

Авд
АВТОМАТИЗИ-
РОВАННЫЕ
СИСТЕ-
МЫ
УПРАВЛЕНИЯ
И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

72|84



681.5
A 22

Министерство высшего и среднего
специального образования УССР

Харьковский ордена Трудового Красного Знамени
институт радиозлектроники имени М. К. Янгеля

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

ВЫПУСК 72

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1965 г.



472

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИДЕО-ШКОЛА»
1984

Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Респ. междувед. науч.-техн. сб. Вып. 72.—Харьков: «Вища школа». Изд-во при Харьк. ун-те, 1984.—129 с.

Сборник посвящен вопросам синтеза структур автоматизированных систем управления технологическими процессами: их алгоритмизации и математическому обеспечению, а также разработке технических средств АСУ и приборов автоматики.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1984 г.
Для научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенков (отв. секр.), В. И. Васильев, Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Г. Евдокимов, И. В. Кузьмин, С. Ф. Кацалап, Е. Н. Лазаренко, К. Д. Коноваленко, В. И. Мелешко, В. М. Михайленко, И. Ф. Огороднейчук, Э. Г. Петров, Б. А. Растрингин, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, И. М. Шамрив

Ответственный за выпуск *Н. А. Лысенков*

Адрес редакционной коллегии: 310059, Харьков-59, пр. Ленин, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-66

Редакция естественнонаучной литературы

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Выпуск 72

Редактор *Н. С. Калинина*

Художественный редактор *Т. П. Воробийко*

Технический редактор *Г. П. Александрова*

Корректоры *Л. А. Марченко, Н. А. Парфенова*

Информ. изд. № 8341

Сдано в набор 19.10.83. Подп. в печать 20.01.84. Бл 19018. Формат 60×90/16. Бумага типogr. рн. Выс. печать. 8 печ. л. 3,25 кр.-отт. 9,4 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Зак. 3-360. Цена 1 р. 20 к.
Издательство «Вища школа» при Харьковском государственном университете издательского объединения, 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 35.
Харьковский книжный фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12, ул. Энгельса, 11

А 060402—10-012
M229. 4)-84 440-84

© Издательское
объединение
«Вища школа»,
1984

ВОПРОСЫ СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Разработка управляющих вычислительных систем для обработки изображений, работающих в режиме реального времени, предполагает использование математической модели задачи и формализацию процесса синтеза структуры вычислительного комплекса (ВК). Анализируя алгоритмы нормализации изображений [1, 2], установили, что их характерная черта — рекуррентность и объектовый параллелизм.

Формализуем процесс синтеза ВК для обработки изображений. Основное требование — работа в режиме реального времени. Если ввести критериальную оценку согласно [3], то главный критерий — быстроедействие. Это ограничивает вес критерия универсальности ВК, и следствием — такая методика синтеза последнего, когда фиксируется группа алгоритмов. Для их реализации синтезируется специальный ВК, отвечающий определенным требованиям. Используем математическую модель понятия задачи (ММПЗ), предложенную в работе [4]. В основе ММПЗ — грамматика G , порождающая язык $L(G)$, такая, что представление в $L(G)$ любого алгоритма a_i из группы алгоритмов $A = \{a_i / i = 1, 2, \dots\}$, $P a_i(L) \in L(G)$ выводится за минимальное количество шагов.

Дальнейший ход формализации производится следующим образом. Введем математическую модель ВК (ММВК) и найдем алгоритм, который позволил бы каждой определенной ММПЗ ставить в соответствие ММВК.

В качестве ММВК возьмем конечный автомат (КА). Известно, что КА моделирует работу ВК как цифрового автомата [5], т. е. КА описывает процесс реализации алгоритма на ВК. Характерным для алгоритмов нормализации изображений, как отмечалось выше, является рекуррентность. Будем различать математическую и физическую рекуррентность. Математическая рекуррентность обусловлена структурой самого алгоритма (а не его реализацией на ВК). Примером математической рекуррентности может служить алгоритм вычисления чисел ряда Фибоначчи, алгоритм вычисления членов ряда Тейлора и т. п.

Физическая рекуррентность обусловлена процессом ввода обрабатываемых данных в ВК с входных устройств и определяется постепенностью (последовательностью) протекания физических процессов исследуемого или управляемого объекта.

Согласно работе [5] КА задается совокупностью шести объектов. Закон функционирования в случае автомата первого рода задается уравнениями

$$a(t) = b(a(t-1), x(t)), y(t) = \lambda(a(t-1), x(t)) \quad (t = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

а в случае автоматов второго рода — выражениями

$$a(t) = \delta(a(t-1), x(t)), y(t) = \lambda(a(t), x(t)) \quad (t = 1, 2, \dots). \quad (2)$$

В работе [6] КА задается как упорядоченная пятерка $A = (U, S, \sigma, \Omega, \Gamma)$ — входной алфавит автомата A . Здесь S — множество состояний; σ — начальное состояние; $\sigma \in S$ — множество заключительных состояний $\Omega \subseteq S$; Γ — граф переходов, определяющий функционирование автомата A . Нетрудно видеть, что КА, задаваемый пятеркой $A = (U, S, \sigma, \Omega, \Gamma)$, удовлетворяет определению работы [5], но не является частным случаем, когда $y(t) \subseteq U$, так как $l \in \Omega$, где l — пустое слово. Иными словами, множество выходных сигналов не определено для всех пар $(a(t), x(t))$, однако это не означает распространения неопределенности выходных сигналов на таблицу переходов автомата. Произведем дальнейшую конкретизацию ММВК. Используем понятие вычислительного алгоритма [4]. Пусть имеем множество данных D , множество результатов P и вычислительный алгоритм a . Будем считать, что $D \in F(\chi)$, где $F(\chi)$ — свободная полугруппа над входным алфавитом χ , $P \in B$, где выходной алфавит $B = P \cup R$, причем $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ — множество промежуточных результатов вычислительного алгоритма a , обусловленных физической и математической рекуррентностью и необходимых для конечных результатов P . Учитывая приведенные обозначения, введем

Определение. Математической моделью вычислительного комплекса будем называть частичный конечный автомат $A_G = (X, U, \sigma, B, \Gamma)$, где σ — начальное состояние; $\sigma \in U$ и, кроме того, $B \subseteq U$; Γ — граф переходов, определяющий функционирование конечного автомата A_G . Автоматное отображение, индуцируемое различными КА [5, с. 70], задаем соответствием входного слова l и выходного — $\varphi(l)$:

l	$\varphi(l)$
x	u
xu	uu
xux	uuu
$xuxx$	$uuuu$
$xuxxx$	$uuuuu$

Это отображение индуцируется двумя разными КА Милли, графы которых иллюстрирует рис. 1. Следовательно, вычислительный алгоритм a может быть реализован на различных КА. Процесс синтеза ВК — в нахождении КА, воспринимающего цепочки, выводимые в задаче G , что соответствует построению ВК, оптимальному по быстродействию, при условии последующей минимизации КА.

Удобство использования задачи G для описания алгоритма a обусловлено тем, что она позволяет учитывать математическую рекуррентность. Необходимо отметить, что КА, в котором может быть реализован алгоритм a , учитывает не только математическую

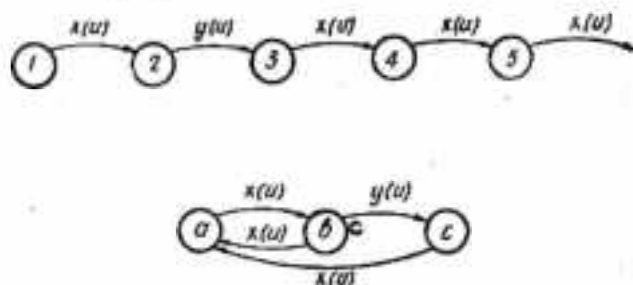
рекуррентность, но и физическую. Выражением ее являются класс допустимых входных слов, составляющих область определения отображения индуцируемого КА, и связи между последовательностями сигналов, описываемые формулами (1) и (2).

Таким образом, имеем множество $M(a) = \{A_1, A_2, \dots, A_i / i = 1, 2, \dots\}$ автоматов, реализующих вычислительный алгоритм, где $A_i = (X_i, U_i, \sigma_i, B_i, \Gamma_i)$. На множестве $M(a) = X$ введем метрику. Любой $A_i \in M(a)$ индуцирует отображение, продолжающее отображение, индуцируемое A_0 , поэтому основными характеристиками A_i будут их кардинальные числа $\bar{U}_i$ и $\bar{B}_i$. Пусть $\rho(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$, где $x, y \in X$ и $x = (x_1, x_2)$; $x_1 = \bar{U}_i$, $x_2 = \bar{B}_i$; $y_1 = \bar{U}_j$, $y_2 = \bar{B}_j$, причем $j, i = 1, 2, \dots$

Очевидно, что $\rho(x, y)$ удовлетворяет аксиомам метрического пространства и, следовательно, $(X, \rho) = l_2^{(2)}$ — метрическое пространство КА.

Проверим полноту (X, ρ) . Пусть $\{x^{(p)}\}$ — фундаментальная последовательность точек из $l_2^{(2)}$: $x^{(p)} = \{x_1^{(p)}, x_2^{(p)}\}$. Так как U_i, B_i конечны, то фундаментальны только стационарные последовательности (т. е. начиная с некоторого номера повторяется одна и та же точка), а значит, $l_2^{(2)}$ — полное.

В результате синтеза необходимо получить КА. В нем элементы множества P появляются через минимальное число состояний. КА будет единственным вследствие свойства однозначности автоматного отображения. Если ММВК — частичный КА, то минимизация по «основному алгоритму минимизации» не дает абсолютного результата [5]. Переформулируем сказанное выше в терминах метрических пространств.



Имеем такое отображение $F: l_2^{(2)} \rightarrow l_2^{(2)}$, что выполняется $Fx = x$. Из единственности решения следует, что F должно быть сжимающим отображением. Учитывая, что $l_2^{(2)}$ — полное, возможно применить принцип сжимающих отображений [7]. Условия Липшица установят вид функции $f(x)$, найденной на $l_2^{(2)}$. Решение $x = f(x)$

находится итерационным методом, заданием начального приближения и последующими итерациями $x_n = f(x_{n-1})$. Получим значение x , которое определит мощность U_i и B_i , а значит, и A_i , воспринимающий цепочки, выводимые в G .

С некоторого номера n КА синтезируются по методике, изложенной в работе [5], для случая синтеза по индуцируемым отображениям. И среди них производится выбор методом Электра [8].

Список литературы: 1. Путькин Е. П. Теоретические предпосылки нормализации изображений. — Пробл. бионикки, 1973, вып. 10, с. 82—86. 2. Путькин Е. П., Климушев В. В. Особенности структуры вычислительной системы для обработки изображений. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 65, с. 3—6. 3. Рун Б. Классификация и выбор при наличии нескольких критериев. (Метод Электра). — В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений, М.: Мир, 1976, с. 80—94. 4. Путькин Е. П., Климушев В. В. Математическая модель понятия задачи. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 66, с. 9—12. 5. Глушкова В. М. Синтез цифровых автоматов. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. — 476 с. 6. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л. Алгебра, языки, программирование. — К.: Наук. думка, 1974. — 328 с. 7. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1976. — 542 с. 8. Программа ELECTRA многокритериального выбора УССР ФАП/Е. П. Путькин, В. В. Климушев, С. П. Нетеса и др. — Киев, 1983, с. 1—56.

Поступила в редакцию 20.04.83.

УДК 681.3

В. М. ЛЕВЫКИН, канд. техн. наук, С. В. КОЛЕСНИКОВА

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНОГО ВАРИАНТА СТРУКТУРЫ КТС АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-СОВЕТУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Широкое применение автоматизированных информационно-советующих систем управления (АИССУ) — важнейший фактор повышения эффективности общественного производства во всех отраслях народного хозяйства. Функционирование АИССУ с большим объемом хранимой информации, многочисленным внешним пользователем предъявляет высокие требования ко всем характеристикам элементов технического обеспечения.

Выбор рационального варианта комплекса технических средств (КТС) — один из завершающих этапов проектирования АИССУ для различных классов объектов. Задача КТС — своевременный сбор информации, обработка, хранение, выдача сведений, содержащих различные варианты решения поставленной задачи.

Глобальное решение задачи выбора КТС в строгой математической постановке невозможно [1]. Причины этого, с одной стороны, в большой размерности решаемой задачи, с другой — в том, что на ранних этапах разработки варианта КТС значения большинства параметров, характеризующих оцениваемые альтернативы,

неизвестны или неточны. При проектировании иерархических АИССУ задачи выбора структуры КТС решаются волевыми методами, зачастую недостаточно научно обоснованными. В качестве материальной базы планируются устройства вычислительной техники, входящие в состав ЕС ЭВМ (СМ ЭВМ). Основное внимание уделяется вопросам автоматизации управления на верхних уровнях.

Нижние уровни управления, наиболее массовые, — источник первичной информации. Они требуют выделения значительных средств на организацию управления. Недостаток действующих систем сбора и передачи данных на нижних уровнях управления — жесткая концентрация вычислительных мощностей и ориентация их на большие ЭВМ, что ограничивает рост производительности, препятствует непосредственному контакту с управленческим персоналом и специалистами, оперативному решению ряда задач для пользователей.

Устранить недостатки можно с помощью внедрения качественно новых систем — микромашинных распределенных вычислительных систем (МРВС), построенных на принципах параллельной обработки данных и конструктивной однородности [2]. У МРВС — преимущества перед альтернативными системами управления, базирующихся на больших и мини-ЭВМ. Микро-ЭВМ значительно дешевле мини-ЭВМ, так как требуют минимум устройств для управления процессом и обслуживания, отличаются большей системной гибкостью благодаря модульной архитектуре и легкой адаптации при последующем развитии, имеют меньшую потребляемую мощность и лучшее отношение стоимости к производительности. Существенное отличие микро-ЭВМ — менее развитый интерфейс. Поэтому для микромашин естественными являются режимы работы с небольшим числом источников и потребителей информации. Производительность указанных выше систем пропорциональна числу микропроцессоров.

Использование существующих методик для определения экономической эффективности вычислительных систем (ВС), предлагающих сравнение затрат, связанных с разработкой и созданием различных вариантов систем в случае построения МРВС, нецелесообразно. Один из наиболее существенных факторов, влияющих на основные характеристики МРВС, — реальный масштаб времени. Поэтому при обосновании структуры МРВС необходимо выполнение условий $\Delta t_j \geq t_{ip}$, $j = \overline{1, l}$, где Δt_j — время, отводимое на просчет рабочей j -й программы; t_{ip} — фактическое время решения j -й задачи; l — количество рабочих программ в МРВС.

Любая заявка на включение требуемой рабочей программы в ВС должна обслуживаться в течение времени, меньшего минимального периода T_j поступления этой заявки. При больших количествах заявок и недостаточном числе процессоров ВС не успевает обслуживать все заявки (наступает режим перегрузки). Один из путей снятия перегрузки — повышение производительности системы [3]. Тогда в процессе работы системы управления

поступает l типов заявок на включение рабочих программ. Известно, что j -я заявка обслуживается на k -м процессоре за время t_{jk} , $k = \overline{1, S}$. Задано математическое ожидание периода поступления j -й заявки T_j . Пронумеруем периоды поступления заявок таким образом, что $T_1 < T_2 < \dots < T_l$. Тогда условное сбалансированной работы для k -го процессора в случае реализации им всех рабочих программ

$$\begin{aligned} T_1 - t_{1,k} &= \theta_{1,k}; \\ T_2 - t_{2,k} - \left\lfloor \frac{T_2}{T_1} \right\rfloor t_{1,k} &= \theta_{2,k}; \\ &\dots \dots \dots \\ T_l - t_{l,k} - \left\lfloor \frac{T_l}{T_1} \right\rfloor t_{1,k} + \left\lfloor \frac{T_l}{T_2} \right\rfloor t_{2,k} + \dots + \left\lfloor \frac{T_l}{T_{l-1}} \right\rfloor t_{(l-1),k} &= \theta_{l,k}, \end{aligned}$$

где $\lfloor \cdot \rfloor$ — действительное число — «целая часть числа» и указывает на допустимую кратность обслуживания означенной заявки за период T_j ; $\langle \cdot \rangle$ — арифметическое выражение — возможная дополнительная нагрузка k -го процессора на интервале T_j ; $\theta_{l,k}$ — технологически обусловленное время незанятости k -го процессора при решении задач за период ожидания j -й заявки.

Если производительность k -го процессора недостаточна для обслуживания всех заявок, необходимо часть заявок распределить на остальные $S-1$ процессоров. Введем булевы переменные

$$x_{j,k} = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-я заявка обслуживается } k\text{-м процессором;} \\ 0 & \text{— в противном случае} \end{cases}$$

и пусть $\theta = \min_{\substack{j=\overline{1,l} \\ k=\overline{1,S}}} \{\theta_{j,k}\}$.

Тогда условные работы без потерь для МРВС из S процессоров может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} T_1 - t_{1,k} x_{1,k} &\geq \theta; \\ T_2 - t_{2,k} x_{2,k} - \left\lfloor \frac{T_2}{T_1} \right\rfloor t_{1,k} x_{1,k} &\geq \theta; \\ &\dots \dots \dots \\ T_l - t_{l,k} x_{l,k} - \left\lfloor \frac{T_l}{T_1} \right\rfloor t_{1,k} x_{1,k} + \left\lfloor \frac{T_l}{T_2} \right\rfloor t_{2,k} x_{2,k} + \dots + \\ &+ \left\lfloor \frac{T_l}{T_{l-1}} \right\rfloor t_{(l-1),k} x_{(l-1),k} \geq \theta, \quad k = \overline{1, S}; \quad \sum_{k=1}^S x_{j,k} = 1; \quad j = \overline{1, l}, \quad (1) \end{aligned}$$

или в компактной форме:

$$T_j - t_{j,k} x_{j,k} - \sum_{i=1}^{(j-1)} \left\lfloor \frac{T_j}{T_i} \right\rfloor t_{i,k} x_{i,k} \geq \theta; \quad \sum_{k=1}^S x_{j,k} = 1; \quad k = \overline{1, S}; \quad j = \overline{1, l}. \quad (1a)$$

Для исследования возможностей МРВС необходимо найти максимум линейной формы

$$\Theta = \Theta(x_i, s), \quad i = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, S} \quad (2)$$

при ограничениях (1). Эта задача относится к классу задач линейного целочисленного программирования с одной вещественной Θ и $S \times l$ целочисленными переменными. Если при решении задачи получим $\Theta > 0$, значит, можно добиться работы МРВС без перегрузок при заданном числе процессоров S . В случае $\Theta < 0$ МРВС работает с перегрузкой и требуется увеличить либо число процессоров, либо производительность отдельных процессоров.

Допустим, результатом решения задачи (2) при ограничениях (1) с фиксированным числом заявок l являлось S различных $\Theta = \Theta(k)$, $k = \overline{1, S}$. Нетрудно заметить, что $\Theta(1) < \Theta(2) < \dots < \Theta(S)$, т. е. $\Theta(k)$ — монотонно возрастающая функция. Тогда при решении задачи выбора количества параллельно работающих процессоров необходимо найти такое S^* , при котором

$$S^* = \min S, \quad \Theta(S^*) > 0. \quad (3)$$

Укрупненную блок-схему выбора рационального варианта КТС можно представить следующим образом.

1. Выделить из функциональной структуры АИССУ все уровни управления.

2. Выделить функции и задачи для каждого уровня.

3. Определить по каждой из выявленных задач потоки входной и выходной информации со всеми характеристиками (количество знаков в единицу времени, частота, периодичность, достоверность).

4. Выявить способы решения и характеристики задач (объем расчетных операций, трудность, количество занятых специалистов, временные показатели и т. д.).

5. Определить время решения и математические ожидания периодов поступления задач на МРВС.

6. Решить задачу (2) при ограничениях (1а) для максимально допустимого набора из k процессоров.

7. Если $\Theta(k) < 0$, то заданный набор процессоров не удовлетворяет реальному масштабу времени. Надо либо увеличить число процессоров, либо взять набор из более производительных процессоров.

8. Если $\Theta(k) \approx 0$ и удовлетворяет условию (3), то k — наиболее рациональное количество процессоров для МРВС АИССУ и решение задачи на этом заканчивается.

9. Если $\Theta(k) \gg 0$, необходимо уменьшить число процессоров и повторить с п. 6.

Заметим, что в процессе оптимизации допускается сокращать количество процессоров поштучно, а также можно воспользоваться относительно простым методом дихотомии.

Список литературы: 1. Воронов В. А., Чистяков Ю. В. Аналитические методы выбора технических средств АСУ.— М.: Наука, 1976.— 355 с. 2. Кривоногов Ю. А., Поздняк Е. Е., Саркисян В. И. Микромашинные распределительные вычислительные системы.— К.: Вища школа. Головное изд-во, 1982.— 180 с. 3. Полов В. А. Выбор числа процессоров управляющего вычислительного комплекса, работающего в контуре АСУ ТП.— АСУ и приборы автоматики, 1979, вып. 49, с. 31—34.

Поступила в редакцию 20.04.83

УДК 621.03

В. В. ГЕРАСИМЕНКО, Л. М. МОРДАШОВ

К СПЕКТРАЛЬНОМУ МЕТОДУ РАСЧЕТА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Спектральный метод расчета систем управления [1] удобно применять, если использовать определенное описание линейных систем, привлекая пространства $L^2_\sigma[0, T]$, где $\sigma(\tau)$ — неубывающая функция ограниченной вариации с бесконечным числом точек роста. Пространство $L^2_\sigma[a, b]$ (строгое определение см. в работе [2]) состоит из функций $\varphi(x)$, для которых интеграл

$$\int_a^b (\varphi(x))^2 d\sigma(x)$$

принимает конечное значение. Скалярное произведение в этом пространстве задается выражением

$$(\varphi, \psi) = \int_a^b \varphi(\tau) \overline{\psi(\tau)} d\sigma(\tau).$$

Если $A: L^2_\sigma[0, T] \rightarrow L^2_\sigma[0, T]$ — линейный ограниченный оператор, то его можно описать матрицей оператора, которую обозначим через A . Выберем пару ортонормированных базисов $\{\varphi_n\}_{n=0}^\infty$, $\{\psi_n\}_{n=0}^\infty$ пространства и положим

$$a_{mn} = (A\varphi_n, \psi_m) = \int_0^T [A\varphi_n(\tau)] \overline{\psi_m(\tau)} d\sigma(\tau), \quad m, n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Тогда бесконечная матрица $\tilde{A} = (a_{mn})_{m,n=0}^\infty$ есть матрица оператора A и, если $y = \sum_{k=0}^\infty y_k \varphi_k$, то $x = Ay = \sum_{m=0}^\infty x_m \psi_m$, где $x_m = \sum_{n=0}^\infty a_{mn} y_n$.

В матричной форме это утверждение выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \bar{A} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

Привлекая пространства $L^2_\sigma[0, T]$, можно эффективно использовать многочисленные базисные системы (но уже в пространствах L^2_σ для разных функций σ). Так, например, для системы полиномов Лежандра представим $d\sigma(\tau) = d\tau$, а для системы ортонормированных полиномов Чебышева в пространстве $L^2_\sigma[0, T]$ положим

$$d\sigma(T) = d\tau/\sqrt{\tau(T-\tau)}.$$

В этой статье предлагается использовать систему многочленов Якоби [3]. Здесь приводится способ аналитического расчета матриц операторов, описывающих действия интегрирующего звена и усилительного звена с коэффициентом усиления $r(\theta) = \theta$ в целом ряде базисных систем, состоящих из многочленов Якоби.

Пусть $\{P_n(\tau)\}_{n=0}^\infty$ — ортонормированная система многочленов относительно некоторой неубывающей с бесконечным числом точек роста функции ограниченной вариации $\sigma(t)$, $0 \leq t \leq T$, в пространстве $L^2_\sigma[0, T]$. Оператору интегрирования

$$A: y(t) \rightarrow \int_0^t y(s) ds$$

отвечает матрица с элементами

$$a_{mn} = \int_0^T \left[\int_0^t P_n(\tau) d\tau \right] P_m(t) d\sigma(t). \quad (2)$$

Свойства ортогональных многочленов часто позволяют выяснить структуру матрицы соответствующего оператора (звена). Так, учитывая свойства ортогональности

$$\int_0^T t^k P_m(t) d\sigma(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } k < m, \\ \sqrt{\frac{D_m}{D_{m-1}}}, & \text{если } k = m, \end{cases}$$

где

$$D_k = \begin{vmatrix} S_0 & S_1 & \dots & S_k \\ S_1 & S_2 & \dots & S_{k+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_k & S_{k+1} & \dots & S_{2k} \end{vmatrix}, \quad k = 0, 1, \dots, S_k = \int_0^T t^k d\sigma(t),$$

получаем $a_{mn} = 0$ при $n < m - 2$ [4]. Если $d\sigma(t) = dt$, то $L^2_\sigma[0, T] = L^2[0, T]$, а $\{P_n(t)\}_{n=0}^\infty$ есть система нестационарных полиномов Лежандра. Интегрируя по частям в (2), приходим к выводу $a_{nm} = -a_{mn}$ ($m > 0, n > 0$), и поэтому $a_{nn} = 0$ при $|m - n| > 1$, $a_{nn} = 0$ при $n > 0$.

Свойство $a_{mn} = 0$ при $|m - n| > 1$ сохраняется и для более общих систем ортогональных многочленов.

Рассмотрим многочлены Якоби, заданные на интервале $[0, 1]$:

$$\varphi_n(\tau) = E_n \frac{(\gamma-1)! (n+\gamma-1)! (n+\alpha-\gamma)!}{(\gamma+n-1)! (n+\alpha-1)!} \sum_{k=0}^n c_n^k c_{n+\alpha-1}^{n-k} \tau^k (\tau-1)^{n-k}, \quad (3)$$

где

$$E_n = \sqrt{\frac{(\alpha+2n)(n+\gamma-1)!(n+\alpha-\gamma)!}{(n+\alpha-1)!n!}},$$

для случая целых значений параметров α и γ : $\alpha > \gamma > 0$. При $\alpha = 1$, $\gamma = 1$ система многочленов Якоби переходит в систему многочленов Лежандра. Формулы (3) можно записать и в другом виде:

$$\begin{aligned} \varphi_n(\tau) &= E_n \sum_{k=0}^n c_n^k c_{n+\alpha-1}^{n-k} \tau^k \sum_{j=0}^{n-k} (-1)^j c_{n-k}^j \tau^{n-k+j} = \\ &= E_n \sum_{j=0}^n (-1)^j \tau^{n-j} \sum_{k=0}^{n-j} c_n^k c_{n+\alpha-1}^{k+j-1} c_{n-k}^j. \end{aligned}$$

Воспользовавшись соотношением

$$\sum_{k=0}^{n-j} c_n^k \cdot c_{n+\alpha-1}^{k+j-1} \cdot c_{n-k}^j = c_n^j \cdot c_{n+\alpha-1}^{n-j-1}$$

и заменив j на $n-j$, окончательно получаем

$$\varphi_n(\tau) = E_n \sum_{j=0}^n (-1)^{n-j} \cdot c_n^j \cdot c_{n+\alpha-1}^{n-j-1} \cdot \tau^j. \quad (4)$$

Многочлены Якоби $\varphi_n(\tau) = P_n^{(\alpha, \gamma)}(\tau)$ образуют целый класс базисных систем в пространствах $L_{\sigma(\alpha, \gamma)}^2[0, 1]$, где $d\sigma(\alpha, \gamma)(\tau) = = \tau^{\alpha-1}(1-\tau)^{\gamma-1}d\tau$.

Покажем, как находить элементы матрицы интегрирующего звена в базисе полиномов Якоби, т. е. в формулах (1) положим $\varphi_n = \psi_n = P_n^{(\alpha, \gamma)}$. Ради простоты вычислений рассмотрим более узкий класс базисных систем для $\alpha = 2\gamma - 1$: $\{\varphi_n^{(2\gamma-1, \gamma)}(\tau)\} = \{P_n^{(2\gamma-1, \gamma)}(\tau)\}$.

Верхний индекс γ в дальнейших записях опустим. Отметим, прежде всего, что

$$\int_0^1 \varphi_n(s) ds = a_n \varphi_{n-1}(\tau) + b_n \varphi_n(\tau) + c_n \varphi_{n+1}(\tau), \quad n \geq 1. \quad (5)$$

Это соотношение несложно доказать, сравнивая коэффициент при τ^0 , τ^1 и τ^{n+1} . Найдем из указанных выше уравнений a_n , b_n и c_n .

Если при этих значениях a_n , b_n и c_n коэффициенты при τ^k , $k = 2, \dots, n$ в левой и правой частях (5) совпадают, следовательно, уравнение (5) верно. После вычислений находим

$$a_n = \frac{\sqrt{n+2\gamma-2}}{2\sqrt{n(2n+2\gamma-3)(2n+2\gamma+1)}}, \quad b_n = 0, \quad (n \geq 1)$$

$$c_n = \frac{\sqrt{n+1}}{2\sqrt{(n+2\gamma-1)(2n+2\gamma-1)(2n+2\gamma+1)}}$$

Теперь воспользуемся формулой (1):

$$a_{mn} = \int_0^1 \left[\int_0^1 \varphi_n(s) ds \right] \varphi_m(\tau) \tau^{\gamma-1} (1-\tau)^{\gamma-1} d\tau - \int_0^1 [a_n \varphi_{n-1}(\tau) + b_n \varphi_n(\tau) + c_n \varphi_{n+1}(\tau)] \varphi_m(\tau) \tau^{\gamma-1} (1-\tau)^{\gamma-1} d\tau = a_n \delta_{n-1, m} + b_n \delta_{n, m} + c_n \delta_{n+1, m},$$

где

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j \\ 0, & \text{если } i \neq j \end{cases}$$

Таким образом, $a_{m, m-1} = c_{m-1}$ ($m \geq 2$); $a_{m, m} = b_m = 0$ ($m \geq 1$); $a_{m, m+1} = a_{m+1}$ ($m \geq 1$); $a_{mn} = 0$ при $|m-n| \geq 2$.

Наконец остальные элементы вычисляются непосредственно. Окончательно

$$a_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & m = n = 0; \\ 0, & m = n \geq 1; \\ -\frac{1}{2\sqrt{2\gamma+1}}, & m = 0, n = 1; \\ \frac{1}{2} \frac{\sqrt{m+2\gamma-2}}{2\gamma+1}, & n = m-1; \\ -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{m+1}}{2\sqrt{2\gamma+1}}, & n = m+1; \\ 0, & |n-m| \geq 2. \end{cases}$$

В частности, при $\gamma = 1$ получаем матрицу интегрирующего звена в базисе многочленов Лежандра.

Матрица усилительного звена с коэффициентом усиления $r(\tau)$ в базисе многочленов Якоби состоит из элементов $b_{m, n}$, $m, n = 0, 1, \dots$

$$b_{m, n} = \int_0^1 r(\tau) \varphi_n(\tau) \varphi_m(\tau) \tau^{\gamma-1} (1-\tau)^{\alpha-\gamma-1} d\tau.$$

Исходя из свойств ортогональности и применяя элементарные преобразования, определим числа b_{mn} для конкретных функций $r(\tau)$. Так, для того же случая $\alpha = 2\gamma - 1$, $\gamma = 1, 2, \dots$ и для $r(\tau) = \tau$ находим $b_{0n} = \frac{1}{2}$, $n = 0, 1, \dots$

$$b_{n-1, n} = b_{n, n-1} = \frac{\sqrt{n(n+2\gamma-2)}}{2\sqrt{(2n+2\gamma+1)(2n+2\gamma-3)}}.$$

Добавим, что матрицы нестационарных передаточных функций указанных звеньев в базисе нестационарных многочленов Якоби можно записать, добавляя соответствующий множитель [1].

Список литературы: 1. Расчет систем управления на цифровой ЭВМ. Спектральный и интерполяционный методы/В. В. Солодовников, В. В. Семенов, М. Пешель и др.— 1-е изд.— М.: Энергия, 1979.— 644 с. 2. Ахизер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.— 2-е изд.— М.: Наука, 1966.— 543 с. 3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы.— 4-е изд.— М.: Наука, 1977.— 832 с. 4. Ахизер Н. И. Классическая проблема моментов и некоторые вопросы анализа, связанные с ней.— М.: Физматгиз, 1961.— 310 с.

Поступила в редколлегию 11.02.83.

УДК 658.5.011

И. М. ШНЫРЕВ, канд. техн. наук

О МЕТОДИКЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО НАДЕЖНОСТНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ АСУ ТП НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОЙ ЦЕПИ

Чтобы оценить функциональную надежность АСУ ТП, широко используются различные аналитические методы расчетов [1]. Наибольшее применение в инженерной практике получили способы оценки показателей надежности простых и составных функций АСУ ТП, реализуемых индивидуальными и групповыми техническими средствами и описываемых последовательно-параллельными надежностно-функциональными структурами (НФС). Однако изучение структурной организации АСУ ТП ряда отраслей промышленности, в частности химической, показало, что НФС многих функций при принятых способах резервирования — многоконтурные, не сводящиеся к последовательно-параллельному виду без использования фазового укрупнения.

В работе [2] мы предложили более общую структурную модель НФС с «вложенными» контурами, названную обобщенной элементарной цепью (ЭЦ). Она предоставляет проектировщикам большие возможности при надежностном описании функций АСУ ТП, а при необходимости путем задания соответствующих параметров структура ЭЦ может «вырождаться» в последовательную или последовательно-параллельную цепи. Иначе, упомянутые выше НФС считаются частными случаями ЭЦ.

Рекомендованы также критерии, которые рассчитываются с помощью ЭЦ, и обоснована математическая модель надежности, соответствующая структуре ЭЦ с учетом свертывания «вложенных» контуров [2].

При изложении методики использования обобщенной ЭЦ и ее математической модели предполагается независимое использование процедур надежностного анализа и синтеза структур функций контроля и управления технологическим процессом и оборудованием.

Методика автоматизированной оценки и анализа надежности функций может быть использована для прогнозирования уровней надежности подсистем и функций АСУ ТП при ее проектировании и для оценки эксплуатационной надежности.

Отличительная черта выбранного метода расчета показателей надежности — использование для функций любой сложности единой обобщенной элементарной надежностной структуры (ЭЦ), из которой по исходным данным алгоритмически с помощью ЭВМ формируется НФС для конкретной функции. В общем случае ЭЦ соответствует простой функции контроля или управления для одного технологического параметра процесса производства или для одной единицы оборудования. Поскольку функция контроля для каждого параметра является составной частью по отношению к таким функциям, как измерение, обработка, представление, регистрация, сигнализация, то простейшая структура ЭЦ — последовательное по надежности (основное) соединение группы технических средств, реализующих функцию. Для составных функций, включающих в себя в качестве простых функций контроля или (и) управления некоторой группы параметров процесса (оборудования), НФС также будет иметь вид основного соединения, элементами которой будут ЭЦ с предварительно рассчитанными характеристиками надежности. Неравнозначность отказов отдельных ЭЦ должна учитываться заданием для них экспертным способом ранжирных (весовых) коэффициентов в виде допустимого числа отказов на некотором интервале времени.

Структура обобщенной ЭЦ и назначение ее элементов рассмотрены в работе [2]. Заметим, что эта структура обусловлена характерными способами введения функциональной избыточности при контроле и управлении (регулировании). Предполагается, что надежность деятельности оперативного персонала (безошибочность и своевременность действий в каждой ситуации) идеальна и операторы-технологи индифферентны к изменяющимся при отказах устройств форме и объему представляемой им информации.

Ответственный и наиболее трудоемкий этап расчетов — подготовка исходных данных, степень полноты, достоверности и точности которых влияет на качество результатов, особенно если ставится цель прогнозирования абсолютных значений показателей.

В задании на проектирование в качестве исходных данных должны быть представлены: перечень контролируемых и регулируемых (управляемых) технологических параметров и единиц оборудования; набор простых и составных функций; допустимое число отказов для каждой выделенной функции; количество однотипных цепей; требуемые достоверность, полнота и точность отображения

расчетных данных по каждому параметру; номенклатура технических средств, рекомендуемых к использованию в проектируемом КТС АСУ ТП; показатели безотказности и ремонтпригодности всех типов изделий рекомендованной номенклатуры.

В связи с большим числом функций АСУ ТП, для которых требуется рассчитывать показатели надежности, целесообразно исходные данные давать в виде таблиц с указанием шифров всех ЭЦ. Для упрощения идентификации ЭЦ при расчетах на ЭВМ имеет смысл переприсвоение шифров функций, использованных в схемах технологической автоматизации, по которым составляются структуры ЭЦ и определяются критерии отказов функции.

Выполнение требований по достоверности и точности результатов расчетов, как правило, связано с той информацией о λ - и μ -характеристиках изделий, которой располагают разработчики. Наилучшим образом эти требования будут удовлетворяться при наличии данных об эксплуатационной надежности систем-аналогов. Эксплуатационные и справочные (литературные) данные, используемые при отсутствии опытных, могут и должны уточняться с учетом режимов функционирования и предусматриваемых планов технического обслуживания. Профилактика улучшает исходные λ -характеристики элементов ЭЦ, а рациональный выбор мероприятий по устранению отказов технических средств найдет свое отражение в значениях μ -характеристик, т. е. обусловит уменьшение средних величин времени восстановления устройства. В частности, влияние режимов работы технических средств на их показатели интенсивности отказов количественно можно оценить по формуле

$$\lambda_{\text{факт}} = (\lambda_n t_{\text{раб}} + \lambda_{\text{ожт}} t_{\text{пауз}}) / T_{\Sigma}$$

где λ_n — паспортная λ -характеристика работающего устройства; $\lambda_{\text{ожт}}$ — характеристика устройства в режиме технологической паузы (ожидания). Во многих случаях допустимо принять $\lambda_{\text{ожт}} \approx 0$; $t_{\text{раб}}$ и $t_{\text{пауз}}$ — соответственно длительности работы и ожидания устройства в некотором цикле $T_{\Sigma} = t_{\text{раб}} + t_{\text{пауз}}$.

В тех случаях, когда детальность первичных данных по λ - и μ -характеристикам превышает возможности структуры обобщенной ЭЦ, следует укрупнить некоторые элементы, представляя в таблицах группу (блок) последовательно соединенных элементов как один с надежностными показателями

$$\lambda_{\text{бл}} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \text{ и } \mu_{\text{бл}} = \lambda_{\text{бл}} / \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_i}{\mu_i}$$

Укрупненным элементам присваиваются соответствующие порядковые номера элементов ЭЦ. Функциональное назначение и общее число элементов обобщенной ЭЦ могут произвольно изменяться в зависимости от вида и сложности функции, что обеспечивается вводом исходных данных в вычислительную программу с использованием позиционных форматов.

При выборе структуры ЭЦ для каждой функции и вида представления результатов расчета критериев надежности важно знать возможности вычислительного алгоритма, реализуемого машинной программой. Рассмотрим укрупненную структуру и особенности алгоритма вычисления критериев надежности функций АСУ ТП, схема которого приведена на рисунке.

Массив исходных данных для расчетов включает общесистемную часть и порцию данных для каждой ЭЦ. В общую часть входят задаваемые границы интервала времени T_0 и T_m , для которого рассчитывается функция коэффициента оперативной готовности $K_{ог}(t)$ и шаг квантования этой функции H . По этим данным в блоке 2 вычисляется необходимое количество точек квантования M . Если вместо расчета функции $K_{ог}(t)$ нужно получить ее единственное значение для $t = t_{треб}$, вводится $T_0 = T_m = H = t_{треб}$. Остальные исходные данные вводятся в программу автоматически порциями, соответствующими одной ЭЦ (блок 3). После формирования массивов λ -, μ - и γ -характеристик ($\gamma = 1/\mu$) для заданных номеров элементов ЭЦ основная программа вызывает процедуру-подпрограмму (модуль) для вычисления значений $\Lambda_{ЭЦ}$ и $K_{г_0}$ ЭЦ по формулам [2]:

$$\Lambda_{ЭЦ} = \sum_{i=1}^K \lambda_i + (\mu^{(K2)} + \mu_1^{(K3)}) \gamma^{(K2)} \gamma^{(K3)}; \quad (1)$$

$$K_{г_0} = \frac{1}{\prod_{i=1}^K (1 + \gamma_i)} \left[1 - \frac{\gamma^{(K2)} \gamma^{(K3)}}{(1 + \gamma^{(K2)}) (1 + \gamma^{(K3)})} \right]. \quad (2)$$

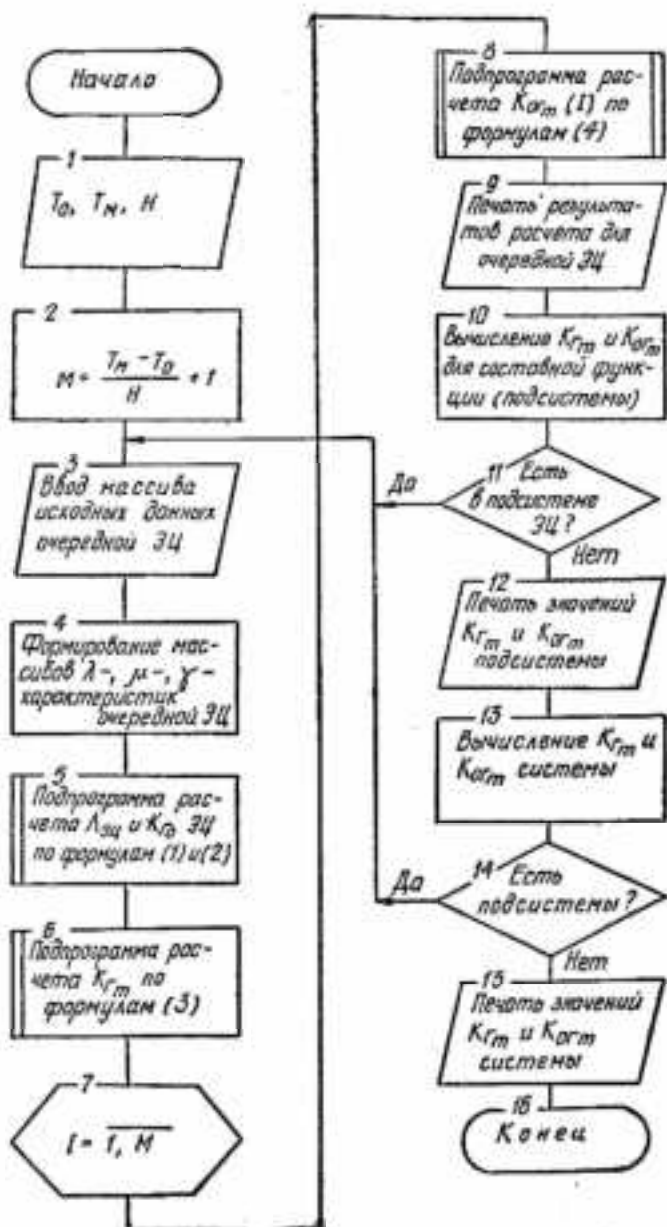
Эти показатели характеризуют уровень технической надежности функций АСУ ТП, так как не зависят от ранжирных коэффициентов. Условный выигрыш надежности ЭЦ при допустимом числе отказов функции $m > 0$ определяется расчетом эквивалентного значения $K_{г_m}$ в блоке 6 по предложенной в работе [2] формуле

$$K_{г_m} = K_{г_0} \frac{T_m}{K_{г_0} T_m + T_0 (1 - K_{г_0})}, \quad (3)$$

где T_0 — фактическая средняя наработка ЭЦ на отказ ($m = 0$); T_m — условная наработка при $m > 0$, и вычислением в цикле с использованием специального программного модуля (блок 8) всех значений функции оперативной готовности $K_{ог_m}(t)$ через коэффициенты $R_m(t)$ по формулам [2]:

$$K_{ог_m}(t) = R_m(t) K_{г_m} e^{-\Lambda_{ЭЦ} \cdot t}; \quad t = 0, H, 2H, \dots, T_m. \quad (4)$$

Необходимо помнить, что допустимое число отказов ЭЦ m должно задаваться для интервала времени $[T_0, T_m]$, на основании чего подпрограмма определяет для всех шагов функции $K_{ог_m}(t)$ значения $R_m(t)$ через $m(t) = E(m/H)$, где $E(x)$ -функция — целая часть от x .



В процедуре-подпрограмме (блок 5) расчета для ЭЦ значений $\Lambda_{ЭЦ}$ и $K_{ЭЦ}$ использован ряд формальных вычислительных приемов, исключающих возможную неопределенность или абсурдность результатов при некоторых конфигурациях ЭЦ. В частности, если

во «вложенном» контуре (1) в работе [2] не используется ни один из элементов группы $\Xi_{k+4} \rightarrow \Xi_m$, то нельзя выбирать для структуры ЭЦ и элемент Ξ_{k+3} , так как он в данном случае будет игнорирован программой. Аналогичная ситуация может иметь место и в контуре (3) по отношению к этому же элементу Ξ_{k+3} .

При вырождении структуры «вложенных» контуров или всей ЭЦ в основное соединение расчетные формулы, используемые для вычисления Λ_{Σ} и K_r , приводятся программой к виду, соответствующему соединению элементов.

Показатели и характеристики надежности ЭЦ после их вычисления выводятся на печать. Могут распечатываться значения λ - и μ -характеристик введенных элементов ЭЦ (контроль правильности ввода), γ -характеристик, функции оперативной готовности $K_{огм}$, коэффициента готовности $K_{гм}$ и Λ_{Σ} . Одновременно на печать выводится список номеров (шифров) остальных идентичных цепей. Путем несложных указаний объем отображаемой информации может быть сокращен.

Алгоритм предусматривает по мере расчета надежности отдельных ЭЦ последовательное вычисление всех названных выше критериев для составных функций или подсистем (блоки 10-12) и для АСУ ТП в целом (блоки 13-15).

Рассмотрение методики преследовало цель показать путь практического использования аналитического метода расчета надежности функций и подсистем АСУ ТП, описанного и обоснованного в работе [2].

Алгоритм вычислений предоставляет разработчикам широкие возможности для оценки и анализа надежности функциональных структур АСУ ТП различной сложности при нескольких альтернативных вариантах.

Методика не сложна в освоении. Выполненные по этой методике расчеты надежности ряда реальных АСУ ТП показали, что она не вызывает затруднений при использовании, обеспечивает удовлетворительную точность и значительно сокращает время, необходимое для надежностных оценок и анализа.

Методика ориентирована на надежностное проектирование функциональных структур АСУ ТП, но может в равной мере использоваться для оценки показателей эксплуатационной надежности систем.

Список литературы: 1. РТМ-25-376 — 80. АСУ ТП. Аналитические методы оценки надежности. — М.: Минприбор СССР, 1980. — 265 с. 2. Шнырев Н. М. Метод оценки функциональной надежности КТС АСУ ТП на этапе проектирования. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 71, с. 23.

Поступила в редакцию 22.02.83.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АДАПТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ
ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Сложные технологические комплексы (СТК) современных производств непрерывного типа включают десятки агрегатов и участков, связанных в единую систему развитой структурой материальных и энергетических потоков. Значительная размерность комплекса, наличие рециклов (технологических обратных связей), динамический характер протекаемых в аппаратах физико-химических процессов, нестационарность параметров чрезвычайно затрудняют управление рассматриваемым классом объектов.

Один из наиболее важных аспектов при разработке и проектировании АСУ ТП сложных систем — построение математических моделей подсистем, адекватных управляемым технологическим объектам [1, 2]. Указанные модели должны обладать свойством самонастройки в процессе функционирования системы, т. е. непрерывно или периодически решать задачу идентификации нестационарных объектов управления (задача адаптивной идентификации).

Постановка задачи. В результате декомпозиции СТК может быть представлен в виде множества более простых подсистем (P_i) , $i \in \Omega$. Каждая из управляемых подсистем P_i в дискретные моменты времени $t_k = k\Delta$, $k = \overline{1, N}$, $t_{k+1} - t_k = \Delta$ на текущем (скользящем) интервале времени $S\Delta$ описывается системой конечно-разностных уравнений:

$$\bar{y}_i(k) = \bar{f}_i(\bar{y}_i(k-1), \bar{x}_i(k-1), \bar{z}_i(k-1), \bar{a}_i(k-1), k) \quad (1)$$

при известных начальных значениях $\bar{y}_i(0) = \bar{y}_i^*(0)$, где $\bar{y}_i$, $\bar{x}_i$, $\bar{z}_i$, $\bar{a}_i$ — соответственно векторы выходных, входных переменных, контролируемых возмущений и нестационарных параметров подсистемы P_i : $\bar{y}_i = (\bar{y}_{ij})$, $j \in \Omega$; $\bar{x}_i = (\bar{x}_{ir})$, $r \in \Omega$, $\bar{f}_i(\cdot)$ — в общем случае, нелинейные и непрерывно дифференцируемые функции.

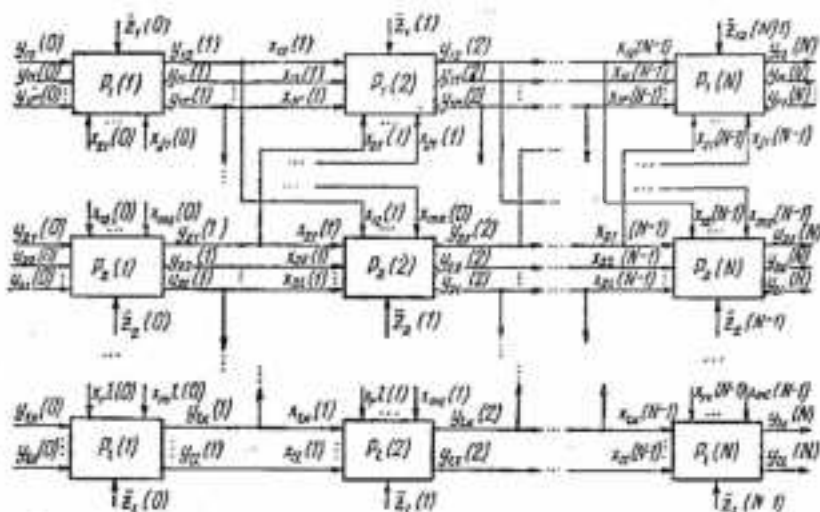
На рисунке представлена пространственно-временная структура сложного технологического комплекса.

Задача идентификации СТК сводится к определению вектора параметров $\bar{a} = \{\bar{a}_i\}$, $i \in \Omega$, изменяющегося под влиянием неконтролируемых возмущений по результатам измерений входных и выходных величин. Точнее, ставится задача определения численных оценок $\hat{\bar{a}}$ вектора $\bar{a}$, поскольку результаты измерений искажены помехами. Тогда, используя (1), получим оценки $\hat{\bar{y}}_i$ вектора

$$\bar{y}_i: \hat{\bar{y}}_i(k) = \bar{f}_i(\hat{\bar{y}}_i(k-1), \bar{x}_i(k-1), \bar{z}_i(k-1), \hat{\bar{a}}_i(k-1), k) \quad (1a).$$

Близость оценок $\hat{a}_i$ истинному значению вектора $\bar{a}_i$ можно определить в смысле некоторого критерия $\varphi_i = \varphi_i(\bar{y}_i, \hat{y}_i)$, который в большинстве случаев представляет собой квадрат ошибки [2].

Следует отметить, что сложность задачи идентификации СТК, помимо общеизвестных особенностей сложных систем, состоит еще и в том, что найденные оценки $\hat{a}$ вектора параметров $\bar{a}$ на нижнем уровне иерархической структуры не должны нарушать условия согласования подсистем комплекса $\{P_i\}$, $i \in \Omega$.



Таким образом, задача оперативной идентификации СТК состоит в минимизации общего показателя комплекса:

$$\varphi(N) = \sum_{i \in \Omega} \sum_{k=N-S+1}^N \left[\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right]^T \left[\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right] \quad (2)$$

в пространстве нестационарных параметров $\hat{a}_i(k)$, $i \in \Omega$, $k = \overline{(1, N)}$ при заданных оценках возмущений $\bar{z}_i(k) = \hat{z}_i(k)$, $i \in \Omega$, $k = \overline{(1, N)}$, при ограничениях в виде равенств $\hat{y}_{ij}(k) = \bar{x}_{ij}(k)$, $i, j \in \Omega$, $k = \overline{(1, N-1)}$ (3), учитывающих условия согласования подсистем, при ограничениях в форме неравенств $\bar{x}_i(k) \in X_i$, $\hat{y}_i(k) \in Y_i$, $i, j \in \Omega$, $k = \overline{(1, N)}$ (4), а также заданных начальных условиях $\hat{y}_i(0) = \bar{y}_i^*(0)$. Здесь T — знак транспонирования.

Для решения поставленной задачи целесообразно использовать иерархический подход [3, 4], который позволяет изложенную задачу представить в виде иерархии более простых подзадач:

$$\{^{(2)}D, \{^{(1)}R_k\}, k \in H, i \in \Omega\},$$

где H — множество точек измерений вектора $\bar{y}_i$.

На первом уровне иерархии решаются подзадачи $\{^{(1)}R_k\}$ выбора оценок $\hat{a}_i(k)$:

$$\left[\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right]^T \left[\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right] \rightarrow \min \quad (5)$$

при условиях

$$\hat{y}_{ij}(k) = \bar{x}_{ij}, \quad \bar{x}_{ij}(k-1) = \bar{x}_{ij}(k-1), \quad i, j \in \Omega, \quad k = \overline{1, N}, \quad (6)$$

где $\bar{x}_{ij}$ — заданные координатором переменные взаимодействия.

Задача координации $^{(2)}D$, подсистем (подзадача второго уровня иерархии) состоит в отыскании таких переменных взаимодействия $\bar{x}_{ij} \in X$ между $\{^{(1)}R_k\}$, при которых решение всех подзадач (5), (6) нижнего уровня одновременно — решение общей задачи (2) — (4) идентификации технологического комплекса.

Решение задачи $^{(2)}D$ осуществляется по принципу прогнозирования взаимодействий с использованием итерационного алгоритма, разработанного на основе функции Лагранжа:

$$\bar{x}_{ri}^{(n+1)}(k) = \bar{x}_{ri}^{(n)}(k) + \gamma_{ri}^{(n)}(k) \operatorname{sign} \frac{\partial F^{(n)}}{\partial x_{ri}(k)}, \quad \bar{x}_{ri}^{(n+1)}(k) = P \left(\bar{x}_{ri}^{(n+1)}(k) \right), \quad (7)$$

где $\frac{\partial F^{(n)}}{\partial x_{ri}(k)}$ — вектор-столбец частных производных функции Лагранжа

$$F(\bar{x}, \bar{a}, \bar{\lambda}) = \sum_{i \in \Omega} \sum_{k=N-s+1}^N \left[\left(\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right)^T \left(\bar{y}_i(k) - \hat{y}_i(k) \right) \right] + \\ + \sum_{i \in \Omega} \sum_{j \in \Omega} \sum_{k=N-s+1}^N \bar{\lambda}_{ij}^T(k) \left[\bar{y}_{ij}(k) - \bar{x}_{ij}(k) \right] \quad (8)$$

по компонентам вектора $\bar{x}_{ri}(k)$, вычисленным в точке решения $\left\{ \bar{x}_i^n(k), \hat{a}_i^n(k) \right\}$ подзадач нижнего уровня (5), (6) на n -й итерации

(здесь $\bar{x} = [\bar{x}_i]$, $\hat{a} = [\hat{a}_i]$, $\bar{\lambda} = [\bar{\lambda}_i]$, $i \in \Omega$); $\gamma_{ri}^{(n)}(k)$ — вектор шаговых коэффициентов изменения $\bar{x}_{ri}^{(n)}(k)$ на n -й итерации; $P \left(\bar{x}_{ri}^{(n+1)}(k) \right)$ —

оператор проецирования $\bar{x}_{ri}^{(n+1)}(k)$ на множество векторов, допустимых по условиям (4).

Таким образом, процедура определения вектора параметров $\bar{a} = \{a_i\}$, $i \in \Omega$ технологического комплекса $\{P_i\}$, $i \in \Omega$ сводится к вычислению согласно (5) — (7) оценок $\{\hat{a}_i\}$, оптимальных по критерию (2), на скользящем интервале времени $S\Delta$.

Пример. Рассмотрим технологический комплекс, состоящий из двух подсистем: $\{P_i\}$, $i = 1, 2$. Для простоты будем считать, что каждая подсистема имеет один вход и один выход и представляет собой аperiodическое звено первого порядка.

Математическая модель комплекса будет выглядеть так:

$$y_{12}(k) = y_{12}(k-1) + \Delta(a_{11}(k-1)x_{21}(k-1) + a_{12}(k-1)x_{12}(k-1)), y_{12}(0) = 1, k = \overline{1,3}; y_{21}(k) = y_{21}(k-1) + \Delta(a_{21}(k-1) \times x_{12}(k-1) + a_{22}(k-1)x_{21}(k-1)), y_{21}(0) = 1, k = \overline{1,3}; \varphi_1(k) = -[y_{12}(k) - y_{12}^*(k)]^2, k = \overline{1,3}; \varphi_2(k) = [y_{21}(k) - y_{21}^*(k)]^2, k = \overline{1,3},$$

где $\bar{y}_1 = \{y_{12}(k)\}$, $k = \overline{1,3}$; $\bar{y}_2 = \{y_{21}(k)\}$, $k = \overline{1,3}$ — соответственно набор экспериментальных данных выходных величин y_{12} и y_{21} в моменты времени $t_k = k\Delta$, $k = \overline{1,3}$.

Задача состоит в определении вектора параметров

$$\bar{a} = \{a_{ij}(k)\}_{i,j=1,2}, k = \overline{0,2}$$

из условия минимума общего критерия

$$\varphi = \sum_{k=1}^3 [y_{12}(k) - y_{12}^*(k)]^2 + \sum_{k=1}^3 [y_{21}(k) - y_{21}^*(k)]^2$$

при ограничениях, учитывающих согласование подсистем $y_{12}(k) = x_{12}(k)$, $y_{21}(k) = x_{21}(k)$, $k = 1, 2$.

Составим функцию Лагранжа:

$$F(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{a}) = \sum_{k=1}^3 [y_{12}(k) - y_{12}^*(k)]^2 + \sum_{k=1}^3 [y_{21}(k) - y_{21}^*(k)]^2 + \sum_{k=1}^2 \lambda_{12}(k) [y_{12}(k) - x_{12}(k)] + \sum_{k=1}^2 \lambda_{21}(k) [y_{21}(k) - x_{21}(k)].$$

Вычисляя частные производные функции Лагранжа по $\{a_{ij}(k)\}$, $i, j = 1, 2$, $k = \overline{0,2}$ и $\{\lambda_{ij}(k)\}$, $i, j = 1, 2$, $k = 1, 2$ на каждой итерации координации подсистем, получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F^{(n)}(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{a})}{\partial a_{ij}(k)} &= 0 \\ \frac{\partial F^{(n)}(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{a})}{\partial \lambda_{ij}(k)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Решая систему (9) относительно $a_{ij}(k)$ и $\lambda_{ij}(k)$ на каждой итерации при заданных координатором (7) значениях x_{12}^* и x_{21}^* ,

в конечном счете найдем такой вектор $\vec{a}$, который удовлетворяет условию

$$\frac{d\bar{F}^{(n)}(\vec{x}, \vec{\lambda}, \vec{a})}{dx_{ij}(k)} \leq \varepsilon,$$

где ε — заданная точность.

Так, для $\vec{y}_1 = [2,8; 17,24; 130,0]$, $\vec{y}_2 = [7,5; 59,6; 352,2]$ вектор $\vec{a} = [2, -0,2, 7, -0,5]$.

Метод дает возможность комплексно использовать информацию о замерах на $\{P_i\}$, $i \in \Omega$ для идентификации каждой компоненты вектора параметров $\vec{a}$, что существенно повышает достоверность получаемых оценок $\hat{\vec{a}}$.

Применение иерархического подхода к задаче идентификации СТК позволяет разложить общую задачу на ряд более простых подзадач, что уменьшает вычислительную сложность решения задачи.

Предлагаемый метод позволяет разработать методику определения вектора параметров $\vec{a}$ для случая, когда $\tau_i > \Delta$, где τ_i — период измерения $\vec{y}_i$.

Список литературы: 1. Шостак В. Ф., Лобов Ю. Н. Сетевой метод идентификации управляемых подсистем в иерархических системах оперативной оптимизации. — АСУ и приборы автоматики, 1978, вып. 46, с. 3—10. 2. Раббидон Н. С., Чадеев В. М. Построение моделей процессов производства. — М.: Энергия, 1975. — 375 с. 3. Месарович М. J., Мако Д., Такахара Н. Теория иерархических многоуровневых систем. — М.: Мир, 1973. — 344 с. 4. Шостак В. Ф. Оптимизация сложных объектов в автоматизированных системах управления с иерархической структурой. — В кн.: Материалы семинара. Децентрализованные методы управления. М., 1972, с. 141—148.

Поступила в редакцию 22.02.83.

УДК 658.42:501.72

В. П. АВРАМЕНКО, канд. техн. наук,
М. Я. ФИЛЕНКО

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Задача прогнозирования параметров сложных технических систем — важный этап в решении общей задачи принятия решений и управления функционированием реальных объектов или их систем. Необходимость получения прогнозов параметров сложных систем как основы для разработки плана, а также прогнозностической информации о ходе и вероятностных последствиях выполнения плана определяет актуальность разработки конструктивных алгоритмов построения моделей прогнозирования, на основе которых возможно получение оперативной и достоверной информации для задачи оперативного и перспективного планирования при использовании доступных технических средств.

Удобное средство описания характеристик сложных систем — временные ряды, которые можно представить последовательностью наблюдений $y(t)$ за изменением исследуемой характеристики, упорядоченную по параметру t , в качестве которого выступает время. В настоящей статье рассматриваются дискретные временные ряды, состоящие из наблюдений, сделанных в последовательные равноотстоящие моменты времени $t + \Delta t, t + 2\Delta t, \dots, t + T\Delta t$.

Специфической особенностью временных рядов, отражающих последовательность наблюдений за параметрами сложной системы, является их нестационарность, которая описывается эволюционной составляющей (трендом).

Алгоритмы прогнозирования нестационарных временных рядов строятся на основе процедур приведения нестационарного ряда $y(t)$ к стационарному путем исключения тренда. Вид последнего задается априорно с точностью до параметров, которые оцениваются по наблюдениям $y(t)$, т. е. эмпирическое оценивание тренда заключается в выборе интерполяционного полинома либо по всей реализации, либо по скользящему интервалу фиксированной длины. Коэффициенты полиномов оцениваются методом наименьших квадратов. Эмпирическим оцениванием тренда обычно заканчивается расчет прогноза. Хотя оценка прогноза имеет не высокую достоверность, алгоритмы, основанные на таком способе получения прогностической информации, широко применяются на практике ввиду максимального упрощения вычислений и простоты реализации в виде программ на ЭВМ.

Предложен алгоритм прогнозирования параметров сложных технических систем, сочетающий в себе положительные качества традиционно используемых алгоритмов с одновременным повышением точности прогнозирования на основе использования робастных оценок коэффициентов прогнозирующего выражения.

Задача прогнозирования параметров сложных технических систем сформулирована следующим образом. Имеется набор ку-сочно-стационарных или нестационарных временных рядов, сформированных из заданных чисел или из оценок некоторых операторов объектов системы. Для каждого из этих временных рядов известны их значения до некоторого момента времени t^0 включительно. Требуется для каждого из рядов предсказать значения в моменты $t^0 + l$, где l — задаваемое число.

Изучение временных рядов, составленных из наблюдений за изменением параметров сложных систем, дает возможность охарактеризовать их как чрезвычайно сложное явление, которое отражает прямо или косвенно взаимосвязь формирующих его факторов. При недостатке сведений о фактической связи факторов и их влияния на исследуемый процесс, приходится представлять его в виде наиболее элементарной модели, в которой совокупное влияние различных факторов проявляется в неявной форме, а в роли единственного независимого параметра выступает время.

В качестве достаточно общей математической модели рассматривается модель [1] вида $y(t) = \Phi(t) + \varepsilon(t)$, $t = \overline{1, T^0}$ (1). В данной модели наблюдаемый ряд $y_1, y_2, \dots, y_{T^0}$ представлен как сумма двух составляющих: систематической и поправки к ней. Систематическая часть $\Phi(t)$ имеет кусочно-полиномиальный характер, а поправка — случайный ряд, имеющий стационарный ряд из вторых разностей.

В работе функция $\Phi(t)$ представлена линейным разностным уравнением с постоянными коэффициентами. Тогда $\Phi_t = \sum_{i=1}^q c_i \Phi_{t-i}$, (2),

где q — количество точек предистории.

Универсальность класса моделей (2) позволяет использовать его для аппроксимации функций, широко применяемых для априорного описания систематической составляющей исследуемых процессов.

В основе алгоритма прогнозирования лежит гипотеза; что закон изменения систематической составляющей ряда, восстановленный на некотором (относительно момента t^0) участке предистории, остается неизменным на участке прогноза. При этом поправки (разность между значениями исходного ряда и значениями систематической составляющей) представлены стационарным рядом из первых или вторых разностей, что позволяет использовать для прогнозирования случайной составляющей методы оценивания прогноза для стационарной случайной последовательности. Таким образом, получение прогнозной информации о параметрах и состояниях сложных систем осуществляется аддитивно.

Задача восстановления закона систематической составляющей $\Phi(t)$ в прогнозирующей модели (1) решена на основе представления этой зависимости полиномом m -й степени. При использовании этого способа экстраполяции возникают три проблемы: выбор устойчивого метода оценивания коэффициентов полинома, выбор оптимального по критерию точности степени аппроксимирующего выражения и объема априорной информации для обучения алгоритма.

В работах [2, 3] показано, что превышение второго порядка модели не приводит к существенному увеличению точности прогноза, но значительно усложняет процедуру расчета. Это обстоятельство обусловило выбор степени аппроксимирующего полинома не выше второй.

Традиционный метод оценивания коэффициентов аппроксимирующего полинома — метод наименьших квадратов (МНК). Он основан на предположении нормальности ошибок наблюдений временного ряда. Когда это предположение не имеет места, то статистическая процедура, основанная на МНК, быстро теряет свои оптимальные свойства. Кроме того, оценки МНК весьма чувствительны к наличию резко выделяющихся наблюдений среди обрабатываемых данных, что является скорее правилом, а не

исключением в реальных временных рядах. При их учете реальное распределение ошибок почти всегда отлично от нормального.

Все это даст веские основания для применения при оценивании коэффициентов аппроксимирующего полинома методов устойчивого (робастного) оценивания. Кроме того, на практике часто неизвестен закон распределения ошибок. В данном случае даже использование устойчивого метода оценивания неоптимального к виду распределения ошибок наблюдений приводит к издержкам в точности получаемых оценок. Для получения устойчивых оценок коэффициентов аппроксимирующего полинома использовался метод, предложенный Д. Андриусом [4]. Суть метода заключается в следующем.

Для оценивания коэффициентов полинома c_i в (2) решается задача

$$\sum_{i=1}^n F(|y_i - \sum_{j=0}^m c_j x_{ij}|) \sigma^{-1} \rightarrow \min, \quad (3)$$

где

$$F(u) = \begin{cases} 1 - \cos \frac{u}{\theta} & \text{для } |u| < \theta\pi; \\ 0 & \text{для } |u| > \theta\pi, \end{cases}$$

а остаточная дисперсия σ в (3) оценивается медианой абсолютных отклонений $\sigma = \text{med} |y_i - \sum_{j=0}^m c_j x_{ij}|$.

Задача (3) сводится к решению системы уравнений

$$\sum_{i=1}^n f(u_i) x_i = 0, \quad (4)$$

где $f(u) = F'(u)$, т. е.

$$f(u) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \sin \frac{u}{\theta} & \text{для } |u| < \theta\pi; \\ 0 & \text{для } |u| > \theta\pi. \end{cases}$$

В качестве начального приближения для решения задачи (3) использованы оценки c_i , найденные методом МНК. Параметр θ полагался равным $\theta = 1,5$. Чтобы решить систему уравнений вида (4), применены стандартные программы решения систем трансцендентных уравнений, входящих в состав матобеспечения ЕС ЭВМ.

Получение устойчивых оценок коэффициентов аппроксимирующего полинома требует обучения алгоритма нахождения оптимального по критерию точности объема наблюдений. Сущность обучения заключается в следующем.

Пусть известна предыстория рассматриваемого временного ряда достаточного объема, т. е. известны значения $y(t^0 - n)$, где $n = 1, 2, \dots, n^0$ и n^0 — количество наблюдений в ретроспективе. Тогда задаемся некоторым значением L из диапазона n^0 и применяем алгоритм нахождения оценок аппроксимирующего поли-

нома в точках $t^0 = n^0 + L + 2n$, где $n = 1, 2, \dots, \left[\frac{n^0 - L}{2} \right]$; $(\cdot)$ — знак целой части. Принимая в качестве критерия точности среднеквадратичную ошибку аппроксимации δ , вычислим ее значение при заданном L . Варьируя L , находим зависимость $\delta = f(L)$, которая имеет минимум при некотором $L_{\min}$. Алгоритм считается обученным выбору оптимального объема предьстории на отрезке $[t^0 - L_{\min}, t^0]$.

На рис. 1 приведены зависимости ошибки аппроксимации от длины интервала предьстории L алгоритма оценивания коэффициентов аппроксимирующего полинома 2-й степени по методу Андрюса с обучением выбора оптимального объема априорной информации и алгоритма оценивания по методу МНК. В качестве временных рядов использовались фактические значения уровней электропотребления одной из энергосистем в течение суток (1 — МНК; 2 — метод Андрюса с обучением). Сравнение значений ошибок аппроксимации показывает, что аппроксимирующие свойства полинома, оценки коэффициентов которого выведены по методу Андрюса с обучением выше, чем у полинома с оценками, полученными по МНК. Кроме того, метод Андрюса с обучением требует меньшего объема априорной информации по сравнению с МНК.

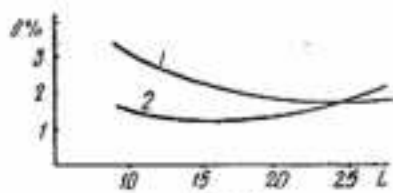


Рис. 1

Аддитивность прогноза по модели (1) предполагает прогнозирование поправки $\xi(t)$. Предположение о стационарности ряда, составленного из первых или вторых разностей выражения $\xi(t) = y(t) - \Phi(t)$, позволяет использовать алгоритм экспоненциального сглаживания [5] для прогнозирования поправки. Основная идея метода заключается в нахождении оценок параметров квадратичной модели вида $\xi(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \frac{1}{2} \beta_2 t^2$ на основе операторов сглаживания $S_t^{(k)}$, которые определяются по рекуррентной формуле $S_t^{(k)}(\xi) = \alpha S_{t-1}^{(k)}(\xi) + (1 - \alpha) S_{t-1}^{(k-1)}(\xi)$, где α — параметр сглаживания.

Таким образом, после выведения коэффициентов полинома, аппроксимирующего систематическую составляющую $\Phi(t)$ и оценок коэффициентов полинома, описывающего случайную составляющую поправки возможна реализация прогноза по модели (1) в виде следующего соотношения: $y(\tau) = (\hat{c}_0 + \hat{\beta}_0) + (\hat{c}_1 + \hat{\beta}_1)\tau + \frac{1}{2}(\hat{c}_2 + \hat{\beta}_2)\tau^2$, где τ — период прогноза.

Сопоставление алгоритма прогнозирования, основанного на аддитивном использовании метода Андрюса для устойчивого оце-

нивания коэффициентов аппроксимирующего выражения систематической составляющей и метода экспоненциального сглаживания для оценивания коэффициентов аппроксимирующего выражения случайной составляющей, проведено с традиционными и широко используемыми алгоритмами получения прогнозов — методом наименьших квадратов и методом экспоненциального сглаживания. На рис. 2 приведены зависимости, которые характеризуют эффективность алгоритма как функцию от интервала прогнозирования.

В качестве критерия эффективности выбрано отношение среднеквадратичного отклонения ряда $z(t) = y_{\text{факт}}(t) - y_{\text{расч}}(t)$ к математическому ожиданию $M[y_{\text{факт}}(t)]$ (1 — алгоритм, предложенный в работе; 2 — метод наименьших квадратов; 3 — метод экспоненциального сглаживания).

Сравнение значений Δy показывает, что при прогнозировании на одинаковый интервал точность алгоритма, предложенного в работе, выше метода экспоненциального сглаживания и МНК. Кроме того, качество прогноза при увеличении интервала прогнозирования остается более стабильным.

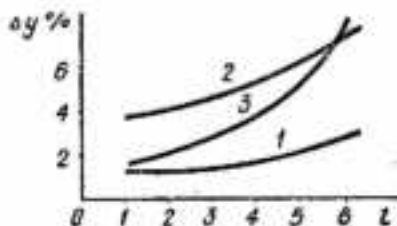


Рис. 2

Предложенный алгоритм не требует больших затрат машинного времени. Так, время решения при прогнозировании на величину одного интервала упреждения занимает около 20 с для ЭВМ ЕС-1022. Алгоритм обеспечивает получение прогнозных значений более чем на один интервал с приемлемой для практики точностью. Эти качества алгоритма дают возможность его применения для решения задач прогнозирования при оперативном управлении, когда требуется осуществить прогноз большого числа параметров.

Список литературы: 1. Чуров Ю. В., Михайлов Ю. В., Кузмин В. И. Прогнозирование количественных характеристик процессов. — М.: Сов. радио, 1975. — 400 с. 2. Гренджер К., Хатанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. — М.: Статистика, 1972. — 256 с. 3. Иващенко А. Г., Лапа В. Г. Предсказание случайных процессов. — К.: Наук. думка, 1971. — 416 с. 4. Andrews D. F. A Robust Method for Multiple Linear Regression. — Techn., 1974, 16, № 4, p. 523—531. 5. Кендал М. Временные ряды. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 199 с.

Поступила в редколлегию 26.04.83.

АДАПТИВНЫЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Рассмотрим временной ряд $Y(t_n)$, описывающий состояние некоторой развивающейся системы. Это может быть ряд, описывающий динамику некоторых производственных показателей. Априори предположим, что система переходит из одного режима в другой. Для прогнозирования состояния по первому режиму можно использовать модель прогнозирования $M^1(t, \beta)$, а по второму — $M^2(t, \gamma)$. Переход из одного режима в другой может осуществляться неоднократно. Допустим, что ряд $Y(t_n)$ нестационарный. Однако возможные структурные изменения происходят достаточно медленно с точки зрения предлагаемого типа процедуры структурной адаптации модели прогнозирования M , имеющий вид $M(t, \alpha, \beta, \gamma) = \alpha M^1(t, \beta) + (1 - \alpha) M^2(t, \gamma)$; $\alpha \in [0, 1]$ (1). Здесь α — параметр, задающий структуру модели M ; β, γ — векторные параметры настройки моделей M^1 и M^2 соответственно. Параметры α, β и γ предназначены для адаптации M к случайному временному ряду $Y(t_n)$, чтобы улучшить ее прогностические свойства. Вид M^1 и M^2 известен заранее, поскольку известен характер перемен в исходном ряде $Y(t_n)$. Степень соответствия модели M ряду $Y(t_n)$ находим в результате наблюдений за рядом отклонений: $V(t_n) = Y(t_n) - M(t_n, \alpha, \beta, \gamma)$ (2).

Под структурной адаптацией будем понимать процесс подстройки параметра α , изменяющий соотношение вкладов моделей M^1 и M^2 в общей модели M . Например, если M^1 соответствует старой структуре временного ряда $Y(t_n)$, а модель M^2 — новой структуре, то, изменяя α от нуля до единицы, мы осуществим переход от модели M^2 к M^1 . Качество и скорость адаптации будет зависеть от качества выбранной процедуры изменения параметров α, β и γ , а также от того, насколько быстро происходят изменения в структуре $Y(t_n)$.

В качестве инструмента идентификации структурных перемен используем метод анализа изменений оценки спектральной плотности, содержащийся в работе [1]. Введем следующие обозначения: $\hat{R}_{YY}$ — оценка автоковариационной функции ряда $Y(t_n)$; $\hat{S}_Y$ — оценка спектральной плотности ряда $Y(t_n)$, h, p — номера гармоник спектра, $\Delta \omega$ — частота первой гармоники (интервал квантования); N — длина временного окна, используемого для вычисления оценки автоковариационной функции; $(m+1)$ — количество гармоник, участвующих в построении оценки $\hat{S}_Y$; R_p^2 — когерентность. Оценка спектральной плотности имеет вид [1, 2]:

$$S_Y(h\Delta\tau) = \left[\hat{R}_{YY}(0) + 2 \sum_{p=1}^{m-1} \hat{R}_{YY}(p) \cos \frac{\pi p h}{m} + \hat{R}_{YY}(m) \cos \pi h \right],$$

где

$$\hat{R}_{YY}(p) = \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^{N-p} Y(t_i) Y(t_{i+p}) - \frac{1}{(N-p)^2} \sum_{i=1}^{N-p} Y(t_i) \sum_{i=1}^{N-p} Y(t_{i+p}),$$

$$p = \overline{0, m}.$$

В случае несмещенной оценки математического ожидания ряда $Y(t_n)$ вычитаемое в последней формуле обращается в нуль. Первичные спектральные оценки выравниваются по методу Тьюки — Хеннинга. Выравненные оценки спектральной плотности, полученные для временного окна $Y(t_1), \dots, Y(t_N)$, обозначим через $\hat{f}_{ih}(h = \overline{0, m})$, а для окна $Y(t_1^*), \dots, Y(t_{N+1}^*)$ — через $\hat{f}_{(i+1)h}(h = \overline{0, m})$. Изменения в структуре ряда будут представлены тогда изменениями в последовательных спектрах, выравненных за три периода: $\delta_{ih} = \hat{F}_{ih} - \hat{F}_{(i+1)h}$, где

$$\hat{F}_{ih} = \frac{1}{3} (\ln \hat{f}_{i(i-2)h} + \ln \hat{f}_{i(i-1)h} + \ln \hat{f}_{ih}); \quad h = \overline{0, m}.$$

Обозначим максимальное по модулю изменение спектра через λ_i , т. е. $\lambda_i = \max_h |\delta_{ih}|$ (3). Значение λ_i является для нас главным источником информации о переменах во временном ряде $Y(t_n)$.

Обозначим через σ^2 дисперсию случайной величины δ_{ih}^2 и предположим, что δ_{ih}^2/σ^2 асимптотически распределены по закону χ^2 с одной степенью свободы, а χ_1, χ_2 — квантили распределения χ^2 , соответствующие вероятностям 0,01/ m и 0,99/ m .

Для дисперсии используется оценка

$$\sigma^2 = D(\delta_{ih}) = \frac{0,75}{N} \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} R_1^2 - \frac{4}{9} R_2^2 \right) (1 + q_h),$$

где $R_s^2 = (1 - p/N)^2$; $p = 1, 2$; $q_h = \begin{cases} 1, & h = 0; \\ 0, & h \neq 0. \end{cases}$

Проинтерпретируем числа $\chi_{1\sigma}$ и $\chi_{2\sigma}$ следующим образом. Равенство $P(\lambda_i < \chi_{1\sigma}) = 0,99$ означает, что вероятность принять значение $A_1 = \chi_{1\sigma}$ при условии, что ряд не претерпел существенных изменений, равна 0,01, т. е. в этом случае ряд должен существенно измениться. Равенство $P(\lambda_i > \chi_{2\sigma}) = 0,99$ означает, что вероятность получить меньшее значение для λ_i при условии изменения ряда равна 0,01. Поскольку $A_1 > A_2$, имеется три промежутка для возможных значений λ_i : $[0, A_2]$, (A_2, A_1) , $[A_1, +\infty)$. Если наблюдается такое λ_i , что $\lambda_i \in [A_1, +\infty)$, то это свидетельствует о существенных переменах в структуре ряда $Y(t_n)$, т. е. модель прогнозирования M устарела и необходимо изменить ее структуру. Если $\lambda_i \in (A_2, A_1)$, то это также говорит о

переменах в ряде $Y(t_n)$, хотя и менее существенных, чем в первом случае. Наконец, при $\lambda_i \in [0, A_2]$ следует считать, что перемен в структуре ряда $Y(t_n)$ не произошло.

Таким образом, при $\lambda_i \in [A_1, +\infty)$ будем изменять структурный параметр α , при $\lambda_i \in (A_2, A_1)$ — параметры точной настройки β, γ ; наконец, при $\lambda_i \in [0, A_2]$ оставляем модель M без изменений. Для подстройки параметра α предлагается формула $\alpha_k = \alpha_{k-1} - k_Y \zeta_0 \text{sign}[(e_{k-1} - e_{k-2})(\alpha_{k-1} - \alpha_{k-2})]$ (4'). Здесь

$$e_{k-1} = \frac{1}{n-k+1} \sum_{p=k-1}^n [Y(t_p) - M(t_p, \alpha_{k-1}, \beta, \gamma)]$$

— средняя систематическая ошибка прогноза, рассчитанная с момента изменения структурного параметра α_{k-2} до момента времени t_n ; $\text{sign}(\cdot)$ — характеристическая функция положительной полуоси, $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0; \\ -1, & \text{если } x < 0; \end{cases}$ α_{k-1} — значение параметра α

в точке $(k-1)$; $K_Y = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \lambda_{i-1}}$ — коэффициент эластичности

структурных изменений; λ_i рассчитывается по формуле (3) для временного окна $Y(t_2), \dots, Y(t_{N+1})$; λ_{i-1} рассчитывается по той же формуле, но для окна $Y(t_1), \dots, Y(t_N)$. Коэффициент K_Y принимает значения из интервала $[0, 1]$. $K_Y = 1$ означает, что происходят резкие структурные изменения ряда $Y(t_n)$, а $K_Y = 0$ — отсутствие структурных перемен. Направление структурных изменений определяет функция $\text{sign}(\cdot)$. Поясним формулу (4'). Предположим, что на $(k-1)$ -м шаге $\alpha_{k-1} < \alpha_{k-2}$, т. е. при переходе от $k-2$ к $k-1$ параметр α уменьшился. Если при этом $e_{k-1} > e_{k-2}$, что говорит об увеличении средней ошибки прогнозирования, то

$$\text{sign}[(e_{k-1} - e_{k-2})(\alpha_{k-1} - \alpha_{k-2})] = -1, \alpha_k = \alpha_{k-1} + k_Y \zeta_0,$$

т. е. параметр α нужно увеличивать. Если же $e_{k-1} < e_{k-2}$, то $\text{sign}(\cdot) = +1$ и $\alpha_k = \alpha_{k-1} - k_Y \zeta_0$. Параметр α нужно уменьшать и на k -м шаге, поскольку его уменьшение на $(k-1)$ -м шаге повлекло уменьшение средней ошибки. Таким образом определяется знак приращения $\Delta\alpha$ на k -м шаге. Управление (4') также представляет собой временной ряд. Колебания этого ряда, вообще говоря, более плавные, чем исходного ряда $Y(t_n)$. Это связано с тем, что изменения в структуре, как правило, являются более медленными в силу относительной структурной инвариантности системы. В том случае, если структура ряда изменяется достаточно медленно, управление (4') позволит осуществить адаптацию структуры модели (1) к структуре ряда $Y(t_n)$.

Чтобы обеспечить работоспособность формулы (4') на первом шаге, будем использовать уточненную формулу (4): $\alpha_k = \alpha_{k-1} - k_Y \zeta_0 \text{sign } g(k-1, k-2)$ (4), где

$$g(k-1, k-2) = \begin{cases} (e_{k-1} - e_{k-2})(\alpha_{k-1} - \alpha_{k-2}), & k \geq 2; \\ (|\alpha_0| - |1 - \alpha_0|), & k = 1, \alpha_0 \in [0, 1]. \end{cases}$$

Если на k -м шаге окажется, что $\alpha_k \in [0, 1]$, то следует положить α_k равным 0 или 1, в зависимости от того, к какому из этих чисел ближе α_k , вычисленное по формуле (4).

Для определения новых значений параметров β и γ , когда это необходимо, можно воспользоваться любым из существующих методов, например методом регрессии. Ниже предлагаются формулы, основанные на подсчете спектральных отклонений для временного ряда $Y(t_n)$:

$$\beta_p^m = \beta_{p-1}^m - k_V \eta_0 \operatorname{sign}[(\bar{e}_{p-1} - \bar{e}_{p-2})(\beta_{p-1}^m - \beta_{p-2}^m)]; \quad (5)$$

$$\gamma_q^n = \gamma_{q-1}^n - k_V \theta_0 \operatorname{sign}[(\bar{e}_{q-1} - \bar{e}_{q-2})(\gamma_{q-1}^n - \gamma_{q-2}^n)], \quad (6)$$

где

$$\bar{e}_{p-1} = \frac{1}{n-p+1} \sum_{r=p-1}^n [Y(t_r) - M^1(t_r, \beta_{p-1})],$$

$$\bar{e}_{q-1} = \frac{1}{n-q+1} \sum_{r=q-1}^n [Y(t_r) - M^2(t_r, \gamma_{q-1})]$$

— средние ошибки прогнозирования, вычисленные в соответствующих промежутках времени (τ_{p-1}, t_n) ; (τ_{q-1}, t_n) — после предыдущих итераций.

Формулы (5), (6) поясняются аналогично (4') и позволяют корректировать старые значения параметров без полного их пересчета, а (4)–(6) предназначены именно для подстройки параметров α , β , γ , а не их идентификации. Использование временного ряда (2) вместо ряда $Y(t_n)$ для анализа спектра не только не улучшает, но может даже ухудшить процесс подстройки из-за влияния, оказываемого самой перестраиваемой моделью $M(t_n, \alpha, \beta, \gamma)$ на последующие значения $V(t_{n+1})$, $V(t_{n+2})$, ... Нулевые изменения спектра, т. е. $\lambda_i = 0$, могут наблюдаться и при значительной величине ошибки $V(t_n)$. Следовательно, влияние на адаптивные свойства модели (1) оказывает качество оценок начальных значений α_0 , β_0 , γ_0 .

Иной подход к проблеме подстройки параметров изложен в работе [1] для модели экспоненциального сглаживания, которая является частным видом модели (1). Чтобы идентифицировать параметр λ , мы предлагаем следующую формулу вместо эвристической, которую применили Рао и Шапиро:

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \lambda_i > A_1 \\ \frac{1}{A_1 - A_2} (\lambda_i - A_2), & \lambda_i \in [A_2, A_1] \\ 0, & \lambda_i < A_2 \end{cases}$$

Здесь $M = S(t) = \alpha Y(t) + (1 - \alpha) S(t-1, \alpha)$. Предлагаемый подход — более общий в отношении вида модели (1) и выбранного метода подстройки параметров.

Как показывают эксперименты [1], использование процедуры подстройки параметров позволяет более гибко реагировать на перемены, происходящие с рядом $Y(t_k)$. Адаптивная модель прогнозирования (1) приобретает особую практическую ценность в том случае, когда M^1 и M^2 довольно сложны для выполнения пересчета параметров α , β , γ на каждом шаге. Тогда, используя формулы (4)–(6), можно существенно сократить количество расчетов.

Список литературы: 1. Любушин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. — М.: Статистика, 1979. — 256 с. 2. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. — М.: Мир, 1974. — 464 с.

Поступила в редакцию 19.04.83.

УДК 66.011:681.5

П. Г. РОМАНИЙ, канд. техн. наук

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ БИЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ СЕТЕВЫХ СИСТЕМ

Задача решения систем билинейных уравнений при двусторонних ограничениях на переменные возникает при анализе сетевых систем, описываемых первым и вторым постулатами сетей (аналогами законов Кирхгофа для электрических цепей). Топологической моделью рассматриваемого класса систем является связный ориентированный мультиграф $G(V, E)$, множеству вершин (узлов) V которого соответствуют математические модели элементов, а множество дуг E отображает связь между переменными моделей. Решение системы билинейных уравнений может быть сведено к нахождению

$$\min_{\{\bar{z}, \bar{y}\} \in D} \left\{ F = \sum_{p \in V} \sum_{i \in K_p} \alpha_{pi} \left(\sum_{j \in I_p} r_{pij} x_{ij} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

в области D , определяемой двусторонними ограничениями на координаты вектора переменных $\bar{z} = \{\bar{x}, \bar{y}\}$:

$$D = \{\bar{z}: z_i^{\min} \leq z_i \leq z_i^{\max}, i = \overline{1, \dim \bar{z}}\}. \quad (2)$$

Здесь α_{pi} — положительные весовые коэффициенты; K_p — множество индексов, характеризующих типы уравнений p -го узла мультиграфа; I_p — множество номеров дуг, инцидентных p -му узлу; $r_{pij} = 1$ — для входных и $r_{pij} = -1$ — для выходных дуг. Будем считать, что индекс $j=0$ в выражении (1) относится к уравнениям, характеризующим первый постулат сетей, поэтому $y_0 = 1$, $i \in I_p$.

Для реальных сетевых систем размерность вектора переменных $\bar{z}$ может достигать нескольких тысяч, поэтому для нахождения минимума функции F в области D целесообразно использовать декомпозиционные методы, основанные на замене решения исходной задачи последовательностью более простых взаимосвязанных подзадач. Некоторые декомпозиционные алгоритмы решения систем билинейных уравнений при расчете балансовых уравнений сложных технологических комплексов рассматривались в работах [1, 2]. В данной работе предлагаются декомпозиционные алгоритмы решения задачи (1), обеспечивающие в отличие от упомянутых монотонное уменьшение целевой функции на каждой итерации.

Характерной особенностью билинейных уравнений является их линейность по переменным координатам вектора $\bar{x}$ при фиксированном значении вектора $\bar{y}$ и линейность по переменным координатам вектора $\bar{y}$ при фиксированном векторе $\bar{x}$. Это свойство положено в основу декомпозиционного алгоритма I поиска решения системы билинейных уравнений

$$f_{pj} = \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} = 0, \quad p \in V, \quad j \in K_p$$

в области D . Для дальнейшего изложения область D представим в виде объединения следующих выпуклых областей:

$$D = D_x \cup \left(\bigcup_{j=1}^n D_{y_j} \right),$$

где D_x, D_{y_j} — области изменения соответственно векторов $\bar{x}$ и $\bar{y}_j = \{y_{ij}\}_{i \in V}$; n — наибольший индекс множеств K_p .

Алгоритм I.

1. Выбрать $\bar{z}^{(0)} = (\bar{x}^{(0)}, \bar{y}^{(0)}) \in D$, $\varepsilon > 0$.

2. Положить $k = 0$.

3. Положить $k = k + 1$; решить подзадачу

$$\min_{\bar{x} \in D_x} \left\{ F^{(k)} = \sum_{p \in V} \sum_{j \in K_p} \alpha_{pj} f_{pj}^2(\bar{x}_p, \bar{y}_j^{(k-1)}) \right\} \quad (3)$$

4. Решить n независимых подзадач

$$\min_{\bar{y}_j \in D_{y_j}} \left\{ F_j^{(k)} = \sum_{p \in V} \alpha_{pj} f_{pj}^2(\bar{x}_p^{(k)}, \bar{y}_j) \right\}, \quad j = \overline{1, n} \dots \quad (4)$$

5. Если критерий $(F^{(k)} - F^{(k-1)})/F^{(k)} \leq \varepsilon$ (5) выполняется, то — остановиться, иначе — перейти к шагу 3.

Решение задачи (1) считается завершенным, если максимальная относительная погрешность выполнения каждого билинейного уравнения не превосходит заданной величины:

$$\frac{|f_{ij}|}{0,5 \sum_{i \in I_p} r_{pi}^2 x_{ij} \theta_{ij}} < \varepsilon_1, \quad p \in V, \quad j \in K_p. \quad (6)$$

Задачи (3), (4) представляют собой задачи квадратичного программирования с выпуклыми целевыми функциями. Действительно, поскольку квадратичные функции $F(\bar{x}, \bar{y})$, $F_j(\bar{x}, \bar{y})$, $j = \overline{1, n}$ неотрицательные, то соответствующие им матрицы — неотрицательно-определенные. С другой стороны, эти же матрицы — матрицы вторых частных производных соответствующих функций, откуда и следует их выпуклость [3]. Поскольку области D_x , D_y выпуклы, то каждая из подзадач (3), (4) имеет или единственное решение, или решение представляет собой некоторую область $D_0 = \{\bar{z} : F(\bar{z}) = F^*\}$ с постоянным значением функции цели F^* . Сходимость алгоритма I к единственному решению или к любой точке $\bar{z} \in D_0$ обеспечивается непрерывностью производных целевых функций подзадач (3), (4), их выпуклостью, а также замкнутостью и выпуклостью областей D_x , D_y [4].

Приведенное выше обоснование сходимости алгоритма I является одновременно и обоснованием отсутствия у невыпуклой функции $F(\bar{x}, \bar{y})$ локальных минимумов в замкнутой выпуклой области D . В общем случае невыпуклость целевой функции, не имеющей внутренних локальных минимумов, может привести к появлению локальных минимумов на границе выпуклой области. Такая ситуация возникает, например, в случае овражного характера целевой функции, когда средняя часть изгибающегося дна оврага не принадлежит допустимой области.

При выполнении критерия остановки (5) в алгоритме I целесообразно осуществлять также проверку выполнения необходимых (а в нашем случае и достаточных) условий оптимальности полученного решения. Это позволяет исключить преждевременное окончание счета, возможное вследствие недостаточной точности решения подзадач (3), (4).

Запишем ограничения, определяющие область D , в следующем виде: $\varphi_i^-(z_i) = -z_i + z_i^{\min} < 0$,

$$\varphi_i^+(z_i) = z_i - z_i^{\max} < 0, \quad i = \overline{1, q}, \quad q = \dim \bar{z}.$$

Поскольку область D имеет внутренние точки, т. е. для функций ограничений φ_i^+ , φ_i^- выполняется условие Слейтера, то необходимые и достаточные условия оптимальности решения $\bar{z}^0$ задачи (1) — существование таких неотрицательных множителей λ_i^0 , λ_i^+ , $i = \overline{1, q}$, что

$$\frac{\partial L(\bar{z}, \bar{\lambda})}{\partial z_i} = \frac{\partial F(\bar{z})}{\partial z_i} - \lambda_i^+ + \lambda_i^- = 0; \quad (7)$$

$$\lambda_i \dot{\varphi}_i = 0, \quad \lambda_i^* \dot{\varphi}_i^* = 0, \quad i = \overline{1, q}. \quad (8)$$

Здесь L — функция Лагранжа задачи (1):

$$L(\bar{z}, \bar{\lambda}) = F(\bar{z}) + \sum_{i=1}^q (\lambda_i \dot{\varphi}_i + \lambda_i^* \dot{\varphi}_i^*).$$

Из условий дополняющей нежесткости (8) и равенства (7) следует, что в точке $\bar{z}^0$ должны выполняться соотношения

$$\frac{\partial F(\bar{z})}{\partial z_i} = 0, \quad z_i \in (z_i^{\min}, z_i^{\max}); \quad (9)$$

$$\lambda_i^* = \frac{\partial F(\bar{z})}{\partial z_i} > 0, \quad z_i = z_i^{\min}; \quad (10)$$

$$-\lambda_i = \frac{\partial F(\bar{z})}{\partial z_i} < 0, \quad z_i = z_i^{\max}. \quad (11)$$

Проверка условий (9)–(11) позволяет сделать вывод об оптимальности решения и, кроме того, в случае $F(\bar{z}^0) > 0$ выяснить, какие из ограничений лучше всего изменить, чтобы получить максимальное уменьшение функции невязки с целью достижения нулевого минимума. В качестве критерия очередности коррекции границ целесообразно использовать величину

$$Q_i = 0,01 \left| \frac{\partial F}{\partial z_i} z_i \right|, \quad i \in \Gamma,$$

характеризующую уменьшение функции $\bar{F}(\bar{z}^0)$ при изменении граничного значения переменной z_i на 1 % (при линейной аппроксимации F), где Γ — множество индексов переменных, имеющих граничные значения в точке $\bar{z}^0$.

Путем введения неотрицательных искусственных переменных подзадачи (3), (4) могут быть сведены к задачам линейного программирования с двухсторонними ограничениями на основные переменные. Действительно, при фиксированном значении вектора $\bar{y}$ минимум функции F в области D может быть найден в результате решения задачи

$$\begin{aligned} & \min \left\{ \sum_{p \in V} \sum_{j=0}^n (\delta'_{pj} + \delta''_{pj}) \right\}; \\ & \sum_{i \in I_p} r_{pi} x_i y_{ij} + \delta'_{pj} - \delta''_{pj} = 0, \quad p \in V; \quad j = \overline{0, n}; \\ & x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}; \quad \delta'_{pj}, \quad \delta''_{pj} \geq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

При фиксированном значении вектора $\bar{x}$ соответствующие подзадачи формулируются следующим образом:

$$\min \left\{ \sum_{p \in V} (\delta'_{pj} + \delta''_{pj}) \right\}, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\sum_{i \in I_p} r_{pi} \dot{x}_i y_{ij} + \dot{v}_{pi} - \dot{v}_{pj} = 0, \quad p \in V, \\ y_{ij}^{\min} < y_{ij} < y_{ij}^{\max}, \quad \dot{v}_{pi}, \dot{v}_{pj} > 0. \quad (13)$$

Проведем оценку числа искусственных переменных, необходимых для решения задач (12), (13). Пусть $\text{card } V = N$, $\text{card } E = M$, а каждый узел мультиграфа характеризуется $(n+1)$ уравнением. Тогда число уравнений ограничений в задаче (12) будет $N(n+1)$, а в каждой из подзадач (13) равно N . Следовательно, для решения задачи (12) потребуется дополнительно ввести $2N(n+1)$ искусственных переменных к M основным переменным, а для решения подзадач (13) — $2N$ искусственных переменных также к M основным. Например, для сетевой системы с $N=20$, $M=50$, $n=9$ из-за введения искусственных переменных общее число переменных увеличивается в задаче (12) в 9 раз, а в подзадачах (13) — в 1,8 раза. Полученные оценки позволяют сделать вывод о том, что в общем случае переход к задаче линейного программирования при минимизации функции $F(\bar{x}, \frac{\dot{x}}{y})$ по координатам вектора $\bar{x}$, по-видимому, нецелесообразен, так как требует существенного увеличения числа оптимизируемых переменных.

Алгоритм I представляет собой алгоритм покомпонентного спуска с постоянным набором компонент. Рассмотрим декомпозиционный алгоритм II, в котором набор компонент — переменный, а структурные особенности билинейных уравнений не учитываются. Поэтому такой алгоритм может быть использован для оптимизации любой сетевой системы с аддитивной по узлам графа целевой функцией и сепарабельными ограничениями.

Представим множество дуг E графа сетевой системы в следующем виде: $E = E_{\text{var}}^{(k)} \cup E_{\text{fix}}^{(k)}$, где $E_{\text{var}}^{(k)}$, $E_{\text{fix}}^{(k)}$ — множества дуг графа, параметры которых на k -й итерации по всей системе соответственно варьируются и зафиксированы.

Алгоритм II (с переменной декомпозицией).

1. Выбрать $\bar{z}^{(0)} \in D$, $\epsilon > 0$.
2. Положить $k = 0$.
3. Положить $k = k + 1$; выбрать вариант декомпозиции системы такой, что $E_{\text{fix}}^{(k)} \cap E_{\text{fix}}^{(k-1)} = \emptyset$ (14).
4. Решить $R^{(k)}$ независимых подзадач при фиксированных значениях связующих для выделенных подсистем переменных: $\min |F(\bar{z}_{oi}^{(k)}, \frac{\dot{x}}{z})|, \bar{z}_{oi}^{(k)} \in D, i = \overline{1, R^{(k)}} (15)$, где $\bar{z}_{oi}^{(k)}$ — составляющая вектора переменных $\bar{z}$, варьируемая при решении i -й подзадачи на k -й итерации по всей системе.

5. Если критерий окончания счета (5) выполняется, то — остановиться; иначе — перейти к шагу 3.

Для реализации шага 3 достаточно задать два варианта декомпозиции системы, удовлетворяющих условию (14), и поочеред-

но использовать каждый из них. Отсутствие локальных минимумов у непрерывно дифференцируемой функции $F(\bar{z})$ в замкнутой выпуклой области D обеспечивает сходимость алгоритма II к любой точке $\bar{z} \in D_0$.

Структурные особенности билинейных уравнений положены в основу алгоритма III, представляющего собой покоординатный спуск в пространстве варьируемых переменных с аналитическим нахождением минимума по каждой переменной. Введем обозначения $\bar{z} = [\bar{x}, \bar{y}] = [z_{10}, z_{20}, \dots, z_{s0}, z_{11}, z_{12}, \dots, z_{sn}]$, $s = \dim \bar{x}$, где равный нулю второй индекс соответствует координатам вектора $\bar{x}$. Фиксируя в выражении

$$F = \sum_{p \in V} \sum_{i \in K_p} \alpha_{pi} \left(\sum_{l \in I_p} r_{pi} x_{il} y_{il} \right)^2$$

все переменные, кроме z_{sm} , путем выделения полного квадрата функцию невязки можно представить следующим образом:

$$F(z_{sm}, \bar{z}_c) = A_{sm}(z_{sm} - B_{sm})^2 + C_{sm}, \quad v = \overline{1, s}, \quad m = \overline{0, n}. \quad (16)$$

Здесь $A_{sm} > 0$, B_{sm} , C_{sm} — постоянные величины, зависящие от значения вектора фиксированных переменных $\bar{z}_c$. Если переменная z_{sm} — промежуточная для g -го и l -го узлов, то при $m = 0$

$$B_{sg}^{(l)} = - \frac{r_{sg} \sum_{j=0}^n \alpha_{sl} y_{vj}^* D_{vj}^{(g)} + r_{lg} \sum_{j=0}^n \alpha_{li} y_{vj}^* P_{vj}^{(l)}}{\sum_{j=0}^n (\alpha_{sl} + \alpha_{li}) y_{vj}^2}, \quad (17)$$

а при $m = \overline{1, n}$

$$B_{sm}^{(g)} = - \frac{\alpha_{gm} r_{gv} D_{vm}^{(g)} + \alpha_{lm} r_{lv} P_{vm}^{(l)}}{(\alpha_{gm} + \alpha_{lm}) \bar{x}_v}, \quad v = \overline{1, s}, \quad (18)$$

где

$$D_{vj}^{(g)} = \sum_{\substack{i \in I_g \\ i \neq v}} r_{gi} \bar{x}_{ij} y_{ij}^*, \quad P_{vj}^{(l)} = \sum_{\substack{i \in I_l \\ i \neq v}} r_{li} \bar{x}_{ij} y_{ij}^*. \quad (19)$$

В случае, когда переменная z_{sm} инцидентна только p -му узлу, выражения для B_{sm} имеют следующий вид:

$$B_{sg}^{(p)} = - \frac{r_{pv} \sum_{j=0}^n \alpha_{pj} y_{vj}^* D_{vj}^{(p)}}{\sum_{j=0}^n \alpha_{pj} y_{vj}^2}; \quad B_{sm}^{(p)} = - \frac{r_{pv} D_{vm}^{(p)}}{\bar{x}_v}, \quad v = \overline{1, s}, \quad m = \overline{1, n}. \quad (20)$$

Коэффициенты α_{pj} , $p \in V$, $j = \overline{0, n}$ в выражениях (17), (18), (20) полагаются равными нулю, если соответствующие уравнения отсутствуют в описании p -го узла.

Очевидно, что минимальное значение выпуклой вниз функции (16) достигается в точке $z_m^0 = B_m$, если $B_m \in (z_m^{\min}, z_m^{\max})$, и в одной из граничных точек — в противном случае.

Алгоритм III (циклический покоординатный спуск с аналитическим нахождением минимума по переменным).

1. Выбрать $\bar{z}^{(0)} \in D$, $\epsilon > 0$.

2. Положить $k = 0$.

3. Положить $k = k + 1$; последовательно определить новые значения каждой из координат z_m вектора $\bar{z}$ из выражения

$$z_m = \min \{z_m^{\max}, \max \{B_m, z_m^{\min}\}\}, \quad v = \overline{1, s}, \quad m = \overline{0, n},$$

где коэффициенты B_m вычисляются по формулам (17)–(19) для смежных переменных системы и по формулам (19), (20) для переменных, инцидентных одному узлу графа.

4. Если критерий окончания счета (5) выполняется, то — остановиться; иначе — перейти к шагу 3.

Сходимость алгоритма III обеспечивается единственностью решения подзадач

$$\min |F(z_m, \bar{z}_v) | z_m \in [z_m^{\min}, z_m^{\max}] |, \quad v = \overline{1, s}, \quad m = \overline{0, n}$$

и непрерывной дифференцируемостью функции F [5]. Алгоритм III обладает высокими эксплуатационными свойствами, поскольку его практическая реализация не связана с настройкой каких-либо параметров при расчете конкретной системы билинейных уравнений. Он может использоваться как самостоятельно при расчете сетевой системы, так и в составе других декомпозиционных алгоритмов для решения отдельных задач (например, при решении подзадач (3), (4), (15) в алгоритмах I, II). Следует отметить существенное влияние на скорость сходимости алгоритма III значений весовых коэффициентов α_{pj} функции невязки. Например, решение системы двух уравнений $x_1 - x_2 = 0$, $x_1 y_{11} - x_2 y_{21} = 0$ (по критерию (6) при $\epsilon_1 = 0,001$) путем минимизации функции $F = \alpha_{10} (x_1 - x_2)^2 + \alpha_{11} (x_1 y_{11} - x_2 y_{21})^2$ с начальной точки $\bar{z} = \{x_1, x_2, y_{11}, y_{21}\} = \{10, 15, 3, 7\}$ было получено при $\alpha_{11} = 0,01$ и $\alpha_{10} = 1$ соответственно за 6 и 314 циклических итераций ($\alpha_{10} = 1$).

Сравнительный анализ алгоритмов I и II, алгоритма, описанного в [5] (алгоритм А), и алгоритма расчета системы как единого целого (алгоритм В) проводился при расчете на ЭВМ ЕС-1022 реальной сетевой системы из 7 узлов и 34 дуг. Множества номеров дуг, инцидентных узлам, имеют вид: узел 1 — {18, —12, —3}; узел 2 — {12, 20, —21, —22}; узел 3 — {9, 28, 31, 33, —8, —29, —18, —14, —30, —32, —34}; узел 4 — {8, —10, —11};

узел 5—{14, -4, -16, -17, -7}; узел 6—{6, 27, 5, -26, -9}; узел 7—{1, 2, 3, 15, 7, 19, -5, -23, -24, -25}, где номера со знаком минус соответствуют выходным дугам узлов. Наибольший индекс множеств K_p , $p = \overline{1, 7}$ равен 16, общее число уравнений — 49, число варьируемых переменных равно 76. При решении подзадач в алгоритмах I, II, A, а также реализации алгоритма B использовался алгоритм поиска минимума целевой функции вдоль диагонали деформируемого гиперпараллелепипеда, построенного на приращениях координат как на сторонах с учетом знаков производных [6]. Задача нахождения минимума функции невязки в заданной выпуклой области D на основе алгоритмов, была решена за 43 мин. В полученной точке $\bar{z}^0$, для которой $F(\bar{z}^0) > 0$, с заданной точностью выполнялись необходимые и достаточные условия оптимальности решения (9)—(11). За такое же время было получено решение с помощью алгоритма II при двух вариантах декомпозиции системы, удовлетворяющих условию (14): I вариант — подсистемы из узлов (1, 2) и (3, 4, 5, 6, 7); II — подсистемы из узлов (1, 2, 3, 4) и (5, 6, 7). Решение задачи с помощью алгоритма A (время счета 54 мин), в котором для согласования подсистем используются штрафные функции, а в качестве подсистем выбирались отдельные узлы, оказалось менее точным, чем при использовании алгоритмов I, II и B.

Эффективность решения задач расчета билинейных моделей в значительной степени определяется значениями параметров используемых алгоритмов, такими как начальные значения приращений координат, параметром, определяющим закон изменения коэффициента штрафа в алгоритме A и др. Поэтому приведенные оценки дают лишь частичное представление об относительной эффективности сравниваемых алгоритмов. Тем не менее алгоритм II с точки зрения декомпозиционных свойств и скорости сходимости выглядит относительно более предпочтительным.

Что касается алгоритма III, обладающего высокими эксплуатационными свойствами, то оценка его эффективности для решения рассматриваемого класса задач требует специальных исследований.

Список литературы: 1. Зозуля А. Ф., Романов П. Г., Агеев Г. Г. Последовательно-декомпозиционный метод расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов с обратными потоками. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 66, с. 33—41. 2. Романов П. Г. Двухуровневый алгоритм расчета балансовых уравнений технологических комплексов. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 45—49. 3. Белоусов Е. Г. Введение в выпуклый анализ и целочисленное программирование. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977. — 196 с. 4. Математические методы исследования операций / Ю. М. Ермолов, И. Н. Ляшко, В. С. Махалевич и др. — К.: Вища школа. Головное изд-во, 1979. — 312 с. 5. Дятлов Ю. Н. Методы оптимизации. — М.: Сов. радио, 1980. — 272 с. 6. Романов П. Г. Диалоговая система расчета балансовых уравнений сложных технологических систем комплексов. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 71, с. 35—38.

Поступила в редколлегию 19.04.83.

А. Т. АКУЛОВ

АППРОКСИМАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Решение задач оптимального управления динамическими объектами высокого порядка встречает значительные вычислительные трудности. Иногда целесообразно нахождение субоптимального управления. Для этой цели используют упрощенные модели более низкого порядка [1].

Рассмотрим линейный стационарный динамический объект высокого порядка, который описывается так: $\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$ (1); $y(t) = CX(t)$ (2), где $X(t) — n \times 1$ — вектор состояния объекта; $u(t) — r \times 1$ — вектор управления; $y(t) — l \times 1$ — вектор наблюдения; A, B, C — матрицы соответствующих размерностей.

Требуется аппроксимировать этот объект моделью более низкого порядка: $\dot{Z}_m(t) = FZ_m(t) + Gu(t)$ (3); $y_m(t) = HZ_m(t)$, где $Z_m(t)$ — вектор состояния модели размерности $m \times 1$, причем $m < n$; $y_m(t)$ — вектор наблюдения модели размерности $l \times 1$; F, G, H — матрицы соответствующих размерностей. Необходимо, чтобы переменные состояния упрощенной модели давали хорошую аппроксимацию m переменных состояния реального объекта для заданного класса входных воздействий.

Для решения поставленной задачи представим модель объекта в нормальной форме [2]. Переход к ней осуществляется с помощью преобразования $x(t) = Mq(t)$, где M — модальная матрица, соответствующая матрице A . Из уравнений (1) и (3) найдем выражение $\dot{q}(t) = M^{-1}AMq(t) + M^{-1}Bu(t)$ и, обозначая $\Lambda = M^{-1}AM$ и $\Gamma = M^{-1}B$, получим модель объекта в нормальной форме: $\dot{q}(t) = \Lambda q(t) + \Gamma u(t)$ (4); $y(t) = Nq(t)$ (5), где $N = CM$.

Если A имеет различные собственные значения, то Λ представляет диагональную матрицу вида

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & . & . & . & . & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & . & . & . & . & \lambda_n \end{bmatrix},$$

где $|\lambda_1| < |\lambda_2| < \dots < |\lambda_n|$, а если — повторяющиеся собственные значения, то может быть получена Жорданова каноническая форма.

Принцип упрощения, предложенный в работе [3], заключается в пренебрежении $n - m$ собственными значениями, больших по абсолютной величине. Однако в некоторых случаях это не обеспечивает хорошей аппроксимации, к тому же в установившемся

состоянии выход объекта и упрощенной модели имеют различные значения, что затрудняет ее применение для целей управления.

Поэтому в настоящей работе задача упрощения ставится как задача выбора порядка m модели, где $1 < m < n$, и собственных значений, сохраняемых в упрощенной модели которые давали бы наилучшую аппроксимацию упрощенной моделью исходного объекта, а также ее коррекцию таким образом, чтобы в установившемся состоянии выходы объекта и модели были равны.

Для решения поставленной задачи на первом этапе из n собственных значений матрицы A необходимо произвольно выбрать m собственных значений и так переставить столбцы модальной матрицы M , чтобы соответствующие m собственных значений появились в m начальных столбцах модальной матрицы. Для упрощения модели представим вектор $q(t)$ и матрицы L, Γ, N так:

$$q(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_2 \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}; N = [N_1 \ N_2]. \quad (6)$$

Здесь размерности вектора $q_1(t)$ и матриц L_1, Γ_1, N_1 соответственно равны $m \times 1, m \times m, m \times r, l \times m$, а размерности вектора $q_2(t)$ и матриц L_2, Γ_2, N_2 соответственно составляют $(n-m) \times 1, (n-m) \times (n-m), (n-m) \times r, l \times (n-m)$. Так как система дифференциальных уравнений (4), (5) развязана относительно переменных состояния $q_1(t), \dots, q_n(t)$, то, используя соотношение (6), ее можно представить в виде двух составляющих:

$$\dot{q}_1(t) = L_1 q_1(t) + \Gamma_1 u(t) \quad (7); \quad y_1(t) = N_1 q_1(t) \quad (8)$$

и

$$\dot{q}_2(t) = L_2 q_2(t) + \Gamma_2 u(t) \quad (9); \quad y_2(t) = N_2 q_2(t) \quad (10).$$

Упрощенная модель порядка m , описываемая выражениями (7), (8), не является лучшей, так как ее порядок и собственные значения, сохраняемые в ней, были выбраны произвольно. К тому же в установившемся состоянии выходы объекта и модели не равны, что ограничивает ее применение.

Для коррекции выхода упрощенной модели представим модель (4), (5) в стандартной форме вида (1), (2), воспользовавшись преобразованием $Z(t) = Mq(t)$ (11). Векторы состояний $Z(t), q(t)$ представим в виде двух составляющих размерностей $m \times 1$ и $(n-m) \times 1$, а матрицу M — в виде блочной матрицы. Тогда уравнение (11) можно записать так:

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix},$$

или $Z_1(t) = M_1 q_1(t) + M_2 q_2(t)$ (12); $Z_2(t) = M_3 q_1(t) + M_4 q_2(t)$ (13). Дифференцируя уравнения (12), (13) и используя уравнения (7) — (10), путем несложных преобразований можно получить следующие уравнения объекта:

$$\dot{Z}_1(t) = M_1 L_1 M_1^{-1} Z_1(t) + (M_1 L_1 M_1^{-1} + M_2 L_2) q_2(t) + (M_1 \Gamma_1 + M_2 \Gamma_2) u(t); \quad (14)$$

$$\dot{Z}_2(t) = M_3 L_1 M_1^{-1} Z_1(t) + M_3 L_1 M_1^{-1} M_2 q_2(t) + M_3 \Gamma_1 u(t). \quad (15)$$

Определяя значение $q_2(t)$ для установившегося состояния из выражения (9) и подставляя в выражения (14), (15), найдем уравнения объекта в следующем виде:

$$\dot{Z}_1(t) = M_1 L_1 M_1^{-1} Z_1(t) + [(M_2 L_2 - M_1 L_1 M_1^{-1}) L_2^{-1} \Gamma_2 + M_1 \Gamma_1 + M_2 \Gamma_2] u(t); \quad (16)$$

$$\dot{Z}_2(t) = M_3 L_1 M_1^{-1} Z_1(t) + (M_3 L_1 M_1^{-1} M_2 L_2^{-1} \Gamma_2 + M_3 \Gamma_1) u(t). \quad (17)$$

Принимая уравнение (16) в качестве упрощенной модели объекта и обозначая $F = M_1 L_1 M_1^{-1}$, $G = (M_2 L_2 - M_1 L_1 M_1^{-1}) L_2^{-1} \Gamma_2 + M_1 \Gamma_1 + M_2 \Gamma_2$, получим уравнение упрощенной модели: $\dot{Z}_u(t) = F Z_u(t) + G u(t)$ (18); $y_u = H Z_u(t)$ (19). В нормальной форме уравнение модели будет иметь вид $\dot{q}_u(t) = A_1 q_u(t) + M_1^{-1} G u(t)$ (20); $y_u(t) = N_1 q_u(t)$ (21). Для выбора порядка m и n собственных значений, сохраняемых в упрощенной модели, которые дают наилучшую аппроксимацию, необходима мера качества. В качестве ошибки аппроксимации примем разность выходов исходного объекта и упрощенной модели, т. е. $e(t) = y(t) - y_u(t)$, а меры качества $J = \int_0^T e^T(t) Q e(t) dt$ (22), где Q — симметрическая положительно определенная матрица порядка l . Функционал J существует, так как ошибка аппроксимации $e(t)$ стремится к 0 при $t \rightarrow \infty$.

Использование критерия (22) позволяет определить лучшую из упрощенных моделей. Задаваясь порядком m упрощенной модели, вычисляем значения критерия для S_m^n комбинаций собственных значений. Упрощенная модель m -го порядка определяется множеством тех m собственных значений, которые минимизируют критерий качества. Если точность аппроксимации не удовлетворяет, то порядок повышается до $m+1$ и процесс повторяется.

В качестве примера, иллюстрирующего применение данного метода для понижения размерностей динамических объектов высокого порядка, был рассмотрен объект 5-го порядка, который описывается системой стандартных уравнений:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,5 & -6,85 & -20,6 & -21,85 & -8,6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t); \quad (23)$$

$$y(t) = [10 \ 000] X(t). \quad (24)$$

Расчет матриц F , G упрощенных моделей и критерия качества производился с помощью ВМ ЕС10-22. Было найдено, что объект с достаточной степенью точности аппроксимируется моделью 3-го порядка. Минимум критерия получен для собственных значений: $\lambda_1 = -0,1$; $\lambda_2 = -0,5$; $\lambda_3 = -1$. Уравнение наилучшей упрощенной модели 3-го порядка имеет вид

$$\dot{Z}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,05 & -0,65 & -1,6 \end{bmatrix} Z_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,1 \end{bmatrix} u(t); \quad (25)$$

$$y_m(t) = [100] Z_m(t). \quad (26)$$

Чтобы оценить точность аппроксимации объекта упрощенной моделью, найдены выходы последних при подаче на их входы сигнала типа единичного скачка в момент $t = 0$.

Решение системы дифференциальных уравнений (23), (24) для исходного объекта и (25), (26) для упрощенной модели относительно их выходов имеют следующий вид.

Для объекта

$$y(t) = C\varphi_0(t) X(0) + \int_0^t C\varphi_0(t-\lambda) B u(\lambda) d\lambda,$$

где $\varphi_0(t) = e^{At}$ — переходная матрица состояния объекта, $x(0) = 0$, так как предполагается, что объект до времени $t = 0$ не был возбужден.

Для упрощенной модели

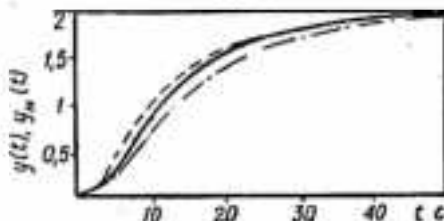
$$y_m(t) = H\varphi_m(t) Z_m(0) + \int_0^t H\varphi_m(t-\lambda) G u(\lambda) d\lambda,$$

где $\varphi_m(t) = e^{Ft}$ — переходная матрица состояния упрощенной модели.

Определяя переходные матрицы состояния $\varphi_0(t)$ и $\varphi_m(t)$ и производя интегрирование, получим решение для выхода исходного объекта: $y(t) = -2,982e^{-0,1t} + 1,48e^{-0,5t} - 0,555e^{-t} + 0,058e^{-2t} - 0,000754e^{-5t} + 2$, а для упрощенной модели соответственно

$$y_m(t) = -2,778e^{-0,1t} + 1e^{-0,5t} - 0,222e^{-t} + 2.$$

Как видно из приведенных решений, выход объекта и упрощенной модели в установившемся состоянии равны. Поведение объекта (—) и упрощенной модели (---) в переходный период представлены на рисунке. На нем изображен выход упрощенной модели по методике, изложенной в работе [3] (— · —). Как видно из графиков, модель, найденная по методике, изложенной в настоящей



работе (— —), более точно аппроксимирует поведение объекта и может быть применена для субоптимального управления объектом, а также для его идентификации.

Список литературы: 1. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. — М.: Наука, 1971. — 422 с. 2. Деруссо П., Род Р., Клауз Ч. Пространство состояний в теории управления. — М.: Наука, 1970. — 619 с. 3. Акулов А. Т., Кауров Л. Г. Агрегирование моделей линейных динамических объектов. — АСУ и приборы автоматизации, 1981, вып. 62, с. 16—19.

Поступила в редакцию 10.04.81.

УДК 681.142.2

А. И. ШУТИЛОВ

ОЦЕНКА СИСТЕМНЫХ ЗАТРАТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ЭВМ С ПОМОЩЬЮ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

В автоматизированных системах управления технологическими процессами и предприятиями находят широкое применение высокопроизводительные многопроцессорные электронные вычислительные машины (МП ЭВМ). Для эффективного использования их возможностей по обработке информации необходимо развитое программное обеспечение. Среди компонентов внутреннего программного обеспечения центральное место занимает операционная система (ОС).

С увеличением сложности структуры МП ЭВМ и количества функций, реализуемых ОС, возрастают затраты ресурсов машинного времени и памяти на выполнение управляющих (системных) программ. Величину затрат машинного времени на выполнение функций ОС оценивают с помощью показателя β , определяемого отношением времени $T_{ос}$, использованным процессорами ЭВМ на обработку системных программ за время T , к величине этого времени T [1].

Необходимость оценки системных затрат возникает при решении большого круга задач в процессе разработки МП ЭВМ и ОС. К основным из них относят [1]: определение реальной производительности МП ЭВМ при выполнении заданного класса алгоритмов и обоснование требований к количеству процессоров, обеспечивающих их реализацию за отводимое время; выбор рациональных методов распределения ресурсов МП ЭВМ в заданном режиме функционирования; обоснование аппаратного либо программного способа выполнения функций ОС.

В статье приводится марковская модель МП ЭВМ и методика, позволяющая оценивать системные затраты производительности МП ЭВМ β в зависимости от характеристик аппаратных и программных средств вычислительных машин.

Методика оценки системных затрат основывается на моделировании работы машины с помощью эквивалентной сети систем массового обслуживания. Указанный подход применялся в работах [2, 3]. Однако известные модели позволяют учитывать системные затраты в тех случаях, когда ОС реализует режим динамической диспетчеризации вычислений в однородной ЭВМ, а обслуживание заявок модулями ОС подчиняется простейшей дисциплине «первый пришел — первым обслужен». Эти ограничения не позволяют оценивать эффективность различных способов диспетчеризации вычислений и приоритетных дисциплин обслуживания заявок к ОС и выбирать из них наилучшие.

Поэтому для решения перечисленных выше задач необходимо разработать такую модель МП ЭВМ, которая позволяла бы учитывать отмеченные факторы. Для их учета при построении модели принимаем следующие допущения.

Полагаем, что в произвольный момент времени каждый процессор может находиться только в одном из двух состояний: «задача» и «система» [1]. В состоянии «задача» процессоры выполняют программы пользователей, а в состоянии «система» — программы ОС, например: планировщика, диспетчера, распределителя оперативной памяти.

Переключение процессоров из состояния «задача» в состояние «система» происходит при поступлении сигналов прерывания, а возврат в исходное — по окончании системных программ. Длительности интервалов времени пребывания процессоров в указанных состояниях случайны и по мере роста количества причин, вызывающих прерывания, асимптотически приближаются к экспоненциальному распределению [2].

При обращении процессора к модулю ОС и наличии в очереди заявок от других процессоров возникает задача выбора типа заявки, направляемой на обслуживание. При условии, что к p -му, $p = \overline{1, n}$, модулю ОС имеется очередь заявок, вероятность d_{up} выбора в первую очередь на обслуживание заявки u -го, $u = \overline{1, m}$, процессора позволяет учитывать приоритеты процессоров и тип дисциплины обслуживания заявок.

При сделанных предположениях задача на разработку модели функционирования МП ЭВМ может быть сформулирована следующим образом. Известны следующие характеристики МП ЭВМ, пользовательских и системных программ: m — количество процессоров, B_a — производительность процесса, n — количество модулей ОС, матрица $G = \|g_{up}\|$, $u = \overline{1, m}$, $p = \overline{1, n}$, вероятностей обращения процессоров к модулям ОС при возникновении прерываний, вектор $L = \{\lambda_u\}$, $u = \overline{1, m}$, параметров потоков заявок к ОС, матрица $M = \|\chi_{\mu u}\|$ интенсивностей обслуживания потоков заявок к ОС, матрица $D = \|d_{up}\|$ вероятностей обслуживания в первую очередь заявок заданных процессоров модулями ОС.

Необходимо разработать модель функционирования МП ЭВМ и методику получения численных значений показателя β системных затрат производительности, учитывающие перечисленные факторы при различных способах диспетчеризации вычислений.

При построении модели МП ЭВМ обращение u -го процессора к μ -му модулю ОС будем интерпретировать как поступление заявки (u, μ) -го типа. Под источником заявок понимаем процессор, находящийся в состоянии «задача», а под обслуживающим прибором — модуль ОС, реализуемый процессорами в состоянии «система». Учитывая, что общее количество заявок, находящихся в очередях

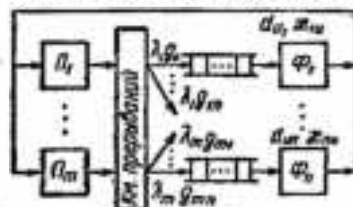


Рис. 1

к модулям ОС, ограничено и не превышает количества процессоров, функционирование МП ЭВМ можно представить эквивалентной совокупностью систем массового обслуживания, образующей замкнутую стохастическую сеть [2]. Схема такой замкнутой l -канальной сети с очередями приведена на рис. 1.

Будем различать состояния сети по типу и месту заявок в очередях к модулям ОС. Поскольку в произвольный момент времени процессоры могут находиться только в одном из двух состояний, используем двоичную переменную $k_{\mu u}$ для кодирования состояний сети:

$$k_{\mu u} = \begin{cases} 0, & \text{если } u\text{-й процессор находится в состоянии «задача»;} \\ 1, & \text{если заявка } u\text{-го процессора находится на } \mu\text{-м} \\ & \text{месте в очереди к } \mu\text{-му модулю ОС.} \end{cases}$$

Введя векторы $\vec{K}_{\mu} = \{k_{\mu 1}, \dots, k_{\mu m}\}$, состояние сети можно обозначать с помощью матрицы $K = \|\vec{K}_{\mu}\|_{\mu=1}^n, \mu=1}^m$.

В рассматриваемой сети протекают случайные процессы формирования и обслуживания заявок. Переходы из одного состояния в другое происходят мгновенно в случайные моменты времени. Множество $A = \{K_1, K_2, \dots, K_Q\}$ состояний конечно. Потоки событий, переводящие сеть из одного состояния в другое, являются простейшими. Это позволяет описывать процесс функционирования МП ЭВМ с помощью аппарата марковских процессов с конечным числом состояний и непрерывным временем [4].

Исчерпывающее вероятностное описание марковского процесса достигается [4] заданием матрицы переходных вероятностей $P = \|P_{\psi\phi}\|_{\psi=1}^Q, \phi=1}^Q$. Время пребывания такого процесса в ψ -м состоянии распределено по экспоненциальному закону:

$$F_{\psi}(t) = 1 - \exp \left\{ - \sum_{\phi=1}^Q a_{\psi\phi} t \right\}, \quad (1)$$

где $\alpha_{\phi\chi}$ — интенсивность перехода из состояния ϕ в состояние χ , а вероятность перехода процесса из ϕ -го состояния в χ -е за один шаг

$$p_{\phi\chi} = \alpha_{\phi\chi} / \sum_{\substack{\psi=1 \\ \psi \neq \phi}}^Q \alpha_{\phi\psi}. \quad (2)$$

Количество Q возможных состояний сети можно оценить с помощью соотношения

$$Q = 1 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{(i \leq m)} \frac{m! n! (i-1)!}{(m-i)! (j-1)! (i-j)! (n-j)! j!}. \quad (3)$$

Используя (1) и (2), можно вычислить средние времена пребывания процесса в каждом состоянии и элементы матрицы P вероятностей переходов, задав для определенности следующую последовательность нумерации состояний сети: состоянию $K =$

$$= \begin{bmatrix} 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \text{ присваивается номер 1. Затем номер состояния уве-}$$

личивается на единицу при увеличении координаты $\vec{k}_{11}$ от 1 до 2^{m-1} . Затем увеличивается вторая координата $\vec{k}_{12}$ и осуществляется перебор значений $\vec{k}_{11}$ в порядке возрастания в интервале $[1, (2^{m-1} - \vec{k}_{12})]$ и т. д.

Для вычисления финальных вероятностей состояний используются соотношения [4]:

$$\pi_{\psi} = \frac{p_{\psi\psi} A_{\psi\psi}}{\Delta_0 + p_{\psi\psi} \sum_{\phi \neq \psi} A_{\phi\psi}}, \quad \pi_{\chi} = \frac{\Delta_0}{\Delta_0 + p_{\psi\psi} \sum_{\phi \neq \psi} A_{\phi\psi}}, \quad (4)$$

где Δ_0 — определитель матрицы $(I - P_{(x)})$; I — единичная матрица; $A_{i\eta}$ — алгебраические дополнения ψ -го элемента η -го столбца определителя Δ_0 , $p_{\psi\eta}$ — переходная вероятность из состояния ψ в η -е состояние.

Рассматривая каждую компоненту вектора $R = \{\pi_{\psi}\}$, $\psi = \overline{1, Q}$ как среднюю долю времени, в течение которого сеть находится в ψ -м состоянии, и, сопоставив каждому состоянию соответствующую величину системных затрат производительности, определим суммарные (по всем состояниям) системные затраты.

Для этого введем множества $\overline{W}_{\psi}$ номеров процессоров, обращающихся к ОС в ψ -м состоянии сети. Процессор с номером u включается в множество $\overline{W}_{\psi}$, если u -я координата векторов $\vec{K}_{\chi\tau}$ равна единице, т. е. $u \in \overline{W}_{\psi}$, если $\bigvee_{\chi, \tau} k_{\chi\tau}(\psi) = 1$ (5).

Тогда суммарная производительность процессоров $\bar{B}_\psi$, обращающихся к ОС в ψ -м состоянии будет равна $\bar{B}_\psi = \sum_{u \in W_\psi} B_u$, а от-

носительные затраты $\bar{\beta}_\psi$ определятся с помощью соотношения $\bar{\beta}_\psi = \bar{B}_\psi / \sum_{u=1}^m B_u$ (6).

Учитывая, что события, состоящие в том, что сеть пребывает в ψ -м состоянии, образуют полную группу событий, средние во времени и по процессорам ЭВМ затраты производительности будут равны сумме затрат $\bar{\beta}_\psi$ по всем состояниям, умноженным на средние доли времени пребывания МП ЭВМ в этих состояниях. С учетом (6) получаем окончательное выражение для определения системных затрат производительности МП ЭВМ

$$\beta = \sum_{\psi=1}^q \pi_\psi \frac{\sum_{u \in W_\psi} B_u}{\sum_{u=1}^m B_u}. \quad (7)$$

Методика оценки системных затрат производительности МП ЭВМ с помощью полученной марковской модели может быть представлена в виде последовательности следующих этапов:

выделение характерных состояний процессоров ЭВМ для исследуемого варианта построения ОС, подсчет количества состояний в соответствии с выражением (3) и нумерация состояний в соответствии с приведенным выше правилом;

определение потоков событий, переводящих процесс из одного состояния в другое, вычисление с помощью соотношения (2) значения элементов матрицы переходных вероятностей;

вычисление финальных вероятностей пребывания процесса в различных состояниях в соответствии с (4) и получение оценок показателя β с помощью соотношений (5) и (7).

Разработанная методика благодаря предложенному способу описания типового состояния модели позволяет оценивать системную производительность однородных и неоднородных МП ЭВМ при статической либо динамической диспетчеризации вычислений и различных типах дисциплин обслуживания заявок модулями ОС (бесприоритетных либо учитывающих приоритеты процессоров).

В соответствии с разработанной методикой были составлены моделирующие программы и получены оценки системных затрат для ЭВМ, используемых для управления технологическими процессами. В качестве одного из примеров использования методики приводим результаты оценки эффективности приоритетного способа обслуживания заявок модулями ОС. При моделировании учитывалось,

что основные системные затраты трехпроцессорной ЭВМ приходятся на выполнение функций диспетчера, реализующего режим статической диспетчеризации и приоритетную дисциплину обслуживания заявок процессоров.

Граф процесса переходов МП ЭВМ в пространстве состояний приведен на рис. 2.

Оценка эффективности рассматриваемого варианта построения ОС выполнена для следующих диапазонов варьирования исходных данных: $B_1 = 1$, $B_2 = 5$, $B_3 = 25$, $\lambda_1 = 100 \text{ 1/с}$, $\lambda_2 = B_2 \lambda_1$, $\lambda_3 = B_3 \lambda_1$, $x = 1000 - 250 \text{ 1/с}$, $d_3 = 0 \div 1$, $d_1 = 1 - d_3$, $d_2 = 1 - d_3$.

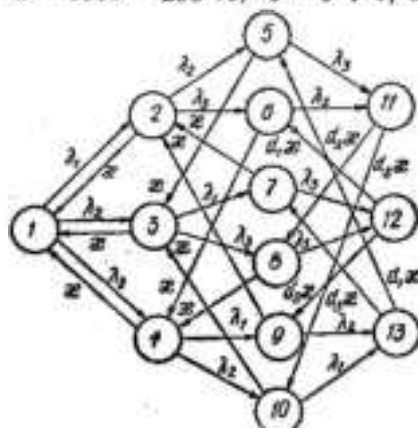


Рис. 2

Результаты оценки показателя β приведены на рис. 3 (затраты производительности МП ЭВМ на выполнение функций ОС: 1— $x = 10^3 \text{ 1/с}$; 2— $x = 350 \text{ 1/с}$; 3— $x = 250 \text{ 1/с}$).

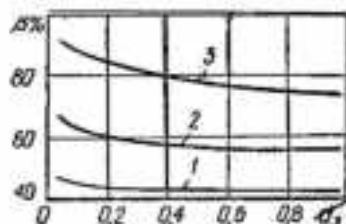


Рис. 3

Из полученных зависимостей следует, что приоритетное обслуживание обеспечивает сокращение затрат производительности на 5—10%. Снижение потерь на ОС с увеличением приоритета процессора, обладающего наибольшей производительностью, происходит на большую величину при увеличении времени реализации диспетчера. Это снижение происходит из-за того, что с ростом приоритета d_3 сокращается время ожидания обслуживания третьего процессора в очереди к диспетчеру. Соответствующее увеличение времени обслуживания заявок первого и второго процессоров не приводит к увеличению средних системных затрат МП ЭВМ, так как производительность B_1 и B_2 значительно меньше B_3 .

Таким образом, минимизация системных затрат производительности ЭВМ, состоящей из неоднородных процессоров, достигается при назначении приоритетов d_n процессоров, прямо пропорциональных их производительности, что необходимо учитывать при разработке ОС многопроцессорных ЭВМ.

Список литературы: 1. Мэдник С., Донован Дж. Операционные системы.— М.: Мир, 1978.— 684 с. 2. Основы теории вычислительных систем / Под ред. С. А. Майорова.— М.: Высш. школа, 1978.— 408 с. 3. Липаев В. В., Ян

УДК 62—52:621

А. Л. ЛИТВИНОВ, канд. техн. наук

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОТОКОВ ИНФОРМАЦИИ
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ГРУППОЙ СТАНКОВ С ЧПУ**

Современный этап автоматизации машиностроительного производства характеризуется интенсивным внедрением станков с числовым программным управлением (ЧПУ), созданием систем группового управления (СГУ) от ЭВМ, позволяющим улучшить организацию труда, уменьшить брак и поднять производительность труда [1].

При разработке систем группового управления приходится решать ряд сложных вопросов, связанных с выбором комплекса технических средств, проектированием нестандартных устройств, разработкой алгоритмов функционирования и созданием программного обеспечения.

Важнейшие вопросы на этапе проектирования СГУ — определение количества одновременно управляемого оборудования от ЭВМ, расчет надежности характеристик, определение степени загрузки ЭВМ и др.

Для задания последовательности действий станка с ЧПУ по обработке той или иной детали необходимо разработать специальную управляющую программу станка (УПС) с помощью той или иной системы автоматизации программирования, например EXAPT I. Для работы в станках преобразуются в программы, написанные на одном из специальных языков программирования, чаще всего ISO — 7bit [2]. Программы, написанные в коде ISO — 7bit, набираются на перфоленту и могут использоваться для управления индивидуальными станками с ЧПУ, а при создании СГУ — хранятся в памяти ЭВМ и передаются по специальным каналам связи для обработки.

Программы, написанные в указанном выше коде, состоят из отдельных кадров, разделенных пустыми промежутками. Каждый кадр задает движение обрабатывающего инструмента между двумя опорными точками и несет необходимую информацию: вид интерполяции, скорость подачи, геометрию обработки и т. д. Информация расшифровывается интерполатором и обрабатывается исполнительными органами станка. Размер отдельных кадров, время их передачи и обработки носят случайный характер, что необходимо учитывать при проектировании системы, причем математическими моделями являются модели массового обслуживания с конечным числом источников [3]. Задача определения статистических характе-

ристик потоков запросов, времени обслуживания в конкретных условиях производства, где будет эксплуатироваться СГУ, важна.

Исследование управляющих программ станков, написанных в коде ISO — 7bit, показывает возможность создания специальной программы, которая могла бы автоматически производить набор и обработку статистического материала по размерам отдельных кадров УПС, по времени их отработки на станке. Это видно из следующего: 1. Вся программа состоит из отдельных кадров, причем кадр начинается специальным символом *N* (на перфоленте кодируется как 01110010) и заканчивается специальным символом *LF* (код 01010000). 2. Вид интерполяции задается подготовительной функцией: G01 — линейная, G02 — круговая по часовой стрелке; G03 — круговая против часовой стрелки.

При линейной интерполяции параметры ΔX , ΔY , ΔZ перемещения по осям *X*, *Y*, *Z* задаются непосредственно в кадре. Поэтому абсолютное перемещение фрезы при обработке детали в одном кадре ΔR можно определить по формуле

$$\Delta R = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (1)$$

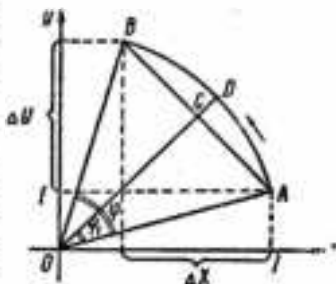


Рис. 1

При круговой интерполяции в каждом кадре задаются координаты начальной точки дуги окружности (*I*, *J*) и перемещения по осям *X* и *Y* (ΔX , ΔY). Для определения длины дуги перемещения фрезы ΔL воспользуемся рис. 1, где *A* — начальная точка дуги с координатами *I*, *J*, *B* — конечная точка. Радиус дуги $OA = \sqrt{I^2 + J^2}$, длина хорды $AB = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}$, $OD \perp AB$; $AC = AB/2$; $\varphi = 2\varphi_1$.

Из рис. 1 видно, что

$$OC = \sqrt{OA^2 + AC^2} = 0,5 \sqrt{4(I^2 + J^2) - (\Delta X^2 + \Delta Y^2)};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = AC/OC = \sqrt{\frac{\Delta X^2 + \Delta Y^2}{4(I^2 + J^2) - (\Delta X^2 + \Delta Y^2)}}.$$

Следовательно, $\varphi = 2\varphi_1 = 2 \operatorname{arctg} \operatorname{tg} \varphi_1$. Если угол φ задан в радианах, то окончательная формула для длины дуги, на которой перемещается фреза при круговой интерполяции, имеет вид

$$\Delta L = R \cdot \varphi = 2 \sqrt{I^2 + J^2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\Delta X^2 + \Delta Y^2}{4(I^2 + J^2) - (\Delta X^2 + \Delta Y^2)}}. \quad (2)$$

3. Скорость подачи *V* задается признаком *F* (на ленте код 01100011) и четырьмя цифрами, расшифровав которые, можно определить ее значение.

Таким образом, в первом приближении время отработки одного кадра τ для линейной интерполяции можно определить как $\Delta R/V$, а для круговой — $\Delta L/V$.

Количество кадров в каждой УПС заранее неизвестно, поэтому желательно так построить алгоритм статистического анализа УПС, чтобы расчет необходимых статистических характеристик осуществлялся после получения определенного значения случайной величины. В целях экономии памяти целесообразно расчет статистических характеристик производить по рекуррентным формулам. В качестве основных статистических характеристик размера отдельных кадров УПС и времени их отработки будем использовать математическое ожидание и дисперсию, что является вполне достаточным для описания потока события [4]. Обозначим через m_n и D_n математическое ожидание и дисперсию, вычисленные по n значениям случайных величин ξ_i , $i = \overline{1, n}$.

Из известных формул математической статистики имеем [5]

$$m_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \xi_i; \quad (3)$$

$$D_{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n+1} (\xi_i - m_{n+1})^2; \quad D_1 = 0. \quad (4)$$

Преобразуем формулы (3) и (4) для рекуррентного расчета параметров:

$$m_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \xi_i = \frac{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right)n + \xi_{n+1}}{n+1}.$$

Окончательно $m_{n+1} = nm_n + \xi_{n+1}/n+1$ (5). Аналогично

$$D_{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n+1} (\xi_i - m_{n+1})^2 = \frac{n-1}{n} \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 - \frac{n}{n-1} m_n^2 \right] + \\ + \frac{1}{n} \xi_{n+1}^2 + m_n^2 - \frac{n+1}{n} m_{n+1}^2.$$

После соответствующих преобразований найдем

$$D_{n+1} = \frac{n-1}{n} D_n + \frac{(\xi_{n+1} - m_n)^2}{n+1}. \quad (6)$$

Таким образом, формулы (5) и (6) позволяют при расчете резко уменьшить затраты памяти по сравнению с формулами (3) и (4), используя для работы только значения характеристики, полученные на предыдущем шаге, номер вычисляемой случайной величины и ее значения.

С использованием вышеперечисленных соображений и полученных рекуррентных зависимостей был разработан алгоритм статистического анализа УПС, блок-схема которого изображена на рис. 2.

Блоки осуществляют: 1 — ввод, запоминание и контроль очередного кадра УПС; 2 — контроль конца перфоленты; 3 — вывод результатов на печать; 4 — определение типа интерполяции; блоки

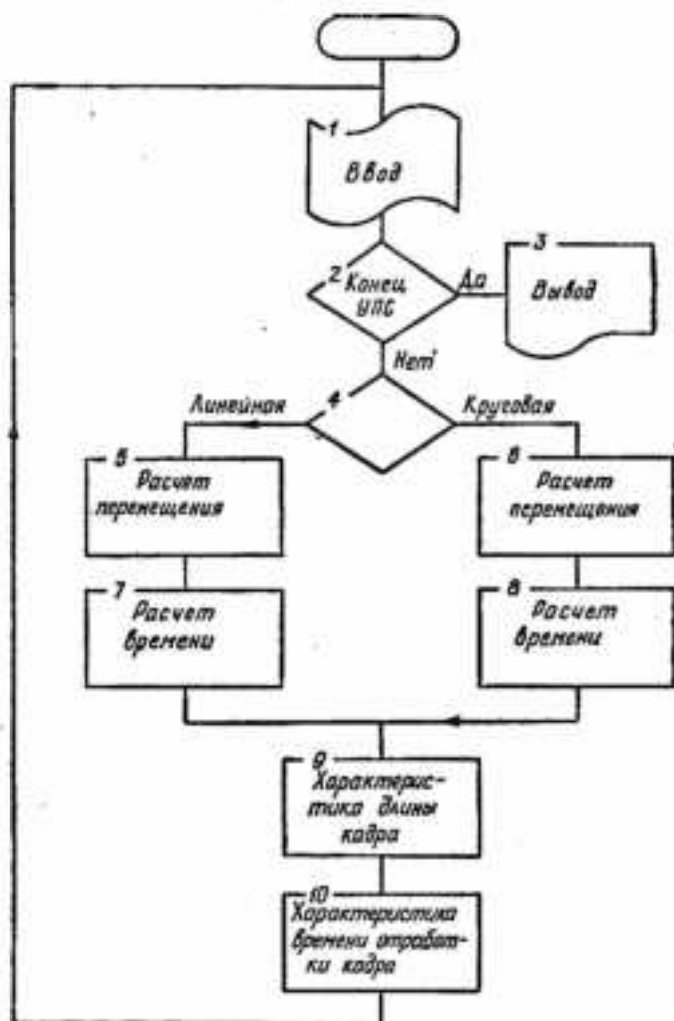


Рис. 2

определяют; 5 и 6 — абсолютное перемещение фрезы в кадре соответственно при линейной и круговой интерполяции; 7 и 8 — время отработки очередного кадра; 9 — математическое ожидание U_1 и дисперсию длины кадра U_2 УПС, 10 — математическое ожидание W_1 и дисперсию времени отработки кадра W_2 УПС. В процессе обработки одного, i -го кадра, УПС определяются время его

отработки на станке τ_i и длина η_i . Чтобы подсчитать математическое ожидание и дисперсии, используются рекуррентные соотношения (5) и (6).

Разработанный алгоритм был реализован программным путем на ЭВМ М-6000 в перемещаемом формате с использованием основной управляющей системы. Программа содержит 732 оператора Мнемокода М-6 000, на котором осуществлялось программирование алгоритма.

По этой программе было обработано 46 управляющих программ станков для корпусных изделий приборостроительного производства, содержащих свыше 2000 кадров. Получены следующие результаты:

Математическое ожидание времени обработки одного кадра УПС равно 10 с, а дисперсия — 124 с².

Математическое ожидание длины одного кадра равно 21 байт, дисперсия — 28 байт.

Каждый УПС в среднем содержит 37 кадров или 900 байт с учетом межкадровых промежутков.

Коэффициент вариации времени отработки отдельных кадров $\alpha = \frac{\sqrt{D}}{\bar{X}} = 1,11 \approx 1$, поэтому время отработки кадров УПС можно описать с помощью экспоненциального распределения $P\{\xi < t\} = 1 - e^{-\lambda t}$, где $\lambda = 0,1$ (7). Коэффициент вариации значения η — размера одного кадра

$$\beta = \sqrt{U_2/U_1} = 0,2519 \approx \frac{\sqrt{16}}{16} < 1.$$

Для описания случайной величины размера кадров можно использовать эрлангово-распределение 16 порядка, т. е. распределение размера кадров близко к регулярному закону и

$$P\{\eta < t\} = 1 - \sum_{i=1}^{16} \frac{(\mu t)^{i-1}}{(i-1)!} e^{-\mu t}, \text{ где } \mu = \frac{16}{U_1} = 0,763 \quad (8).$$

Если обмен информацией между процессором СГУ и устройством числового программного управления (УЧПУ) станка осуществляется в пок кадровом режиме с частотой 1000 Гц (частота ввода информации в УЧПУ), поток запросов к процессору от одного станка описывается функцией распределения (7), а время обслуживания одного запроса — эрланговским законом вида (8). Однако μ изменится и будет иметь значение, равное $16/(U_1 \cdot 10^{-3}) = 763$.

Используя полученные законы распределения случайных величин, характеризующих потоки информации в системах группового управления, можно строить соответствующие вероятностные модели и производить их расчет.

Список литературы: 1. Мясников В. А., Игнатенко М. Б., Покровский А. М. Программное управление оборудованием. — Л.: Машиностроение, 1974. — 540 с. 2. Базин В. А., Будинский А. А. Станки с программным управлением и программирование обработки. — М.: Л.: Машиностроение, 1965. — 348 с. 3. Ратников В. А. Основы программного управления станками. — М.: Машиностроение, 1978. — 240 с. 4. Кокс Л., Смит В. Теория восстановления. — М.: Сов. радио, 1967. — 300 с. 5. Венгцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 576 с.

Поступила в редакцию 10.04.81.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ГОРОДСКИХ
ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ БОЛЬШОЙ
РАЗМЕРНОСТИ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ

Гидравлический расчет городских газораспределительных сетей (ГГРС) — базовый при решении сложных задач на сетях: прогнозирование состояния потокораспределения в газовой сети на основании плана ее изменения во времени; выбор наиболее рациональных путей реконструкции сетей, потокораспределение в которых не удовлетворяет требуемому, и др. В подобных задачах гидравлический расчет нужно проводить несколько тысяч раз, поэтому для реальных ГГРС большой размерности затраты машинного времени очень ощутимы.

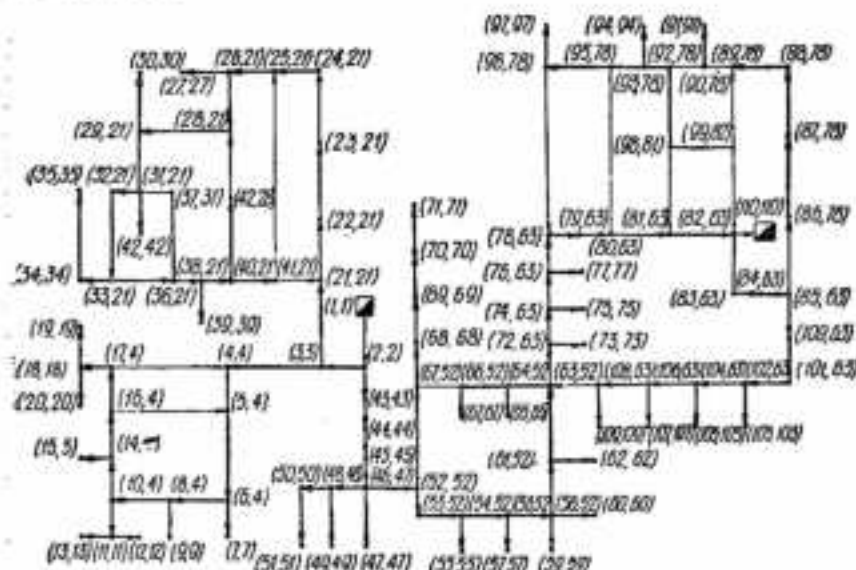
Традиционные методы гидравлического расчета — методы Ньютона и покоординатного спуска. Недостаток метода Ньютона — необходимость формирования и решения на каждой итерации системы n линейных уравнений [1]. При большом числе уравнений это требует значительного объема оперативной памяти и больших временных затрат на каждую итерацию. Метод покоординатного спуска, будучи исключительно простым по своей реализации, приводит к затратам машинного времени вследствие большого числа итераций, особенно при сильной взаимозависимости переменных.

Можно сократить потребности в памяти и времени ЭВМ, если при выполнении гидравлического расчета ГГРС большой размерности учесть специфику структуры графа, моделирующего ГГРС. Так как каждый густонаселенный или промышленный район содержит ряд узлов, связанных большим числом труб, а число труб, связывающих районы, невелико, то структура графа характеризуется группами узлов с большим числом взаимосвязей внутри группы и малым — между группами.

Рассмотрим случай, когда граф, моделирующий ГГРС, содержит вершину, удаление которой вместе с инцидентными ей ребрами разъединяет оставшиеся вершины. Такая вершина называется точкой сочленения, а граф, ее содержащий, разделимым [2]. Например, вершина 14 (рисунок) — точка сочленения. Граф без точек сочленения называется неразделимым. Максимальный неразделимый подграф графа называется блоком. Отыскание точек сочленения и выделение блоков позволит выполнять увязку колец для каждого блока в отдельности.

При определении точек сочленения ориентацию дуг будем игнорировать, т. е. рассматривать граф, моделирующий ГГРС, как неориентированный. В этом случае вершина v неориентированного связного графа $G(V, E)$ — точка сочленения, если существуют такие вершины x и y , что v , x и y различны, и любой путь между x

и y проходит через вершину v . В этом и только в этом случае удаление v из графа G разрывает все пути между x и y (т. е. делает G разделимым). Для отыскания точек сочленения и блоков графа будем использовать поиск в глубину. Поиск в глубину на неориентированном графе $G(V, E)$ реализуется следующим образом. Когда мы посещаем



вершину v , то идем по одному из ребер (v, w) , инцидентному v . Если вершина w уже посещалась ранее, возвращаемся в v и выбираем другое ребро. Если вершина w еще не пройдена, то заходим в w и применяем процесс рекурсивно к w . Если все ребра, инцидентные вершине v , просмотрены, идем назад по ребру (u, v) , по которому пришли в v , и продолжаем исследование ребер, инцидентных u . Процесс заканчивается при появлении попытки вернуться из вершины, с которой началось исследование. Результат поиска в глубину — остовное дерево T . Ребра, не принадлежащие этому дереву, называются обратными ребрами [2].

Для отыскания точек сочленения и блоков графа в процессе поиска в глубину для каждой вершины v определяются две величины $NU(v)$ и $LW(v)$. $NU(v)$ — это номер вершины v в момент, когда она посещается впервые. Сначала $NU(v) = 0$ для всех v в знак того, что ни одна вершина не пройдена. Постепенно все вершины нумеруются числами от 1 до $|V|$. $LW(v)$ определяется как наименьшее значение $NU(x)$, где x — вершина графа. В нее можно попасть из v , проходя последовательность из нуля или более ребер дерева, за которой следует не более чем одно обратное ребро.

Вычисление значения $LW(v)$ в процессе поиска в глубину производится просто, так как $LW(v) = \min(\{NU(v)\} \cup \{LW(x) | (v, x) \in T\} \cup \{NU(x) | (v, x) \in B\})$, где T — ветви дерева; B — обратные ребра.

Если удастся обнаружить вершину v , такую что $(a, v) \in T$ и $LW(v) > NU(a)$, то a будет либо точкой сочленения, либо корнем дерева T . Зная точки сочленения, можно в процессе поиска в глубину определить блоки, храня ребра в стеке в той очередности, в какой они проходятся; ребра, находящиеся на верху стека в момент обратного прохода через точку сочленения, образуют блок.

На рисунке ребра, выделенные жирными линиями, образуют ориентированное остоное дерево, полученное поиском в глубину. Пары чисел, приведенные в скобках возле каждой вершины, — значения $NU(v)$ и $LW(v)$ для $v \in V$. Точки 2, 3, 4, 6, 8, 10, 11, 14, 17, 18, 21, 26, 29, 31, 33, 34, 38, 43—46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 61, 63, 64, 66—72, 74, 76, 82, 90, 93, 96, 102, 104, 106, 108 — точки сочленения для рассматриваемого графа. При разъединении всех точек сочленения образуется 55 блоков. Поскольку некоторые блоки состоят только из одного ребра, необходимо формировать компоненты, содержащие несколько взаимосвязанных блоков, образующихся при обратном ходе поиска в глубину. Время поиска в глубину на неориентированном графе $G(V, E)$ равно $O(|E| + |V|)$. Для реализации алгоритма поиска в глубину на Фортране необходимо использовать стек для выполнения рекурсивных обращений.

Гидравлический расчет на ЭВМ ГПРС большой размерности, реализующий идею разбиения графа, моделирующего ГПРС, на компоненты и использующий математическую модель установившегося потокораспределения в газовой сети [1], включает следующие этапы:

1. Ввод информации о геометрической структуре сети, параметрах участков и узловых расходах газа.
2. Формирование позиционно-списочного представления информации о графе сети в памяти ЭВМ [3].
3. Поиск в глубину, дающий значения расходов в реальных дугах по известным узловым расходам в соответствии с первым постулатом инженерных сетей.
4. Определение точек сочленения и номеров дуг, образующих компоненты.
5. Построение системы фундаментальных циклов для каждой компоненты на основе информации о дереве графа [4].
6. Определение расходов газа в реальных дугах, удовлетворяющих второму постулату инженерных сетей, с использованием метода Ньютона для решения системы нелинейных уравнений, сформированных для каждой компоненты.
7. Определение потерь давления на участках и величин давления в узлах сети.

Для сравнительного анализа традиционных и предлагаемого методов на ЭВМ ЕС 1020 был проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого гидравлический расчет реальной ГПРС заданного давления вначале выполнялся методами Ньютона и похоронного спуска, а затем с помощью разбиения графа, моделирующего рассматриваемую сеть, — на компоненты. Результаты затрат машинного времени для различных методов расчета приведены в таблице.

Название метода	Номера точек соединения	Время расчета на ЕС 1020 (с)
Метод по координатного спуска	—	39,50
Метод Ньютона	—	12,20
Расчет для двух компонент	37	8,00
» для трех »	14, 54	7,70
» для трех »	14, 37	7,58
» для четырех »	14, 37, 54	7,26

Список литературы: 1. Ефодимов А. Г., Дубровский В. В., Тевяшев А. Д. Потокораспределение в инженерных сетях. — М.: Стройиздат. — 199 с. 2. Рейнгольд Э., Ниверсальт Ю., Дюо Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. — М.: Мир, 1980. — 476 с. 3. Деардица Ю. С., Пузан В. Ф. Представление сильно связанных орграфов смешанными списковыми структурами. — АСУ и приборы автоматики, 1980, вып. 55, с. 18—21. 4. Деардица Ю. С., Пузан В. Ф. Повышение эффективности алгоритмов построения множества фундаментальных циклов мультиграфа. — АСУ и приборы автоматики, 1980, с. 16—18.

Поступила в редакцию 22.11.82.

УДК 658.5

ЛЫСЕНКО Э. В., д-р техн. наук,
ГЕРБАЛИ С. Н., канд. техн. наук,
ФЕДОРОВИЧ О. Е., канд. техн. наук,
МЕДЗМАРИАШВИЛИ П. А.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ГЕНЕРИРОВАНИЮ ВАРИАНТОВ СТРУКТУР РОБОТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Представим структуру роботизированного технологического комплекса (РТК) в виде совокупности технологических модулей — {станок либо устройство плюс робот-манипулятор либо транспортный робот}. Реализацию технологического процесса изобразим как последовательность временных фаз, образующих технологический маршрут — временную диаграмму (ВД) процесса. Вспомогательные технологические операции заключаются в манипулировании и транспортировке заготовок, полуфабрикатов и деталей. Каждый из типов оборудования кодируем определенным номером. В формализованном виде структура РТК будет записана как последовательность номеров оборудования, расположенных в соответствии с технологическим маршрутом. Возможные типы оборудования для одного рабочего места предопределяют различные технологические маршруты, т. е. варианты структур РТК. Возникает задача генерации вариантов структур и выбора оптимального в смысле производительности.

Имитационное моделирование является достаточно мощным аппаратом для исследования сложных систем [1]. Однако процедура

поиска оптимальных в некотором смысле систем неизбежно приводит к перебору вариантов. При этом простой перебор вариантов не дает уверенности в том, что не оставлены без внимания некоторые лучшие образцы исследуемой системы. Возникает вопрос об организации процедур целенаправленного перебора вариантов, т. е. процедур их последовательного улучшения.

При реализации матрицы структур используем принципы планирования эксперимента [2] для уменьшения числа исследуемых вариантов и построения процедуры целенаправленного перебора.

Построим матрицу планирования эксперимента для случая пяти факторов, т. е. выберем для простоты анализа временную диаграмму структуры из пяти фаз. Специфика варьирования факторов будет состоять в следующем.

Формируются два множества функциональных устройств.

Первое — M_1 — множество устройств верхнего уровня, включает в себя устройства, по функциональным качествам наиболее соответствующие данной фазе ВД. Реализация фазы при этом на закрепленном устройстве из M_1 будет наиболее эффективной по временным параметрам и затратам оборудования. После кодирования устройств множество M_1 будет представлено в виде $M_1 \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Множество устройств M_2 — множество нижнего уровня, состоит из ряда подмножеств по числу фаз временной диаграммы.

Частным случаем подмножества является одно устройство нижнего уровня на i -й фазе ВД.

В i -е подмножество множества M_2 входят те устройства, которые могут быть использованы для реализации i -й фазы ВД при невозможности применить для этого соответствующее устройство из множества M_1 . При этом использование устройств из подмножеств множества M_2 приводит к ухудшению характеристик (временных, затрат оборудования, надежности и т. д.).

Для случая пяти фаз имеем матрицу МПЭ и множества устройств M_1 и M_2 .

№	1	2	3	4	5		
1	+	+	+	+	+	$\Rightarrow S_{11} = (12345)$	
2	-	+	+	+	+	$\Rightarrow S_{21} = (32345)$	$S_{22} = (52345)$
...	...	...	...	...	...		
6	-	+	-	+	+	$\Rightarrow S_{61} = (32545)$	$S_{62} = (52545)$
...	...	...	...	...	...		
32	-	-	-	-	-	$\Rightarrow S_{321} = (34523)$	$S_{322} = (54523)$

Генерирование структур по строкам матрицы МПЭ производится в соответствии с принципом распределения устройств по множествам верхнего и нижнего уровней. Покажем это на ряде вариантов структур.

Для первой строки матрицы МПЭ — $(+ + + + +)$ структура имеет вид $S_{11} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\}$, т. е. сформирована она из устройств верхнего уровня. Во второй строке матрицы первый фактор на нижнем уровне, т. е. соответствующее устройство — первое из множества M_1 — отсутствует, не может быть применено. Поэтому данная фаза реализуется устройствами из первого подмножества M_2 — 3 и 5. Тогда по второй строке плана будут сформированы две структуры: $S_{21} = \{3\ 2\ 3\ 4\ 5\}$; $S_{22} = \{5\ 2\ 3\ 4\ 5\}$. По остальным строкам плана структуры формируются аналогично. Последняя строка, все факторы которой на нижнем уровне, формируется лишь из устройств множества M_2 : $S_{321} = \{3\ 4\ 5\ 2\ 3\}$; $S_{322} = \{5\ 4\ 5\ 2\ 3\}$.

Анализ структур, генерированных подобным образом по всей матрице МПЭ, приводит к выводу, что не все структуры могут быть оставлены для дальнейшего исследования. Если в i -й строке плана k -й фактор находится на нижнем уровне и в этой же строке — j -й фактор также на нижнем уровне, в подмножестве которого есть устройство, идентичное устройству верхнего уровня k -го фактора, то подобное сочетание не может составить структуру. Это очевидно, так как отсутствующее устройство верхнего уровня k -го фактора не может входить в подмножество нижнего уровня. Иными словами, подмножества множества M_2 в каждой строке плана формируются из тех устройств множества M_1 , где фазы находятся на верхнем уровне. Тогда, например, структуры S_{321} , S_{322} из числа рассмотренных выше должны быть удалены и окончательный список структур формируется без них.

Генерирование структур по матрице МПЭ и отсев нереальных приводят к некоторому сокращению полного списка, однако число вариантов остается достаточно большим. Окончательный список структур должен быть упорядочен по принципу монотонного возрастания производительности.

Критерием при упорядочении структур по данному принципу может служить распределение устройств по фазам временной диаграммы. При распределении число устройств равно числу фаз ВД или число устройств меньше числа фаз ВД.

В первом случае каждая фаза ВД реализуется автономным устройством. Глубина совмещения на потоке процессов зависит от конкретных временных соотношений. Во втором случае может возникнуть множество вариантов распределения устройств по фазам в зависимости от мощности подмножества множества M_2 нижнего уровня. Как минимум две фазы будут обслуживаться одним устройством. Уменьшение числа типов устройств ведет к увеличению числа фаз, обслуживаемых одним устройством. Соотношение типов устройств в каждой структуре может быть строго определено и применено при упорядочении структур, при котором исходим из того, что увеличение числа автономных устройств ведет к увеличению глубины совмещения на потоке процессов, а следовательно, и увеличению производительности структуры. Таким образом, ставится задача формирования групп структур по числу типов

функциональных устройств и далее — лексикографического упорядочения групп по возрастанию или убыванию числа типов устройств, распределенных по фазам ВД.

Каждая из анализируемых структур может быть описана числом типов устройств. Так, структура по первой строке плана $S_{11} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\}$ описывается пятью единицами, каждая из которых означает тип оборудования, отличный от остальных:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\} \quad 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ S_{21} &= \{3\ 2\ 3\ 4\ 5\} \quad 2\ 1\ 1\ 1 \\ S_{22} &= \{5\ 2\ 5\ 4\ 5\} \quad 3\ 1\ 1 \quad \text{и т. д.} \end{aligned}$$

В общем случае осуществляется лексикографическое упорядочение групп структур по принципу возрастания числа типов устройств в структурах вида

5
4 1
3 2
3 1 1
2 2 1
2 1 1
...
1 1 1 1 1.

В каждой группе структуры могут отличаться распределением устройств по фазам при сохранении общего соотношения типов устройств. Так, при пятифазной ВД с соблюдением особенностей физической структуры группы 32 (всего два типа устройств, при этом три устройства одного типа, два — второго) и 311 (три типа устройств, три устройства одного типа, одно устройство второго и одно — третьего типов) представлены одной и двумя структурами соответственно:

$$\begin{aligned} 32: & \quad 1\ 2\ 1\ 2\ 1 \\ 311: & \quad 1\ 2\ 1\ 3\ 1 \\ & \quad 1\ 3\ 1\ 2\ 1 \end{aligned}$$

То же можно сказать о группе 11111: 1 2 3 4 5.

Промежуточные группы 221 и 2111 представлены большим числом структур:

$$\begin{aligned} 221: & \quad 1\ 2\ 1\ 2\ 3 & 2111: & \quad 1\ 2\ 1\ 3\ 4 \\ & \quad 1\ 2\ 3\ 2\ 1 & & \quad 1\ 2\ 3\ 4\ 1 \\ & \quad 1\ 2\ 3\ 2\ 3 \text{ и т. д.} & & \quad 1\ 2\ 3\ 2\ 4 \\ & & & \quad 1\ 2\ 3\ 4\ 3 \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Моделирование структур внутри каждой группы показывает, что производительность их одинаковая. Однако исследование проводилось при условии равенства временных параметров отдельных устройств.

Время реализации одного процесса (среднее) в условных единицах для структур в различных группах распределено следующим образом: 5 : 5; 41 : 4; 32 : 3,4; 311 : 3,4; 221 : 2,6; 2111 : 2,6; 11111 : 1,8.

Графическая зависимость представлена на рис. 1 и имеет экспоненциальный характер.

Более детальное исследование может быть проведено в каждой точке зависимости. При этом возможно определение оптимальных временных соотношений для каждой структуры внутри группы.

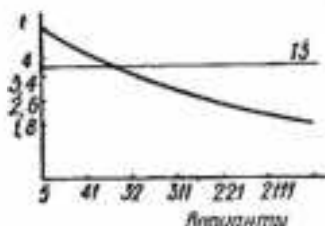


Рис. 1

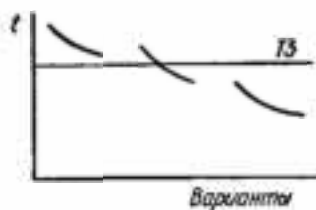


Рис. 2

Графическая зависимость, приведенная выше, может занимать три положения относительно линии, ограничивающей технические требования по быстродействию (рис. 2): зависимость проходит ниже линии, структуры всех групп удовлетворяют требованиям ТЗ; зависимость пересекает линию ТЗ, контролируемым моделированием структур представителей каждой группы определяется положение точек зависимости и отсекаются те группы, представители которых не удовлетворяют ТЗ (расположены выше линии); зависимость расположена выше линии ТЗ, ни одна из структур не удовлетворяет требованиям ТЗ.

Таким образом, процедура целенаправленного выбора структур состоит из следующих этапов: 1) генерирование структур по матрице МПЗ; 2) отсев нереальных вариантов; 3) формирование типов структур по группам; 4) лексикографическое упорядочение групп структур; 5) целенаправленное моделирование; 6) определение характера зависимости и положения зависимости относительно линии ТЗ; 7) нахождение структуры, близкой к ТЗ; 8) исследование выделенной структуры для определения оптимальных временных соотношений.

Предложенный алгоритм реализован в виде программы на ЭВМ. Исходные данные: список основных устройств (множество М1), список дополнительных устройств по фазам ВД (множество М2). Программа производит генерацию, отсев и лексикографическое упорядочение структур. Дальнейшее исследование проводится с применением программного имитационного модуля.

Список литературы: 1. Головинков О. В., Душанов С. Г., Смирнов В. К. Моделирование сложных дискретных систем на ЭВМ. — М.: Энергия, 1978. — 160 с. 2. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — М.: Наука, 1971. — 285 с.

Поступила в редакцию 15.04.83

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ
АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
ПОРАЗРЯДНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ В i -КОДАХ

Известные структуры аналого-цифровых преобразователей (АЦП) поразрядного уравнивания [1] позволяют эффективно корректировать динамическую ошибку второго рода, обусловленную изменением сигнала за время преобразования. Однако их корректирующая способность недостаточна для коррекции импульсных помех, действующих на входе, и сбоев в элементах и узлах, реализующих их структуры. АЦП, построенные в кодах Фибоначчи и систем счисления с иррациональными основаниями [2], позволяют частично решить эту задачу, корректируя сброс типа $1 \rightarrow 0$ и динамическую ошибку, обусловленную увеличением сигнала за время преобразования. Но сброс типа $0 \rightarrow 1$ и динамическая ошибка, обусловленная уменьшением сигнала за время преобразования, не корректируются. Кроме этого, реализация этих структур требует разработки новых цифроаналоговых преобразователей (ЦАП), работающих в указанных кодах.

Помехоустойчивые АЦП [3], в которых состояние разряда определяется по мажоритарной операции сравнения ответов сравнивающего устройства (в течение такта производится несколько сравнений), позволяют эффективно бороться с импульсными помехами. Однако им присущи следующие недостатки: невозможность коррекции состояний разрядов, сформированных на предыдущих тактах; низкая корректирующая способность динамических погрешностей, особенно при уменьшении сигнала за время преобразования.

Предлагаемый подход использует в своей основе избыточные i -коды [4], в которых группы разрядов имеют одинаковые веса и кратны степени 2. В этой системе счисления выходной N -разрядный код представляется n группами по m разрядов в каждой, причем $n = N/m$, а N кратно m . Веса разрядов в пределах группы равны, т. е. вес любого разряда в p -й группе определяется следующим соотношением: $\varphi_j = 2^{n-p}, j = 1, 2, 3, \dots, m$.

Для приведенной системы весов разрядов уравнивание производится, как и в классическом преобразователе поразрядного уравнивания, с первого разряда старшей группы, а уравнивающее напряжение U_i , формируемое на i -м такте работы преобразователя, определяется суммой весов включенных разрядов

$$U_i = \sum_{k=1}^j a_k 2^{n-i}.$$

Здесь a_k — состояние k -го разряда регистра кода; j — номер группы разрядов регистра кода, которой принадлежит k -й разряд, определяется следующим соотношением:

$$j = \begin{cases} \left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor, & \text{если } \frac{k}{m} = \left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor; \\ \left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor + 1 & \text{— в остальных случаях.} \end{cases} \quad (1)$$

При этом состояние разряда регистра кода, формируемого на i -м такте работы преобразователя, будет определяться с учетом результата сравнения уравнивающей величины с входным напряжением и состояний предыдущих разрядов регистра кода, причем состояния последних могут быть скорректированы вследствие избыточности кодового представления. Указанное свойство особенно важно при коррекции сбоев типа 0→1 и при уменьшении сигнала за время преобразования. Так, если на i -м такте произошла перекомпенсация, то возможно выключение разрядов как внутри формируемой группы, так и в старших группах, уже сформированных на предыдущих тактах.

Чтобы определить число разрядов f_i , предшествующих i -му, которые могут быть им скорректированы, необходимо вычислить сумму S_i весов разрядов с номерами от i -го до m -го. Эта сумма может быть вычислена по формуле

$$S_i = \begin{cases} (m + l - 1) 2^{n-l} + m \sum_{k=i+1}^n 2^{n-k}, & \text{если } j < n; \\ (m + l - 1) 2^{n-l}, & \text{если } j = n, \end{cases} \quad (2)$$

где $l = i - m(j - 1)$ — номер i -го разряда в j -й группе; j — номер группы, к которой принадлежит i -й разряд, определяется соотношением (1).

Номер q_i старшего разряда, наиболее удаленного от i -го, который может быть им скорректирован, определится из соотношения $q_i = \min \{1, 2, 3, \dots, k, \dots, i\}$ (3) при выполнении условия $S_i 2^{n-i} > 1$.

Тогда число f_i предшествующих разрядов, которые могут быть скорректированы i -м разрядом, определится по формуле $f_i = i - q_i$.

Учитывая тот факт, что веса разрядов в группе равны, можно определить число групп γ_i разрядов, предшествующей j -й, которые корректируются на i -м такте,

$$\gamma_i = \begin{cases} 0, & \text{если } f_i < l; \\ \left\lfloor \frac{f_i - l}{m} \right\rfloor, & \text{если } \frac{f_i - l}{m} = \left\lfloor \frac{f_i - l}{m} \right\rfloor; \\ \left\lfloor \frac{f_i - l}{m} \right\rfloor + 1 & \text{— в остальных случаях.} \end{cases}$$

С учетом введенных обозначений состояние i -го разряда регистра кода может быть определено следующим образом:

$$\alpha_i = \begin{cases} 0, & \text{если } U_x < U_i \wedge (\bigwedge_{\substack{p=1 \\ p < i}}^{m(j-\tau_i)+i-1} \alpha_{i-p} = 0); \\ 1 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

а состояния предыдущих разрядов:

$$\alpha_{i-r} = \begin{cases} 0, & \text{если } U_x < U_i \wedge (\bigwedge_{\substack{p=r+1 \\ p < i}}^{m(j-\tau_i)+i-1} \alpha_{i-p} = 0); \\ 1 & \text{в остальных случаях,} \\ r = \overline{1, m(j-\tau_i)+i-1}. \end{cases}$$

При коррекции на максимальную глубину, т.е. с использованием коэффициентов f_i , полученных из соотношений (3) и (4), наиболее эффективно корректируются сбои типа $0 \rightarrow 1$ и погрешности из-за уменьшения сигнала за время преобразования. Если уменьшить значения коэффициентов f_i , то эффективность коррекции указанных выше сбоев и погрешностей будет снижена, но увеличится корректирующая способность к сбоям типа $1 \rightarrow 0$ и погрешностей из-за увеличения сигнала за время преобразования. Выбор конкретных значений коэффициентов f_i необходимо производить на основании предварительной информации о преобладании того или иного вида сбоев и характеристик измеряемых сигналов.

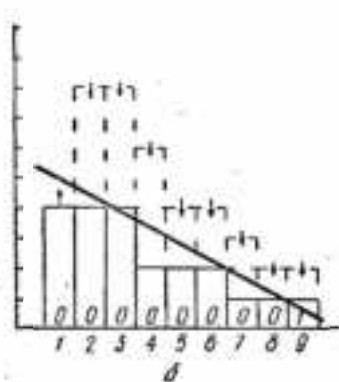
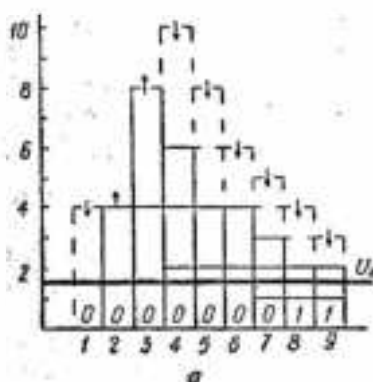
Если предположить, что при коррекции разрядов в группе в первую очередь выключаются старшие разряды, то число всех возможных комбинаций состояний разрядов группы регистра кода будет равно $(m+1)$. К примеру, если $m=4$, то из шестнадцати возможных состояний разрядов группы регистра кода разрешенными будут только следующие пять комбинаций: 1111, 0111, 0011, 0001, 0000. Эта особенность позволяет охватить контролем работу всего преобразователя.

Работу преобразователя рассмотрим на примере, когда число разрядов в группе равно трем ($m=3$). Значения коэффициентов S_i , f_i , τ_i для $m=3$, $i=\overline{1, 3m}$, вычисленные по соотношениям (2) — (4), приведены в таблице. Для наглядности ограничимся числом групп разрядов $n=3$. Численные значения коэффициентов f_i и τ_i в старших разрядах будут уменьшены по сравнению с приведенными в таблице ввиду ограниченности числа разрядов. На рис. 1, а графически изображен процесс поразрядного уравнивания измеряемой величины $U_x \in 2h$, где h — дискретность преобразования, когда на втором и третьем тактах его работы под действием помехи произошло неправильное включение двух разрядов в старшей группе (сбоя типа $1 \rightarrow 0$). Действие сбоев корректируется и результат оказывается верным. На рис. 1, б проиллюстрирован процесс уравнивания для случая, когда измеряемая величина уменьшается за время преобразования. Для

сравнения в АЦП, построенных с использованием мажоритарной операции сравнения, данные сбои и динамические погрешности от уменьшения сигнала за время преобразования не были бы скорректированы.

Принципиально возможно создание ЦАП, работающих в данных кодах, однако с точки зрения практической реализации целесообразнее использовать m -разрядных двоичных ЦАП с разрядностью n , например, типа $R-2R$, сумма выходных величин которых и представляет уравнивающее U_c .

Группы	$n=4$			$n=3$			$n=2$			$n=1$			n		
Вес разрядов	16	16	16	8	8	8	4	4	4	2	2	2	1	1	1
S_i	93	77	61	45	37	29	21	17	13	9	7	5	3	2	1
f_i	6	7	5	6	7	5	6	7	5	6	4	5	3	4	2
γ_i	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	0



Исследования подтвердили высокую способность к коррекции динамических погрешностей, обусловленных изменением сигнала за время преобразования, высокую помехоустойчивость и возможность реализации этих структур на основе серийно выпускаемых промышленностью компонентов. Поэтому преобразователи в i -кодах могут эффективно использоваться в контрольно-измерительных системах, системах управления производственными и технологическими процессами, работающих в условиях повышенного уровня импульсных помех.

Список литературы: 1. Островерхов В. В. Динамические погрешности аналого-цифровых преобразователей. — Л.: Энергия, 1975. — 176 с. 2. Стахов А. П. «Фибоначчи» двоичные позиционные системы счисления. — В кн.: Кодиро-

вание и передача дискретных сообщений в системах связи.—М., 1976, с. 186—179. 3. *Микроэлектронные цифровые и аналого-цифровые преобразователи информации*/Под ред. В. Б. Смолы. — Л.: Энергия, 1976. — 439 с. 4. *Алиев Н. В.* Об одном способе повышения надежности функционирования цифровой ЭВМ. УСИМ, 1979, № 1, с. 53—57.

Поступила в редакцию 13.05.82.

УДК 681.518

А. А. МАЙСТРЕНКО

АЛГОРИТМ НОРМАЛИЗАЦИИ КОНТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

При компенсации геометрических искажений изображений часто нельзя доверять значениям функции распределения яркостей. Это обуславливается либо влиянием промежуточной среды, либо частичным заслонением объектов в процессе формирования их изображений. Вместе с тем информация о геометрических свойствах изображаемых объектов может оставаться достоверной. В этом случае достаточно рассматривать только их контурные описания, получить которые можно известными методами [1]. Кроме того, изображения различного рода геометрических фигур по своей сути являются контурными.

Пусть на плоскости xOy заданы два геометрических объекта Ω_1 и Ω_2 , представляющие собой замкнутые ограниченные многоугольники. Такое предположение не ограничивает общности рассмотрения, так как информация об изображениях задается на прямоугольной сетке. Пусть далее известно, что многоугольник найден из Ω_1 при помощи аффинного преобразования Ω_2 :

$$x' = a_1x + a_2y + a_3; y' = a_4x + a_5y + a_6. \quad (1)$$

где $\det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_4 & a_5 \end{pmatrix} \neq 0$. Информация о контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$, ограничивающих многоугольники Ω_1 и Ω_2 , задается в виде последовательности координат их вершин с соблюдением некоторого направления обхода, одинакового из $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$. Необходимо определить параметры $a_i, i = \overline{1,6}$ аффинитета (1).

Рассмотрим некоторые инварианты аффинного преобразования, которые будут использованы при построении алгоритма нормализации.

Направление, выбранное на контуре, сохраняется при аффинном преобразовании. Это означает, что, если информация о контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ задана в виде последовательности координат их вершин с одним и тем же направлением, то достаточно указать только одну пару соответственных вершин $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ при преобразовании (1). Все остальные пары соответственных точек будут в

одинаковой последовательности расположены в информации о контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$. Справедливость этого утверждения следует из того, что направление, выбранное на ломаной линии, — инвариант перспективно-аффинного преобразования. Преобразование же (1) представляет собой произведение конечного числа перспективно-аффинных преобразований [2].

Отметим, что принадлежность вершины $\partial\Omega_1$ его выпуклой оболочке сохраняется при аффинном преобразовании.

Докажем это утверждение. Пусть вершина A_i контура $\partial\Omega_1$ принадлежит его выпуклой оболочке $\bar{\partial\Omega}_1$. Предположим, что преобразование (1) переводит вершины A_i контура $\partial\Omega_1$ в вершины A'_i контура $\partial\Omega_2$.

Так как $A_i \in \bar{\partial\Omega}_1$, то существует прямая l такая, что $l \cap \bar{\partial\Omega}_1 = A_i$. Пусть преобразование (1) переводит прямую l в прямую l' . Предположим $A'_i \in \bar{\partial\Omega}_2$. Поскольку $A_i \in l$, то $A'_i \in l'$ вследствие того, что взаимопринадлежность прямой и точки — инвариант аффинного преобразования [2]. При этом всякая прямая, проходящая через A'_i , в том числе и l' , пересекает $\bar{\partial\Omega}_2$. Пусть l' пересекает $\bar{\partial\Omega}_2$ в точке $A'_{k,k+1} \in [A'_k, A'_{k+1}]$. Рассмотрим соответствующую ей при преобразовании (1) точку $A_{k,k+1}$. Если $A'_{k,k+1} \in l' \cap [A'_k, A'_{k+1}]$, то $A_{k,k+1}$ есть точка пересечения прямой l и прямой, на которой лежит отрезок $[A_k, A_{k+1}]$. При этом точка $A'_{k,k+1}$ лежит между точками A'_k и A'_{k+1} , а точка $A_{k,k+1}$ — на продолжении отрезка $[A_k, A_{k+1}]$. Но тогда $(A_k, A_{k,k+1}, A_{k+1}) \neq (A'_k, A'_{k,k+1}, A'_{k+1})$, что невозможно, поскольку простое отношение трех точек прямой — инвариант аффинного преобразования [2]. Следовательно, предположение о том, что $A'_i \in \bar{\partial\Omega}_2$, неверно. Утверждение доказано.

Рассмотрим многоугольник $\partial\Omega_1$. Условимся называть его выпуклой оболочку $\bar{\partial\Omega}_1$ выпуклой оболочкой первого уровня. Предположим, что существуют участки контура $\partial\Omega_1$, не принадлежащие $\bar{\partial\Omega}_1$, т. е. образующие невыпуклые включения $\bar{\partial\Omega}_1$. Выпуклые оболочки этих невыпуклых включений контура $\partial\Omega_1$ условимся называть выпуклыми оболочками второго уровня. Они могут, в свою очередь, содержать невыпуклые включения. Их выпуклые оболочки назовем выпуклыми оболочками третьего уровня и т. д.

Очевидно, что структура выпуклых оболочек аффинно-соответственных многоугольников сходна: они содержат одинаковое количество уровней выпуклых оболочек, на каждом уровне выпуклые оболочки содержат одинаковое количество сходных невыпуклых включений. Если $\partial\Omega_1 \neq \bar{\partial\Omega}_1$ ($\partial\Omega_2 \neq \bar{\partial\Omega}_2$), то пары соответственных точек (A_i, A'_i) обнаруживаются легко, а если $\bar{\partial\Omega}_1$ ($\bar{\partial\Omega}_2$) содержит только одно невыпуклое включение или среди невыпуклых включений $\bar{\partial\Omega}_1$ ($\bar{\partial\Omega}_2$) одно включение отличается от

остальных количеством точек. Тогда соответственными будут точки, которые ограничивают в $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_2$ единственное невыпуклое включение или сходные невыпуклые включения, отличающиеся от остальных количеством точек. Если невыпуклое включение $\partial\bar{\Omega}_1$ ($\partial\bar{\Omega}_2$) — не единственное и все включения совпадают по количеству точек, аналогичные исследования проводятся для выпуклых оболочек других уровней. В случае, когда $\partial\Omega_1 = \partial\bar{\Omega}_1$ ($\partial\Omega_2 = \partial\bar{\Omega}_2$), для поиска соответственных точек на контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ необходимо провести дополнительные исследования. Установим критерий, по которому определяются соответственные точки на контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ в случае, когда $\partial\Omega_1 = \partial\bar{\Omega}_1$ ($\partial\Omega_2 = \partial\bar{\Omega}_2$). Будем в дальнейшем предполагать, что на контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ выбрано левое направление обхода.

Как известно [2], отношение площадей аффинно-соответственных фигур инвариантно. Разобьем Ω_1 на треугольники $A_k A_i A_{i+1}$, а Ω_2 — на треугольники $A'_k A'_i A'_{i+1}$, где $k = 1, \overline{n}$; n — количество вершин в контурах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$:

$$i = k + j - 1, \quad j = 1, \overline{n-1}, \quad \lambda = \begin{cases} n & \text{при } k + j > n, \\ 0 & \text{при } k + j \leq n. \end{cases} \quad (2)$$

Найдем $S_{\Omega_1}(A_k) = \sum_i S_{A_k A_i A_{i+1}}$, $S_{\Omega_2}(A'_k) = \sum_i S_{A'_k A'_i A'_{i+1}}$ (3), где

$$S_{A_k A_i A_{i+1}} = \frac{1}{2} \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_k & x_i & x_{i+1} \\ y_k & y_i & y_{i+1} \end{pmatrix}, \quad S_{A'_k A'_i A'_{i+1}} = \frac{1}{2} \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x'_k & x'_i & x'_{i+1} \\ y'_k & y'_i & y'_{i+1} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Отношение

$$\frac{S_{\Omega_1}(A_k)}{S_{\Omega_2}(A'_k)} = \delta \quad (5)$$

постоянно для преобразования (1).

Зафиксируем вершину $A_i \in \partial\Omega_1$, например A_1 , и вычислим

$$\delta_{1ki} = S_{A_1 A_i A_{i+1}} / S_{A'_k A'_i A'_{i+1}} \quad (6)$$

при фиксированных $k \in [1, 2, \dots, n]$ и условиях (2). Если при некотором k выполнены неравенства $|\delta_{1ki} - \delta| < \varepsilon_{ki}$ (7), (где $\varepsilon_{ki} = \text{const}$, величина которой будет установлена ниже), то точка A'_k является соответственной точке A_1 при аффинном преобразовании (1).

После установления пары соответственных точек, допустим это точки A_i и A'_s , информация о контуре $\partial\Omega_1$ перенумеровывается по правилу $A_i \rightarrow A_{i-l+j+1}$, где

$$j = \begin{cases} 0 & \text{при } i - l + 1 > 0, \\ n & \text{при } i - l + 1 \leq 0. \end{cases}$$

Информация о $\partial\Omega_2$ преобразовывается аналогично.

Для определения параметров преобразования (1) составляем переопределенную систему линейных уравнений с шестью неизвестными: $R = PQ$ (8),

$$\text{где } P = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix};$$

P — матрица координат первого контура размерностью $2n \times 6$, $Q = (a_1, a_2, \dots, a_6)^T$ — вектор неизвестных коэффициентов размерностью 6×1 ; $R = (x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, \dots, x'_n, y'_n)$ — вектор вершин второго контура размерностью $2n \times 1$. Решение системы (8) методом наименьших квадратов имеет вид $Q = (P^T P)^{-1} P^T R$. Определим теперь величину ϵ_k в выражении (7), которая учитывает погрешность, обусловленную цифровым способом представления изображений.

Учитывая соотношения (3) и (4), получаем

$$S_{21} = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{n-1} |(y_{i+1} - y_k)(x_i - x_k) - (y_i - y_k)(x_{i+1} - x_k)|.$$

Значение S_{22} вычисляется аналогично. Выберем ϵ_k равной абсолютной погрешности, которая образуется при вычислении соотношений (7), с учетом того, что предельная абсолютная погрешность всех координат вершин $A_i, A'_i, i = \overline{1, n}$ равна h .

Будем обозначать абсолютную погрешность величины a через Δa , тогда

$$\Delta x_i - x_k \leq 2h; \quad \Delta y_i - y_k \leq 2h;$$

$$\begin{aligned} \Delta_{ik}^{(1)} = \Delta_{(y_{i+1}-y_k)(x_i-x_k)} &= (y_{i+1} - y_k) \Delta_{x_i-x_k} + (x_i - x_k) \Delta_{y_{i+1}-y_k} \leq \\ &\leq 2h |y_{i+1} + x_i - y_k - x_k|; \end{aligned}$$

$$\Delta_{ik}^{(2)} = \Delta_{(y_i-y_k)(x_{i+1}-x_k)} \leq 2h |y_i + x_{i+1} - y_k - x_k|;$$

$$\Delta S_{21} = \Delta_{ik}^{(1)} + \Delta_{ik}^{(2)} \leq h \sum_{i=2}^{n-1} (|y_{i+1} + x_i - y_k - x_k| + |y_i + x_{i+1} - y_k - x_k|).$$

Отсюда находим

$$\Delta_i \leq \frac{\Delta_{S_{Q_i}} S_{Q_i} + \Delta_{S_{Q_i}} S_{Q_i}}{S_{Q_i}^2},$$

$$\Delta_{i_{kl}} \leq \frac{\Delta_{i_{kl}} S_{A_k A_l A_{l+1}} + \Delta_{i_{kl}} S_{A_k A_l A_{l+1}}}{\Delta_{i_{kl}}^2}.$$

Окончательно получаем $\varepsilon_{kl} = \Delta_i + \Delta_{i_{kl}}$.

Предложенный алгоритм позволяет определить параметры преобразования (1) и установить эквивалентные для контурные изображения относительно аффинных преобразований плоскости (при этом соотношения (7) не выполняются для всех k).

Список литературы: 1. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен.—М.: Мир, 1975.—512 с. 2. Вейль Г. Классические группы, их инварианты и представления.—М.: Иностран. лит., 1947.—326 с.

Поступила в редакцию 04.04.83.

УДК 62—507

М. В. ЧЕРКАШЕНКО, канд. техн. наук, Ю. М. ЛИМОНОВ,
В. В. ПАНИН

АНАЛИЗ МНОГОВЫХОДНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ЦИФРОВОЙ ЭВМ

В настоящей статье условимся использовать терминологию и результаты, полученные в работе [1].

Рассмотрим метод на примере анализа двух пятилинейных пневматических распределителей. По таблице состояний, аналогичной получению МЛФ (матричной логической функции) для одно-выходного элемента, находим многовыходную МЛФ (ММЛФ), описывающую логические функции, реализующиеся на выходах одного распределителя (рис. 1, а):

$$M = \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right| \end{matrix}; N = \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \end{matrix} & \left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \end{matrix}. \quad (1)$$

Аналогичное представление системы логических уравнений рассматривается в работе [2].

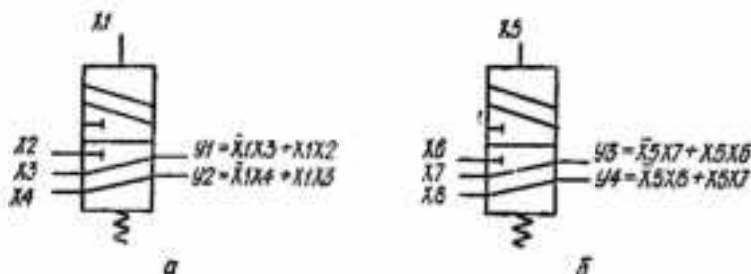


Рис. 1

Здесь каждая строка матрицы M соответствует переменной x_i системы логических уравнений (СЛУ, реализующаяся на выходах каждого распределителя, указана на рис. 1, а, б). Каждая строка матрицы N соответствует функции Y_a СЛУ, а столбец матрицы $M(N)$ — элементарной конъюнкции f_i СЛУ. Пневматические МЛЭ: $X1 - X8$ — входы; $Y1 - Y4$ — выходы.

Запишем отдельно для каждого выхода $Y1$ и $Y2$ первого распределителя МЛФ:

$$M1 = \begin{matrix} & f_1 & f_2 \\ X1 & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ X2 & \\ X3 & \end{matrix}, \quad M2 = \begin{matrix} & f_3 & f_4 \\ X1 & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ X2 & \\ X4 & \end{matrix}. \quad (2)$$

Тогда будем говорить, что ММЛФ (1) получена путем сложения $M1$ и $M2$.

Рассмотрим сложение МЛФ, так как в дальнейшем при анализе ММЛФ часто будет использоваться сложение МЛФ и разборка ММЛФ по операции сложения.

Определим сложение МЛФ как приписывание (конкатенацию столбцов M) при совмещении строк, отвечающих одинаковым переменным. Если МЛФ M_a не содержит строку X_i , входящую в M_b , то при сложении «пустое место» заполняется двойками по числу строк M_a .

В результате применения операции сложения МЛФ получаем ММЛФ в виде двух матриц M и N , где $M = M_a \parallel M_b$ ($\parallel$ — знак конкатенации), а строка матрицы N отвечает одной МЛФ. На пересечении строки Y_a и столбца f_i матрицы N ставится 1, если конъюнкция f_i входит в функцию Y_a , и 0 — в противном случае. Таким образом, сложение $M1$ и $M2$ (2) дает ММЛФ (1).

При анализе логической емкости МЛЭ, содержащих несколько элементов, требуется произвести полный перебор различных их соединений между собой. В иных случаях требуется проанализировать МЛЭ, полученные путем заранее выбранных соединений. Кроме того, при анализе многовыходных МЛЭ часто приходится иметь дело с несколькими соединениями элементов между собой. В связи с этим воспользуемся подстановочной матрицей T , указывающей на фиксированные соединения элементов. Каждая строка матрицы T соответствует функции, реализующейся на одном выходе МЛЭ, а столбец — переменным множества функций. На пересечении строки Y_i и столбца X_j ставится единица, если выход Y_i одного МЛЭ соединен с входом X_j другого, и 0 — в противном случае.

Так для схемы соединения, показанного на рис. 2, матрица T имеет вид

$$T = \begin{matrix} & X1 & X2 & X3 & X4 & X5 & X6 & X7 & X8 \\ \begin{matrix} Y1 \\ Y2 \\ Y3 \\ Y4 \end{matrix} & \left| \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \end{matrix} \quad (3)$$

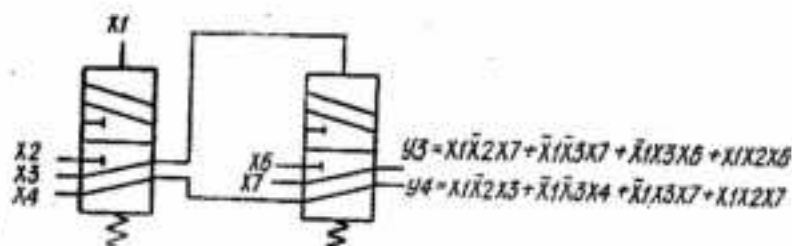


Рис. 2

Интервалом матрицы T будем считать ее минор, столбцы которого относятся к одному МЛЭ (к одной СЛУ, описывающей один элемент). Интервалы матрицы T отмечены пунктиром. Следует отметить, что множества переменных разных СЛУ не пересекаются, т. е. не имеют одинаковых элементов.

Так как МЛЭ не имеют обратных связей, матрица T имеет миноры, по столбцам и строкам относящиеся к одной СЛУ, а также часть, расположенная под ними, заполненную нолями; в каждом столбце второго и последующих интервалов — не более одной единицы. Отсутствие единиц в строке Y_i говорит об отсутствии соединений, в этом случае функция Y_i СЛУ — выходная функция МЛЭ.

Как известно [1], каждое соединение МЛЭ отвечает подстановке. Рассмотрим подстановку ММЛФ M_i в строку X_i ММЛФ M_i . В общем случае такая операция осуществляется следующими этапами. M_i разбирается по операции сложения, получаем $M1$ и $M2$ (2). Затем производим подстановку каждой МЛФ в M_i (по правилам, описанным в работе [1]). Таким образом, используя подстановочную матрицу (3), находим

$$M = \begin{matrix} X5 \\ X6 \\ X7 \\ X8 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} \overline{M1} & M1 & \overline{M1} & M1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & M2 & 2 \end{matrix} \right\|; \quad N = \begin{matrix} Y3 \\ Y4 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|.$$

Если в одном столбце M находятся две подстановочные МЛФ, то они перемножаются между собой. Теперь получаем

$$\overline{M1} = \begin{matrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad a; \quad \overline{M1}M2 = \begin{matrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{matrix} \right\|.$$

Затем, раскрывая значения $M1$, $\overline{M1}$ и $\overline{M1}M2$ в матрице M и записывая столько раз под ними стоящие элементы, сколько в них содержится столбцов, имеем

$$\begin{matrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X6 \\ X7 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|; \quad \begin{matrix} Y3 \\ Y4 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|. \quad (4)$$

Следует отметить, что для ММЛФ, операции инверсии, инверсного расщепления столбцов и минимизации (операция умножения производится для МЛФ) требуется разобрать ММЛФ по операции сложения; проделать преобразования для каждой полученной МЛФ; произвести сложение полученных МЛФ; удалить строки и столбцы, состоящие лишь из двоек, а также удалить одинаковые столбцы с переносом соответствующих единиц матрицы N на пересечение с удаленными столбцами.

Однако нужно иметь в виду, что для трех (и более) интервалов матрицы T одновременно могут быть выполнены подстановки

$$\left(\begin{matrix} M_a \\ X_i \end{matrix}\right) \text{ и } \left(\begin{matrix} M_a \\ X_j \end{matrix}\right) \text{ или } \left(\begin{matrix} M_a \\ X_i \end{matrix}\right) \text{ и } \left(\begin{matrix} M_p \\ X_j \end{matrix}\right), i \neq j, M_a \text{ и } M_p$$

принадлежат одному интервалу, а подстановки вида $\left(\begin{matrix} M_a \\ X_i \end{matrix}\right) \text{ и } \left(\begin{matrix} M_p \\ X_j \end{matrix}\right)$, где X_i и X_j принадлежат разным интервалам T , а X_i и M_p — одному, проводятся поэтапно.

Следующим этапом после определения функций на выходах последнего ММЛЭ является этап анализа этих функций с целью вычисления всех подфункций. Для этого применяются операции приравнивания строки X_i ММЛФ M единице, нулю и строк X_i и X_a между собой, которые могут быть применены непосредственно к ММЛФ без их разборки (по правилам, указанным ранее). Однако после применения указанных операций производится удаление столбцов и строк, состоящих лишь из двоек, а также целесообразно произвести минимизацию. Применим к M (4) приравнивание строки X_i единице, тогда

$$M = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}; N = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Удаляя столбцы 2, 3, 7 и 8, а также строки 1, 4 и 5 двоек, находим

$$M = \begin{matrix} X2 \\ X3 \\ X6 \\ X7 \end{matrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}; N = \begin{matrix} Y3 \\ Y4 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

что соответствует СЛУ $Y3 = \bar{X}2X7 + X2X6$; $Y4 = \bar{X}2X3 + X2X7$.

Применяя к ММЛФ операции приравнивания X_i строки M нулю, единице и строк X_i и X_a между собой, получаем множество функций, реализующихся данной ММЛФ (реализующихся на выходе МЛЭ, который описывается данной ММЛФ). Однако среди этого множества функций существуют такие подмножества, в каждом из которых любая из функций может быть получена из другой путем переименования переменных. (Например, функции $X1X2$ и $X1X3$ принадлежат одному классу). Выявление принадлежности функций одному классу — задача актуальная, так как естественно логическая емкость МЛЭ определяется по числу классов функций, реализующихся на его выходах (выходе). При выявлении принад-

ложности функций одному классу ММЛФ будем разбирать по операции сложения и определять класс функций для каждой МЛФ.

Определение класса функций может быть произведено полным их перебором. Этот путь требует большого объема вычислений. Значительно сокращается перебор при вычислении определителя ΔM каждой МЛФ.

ΔM находится по правилам вычисления определителя квадратной матрицы, значение его берется по абсолютной величине. Прямоугольные минимизированные МЛФ [1] преобразуются в квадратные путем добавления необходимого количества строк или столбцов, состоящих из двоек, и замены элементов МЛФ, равных нолю, на тройки. В таблице представлены значения ΔM функций двух переменных.

Функции	МЛФ для подсчета		ΔM	XM
	ΔM	XM		
1	2	3	4	5
$X1$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \end{vmatrix}$	2	5,2
$\bar{X}1$	$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 \end{vmatrix}$	2	15,6
$X2$	$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \end{vmatrix}$	2	5,2
$\bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 \end{vmatrix}$	2	15,6
$X1X2$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$	0	8,3
$\bar{X}1X2$	$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}$	4	18,7
$X1\bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix}$	4	18,7
$\bar{X}1\bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix}$	0	36,15
$X1 + X2$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$		3	32,8
$\bar{X}1 + X2$	$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$		1	54,16
$X1 + \bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$		1	54,16
$\bar{X}1 + \bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$		5	84,24
$\bar{X}1X2 + X1\bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$		8	52,12
$X1X2 + \bar{X}1\bar{X}2$	$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$		0	52,16

Следует отметить, что функции, имеющие различные определители, принадлежат к разным классам, которые могут иметь одинаковые определители (так, из таблицы видно, что функции $X1$, $\bar{X}1$,

X_2 и $\bar{X}_2$; X_1X_2 , $\bar{X}_1\bar{X}_2$ и $X_1X_2 + \bar{X}_1\bar{X}_2$ имеют одинаковые определители). Поэтому нахождение ΔM резко снижает перебор функций, однако не решает полностью задачу.

Рассмотрим характеристическое число XM , определяющее класс логических функций. Подсчитаем его для каждой функции по формуле, полученной экспериментальным путем:

$$XM = (\sum_2 + \sum_3) (1 + 10^{-l}) + \sum_1 + P_1 + P_2,$$

где $\sum_1$ — сумма элементов МЛФ; $\sum_2$ — сумма произведений элементов столбцов; $\sum_3$ — сумма произведений элементов строк; P_1 — произведение сумм элементов столбцов; P_2 — произведение сумм элементов строк, l — число знаков суммы $\sum_2 + \sum_3$.

При подсчете XM МЛФ представляется в минимизированном виде [1]. Кроме этого, в МЛФ отбрасываются (если они имеются) столбцы и строки, состоящие из двоек, а элементы, равные нулю, заменяются на тройки. Справедливость формулы доказывает следующее свойство МЛФ: при перемене мест столбцов и строк МЛФ не меняется (так как при перемене мест столбцов меняются местами элементарные конъюнкции, а при перемене мест строк — меняются индексами переменные, соответствующие МЛФ логической функции). Значения XM функций двух переменных представлены в таблице. Введем обозначения: m — количество строк МЛФ, содержащих хотя бы один элемент множества $\{1, 0\}$, n — количество столбцов МЛФ, содержащих хотя бы один элемент множества $\{1, 0\}$, и сформируем алгоритм вычисления XM МЛФ следующим образом:

1. Производим минимизацию МЛФ [1], переходим к п. 2.
2. В матрице B размерностью $m \times n$ заносим строки и столбцы МЛФ, содержащие хотя бы один элемент множества $\{1, 0\}$, переходим к п. 3.
3. Элементы $r_{ij} = 0$ матрицы B заменяем на $r_{ij} = 3$, переходим к п. 4.
4. По приведенной формуле для матрицы B вычисляем значение, соответствующее значению XM исходной МЛФ.

Основные характеристики программы данного алгоритма, написанной на языке ПЛ/1, следующие: количество операторов — 72, объем памяти — 3К; время счета, например для МЛФ M_1 , составляет 2,5 с. Для МЛФ размерностью 26×18 время счета составляет 51 с.

Отметим, что в работе [3] описан алгоритм определения класса логических функций, однако он связан с некоторым дополнительным перебором и построениями. Данный алгоритм позволяет произвести непосредственное вычисление XM МЛФ.

Нетрудно проверить, что, применяя к ММЛФ (2) операции — приравнивание X_i строки нулю, единице и приравнивание строк X_i и X_o между собой получаем, что на выходах Y_3 и Y_4 реали-

зуются по 12 классов функций 4-х переменных, 16 классов функций — 3-х переменных, 6 классов функций 2-х — переменных.

Программа определения логических возможностей МЛЭ написана на языке ПЛ/1 и отложена на ЭВМ ЕС-1022, широко используется в практике ВНИИ Гидропривода.

Список литературы: 1. Черкашенко М. В. Анализ многофункциональных элементов на цифровой ЭВМ. — Механизация и автоматизация производства, 1979, № 12, с. 24—27. 2. Закревский А. Д. Логический анализ каскадных схем. — М.: Наука, 1981. — 416 с. 3. Якубайлис Э. А. Логические автоматы и микро модули. — Рига: Знание, 1975. — 260 с.

Поступила в редакцию 24.12.80.

УДК 519.873

А. Р. ГОЛУБЦОВ

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ОБНАРУЖИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ АППАРАТУРНОГО КОНТРОЛЯ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Цифровое устройство — это совокупность цифровых схем, соединенных определенным образом. Каждая из них может быть охвачена или не охвачена аппаратурой контроля, предназначенной для обнаружения ошибок. Схема состоит из одного или нескольких узлов.

В литературе известна методика для оценки обнаруживающей способности аппаратурного контроля (АК) устройств [1], где предполагается, что контроль осуществляется по узлам. При получении рекуррентных соотношений для оценки обнаруживающей способности АК устройства используются в качестве основных характеристик условные вероятности правильного и ложного обнаружения ошибок АК узлов.

Указанная методика не учитывает характер распределения ошибки заданной кратности по элементам узлов, что приводит иногда к недостоверной оценке обнаруживающей способности АК устройства.

Рассмотрим методику оценки основной характеристики АК устройства, вероятности обнаружения ошибки [2]. Ошибка может возникать в основной и в контролирующей аппаратуре. Знания указанной характеристики АК достаточно для расчета надежности и эффективности цифровых вычислительных средств, так как на практике правильное обнаружение и ложное обнаружение ошибки приводит к одинаковым последствиям.

Пусть устройство состоит из N схем, каждая из которых характеризуется вероятностью обнаружения ошибки. Допустим, распределение ошибки по элементам схем подчиняется равномерному закону. Количество таких элементов в k -й схеме обозначим

Ψ_A . Получим расчетные соотношения для вероятности обнаружения ошибки в устройстве P_{H_0} .

Для этого воспользуемся теоремой гипотез [3]. Непосредственное ее использование для определения вероятности P_{H_0} с учетом условий задачи требует рассмотрения и осмысливания большого количества гипотез на распределение ошибки между схемами.

Общее количество гипотез при кратности ошибки $t \leq \Psi_{H_0}$, $h = \overline{1, H}$ определяется в соответствии с формулой, которую можно получить методом производящих функций:

$$M = C_{H+t-1}^{H-1} = \frac{(H+t-1)!}{(H-1)!t!}.$$

Так, при $H = 5$ и $t = 3$ $M = 35$. Опыт показывает, что формулирование этих гипотез в этом случае становится очень трудоемкой задачей.

Поэтому предлагается итерационный метод [1] для получения расчетных соотношений P_{H_0} . Он позволяет значительно сократить количество гипотез, которые необходимо рассматривать на каждом шаге вычислений и существенно упростить процедуру формулирования этих гипотез.

Применение итерационного метода заключается в следующем. Рассмотрим две схемы, для которых получим зависимость вероятности обнаружения ошибки в системе из двух схем от вероятностей обнаружения ошибок АК каждой схемы. Анализируя последовательно системы, полученные объединением схем устройства в порядке возрастания их номеров, можно записать рекуррентное выражение для определения вероятности P_{H_0} .

Пусть система схем h_0 включает в себя систему $h-1_0$ и h -ю схему. Тогда с учетом предположений о независимости возникновения ошибок по элементам схем и их равномерном распределении получаем зависимость для вероятности P_{H_0} в системе из h схем.

Рассмотрим возможные гипотезы на распределение ошибки кратности t в системе схем h_0 . Существует M гипотез Γ_a на распределение ошибки кратности t в системе h_0 , приведенных в таблице. Сумма кратностей ошибок в одной строке равна t . Кроме того, выполняются соотношения

$$t_{h-1,a} = t_{h-1,1} - a + 1;$$

$$t_{ha} = t_{h1} + a - 1.$$

Возможны следующие случаи:

1. Если $t \leq \Psi_{h-1_0}$ и $t \leq \Psi_h$, то

№ гипотезы	Распределение ошибки в системе h_0	
	$h-1_0$	h
Γ_1	$t_{h-1,1}$	t_{h1}
Γ_2	$t_{h-1,2}$	t_{h2}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Γ_a	$t_{h-1,a}$	t_{ha}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Γ_M	$t_{h-1,M}$	t_{hM}

$$P(\Gamma_1/t) = \frac{C_{W_{h-1_0}}^{t_{h-1_0}} C_{W_h}^{t_h}}{C_{W_{h_0}}^t}, \quad (5)$$

$$P(\Gamma_2/t) = \frac{C_{W_h}^t}{C_{W_{h_0}}^t}. \quad (6)$$

С учетом независимости обнаружения ошибок в системе схем $h-1_0$ и схеме h вероятность обнаружения ошибки в системе h_0 АК выражается формулой

$$P_{h_0} = \sum_{a=1}^3 P(\Gamma_a^*) P_{h_0 \Gamma_a^*}, \quad (7)$$

где $P_{h_0 \Gamma_a^*}$ — вероятность обнаружения ошибки АК в системе h_0 при условии, что была гипотеза Γ_a^* .

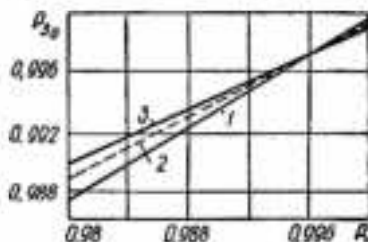
Подставляя (1) — (6) в формулу (7), получим окончательное выражение для оценки вероятности обнаружения ошибки АК в системе схем h_0 :

$$P_{h_0} = P_{h-1_0} \cdot \sum_{t=1}^{W_{h_0}} P_{\delta h_0}(t) P(\Gamma_1^*/t) + [1 - [1 - P_{h-1_0}] \cdot [1 - P_h]] \times \\ \times \sum_{t=1}^{M_1} \sum_{l=1}^{W_{h_0}} P_{\delta h_0}(t) P(\Gamma_2^*/t) + P_h \sum_{t=1}^{W_{h_0}} P_{\delta h_0}(t) P(\Gamma_3^*/t), \quad (8)$$

Полагая в формуле (8) $h_0 = H_0$, выведем окончательное выражение для вероятности P_{H_0} .

В соответствии с изложенной выше методикой найдены зависимости для вероятности обнаружения ошибки в системе из трех схем, приведенные на рисунке. Графики построены при следующих исходных данных: $P_{\delta h_0}(1) = 0,97$, $P_{\delta h_0}(2) = 0,02$, $P_{\delta h_0}(3) = 0,01$, $P_2 = 0,995$, $P_3 = 0,998$, $W_2 = 50$ элементов, $W_3 = 30$ элементов.

Анализ графиков показывает, что обнаруживающая способность АК устройства зависит от соотношения объемов аппаратуры схем.



Таким образом, аналитические выражения позволяют учитывать обнаруживающую способность АК схем и объем их аппаратуры в количестве элементов. При получении зависимостей предполагалось, что ошибка, не обнаруженная АК одной схемой, не может быть обнаружена АК любой другой схемой. С помощью изложенной методики дается нижняя достоверная оценка обнаруживающей способности АК устройств.

$$P(\Gamma_1/t) = \frac{C_{\bar{W}}^{t h-1} C_{W/h}^t}{C_{W/h_0}^t}, \quad (5)$$

$$P(\Gamma_2/t) = \frac{C_{W/h}^t}{C_{W/h_0}^t}. \quad (6)$$

С учетом независимости обнаружения ошибок в системе схем $h-1_0$ и схеме h вероятность обнаружения ошибки в системе h_0 АК выражается формулой

$$P_{h_0} = \sum_{a=1}^3 P(\Gamma_a^*) P_{h_0 \Gamma_a^*}, \quad (7)$$

где $P_{h_0 \Gamma_a^*}$ — вероятность обнаружения ошибки АК в системе h_0 при условии, что была гипотеза Γ_a^* .

Подставляя (1) — (6) в формулу (7), получим окончательное выражение для оценки вероятности обнаружения ошибки АК в системе схем h_0 :

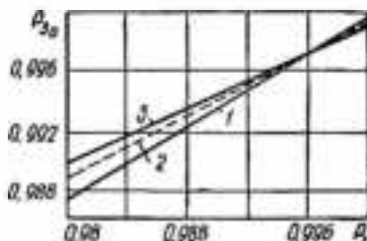
$$P_{h_0} = P_{h-1_0} \cdot \sum_{t=1}^{W_{h_0}} P_{dh_0}(t) P(\Gamma_1^*/t) + \{1 - [1 - P_{h-1_0}] \cdot [1 - P_d]\} \times \\ \times \sum_{j=1}^{M_1} \sum_{t=1}^{W_{h_0}} P_{dh_0}(t) P(\Gamma_2/t) + P_h \sum_{t=1}^{W_{h_0}} P_{dh_0}(t) P(\Gamma_3^*/t). \quad (8)$$

Полагая в формуле (8) $h_0 = H_0$, выведем окончательное выражение для вероятности P_{H_0} .

В соответствии с изложенной выше методикой найдены зависимости для вероятности обнаружения ошибки в системе из трех схем, приведенные на рисунке. Графики построены при следующих исходных данных: $P_{dh_0}(1) = 0,97$, $P_{dh_0}(2) = 0,02$, $P_{dh_0}(3) = 0,01$, $P_2 = 0,995$, $P_3 = 0,998$, $W_2 = 50$ элементов, $W_3 = 30$ элементов.

Анализ графиков показывает, что обнаруживающая способность АК устройства зависит от соотношения объемов аппаратуры схем.

Таким образом, аналитические выражения позволяют учитывать обнаруживающую способность АК схем и объем их аппаратуры в количестве элементов. При получении зависимостей предполагалось, что ошибка, не обнаруженная АК одной схемы, не может быть обнаружена АК любой другой схемы. С помощью изложенной методики дается нижняя достоверная оценка обнаруживающей способности АК устройства.



Список литературы: 1. Метешкин А. А., Рябуха Н. Д. Обнаруживающая способность аппаратного контроля цифровых устройств.— АСУ и приборы автоматики, 1979, вып. 51, с. 112—116. 2. Савченко Ю. Г. Цифровые устройства, нечувствительные к неисправностям элементов.— М.: Сов. радио, 1977.— 176 с. 3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей.— М.: Наука, 1969.— 576 с.

Поступила в редакцию 13.05.81.

УДК 539.3

И. В. ГОНЧАРЮК, д-р физ.-мат. наук,
М. И. ТАРАСЕНКО

К ВОПРОСУ О ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

В определенных режимах полета летательного аппарата могут возникнуть ситуации, когда на различные конструктивные элементы приборов и систем управления будут действовать силы, способные вызывать их колебания и существенно повлиять на точность и надежность работы всей системы управления.

Поэтому важно конструировать эти элементы так, чтобы их частотные характеристики не могли привести к образованию резонансных колебаний, были известны заранее и учтены в процессе проектирования и изготовления отдельных узлов и конструктивных элементов, входящих в приборы и системы управления летательного аппарата.

Наиболее распространенная разновидность элементов в указанных приборах и устройствах систем управления — тонкие, однородные и изотропные пластинки постоянной толщины h , различного сложного очертания в плане, заземленные или свободно опертые по краям.

Рассмотрим приближенный метод определения свободных колебаний именно таких пластинок в рамках теории Кирхгофа.

Если учесть вертикальные силы инерции, то уравнение движения пластины, как известно [1], имеет вид

$$\Delta \Delta w + \frac{\gamma h}{gD} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

При этом прогиб $w = w(M, t)$ должен удовлетворять начальным $w(M, 0) = A(M)$, $w_t(M, 0) = B(M)$ (2) и граничным условиям

$$w|_{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n}|_{\partial \Omega} = 0 \quad (3)$$

для заземленного края и

$$w|_{\partial \Omega} = 0, \quad -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \Big|_{\partial \Omega} = 0 \quad (4)$$

для свободно опертого края.

Здесь $A(M)$ — заданный начальный прогиб в точке $M(x, y)$; $B(M)$ — заданная начальная скорость в этой же точке $M(x, y)$; ν — коэффициент Пуассона; $\partial\Omega$ — граница области Ω , в которой ищется решение; n — нормаль к $\partial\Omega$, внешняя по отношению к области Ω ; τ — направление вектора, касательного к $\partial\Omega$; $\frac{\gamma}{g} = \rho$ — плотность материала пластины; D — цилиндрическая изгибная жесткость пластины.

Непрерывное и имеющее в области $D_1 = \{M \in \Omega; t > 0\}$ непрерывные до четвертого порядка производные, приближенное решение краевых задач (1)–(3) и (1), (2), (4) для пластин сложного очертания будем искать следующим образом. Решение краевой задачи (1)–(3).

Пусть $w = w^2\Phi$ (5), где функция $w = w(M)$ такова, что $w > 0$ в области Ω , $w|_{\partial\Omega} = 0$, $w \in C^4(\Omega)$ (6). В этом случае функция (5) будет удовлетворять граничным условиям (3) при любой функции $\Phi \in C^4(\Omega)$. Возьмем функцию $\Phi = \Phi(M, t)$ в форме

$$\Phi(M, t) = \sum_{j=1}^m c_j(t) \varphi_j(M), \quad (7)$$

где $c_j(t)$ $j = 1, 2, \dots, m$ — пока неизвестные дважды непрерывно дифференцируемые функции; $\{\varphi_j\}_1^m$ — некоторая полная в области Ω система функций, и представим решение w в виде

$$w_m(M, t) = \sum_{j=1}^m c_j(t) \psi_j(M), \quad (8)$$

в котором $\psi_j(M) = w^2\varphi_j(M)$, $j = 1, 2, \dots, m$.

Формула (8) представляет собой структуру решения краевой задачи (1)–(3), так как при любых функциях $\varphi_j \in \{\varphi_j\}_1^m$ она удовлетворяет граничным условиям (2).

Для отыскания неизвестных функций $c_j(t)$ подставим $w_m(M, t)$ вместо функции $w(M, t)$ в уравнение (1) и подчиним его системе уравнений

$$(\Delta\Delta w_m, \psi_i) + K \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial t^2}, \psi_i \right) = 0, \quad (9)$$

где

$$K = \frac{\gamma h}{gD}, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

или

$$\sum_{j=1}^m c_j(t) (\psi_i, \Delta\Delta\psi_j) + K \sum_{j=1}^m \frac{d^2 c_j(t)}{dt^2} (\psi_i, \psi_j) = 0, \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

Если предположить, что $W_m \in W_2^{(2)}(\Omega)$, то система уравнений (10) может быть записана так:

$$\sum_{j=1}^m c_j(t) a_{ij} + \sum_{j=1}^m \frac{d^2 c_j(t)}{dt^2} b_{ij} = 0, \quad (11)$$

где

$$a_{ij} = \int_{\Omega} \phi_i \Delta \phi_j d\Omega, \quad b_{ij} = K \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega, \quad (12)$$

$i, j = 1, 2, \dots, m.$

Систему уравнений (11) приведем к нормальной форме:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 c_1}{dt^2} &= c_1 \gamma_{11} + c_2 \gamma_{12} + \dots + c_m \gamma_{1m}, \\ \frac{d^2 c_2}{dt^2} &= c_1 \gamma_{21} + c_2 \gamma_{22} + \dots + c_m \gamma_{2m}, \\ &\vdots \\ \frac{d^2 c_m}{dt^2} &= c_1 \gamma_{m1} + c_2 \gamma_{m2} + \dots + c_m \gamma_{mm}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= [(-1)^{i+1}a_{11}M_{1i} + (-1)^{i+2}a_{21}M_{2i} + \dots + (-1)^{i+m}a_{m1}M_{mi}]/\Delta, \\ \gamma_{i2} &= [(-1)^{i+1}a_{12}M_{1i} + (-1)^{i+2}a_{22}M_{2i} + \dots + (-1)^{i+m}a_{m2}M_{mi}]/\Delta, \\ &\vdots \\ \gamma_{im} &= [(-1)^{i+1}a_{1m}M_{1i} + (-1)^{i+2}a_{2m}M_{2i} + \dots + (-1)^{i+m}a_{mm}M_{mi}]/\Delta. \end{aligned}$$

причем

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{vmatrix},$$

M_{ij} — минор определителя Δ , получающийся из него вычеркиванием i -й строки и j -го столбца. Будем искать частные решения системы (13) в виде $c_1(t) = a_1 e^{k_1 t}$, $c_2(t) = a_2 e^{k_2 t}$, ..., $c_m(t) = a_m e^{k_m t}$ (14). Постоянные $a_1, a_2, \dots, a_m$ определим так, чтобы функции $c_1(t), c_2(t), \dots, c_m(t)$ удовлетворяли системе уравнений (13). Подставим решения (14) в систему (13), сократим правую и левую части каждого уравнения системы на $e^{k_j t}$, перенесем все члены в одну сторону и, собирая коэффициенты при $a_1, a_2, \dots, a_m$, получим систему уравнений

[illegible]

Очевидно, A_m и B_m — проекции элементов A и B на подпространство, натянутое на элементы $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m$. Эти условия дают следующие системы уравнений для определения неизвестных $\bar{a}_j$ и $\bar{b}_j$ $j = 1, 2, \dots, m$:

$$\sum_{i=1}^m \bar{\alpha}_i(\psi_i, \psi_j) - (A, \psi_i) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{\beta}_i(\psi_i, \phi_i) - (B, \psi_i) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

или в развернутом виде:

$$\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i r_{ij} + s_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \bar{\beta}_i r_{ij} + h_i = 0. \quad (20)$$

Здесь

$$r_{ij} = \int \phi_i \phi_j d\Omega, \quad s_i = - \int A \phi_i d\Omega, \quad h_i = - \int B \phi_i d\Omega \quad i, j = 1, 2, \dots, m.$$

Далее, так как

$$\begin{aligned} c_1(0) &= a_1 \alpha_1^{(1)} + a_2 \alpha_1^{(2)} + \dots + a_{2m} \alpha_1^{(2m)}, \\ c_2(0) &= a_1 \alpha_2^{(1)} + a_2 \alpha_2^{(2)} + \dots + a_{2m} \alpha_2^{(2m)}, \\ &\vdots \\ c_m(0) &= a_1 \alpha_m^{(1)} + a_2 \alpha_m^{(2)} + \dots + a_{2m} \alpha_m^{(2m)}. \end{aligned} \quad (21)$$

34

$$\begin{aligned} \frac{dc_1(0)}{dt} &= a_1 k_1 a_1^{(1)} + a_2 k_2 a_1^{(2)} + \dots + a_{2m} k_{2m} a_1^{(2m)}, \\ \frac{dc_2(0)}{dt} &= a_1 k_1 a_2^{(1)} + a_2 k_2 a_2^{(2)} + \dots + a_{2m} k_{2m} a_2^{(2m)}, \\ &\vdots \\ \frac{dc_m(0)}{dt} &= a_1 k_1 a_m^{(1)} + a_2 k_2 a_m^{(2)} + \dots + a_{2m} k_{2m} a_m^{(2m)}. \end{aligned} \quad (22)$$

то для определения постоянных $a_1, a_2, \dots, a_{2m}$ получаем системы линейных неоднородных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} a_1 a_1^{(1)} + a_2 a_1^{(2)} + \dots + a_{2m} a_1^{(2m)} &= \bar{a}_1, \\ a_1 a_2^{(1)} + a_2 a_2^{(2)} + \dots + a_{2m} a_2^{(2m)} &= \bar{a}_2, \\ &\vdots \\ a_1 a_m^{(1)} + a_2 a_m^{(2)} + \dots + a_{2m} a_m^{(2m)} &= \bar{a}_m. \end{aligned} \quad (23)$$

[illegible]

При таком определении искомого решения $w_m(M, t)$ оно, очевидно, будет приближенно в метрике энергетического пространства в области Ω удовлетворять дифференциальному уравнению (1) и начальному условию (2) и точно — граничным условиям уравнения (3). Краевая задача (1), (2), (4) решается аналогично, но структурная формула для функции w строится так, чтобы она удовлетворяла граничным условиям (4).

Отметим, что функции $w = w(M)$ со свойствами $w > 0$ в области Ω , $w|_{\partial\Omega} = 0$, $\frac{\partial w}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 1$ (25), необходимыми для построения структурной формулы, удовлетворяющей граничным условиям (4), легко могут быть построены для сложных областей с помощью R [2] или PL [3] функций, которые оказываются удобными для аналитического описания разомкнутых линий и поверхностей.

Список литературы: 1. Рекав В. Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. — М.: Высшая школа, 1973. — 384 с. 2. Рычков В. Л. Теория R функций и некоторые ее приложения. — К.: Наук. думка, 1982. — 551 с. 3. Гонимаров Н. В. О системах функций, удобных для аналитического описания разомкнутых линий и поверхностей. — Системы управления летательных аппаратов, 1981, вып. 6, с. 73—79.

Поступила в редколлегию 23.11.82.

УДК 658.012

И. Ш. НЕВЛЮДОВ, канд. техн. наук,
Е. М. АНПИЛОВ

О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ. СООБЩЕНИЕ 3

Ранее¹ был описан обобщенный алгоритм модели технологического процесса (ТП), который предназначается для многооперационных ТП изготовления изделий с большим количеством входных, выходных и технологических параметров. Поэтому для малооперационных ТП численная реализация описанного в первом сообщении алгоритма имеет некоторые трудности из-за громоздких вычислений, требующего большого объема памяти ЭВМ. Например, вычисление исходной функции λ_p по формуле

$$\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = \int R_p \dots \int f_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p) d\bar{Y}_p$$

для векторов $\bar{Y}_p$ большей размерности — процедура трудоемкая. Кроме того, при переходе от функций λ_k и μ_k и при продвижении

¹ Невлюдов И. Ш. О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 1. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 47—52.

от операции Y_k к предыдущей операции Y_{k-1} необходимо неоднократно интегрировать функции многих переменных. Приводимая модификация обобщенного алгоритма позволяет упростить характер вычисления.

Предположим, что множество R_p — суть прямое произведение интервалов $R_p = \{r_1^p \times r_2^p \times \dots \times r_{n_p}^p\}$, центры которых обозначим через $\bar{C}_p$. Математическое ожидание и дисперсию значения Y_i^p , $i = 1, \dots, n_p$ для переходной функции $f_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p)$ обозначим соответственно через $m_{p,i}(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$ и $\sigma_{p,i}^2(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$, т. е.

$$m_{p,i}(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = \int \dots \int_{R_p} Y_i^p f_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p) d\bar{Y}_p \quad (1)$$

$$\sigma_{p,i}^2(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = \int \dots \int_{R_p} [Y_i^p - m_{p,i}(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})]^2 f_p \times \\ \times (\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p) d\bar{Y}_p \quad (2)$$

назовем взвешенным квадратичным отклонением вектора $\bar{Y}_p$ от вектора $\bar{C}_p$ величину

$$I_p(\bar{Y}_p, \bar{C}_p) = \gamma_1 (Y_1^p - C_1^p)^2 + \gamma_2 (Y_2^p - C_2^p)^2 + \dots + \gamma_{n_p} \times \\ \times (Y_{n_p}^p - C_{n_p}^p)^2 = \sum_{i=1}^{n_p} \gamma_i (Y_i^p - C_i^p)^2. \quad (3)$$

Здесь константа $\gamma_1 \dots \gamma_{n_p}$ — некоторые «взвешенные» коэффициенты. Выбор значения γ_i для каждой выходящей конечной величины Y_i^p зависит от специфики задачи. В целях упрощения письма помечаем $\gamma_i = 1$, $i = 1, \dots, n_p$.

Шаг первый. Для конечной операции τ_p при заданных значениях технологических факторов $\bar{t}_p$ и фиксированных входящих величинах $\bar{Y}_{p-1}$ найдем среднее квадратичное отклонение вектора $\bar{Y}_p$ от $\bar{C}_p$, которое обозначим через $L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$. Тогда

$$L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = \int \dots \int_{R_p} I_p(\bar{Y}_p, \bar{C}_p) f_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p) d\bar{Y}_p. \quad (4)$$

Функция $L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$ является аналогом функции $\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$.

Распишем L_p через введенные функции $\sigma_{p,i}^2$ и $m_{p,i}$

$$L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = \sum_{i=1}^{n_p} [\sigma_{p,i}^2(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) + (m_{p,i}(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) - C_i^p)^2]. \quad (5)$$

Среди всех значений $\bar{t}_p \in D_p$ найдем такие $\bar{t}_p^0(\bar{Y}_{p-1})$, на которых реализуется наименьшее значение среднего квадратичного отклонения $L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1})$.

Это наименьшее значение обозначим через $M_p(\bar{Y}_{p-1})$, тогда

$$M_p(\bar{Y}_{p-1}) = \min_{\bar{t}_p \in D_p} L_p(\bar{t}_p, \bar{Y}_{p-1}) = L_p(\bar{t}_p^0(\bar{Y}_{p-1}), \bar{Y}_{p-1}). \quad (6)$$

Полученная функция M_p — аналог функции $\mu_p(\bar{Y}_{p-1})$.

Чтобы получить в пространстве Y_{p-1} множество A_p^0 значений, входящих в p -ю операцию величин $\bar{Y}_{p-1}$, при которых обеспечивается стабильно качество изделия, вычислим функцию $\mu_p^0(\bar{Y}_{p-1})$ по формуле

$$\mu_p^0(\bar{Y}_{p-1}) = \int_{R_p} \dots \int f_p(\tau_p^0 | \bar{Y}_{p-1}); \bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_p d\bar{Y}_p. \quad (7)$$

Полагая

$$A_p^0 = \{Y_{p-1} : \mu_p^0(Y_{p-1}) > 1 - \beta\}. \quad (8)$$

Отметим, что на данном шаге интегрирование производится только один раз при вычислении функции $\mu_p^0(\bar{Y}_{p-1})$.

Шаг второй. В пространстве Y_{p-1} найдем точку $\bar{Y}_{p-1}^0$, в которой функции $\mu_p^0(\bar{Y}_{p-1})$ принимают минимальное значение. Назовем квадратичным отклонением вектора $\bar{Y}_{p-1}$ от вектора $\bar{Y}_{p-1}^0$ величину

$$l_{p-1}(\bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_{p-1}^0) = (Y_1^{p-1} - Y_{1,0}^{p-1})^2 + (Y_2^{p-1} - Y_{2,0}^{p-1})^2 + \dots + (Y_{n_{p-1}}^{p-1} - Y_{n_{p-1},0}^{p-1})^2 = \sum_{i=1}^{n_{p-1}} (Y_i^{p-1} - Y_{i,0}^{p-1})^2. \quad (9)$$

Аналогично (1) и (2) введем математическое ожидание и дисперсию величины Y_i^{p-1} , $i = 1, \dots, n_{p-1}$ для переходной функции $f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}, \bar{Y}_{p-1})$:

$$m_{p-1,i}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) = \int_{Y_{p-1}} Y_i^{p-1} f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}, \bar{Y}_{p-1}) d\bar{Y}_{p-1}; \quad (10)$$

$$\sigma_{p-1,i}^2(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) = \int_{Y_{p-1}} [Y_i^{p-1} - m_{p-1,i}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2})]^2 \times \\ \times f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}, \bar{Y}_{p-1}) d\bar{Y}_{p-1}. \quad (11)$$

Среднее квадратичное отклонение величины l_{p-1} при заданных значениях $\bar{t}_{p-1}$ и $\bar{Y}_{p-2}$ обозначим через $L_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2})$. Тогда

$$L_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) = \int_{Y_{p-1}} l_{p-1}(\bar{Y}_{p-1}, \bar{Y}_{p-1}^0) f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}, \bar{Y}_{p-1}) \times \\ \times d\bar{Y}_{p-1} = \sum_{i=1}^{n_{p-1}} [\sigma_{p-1,i}^2(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) + \\ + m_{p-1,i}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) - \bar{Y}_{i,0}^{p-1}]^2. \quad (12)$$

Среди всех значений $\bar{t}_{p-1} \in D_{p-1}$ найдем также те, на которых реализуется наименьшее значение функции L_{p-1} .

Это наименьшее значение обозначим через $M_{p-1}(\bar{Y}_{p-2})$, тогда

$$M_{p-1}(\bar{Y}_{p-2}) = \min L_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{Y}_{p-2}) = \\ = L_{p-1}^0(\bar{\tau}_{p-1}(\bar{Y}_{p-2}), \bar{Y}_{p-2}). \quad (13)$$

В пространстве Y_{p-1} найдем множество A_{p-1}^0 значений $\bar{Y}_{p-2}$, при которых задание выполняется успешно.

Для этого функцию $\mu_{p-1}^0(\bar{Y}_{p-2})$ вычислим по формуле

$$\mu_{p-1}^0(\bar{Y}_{p-2}) = \int_{Y_{p-1}} \dots \int f_{p-1} \tau_{p-1}^0(\bar{Y}_{p-2}, \bar{Y}_{p-2}, Y_{p-1}) \mu_p^0(\bar{Y}_{p-1}) d\bar{Y}_{p-1}. \quad (14)$$

Полагаем

$$A_p^0 = \{\bar{Y}_{p-2} : \mu_{p-1}^0(\bar{Y}_{p-2}) > 1 - \beta\}. \quad (15)$$

Шаг k -ый ($1 < k < p$). Определяем функции

$L_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k})$; $M_{p-k+1}(\bar{Y}_{p-k})$; $\tau_{p-k+1}(\bar{Y}_{p-k})$; $\mu_{p-k+1}(Y_{p-k})$ и множество A_{p-k+1}^0 по формулам

$$L_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}) = \sum_{i=1}^{n_{p-k+1}} [\sigma_{p-k+1, i}^2(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}) + (m_{p-k+1, i}(\bar{t}_{p-k+1}, Y_{p-k}) - Y_{i,0}^{p-k+1})^2]; \quad (16)$$

$$M_{p-k+1}(\bar{Y}_{p-k}) = \min_{\bar{t}_{p-k+1} \in D_{p-k+1}} L_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}) = L_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}^0(\bar{Y}_{p-k}), \bar{Y}_{p-k}); \quad (17)$$

$$\mu_{p-k+1}^0(\bar{Y}_{p-k}) = \int_{Y_{p-k+1}} \dots \int f_{p-k+1} \tau_{p-k+1}^0(\bar{Y}_{p-k}, \bar{Y}_{p-k}, \bar{Y}_{p-k+1}) \times \times \mu_{p-k+2}^0 = (\bar{Y}_{p-k+1}) d\bar{Y}_{p-k+1}; \quad (18)$$

$$A_{p-k+1}^0 = \{\bar{Y}_{p-k} : \mu_{p-k+1}^0(\bar{Y}_{p-k}) > 1 - \beta\}. \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} m_{p-k+1, i}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}) &= \\ &= \int_{Y_{p-k+1}} \dots \int y_i^{p-k+1} f_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}, \bar{Y}_{p-k+1}) d\bar{Y}_{p-k+1}; \\ \sigma_{p-k+1, i}^2(\bar{t}_{p-k+1}, Y_{p-k}) &= \int_{Y_{p-k+1}} \dots \int [Y_i^{p-k+1} - m_{p-k+1, i}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k})]^2 \times \\ &\times f_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{Y}_{p-k}, \bar{Y}_{p-k+1}) d\bar{Y}_{p-k+1}. \end{aligned}$$

Шаг $(p+1)$ -ый. Вычислим значение стабильности качества изделия для модифицированного алгоритма оптимального управления:

$$Y_{\text{отт}}^0 = \int_{Y_0} \dots \int f_0(\bar{Y}_0) \mu_1^0(Y_0) dy_0.$$

Значения мер внешней технологической наследственности при данном способе управления $\alpha_1^0 \dots \alpha_p^0$ получаем так же, как и для

основного алгоритма, по формулам, заменяя участвующие в них функции $p_{k\tau}$ множества A_k соответственно на p_k , τ_k , A_k^0 .

Таким образом, используя приведенный алгоритм, можно определить оптимальные значения входных и технологических параметров всех операций.

Поступила в редакцию 23.11.82.

УДК 658.512

В. И. ЛЕВИН, д-р техн. наук,
С. А. ЛЫСАК

**К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ n ДЕТАЛЕЙ В ЗАДАЧЕ
м СТАНКОВ**

Одна из фундаментальных задач теории расписаний — задача оптимального упорядочения решения n задач на m станках. Для случая $m = 2$ законченный результат получен в 1954 г. [1], а в 1980 г. для $m \leq 3$ найдены условия упорядочения n деталей, учитывающие их временные параметры [2]. Позже аналогичные условия определены для произвольного m . Выполнение указанных условий для любой пары деталей i, j означает, что в оптимальной последовательности A_n детали i, j должны следовать в порядке $i \rightarrow j$ независимо от порядка следования остальных деталей. Если полученное в работе [2] простое решающее правило не работает для некоторых пар деталей или работает так, что упорядочению подвергается только часть деталей, это приводит к явлению «фрагментации» в ориентированном графе, соответствующем нашей задаче. Значит, можно указать несколько возможных подпоследовательностей (фрагментов) оптимальной последовательности A_n , охватывающих в совокупности все вершины графа и образующих фрагменты искомого решения. В частном случае некоторые детали могут входить в несколько таких фрагментов.

Постановка задачи. Общая схема решения. Имеется m станков и n деталей. Каждая деталь обрабатывается сначала на первом станке, затем — на втором и т. д., на m станке.

Порядок следования деталей при переходе от станка к станку не меняется. Первый станок начинает обработку очередной детали сразу после окончания предыдущей, т. е. работает без простоев, второй — начинает обработку очередной детали j , дождавшись окончания ее обработки на предыдущем, первом, станке, т. е. здесь возможны простои.

Аналогично соотношение во времени между работой второго и третьего, третьего и четвертого, $(m-1)$ -го и m -го станков.

Задача сводится к отысканию экстремальной перестановки $A_n = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, задающей оптимальный порядок прохождения

деталей, при условии, что имеются упорядоченные подпоследовательности A_k , полученные с помощью некоторого решающего правила типа [2]. В данной работе для объединения фрагментов, внутри которых упорядочение произведено по простому решающему правилу, в оптимальную последовательность A_n предлагается использовать метод «ветвей и границ» [3]. На основе этого метода строится алгоритм, представляющий собой процесс направленного перебора с возвращениями, дающий решение задачи.

Введем следующую целевую функцию: суммарное время $t(A)$ обработки на m станках n деталей.

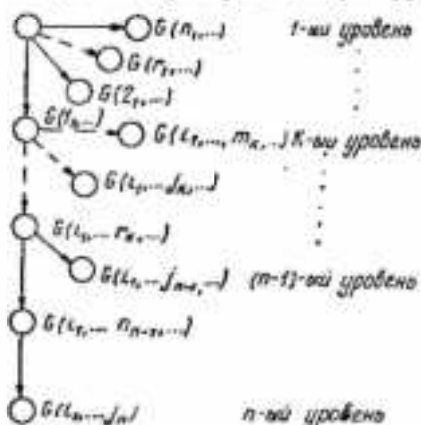


Рис. 1

Общая схема алгоритма.

Множество всех перестановок G из l фрагментов разбивается (ветвится) на все меньшие и меньшие непересекающиеся подмножества (рис. 1). Ветвление производится на k уровнях ($k = 1, \dots, l$), начиная с первого. На первом уровне производится разбиение множества G на l подмножеств.

В подмножество G , входят все перестановки, у которых на первом месте зафиксирован фрагмент с r -м номером.

При ветвлении на каждом

k уровне ($k = 1, \dots, l$) среди подмножеств $k-1$ уровня находится по определенному правилу выбора (см. п. 5) некоторое одно подмножество и выполняется его разбиение на подмножества k уровня. На каждом k уровне на k месте перестановки фиксируется фрагмент с r номером. На вновь образуемых подмножествах $k+1$ уровня вычисляются нижние оценки целевой функции и, согласно тому же правилу, одно из этих подмножеств выбирается для ветвления на следующем уровне. На l уровне все номера фрагментов оказываются зафиксированными на определенных местах полученной перестановки.

Так как значение целевой функции, соответствующее последнему l уровню, является не «прогнозом» и равно суммарному времени обработки на m станках всех фрагментов деталей, то целесообразно произвести поиск и вычеркивание из рассмотрения бесперспективных подмножеств всех уровней, нижняя оценка которых не меньше значения целевой функции, соответствующего последнему опорному решению [4]. А подмножество любого уровня, у которого нижняя оценка меньше, чем нижняя оценка последнего опорного решения, следует подвергнуть ветвлению согласно данному алгоритму. Если вновь полученное опорное решение меньше предыдущего опорного решения, то оно — решение

задачи. В противном случае решение задачи — предыдущее опорное решение.

В случае, если разные фрагменты повторяют некоторые детали (например, на рис. 2, а фрагменты AB , BC , DB , BE имеют одну общую деталь), то их следует при ветвлении рассматривать как независимые. Если же некоторые детали повторяются в нескольких фрагментах, как это изображено на рис. 2, б, то целесообразно объединить во фрагменты все возможные сочетания упорядоченных деталей (например, на рис. 2, б это фрагменты AB , CB , DE , FE , MB , ME , GB , GE). Из последних четырех фрагментов (MB , ME , GB , GE) следует выбрать тот, который

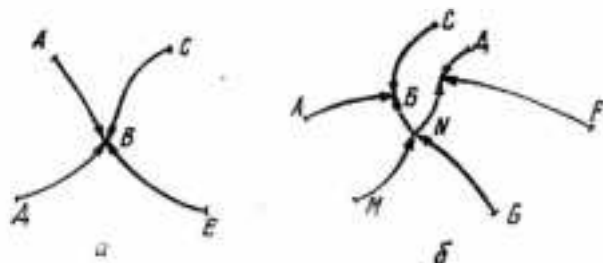


Рис. 2

включает максимальное количество деталей GE и два оставшихся фрагмента MN и NB . Таким образом, выделенные фрагменты AB , CB , DE , FE , GE , MN и NB подвергаются ветвлению согласно описанному в п. 3 алгоритму как независимые. Приведенные примеры объединяют все возможные комбинации фрагментов.

Признак оптимальности. Так как удается (см. п. 5) найти нижнюю границу (оценку) γ целевой функции f на подмножестве перестановок, то для каждой перестановки A_k из подмножества g_p имеет место неравенство $f(A_k) \geq \gamma(g_p)$.

Пусть перестановка A_n принадлежит некоторому подмножеству g_0 и $G = \bigcup_{p=1}^l g_p$. Если при этом значение целевой функции равно нижней границе (оценке) данной функции $\gamma(g_0)$, т. е. $f(A_n) = \gamma(g_0) < \gamma(g_p)$, то A_n — оптимальная перестановка задачи. В данном случае соотношение соблюдается на последнем l уровне ветвления, когда все номера фрагментов оказываются зафиксированными на определенных местах перестановки и отсутствуют подмножества, у которых нижняя граница $\gamma(g_p)$ целевой функции меньше нижней границы $\gamma(g_0)$ целевой функции, соответствующей последнему опорному решению.

Доказательство непосредственно следует из определения оценки [3].

Построение нижней оценки целевой функции. Выбор подмножества, предназначенного для ветвления. Опишем один способ

построения нижних оценок целевой функции на подмножествах любого уровня и правило выбора подмножества данного уровня, предназначенного для ветвления на следующем уровне. Для вычисления значения нижней оценки T_i^k целевой функции $f(A)$ на любом подмножестве g_i можно использовать следующее соотношение:

$$T_{ix}^k = T_i^k(G_k) + \sum_{\bar{g}_k} T_i + T_{\min}(\bar{G}_k), \quad x = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Соотношение состоит из трех слагаемых. Первое слагаемое — это суммарное время реализации на x станках некоторого упорядоченного количества фрагментов G_k .

Второе слагаемое в этой формуле следует понимать как сумму времен реализации на x -м станке фрагментов, которые не попали в упорядоченное количество G_k .

Под временем реализации фрагмента на x -м станке имеется в виду время от начала обработки первой детали данного фрагмента до конца обработки последней его детали на x -м станке с учетом возможных простоев деталей.

Третье слагаемое — минимальная разница между временем реализации каждого фрагмента, не входящего в G_k , на m станках и временем его реализации на x станках. То есть, это разница от момента окончания обработки последней детали на m -м станке до момента окончания обработки последней детали на x -м станке среди всех фрагментов, не попавших в G_k .

Далее следует выбрать среди T_{ix}^k максимум и принять его за нижнюю оценку целевой функции. Например, если фрагменты расположены согласно рис. 2, а, то на первом уровне ветвления следует рассмотреть первое слагаемое: время реализации на x станках фрагментов AB, CB, DB, EB , затем — второе слагаемое — это четыре суммы времен реализации на x -м станке фрагментов: CB, DB, EB — 1-я сумма; AB, DB, EB — 2-я сумма; AB, CB, DB — 3-я сумма; AB, CB, BE — 4-я сумма.

Третье слагаемое — это минимальная разница между временем реализации фрагментов CB, DB, EB , фрагментов AB, DB, EB , фрагментов AB, CB, DB , фрагментов AB, CB, BE на m станках и x станках.

Сложив все три составляющих соотношения 1, получим по m значений для каждого из четырех подмножеств, для которых за нижнюю оценку следует принять максимум из m значений.

Очевидно, что значение T_{ix}^k будет минимально для всех подмножеств, у которых на первом месте зафиксирован либо фрагмент AB , либо — CB , либо — EB , либо — DB . Действительно, мы принимаем во внимание только времена обработки на x -м станке деталей тех фрагментов, которые не зафиксированы на определенных местах перестановки.

Прогнозы, вычисляемые по формуле (1), есть прогнозы со вспомогательными задачами как бы задачами одного станка. Ветвление на последующих уровнях выполняется аналогично.

Можно использовать простое правило выбора на k -м шаге алгоритма подмножества k -го уровня, предназначенного для ветвления на следующем уровне: для ветвления выбирается то подмножество, у которого оценка, вычисленная по формуле (1), минимальна.

Сложность описанного алгоритма. Складывается из трудоемкости (суммарного числа двусторонних операций) N_1 , нужной для проверки условий оптимальности для каждой пары деталей, трудоемкости N_2 , нужной для отыскания подпоследовательностей оптимальной последовательности и трудоемкости N_3 , касающейся вычисления значения T_{xx}^h целевой функции $f(A)$.

Ясно, что если в задаче m станков для проверки условий оптимальности каждой пары деталей (i, j) требуется решить систему из m неравенств типа [2], то N_1 растет, как mn^2 . Следует отметить, что N_2 не зависит от m и растет с увеличением n достаточно медленно, что существенно снижает сложность алгоритма.

Величина N_3 складывается из сумм трудоемкостей, нужных для вычисления целевой функции с первого по l уровень ветвления и выражается следующим рекуррентным соотношением:

$$N_3 = \frac{n}{R} C_{kR+m-1}^{m-1} + \left(\frac{n}{R} - 1\right) C_{2R+m-1}^{m-1} + \dots + C_{n+m-1}^{m-1};$$

$$l = \frac{n}{R}, \quad C_{kR+m-1}^{m-1} = \frac{kR(kR+1) \dots (kR+m-1)}{(m-1)!}. \quad (2)$$

Здесь R — количество деталей в фрагменте; C_{kR+m-1}^{m-1} — трудоемкость, необходимая для вычисления целевой функции на k уровне ветвления: $k = 1, 2, \dots, \frac{n}{R}$.

Множитель перед C_{kR+m-1}^{m-1} равен количеству неупорядоченных фрагментов на k уровне ветвления.

Если же решать сформулированную в п. 2 задачу по традиционной схеме «ветвей и границ», то на всех n уровнях ветвления, каждый из которых упорядочивает лишь одну деталь, потребуется затратить трудоемкость

$$N(m, n) = N'(m, n) + N''(m, n). \quad (3)$$

Здесь $N'(m, n)$ — трудоемкость, затрачиваемая на получение нижней границы со вспомогательными задачами как бы задачами одного станка. Трудоемкость $N''(m, n)$ требуется для вычисления нижней границы, если в качестве вспомогательной задачи решать задачу двух станков по алгоритму С. М. Джонсона [5].

Первое слагаемое уравнения (3) можно представить следующим рекуррентным соотношением:

$$N^*(m, n) = n \cdot C_{1+m-1}^{n-1} + (n-1) C_{2+m-1}^{n-1} + \dots + \\ + [n - (R-1)] C_{R+m-1}^{n-1} + \dots + \\ + [n - (2R-1)] C_{2R+m-1}^{n-1} + \dots + C_{n+m-1}^{n-1}. \quad (4)$$

Множитель перед C_{k+m-1}^{n-1} равен количеству неупорядоченных деталей на k -м уровне вставки: $k = 1, \dots, n$.

Второе слагаемое (3) можно примерно оценить следующим соотношением: $N^*(m, n) \approx N_2(m, n)$ (5). Таким образом, изложенный в п. 3 алгоритм и традиционное решение можно сравнить, сопоставив соотношения (2) и (4). Описанный в п. 3 алгоритм наиболее эффективен по сравнению с традиционным решением в случае, когда число деталей, входящих в фрагмент, максимально, а количество фрагментов минимально.

При увеличении минимального количества упорядоченных в фрагменты деталей в z раз трудоемкость вычислений уменьшается примерно во столько же раз по сравнению с традиционной схемой «ветвей и границ».

Список литературы: 1. Джонсон С. М. Оптимальные двух- и трехоперационные календарные планы производства с учетом подготовительно-заключительного времени. Календарное планирование.—М.: Прогресс, 1966.—159 с. 2. Левин В. Н. К задаче трех станков.—Технич. кибернетика, 1981, № 5, с. 20—25. 3. Корбут А. А., Фиксальштейн Ю. Ю. Дискретное программирование.—М.: Наука, 1966.—178 с. 4. Рыжков А. П. Выбор оптимальной последовательности выполнения программы на ЭВМ.—Технич. кибернетика, 1973, № 2, с. 15—19. 5. Шкурба В. В. Задача трех станков.—М.: Наука, 1976.—205 с.

Поступила в редколлегию 23.11.82.

УДК 658.012

И. Г. ДЕНИСОВА, канд. техн. наук, Н. Г. БУРКО

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ФОРМАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕДУРЫ ВЫБОРА АНАЛОГА И ОБ ОЦЕНКЕ УРОВНЯ КАЧЕСТВА ОБЪЕКТА

Известны и хорошо зарекомендовали себя на практике мероприятия по повышению качества продукции, а именно: современные методы контроля качества продукции на всех этапах цикла создания и освоения новой техники (СОНТ), учета и анализа причин появления различного рода некачественности объектов производства, экономические, социальные и другие, применяемые в КСУКП. В сфере управления качеством есть ряд нерешенных проблем, в частности проблема выбора аналога при оценке уровня качества некоторого объекта.

Уровнем качества продукции называется относительная характеристика качества продукции, основанная на сравнении совокупности показателей ее качества с соответствующей совокупностью базовых показателей (ГОСТ 15467—70). Обоснованность выбора объекта для сравнения может стать определяющей в развитии того или иного вида новой техники.

Если возникает задача разработки некоторого нового объекта, предположим, что качество существующих аналогов, каждый из которых может быть базовым при сравнении, не удовлетворяет каким-либо потребностям пользователя.

Сравнение производится, как правило, с практически случайно взятым аналогом и с использованием некоторого обобщенного (интегрального) критерия. Новый объект должен быть лучше аналога в том смысле, что его обобщенный критерий имеет «лучшее» значение. Однако легко можно представить, что некоторый объект, оказавшийся худшим при сравнении, больше удовлетворяет нуждам и требованиям ТЗ пользователя.

Следовательно, более правильно потребовать, чтобы базовый объект обладал определенным высоким местом в ранжированном множестве аналогов как бы «классностью», а новый объект, параметры качества которого прежде всего удовлетворяют пользователя, может с ним сравниться. И если даже результаты сравнения всей совокупности показателей окажутся не в пользу нового объекта, главное то, что он сопоставим с объектом-аналогом высокой «классности».

Из сказанного выше следует, что необходимо найти такую числовую характеристику объектов некоторого вида техники, которая позволила бы определить место любого объекта в рассматриваемой совокупности.

Введем в рассмотрение функцию $Y(k(w_i))$, которая характеризует качество объекта w_i , а ее аргументы — показатели качества объекта $k(w_i)$:

$$k(w_i) = \{k_1(w_i), k_2(w_i), \dots, k_M(w_i)\}. \quad (1)$$

Значение функции $Y(k(w_i))$ при заданном w_i — случайная величина, так как не является выражением потребностей или запросов пользователей объекта.

В задачах исследования потребностей, степени удовлетворения, меры пригодности необходимо прибегнуть к мнениям компетентных экспертов. Каждый из них, имея мнение о предлагаемых объектах w_i некоторой совокупности ($i = 1, \bar{n}$), может проставить балльные оценки показателей качества для каждого из объектов A_j (j — номер показателя качества; $j = 1, \bar{N}$).

Тогда будем искать оценку среднего значения случайной величины $Y(k(w_i))$ в виде

$$\bar{Y}(k(w_i)) = \beta_0 + \sum_{j=1}^N \beta_j (\bar{A}_{ji} - A_j), \quad (2)$$

где N — число параметров качества; A_j — балл j -го пользователя качества эталонного изделия; $\beta_0 = Y(k(w_{\text{эт}}))$ — значение функции качества эталонного изделия; $\bar{A}_{ji}$ — балл j -го параметра качества для конкретного изделия w_i .

Чтобы найти числовое значение функции $\bar{Y}(k(w_i))$, необходимо определить коэффициенты β_j . Удобно использовать метод наименьших квадратов, выбрав в качестве минимизируемой функции следующую:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^L \xi_i \left(p_{ji} - \beta_0 - \sum_{j=1}^N \beta_j (\bar{A}_{ji} - A_j) \right)^2, \quad (3)$$

где n — число рассматриваемых объектов; L — число экспериментов; p_{ji} — балл, выставленный i -му изделию i -м экспертом; ξ_i — вес мнения i -го эксперта.

Решение системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta_j} = - \sum_{i=1}^n (\bar{A}_{ji} - A_j) \sum_{i=1}^L \xi_i 2 \left[p_{ji} - \beta_0 - \sum_{j=1}^N \beta_j (\bar{A}_{ji} - A_j) \right] = 0$$

позволяет получить значения β_j ($j = 1, \bar{N}$) и, следовательно, реализацию случайной функции $\bar{Y}(k(w_i))$ для каждого объекта из рассматриваемой совокупности.

Исходные данные для решения такой задачи эксперты могут представить в виде табл. 1 и 2.

Таблица 1

Объект w_1					Объект w_n				
Показатели				Оценка объекта по 4-балльной системе p_{ji} (5, 4, 3, 2)	Показатели				Оценка объекта по 4-балльной системе p_{ji} (5, 4, 3, 2)
a_{11}	a_{21}	...	a_{N1}		a_{1n}	a_{2n}	...	a_{Nn}	

Таблица 2

Наименование показателя a_j	Объект w_1		Объект w_2		...	Объект w_n	
	Численное значение a_{j1}	Балл A_{j1}	Численное значение a_{j2}	Балл A_{j2}		Численное значение a_{jn}	Балл A_{jn}

Функция качества (2) может представлять интерес в нескольких аспектах, в том числе — произвести ранжирование объектов любого вида техники сколь угодно большой совокупности и, в частности, объектов, относимых к различным категориям качества.

Может быть поставлена и обратная задача, а именно: присвоение категории качества (высшей, первой или второй) на основе числового значения функции качества (2).

Допустим, что народное хозяйство в прошлой пятилетке располагало n видами объектов w_i и для каждого из них была определена функция качества $\bar{Y}(k(w_i))$. Тогда можно произвести следующие простейшие операции: упорядочить $\bar{Y}(k(w_i))$ по возрастанию; самому низкому значению $\bar{Y}(k(w_i))$ поставить в соответствие начало отсчета (т. е. ноль), а самому высокому — $\bar{Y}(k(w_i))$ — единицу; считать, что от 0 до y_1 (например, $y_1 = 0,5$) могут быть расположены объекты второй категории качества, от 0 до y_2 (например, $y_2 = 0,8$) — объекты первой категории качества, от y_2 до 1 — объекты высшей категории качества.

Тогда в следующем интервале времени (пятилетке) при появлении новых видов объектов они займут свое место в ранжированном множестве и интервал от 0 до 1 на одном из участков будет иметь большее количество точек, соответствующих $\bar{Y}(k(w_i))$ ($i = 1, n^*$). Значит, изменятся границы категорий качества. Таким образом, некоторые объекты могут лишиться права быть представителями высшей категории.

Нашли, что границы категорий качества могут быть управляемы на основе производимых расчетов, что важно с точки зрения постоянного роста требований к качеству продукции предприятий [2].

С точки зрения постановки задачи управления качеством роль функции качества (2) может быть оценена исходя из следующего. Как известно, задание на разработку нового изделия является входящей информацией, отражающей требования внешней по отношению к нему среды. Возникает ситуация: внешняя среда формулирует ТТТ, не ставя задачу получить объект конкретной категории качества, а предприятие заинтересовано в том, чтобы качество будущего объекта соответствовало высшей категории. Предприятие, как известно, не может изменять установленные заказчиком характеристики объекта [1].

Следовательно, рост поощрения предприятия ограничивается на раннем этапе цикла создания и освоения новой техники. Чтобы выйти из такой ситуации, предлагается следующее. При наличии функции (2) можно на начальных стадиях разработки оценить уровень качества объекта $\bar{Y}(k(w_i))$. Однако рассчитанное $\bar{Y}(k(w_i))$ можно получить при различных показателях качества труда. Последние планируются на предприятии. Поэтому если плановое значение — показатель качества труда $k_{\text{пл}}$, то фактически рассчитываемый уже в ходе цикла СОНТ $k_{\text{факт}}$ может с ним не совпадать. Отсюда ясно, что $k_{\text{факт}} - k_{\text{пл}} > 0$ должно быть единственным основанием к поощрению предприятия за повышение качества труда. Такой подход представляется более рациональным, так как

позволяет реально функционировать системе управления с выполнением функции планирования в системе k_{mr} и функции контроля k_{mr}^* ; контроль качества труда носит предупредительный характер в отличие от оценки качества конечного объекта присвоением ему категории; оценка $\Delta k_{mr} = k_{mr}^* - k_{mr}$ позволяет внешней среде принимать решение о реальности дальнейшего роста качества объектов новой техники, так как появляются расчетные характеристики и аналитические оценки.

Достижимое предприятием значение k_{mr}^* помогает таким образом рационально решать задачу роста качества объектов новой техники и повышения эффективности производства на уровне управления со стороны внешней среды самого предприятия.

Список литературы: 1. Дружинин Г. В. Методы оценки и прогнозирования качества. — М.: Радио и связь, 1982. — 159 с. 2. Гастарский В. Практикологический анализ проектно-конструкторских разработок. — М.: Мир, 1978. — 190 с.

Поступила в редакцию 10.04.81.

УДК 62—50:519

А. Е. СЕРИК, В. Я. СЕДУШ, канд. техн. наук,
Г. В. СОПИЛКИН, канд. техн. наук,
В. И. РУДЕНКО, канд. техн. наук

ЗАДАЧА БАЛАНСИРОВКИ МАТРИЦ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

График ремонтов машин и механизмов — один из обязательных элементов системы технического обслуживания оборудования. Представим его матрицей:

$$A = \| a_{ij} \|_{n, m},$$

где a_{ij} — трудоемкость ремонта данной машины; n, m — число строк и столбцов, равных соответственно количеству машин и плановых ремонтов.

Качество графика можно оценить колебаниями суммарной трудоемкости ремонта, которая вычисляется по формуле

$$T_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}.$$

Оптimalен график, у которого колебания минимальны или не превышают допустимые значения. Назовем эту задачу балансировкой матрицы и сформулируем так. В матрице A с нулевыми и ненулевыми элементами необходимо переставить ненулевые элементы внутри строки, чтобы разность между максимальной и минимальной суммой элементов столбцов была минимальна. При этом не должны нарушаться некоторые ограничения на располо-

жение соседних ненулевых элементов каждой строки. Дадим математическую постановку задачи. Рассмотрим множество X матриц размерности $n \times m$, содержащих в i -й строке k^i ненулевых, имеющих равное значение b_i и $m - k^i$ нулевых элементов матрицы. В дальнейшем при некоторых обозначениях указана матрица, к которой эти обозначения относятся. Далее $j_s^i(A)$ — номер столбца, в котором расположен s -й ненулевой элемент i -й строки; $T_j(A)$ — сумма элементов j -го столбца; d_i — номер последнего столбца, в котором может находиться первый ненулевой элемент i -й строки; g_i — номер первого столбца, в котором располагается последний ненулевой элемент i -й строки; t_i^n, t_i^m — максимальная и минимальная разность между номерами столбцов соседних ненулевых элементов i -й строки.

Считаем, что

$$d_i < t_i^n, m + 1 - g_i < t_i^m \text{ и } \left[\frac{p_i - d_i}{t_i^n} \right] < k^i < \left[\frac{m}{t_i^m} \right],$$

где $[x]$ — целая часть x .

Тогда задача имеет допустимые решения.

Необходимо найти оптимальную матрицу A^* , для которой

$$W(A^*) = \min_{A \in Q} (\max_i T_i(A) - \min_i T_i(A)), \quad i = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Выражение (1) вычисляется для множества Q матриц, удовлетворяющих условиям

$$\begin{aligned} 1 &< j_1^i(A) < d_i, \quad t_i^n < j_{s+1}^i(A) - j_s^i(A) < t_i^n; \\ g_i &< j_{k^i}^i(A) < m; \quad i = \overline{1, n}; \quad s = \overline{1, k^i - 1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для «идеальной» матрицы $W(A) = 0$, а сумма элементов каждого столбца равна среднему значению

$$\theta = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n b_i k^i.$$

Бывают известны нижняя (α) и верхняя (β) границы $T_j(A)$. Тогда вместо определения A^* можно ограничиться определением матрицы A' , для которой

$$W'(A) = \min_{A \in Q} W'(A) = \min_{A \in Q} [W^*(A) + W^*(A)],$$

где

$$W^* = \begin{cases} \max_{1 \leq j \leq n} T_j(A) - \beta, & \text{если } \max_{1 \leq j \leq n} T_j(A) > \beta, \\ 0 & \text{— в противном случае,} \end{cases}$$

$$W^* = \begin{cases} \alpha - \min_{1 \leq j \leq n} T_j(A), & \text{если } \min_{1 \leq j \leq n} T_j(A) < \alpha, \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

Подчеркнем, что прикладные задачи, связанные с этой постановкой, имеют большую размерность. Отсюда возникает необхо-

димость применения приближенных методов. Известны алгоритмы решения близких к рассматриваемой прикладных задач [1, 2]. Указанные алгоритмы используют схему локальной оптимизации. Однако в них не вводится метрика в дискретном пространстве, что не позволяет дать эффективное в вычислительном аспекте определение окрестности, позволяющее уточнить решение, если использовать для задачи метод вектора спада. Опишем решение этой задачи с использованием транспозиционной метрики [3]. Пронумеруем числами от 1 до n элементы i -й строки матрицы A_1 . Обозначим $\pi_i^{A_1}$ перестановку, которую они образуют. Определим расстояние между двумя матрицами A_1 и A_2 по формуле

$$Q(A_1, A_2) = \sum_{i=1}^n \gamma(\pi_i^{A_1}, \pi_i^{A_2}), \quad (3)$$

где $\gamma(\pi_i^{A_1}, \pi_i^{A_2})$ — расстояние между двумя перестановками [3].

Матрица A , принадлежащая дискретному множеству X , называется допустимой, если для нее выполняются условия (2). Поэтому более удобной для задачи оказывается метрика, в которой расстояние между $\pi_i^{A_1}$ и $\pi_i^{A_2}$ определяется как минимальное число элементарных перестановок не любых двух, а соседних элементов, необходимых для перевода $\pi_i^{A_1}$ в $\pi_i^{A_2}$. Назовем такую метрику транспозиционной вследствие перестановки соседних элементов.

Рассмотрим построение окрестности радиуса, равного d , центром которой является матрица A_0 . Найдем все решения уравнения

$$\gamma(\pi_1^{A_0}, \pi_1^A) + \gamma(\pi_2^{A_0}, \pi_2^A) + \dots + \gamma(\pi_m^{A_0}, \pi_m^A) = d$$

с помощью определения всех сочетаний из $m + d - 1$ чисел по $m - 1$ [4]. Для каждого сочетания $k_1, k_2, \dots, k_{m-1}$ получим решение

$$\gamma(\pi_1^{A_0}, \pi_1^A) = k_1 - 1, \gamma(\pi_2^{A_0}, \pi_2^A) = k_2 - k_1 - 1, \dots, \\ \gamma(\pi_{m-1}^{A_0}, \pi_{m-1}^A) = k_{m-1} - k_{m-2} - 1, \gamma(\pi_m^{A_0}, \pi_m^A) = d - k_{m-1}.$$

Обозначим $d_i = \gamma(\pi_i^{A_0}, \pi_i^A)$. Покажем, как построить окрестность радиуса d_i из-за обмена соседних элементов, когда $d_i < 2$. Часто этого достаточно для приемлемого решения задачи. Для общего случая такую окрестность можно построить, основываясь на алгоритме, предложенном в [3]. Пусть $s(\pi_i^{A_0}, d_i)$ — множество перестановок, входящих в окрестность радиуса d_i с центром $\pi_i^{A_0}$. Обозначим $R(T, j)$ — перестановки, полученные транспозицией элементов j и $j + 1$ перестановок π , принадлежащих T . Тогда

$$s(\pi_i^{A_0}, 1) = \pi_i^{A_0} \cup R(\pi_i^{A_0}, 1) \cup R(\pi_i^{A_0}, 2) \dots \cup R(\pi_i^{A_0}, n-1); \\ s(\pi_i^{A_0}, 2) = s(\pi_i^{A_0}, 1) \vee Z;$$

$$Z = \bigcup_{i, l} R(r_i^A, j, l), \quad j = \overline{1, n-1}; \quad l = \overline{j+1, n-1}.$$

Значение локального минимума, полученного методом вектора спада, во многом зависит от первоначального приближения. Для его выбора будем использовать схему последовательного получения решения с помощью функций предпочтения [5, 6]. На каждом шаге будем фиксировать не одну, а несколько компонент решения. Для этого определим список кандидатов в рассматриваемый l -й столбец, упорядочим его с помощью функций предпочтения (приоритетов) и закрепим в нем часть из них так, чтобы $\alpha < T_l(A') < \beta$ и была минимальна:

$$I = \left\lfloor \frac{C - N_{l-1}(A') - T_l(A')}{m - l} - \frac{C}{m} \right\rfloor,$$

где C — сумма всех элементов матрицы; $N_{l-1}(A')$ — сумма элементов построенной матрицы.

В качестве первого приоритета s ненулевого элемента i -й строки в l -м столбце примем величину, показывающую запас его движения вправо, не нарушая условий (2), равную

$$r_i^l = j_{i-1}^l(A) + r_i^s - l,$$

а второго — величину $\Delta t_i = r_i^s - r_i^l$.

В столбец включаем элементы в порядке возрастания первого приоритета, а для элементов, равных их значениям, — в порядке убывания второго. Пусть сумма элементов с равным нулю первым приоритетом $T_l(A') > \beta$, тогда производим корректировку построенной матрицы A' вследствие переноса части элементов из l -го столбца в $l-1$ -й. В первую очередь переносятся элементы, имеющие меньшее значение, пока уменьшается

$$\max(T_{l-1}(A'); T_l(A')).$$

Случай $T_l(A') < \alpha$ аналогичен. Справедлива теорема 1, на которой основывается выбор приоритетов.

Теорема 1. Матрица A' , построенная с помощью предложенного алгоритма, является локальным минимумом в окрестности радиуса, равного единице для целевой функции $W'(A)$, если на множестве матриц введена транспозиционная метрика за счет перестановки соседних элементов.

Так как $W'(A) > 0$, интерес представляет доказательство теоремы, когда $W'(A') > 0$, т. е. либо $T_l(A') = \max_{1 \leq l \leq n} T_l(A') > \beta$, либо $T_l(A) = \min_{1 \leq l \leq n} T_l(A) < \alpha$. Рассмотрим первый случай. Доказательство второго аналогично.

Предположим, что матрица A' — не локальный минимум. Тогда для некоторого элемента j -го столбца (обозначим его l) возможен сдвиг в один из соседних столбцов так, что после сдвига $T_{l-1}(A')$, $T_{l+1}(A')$ не превосходят $T_l(A')$. Согласно алгоритму ни для одного

элемента j -го столбца невозможен сдвиг вправо, так как в противном случае при построении j -го столбца часть элементов можно сдвинуть в следующий $j+1$ -й столбец. Поэтому будем рассматривать только сдвиг влево в предыдущий столбец. Согласно алгоритму после построения j -го столбца должен производиться перенос элементов из j -го в $j-1$ -й столбец. В результате такого переноса хотя бы один элемент сдвинется в соседний $j-1$ -й столбец. Это следует из того, что в j -м столбце существует элемент t , а перенос из j -го столбца в $j-1$ -й осуществляется в порядке возрастания значений переносимых элементов. Ясно, что после переноса части элементов из $j-1$ -го столбца в j -й $T_j(A')$ и $T_{j-1}(A')$ окажутся меньше прежнего значения $T_j(A')$ и мы получим новую матрицу A'' . Таким образом предложенным алгоритмом находим матрицу A'' , а не матрицу A' , как предполагалось вначале, т. е. приходим к противоречию. Теорема доказана.

Конкретизируем содержание и положение элементов матрицы A . Значения ненулевых элементов i -й строки одинаковы и представляют время выполнения i -й профилактической работы, которая проводится в течение планового периода несколько раз, а их положение определяет номера смен проведения профилактик с начала периода. Суммарное время восстановления за j -ю смену равно сумме элементов j -го столбца матрицы A' . Тогда целевая функция $W(A')$ характеризует равномерность загрузки персонала в течение планового периода. Для металлургического производства удачно описывает отказы при работе оборудования закон Вейбулла. Параметры закона определяются на основании фактических данных об отказах методом наименьших квадратов. С учетом этих параметров находится с заданной вероятностью нижняя и верхняя доверительные границы наработки на отказ t_i^n, t_i^p .

В постановке, где в качестве определяющих параметров взяты основные показатели надежности машин, учитывающие конкретные условия работы, а не укрупненные нормативы системы планово-предупредительных ремонтов, задача рассмотрена впервые. Вычислительный эксперимент, проведенный для конкретных данных для матрицы размерности 20 на 30, показывает целесообразность использования предлагаемого метода (время решения — 8 с на машине М-222).

Предложенная модель и алгоритм ее решения внедрены на Донецком металлургическом заводе.

Список литературы: 1. Гузь Н. Г., Забродский В. А., Миньков Л. Б. Модель корректировки планов ремонта в условиях АСУ. — АСУ и приборы автоматики, 1975, вып. 1(19), с. 105—113. 2. Соколаски Г. В. Алгоритм распределения ресурсов по Группам при выполнении сложных комплексов работ. — Автоматизация, телемеханизация и связь в газовой промышленности, 1977, № 3, с. 14—23. 3. Касперицкая М. Ф., Сергеевко Н. В., Хильченко В. Н. Об одном подходе к решению задач размещения. — Кибернетика, 1974, № 5, с. 51—60. 4. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. — М.: Наука, 1969. — 328 с. 5. Планирование дискретного производства в условиях АСУ / В. В. Шкурба, В. А. Болдырева,

УДК 658.512.4

В. П. МАМАТОВ

МЕТОД ВЫБОРА НАПРАВЛЕНИЙ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА КОНСТРУИРОВАНИЯ

В настоящее время конструкторская подготовка производства выделилась и сформировалась как самостоятельная подготовительная стадия. От уровня организации и качества конструкторской подготовки производства в значительной степени зависит успешное выполнение плана освоения новой продукции, совершенствование уже выпускаемых изделий, обеспечение достижения заданных экономических и временных показателей предприятия.

Недостатком конструкторской подготовки производства на современном этапе является то, что примерно половина рабочего времени конструкторов тратится на выполнение различного рода рутинных операций. Так, целый ряд исследований процесса конструкторской подготовки производства [1, 2], а также исследования, проведенные автором, показывают, что примерно 10 % рабочего времени тратится на поиск необходимой информации; 9 % — на выполнение технических и экономических расчетов; 60 % — на чертежно-графические работы, причем 20 % из них — на вспомогательные операции; 11 % — на размножение документации; 4 % — на согласование.

По данным зарубежных исследователей [3], при конструировании машин творческие работы (к ним относится в основном эскизирование) составляют 20 % времени, на расчеты затрачивается 5 %, на вспомогательные работы — 75, в том числе на черчение — 30, на составление спецификаций — 45 %.

Современный уровень развития организационной и вычислительной техники позволяет автоматизировать многие из перечисленных выше операций. Выбор наиболее эффективных направлений автоматизации конструкторской подготовки производства может быть обоснован путем количественной оценки влияния автоматизации на технико-экономические показатели производства. В качестве основных критериев выбора направления автоматизации рассмотрим сроки и стоимость разработки конструкторской документации (КД).

Для выбора оптимальных решений применяется самый разнообразный математический аппарат: от теории вероятностей и математической статистики до широкого класса численных методов.

В данном случае применение указанных методов представляется затруднительным, так как неопределенность заложена в самом процессе принятия решения и вытекает из неопределенности условий, в которых его приходится принимать.

Математический аппарат теории нечетких (размытых) множеств предоставляет более широкие возможности для описания и раскрытия неопределенности множеств различных решений [4—6].

В связи с неопределенностью в принятии решения о влиянии автоматизации конструкторской подготовки производства на выбранные технико-экономические показатели предприятия, направления автоматизации устанавливались на основании информации, полученной в результате обработки мнений экспертов при помощи

математического аппарата теории нечетких множеств.

В процессе анкетирования ведущих специалистов конструкторских бюро определены нечеткие множества A — изменения стоимости (сроков) разработки КД.

В результате автоматизации, каждое из которых характеризуется базовой переменной u , найденной на заданном универ-

сальном множестве U , и функцией принадлежности $\mu_A: u_i \in U$, число $\mu_A(u_i)$ из интервала $[0, 1]$, характеризующее степень принадлежности элемента u_i множеству A .

Универсальное множество значений U определялось на основании имеющихся данных по разработанным аналогичным системам аналитически, экспертным методом. При анкетировании эксперт выделяет из всего универсального множества U значения, соответствующие определенному нечеткому множеству, и строит функцию принадлежности выделенного подмножества. Предварительно определялся коэффициент квалификации каждого эксперта. В качестве критериев ранжирования использовались квалификация, стаж и опыт работы эксперта. Для ранжирования экспертов проводился опрос по схеме, представленной в табл. 1, где k — количество ранжируемых экспертов; n — количество ранжирующих экспертов; χ_{ij} — ранг j -го ранжируемого эксперта, присвоенный i -м экспертом (используется десятибалльная шкала оценок).

Ранжировка экспертов проводится следующим образом: определяется суммарный ранг для каждого из ранжируемых экспертов; чтобы определить степень согласия ранжирующих экспертов, рассчитывается коэффициент конкордации W :

$$W = \frac{S(a^2)}{\frac{1}{12} k^2 (n^3 - n) - k \sum T_i}; \quad T_i = \frac{1}{12} \sum t_i^2 - t_i,$$

Таблица 1

Номера ранжирующих экспертов	Номера ранжируемых экспертов			
	1	2	...	k
1	χ_{11}	χ_{12}	...	χ_{1k}
2	χ_{21}	χ_{22}	...	χ_{2k}
...	...	...	χ_{ij}	...
n	χ_{n1}	χ_{n2}	...	χ_{nk}

где $S(d^n) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^k \chi_{ij} - a \right)^2$ — сумма квадратов отклонений рангов от общего среднего ранга; $a = \frac{1}{2} n(n+1)$ — средний ранг по строкам таблицы; t_j — число повторов каждого ранга в j -м ряду; производится проверка значимости коэффициента конкордации по критерию χ^2 ; при согласованности мнений специалистов оцениваемые эксперты ранжируются в соответствии с их суммарным рангом; проранжированным экспертам присваивается значение коэффициента квалификации β , принимающего значения от 0,1 до 1 в зависимости от полученного суммарного ранга.

Причем значение $\beta = 0,1$ соответствует минимальному рангу, а $\beta = 1$ — максимальному.

Нечеткое множество, найденное k -м экспертом, запишем так:

$$A_k = \sum_i \mu_{A_k}(u_i) / u_i,$$

где Σ — знак объединения, а не арифметического суммирования; $/$ — разделитель цифровых значений $\mu_{A_k}(u_i)$ и u_i .

Устанавливается область согласия экспертов A_c , представляющая нечеткое множество значений базовой переменной, полученное в результате пересечения нечетких множеств, определенных каждым экспертом:

$$A_c = \sum_i \mu(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_k)(u_i) / u_i$$

$$\mu(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_k)(u_i) = \min(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \dots, \mu_{A_k}).$$

Здесь k — количество опрошенных экспертов.

Учет вклада мнения каждого эксперта в общее мнение группы экспертов производится в границах области согласия, при этом функция принадлежности имеет вид

$$A_k = \sum_{i=n_1}^{n_2} (\mu_{A_k}(u_i) \beta_k) u_i,$$

где n_1, n_2 — индексы значений переменных, ограничивающих область согласия; β_k — коэффициент квалификации k -го эксперта.

Находится точка наибольшего согласия экспертов Y , имеющая такое значение базовой переменной нечеткого множества, принадлежащее области согласия, для которой суммарная степень принадлежности рассматриваемому нечеткому множеству максимальна, т. е. $Y = u_i$, для которого

$$\sum_{k=1}^k (\mu_{A_k}(u_i) \beta_k) = \max.$$

Точка наибольшего согласия экспертов — значение исследуемого нечеткого множества, которое рассматривается как результат анкетирования.

Результаты обработки мнений экспертов описанным выше методом приведены в табл. 2. Они позволяют в качестве первоочередных выбрать направления автоматизации конструкторской подготовки производства на его технико-экономические показатели, реализация которых дает наибольший экономический эффект и освобождает конструкторов от рутинных работ.

Таблица 2

Направления автоматизации	Технико-экономические показатели	Область согласия экспертов	Точка наибольшего согласия экспертов	Изменение технико-экономических показателей процесса разработки КД в результате автоматизации, %
Отслеживание изменений КД в связи с изменением НТД	Стоимость разработки КД	0,6—0,7	0,6	0,03
	Сроки разработки КД	3—4	3	1,2
Выпуск текстовой КД	Стоимость разработки КД	0,35	0,35	0,16
	Сроки разработки КД	8,0—20	12	2,4
Расчет показателей унификации и стандартизации	Стоимость разработки КД	0,75—0,9	0,75	0,045
	Сроки разработки КД	4—8	4	1,6
Учет и частичный анализ изменений КД	Стоимость разработки КД	0,4—0,5	0,4	0,1
	Сроки разработки КД	0,75—1,25	0,75	0,09

Примечание. Суммарная оценка влияния автоматизации на технико-экономические показатели определялась по результатам обработки мнений восьми экспертов.

В качестве альтернативных вариантов экспертами рассматривались, но были отвергнуты как недостаточно эффективные на данном этапе следующие направления автоматизации конструкторской подготовки производства: расчет и контроль весовых характеристик изделий и их элементов; контроль КД на соответствие ограничителям; учет и анализ отступлений от КД в изделиях; автоматизированный выпуск извещений об изменениях на нормативно-техническую документацию (НТД); формирование информации о НТД, разрешенной к применению.

Оценка эффективности выбранных направлений автоматизации конструкторской подготовки производства с точки зрения влияния на стоимостные и временные характеристики процесса разработки КД показала, что сроки ее выпуска в результате автоматизации сократятся на 5,4, а стоимость — на 0,6 %.

Список литературы: 1. *Стабровский П. А.* Организация и экономика технической подготовки производства новых изделий. — М.: Экономика, 1970. — 159 с. 2. *Мироноцкий Н. Б., Андерсон А. Р.* Управление подготовкой производства. — Новосибирск: Наука, 1976. — 160 с. 3. *Brankamp K., Wiendahl H. P.* Rechnergestütztes Konstruieren. — Voraussetzung und Möglichkeiten Konstruktion, 1971, № 5, S. 168—178. 4. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 165 с. 5. *Лусин Н. В.* Использование методов нечетких множеств при выборе предпочтительных проектов. — Сб. науч. тр., 1980, № 19, с. 155—156. 6. *Орловский С. А.* Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. — М.: Наука, 1981. — 208 с.

Поступила в редколлегию 26.03.82.

УДК 621.98

А. Н. ГВОЗДИНСКИЙ, канд. техн. наук,
З. Я. ЛУРЬЕ, канд. техн. наук,
А. М. ПОЛУШКИН

ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕКОТОРЫХ КОНСТРУКТИВОВ ЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Изготовление печатных плат и радиоэлектронных панелей производится на оборудовании, параметры которого зависят от расположения, конфигурации и количества отверстий на изделиях. Известно, что параметры изделий носят случайный характер, закон распределения которых априори неизвестен. Поэтому важной статистической характеристикой, которую необходимо оценить при выборе параметров оборудования, является закон распределения расстояний между отверстиями, позволяющий найти кратчайшее расстояние между ними и минимальное время их обхода [1, 2].

Статистический анализ показал, что плотность распределения случайного значения Q — кратчайшего расстояния между отверстиями различной конфигурации — есть известный закон Максвелла [1]:

$$f(q) = \begin{cases} \frac{2q^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_0^3} \exp[-q^2/(2\sigma_0^2)] & \text{при } q > 0, \\ 0 & \text{при } q = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Выведение числовых характеристик закона Максвелла вызывает трудности, связанные с нахождением σ_0 .

Предположим, что значение Q распределено в сферическом пуассоновском поле. Тогда функция распределения $F(q)$ — вероятность того, что в сферу радиуса q попадет хотя бы одна точка [3]: $F(q) = P(Q > q) = 1 - \exp(-\lambda v)$ (2), где $v = 4\pi q^3/3$ — объем сферы радиуса q ; λ — среднее число отверстий, находящихся в единичном объеме.

Тогда плотность распределения $f(q) = 4\pi q^2 \lambda \exp(-4\pi q^3/3)$ (3).

Найдем близость двух вероятностных мер (1) и (3), которая позволит пользоваться на практике законом (3), так как параметр λ легко устанавливается по параметрам обрабатываемых изделий.

Предварительно введем следующие обозначения: $m_1(q)$ — первый начальный момент закона (3); m_2 — первый начальный момент модуля трехмерного нормального закона; $D_2(q)$ — второй центральный момент закона (3); D_2 — второй центральный момент модуля трехмерного нормального закона.

Математическое ожидание закона таково:

$$m_1(q) = \int_0^\infty q f(q) dq = \int_0^\infty 4\pi q^3 \lambda \exp(-4\pi q^3/3) dq. \quad (4)$$

Написанный выше интеграл заменой $4\pi/3 = \mu^3$ приводится к гамма-функции Эйлера:

$$\int_0^\infty q^n \exp[-(\mu q)^m] dq = \Gamma\left(\frac{n+1}{m}\right) / (m\mu^{n/m}), \quad [n+1, q, m > 0]. \quad (5)$$

Тогда $m_1(q) = 0,89338/\mu$.

Начальный момент второго порядка

$$d_2[Q] = \int_0^\infty q^2 f(q) dq = \int_0^\infty 4\pi q^5 \lambda \exp(-\mu q^3) dq = 0,9033/\mu. \quad (6)$$

Тогда дисперсия $D_2(q) = d_2[Q] - m_1^2(q) = 0,1052/\mu$ (7). Отсюда среднее квадратическое отклонение $\sigma_2(q) = 0,323/\mu$ (8). Математическое ожидание закона Максвелла

$$m_2 = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{q^3}{\sigma_0^3} \exp[-q^2/(2\sigma_0^2)] dq = \frac{4\sigma_0}{\sqrt{2\pi}}. \quad (9)$$

Начальный момент второго порядка

$$d_2 = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{q^4}{\sigma_0^3} \exp[-q^2/(2\sigma_0^2)] dq = 4\sigma_0^2 \Gamma(5/2) / \sqrt{\pi}. \quad (10)$$

Дисперсия $D_2 = 4\sigma_0^2 \Gamma(5/2) / \sqrt{\pi} - 16\sigma_0^2/2\pi = 2,4\sigma_0^2/(2\pi)$ (11), откуда среднее квадратическое отклонение $\sigma_2 = 1,55\sigma_0/\sqrt{2\pi}$ (12).

Из условия $\sigma_2 = \sigma_2(q)$ $1,55\sigma_0/\sqrt{2\pi} = 0,323/\mu$ (13), или $\sigma_0 = 0,21\sqrt{2\pi}/\mu$ (14).

Подставим σ_0 из (14) в (9). Получим $m_3 = 0,825/\mu$ (15). Сравнивая выражения (5) и (15), имеем погрешность $0,89338/\mu - 0,825/\mu = \varepsilon$ (16).

Значение погрешности ε при равенстве $\sigma_2 = \sigma_3(q)$ можно оценить путем анализа генеральной совокупности кратчайших расстояний между отверстиями, которые определяются при помощи локально-оптимальной процедуры: очередным отверстием, подлежащим изготовлению, должно быть ближайшее [4]. Если среднее значение $\bar{X}$ и стандартное отклонение S генеральной совокупности будут иметь распределение Стьюдента с $n-1$ степенями свободы $\bar{X} \neq t_p \sqrt{S^2/n-1}$ (17), то, учитывая (8), выведем

$$\varepsilon = \bar{X} \pm t_p \sqrt{0,1/[\mu^2(n-1)]}. \quad (18)$$

Значение t_p табулировано и позволяет получить доверительный интервал для различных доверительных уровней.

Таким образом, можно определить математическое ожидание кратчайшего расстояния между отверстиями различной конфигурации исходя из плотности их распределения. Экспериментальная проверка подтвердила высказанную гипотезу.

Список литературы: 1. Лурье З. Я., Полушкин А. М. О вероятностном подходе при проектировании АСУ технологическими процессами. — АСУ и приборы автоматики, 1976, № 39, с. 33—36. 2. Лурье З. Я., Полушкин А. М. Метод статистического исследования информационных характеристик изделий типа панелей для определения цикла позиционирования одного класса машин. — Электромеханика, 1975, № 12, с. 1329—1331. 3. Крамер Г. Математические методы статистики. — М.: Мир, 1975. — 648 с. 4. Оптимизация управляющей программы с помощью ЭВМ для систем автоматического управления одного класса машин / З. Я. Лурье, А. М. Полушкин, С. С. Хананиров. — В кн.: Программное управление станками. М.: Наука, 1975, с. 26—31.

Поступила в редакцию 31.03.83.

УДК 62—192.519.2

В. Ф. ШУКАЙЛО, д-р техн. наук,
Ж. Г. ЧЕРНЫШЕНКО, С. В. ЗИНЧЕНКО,
И. В. НИКОНЕНКО

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ «ПРОИЗВОДСТВО — СКЛАДСКИЕ ЗАПАСЫ — ПОТРЕБЛЕНИЕ»

Проблема моделирования процессов управления запасами в таких больших системах, как «завод — склад — потребитель», актуальна, сложна и привлекает внимание исследователей. В основополагающих работах Беллмана [1] акцент делается на детерминированном описании динамики запасов с учетом различий в издержках от недостатка запасов (неудовлетворенный спрос) или их избытка («замораживание» средств).

Для отечественных больших систем промышленного снабжения указанный выше подход не вполне адекватен из-за трудности реальной оценки штрафных функций. Непрерывное увеличение размеров систем при детерминированном и достаточно жестком планировании повышает роль статистических и вероятностных методов описания динамики их поведения. Сама формализация конечных целей, критериев качества и эффективности функционирования больших систем требует привлечения вероятностных понятий, в частности понятий математической теории надежности. Интересны работы венгерской школы (Прекопа, Келле и др. [2]), которая пытается сводить разнообразные ситуации обеспечения производства сырьем к оценкам максимальных отклонений между накопленными количествами выпускаемой продукции и поставками сырья (в простейшем варианте: постоянными «дозами» через случайные временные интервалы) в духе известного критерия согласия Колмогорова — Смирнова эмпирических и теоретических распределений. По-видимому, не все реальные ситуации могут быть сведены к формальной аналогии с критериями согласия.

Известные трудности связаны и с частотной, технико-экономической интерпретацией вероятности обеспечения производства «1—2». Интересующие нас ситуации противоположны: здесь готовые изделия поступают теоретически равномерно в $[0, T]$, а спрос укрупненно моделируется дискретной случайной последовательностью $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ значений, следующих через равные интервалы времени. В таких ситуациях представляется возможным использовать широкий набор понятий теории надежности и построить как теоретические, так и имитационные модели функционирования систем промышленного снабжения.

Постановка задачи. Стохастическая динамика поведения системы «производство — складские запасы — потребление» с учетом внешних возмущений описывается схемой движения технологических потоков, изображенной на рис. 1. Из производства Π исходит поток изделий q_k , которые поступают на склад готовой продукции C , накапливаются там, образуя некоторый запас Q_k . По запросу ξ_k монтажа M со склада производится отгрузка изделий ζ_k . В состоянии равновесия системы технологический поток отгруженных изделий равен запросу монтажа, т. е. $\xi_k = \zeta_k$.

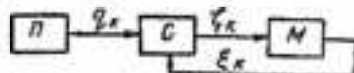


Рис. 1

Если в любом месте системы возникает возмущение, например внезапная остановка технологических линий в звене «производство» или внезапное прекращение монтажных работ в звене «монтаж», то вся система стремится к некоторому новому состоянию равновесия.

Как показывает практика, возмущения в звене «производство» возникают значительно реже, чем в звене «монтаж». Поэтому с достаточной степенью точности будем пренебрегать возмущениями в звене «производство» и рассмотрим переходный процесс при

Установлении равновесия системы в случае возмущающих воздействий на звено «монтаж».

При внезапном останове монтажа резко снизится запрос ξ_k , что уменьшит отгрузку изделий со склада ζ_k . Для достижения складских запасов прежнего уровня, возросших до Q_k , производство должно снизить поток изделий до некоторого значения. Из-за инерционности звена «производство» поток изделий будет уменьшаться не скачком, а постепенно и в результате регулирования система «производство — складские запасы — монтаж» достигнет нового состояния равновесия, испытывая колебания около него.

Если снизить поток изделий до q_k , складские запасы достигнут прежнего уровня, и новое состояние равновесия может быть записано: $\xi_k = \zeta_k$.

Аналогичная ситуация возникает в случае резкого возрастания запроса со стороны монтажа, обусловленного плановой потребностью и компенсацией неудовлетворенного спроса в предыдущий период времени.

Оперативное установление равновесного состояния в системе в большой степени определяется оптимальным уровнем складских запасов и оперативностью отслеживания динамики поведения этого уровня с выработкой управляющего воздействия на систему для установления равновесного состояния в ней.

Оптимальный уровень складских запасов Q_k^{opt} позволит при любых возмущающих воздействиях в звене «монтаж» обеспечить равновесное состояние системы.

Можно предложить следующую структурную схему взаимодействия технологических потоков в системе «производство — складские запасы — потребление» [3, 4], приведенную на рис. 2.

Пусть S_0 — начальный уровень запаса изделий на складе. В каждый j -й момент времени поступают изделия q_j на склад.

Суммарный уровень запаса на складе Q_{k-1} в момент времени $k-1$ с учетом поступления будет равен

$$Q_{k-1} = S_0 + \sum_{j=1}^{k-1} q_j. \quad (1)$$

По запросу ξ_k производится отгрузка изделий на монтаж.

При этом уровень запаса изделий на складе уменьшается и в $k-1$ момент времени становится равным $S_{k-1} = Q_{k-1} - R_{k-1}$ (2);

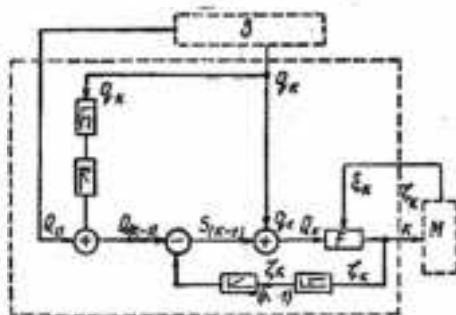


Рис. 2

$R_{k-1} = \sum_{j=1}^{k-1} \zeta_j$ (3). Здесь R_{k-1} — суммарная отгрузка в $k-1$

момент времени, а в j -й — уровень запаса на складе изменяется за счет вновь поступивших изделий q_n . Тогда уровень запаса Q_k на складе в k -ый момент времени $Q_k = S_{k-1} + q_k$ (4).

Выход со склада ζ_k в каждый k -ый момент времени определяется двумя параметрами: уровнем запаса на складе Q_k и спросом ξ_k . С учетом этого оператор склада F можно записать следующим образом:

$$F(\zeta_k/Q_k) = \begin{cases} \xi_k, & \xi_k < Q_k \\ Q_k, & \xi_k > Q_k \end{cases} \quad (5)$$

Первое состояние описывает избыток изделий на складе, а второе — дефицит. К предложенной структурной схеме можно применить метод статистического моделирования [5] в условиях стохастического спроса.

Алгоритм статистической оценки начального запаса изделий в системе «склад — потребитель». 1. Вводятся исходные значения следующих параметров: Q — суммарная потребность в изделиях на планируемом периоде времени T , n — число временных интервалов квантования, S_0 — начальный запас изделий на складе. Выбирается δ_1 — типичный коэффициент вариации спроса в одном интервале $h = \frac{1}{n} T$.

2. Выбирается типичное значение среднего спроса (математическое ожидание) $\langle \xi \rangle = \frac{Q}{n} = a$.

3. Определяется среднеквадратичное отклонение случайной величины $\sigma = a\delta_1$.

4. Генерируется выборка объема n : $y_1, y_2, \dots, y_n$ из равномерного в $[0, 1]$ распределения.

5. Определяются квантили $x_i (\langle x_i \rangle = 0, \langle x_i^2 \rangle = 1)$ нормированного распределения $\Phi(x)$ спроса $x_i = \frac{\xi_i - a}{\sigma}$ из уравнения $\Phi(x_i) = y_i$.

6. Образуется неупорядоченная выборка объема n дискретных значений спроса, соответствующих последовательности одинаковых временных интервалов $h_1 = h_2 = \dots = h_n = h$, т. е. последовательности $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, где $\xi_i = a + \sigma x_i (i = 1, 2, \dots, n)$.

7. Принимается равномерное поступление изделий в интервале $T = nh$ и выбирается величина начального запаса S_0 из общего нормативного для всего периода T количества изделий Q . При этом последовательности спроса $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ соответствует последовательность поступлений $q_1 = q_2 = \dots = q_n = \frac{1}{n} (Q - S_0)$.

8. Определяется то или иное выборочное значение статистической характеристики функционирования системы склад — потре-

битель. Например: 1) время первого отказа τ_1 ($0 < \tau_1 < T$) — (невозможность полностью удовлетворить спрос ξ_k в k -м цикле); 2) число отказов на интервале $[0, T]$; 3) коэффициент готовности $\bar{K}_r = 1 - \bar{\rho}/\lambda$. Эти значения определяются для каждой генерированной выборки объема n ; 4) если таких выборок N , то можно вычислить выборочную частоту 100 %-го обеспечения спроса в $[0, T]$ -р. Для этого число выборок M , где $K_r = 1$, следует разделить на N : $\bar{\rho}(K_r = 1) = \bar{M}/N$.

9. Выбирается из технико-экономических соображений минимально допустимое значение коэффициента готовности $[K_r]$ (с возможной коррекцией по P) и определяется начальный запас S_0 аналитически [5] (при гауссовском распределении спроса) или методом статистических испытаний (генерируется несколько серий выборок $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ при разных S_0). Истинное значение $K_r(S_0)$ оценивается в процессе генерирования одной серии скользящим средним $\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \bar{K}_{ri}(S_0) \rightarrow K_r(S_0)$.

Пример. Пусть число временных интервалов квантования $n = 52$, коэффициент вариации спроса в каждом интервале $\bar{v} = 0,25$.

Без ограничения общности примем математическое ожидание спроса $\langle \xi_i \rangle = a = 1$. Тогда суммарная потребность в изделиях на планируемом периоде времени T $Q = 52$, а среднеквадратичное отклонение случайной величины спроса ξ_i $\sigma = 0,25$.

Датчиком случайных чисел (линейный, конгруэнтный метод) генерируется N серий выборок спроса ($N = 100$) объемом $n = 52$ для начального запаса S_0 принятого равным 0,1 % Q , 2 % Q , 3 % Q , 4 % Q , 5 % Q .

В каждой из серий выборок определяются значения коэффициентов готовности K_r и скользящее среднее из коэффициентов готовности $K_{re} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r K_{ri}$ и строится график изменения K_{re} от количества генераций спрос—выборка (выборка объема $n = 52$ из генеральной совокупности значений случайного спроса ξ_i) при $S_0 = 0, 1 \% Q, 2 \% Q, 3 \% Q, 4 \% Q, 5 \% Q$. График K_{re} позволяет оценить асимптотическое значение скользящего среднего, которое в соответствии с законом больших чисел приближается по вероятности к истинному значению K_r . На рис. 3 представлен график изменения скользящего среднего из статистических коэффициентов готовности K_{re} от числа генераций спрос—выборка N для $S_0 = 3 \% Q$. Характер колеблемости K_{re} позволяет считать K_r близким к 0,78.

Отметим, что теоретическая нижняя граница K_r [5] близка к наблюдаемым статистическим значениям K_r . Так, при $S_0 = 3 \% Q$ $K_r = 0,75$. В табл. 1 представлены статистические

оценки истинных значений K_r и соответствующие теоретические нижние вероятностные оценки $\underline{K}_r$ для различных S_0 при $\delta_1 = 0,25$.

Таблица 1

S_0		1% Q	2% Q	3% Q	4% Q	5% Q
K_r	0,45	0,65	0,70	0,78	0,81	0,82
$\underline{K}_r$	0,50	0,65	0,70	0,75	0,78	0,82

Таблица 2

α	β	1% Q	2% Q	3% Q	4% Q	5% Q
$\tilde{P}(K_r = 1)$	0,05	0,20	0,33	0,35	0,41	0,47

Таблица 3

S_0	τ_1	1% Q	2% Q	3% Q	4% Q	5% Q
$\tau_{(1)}$	4,25	11,50	18,24	27,46	31,05	30,75
σ	7,74	11,53	11,30	12,38	12,95	10,67

Совпадение хорошее, что позволяет считать теоретические K_r близкими к истинным K_r . Было также проведено пробное статистическое моделирование более общей схемы, в которой учитываются стохастические колебания заводских поставок q_i вокруг среднего значения, принимаемого равным $\frac{1}{n}(Q - S_0)$. При коэффициенте вариации $\delta_q = 0,05$ и $\delta_k = 0,25$ отклонения статистических K_r от данных в табл. 1 невелики. В таблице 2 — выборочная частота 100 % обеспечения спроса для различных S_0 . В таблице 3 — значения среднего времени до первого отказа τ_1 и его среднеквадратичное отклонение σ для различных S_0 . Приведенные статистические данные исчислены только по наблюдаемым отказам.

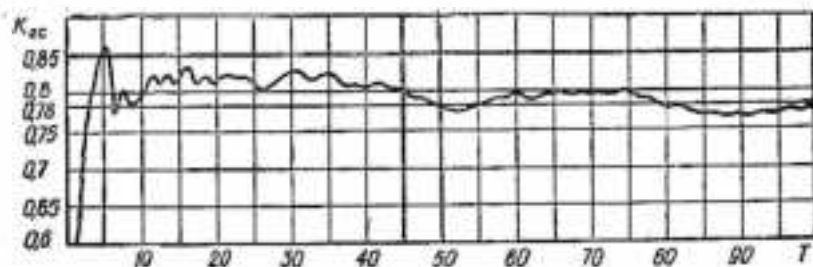


Рис. 3

Список литературы: 1. Беллман Р. Динамическое программирование. — М.: Иностран. лит., 1960. — 400 с. 2. Kelle Peter. Megbizható sági kesletmodellek es alkalmazásuk. Magyar tud. akad. Számítástech. es automatiz. kut. int. tanul., 1980, N 107, 79 1. — 74 p. 3. Процессы регулирования в моделях экономиче-

ских систем /Под ред. Я. Э. Шилкина, Б. М. Михалевского. Пер. с англ.— М.: Инostr. лит., 1962, с. 221—230. 4. Кален А. С. Автоматическое регулирование.— М.: Энергия.—390 с. 5. К оценке готовности системы управления запасами при стохастическом спросе/В. Ф. Шукайло, Ж. Г. Чернышенко, И. В. Николенко и др.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 68, с. 47—53.

Поступила в редакцию 31.03.83.

УДК 62.50

Н. Д. МАГРЕЛО

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Один из наиболее эффективных методов научного познания — метод имитационного моделирования, значение которого в настоящее время существенно возрастает в связи с широким использованием различных средств вычислительной техники. Особую актуальность это направление приобретает при исследовании сложных объектов, требуемая высокая степень адекватности модели которых определяет зачастую необходимость учета пространственной распределенности их параметров (объекты с распределенными параметрами — ОРП). Наименее изученными среди объектов указанного типа являются ОРП с ненаблюдаемым входом, структура модели которых априори точно неизвестна.

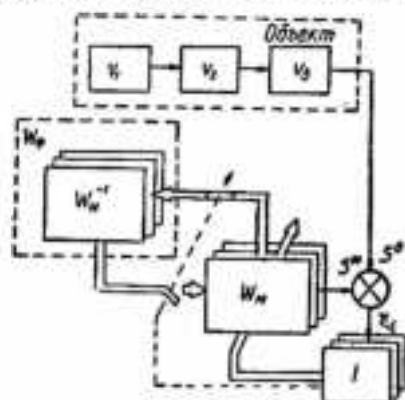
Под имитационной моделью в общем случае будем понимать эмпирико-статистический иерархический адаптивный комплекс, включающий математическое обеспечение и технические средства его реализации, находящийся в отношении подобия к исследуемому объекту. Так как имитационные модели — модели типа так называемого черного ящика — могут служить в качестве средства для анализа поведения системы в условиях, которые определяются экспериментатором, и не способны формировать свое собственное решение в виде, в котором это имеет место в аналитических моделях, то для получения требуемой информации или результатов надо осуществлять «прогон» имитационной модели. Поскольку «имитационное моделирование не теория, а методология решения проблемы», необходимо приспосабливать методы и средства к решению задачи исследования [1].

Эффективный метод построения модели сложного объекта — идентификация [2]. Особенно остро задача получения модели стоит в рассматриваемом случае, где в отличие от классических постановок структура имитационной модели полностью не определена априори. Она определена с точностью до параметров и может быть параметризована с использованием некоторого параметризующего вектора соответствующих начальных и граничных условий. Вариации их в области допустимых значений устанавливают семейство параметрических моделей. Далее на

основании того или иного критерия оценивается степень адекватности каждой из возможных структур моделей исходному объекту.

В общем случае синтез модели выполняется в идентификаторе и решается в два этапа. Решающим этапом является этап определения структуры идентифицирующей модели в классе систем с сосредоточенными параметрами адекватной структуре распределенного объекта. На втором этапе решается задача уточнения параметров структуры модели в связи с изменением во времени характеристик ОРП.

Так как наблюдению доступны не все переменные состояния ОРП, а только его отдельные измеряемые выходные сигналы,



то необходим синтез, адаптивный имитационной модели, позволяющей оценить переменные состояния в темпе с поступлением информации, что требует реализации принципа «адаптивного наблюдателя».

Требуется по полученным оценкам $\hat{u}$ реализаций поля u_2 выбрать в режиме нормального функционирования идентифицируемого объекта подходящую по критерию минимума среднего квадрата отклонений оптималь-

ную в классе систем с сосредоточенными параметрами структуру модели, гомоморфную ОРП.

Для решения задач такого рода возможен путь синтеза адаптивных иерархических моделей с использованием самонастраивающихся программируемых пространственно-временных формирующих фильтров, имитирующих восстанавливаемое поле u_1 .

Структурная схема алгоритма структурно-параметрической идентификации представлена на рисунке, где W_0 — передаточная функция формирующего фильтра входного сигнала i ; W_n — передаточная функция модели; S^0 , S^w — выходные сигналы объекта и модели соответственно; I — блок минимизации функционала качества.

В общем случае в математической постановке ОРП описываются крайними задачами математической физики:

$$F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \dots, x, y, z, t\right) = 0; (x, y, z) \in \bar{D}, t > 0 \quad (1)$$

с начальными условиями $G_1(u)|_{t=t_0} = \varphi(x, y, z), (x, y, z) \in \bar{D}$ (2), с крайними условиями $G_2(u)|_{(x, y, z) \in \Gamma} = \psi(t)$ (3), где $u = u(x, y, z, t)$ — исходная функция; $\bar{D}$ — область функциониро-

вания ОРП; Γ — граница области; $\varphi(x, y, z)$; $v(t)$ — функции начальных и граничных условий.

Для синтеза структуры идентифицирующей модели ОРП разработан метод, основанный на применении интегральных преобразований к математической модели ОРП (1)–(3) с последующим преобразованием получаемых уравнений к совокупности эквивалентных передаточных функций.

Применяя преобразование Лапласа к задаче (1)–(3), находим

$$\bar{F}\left(u(x, y, z, p), \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2}, \dots, x, y, z, p\right) = 0, (x, y, z) \in \bar{D} \quad (4)$$

с граничными условиями $G_n(u)|_{x, y, z \in \Gamma} = \bar{v}(p)$ (5), где $u = L_t(u(x, y, z, t))$; $\bar{v}(p) = L_t(v(t))$; $\bar{F}$ — оператор эллиптического типа; $\bar{F} = L_t(\bar{F})$.

Отыскав соответствующую задаче (4), (5) функцию Грина $H(x, y, z, p)$, выведем структуру идентифицирующей модели в виде расширенной передаточной функции (РПФ) $W_u(x, y, z, p)$.

Тогда $\bar{u}(x, y, z, p) = W_u(x, y, z, p) \cdot \bar{f}(x, y, z, p)$, где $f(x, y, z, p)$ — входной сигнал модели и объекта; p — переменная оператора Лапласа.

В случае ненаблюдаемого входного сигнала ОРП

$$\bar{f}(x, y, z, p) = \frac{\hat{S}_u(x, y, z, p)}{W_u(x, y, z, p) \cdot W_n(x, y, z, p)}, \quad (6)$$

где W_u — передаточная функция, характеризующая динамику наблюдателя выходного сигнала $S_0(x, y, z, t)$ ОРП.

Как правило, передаточная функция содержит иррациональные и трансцендентные выражения, поэтому выведем задачу их аппроксимации дробно-рациональными выражениями. Для этой цели удобно использовать аппарат целых дробей [3]. Передаточная функция $W_u(x, y, z, p)$ принимает вид дробно-рационального выражения по степеням p , но зачастую достаточно сложного вида, затрудняющую техническую реализацию. Для понижения ее порядка разработан алгоритм, основанный на использовании аппарата целых дробей, позволяющий упростить передаточную функцию

$$W(p) = \sum_{i=0}^n b_i p^i \Big/ \sum_{i=0}^n a_i p^i$$

при фиксированных $x = x^*$ к эквивалентному виду

$$\bar{W}(p) = \sum_{i=0}^n d_i p^i \Big/ \sum_{i=0}^{r-1} c_i p^i, \quad r < n-1,$$

с учетом требуемой точности Δ .

Коэффициенты c_i и d_i , $i = \overline{0, r+1}$ вычисляются через коэффициенты a_i , b_i , $i = \overline{0, n}$:

$$d_0 = b_0; d_i = z_k, i; c_0 = a_0 = 1; c_i = y_{k,i}, i = \overline{1, r+1},$$

$$z_{k,1} = 1; z_{1,2} = a_2, 0/a_{1,0}; z_{2,2} = a_3, 0/a_{2,0}; z_{2,3} = 0;$$

$$y_{k,1} = a_{k,0}; y_{1,2} = y_{2,3} = 0; q_k = a_{k+1}, 0/a_{k,0};$$

$$z_{k,i} = z_{k-1,i} + q_k \cdot z_{k-2,i+1};$$

$$y_{k,i} = y_{k-1,i} + q_k \cdot y_{k-2,i+1}; k = \overline{1, n-1}; i = \overline{1, n-1};$$

$$a_{k,0} \neq 0; a_{0,k} = a_k; a_{1,k} = b_k; a_{0,0} = 1; k = \overline{1, n};$$

$$a_{k,i} = a_{k-1,i} + a_{k-2,i+1} - a_{k-2,i} z_{k-1,i+1}; i = \overline{1, m}; k = \overline{1, 2n}.$$

Погрешность понижения порядка на единицу оценивается неравенством [4]:

$$|W(j\omega) - W_1(j\omega)| < \frac{1}{V^5} \left[\frac{1}{\sum_{i=0}^{n-1} c_i(j\omega)^i} \right]^2.$$

В результате определяем структуру идентифицирующей модели в виде РПФ, гомоморфную структуре исследуемого ОПГ.

На основании полученной структуры модели на втором этапе решается задача параметрической идентификации, которая непосредственно связана с решением задачи идентификации структуры модели, адекватной структуре распределенного объекта. Принятый подход основан на сведении проблемы идентификации параметров объекта к минимизации функционала качества относительно неизвестных параметров на адаптивной модели. В основу минимизации положен градиентный метод с использованием метода существенного вспомогательного оператора и принципа последовательного выполнения операций [5, 6].

Выбрав в качестве критерия идентификации минимум среднего квадрата ошибки $\varepsilon(x, t) = S^*(x, t) - S^0(x, t)$, где $S^*(x, t)$ — выход модели; $S^0(x, t)$ — измеряемый выход объекта, сформулируем следующий функционал: $J = \int_D \int_{t_0}^t \varepsilon^2(x, t) dx dt$ (7).

Минимизация функционала должна осуществляться совместно с решением краевой задачи (4), (5), которая для сформулированного функционала играет роль ограничений, т. е. фактически необходимо решать задачу на условный экстремум. В связи с полученной структурой идентифицирующей модели в виде передаточной функции $W(x, p)$ целесообразно задачу на условный экстремум свести к задаче на безусловный экстремум.

Для этого введем в рассмотрение функционал $J_\delta(\alpha) = J(\alpha) + 1/\delta J_1(\alpha)$, где α — вектор идентифицируемых параметров; δ — требуемая точность идентификации;

$$J_1(\alpha) = \int_D \int_{t_0}^t |N(u) - f|^2 dx dt.$$

Для задачи в развернутом виде с учетом (5), (6) функционал приобретает вид:

$$J_2(\alpha) = \int_D \int_0^2 \{ |\mathcal{W}(x, p, \alpha) Q(x, p) - S^0(x, p)|^2 + \\ + 1/2 |\mathcal{W}(x, p, \alpha) - 1|^2 Q^2(x, p) \} dx d\omega,$$

где $\mathcal{W}(x, p, \alpha)$ — РПФ модели; $Q(x, p) = L_t \{q(x, t)\}$; $q(x, t)$ — стандартизирующая функция.

Для минимизации функционала применен метод вспомогательного оператора, в котором используется самонастраивающаяся модель с настройкой параметров по градиенту функционала и специальные (вспомогательные) операторы для получения поправок в настраиваемые параметры. Под вспомогательным оператором $\mathcal{W}_{\delta_i}$ понимается оператор, на выходе которого — сигнал u_{δ_i} , равный частной производной от ошибки ε по параметру α_i , когда на вход поступает сигнал $f(x, t)$ [6].

Как известно, условие минимума функционала таково:

$$\text{grad } J_2(\alpha) = d\alpha/dt = 0.$$

Представим $\mathcal{W}(x, p)$ в виде $(x = x^*)$:

$$\mathcal{W}(x, p) = \sum_{i=1}^{n/2} \frac{\beta_{2i} p + \beta_{2i-1}}{a_{2i} p^2 + a_{2i-1} p + 1}. \quad (8)$$

Для вычисления поправок $\Delta \alpha_i$, Δb_i параметров α_i , b_i , b (8) находим следующую систему уравнений:

$$\left[- \sum_{i=1}^{n/2} (p \Delta a_{2i} + p \Delta a_{2i-1} + 1/2) \mathcal{W}_i(p) + \sum_{i=1}^{n/2} (\Delta \beta_{2i} p + \Delta \beta_{2i-1}) \right] F(x^*, \\ p) = -(\varepsilon_0 + 1/2) F(x^*, p).$$

Процесс решения задачи имитационного моделирования предложенными методами в рамках решения проблемы идентификации сложных распределенных систем состоит из следующих этапов:

1. Изучение свойств и выявление характерных особенностей исследуемого ОРП, что позволяет решить задачу его классификации и проблемную ориентацию системы идентификации в целом.

Математическое описание ОРП с заданной точностью представления динамики реальных процессов, что определена заданной точностью решения задачи идентификации.

2. Определение структуры идентифицирующей модели распределенного объекта в классе систем с сосредоточенными параметрами.

Синтез передаточных функций имитационной модели, гомоморфной исследуемому объекту, и синтез обратных операторов.

3. Определение структур идентифицирующей модели и обратных операторов в виде упрощенной передаточной функции с оценкой ее адекватности исходному математическому описанию.

4. Выбор критериев качества оценки и синтез функционалов для настройки параметров передаточных функций идентифицирующей модели.

Оптимизация параметров обратного оператора и пересчет параметров обратного оператора передаточной функции модели.

Этапы 1—4 выполняются по обучающей выборке, формируемой на основе статистических данных об измеряемых выходных параметрах ОРП. В результате их выполнения получаем некоторый иерархический адаптивный комплекс имитационных моделей ОРП, с заданной точностью описывающий его динамику.

5. Нулевой цикл идентификации: «подавая» на вход модели сигнал типа «белый шум», на выходе имитационной модели получаем оценку ее выхода, сравнивая которую с реализациями выхода поля измерений v_2 , определяем ошибку ε_0 их рассогласования.

6. Определение локального минимума функционала и оптимизация параметров структуры имитационной модели.

7. Определение величины ошибки рассогласования ε_1 выхода имитационной модели и оценок реальных сигналов о текущем состоянии объекта, получаемых с аппаратуры измерения. Сравнение ε_1 с заданной Δ точностью представления реальных сигналов выходного поля: при $\varepsilon_1 > \Delta$ — переходом к выполнению п. 6; при $\varepsilon_1 < \Delta$ — окончательно определена структура и параметры имитационной модели, адекватно соответствующие состоянию поля v_2 в конкретной точке пространства (x^*, y^*, z^*) .

8. Определение локального минимума функционала при настройке параметров структуры обратного оператора имитационной модели. Переход к выполнению п. 6.

9. Принятие решения об окончании процесса идентификации в этой точке и адекватности имитационной модели исследуемому объекту. Оценивание характеристик порождающего поля v_1 , их каталогизация.

10. Определение структуры передаточной функции модели для следующего сечения поля v_1 .

Переход к п. 5.

11. Оценка характеристик порождающего поля на разных сечениях и принятие решения о его состоянии.

Для автоматизации процесса создания имитационных моделей ОРП на основе методов идентификации синтезирован адаптивный структурно-параметрический идентификатор (АСПИ), разработано его алгоритмическое и программное обеспечение. Отдельные этапы АСПИ выполнены в виде законченных программных модулей, что позволяет в зависимости от задач исследо-

вания формировать вычислительную процедуру (распараллеливать процесс счета, применять гибридные средства и т. д.).

Как уже отмечалось [7], цифровая ЭВМ качественно обеспечивает моделирование при идентификации в ретроспективном режиме. Однако при решении задачи в темпе с поступающей с измерителя информации оенок состояния объекта, при создании мобильных средств исследования более эффективны гибридные вычислительные средства.

При этом цифровая часть служит для реализации алгоритмов: управления ходом решения задачи, синтеза структуры имитационной модели в виде передаточной функции, упрощения ее структуры путем понижения порядка, предоставления в виде суммы типовых звеньев, минимизации функционала и сопутствующих алгоритмов (решения системы линейных уравнений, отыскание корней полиномов и т. д.). Аналоговая часть служит для реализации передаточных функций имитационной модели и реализации аналоговой части контура самонастройки.

Практические результаты имитационного моделирования ОРП промышленного и специального назначения в рамках проблемы идентификации сложных распределенных систем свидетельствуют о высокой эффективности предлагаемого подхода и разработанных методов. Они могут быть применены при синтезе идентификаторов и имитаторов, реализуемых гибридными средствами для автоматизации исследования и управления распределенными объектами с недостаточной априорной информацией.

Список литературы: 1. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука.— М.: Мир, 1978.—302 с. 2. Основы управления технологическими процессами / Под ред. Н. С. Райзмана.— М.: Наука, 1978.—302 с. 3. Хованский А. Н. Приложение ценных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа.— М.: Гостехиздат, 1956.—202 с. 4. Зелемский К. Х. Упрощение моделей идентифицирующих объектов с распределенными параметрами.— Вестн. Киев. политехн. ин-та, 1974, № 11. Автоматика и электроприборостроение, с. 18—21. 5. Красович В. Е., Варфоломеев В. А. Идентификация объектов с распределенными параметрами методами последовательного выполнения операций.— Адаптивные системы упр., 1974, вып. 2, с. 52—57. 6. Костюк В. И. Беспонковые граджентные самонастраивающиеся системы.— К.: Техніка, 1969.—386 с. 7. Применение гибридной вычислительной системы ГВС-100 для решения задач управления / Под ред. В. Я. Когана.— М.: ин-та проблем упр. 1975.—96 с.

Поступила в редколлегию 04.05.83.

УДК 681.142.4

Вопросы синтеза структуры вычислительной системы. Путятин Е. П., Климушев В. В. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 3—6.

Рассматриваются вопросы формализации синтеза структуры вычислительной системы, удовлетворяющей критериальным оценкам по быстродействию. Синтез проводится с использованием итерационных методов решения уравнения, определенного на метрическом пространстве конечных автоматов.

Ил. 1. Библиогр.: 8 назв.

УДК 681.3

Выбор рационального варианта структуры КТС автоматизированной информационно-советующей системы. Левыкин В. М., Колесникова С. В. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 6—10.

Рассматриваются возможности применения микромашинных распределенных вычислительных систем (МРВС), построенных на принципах параллельной обработки данных и конструктивной однородности. Ставится и решается задача выбора рационального числа процессоров и распределения машинного времени в МРВС по критериям быстродействия и сложности. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.03

К спектральному методу расчета систем управления. — Герасименко В. В., Мордашов Л. М. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 10—14.

Излагается способ аналитического расчета матриц операторов, описывающих некоторые типовые звенья систем управления, с использованием систем многочленов Якоби. Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.5.011

О методике автоматизированного надежностного проектирования функциональной структуры АСУ ТП на основе обобщенной цепи. Шпырев И. М. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 14—19.

Изложена методика автоматизированного надежностного проектирования функционально-технических структур АСУ ТП, базирующаяся на математической модели надежности обобщенной элементарной цепи. Предложен алгоритм программы выполнения расчетов на ЭВМ и даны методические указания по учету особенностей его применения. Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.5.015.23

Постановка задачи адаптивной идентификации технологического комплекса на основе иерархического подхода. Шостах В. Ф., Теницкий И. Ф. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 20—24.

Рассматривается задача оперативной идентификации сложных технологических комплексов непрерывного типа. Сформулирована постановка задачи, предложен формальный метод ее решения на основе многоуровневого подхода. Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.42:501.72

Эффективный алгоритм прогнозирования параметров сложных технических систем. Абраменко В. П., Филенко М. Я. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 24—29.

Рассматривается задача прогнозирования параметров сложных технических систем, возникающая при управлении в динамике. Предлагается алгоритм прогнозирования, основанный на аддитивности получения прогнозной информации. Для оценок прогнозирующего выражения применен метод, свободный от гипотезы о нормальности ошибок наблюдений.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.24

Адаптивный метод прогнозирования временных рядов. Забродский В. А., Морозов В. И.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 30—34.

На основе анализа отклонений спектра исходного временного ряда рассмотрены вопросы структурной и параметрической адаптации модели прогнозирования некоторого общего вида. Предложены рекуррентные формулы для структурной и параметрической подстройки модели. Библиогр.: 2 назв.

УДК 66.011:681.5

Декомпозиционные методы решения билинейных моделей сетевых систем. Ромашин П. Г.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 34—41.

Рассмотрен ряд декомпозиционных алгоритмов расчета билинейных моделей сетевых систем при двухсторонних ограничениях на переменные и обоснована их сходимость. Алгоритмы обеспечивают монотонное уменьшение целевой функции, характеризующей невязку уравнений системы. Библиогр.: 6 назв.

УДК 681.516.73

Аппроксимация моделей линейных динамических объектов высокого порядка. Ахулов А. Т.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 42—46.

Рассмотрен метод аппроксимации моделей линейных динамических объектов высокого порядка моделями низкой размерности. Метод позволяет выбрать порядок и собственные значения, сохраняемые в упрощенной модели. Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.142.2

Оценка системных затрат производительности многопроцессорных ЭВМ с помощью марковской модели. Шутин А. И.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 46—52.

Предлагается методика оценки затрат производительности многопроцессорных ЭВМ на реализацию функций операционной системы (ОС) с помощью модели марковских процессов. Дана сравнительная оценка влияния основных системных параметров (приоритетов процессоров, интенсивности обслуживания заявок к ОС) на затраты производительности ЭВМ. Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 62—52:621

Статистический анализ потоков информации автоматизированных систем управления группой станков с ЧПУ. Литвинов А. Л.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 52—56.

Доказывается возможность создания программы, позволяющей автоматически осуществлять набор статистического материала и по нему производить расчет основных параметров информационных потоков в СГУ станками с ЧПУ. Приведен разработанный алгоритм статистического анализа управляющих программ станков. Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.5.015

Декомпозиция городских газораспределительных сетей большой размерности при гидравлическом расчете. Деордица Ю. С., Морозова Т. Ю., Макаренко А. И.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 57—60.

Приводятся алгоритмы гидравлического расчета на ЭВМ городской газораспределительной сети большой размерности, реализующий идею разбиения графа, моделирующего ГГРС, на компоненты. Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.5

Об одном подходе к генерированию вариантов структур роботизированных технологических комплексов. Лисенко Э. В., Геобала С. Н., Федоренко О. Е. и др.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 60—64.

Разработан подход для выбора рациональной структуры роботизированного технологического комплекса (РТК). Организована процедура целенаправленного перебора его структур и выбора варианта, наиболее отвечающего техническому заданию. Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.325:681.335

Принципы построения помехоустойчивых аналого-цифровых преобразователей поразрядного уравнивания в i -кодах. Алипов И. В., Тинченко А. И. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 65—69.

Предлагаются принципы построения помехоустойчивых аналого-цифровых преобразователей, построенных по методу поразрядного уравнивания, которые позволяют эффективно корректировать динамические погрешности, обусловленные изменением сигнала за время преобразования, действие импульсных помех, сбоя в элементах и схемах, реализующих самих преобразователей. Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.518

Алгоритм нормализации контурных изображений. Майстренко А. А. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 69—73.

Описан алгоритм определения параметров аффинных преобразований контурных изображений. Исследовано влияние цифрового способа представления изображений на точность работы алгоритма. Библиогр.: 2 назв.

УДК 62—507

Анализ многовыходных логических элементов на цифровой ЭВМ. Черкашенко М. В., Лимонов Ю. М., Панин В. В. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 73—80.

Рассматривается метод анализа многовыходных многофункциональных элементов дискретного действия на цифровой ЭВМ. Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 519.873

Методика оценки обнаруживающей способности аппаратного контроля цифровых устройств. Голубцов А. Р. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 80—84.

Приводится методика оценки вероятности обнаружения ошибки аппаратным контролем (АК) устройства, состоящего из произвольного количества схем, охваченных или не охваченных аппаратурой контроля. На основе полученных зависимостей показано, что обнаруживающая способность АК устройства зависит также от объема аппаратуры схем. Табл. 1. Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 539.3

К вопросу о поперечных колебаниях конструктивных элементов систем управления летательными аппаратами. Гохчарян И. В., Тарасенко М. И. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 84—89.

Предлагается метод учета поперечных колебаний элементов систем управления летательными аппаратами, имеющими форму тонких однородных, изотропных пластин постоянной толщины и сложного очертания в плане при проектировании и их изготовления. Задача сводится к вариационной и решению системы линейных, обыкновенных, дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.012

О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 3. Невлюдов И. Ш. Аппологов Е. М. — АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, с. 89—93.

Приводится математическая модель малооперационного технологического процесса. Описывается модифицированный алгоритм выбора оптимальных входных технологических параметров. Описывается процедура определения способа оптимального управления для конечной операции с помощью переходных функций. Библиогр. ссылка в подстроч. примеч.

УДК 658.512

К вопросу об определении оптимальной последовательности л деталей в задаче n станков. Левин В. И., Лисак С. А.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 93—98.

На основе известного метода «ветвей и границ» строится алгоритм, представляющий собой процесс направленного перебора, дающий решение задачи. Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 658.012

Об одном методе формализации процедуры выбора аналога и об оценке уровня качества объекта. Денисова И. Г., Бурко Н. Г.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 98—102.

Предложена процедура, основанная на расчете функции качества, и соответствии с которой образец новой техники может занять место в ранжировке аналогов и получить аналитическую оценку категории качества. Табл. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 62—50:519

Задача балансировки матриц и ее приложение. Серик А. Е., Седуш В. Я., Соплякин Г. В. и др.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 102—107.

Вводится метрика в дискретном пространстве, позволяющая использовать для задачи метод вектора спуска. Выбор начального приближения предлагается делать с помощью последовательного получения решения на основе функций предпочтения. Библиогр.: 6 назв.

УДК 658.512.4

Метод выбора направлений автоматизации процесса конструирования. Маматов В. П.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 107—111.

В качестве критериев выбраны время и стоимость разработки конструкторской документации.

Метод выбора направлений автоматизации востребован на теории размытых (нечетких) множеств. Табл. 2. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.98

Оценивание вероятностных характеристик некоторых конструктивных электронных аппаратов. Гвоздинский А. Н., Лурье З. Я., Полушкин А. М.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 111—113.

Предлагается вероятностный метод решения задачи, относящейся к теории вероятностей и обратной: по неизвестному наблюдателю, случайному распределению определяются вероятностные характеристики изделий исходя из конструктивных и геометрических параметров. Библиогр.: 4 назв.

УДК 62—192:519.2

К вопросу моделирования системы «производство — складские запасы — потребление». Шукайло В. Ф., Чернышенко Ж. Г., Зинченко С. В. и др.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 113—119.

Рассмотрена структурная схема взаимодействия технологических потоков внутри этой системы. Табл. 3. Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 62.50

Автоматизация проектирования имитационных моделей распределенных объектов. Матрело Н. Д.—АСУ и приборы автоматизации, 1984, вып. 72, с. 119—125.

Рассмотрен подход к проектированию имитационных моделей объектов с распределенными параметрами (ОРП) на основе методов идентификации. Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

СОДЕРЖАНИЕ

Путятин Е. П., Каймушев В. Б. Вопросы синтеза структуры вычислительной системы	3
Левихин В. М., Колесникова С. В. Выбор рационального варианта структуры КТС автоматизированной информационно-советующей системы	6
Герасименко В. В., Мордашов Л. М. К спектральному методу расчета систем управления	10
Шнырев И. М. О методике автоматизированного надежного проектирования функциональной структуры АСУ ТП на основе обобщенной цепи	14
Шостак В. Ф., Теницкий И. Ф. Постановка задачи адаптивной идентификации технологического комплекса на основе иерархического подхода	20
Авраменко В. П., Филенко М. Я. Эффективный алгоритм прогнозирования параметров сложных технических систем	24
Забродский В. А., Морозов В. И. Адаптивный метод прогнозирования временных рядов	30
Романов П. Г. Декомпозиционные методы решения биллинейных моделей сетевых систем	34
Акулов А. Т. Аппроксимация моделей линейных динамических объектов высокого порядка	42
Шутилов А. И. Оценка системных затрат производительности многопроцессорных ЭВМ с помощью марковской модели	46
Литвинков А. Л. Статистический анализ потоков информации автоматизированных систем управления группой станков с ЧПУ	52
Деоридца Ю. С., Морозова Т. Ю., Макаренко А. И. Декомпозиция городских газораспределительных сетей большой размерности при гидравлическом расчете	57
Лысенко Э. В., Гербаши С. Н., Федорович О. Е., Медмарнашвили П. А. Об одном подходе к генерированию вариантов структур роботизированных технологических комплексов	60
Алипов Н. В., Тищенко А. И. Принципы построения помехоустойчивых аналого-цифровых преобразователей поразрядного уравнивания в I-кодах	65
Майстренко А. А. Алгоритмы нормализации контурных изображений	69
Черкашенко М. В., Лимонов Ю. М., Панин В. В. Анализ многовыходных логических элементов на цифровой ЭВМ	73
Голубцов А. Р. Методика оценки обнаруживающей способности аппаратного контроля цифровых устройств	80
Гончарук И. В., Тарасенко М. И. К вопросу о поперечных колебаниях конструктивных элементов систем управления детальными аппаратами	84
Ненлюдов И. Ш., Анпилогов Е. М. О моделировании технологического процесса с учетом влияний технологической наследственности. Сообщение 3	89
Левин В. И., Лысак С. А. К вопросу об определении оптимальной последовательности и деталей в задаче m станков	93
Денисова И. Г., Бурко И. Г. Об одном методе формализации процедуры выбора аналога и об оценке уровня качества объекта	98
Серик А. Е., Седуш В. Я., Солякин Г. В., Руденко В. И. Задача балансировки матриц и ее приложение	102
Маматов В. П. Метод выбора направлений автоматизации процесса конструирования	107
Гвоздинский А. Н., Лурье Э. Я., Полушкин А. М. Оценка вероятностных характеристик некоторых конструктивных электронных аппаратов	111
Шукало В. Ф., Чернышенко Ж. Г., Зинченко С. В., Никоненко И. В. К вопросу моделирования системы «производство — складские запасы — потребление»	113
Магредо Н. Д. Автоматизация проектирования имитационных моделей распределенных объектов	119

1 р. 30 к.

АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕ- МЫ УПРАВЛЕНИЯ

И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ
МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
СБОРНИК**

Основан в 1965г.

АСУ и приборы автоматики, 1984, вып. 72, 1—128.

