B_2 Q_2 + C_2 Q_2^2 &= \epsilon; \\
 Q_1 + Q_2 &= Q.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Для каждого варианта потокораспределения в блоках 5—6 проводится гидравлический расчет каждой ветви с проверкой нарушений технологических ограничений. При получении зависимости (1) для каждой ветви и при гидравлическом расчете учитываются попутные притоки или отборы. Для линейных участков проверяется выполнение условия $P_{\min} < P < P_{\max}$ (4). Для компрессорных станций расчет и проверка нарушений технологических ограничений выполняются с помощью специального алгоритма [4].

В блоке 8 сравниваются режимы, имеющие одинаковые значения фазовой координаты (давления в выходном узле закольцованного участка). В качестве критериев выбора оптимальных режимов в настоящее время практически опробованы следующие: минимум энергетических затрат, максимум давлений в узловых точках и минимум работающих газоперекачивающих агрегатов. Все эти критерии используются в двух вариантах для заданной производительности газопровода в случае поиска максимального расхода. При анализе большого количества оптимизационных расчетов, выполненных по различным критериям, установлено, что наиболее приемлемые для практического использования результаты получаются при последовательном сравнении целевых функций, соответствующих названным критериям [2]. Блок-схема такой процедуры для критерия минимума энергозатрат представлена на рис. 2. В этой процедуре для целевой функции энергозатрат F и количества аккумулируемого газа V , который определяет максимум давлений, предусматриваются проверки в блоках 1—4 с точностью до $\pm \Delta F$ и $\pm \Delta V$ соответственно. Величины ΔF , ΔV определяются с помощью экспертных оценок. Исследование их влияния на результаты выбора оптимальных режимов показало, что их увеличение до некоторых пороговых значений уменьшает точность определения оптимального режима для конкретного критерия, но улучшает сходимость выбираемого режима с фактическими данными. Для практического использования можно рекомендовать $\Delta F = 1-2\%$ энергозатрат на данной компрессорной станции, $\Delta V = 0,6-1,3\%$ запаса газа на последнем линейном участке.

Процедура сравнения режимов для других критериев принципиально не отличается от предложенной на рис. 2, за исключением последовательности проверок в блоках 1—5.

При использовании этого алгоритма для поиска максимальной производительности в блоке 8 (см. рис. 1) выбираются два режима, для которых величины δ_1 , δ_2 достигают минимума: $\delta_1 = P_{\max} - P$ (5); $\delta_2 = P - P_{\min}$ (6), где P — давление на выходе закольцованного участка. Полученные таким образом режимы и используются в алгоритме определения максимальной производительности.

В блоках 7, 9 проводится анализ возможности устранения возникших нарушений технологических ограничений и определяются новые значения относительных оборотов.

После формирования всех возможных вариантов управлений в блоках 10—11 осуществляется последовательный переход к новым схемам КС (блок 12) и новым входным дискретам (блок 13).

Сформулируем основные факторы, влияющие на точность и быстродействие алгоритма. Точность алгоритма в рамках математической модели [4] определяется в основном эвристическим подходом к формированию вариантов управлений по относительным оборотам с шагом ΔN в блоке 10 (см. рис. 1). Результаты практического использования этого алгоритма показали, что удовлетворительная точность достигается при $\Delta N = 0,01-0,1$, быстродействие алгоритма определяется временем расчета КС. К алгоритму расчета КС обращаются при гидравлическом расчете и при формировании вариантов потокораспределений. Кроме того, увеличение точности в результате уменьшения ΔN также снижает быстродействие алгоритма, так как при этом увеличивается количество расчетов КС.

Описанный алгоритм реализован в виде программного модуля в составе комплекса оптимизационных задач. Модуль используется при наличии на рассчитываемом газопроводе закольцованных участков. В результате проведенных расчетов выполнена проверка сходимости расчетных и фактических режимов (табл. 1). Одна из ветвей закольцованного участка состоит из линейного участка 1, двухцеповой КС и линейного участка 2. Вторая ветвь состоит из линейного участка 3. Исходные данные для расчета приведены в табл. 2. Расчет выполнен для газа с параметрами: $\Delta = 0,56$, $Q = 127$ млн. $m^3/сут.$, $P_1 = 51,0 \cdot 9,8 \cdot 10^4$ Па, $P_2 = 52,0 \cdot 9,8 \cdot 10^4$ Па и $P_3 = 53,0 \cdot 9,8 \cdot 10^4$ Па.

Из табл. 1 следует, что в интервале ограничений по давлению ($25 \cdot 9,8 \cdot 10^4 - 50 \cdot 9,8 \cdot 10^4$ Па на выходе закольцованного участка существует пять оптимальных режимов с различным расходом газа через компрессорную станцию. Минимальный расход топливного газа достигается при реализации режима 1.

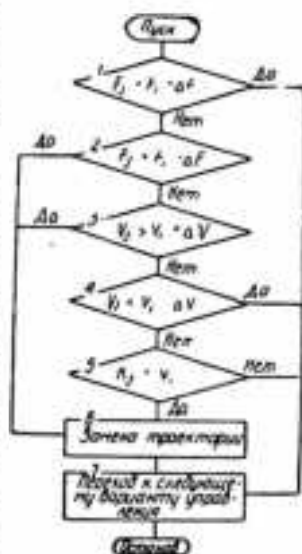


Рис. 2

Таблица 1

Объект	№ режима	$P_{вх}$, $0,8 \cdot 10^6$ Па	$T_{вх}$, °C	$P_{вых}$, $0,8 \cdot 10^6$ Па	$T_{вых}$, °C	Q млн. м ³ сут	N_1	N_2	$Q_{св}$ млн. м ³ сут
Линейный участок 1	1	51,0	40,0	39,38	18,7	78,694			
	2	52,0	40,0	40,49	18,8	79,270			
	3	52,0	40,0	38,88	19,0	83,810			
	4	52,0	40,0	37,80	19,0	86,627			
	5	53,0	40,0	38,92	19,2	87,363			
КС	1	39,38	18,7	48,61	36,3	78,460	0,72	0,72	0,234
	2	40,49	18,8	50,23	36,8	78,029	0,72	0,72	0,241
	3	38,88	19,0	53,61	47,5	83,423	0,86	0,86	0,397
	4	37,80	19,0	55,53	53,7	86,143	0,94	0,94	0,484
	5	38,92	19,2	57,40	54,6	86,870	0,94	0,94	0,497
Линейный участок 2	1	48,61	36,3	37,25	15,0	78,460			
	2	50,23	36,8	39,18	15,5	79,029			
	3	53,61	47,5	47,71	21,6	83,423			
	4	55,53	53,7	43,04	25,4	86,143			
	5	57,40	54,6	45,19	26,2	86,870			
Нитка на «проход»	1	51,0	40,0	37,25	12,1	48,306			
	2	52,0	40,0	39,18	11,9	47,730			
	3	52,0	40,0	47,71	10,6	43,190			
	4	52,0	40,0	43,04	9,8	40,373			
	5	53,03	40,0	45,19	9,5	39,637			

Таблица 2

Параметры	Линейный участок			Компрессорная станция	
	1	2	3	цех 1	цех 2
Количество ниток	2	2	1		
Диаметр, мм	1200	1200	1400		
Длина, км	101,1	103,8	204,9		
Коэффициент теплопередачи	1,11	1,2	1,9		
Эффективность	0,93	0,97	0,975		
Схема соединения				2×2	2×2
Привод				ГТК-6-750	ГТК-10
Нагнетатель				H-300-1,23	520-12-1

Список литературы: 1. Сухарев М. Г., Старовский Е. Р. Оптимизация систем транспорта газа. — М.: Недра, 1975, с. 155—163. 2. Берман Р. Я., Панкратов В. С. Автоматизация систем управления магистральными газопроводами. — Л.: Недра, 1978, с. 31—45, 134—137. 3. ВСН—51—2—79. Нормы технологического проектирования. Магистральные газопроводы. — Введ. 16.01.80, с. 85—97. 4. Расчет режима работы многодековой компрессорной станции, оснащенной разнотипным оборудованием / Р. Я. Берман, Ю. Г. Курманов, В. Р. Лихтенштейн и др. — Оpubл. в Б. И., 1977, № 6, с. 54.

Поступила в редакцию 20.12.83.

ВЫБОР СТРУКТУРЫ МОДЕЛИ АСУ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ ПЕРЕРАБОТКИ ПОЛИМЕРОВ

Система управления технологическим процессом ТП переработки полимеров в своем составе предусматривает модели процесса пластикации. Структура модели выбирается на основе сведений о структуре объекта. Измерением входных и выходных величин определяют параметры модели, которые изменяют по определенным алгоритмам таким образом, чтобы некоторый функционал от невязки (разности выходных величин объекта и модели) был минимален. При этом необходимо учитывать возмущающее воздействие на объект, замедляющее процесс его идентификации.

Полученная модель должна отражать динамику и степень влияния управляющих параметров на выходной параметр, т. е. на температуру на выходе пластикационного цилиндра. Поскольку в данном технологическом процессе необходимо стабилизировать величину выхода без регулировки управляющих воздействий в широком диапазоне, наиболее приемлемой является линейная модель. Выбор структуры одномерной настраиваемой модели, являющейся оптимальной для минимизации дисперсии невязки, рассмотрен в работе [1]. Используя предложенный автором подход, получаем необходимые соотношения для определения структуры модели объекта с несколькими входами и одним выходом.

Считаем, что объект (пластикационный цилиндр) описывается линейным разностным уравнением вида

$$y_n = - \sum_{m=1}^N a_m y(n-m) + \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^N b_{km} U_k(n-m) + \sum_{l=1}^L \sum_{m=0}^N d_{lm} \xi_l(n-m), \quad (1)$$

где $U_k(m)$ — входное воздействие, представляющее стационарный случайный процесс; $y(n)$ — выходная величина; $\xi_l(n)$ — независимая от $U_k(m)$ случайная помеха (возмущение), такая, что

$$M\{\xi_l(n)\} = 0; \quad M\{\xi_l(n)\xi_k(m)\} = \begin{cases} 0, & m \neq n, \quad l \neq k; \\ \sigma^2, & m = n, \quad l = k. \end{cases}$$

Введя обозначение оператора запаздывания $q^n x(n) = x(n-n)$, $m = \overline{0, N}$, запишем уравнение (1) таким образом:

$$Q(q)y(n) = \sum_{k=1}^K P_k(q)U(n) + \sum_{l=1}^L P_l(q)\xi(n). \quad (2)$$

Учитывая, что конкретный вид многочленов относительно помехи неизвестен, производим перегруппировку и приводим к одному эквивалентному возмущению. Тогда

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \frac{P_k U(q)}{Q(q)} U_k(n) + \frac{P\xi(q)}{Q(q)} \xi(n). \quad (3)$$

Здесь $Q(q)$ — характеристический полином объекта, $Q(q) = 1 + a_1 q + \dots + a_N q^N$; $P_k U(q)$ — полином воздействия, $P_k U(q) = b_{k0} + b_{k1} q + \dots + b_{kN} q^N$; $P\xi(q)$ — полином возмущения, $P\xi(q) = d_0 + d_1 q + \dots + d_N q^N$. Пусть $K(q) = P_k U(q)/Q(q)$; $D(q) = P(\xi(q))/Q(q)$.

Такое обозначение оператора запаздывания приводит к тому, что устойчивость для объекта обеспечивается в том случае, если корни характеристического полинома $Q(q)$ лежат в области вне круга единичного радиуса [1]. Полиномы $P_k U(q)$, $P\xi(q)$ могут иметь корни вне и внутри круга единичного радиуса. В последнем случае объект будет неминимально-фазовым по возмущению.

Запишем уравнение модели в общем виде

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^K K_{mk}(q) U_k(n) + [1 - D(q)] y(n), \quad (4)$$

где $K_{mk}(q)$, $D(q)$ — передаточные функции, определяющие способ обработки величин $U(n)$, $y(n)$ в модели. Рассмотрим выбор функций $K_{mk}(q)$, $D(q)$, что эквивалентно выбору структуры модели. Синтез оптимальной модели сводится к решению задачи минимизации дисперсии невязки, которая является функционалом, зависящим от $K_{mk}(q)$, $D(q)$.

Потребуем, чтобы математическое ожидание квадрата ошибки $M\{\varepsilon^2(n)\} \rightarrow \min$. Определим ошибку

$$\varepsilon(n) = y(n) - \hat{y}(n) = - \sum_{k=1}^K K_{mk}(q) U_k(n) + D(q) y(n). \quad (5)$$

После подстановки $y(n)$ получаем

$$\varepsilon(n) = \sum_{k=1}^K [D(q) K_k(q) - K_{mk}(q)] U_k(n) + D(q) K\xi(q) \xi(n). \quad (6)$$

В случае выполнения условия $D(q) K_k(q) - K_{mk}(q) = 0$ (7) $\varepsilon(n)$ не зависит от входных сигналов и определяется функционалом $\Phi[D(q)]$. Данный функционал может быть выражен через спектральные плотности воздействия и передаточные функции каждого канала в следующем виде [1]:

$$\Phi[D(q)] = \frac{1}{2\pi j} \oint D(q) D\left(\frac{1}{q}\right) K\xi\left(\frac{1}{q}\right) S\xi \frac{dq}{q}. \quad (8)$$

Здесь контур интегрирования L представляет окружность единичности радиуса с центром в начале координат. Спектральная плотность возмущения равна σ^2 .

Минимизация данного функционала, как показано в работе [1], приводит к таким выражениям для передаточных функций модели:

$$D(q) = d_{k0}^* d_{kr}^* \frac{Q(q)}{P(q)}; \quad (9)$$

$$K_{mk}(q) = d_{k0}^* d_{kr}^* \frac{P_k U(q)}{P(q)}. \quad (10)$$

Запишем полиномы их оценками

$$\begin{aligned} \hat{P}_k(q) &= d_{k0} + d_{k1}q + \dots + d_{kN}q^N; \\ \hat{P}_k U(q) &= b_{k0} + b_{k1}q + \dots + b_{kN}q^N; \\ Q(q) &= 1 + a_1q + \dots + a_Nq^N. \end{aligned}$$

Для минимально-фазового объекта ($r=0$) выражение (4) упрощается и выход модели определим из соотношения

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^K d_0 \frac{P_k U(q)}{\hat{P}(q)} U(n) + \left[1 - d_0 \frac{\hat{Q}(q)}{\hat{P}(q)} \right] y(n). \quad (11)$$

Выполнив преобразования с учетом введенного оператора сдвига, получим

$$\begin{aligned} \hat{y}(n) &= - \sum_{m=1}^N a_m y(n-m) + \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^N b_{km} U_k(n-m) + \\ &+ \frac{1}{d_0} \sum_{m=1}^N d_m [y(n-m) - \hat{y}(n-m)]. \end{aligned} \quad (12)$$

В работе [1] показано, что для неминимально-фазового объекта структура модели не изменяется, а ошибка на выходе модели возрастает.

Рассмотрим следующие возможные частные случаи.

Если передаточная функция по помехам $K\zeta = 1/Q(q)$ (13), то $\hat{K}_k(q) = \hat{P}_k U(q)$, $\hat{D}(q) = \hat{Q}(q)$ и выход модели определяется выражением

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^N b_{km} U_k(n-m) - \sum_{m=1}^N a_m y(n-m). \quad (14)$$

Для помехи на выходе объекта, т. е. когда $K\zeta(q) = 1$, $P\zeta(q) = Q(q)$, имеем

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^N b_{km} U(n-m) - \sum_{m=1}^N a_m \hat{y}(n-m). \quad (15)$$

Помеха имеется на выходе каналов управления. Можно сказать, что структура модели соответствует общей структуре.

Для функционирования модели необходимо знать порядок объекта, который также можно определить по наблюдениям за выходными сигналами.

Завышенный порядок модели приведет к неоправданным дополнительным вычислениям. При занижении порядка модель не будет адекватно описывать технологический процесс, что может вызвать ошибки управления [2].

Рассмотрим свободную динамическую систему $x(n+1) = Qx(n)$ (16) для определения порядка.

Если все состояния системы можно наблюдать, то идентификация обозначает вычисление переходной матрицы по результатам наблюдений [2]. Покажем, что для системы с порядком n матрица, составленная из измерений значений состояния, равна $[x_0 x_1 \dots x_{n-1}]$ (17), должна иметь ранг n .

Поскольку в нашем случае имеются лишь данные о выходной величине $y(1), y(2), \dots, y(n)$, необходимо составить матрицу на основе наблюдения за ними. Составим квадратную матрицу с учетом того, что порядок системы меньше n :

$$A(k) = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ y_2 & y_3 & \dots & y_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n & y_{n+1} & \dots & y_{n+k-1} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Можно показать, что если порядок системы равен n , то при $k > n$ матрица A будет особенной [2]. Рассмотренное соотношение имеет место при отсутствии помехи в выходном сигнале. При наличии помехи определитель $A(k)$ может быть не равен нулю.

Для исключения влияния помехи на результат воспользуемся следующим алгоритмом. Рассмотрим матрицу G , образованную произведением $A'(k) \cdot A(k)$. Применяв операцию математического ожидания к данной матрице с учетом статистических свойств помехи, получим

$$M[G] = \begin{bmatrix} q_{11} + n\sigma^2 & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} + n\sigma^2 & \dots & q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} + n\sigma^2 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Следовательно, для проверки порядка системы необходимо из диагональных элементов матрицы G предварительно вычесть величину $n\sigma^2$. Подобным приемом можно устранить влияние помехи на результат вычислений.

На практике порядок модели обычно ограничивают числом 2. Для адекватного отображения объекта с учетом незначительного объема вычислений этого достаточно. Данный факт необходимо принимать во внимание при использовании микроЭВМ в качестве управляющего устройства.

Применительно к АСУ ТП переработки пластмасс для управления процессом пластикации оптимальная модель будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) = & a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + \sum_{k=1}^4 (b_{k1} u_{k1} n + b_{k2} U_k (n- \\ & - 1) + C_1 U_5(n) + C_2 U_6(n) + \frac{1}{d_0} [d_1 [y(n-1) - y(n-2)] + \\ & + d_2 [y(n-2) - \tilde{y}(n-2)]], \end{aligned}$$

где U_k — температура по зонам пластикационного цилиндра, $k = \overline{1, 4}$; U_5, U_6 — средняя скорость и давление пластикации. Из формулы (20) следует, что оптимальная модель должна быть динамической. Если не учитывать управление температурными параметрами, то можно ограничиться статической моделью, что упрощает необходимые вычисления.

Список литературы: 1. Цюпкин Я. З. Синтез оптимальной настраиваемой модели в задачах идентификации. — Автоматика и телемеханика, 1981, № 12, с. 62—77. 2. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. — М.: Наука, 1966. — 176 с.

Поступила в редакцию 12.01.84.

УДК 517:622

Ю. С. ДЕОРДИЦА, канд. техн. наук, А. Г. ЕВДОКИМОВ,
д-р техн. наук

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ АНЕМОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ В ШАХТНОЙ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СЕТИ

В процессе эксплуатации шахт и рудников систематически приходится оценивать текущее воздушораспределение на этих объектах. Такая задача решается в результате анемометрической съемки и последующей обработки ее результатов. В процессе съемки неизбежны погрешности измерения расходов воздуха, определяемые неточностью измерения скорости воздуха, сечения выработки, участием человека при замерах. Кроме того, характер воздушораспределения в вентиляционной сети искажается вследствие неодновременности замеров, снижаемости воздуха, неучета динамики процесса и ряда других факторов. Следовательно, после анемометрической съемки результаты измерений могут противоречить принятой модели установившегося потокораспределения и их необходимо обработать таким образом, чтобы получить оценки измеряемых величин наилучших в определенном смысле.

В качестве модели установившегося потокораспределения в вентиляционной сети шахты или рудника используем

общепринятую [1]. Считаем, что для расходов воздуха справедлив первый закон Кирхгофа; наиболее вероятные оценки расходов определяем с помощью принципа максимального правдоподобия [2]. При этом полагаем, что отклонения измеренных расходов от истинных независимы и подчинены нормальному распределению с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ . Кроме того, расход q_i ($i \in E$) снизу ограничен некоторой неотрицательной величиной q_i^+ .

Тогда задача оценки и идентификации состояния воздухораспределения в вентиляционной сети шахты или рудника по данным анемометрической съемки может быть сформулирована математически как задача квадратичного программирования следующего вида:

$$y = \sum_{i \in E_T \cup E_{\bar{T}}} \frac{1}{\sigma_i^2} (q_i - \bar{q}_i)^2 \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\Omega: q_i = \sum_{i \in E_T} b_{1ri} q_r \quad (i \in E_T); \quad (2)$$

$$q_i \geq q_i^+, \quad i \in E. \quad (3)$$

Здесь \bar{q}_i — измеренное значение расхода воздуха в i -й ветви; E , E_T , $E_{\bar{T}}$ — множество индексов всех ветвей, ветвей дерева и хорд соответственно; b_{1ri} — элемент цикломатической матрицы B_1 для ветвей дерева T . Отметим, что $E = E_T \cup E_{\bar{T}}$, $E_T = E_T \cup E_{T^*}$, где E_{T^*} , E_{T^*} — множество индексов ветвей дерева с измеренными и неизвестными расходами. Очевидно, что задача (1)–(3) имеет смысл, если замеры произведены более чем в μ ветвях сети, из которых μ независимы по воздухораспределению.

Сформулируем основные свойства решения задачи (1)–(3), приняв независимыми переменными расходы в хордах, зависимыми — в ветвях дерева сети.

Свойство 1. Необходимые условия для точки минимума задачи (1)–(3) заключаются в выполнении условий (4), (5) для всех

$$q_r^* = q_r^+, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial q_r} \right)^* > 0 \quad (4); \quad q_r^* > q_r^+, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial q_r} \right)^* = 0 \quad (5),$$

где

$$\frac{\partial y}{\partial q_r} = 2 \left[\frac{1}{\sigma_r^2} (q_r - \bar{q}_r) + \sum_{i \in E_{T^*}} \frac{b_{1ri}}{\sigma_i^2} (q_i - \bar{q}_i) \right], \quad r \in E_{\bar{T}} \quad (6)$$

Свойство 2. Матрица вторых условных производных $S = \left[\frac{\partial^2 y}{\partial q_r \partial q_k} = r, \quad k \in \bar{T} \right]$ положительно определена в любой точке \bar{q} , удовлетворяющей первому постулату сетей (2).

Следствие. Задача (1) — (3) имеет единственное решение; необходимые условия (4) — (6) этой задачи одновременно являются и достаточными.

Доказательство (свойство 2). Запишем аналитические выражения элементов матрицы S и покажем, что квадратичная форма

$$x = \frac{1}{2} \bar{q}_2 \bar{S} q_2 \quad (7)$$

положительна для всех q_j ($j \in E$), удовлетворяющих постулату (2):

$$S_{rr} = \frac{b^2 y}{2q_r^2} = 2 \left(\frac{1}{\sigma_r^2} + \sum_{i \in E_T} \frac{b_{ir}^2}{\sigma_i^2} \right), \quad r \in E_T; \quad (8)$$

$$(S_{rk})_{r+k} = \left(\frac{b^2 y}{2q_r q_k} \right)_{r+k} = 2 \sum_{i \in E_T} \frac{1}{\sigma_i^2} b_{ir} b_{ik}, \quad r, k \in E_T. \quad (9)$$

Подставляем значения S_{rk} из выражений (8), (9) в уравнение (7) и, учитывая запись (2), получаем

$$\begin{aligned} x &= \sum_{k \in E_T} q_k \left[\sum_{r \in E_T} q_r \left(\sum_{i \in E_T} \frac{1}{\sigma_i^2} b_{ir} b_{ik} + \frac{1}{\sigma_r^2} \right) \right] = \\ &= \sum_{k \in E_T} q_k \left(\sum_{i \in E_T} \frac{1}{\sigma_i^2} b_{ik} \sum_{r \in E_T} b_{ir} q_r + \sum_{r \in E_T} \frac{q_r}{\sigma_r^2} \right) = \\ &= \sum_{i \in E_T} \frac{1}{\sigma_i^2} \left(\sum_{k \in E_T} b_{ik} q_k \sum_{r \in E_T} b_{ir} q_r \right) + \sum_{k \in E_T} \sum_{r \in E_T} \frac{q_r q_k}{\sigma_r^2} = \\ &= \sum_{i \in E_T} \frac{1}{\sigma_i^2} q_i^2 + \sum_{k \in E_T} \sum_{r \in E_T} \frac{q_r q_k}{\sigma_r^2}. \quad (10) \end{aligned}$$

Поскольку согласно условию (3) расходы не могут быть отрицательными, из (10) следует, что квадратичная форма (7) положительна для всех q_j ($j \in E$), удовлетворяющих (3), что и требовалось доказать.

Свойство 3. Так как коэффициенты системы линейных уравнений (2) являются элементами цикломатической матрицы для ветвей дерева T , шаг обыкновенных жордановых исключений, в результате которого производится замена ролями между независимой переменной q_i и зависимой q_j эквивалентен переходу к записи первого постулата сетей через новую систему фундаментальных циклов, определенную деревом T^* , полученным из T в результате замены хорды r на ветвь дерева i .

Свойство 4. Пусть известно опорное допустимое решение. Тогда, если по переменной q_i нарушены необходимые условия, то в процессе решения при изменении независимой переменной

q_i , необходимо контролировать только те зависимые переменные q_i , которым соответствует $b_{1,i} = -1$.

Действительно, если изменяется q_r , то $\Delta q_i = b_{1,i} \Delta q_r$ (11). Из опорности исходного решения следует, что Δq_r , приводящее к уменьшению функции (1), больше нуля. Тогда из выражения (11) имеем, что $\Delta q_i < 0$ только при $b_{1,i} < 0$.

С помощью свойств 1—4 получаем более простой дифференциальный алгоритм решения задачи (1) — (3), чем для общего случая задачи квадратичного программирования.

Для текущей независимой переменной q_r в соответствии с выражением (6) вычисляем условную производную $\frac{\partial y}{\partial q_r}$. Если она отрицательна, то необходимые условия (4) — (5) по этой переменной выполняются. Поэтому переходим к следующей переменной q_{r+1} . Если же она меньше нуля, то переменную q_r можно увеличить на

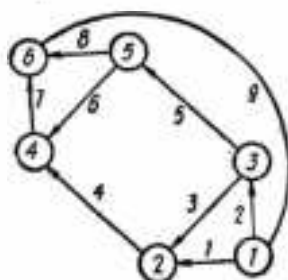
$$\Delta q_r = \min \left[-\frac{\frac{\partial y}{\partial q_r}}{\frac{\partial^2 y}{\partial q_r^2}}; \min_{b_{1,i} < 0} (q_i - q_i^+) \right]. \quad (12)$$

Первые и вторые производные вычислены в соответствии с выражениями (6), (8) соответственно. При этом зависимые переменные q_i , для которых $b_{1,i} \neq 0$, изменяются на Δq_i в соответствии с выражением (11). Затем переходим к следующей переменной q_{r+1} , предварительно сформировав новую систему фундаментальных циклов, если Δq_r при анализе условия (12) выбрано из соображений принятия граничного значения q_i^+ соответствующей зависимой переменной.

Решение получено, если по всем независимым переменным выполнены необходимые условия (4) — (5), из которых последнее для задач практики примет вид

$$q_r^* > q_r^+, \quad \left| \left(\frac{\partial y}{\partial q_r} \right)^* \right| < \varepsilon, \quad (13)$$

где ε — заданная точность решения



На рисунке изображена схема простой шахтной вентиляционной сети, содержащая 6 вершины, 9 ветвей и 4 фундаментальных цикла. Исходные данные

в виде измеренных расходов воздуха и результаты решения в соответствии с предложенным алгоритмом их обработки приведены в табл. 1. Для решения рассматриваемой задачи с точностью $\epsilon = 0,1$ потребовалось пять итераций. В качестве начального дерева принято дерево $T = \{2, 3, 5, 6, 8, \}$, $\bar{q}_i = 0$ ($i = \overline{1,9}$). В табл. 2 представлены значения условных производных по независимым переменным текущего шага решения. Поскольку при решении примера ни одна из независимых переменных q_1, q_2, q_3, q_6 не приняла нулевого значения, исходное дерево и соответствующая ему матрица

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

в процессе такого решения остались без изменения.

Таблица 1

Параметр	Значение								
\bar{q}	28,00	26,00	15,00	40,00	9,00	6,00	42,00	5,00	50,00
$\bar{q}^{(0)}$	28,00	22,00	12,00	40,00	10,00	2,00	42,00	8,00	50,00
$\bar{q}^{(1)}$	25,67	24,14	13,75	39,42	10,39	4,72	44,14	5,67	49,81
$\bar{q}^{(2)}$	25,41	24,46	14,43	39,84	10,03	4,38	44,21	5,65	49,86
$\bar{q}^{(3)}$	25,57	24,37	14,34	39,91	10,02	4,35	44,26	5,68	49,93
$\bar{q}^{(4)}$	25,62	24,35	14,34	39,95	10,01	4,34	44,30	5,67	49,97
$\bar{q}^{(5)}$	25,64	24,34	14,34	39,98	10,01	4,34	44,31	5,67	49,98

Таблица 2

Итерация	$\frac{\Delta p}{\Delta q_i} \quad i \in T_1$			
	$\frac{\Delta p}{\Delta q_1}$	$\frac{\Delta p}{\Delta q_2}$	$\frac{\Delta p}{\Delta q_7}$	$\frac{\Delta p}{\Delta q_9}$
0	14,00	4,67	-12,83	1,56
1	1,56	-3,37	-0,45	-0,48
2	-0,96	-0,59	-0,27	-0,56
3	-0,29	-0,32	-0,22	-0,25
4	-0,14	-0,18	-0,11	-0,13
5	-0,08	-0,07	-0,03	0,00

Список литературы: 1. Евдокимов А. Г. Оптимальные задачи на инженерных сетях. — Х.: Вища шк., 1976. — 153 с. 2. Евдокимов А. Г., Тевшиев А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. — Х.: Вища шк., 1978. — 198 с.

Поступила в редколлегию 17.03.84.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ ЗАДАЧИ
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МАГИСТРАЛЬНЫМИ
ВОДОПРОВОДАМИ**

В связи с удалением источников водоснабжения от потребителей, большое значение имеют задачи оптимального управления сооружениями для транспортировки воды — магистральными водоводами (МВ). Последние являются гидротехническими сооружениями (ГТС), содержащими компоненты двух типов: насосные станции и резервуары. Если эти компоненты трактовать как вершины, а связи между ними — как дуги, ГТС можно представить в виде графа [1].

Вершины, соответствующие насосным станциям, будем называть p -вершинами, а соответствующие резервуарам — s -вершинами. Формализуем понятие МВ следующим образом.

Магистральный водопровод — ГТС с двухдольным графом без ориентированных циклов.

Существуют p -вершина — источник (все ребра вершины исходящие), s -вершина — сток (на ней задана функция потребления воды).

Любой ориентированный путь, соединяющий произвольный источник, с данной s -вершиной содержит одинаковое количество дуг.

Из структуры графа МВ следует, что количество дуг в пути нечетно:

$$\nu = 2k - 1, \quad 1 < k < r.$$

Разобьем все вершины на r классов. К k -му классу относятся те s -вершины, которые присоединяются к источникам ориентированными путями с ν дугами; k -й класс и все p -вершины, смежные с s -вершинами этого класса, называются k -м подъемом МВ.

Перейдем к постановке задачи управления МВ [2]. Поставим в соответствие каждой дуге графа МВ положительное число, не превосходящее единицы, — коэффициент распределения воды. Обозначим через индекс i номер насосной станции, $1 < i < n$ (n — количество насосных станций МВ); через индекс j — номер резервуара, $1 < j < m$ (m — количество резервуаров МВ).

Фазовыми переменными МВ являются объемы воды в каждом резервуаре $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Все координаты вектора удовлетворяют ограничениям $x_j^{\min} < x_j < x_j^{\max}$, или в векторной форме $\mathbf{x}^{\min} < \mathbf{x} < \mathbf{x}^{\max}$ (1). Здесь

$$\mathbf{x}^{\min} = (x_1^{\min}, x_2^{\min}, \dots, x_m^{\min});$$

$$\mathbf{x}^{\max} = (x_1^{\max}, x_2^{\max}, \dots, x_m^{\max}),$$

где x_j^{\min} , x_j^{\max} — минимально и максимально допустимые объемы воды в j -м резервуаре.

Управляемыми переменными МВ являются подачи воды каждой насосной станцией $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$.

В случае непрерывного управления насосными станциями [3] ограничения на управляемые переменные имеют вид

$$u_i^{\min} < u_i < u_i^{\max}, \quad 1 < i < n,$$

или в векторной форме

$$\mathbf{u}^{\min} < \mathbf{u} < \mathbf{u}^{\max}. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{\min} &= (u_1^{\min}, u_2^{\min}, \dots, u_n^{\min}); \\ \mathbf{u}^{\max} &= (u_1^{\max}, u_2^{\max}, \dots, u_n^{\max}), \end{aligned}$$

где u_i^{\min} , u_i^{\max} — минимально и максимально допустимые подачи воды i -й насосной станцией.

Для вывода уравнения, связывающего фазовые и управляемые переменные, к каждому резервуару применим тождество непрерывности [4]. Это тождество заключается в том, что разность суммарной подачи воды в резервуар и суммарного отбора воды из него равна скорости изменения объема воды в резервуаре.

Таким образом, тождество непрерывности приводит к системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{p}(t), \quad t_0 < t < T, \quad (3)$$

где $\mathbf{p}(t)$ — вектор заданных стоков из резервуаров, $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_m(t))$; \mathbf{A} — матрица размером $m \times n$, ненулевые элементы которой являются коэффициентами распределения воды со знаком плюс или минус; t_0 , T — начальный и конечный моменты времени.

Уравнение (3) и ограничения (1), (2) являются математической моделью рассматриваемого МВ.

Пусть задан вектор начальных объемов воды в резервуарах $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0$ (4). Управление $\mathbf{u}(\cdot)$ называется допустимым, если выполнены следующие условия: $\mathbf{u}(\cdot)$ — кусочно-непрерывная вектор-функция; для любого t ($t_0 < t < T$) выполняется неравенство $\mathbf{u}^{\min} < \mathbf{u}(t) < \mathbf{u}^{\max}$; фазовая траектория $\mathbf{x}(\cdot)$, соответствующая управлению $\mathbf{u}(\cdot)$, удовлетворяет ограничению $\mathbf{x}^{\min} < \mathbf{x}(t) < \mathbf{x}^{\max}$.

На классе допустимых управлений рассмотрим функционал — суммарную стоимость электроэнергии, затраченную на подачу и распределение воды всеми насосными станциями МВ:

$$J(t_0, \mathbf{x}^0, \mathbf{u}(\cdot)) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T N_i(u_i(t)) dt, \quad (5)$$

где $N_i(u_i) - Q - N$ -характеристика [3] комбинации насосов, работающих на i -й насосной станции.

Сформулируем задачу оптимального управления МВ как задачу минимизации функционала (5) на классе допустимых управлений:

$$J(t_0, x^0, u(\cdot)) \rightarrow \min; \quad (6)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + p(t), \quad t_0 < t < T; \quad (7)$$

$$x(t_0) = x^0; \quad (8)$$

$$x^{\min} < x(t) < x^{\max}; \quad (9)$$

$$u^{\min} < u(t) < u^{\max}; \quad (10)$$

Сложность решения задачи (6) — (10) определяется размерностями фазовых и управляемых переменных. Эти условия особенно важны, если задачу (6) — (10) решать методом динамического программирования.

Воспользуемся скелетным разложением [5] матрицы A системы уравнений (7) при условии, что ее ранг равен r :

$$A = B \times C, \quad (11)$$

где B, C — матрицы ранга r размером $m \times r, r \times n$ соответственно.

Если в матрице A первые r столбцов линейно независимы, достаточно положить, что матрица B состоит из первых r столбцов матрицы A . Тогда произвольный i -й столбец матрицы A будет линейной комбинацией столбцов матрицы B с коэффициентами $c_{1i}, c_{2i}, \dots, c_{ri}$. Эти коэффициенты и образуют i -й столбец матрицы C ($1 < i < n$). Первые r столбцов матрицы C образуют единичную матрицу E , т. е. C можно представить в следующем блочном виде: $C = (ES)$ (12). Определим разбиение $u = (u_1, u_2)$ (13), где $u_1 = (u_1, u_2, \dots, u_r)$; $u_2 = (u_{r+1}, u_{r+2}, \dots, u_n)$.

Используя равенства (11) — (13), записываем

$$Au = B \times (ES)(u_1, u_2) = B(u_1 + Su_2).$$

Обозначив через $y = u_1 + Su_2$, представим систему уравнений (7) в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = By(t) + p(t).$$

Задачу (6) — (10) можно теперь сформулировать в новых управляемых переменных (y, u_2) следующим образом:

$$J(t_0, x^0, y(\cdot) - Su_2(\cdot), u_2(\cdot)) \rightarrow \min; \quad (14)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = By(t) + p(t), \quad t_0 < t < T; \quad (15)$$

$$x(t_0) = x^0; \quad (16)$$

$$x^{\min} < x(t) < x^{\max}; \quad (17)$$

$$u_1^{\min} < y(t) - Su_2(t) < u_1^{\max}; \quad (18)$$

$$u_2^{\min} < u_2(t) < u_2^{\max}. \quad (19)$$

Представим матрицу B через ее строки: $B^T = (B_{1.}, B_{2.}, \dots, B_{m.})$, где $B_{j.}$ ($1 < j < m$) — вектор коэффициентов распределения воды для j -го резервуара.

Первые r строк матрицы B линейно независимы, так как ее ранг равен r . Остальные $m-r$ строк являются их линейными комбинациями. Для любого j ($r+1 < j < m$) условие линейной зависимости можно записать так:

$$B_{j.} = \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} \cdot B_{k.}, \quad (20)$$

где λ_{jk} — коэффициент линейной зависимости.

Умножая первые r уравнений системы (15) на λ_{jk} и суммируя их, получаем

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_{k=1}^r \lambda_{jk} x_k(t) \right] = \left(\sum_{k=1}^r \lambda_{jk} B_{k.} \right) \mathbf{y}(t) + \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} p_k(t). \quad (21)$$

Уравнение (21) при условии (20) можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_{k=1}^r \lambda_{jk} x_k(t) \right] = B_{j.} \mathbf{y}(t) + \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} p_k(t). \quad (22)$$

Система (15) содержит уравнение

$$\frac{dx_j(t)}{dt} B_{j.} \mathbf{y}(t) + p_j(t). \quad (23)$$

Исключая из уравнений (22), (23) слагаемое $B_{j.} \mathbf{y}(t)$, получаем

$$\frac{d}{dt} \left[x_j(t) - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} x_k(t) \right] = p_j(t) - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} p_k(t).$$

Интегрируя это равенство от t_0 до T , имеем

$$x_j(t) - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} x_k(t) = q_j(t) - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} q_k(t) + x_j^0 - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk} x_k^0. \quad (24)$$

Здесь

$$q_k(t) = \int_{t_0}^t p_k(\tau) d\tau.$$

Итак, зная объемы воды в первых r резервуарах в момент времени t ($t_0 < t < T$), из равенства (24) можно определить объем воды в j -м резервуаре ($r+1 < j < m$).

Введем следующие обозначения:

$$L_j(t) = \sum_{k=1}^r [\min(\lambda_{jk} x_k^{\min}, \lambda_{jk} x_k^{\max}) - \lambda_{jk} (q_k(t) + x_k^0)] + q_j(t) + x_j^0;$$

$$R_j(t) = \sum_{k=1}^r [\max(\lambda_{jk}x_k^{\min}, \lambda_{jk}x_k^{\max}) - \lambda_{jk}(q_k(t) + x_k^0)] + q_j(t) + x_j^0.$$

Рассмотрим первые r ограничений на фазовую траекторию $x(\cdot)$:

$$x_k^{\min} < x_k(t) < x_k^{\max}, \quad 1 < k < r.$$

Умножая это неравенство на λ_{jk} и суммируя по k , получаем

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^r \min(\lambda_{jk}x_k^{\min}, \lambda_{jk}x_k^{\max}) &< \sum_{k=1}^r \lambda_{jk}x_k(t) < \\ &< \sum_{k=1}^r \max(\lambda_{jk}x_k^{\min}, \lambda_{jk}x_k^{\max}). \end{aligned} \quad (25)$$

Прибавляя к неравенству (25) выражение

$$q_j(t) - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk}q_k(t) + x_j^0 - \sum_{k=1}^r \lambda_{jk}x_k^0$$

с учетом (24) записываем

$$L_j(t) < x_j(t) < R_j(t). \quad (26)$$

Согласно ограничениям

$$x_j^{\min} < x_j(t) < x_j^{\max}. \quad (27)$$

Из неравенств (26), (27), следует

$$\max\{x_j^{\min}, L_j(t)\} < x_j(t) < \min\{x_j^{\max}, R_j(t)\}. \quad (28)$$

Рассмотрим следствия из неравенства (28).

1. Если при некотором t ($t_0 < t < T$) $\max\{x_j^{\min}, L_j(t)\} > \min\{x_j^{\max}, R_j(t)\}$, то задача (14) — (19), а следовательно, и задача (6) — (10) решения не имеют.

2. Если для любого

$$t (t_0 < t < T) \quad L_j(t) = \max\{x_j^{\min}, L_j(t)\}; \quad R_j(t) = \min\{x_j^{\max}, R_j(t)\},$$

то из неравенства (26) вытекает (27) и его можно исключить из системы неравенств (9) задачи (6) — (10).

Итак, условие линейной зависимости позволяет для каждого j ($r+1 < j < m$) заменить уравнение из системы (3) соответствующим равенством (24), а условия следствия 2 — исключить неравенство из системы ограничений (17).

Таким образом, для рассматриваемого ГТС размерность задачи определяется рангом матрицы управления (3). В МВ количество резервуаров превышает обычно количество насосных станций. Это приводит к тому, что ранг матрицы системы (3) для МВ и размерность задачи оптимального управления МВ равны количеству насосных станций.

Список литературы: 1. Оре О. Теория графов. — М.: Наука, 1968. — 352 с. 2. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. — М.: Наука, 1966. — 308 с. 3. Турк В. И., Минаев А. В., Карелин В. Я. Насосы и насосные станции. — М.: Стройиздат, 1976. — 427 с. 4. Ринальди С. Теория систем в приложении к проблемам защиты окружающей среды. — К.: Вища шк., 1981. — 264 с. 5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 576 с.

Поступила в редколлегию 12.02.84.

УДК 658.5

А. Т. АШЕРОВ, канд. техн. наук

КОНЦЕПЦИЯ НАДЕЖНОСТИ АСУП (ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ)

Классификация показателей надежности. Показатели надежности АСУП целесообразно разделить на единичные, комплексные, основные, вспомогательные, определяющие. Единичные показатели количественно характеризуют только одно свойство надежности, комплексные — два и более [1]. Основные служат для определения соответствия показателей операций, задач, подсистем, АСУП в целом задаваемым требованиям по надежности и, как правило, являются комплексными. Вспомогательные показатели оценивают вспомогательные элементы расчета надежности (РН), служат для более полной характеристики надежности элементов АСУП. Они могут быть единичными и комплексными. Показатели, по которым принимают решение оценить надежность функциональных элементов (Ф-элементов) АСУП, назовем определяющими.

Таблица 2

Комплексные показатели надежности элементов АСУП

структурных					функциональных
Персонала (человека)	Эрго-технического комплекса	Элементов технического обеспечения	Элементов программного и информационного обеспечения	Элементов математического, лингвистического, правового обеспечения	
По операции, задаче	По задаче, подсистеме	По операции, подсистеме	По задаче, подсистеме	По задаче, подсистеме	Задачи подсистемы

Классификация единичных и комплексных показателей надежности приведена в табл. 1, 2. Предложенные классификации исходят из того что физический смысл имеют только показатели

Эквивалентные показатели надежности АСУП

Структурной безопасности	Функциональной безопасности		Восстановляемости	Долговечности	Сохраняемости
	безопасности	совершенности			
Элементов технического обеспечения	Функциональных элементов АСУП	Функциональных элементов АСУП	Функциональных элементов АСУП	Технических элементов	Технических элементов
	Человека (персонала)	Человека (персонала)	Человека (персонала)	Элементов программного обеспечения	Информация
Эрготехнического комплекса	Эрготехнического комплекса	Эрготехнического комплекса	Эрготехнического комплекса	Элементов математического обеспечения	Носителей информации
	Элементов программного обеспечения	Элементов программного обеспечения	Элементов программного обеспечения	Элементов логического обеспечения	Программных модулей
Элементов информационного, математического, логического, правового обеспечения	Элементов информационного, математического, логического, правового обеспечения	Элементов информационного, математического, логического, правового обеспечения	Элементов информационного, математического, логического, правового обеспечения	Элементов правового обеспечения	Носителей информации
			Информация		

Таблица 3

№ показателя	Показатель	Элементы расчета надежности															
		Основные			Вспомогательные												
		АСУП	ПК	З	П	ТО	ПО	МО	НО	ДО	ПРО	ЭК	Н	*			
1	Скрытной		+	+													
2			+	+													
3			+	+													
4	Безотказности					+									+		+
5			+	+		+								+		+	
6			+	+		+								+		+	
7	Функциональной		+	+		+								+		+	
8			+	+		+								+		+	
9	Восстановляемости													+			+
10			+	+		+											
11			+	+													

№ показателя	Показатель	Элементы расчета надежности															
		Основные			Вспомогательные												
		АСУП	Пе	з	П	ТО	ПО	МО	НО	ЛО	Про	ЭК	И	И			
12	Вос-станавл-ваемость				+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
13	Среднее время восстановления работоспособности																+
14	Среднее время восстановления информации																+
15	Показатели сохранности [1]					+		+							+		+
16	Средний срок сохранности информации																+
17	Средний срок актуальности информации																+
18	Гамма-процентный срок сохранности информации																+
19	Гамма-процентный срок актуальности информации																+
20	Показатели долговечности [1]					+									+		+
21	Гамма-процентный ресурс С-элемента																+
22	Средний ресурс С-элемента																+
23	Гамма-процентный срок службы С-элемента																+
24	Средний срок службы С-элемента																+

№ показателя	Показатели	
24	Надежности	Комплексные показатели [1]
25		Вероятность надежного выполнения операции (решения задачи)
26		Вероятность надежной работы
27		Достоверность выходной информации
28		Коэффициент готовности С-элемента

Продолжение табл. 3

Элементы расчета надежности

Основные			Вспомогательные									
АСУП	Гвс	З	П	ТО	ПО	МО	НО	ЛО	ПРО	ЭК	Н	И
				+						+	+	
		+	+									
+	+				+							
+	+	+										
					+		+			+		

надежности элементов обеспечений, а не показатели надежности обеспечений в целом. Определения свойств надежности и обоснование элементов РН дано в работе [2].

Номенклатура показателей. Угруппированный перечень показателей надежности представлен в табл. 3, в которой приняты следующие обозначения: С-элемент — структурный элемент АСУ; Пс — подсистема или комплекс задач; З — задача; П — персонал (человек); ТО, ПО, МО, ИО, ЛО, ПрО — техническое, программное, математическое, информационное, лингвистическое, правовое обеспечение соответственно; ЭК — эрготехнический комплекс; Н — носители информации; И — информация (данные).

Показатель 1 детализируется таким образом: вероятность безотказного выполнения операции; вероятность безотказной работы подсистемы. Причем первый показатель относится только к тем операциям технологического процесса обработки информации (ТПОИ), при реализации которых используются технические средства, специализированные для выполнения только определенной операции конкретной задачи. Нарботка этих средств есть наработка операции. Как правило, к таким средствам относятся периферийные средства сбора и регистрации информации, например телетайпы, оргавтоматы, регистраторы информации и т. п. Примерами могут служить следующие операции и задачи: регистрация первичной информации об отгрузке проката к задаче «Учет и анализ отгрузки металлопродукции»; подготовка документа и машинного носителя информации о поступлении железорудного сырья на станциях примыкания в задаче «Учет поступления сырья и топлива на металлургический завод».

Показатель 5 в зависимости от вида Ф-элемента и проявлений функционального отказа детализируется на вероятность безошибочного выполнения операции; вероятность безошибочного решения задачи; вероятность своевременного выполнения операции; вероятность своевременного решения задачи; вероятность безошибочной работы подсистемы; вероятность своевременного выполнения всех задач подсистемы (комплекса задач). Данные показатели относятся к группе результирующих показателей. В соответствии с рекомендацией [3] эти показатели могут быть рассчитаны на основе обобщенного структурного метода [4]. Для их расчета необходимо знать (составить) алгоритм деятельности человека-оператора (термин [5]), структуру деятельности человека-оператора [5], исходные показатели безошибочности и своевременности, отнесенные к отдельным психофизиологическим операциям [5], показатели безотказности и ремонтпригодности орудий труда, входящих в эргатический элемент, и др.

Для ПО, МО, ИО, ЛО, ПрО показатель 5 имеет смысл только по отношению к элементам обеспечений. Поскольку последние и ЭК включаются в работу, как правило, периодически.

ски. Под наработкой этих элементов при расчете показателя понимаем не календарную, а фактическую продолжительность их работы, получаемую суммированием отдельных периодов.

Показатель 6 в зависимости от вида Ф-отказа — искажение информации или задержка выполнения — имеет смысл наработок на ошибку или на задержку выполнения операции, задачи.

Показатель 10 представим в виде вероятности восстановления в течение заданного времени работоспособности задачи; вероятности восстановления в течение заданного времени процесса нормального функционирования подсистемы. Аналогично детализируется показатель 11.

Показатель 15 является математическим ожиданием времени хранения информации во внутримашинной информационной базе. В течение этого времени показатели безошибочности информации сохраняются в установленных пределах. Сохранность информации характеризует способность ИО противостоять отрицательному влиянию условий хранения, отказов устройств памяти, действий персонала и пользователей. Срок сохранности информации и сроки возникновения отказов запоминающих устройств или функциональных отказов персонала, обеспечивающего хранение информации, нельзя отождествлять. Последние характеризуют безотказность ЭК во время хранения информации.

Показатель 16 — математическое ожидание времени, в течение которого база данных (массив информации) сохраняет способность в заданных пределах адекватно отражать состояние объекта управления. Этот показатель и показатель 18 — срок актуальности информации, который будет достигнут в АСУП с заданной вероятностью гамма-процентов, — должны рассчитываться на основе определенных моделей старения и обновления информации, учитывающих спрос на информацию, периодичность решения задач, объем запоминающих устройств и др.

Показатели 25 и 27 характеризуют в аспекте свойств совместно безотказность (структурную и функциональную), восстанавливаемость и сохраняемость; в аспекте С-элементов — техническое, программное, информационное обеспечение с методами аппаратного и программного контроля, а также персонал с его контролирующей способностью. Достоверность выходной информации определяется количеством или частотой ошибок в выходной информации Ф-элемента. Достоверность выходной информации может задаваться по отношению к любому Ф-элементу: операции, задаче, подсистеме.

Определяющие показатели. При расчете надежности Ф-элементов в АСУП определяющими являются такие показатели: достоверность выходной информации по задаче; вероятность своевременного решения задачи, метод расчета которых приведен в работе [6]. Эти показатели должны быть нормируемы.

Список литературы: 1. ГОСТ 27.0002—83. Надежность в технике. Термины и определения. — Введ. с 01.07.84. 2. Ашеров А. Т. Концепция надежности АСУП (элементы расчета, свойства надежности, отказы). — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 74, с. 98—104 3. *Общепромышленные руководящие методические материалы по созданию автоматизированных систем управления предприятиями и производственными объединениями (АСУП)* / Под ред. Ю. И. Сидорова, А. С. Гринберга, С. М. Седегова. — М.: Статистика, 1977. — 264 с. 4. Губинский А. И., Еврафов В. Г. Эргономическое проектирование судовых систем управления. — Л.: Судостроение, 1977. — 224 с. 5. ГОСТ 21033—75. Система «человек — машина». Основные понятия. Термины и определения. — Введ. с 01.07.1976 г. 6. Ашеров А. Т. Анализ проектов информационно-вычислительных систем по критериям надежности. — Управляющие системы и машины, 1976, № 4, с. 3—10.

Поступила в редколлегию 14.01.82.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Романов П. Г.</i> О задаче обобщенного выпуклого программирования . . .	3
<i>Яковлев С. В.</i> О некоторых схемах поисковой оптимизации . . .	9
<i>Кулик Е. Г., Житомирский М. Я.</i> Об устойчивости в задачах распознавания областей компромиссов и согласия . . .	14
<i>Руденко О. Г., Розовенко В. В.</i> Некоторые методы ускорения процесса идентификации при оптимизации систем в реальном масштабе времени . . .	17
<i>Путятин Е. П., Тарасенко А. П.</i> Метод нормализации изображений при аффинных преобразованиях . . .	22
<i>Хитров Б. В.</i> Применение методов нормализации при синтезе элементов визуальной обстановки . . .	26
<i>Арменский А. Е., Воронков В. А.</i> Генерация математических теорий . . .	30
<i>Цымбал Л. И.</i> Эффективные методы построения многоуровневых дробных факторных планов . . .	35
<i>Бесчастных С. К., Мелешко В. И., Фомина И. Н.</i> Применение точечных отображений для классификации экспериментальных данных . . .	42
<i>Семеница И. И.</i> Основные алгоритмы гибридных компилирующих систем . . .	47
<i>Борисенко А. А., Губарев С. И.</i> Математическая модель устройства отображения информации . . .	54
<i>Алипов Н. В.</i> Алгоритмы функционирования параллельно-последовательных преобразователей формы информации, корректирующих динамические ошибки . . .	57
<i>Александров Ю. А., Пасаренко Г. Г., Шмаглов С. И.</i> Определение среднего времени до срыва режима слежения в следящих системах со сглаживающими целями второго порядка . . .	64
<i>Какурин Н. Я., Кирыков Ю. К.</i> Микропрограммные автоматы как генераторы тестовых последовательностей . . .	69
<i>Иванов В. И., Кризуля Г. Ф., Фастовец Г. П.</i> Применение многозначных таблиц функций неисправностей для диагностирования электронных схем . . .	74
<i>Чуркин В. Н., Иванюк Е. П., Макаров С. Б.</i> Метод расчета пропускной способности многофазных систем массового обслуживания с блокировками . . .	79
<i>Лукьянов Ю. П., Кочаров Р. А., Пааленко Л. А.</i> Алгоритмы исследования и формирования эффективной процедуры испытаний изделий электронной техники . . .	84
<i>Базалеев Н. И., Гулиус В. А., Зозуля И. В., Калинин Г. А., Матейченко В. В.</i> Принципы создания автоматизированной системы контроля загрязнения окружающей среды . . .	90
<i>Гнилицкий А. М., Мякотина В. А., Переверзев Ю. В., Пономаренко В. С.</i> Прогнозирование проходки скважин . . .	95
<i>Курманов Ю. Г., Лихтенштейн Б. Р.</i> Расчет оптимальных режимов газопроводов с захолыцованными участками . . .	100
<i>Гвоздичский А. Н., Дьяков А. Г.</i> Выбор структуры модели АСУ технологическим процессом переработки полимеров . . .	105
<i>Деордица Ю. С., Евдокимов А. Г.</i> Обработка результатов анемометрической съемки в шахтной вентиляционной сети . . .	109
<i>Таубе В. М., Ирж Б. И.</i> Определение размерности задачи оптимального управления магистральными водопроводами . . .	114
<i>Ашеров А. Т.</i> Концепция надежности АСУП (показатели надежности). . .	119

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ**

Выпуск 75

Редактор *Т. Н. Водолажская*
Художественный редактор *Т. П. Короленко*
Технический редактор *Г. П. Александрова*
Корректор *В. Л. Светличная*

ИБ № 9161

Сдано в набор 18.01.85. Подп. в печать 02.04.85. БЦ 16705. Формат 60×90/16. Бумага типогр. № 2. Лит. гарн. Выс. печать, 8,5 печ. л. 8,75 кр.-отт. 9,7 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Изд. № 1318. Зак. 5-33. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете
издательского объединения «Виды школы», 310003, Харьков-3,
ул. Университетская, 16

Харьковская книжная фабрика «Коммунист»,
310012, Харьков-12, ул. Энгельса, 11.

РЕФЕРАТЫ

УДК 66.11

О задаче обобщенного выпуклого программирования. Романый П. Г. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 3—9.

Рассмотрен класс задач математического программирования с выпуклой целевой функцией, невыпуклыми полилинейными ограничениями. Доказана их одноэкстремальность.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.244

О некоторых схемах поисковой оптимизации. С. В. Яковлев. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 9—14.

Предложена группа методов поисковой оптимизации, основанных на последовательном сужении области поиска. Перспективность поиска оптимума на множестве оценена с помощью специальных статистических критериев. Описана общая схема методов и исследованы вопросы их эффективного применения.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 62-505

Об устойчивости в задачах распознавания областей компромиссов и согласия. Куник Е. Г., Житомирский М. Я. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 14—16.

Дано определение устойчивых областей компромиссов и согласия в задачах векторной оптимизации. Это определение является естественным для практических задач. Показано, что задача распознавания устойчивой области компромиссов и согласия является линейной. В терминах матрицы Якоби векторного критерия качества сформулирован и доказан критерий принадлежности данного состояния объекта оптимизации одной из этих областей.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 62-501

Некоторые методы ускорения процесса идентификации при оптимизации систем в реальном масштабе времени. Руденко О. Г., Роговенко В. В. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 17—22.

Предложены методы ускорения процесса идентификации систем, работающих в реальном масштабе времени, за счет использования многошаговых процедур с переменной глубиной памяти, а также в результате центрирования, нормирования и многократного использования входных и выходных сигналов.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

Метод нормализации изображений при аффинных преобразованиях. Путига Е. П., Тарасенко А. П.—АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 22—26.

Рассмотрены математические аспекты нормализации аффинной группы преобразований плоских изображений. Обсуждены оптимизационные особенности получения и оценки параметров нормализации при наличии аддитивного гауссовского шума.

Библиогр.: 5 назв.

Применение методов нормализации при синтезе элементов визуальной обстановки. Хитров Б. В.—АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 26—30.

Описана математическая модель для определения конечных уравнений групп, используемых при моделировании визуальной информации. Модель основана на анализе результатов действия инфинитесимальных операторов на траекторию движения синтезируемых динамических объектов. Предложенные методы позволяют сократить объем обрабатываемой информации, что повышает надежность и быстродействие специализированных систем обработки изображений.

Библиогр.: 3 назв.

Генерация математических теорий. Арменский А. Е., Воронков В. А.—АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 30—34.

Рассмотрены вопросы построения математических теорий, моделирующих предметные области при наличии противоречий. Предпринята попытка объединения формальной и диалектической логики.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

Эффективные методы построения многоуровневых дробных факторных планов. Цымбал Л. И.—АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 35—42.

Разработаны принципы сокращения перебора генерирующих соотношений при построении регулярных геометрических планов с многоуровневыми факторами. Описана оптимальная по количеству шагов перебора генерирующих соотношений процедура построения минимальных геометрических планов для оценки коэффициентов заданного вида факторной модели исследуемого объекта.

Табл. 2. Библиогр.: 6 назв.

Применение точечных отображений для классификации экспериментальных данных. Бесчастных С. К., Мелешко В. И., Фомина И. Н. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 75, с. 42—47.

Для решения многомерной задачи кластерного анализа предложен метод, заключающийся в задании точечного отображения, сближающего элементы внутри классов. Приведен конструктивный метод построения конкретного отображения. Описана наглядная физическая модель, иллюстрирующая действие метода. Для упрощения вычислений точная модель аппроксимируется непрерывно-дискретной. Рассмотрено применение метода для классификации многомерных данных.

Из способа построения отображения вытекает устойчивость нового метода к изменению взаимного расположения классов, что отличает его от традиционных методов кластерного анализа и дает возможность успешно применять этот метод при минимальной априорной информации о выборке.

УДК 681.34

Основные алгоритмы гибридных компилирующих систем. Сенченко Н. И. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 75, с. 47—54.

Рассмотрены вопросы разделения гибридных компилирующих систем на отдельные алгоритмы и их реализация. Показано, что при построении компилирующих систем для ГВС можно применять методы алгоритмического анализа, которые используются при построении трансляторов для алгоритмических языков цифровых ЭВМ. Даны примеры применения этих методов что позволит конструкторам гибридных компиляторов использовать их на практике.

Табл. 1. Библиогр.: 6 назв.

УДК 681.385

Математическая модель устройств отображения информации. Борисенко А. А., Губарев С. И. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 75, с. 54—57.

Дана обобщенная математическая модель устройства отображения информации для выбора ее рациональной структуры применительно к конкретным условиям. Модель, разработанная на основе теоретико-информационного подхода, позволяет определить расчетные зависимости, характеризующие основные этапы процесса отображения информации.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.335

Алгоритмы функционирования параллельно-последовательных преобразователей формы информации, корректирующих динамические ошибки. Алипов Н. В. — АСУ и приборы автоматики, 1985, вып. 75, с. 57—64.

Предложены алгоритмы функционирования параллельно-последовательных преобразователей формы информации, корректирующие динамические ошибки первого и второго рода. Эти алгоритмы позволяют проектировать преобразователи для заданной элементной базы предельного быстродействия, обладающие меньшей методической погрешностью, чем известные.

Библиогр.: 6 назв.

Определение среднего времени до срыва режима слежения в следящих системах со сглаживающими цепями второго порядка. Александров Ю. А., Писаренко Г. Г., Шматков С. И. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 64—69.

Описано решение задачи по определению среднего времени до срыва режима слежения в следящих системах с нелинейностью дискриминантного типа и сглаживающими цепями второго порядка. С помощью метода Бубнова — Галеркина получено первое приближение для среднего времени до срыва режима слежения. Дана оценка пороговым эффектам.

Библиогр.: 5 назв.

Микропрограммные автоматы как генераторы тестовых последовательностей. Какурин Н. Я., Кирьяков Ю. К. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 69—74.

Рассмотрен способ контроля интегральных схем с помощью специализированных цифровых устройств, в основу которых положен микропрограммный автомат. Показана возможность построения оптимального автомата.

Табл. 5. Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

Применение многозначных таблиц функций неисправностей для диагностирования электронных схем. Иванов В. И., Кривули Г. Ф., Фастовец Г. П. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 74—78.

Предложена методика диагностирования аналоговых электронных схем, ориентированная на поиск однократных дефектов типа обрыв и короткое замыкание, с использованием многозначных таблиц функций неисправностей и полихотомических деревьев поиска дефекта. Описана процедура получения многозначных таблиц функций неисправностей и приведен алгоритм построения полихотомических деревьев поиска дефекта.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

Метод расчета пропускной способности многофазных систем массового обслуживания с блокировками. Чуркин В. Н., Иванюк Е. П., Макаров С. Б. — АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 79—84.

Приведен метод расчета пропускной способности многофазных систем массового обслуживания (СМО) с блокировками, основанный на декомпозиции исходной системы на двухфазное СМО и на определении их характеристик с учетом влияния остальных фаз последовательными приближениями. Метод позволяет существенно снизить трудоемкость анализа многофазных СМО и может быть применен для исследования сложных сетевых систем массового обслуживания.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

Алгоритмы исследования и формирования эффективной процедуры испытаний изделий электронной техники. Лукьянов Ю. П., Кочаров Р. А., Павленко Л. А.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 84—89.

Рассмотрены вопросы построения эффективной последовательности режимов производственных испытаний высоконадежных изделий электронной техники с применением ЭВМ.

Предложены алгоритмы исследования испытаний, выбора порядка и времени проведения режимов, базирующиеся на представлении процесса динамики параметра, определяющего надежность изделий, стохастическими дифференциальными уравнениями. Характеристика эффективности сформированной процедуры испытаний связана с мощностью критерия классификации изделий на надежные и ненадежные при некоторой малой вероятности ошибки первого рода и ограниченном времени испытаний.

Разработан пакет прикладных программ. Приведены результаты практического применения алгоритмов.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 681.326

Принципы создания автоматизированной системы контроля загрязнения окружающей среды. Базадеев Н. И., Гуляус В. А., Зозуля И. В., Калинин Г. А., Матейченко В. В.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 90—95.

Изложен системный подход к построению автоматизированной системы контроля загрязнения (АСКЗ) морских нефтегазопромисловых объектов. Выделены и проанализированы основные функции системы, критерии качества и ограничения системы контроля. Предложена структурная схема АСКЗ и сформулированы задачи построения имитационной модели системы АСКЗ — объект — внешняя среда.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 622:681

Прогнозирование проходки скважин. Гнилицкий Е. М., Микотина В. А., Переверзев Ю. В., Пономаренко В. С.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 95—99.

Описана эксплуатируемая в АСУ буровыми работами Крестинским УБР задача «Прогнозирование проходки скважин на месяц». Изложены используемые методы статистической обработки данных и алгоритм решения задачи.

Библиогр. ссылака в подстроич. примеч.

УДК 622.691

Расчет оптимальных режимов газопроводов с закольцованными участками. Курманов Ю. Г., Лихтенштейн Б. Р.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 100—104.

Дан алгоритм расчета оптимальных режимов закольцованных участков газопроводов, использующий метод динамического программирования. Приведены основные критерии выбора оптимальных режимов и их взаимодействие. Сформулированы основные факторы, влияющие на точность и быстроту действия алгоритма.

Табл. 2. Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

Выбор структуры модели АСУ технологическим процессом переработки полимеров. Гвоздинский А. Н., Дьякова А. Г.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 106—109.

Предложен метод выбора структуры математической модели процесса пластификации, которая предназначена для использования в АСУ ТП переработкой полимеров.

Библиогр.: 2 назв.

Обработка результатов анемометрической съемки в шахтной вентиляционной сети. Деордица Ю. С., Евдокимов А. Г.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 109—113.

Описан метод обработки результатов анемометрической съемки в шахтной вентиляционной сети, учитывающей специальные свойства рассматриваемой задачи. Приведен пример расчета.

Табл. 2. Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

Определение размерности задачи оптимального управления магистральными водопроводами. Таубе В. М., Ирж Б. И.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 114—119.

Дано формальное определение магистрального водопровода на основе понятия графа. Сформулирована задача оптимального управления магистральным водопроводом. Рассмотрены условия, при которых можно уменьшить размерность задачи оптимального управления.

Библиогр.: 5 назв.

Концепция надежности АСУП (показатели надежности). Ашеров А. Т.— АСУ и приборы автоматки, 1985, вып. 75, с. 119—125.

Описаны классификация и номенклатура единичных и комплексных показателей надежности АСУП, отнесенных к элементам расчета надежности.

Табл. 3. Библиогр.: 6 назв.