

АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕ- МЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

69|84



681.5
А 22
Министерство высшего и среднего
специального образования УССР

Харьковский ордена Трудового Красного Знамени
институт радиозлектроники имени М. К. Янгеля

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

ВЫПУСК 69

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1965 г.



ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ „ВИЩА ШКОЛА“
1984

Автоматизированные системы управления и приборы автоматики: Респ. междувед. науч.-техн. сб. Вып. 69. — Харьков: Вища школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1984. — 129 с.

В сборнике рассмотрены вопросы создания автоматизированных систем управления производством и технологическими процессами, синтеза и оптимизации вычислительных систем, систем обработки и передачи информации, технических средств АСУ и средств автоматизации.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1984 г.

Для специалистов в области построения автоматизированных систем управления, приборов и распределенных средств автоматики.

Редакционная коллегия: Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенко (отв. секр.), В. И. Васильев, Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Г. Евдокимов, С. Ф. Капалап, К. Д. Коноваленко, И. В. Кузьмин, Е. Н. Лазаренко, В. И. Мелешко, В. М. Михайленко, И. Ф. Огородниченко, Э. Г. Петров, Л. А. Растринян, Б. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, И. М. Шмырен.

Ответственный за выпуск *Н. А. Лысенко*

Адрес редакционной коллегии: 310022, ГСП-218, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, кафедра электронно-вычислительных машин, тел. 40-94-59

Редакция научно-технической литературы

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Выпуск 69

Редактор *Н. И. Юркевич*, художественный редактор *Т. П. Воробьенко*, технический редактор *Л. Т. Енд.*, корректоры *Н. А. Парфенова, В. Л. Севтланная*

Информ. бланк № 8424

Связи в набор 10.07.83. Подл. в печать 30.12.83. БП 21036. Формат 60×90¹⁶. Бумага типогр. № 3. Лет. гарн. Выс. печать. 4 печ. л. 8,25 экз. 5,5 экз. изд. л. Тираж 1000 экз. Изд. № 1144. Зак. 2-211. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа», 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 10

Харьковская книжная фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12, ул. Энгельса, 11

В. М. ЛЕВЫКИН, канд. техн. наук,
Г. М. ЗИНОВЬЕВ

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ГАЗОКОМПРИМИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ КРИТЕРИЯ НАИБОЛЬШЕЙ СТАБИЛЬНОСТИ

Решению проблемы сохранения и рационального использования топливно-энергетических ресурсов способствует выбор и поддержание оптимальных режимов эксплуатации инженерных сетей (к этому классу могут быть отнесены газотранспортные и газосжимающие системы). С подробным анализом методов решения задач такого характера можно ознакомиться в работе [1], где рассматривается, как правило, однокритериальная задача, причем в качестве критерия используются технико-экономические показатели. Выбор такого критерия вполне оправдан для систем, относящихся к более высоким уровням иерархии АСУ. На практике возникает необходимость выборов рационального режима работы локальных подсистем, для которых наибольшее значение приобретают критерии технического характера: стабильность, надежность, живучесть и т. п.

В связи с этим ставится задача параметрической оптимизации газосжимающей системы, являющейся важным звеном магистрального газопровода, с использованием критерия наибольшей стабильности (функциональной надежности). Рассматриваемая система может быть представлена инженерной сетью, состоящей из конечного числа идентичных по функциональному назначению активных звеньев — центробежных компрессоров (ЦН) $n_1, n_2, \dots, n$.

Надежным полагают такой режим работы системы, при котором отсутствуют автоколебания (попяз) ее звеньев. Условием возникновения помпажа является снижение ниже критического уровня $Q_{кр, \text{лит}}$ значения приведенной объемной производительности $Q_{пр}$. Таким образом, необходимо обеспечить максимально возможные значения $Q_{пр}$ каждого звена в области, удовлетворяющей всем технологическим ограничениям.

Математическая модель активных звеньев, отражающая связь всех основных параметров ЦН, может быть представлена вектором функций f, φ, g, h , определенных в пространстве координат $x_1, x_2, \dots, x_l$. От специфики математической модели зависит, какие из параметров могут быть приняты в качестве независимых переменных. Полагая $Q_{пр, i} = f_i(X)$, приходим к следующей многокритериальной задаче: максимизировать $f_1(X), f_2(X), \dots, f_l(X), x \in E^n$ при ограничениях

$$G(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_l) - A = 0, i = 1, \dots, n; \quad (1)$$

$$h_i(X) = 0, i = n + 1, \dots, m; \quad (2)$$

$$g_i(X) = 0, i = m + 1, \dots, P. \quad (3)$$

Очевидно, что ограничение (1) может быть приведено к виду (2) и здесь выделено, чтобы подчеркнуть, что оно является основным

вынужденным ограничением. Функционал G можно трактовать как общий ресурс системы, а функции $\varphi_i(X)$ как ресурсы звеньев. При этом имеет место отображение $\zeta: F \rightarrow \varphi$ (4). Как правило, G принимает вид полинома:

$$G(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_l) = \sum_{k=1}^n c_k \varphi_1^{a_{1k}}, \dots, \varphi_l^{a_{lk}}. \quad (5)$$

Решение задачи, например, методом последовательных уступок требует больших затрат машинного времени, поэтому практический интерес представляет вопрос преобразования векторного критерия.

Замечая, что $f_i(X) \rightarrow \max$, при условии $f_i(X) > f_{i\min}$ (условие устойчивости) можно представить целевую функцию как

$$F(X) = \min_{f_i} \frac{f_i(X)}{f_{i\min}} \quad (6)$$

и искать вектор X , обеспечивающий максимум $F(X)$. Однако известно [2], что с некоторыми допущениями задача (6) может быть заменена эквивалентной ей:

$$F(X) = \sum_{i=1}^n c_i f_i(X) \rightarrow \max. \quad (7)$$

Для последовательно-параллельного соединения звеньев функция цели примет вид

$$F(X) = \sum_{i=1}^l c_i \sum_{j=1}^r \alpha_j f_j(X), \quad (8)$$

где α_j — нормированные обратные $f_{i\min}$ величины для параллельного соединения звеньев; c_i — коэффициенты, учитывающие число и особенности последовательно соединенных звеньев.

В общем случае функции $f(X)$, $\varphi(X)$, $g(X)$, $h(X)$ могут быть линейными и нелинейными. Таким образом, задача (8) является одноэкстремальной задачей нелинейного программирования, что позволяет найти решение в один этап.

В качестве примера рассмотрим выбор оптимального режима работы трехступенчатой газосжимающей системы, в каждой ступени которой находится по три однотипных ЦН. В результате решения задачи необходимо определить вектор управления, т. е. вектор частот вращения ЦН ($n_1, n_2, \dots, n_l$) такой, чтобы обеспечивалось максимальное значение приведенной объемной производительности каждого ЦН.

Математической моделью звена системы является широко распространенная система уравнений [3], связывающая входные и выходные параметры ЦН:

$$P_2 = P_1 \epsilon; \quad T_2 = T_1 \frac{k-1}{k};$$

$$\epsilon = \left\{ 1 + \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \left[(a_1 Q_{np}^2 + a_2 Q_{np} + a_3) \frac{k-1}{k} \frac{1}{\gamma_{max}} - 1 \right] \right\}^{\frac{k}{k-1}} \gamma_{max};$$

$$Q_{пр1} = \frac{Q_1 \gamma_H z R T_1}{P_1 1440} \frac{n_0}{n}; \quad Q_1 = Q_2, \quad (9)$$

где P_1, T_1, Q_1 — соответственно входные значения давления, температуры, коммерческого расхода ЦН; P_2, T_2, Q_2 — соответственно те же выходные величины; $z = \frac{P_2}{P_1}$ — степень сжатия ЦН; $Q_{пр1}$ — приведенное значение объемной производительности ЦН; $\frac{n}{n_0}$ — относительное значение частоты вращения ЦН; $\gamma_H, z, R, k, \gamma_{пол}, a_1, a_2, a_3$ — некоторые константы.

Учитывая, что компримирующая система может быть представлена инженерной сетью [1], для которой выполняются законы Кирхгофа I, II, получаем дополнительные условия, совместно с уравнениями (9) полностью описывающие ее стационарное состояние:

$$z_n = \prod_{i=1}^n z_i \quad (10); \quad Q_I = Q_{II} = Q_{III} \quad (11),$$

где z_n — общая степень сжатия всей системы; $Q_I = \sum_{j=1}^m Q_{Ij}$; $Q_{II} = \sum_{j=1}^k Q_{IIj}$; $Q_{III} = \sum_{j=1}^v Q_{IIIj}$ — суммарные значения коммерческого расхода в ступенях сжатия I — III; $m = k = v = 3$ — количество ЦН в ступенях I — III; $n = 3$ — общее число ступеней сжатия системы.

Ввиду того что приведенный объемный расход ЦН в каждой последующей ступени зависит от степени сжатия в предыдущих, процедура получения аналитического выражения для $Q_{прij}$ с ростом числа ступеней усложняется. Поэтому целесообразно в качестве переменных принять x_i^1 — значение степени сжатия (ϵ_i) i -й ступени; x_{ij}^2 — значение относительной частоты вращения j -го нагнетателя в i -й ступени.

Учитывая формулу (9), получаем выражение для приведенной объемной производительности:

$$Q_{прij} = \lambda_i x_{ij}^2 \prod_{l=1}^{n-1} \frac{(x_l^1)^{\frac{n-l}{k}}}{x_l^1}, \quad (12)$$

где

$$\lambda_i = \frac{Q_{il} \gamma_H z R T_{вх}}{P_{вх} 1440};$$

$P_{вх}, T_{вх}$ — давление и температура на входе системы.

Используя полученные соотношения, строим целевую функцию:

$$F(X) = c_1 \sum_{j=1}^m x_{1j} Q_{пр1j} + c_2 \sum_{j=1}^k x_{2j} Q_{пр2j} + \\ + c_3 \sum_{j=1}^v x_{3j} Q_{пр3j}, \quad (13)$$

Поскольку типы ЦН, работающих в каждой ступени, одинаковы, величины α_{ij} можно вынести за знак суммы в каждом слагаемом формулы (13). С учетом (12) выражение для $F(X)$ примет вид

$$F(X) = c_1 \alpha_1 \sum_{j=1}^m \lambda_{1j} x_{1j}^2 + c_2 \alpha_2 \frac{(x_1^1)^{\frac{k-1}{k}}}{x_1^1} \sum_{j=1}^l \lambda_{2j} x_{2j}^2 + \\ + c_3 \alpha_3 \prod_{i=1}^{n-1} \frac{(x_i^1)^{\frac{k-1}{k}}}{x_i^1} \sum_{j=1}^p \lambda_{3j} x_{3j}^2. \quad (14)$$

Математическая формулировка задачи следующая: максимизировать $F(X)$ при ограничениях в виде равенств (группа I) и неравенств (группа II).

Ограничения группы I. Вынужденное ограничение, определяемое заданной степенью сжатия всей системы:

$$\prod_{i=1}^n x_i^1 - \varepsilon^* = 0. \quad (15)$$

Учитывая, что величины x_i^1 введены дополнительно, следует добавить ограничения-равенства, связывающие переменные x_i^1 , x_{ij}^2 в каждой ступени сжатия:

$$x_i = \left[1 + \frac{1}{(x_{ij}^2)^2} \left\{ (a_{i1}) \frac{(x_{i-1}^1)^2}{(x_{i-1}^1)^2} (x_{ij}^2)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + a_{2i} \frac{(x_{i-1}^1)^{\frac{k-1}{k}}}{x_{i-1}^1} x_{ij}^2 + a_{3i} \left(\frac{k-1}{k} \frac{1}{x_{i-1}^1} - 1 \right) \right\} \right]^{\frac{k-1}{k}} = 0. \quad (16)$$

Ограничения группы II. Технологические ограничения, накладываемые на следующие параметры привода и центробежного насоса: минимальные и максимальные значения относительной частоты вращения $x_{ij} \min < x_{ij}^2 < x_{ij} \max$ (17); максимальные значения приведенной объемной производительности

$$\lambda_{ij} \frac{(x_{i-1}^1)^{\frac{k-1}{k}}}{x_{i-1}^1} x_{ij}^2 < Q_{пр \max}; \quad (18)$$

максимальное значение мощности, развиваемой приводом,

$$N_{ij} < N_{ij \max};$$

где

$$N_{ij} = (b_{1i} (Q_{пр ij})^3 + b_{2i} (Q_{пр ij})^2 +$$

$$+ b_{3i} Q_{пр(i)} + b_{4i}) \frac{P_1 \prod_{i=1}^n x_{i-1}^l}{ZRT_1 \prod_{i=1}^n (x_{i-1}^r)^{\frac{2-i}{k}}} \cdot \frac{1}{(x_{ii}^2)^3}; \quad (19)$$

ограничение на предельно допустимую температуру газа на выходе системы

$$T_1 \prod_{i=1}^n (x_{i-1}^l)^{\frac{k-1}{k}} < T_{\max}. \quad (20)$$

Максимизация формы (14) при ограничениях (15)–(20) является задачей нелинейного программирования. Решаем ее методом скользящего допуща [4]. Если задавалась точность $\epsilon_{ps} = 1 \cdot 10^{-4}$, сходимость достигалась за 43–47 шагов в зависимости от выбранного вектора начального приближения. Время решения не превышало 40 с.

Таким образом, удается формализовать постановку задачи нахождения наиболее стабильного в смысле помпажа режима работы газоконденсатирующей системы путем декомпозиции глобального критерия в вектор локальных с последующей их сверткой и привести задачу к общему виду задачи нелинейного программирования.

Использование критерия стабильности может быть полезно в случае оптимизации отдельных локальных звеньев, а также при решении задач оптимизации в многоуровневых АСУ ТП большой размерности с использованием, например, игрового подхода.

Список литературы: 1. Евдокимов А. Г., Дубровский В. В., Тевяшев А. Д. Потокораспределение в инженерных сетях. — М.: Стройиздат, 1979. — 198 с. 2. Гермейер Ю. Б. Игры с непротивоположными интересами. — М.: Наука, 1976. — 326 с. 3. Зольский Э. Л., Константинов Н. М. Режим работы магистрального газопровода. — Л.: Недра, 1970. — 168 с. 4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975. — 532 с.

Поступила в редакцию 05.06.81.

УДК 658.012

И. Ш. НЕВЛЮДОВ, канд. техн. наук

О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ СООБЩЕНИЕ 2

При управлении малооперационными технологическими процессами (ТП) правомерно, что выходные параметры предыдущей операции подаются непосредственно на вход последующей. Однако возможны случаи, когда некоторые выходные параметры предыдущей

операции поступают на вход не следующей φ_{e+1} , а какой-то φ_r операции (рис. 1). Величины, выходящие из e -й операции и поступающие непосредственно на вход $(e+1)$ -й операции, назовем реальными и обозначим $\bar{y}_e^{(r)}$; величины, выходящие из e -й операции, но минуящие $(e+1)$ -ю, назовем фиктивными и обозначим $\bar{y}_e^{(f)}$.

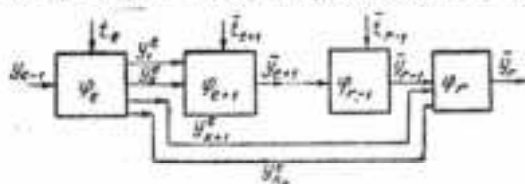


Рис. 1. Возможные последовательности операций ТП

Чтобы избежать изображения технологического процесса в виде графа, поступим следующим образом. Реальные и фиктивные величины с входа e -й операции будем подавать на вход следующей $(e+1)$ -й операции. При этом реальную величину изобразим сплошной линией, а фиктивную — пунктиром. Считаем, что значения фиктивных величин не меняются внутри промежуточной операции.

Теперь вместо операции φ_e с входящими величинами $\bar{y}_{e-1}$ и выходящими $\bar{y}_e$ имеем обобщенную операцию φ_e^{ob} , преобразующую входящий обобщенный вектор $\bar{y}_{e-1}^{ob}$, который составлен из компонентов векторов $\bar{y}_{e-1}^{(r)}$ и $\bar{y}_{e-1}^{(f)}$, во входящий обобщенный вектор, являющийся объединением величин $\bar{y}_e^{(r)}$, $\bar{y}_e^{(f)}$.

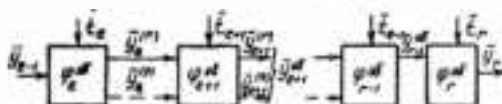


Рис. 2. Обобщенный технологический процесс

Обобщенные операции φ_e^{ob} образуют последовательную «цепочку», которую назовем обобщенным технологическим процессом (рис. 2).

Пусть $P_e(\bar{i}_e, \bar{y}_{e-1}^{ob}, \bar{y}_e^{ob})$ — переходная функция, моделирующая операцию φ_e^{ob} . Рассмотрим связь $P_e(\bar{i}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$ с исходной переходной функцией $f_e(\bar{i}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$.

Если все компоненты вектора $\bar{y}_{e-1}^{ob}$, входящие в операцию φ_e^{ob} , реальны, справедливо тождество $P_e(\bar{i}_e, \bar{y}_{e-1}^{ob}, \bar{y}_e^{ob}) = f_e(\bar{i}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$.

В самом деле, если даже некоторые компоненты выходящего вектора фиктивны, это не сказывается на вероятностной характеристике самой операции φ_e^{ob} , так как понятие фиктивности распространяется только на последующие операции.

Рассмотрим обобщенную операцию φ_e^{06} (рис. 3). Выходящие фиктивные величины φ_e^{06} не изменяются внутри операции φ_e^{06} , поэтому имеет место соотношение

$$P_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e^{06}) = f_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}^{(r)} \times \bar{y}_e) \delta(y_{e+1} - y_{e+1}^{(r)}) \dots \delta(y_n^e - y_n^{(r)}), \quad (1)$$

где $\delta(x-a)$ — дельта-функция, т.е. обобщенная функция, обладающая следующими свойствами.

Пусть $f(x)$ — произвольная непрерывная функция на прямой $-\infty < x < +\infty$.

Если область D содержит точку a , $\int_D \delta(x-a) f(x) dx = f(a)$. Если точка a лежит вне области D , $\int_D \delta(x-a) f(x) dx = 0$.

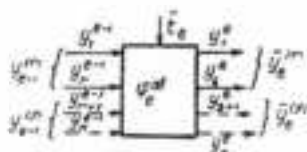


Рис. 3. Обобщенная операция

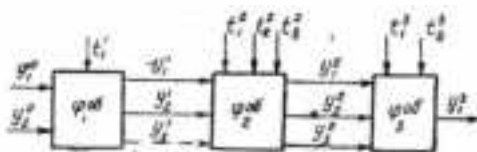


Рис. 4. Технологический процесс, состоящий из трех операций

Как видно из рис. 3, индекс S , отражающий число реальных выходных компонентов, в определении переходной функции не участвует. Поэтому соотношение (1) справедливо тогда, когда все компоненты выходящего вектора реальные.

Сформулируем общее правило. Добавление к входящим в e -ю операцию величинам некоторой фиктивной компоненты $y_{e+1}^{(r)}$ эквивалентно умножению исходной переходной функции $f_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$ на $\delta(y_{e+1} - y_{e+1}^{(r)})$.

После того как получены переходные функции $P_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$ для анализа обобщенного технологического процесса, основной и модифицированный алгоритмы приложимы без всяких изменений.

Пример. Представлен технологический процесс, состоящий из трех операций (рис. 4). Здесь фиктивная величина $y_3^{(r)}$ обозначает тот факт, что один из компонентов вектора, выходящего после первой операции, подается непосредственно на конечную операцию, минуя вторую.

Введем следующие обозначения:

$$\bar{y}_0 = \{y_0^1, y_0^2\}; \bar{y}_1 = \{y_1^1, y_1^2, y_1^3\}; \bar{y}_1^{(r)} = \{y_1^1, y_1^2\}; \\ \bar{y}_2 = \{y_2^1, y_2^2, y_2^3\}; \bar{t}_2 = \{t_2^1, t_2^2, t_2^3\}; \bar{t}_3 = \{t_3^1, t_3^2\}.$$

Пространство векторов $\bar{y}_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2$ и скалярной величины $y_3^{(r)}$ обозначим y_0, y_1, y_2, y_3 .

Предполагаются известными величины $f_0(\bar{y}_0) = f_0(y_0^1, y_0^2)$ — начальное распределение вектора $\bar{y}_0$; $f_1(\bar{t}_1, \bar{y}_0, \bar{y}_1)$; $f_2(\bar{t}_2, \bar{y}_1^{(r)}, \bar{y}_2)$; $f_3(\bar{t}_3, \bar{y}_2, y_3^{(r)})$ — переходные функции, моделирующие операции $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Заданы: на прямой T_1 отрезок D_1 ; в трехмерном пространстве $T_2 = [T_1^2 \times T_2^2 \times T_3^2]$ — параллелепипед D_2 ; на плоскости $T_3 = [T_1^3 \times T_2^3]$ — прямоугольник D_3 ; на прямой Y_3 — отрезок R_3 .

Выбрано значение доверительного уровня β . Требуется найти набор функций

$$\{\bar{\tau}_1(\bar{y}_0); \bar{\tau}_2(\bar{y}_1); \bar{\tau}_3(\bar{y}_2)\},$$

при котором вероятность стабильного обеспечения качества изделия $P[y_1^3 \in R_3]$ наибольшая.

Области значений функций $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3$ должны принадлежать соответственно множествам D_1, D_2, D_3 .

Предварительный шаг. Найдем P_1, P_2, P_3 — переходные функции обобщенных операций $\bar{\tau}_1^{об}, \bar{\tau}_2^{об}, \bar{\tau}_3^{об}$.

$$P_1(t_1^1; \bar{y}_0; \bar{y}_1) = \tau_1(t_1^1; \bar{y}_0; \bar{y}_1) = f_1(t_1^1; y_0^0; y_2^0; y_1^1; y_2^1; y_3^1);$$

$$\begin{aligned} P_2(\bar{t}_2, \bar{y}_1, \bar{y}_2) &= f_2(\bar{t}_2, \bar{y}_1^1, \bar{y}_2^1) \wedge (y_3^1 - y_3^2) = \\ &= f_2(t_1^2, t_2^2, t_3^2; y_1^1, y_2^1; y_1^2, y_2^2, y_3^2) \wedge (y_3^1 - y_3^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3(\bar{t}_3, \bar{y}_2, y_1^3) &= f_3(\bar{t}_3, \bar{y}_2^2, y_1^3) = \\ &= f_3(t_1^3, t_2^3, y_1^1, y_2^2, y_3^2; y_1^3). \end{aligned}$$

Рассмотрим основной алгоритм для данной задачи.

Шаг первый. Вычисляем функции λ_2, μ_3 и множество A_3 :

$$\begin{aligned} \lambda_3(\bar{t}_3, \bar{y}_2) &= f_3(t_1^3, t_2^3, y_1^2, y_2^2, y_3^2) = \\ &= \int_{R_3} f_3(t_1^3, t_2^3, y_1^2, y_2^2, y_3^2; y_1^3) dy_1^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_3(\bar{y}_2) &= \mu_3(y_1^2, y_2^2, y_3^2) = \max_{\bar{t}_3 \in D_3} \lambda_3(\bar{t}_3, \bar{y}_2) = \\ &= \lambda_3(\bar{t}_3(\bar{y}_2), \bar{y}_2); \end{aligned}$$

$$A_3\{\bar{y}_2: \mu_3(\bar{y}_2) \geq 1 - \beta\}.$$

Шаг второй. Вычисляем функции λ_2, μ_2 и множества A_2 :

$$\begin{aligned} \lambda_2(\bar{t}_2, \bar{y}_1) &= \int_{Y_2} \dots \int_{Y_2} \mu_3(\bar{y}_2) P_3(\bar{t}_2, \bar{y}_1, \bar{y}_2) dy_2 = \\ &= \int_{Y_1^2} \dots \int_{Y_2^2} \mu_3(y_1^2, y_2^2, y_3^2) f_2(t_1^2, t_2^2, t_3^2; \\ &\quad y_1^1, y_2^1, y_1^2, y_2^2, y_3^2) dy_1^2 dy_2^2; \end{aligned}$$

$$\mu_2(y_1) = \mu_2(y_1^1, y_2^1, y_3^1) = \max_{\bar{t}_2 \in D_2} \lambda_2(\bar{t}_2, \bar{y}_1) = \lambda_2(\bar{t}_2(\bar{y}_1), \bar{y}_1);$$

$$A_2\{\bar{y}_1: \mu_2(\bar{y}_1) \geq 1 - \beta\}.$$

Шаг третий. Вычисляем функции λ_1, μ_1 и множества A_1 :

$$\lambda_1(t_1^1, \bar{y}_0) = \int_{Y_1} \dots \int_{Y_1} \mu_2(\bar{y}_1) P_1(t_1^1, \bar{y}_0, \bar{y}_1) d\bar{y}_1 =$$

$$= \int_{Y_1^1 \times Y_2^1 \times Y_3^1} \mu_2(y_1^1, y_2^1, y_3^1) f(t_1^1; y_0^1; y_1^1, y_2^1, y_3^1) dy_1^1 dy_2^1 dy_3^1;$$

$$\mu_1(\bar{y}_0) = \mu_1(y_1^0, y_2^0) = \max_{t_1^1 \in D_1} \lambda(t_1^1, y_1^0, y_2^0) = \lambda(\tau_1^1(\bar{y}_0), \bar{y}_0);$$

$$A_1 = \{\bar{y}_0 : \mu_1(\bar{y}_0) \geq 1 - \beta\}.$$

Шаг четвертый. Вычисляем вероятность стабильного обеспечения качества изделия при оптимальном управлении технологическим процессом:

$$Y_{\text{опт}} = P[Y_1^3 \in R_3] = \int_{Y_1^0 \times Y_2^0} \mu_1(y_1^0, y_2^0) f_0(y_1^0, y_2^0) dy_1^0 dy_2^0.$$

После того как найдем оптимальный набор, подсчитаем меры внешней технологической наследственности $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Для этого подставим оптимальные $\tau_k(\bar{y}_{k-1})$ в переходные функции P_k :

$$\alpha_3 = 1 - \int_{A_3 \times Y_1 \times Y_0} \mu_3(y_2) P_2(\bar{t}_2(\bar{y}_1), \bar{y}_1, \bar{y}_2) P_1(\tau_1(\bar{y}_0) \times$$

$$\times y_1) P_0(\bar{y}_0) d\bar{y}_2 dy_1 d\bar{y}_0;$$

$$\alpha_2 = 1 - \int_{A_2 \times Y_0} \mu_2(\bar{y}_1) P_1(\tau_1(\bar{y}_0), \bar{y}_0, \bar{y}_1) P_0(\bar{y}_0) d\bar{y}_1 d\bar{y}_0;$$

$$\alpha_1 = 1 - \int_{A_1} \mu_1(y_0) P_0(\bar{y}_0) d\bar{y}_0.$$

Предложенный алгоритм может быть использован в многооперационных технологических процессах со многими контролируруемыми выходными параметрами, для оптимизации технологической наследственности.

Поступила в редакцию 05.05.82.

УДК 621-34

А. Н. ГВОЗДИНСКИЙ, канд. техн. наук,
А. Г. ДЬЯКОВ

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ ВЫХОДНЫХ КООРДИНАТ В АСУ ТП ТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Увеличение производства литьевых машин с системами числового программного управления (ЧПУ) для переработки пластмасс создает объективные предпосылки для проектирования автоматизированных участков и одновременно выдвигает новые требования к существующим системам управления. Основное внимание уделяется надежности технологического процесса, т. е. эффективности работы оборудования в течение длительного времени при непрогнозируемых колебаниях физико-технических

свойств перерабатываемого сырья. Достижение данной цели обеспечивается повышением надежности самого оборудования и разработкой алгоритмов управления, учитывающих специфику литейных машин и технологического процесса.

Современные системы управления, основанные на применении универсальных микроЭВМ, позволяют успешно решать все задачи, предъявляемые к данному оборудованию.

Технологические алгоритмы в основном строятся на использовании принципов адаптивного управления и позволяют по результатам измерений текущего цикла вносить коррекции в технологический процесс на следующий цикл [1]. Предполагается, что основные параметры перерабатываемого материала изменяются достаточно медленно и позволяют системе управления компенсировать эти изменения.

Недостатком такого управления является то, что в случае резких изменений технологического процесса система не может эффективно вести управление и изделия могут не удовлетворять технологическим требованиям. Управляющее воздействие при таком подходе изменяется лишь в случае отклонения показателя качества от заданного и не учитывает случайный характер возможных изменений свойств материала.

Иной подход к построению системы управления рассмотрен в работе [2]: в каждом технологическом цикле определяют параметр выхода. Затем прогнозируют его на следующий цикл и находят управляющее воздействие. Данный способ позволяет на каждом интервале управления найти управляющее воздействие для последующего интервала по результатам идентификации на предыдущем шаге.

Рассмотрим данный способ применительно к системе управления литейной машины. Качество технологического процесса на i -м цикле определяется величиной S_i , которую в первом приближении можно найти из равенства $S_i = I_{i-1} - C_i$ (1), где I_{i-1} — управляющее воздействие; C_{i-1} — величина, характеризующая состояние технологического процесса и свойства машины.

Величина C_i , исходя из характера протекания технологического процесса, является стационарной случайной функцией и колеблется от цикла к циклу изготовления изделия [1].

Система управления должна обеспечить постоянство величины и минимизировать функционал $I(s) = M(S_0 - S_i)^2 \rightarrow \min$ (2), где S_0 — заданное значение.

Рассмотрим алгоритм управления, применяемый в литейных машинах [1]. Пусть в i -й момент времени произошло изменение C и $\Delta S_{i+1} = \Delta C_i$. Чтобы величина S равнялась S_0 , необходимо изменить управляющее воздействие на величину $\Delta I_{i+1} = \Delta S_{i+1}$. В этом случае управляющее воздействие $I_{i+1} = I_i + \Delta S_i = I_i + S_0 - S_i$ (3).

Недостатком данного алгоритма является то, что управляющее воздействие определяется в i -й момент времени, а изменение будет произведено в $i+1$ -й момент.

В случае $C_{i+1} \neq C_i$ на $i+1$ шаге вновь произойдет ошибка. Для ее уменьшения в алгоритме управления (3) вместо величины S_i необходимо подставить прогноз $\hat{S}$ на $i+1$ -й цикл. Тогда управляющее воздействие легко найти из выражения $l_{i+1} = l_i + S_0 - \hat{S}_{i+1}$ (4), где $\hat{S}_{i+1}$ — прогноз величины S на $i+1$ -й цикл, определенный по значениям $S_1, S_2, \dots, S_{i-1}, S_i$.

Рассмотренный способ управления позволит уменьшить разброс величины S от цикла к циклу.

Качество системы управления определяется соотношением

$$I(s) = M(\hat{S}_i - S_i)^2. \quad (5)$$

Алгоритм (4) имеет недостаток: коррекция управляющего воздействия происходит в том случае, если $S_i = S_0$. При точном прогнозе коррекции управления не произойдет, и на следующем цикле возможно нарушение.

Улучшить работу системы можно прогнозированием величины C , характеризующей состояние технологического процесса.

Управляющее воздействие на $i+1$ -й цикл в этом случае

$$l_{i+1} = S_0 + \hat{C}_{i+1}, \quad (6)$$

где $\hat{C}_{i+1}$ — прогноз величины C по результатам измерения $C_1, C_2, \dots, C_{i-1}, C_i$.

Качество работы системы управления будет $I = M(\hat{C}_i - C_i)^2$ (7). Величина C непосредственно в процессе управления системой не измеряется, при осуществлении прогноза для каждого цикла ее необходимо определить предварительно из соотношения

$$C_i = l_{i-1} - S_i. \quad (8)$$

Строя процедуру прогноза, необходимо учитывать, что литьевые машины с системой автоматического управления могут быть использованы для изготовления небольших партий изделий. Следовательно, сбор требуемых статистических данных в этом случае затрудняется. Необходимо иметь в виду, что выбор точек наблюдения определяется длительностью технологического процесса изготовления изделия и не может быть изменен произвольно. При выборе способа прогноза следует учитывать вычислительные возможности системы управления, а прогноз, по возможности, должен строиться на более простых соотношениях.

Данным требованиям удовлетворяет прогноз на основе метода движущейся средней [3]. Берется N значений и определяется среднее арифметическое. Полученное значение и будет прогнозом на следующий цикл. Применительно к рассмотренным алгоритмам выражение для управляющих воздействий выглядит так:

$$l_{i+1} = l_i + S_0 - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_k; \quad (9)$$

$$I_{t+1} = S_0 + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N C_k = S_0 + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_{k-1} - S_k = \\ = \left(1 + \frac{1}{N}\right) I_0 + \frac{S_0}{N} \sum_{k=1}^N K - \sum_{k=1}^N \left(\frac{N+1-K}{N}\right) S_k, \quad (10)$$

где I_0 — первоначальная величина управляющего воздействия; величина N обычно лежит в пределах 3—10.

Рассмотренный способ прогнозирования основан на неизменности модели процесса на участках наблюдения и прогнозирования. По мере поступления информации полученная оценка уточняется, и каждое новое значение приобретает одинаковую ценность. Однако в процессе работы модель может претерпевать небольшие изменения. Если изменения вызываются внутренними причинами, то предыдущие данные, полученные по наблюдению со «старой» модели, исключаются из рассмотрения либо используются с меньшим «весом» (в сравнении с текущими данными).

Повысить реакцию системы на изменение модели процесса можно применением метода экспоненциального сглаживания [3], который заключается в том, что более «старым» значениям дается меньший вес для оцениваемого параметра. Управляющее воздействие в этом случае

$$I_{t+1} = I_t + S_0 - \alpha S_t - (1 - \alpha) \hat{S}_{t-1}; \quad (11)$$

$$I_{t+1} = S_0 + \alpha C_t + (1 - \alpha) \hat{C}_{t-1}. \quad (12)$$

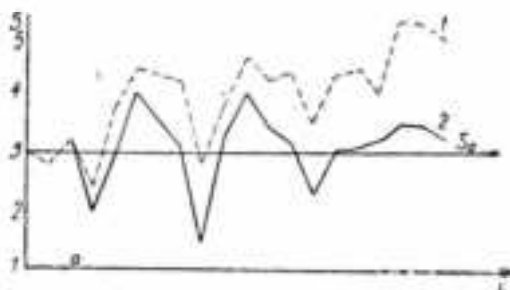


Рис. 1. Колебания величины S в технологическом процессе

Значение α находится в интервале 0—1. Предельное значение $\alpha = 0$ соответствует $N = \infty$ в движущей средней. Значение $\alpha = 1$ означает, что учитывается только текущая информация. Скорость реакции системы по данному методу определяется величиной α , которая, как показывает практика, лежит в пределах 0,01—0,3.

На рис. 1 изображены колебания величины S без системы автоматического управления (кривая 1) и при работе системы (кривая 2). Точка a — момент включения системы. Управление велось по алгоритму (10), $N = 3$. На рис. 2 даны колебания

величины S в случае управления по алгоритму (12) для $\alpha = 0,3$, $\alpha = 0,5$. Рассмотренные алгоритмы управления показывают целесообразность их использования в системе управления литьевых машин.

Применение экспоненциального сглаживания более перспективно, так как оно требует меньшего объема памяти системы управления.

Простые системы управления должны использовать алгоритм (10), содержащий меньший объем вычислений по сравнению с выражением (11).

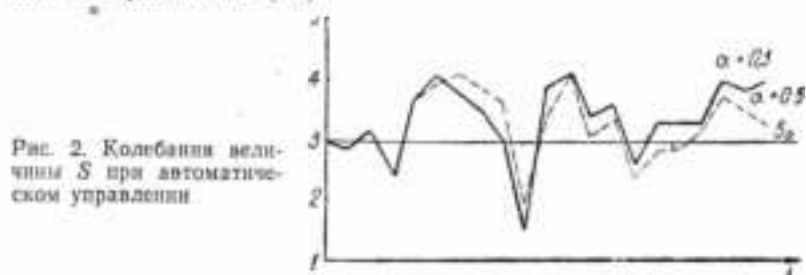


Рис. 2. Колебания величины S при автоматическом управлении.

Список литературы: 1. Колычев Э. Л., Кричевер А. И. Автоматизированные литьевые машины и системы управления ими. — М.: Изд. ННМАша, 1980, с. 48—49. 2. Гроп Д. Методы идентификации систем. — М.: Мир, 1979. — 302 с. 3. Чуев Ю. В. Прогнозирование количественных характеристик процессов. — М.: Сов. радио, 1975. — 398 с.

Поступила в редколлегию 30.06.82.

УДК 681.05.015

А. Д. ТЕВЯШЕВ, канд. техн. наук,

М. Ю. ВИШНЯК,

А. М. ХРЕНОВ

УСЛОВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА АЛГОРИТМИЧЕСКИ ЗАДАНЫХ ФУНКЦИЙ

Автоматизация оперативного планирования и управления газотранспортными системами предполагает решение различного рода оптимизационных задач [1]. В качестве критериев в данном случае выступают в основном такие технико-экономические показатели [2] как максимум производительности или загрузки газотранспортной системы, минимум мощностных, энергетических или стоимостных затрат на компримирование газа при определенной производительности, максимум значений давления газа в системе при конкретной производительности. Поскольку указанные показатели характеризуют режим транспорта газа, один из способов получения их значений — расчет гидравлического и температурного режимов функционирования

соответствующей системы. Методы и алгоритмы решения этой задачи для систем, имеющих сложную сетевую структуру, приведены в работах [3, 4]. Таким образом, значение каждого из показателей, по которым производится оптимизация, получается в результате выполнения вычислительного алгоритма расчета режима функционирования газотранспортной системы. Будем говорить, что функция задана алгоритмически, если ее значение получается в результате выполнения некоторого алгоритма, исходными данными для которого является вектор значений аргументов.

Рассмотрим задачу оптимизации режима для локальной подсистемы магистрального газопровода, состоящей из компрессорной станции и линейного участка сложной структуры. В качестве критерия выберем минимум мощностных затрат на компримирование газа при заданной производительности подсистемы. Задача заключается в определении таких управлений на КС (структура КС и управление на газоперекачивающих агрегатах), при которых для заданных параметров газа (давление, расход, температура) на входе подсистемы и на ее выходе создавалось бы давление не ниже заданного значения при минимуме энергетических затрат КС на компримирование. Процедура решения этой задачи многоуровневая. На верхнем уровне решается задача математического программирования:

$$I(Q_1, \dots, Q_N) \rightarrow \min (1); \sum_{i=1}^N Q_i = Q_{\text{ex}} (2); f_i(Q_i) > 0, i = 1, \dots, N (3),$$

где Q_{ex} — расход газа, поступающего на КС; Q_i — расход газа через i -й цех КС; N — количество цехов на КС.

Неравенства (3) представляют собой технологические ограничения на прохождение газа через i -й цех КС. Задача первого уровня состоит в нахождении такого распределения расходов между цехами, удовлетворяющего условиям (2), (3), при котором потребовался бы минимум энергетических затрат на компримирование транспортируемого газа. Функции $I(\bar{Q})$, $f_i(Q_i)$, $i = 1, \dots, N$, где $\bar{Q} = [Q_1, \dots, Q_N]$, являются алгоритмически заданными. Значения функции $I(\bar{Q})$ вычисляются при расчете технологического режима КС, так как затраты мощности на компримирование являются характеристикой газоперекачивающего агрегата. Функции $f_i(Q_i)$ являются результирующими от разности соответствующих им функций $\varphi_i(Q_i) - \psi_i(Q_i)$, где $\varphi_i(Q_i)$ — убывающая функция давления на выходе i -го цеха КС; $\psi_i(Q_i)$ — возрастающая функция давления на i -м входе ЛУ. Здесь выход i -го цеха одновременно является i -м входом ЛУ. Значения функции $\varphi_i(Q_i)$ получаются в результате расчета режима i -го цеха КС при заданных параметрах газа на его входе. Значения функций $\psi_i(Q_i)$, $i = 1, \dots, N$ получаются в результате решения задачи расчета гидравлического и температурного режимов ЛУ. Для решения этой задачи задают-

ся следующие величины: распределение расходов на входах ЛУ $Q_1, \dots, Q_N$, отборы у потребителей, давление газа на выходе из подсистемы. Характер функций $\varphi_i(Q_i)$, $\psi_i(Q_i)$ обусловлен спецификой элементов газотранспортной системы.

Задача (1)–(3) относится к классу задач условной оптимизации, причем функция (1) определена только на множестве допустимых режимов. Кроме того, функции (1), (3) нелинейны относительно своих аргументов. В таких случаях для решения задачи математического программирования используются методы барьерных функций [5], которые сводят данную задачу к одной или нескольким задачам безусловной минимизации некоторых вспомогательных функций. Общий вид вспомогательной функции для задачи (1)–(3) таков: $F(\bar{Q}) = I(\bar{Q}) - \Lambda(\bar{Q}, \bar{r})$ (4), где $\bar{r}$ — вектор управляющих параметров барьерной функции; Λ — вещественнозначная функция, «штрафующее воздействие» которой регулирует-

ся вектором $\bar{r}$. Функция барьера $\Lambda(\bar{Q}, \bar{r}) = r \sum_{i=1}^N \lambda_i(t_i(Q_i))$ (5), где r — положительное число; $\lambda_i(t)$ — некоторые функции, определенные на всей оси t , $t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$.

В работе [5] на функции $\lambda_i(t)$ накладывалось условие дифференцируемости и непрерывности на интервале $t > 0$, причем $\lambda_i(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow 0$. В этом случае можно применить обратную функцию барьера Кэрролла $\lambda_i(t_i(Q_i)) = |t_i(Q_i)|^{-1}$ или логарифмическую функцию Фриша $\lambda_i(t_i(Q_i)) = -\ln |t_i(Q_i)|$. Но задача (1)–(3) может иметь решение на границе допустимой области, т. е. когда хотя бы одно из неравенств (3) обращается в равенство. Тогда, используя вышеприведенные барьерные функции, такое решение получить нельзя, а погрешность наилучшего приближения к решению определяется выбором в выражении (5) значения параметра r . Поэтому пусть функция $\lambda_i(t)$ будет определена на интервале $-\infty < t < \infty$ и имеет разрыв 1-го рода в т.ч. $t = 0$. В качестве составляющих функции барьера (5) можно принять следующие:

$$\lambda_i(t) = 0 \text{ при } t \geq 0; \lambda_i(t) = M \text{ при } t < 0, \quad (6)$$

где M — некоторое большое положительное число. Доопределим функцию $I(\bar{Q})$ на множестве недопустимых режимов: $I(\bar{Q}) = \infty$, если $\bar{Q} \in D_0$, где D_0 — множество допустимых технологических режимов транспорта газа. Положив в выражении (5) $r = 1$ и подставив (5) и (6) в (4), получим $F(\bar{Q}) = I(\bar{Q})$, если $\bar{Q} \in D_0$; $F(\bar{Q}) = \infty$, если $\bar{Q} \in D_0$ (7), причем $\infty \gg \max_{\bar{Q} \in D_0} I(\bar{Q})$.

Наличие условия (2) свидетельствует о том, что минимизация $F(\bar{Q})$ происходит на гиперплоскости, уравнением которой является само условие. Выразив одну из компонент вектора $\bar{Q}$ через остальные, используя условие (2), приходим к задаче безуслов-

ной минимизации функции $F(\bar{Q})$ в $(N-1)$ -мерном пространстве ее аргументов.

Функция барьера в виде (6) очень просто реализуема, но если в итерационной процедуре минимизации $F(\bar{Q})$ первая точка выбрана вне области допустимых режимов D_Q , поиск оптимального решения будет затруднен. Поэтому алгоритмически задача разбивается на два этапа. Первоначально находится вектор $\bar{Q} \in D_Q$, затем производится минимизация функции $F(\bar{Q})$. При выполнении первого этапа достаточно на каждом шаге алгоритма знать только принадлежность вектора $\bar{Q}$ допустимой области режимов транспорта газа. Разработанный алгоритм определения допустимого вектора Q базируется на свойствах функций (3). Он включает следующую последовательность операций.

1. Задается начальное значение векторов $Q, \bar{H}$, где $\bar{H} = \{h_1, \dots, h_N\}$ — вектор размеров шага по соответствующим переменным.
2. Вычисляются значения функций $f_i(Q_i)$, $i = 1, \dots, N$.
3. Анализируются ситуации:
 - а) если нарушены все неравенства (3), решения нет; окончание процедуры;
 - б) если все неравенства (3) удовлетворяются, допустимое решение получено; переход к этапу оптимизации;
 - в) если нарушено хотя бы одно неравенство, а остальные выполняются, продолжение процедуры поиска допустимого решения.
4. Уменьшается шаг делением пополам для переменных, когда соответствующие им неравенства (3) на предыдущей итерации выполняются, а на текущей нет.
5. Определяется суммарное значение шага для переменных, соответствующих нарушенным неравенствам:

$H^- = \sum_{i \in K^-} h_i$, где K^- — множество индексов переменных, соответствующих нарушенным неравенствам.

6. Вычисляется шаг для переменных, соответствующих ненарушенным неравенствам: $h_i = H^+/N^+$, $i \in K^+$, где K^+ — множество индексов переменных, соответствующих ненарушенным неравенствам; N^+ — количество таких переменных.

7. Вычисление значений компонент нового вектора Q : $\bar{Q}_i^{(l+1)} = Q_i^{(l)} + h_i$, $i \in K^+$; $\bar{Q}_i^{(l+1)} = Q_i^{(l)} - h_i$, $i \in K^-$, переход к шагу 2.

Существует модификация приведенного алгоритма, учитывающая наличие ограничений снизу на переменные Q_i : $Q_i \geq Q_i^{\min}$, $i = 1, \dots, N$ (8), где $Q_i^{\min}$ — минимально возможные расходы через цеха КС, определяемые характеристиками газоперекачивающих агрегатов. В этом случае весь список переменных делится на две составляющие: переменные, значения которых нужно или можно увеличивать, переменные, значения которых нужно или

можно уменьшать. Значения переменных, где нарушено условие (8), необходимо увеличивать, а переменных, где нарушены ограничения (3), нужно уменьшать. Если допустимый вектор $\bar{Q}$ еще не найден, значения переменных, для которых выполняются условия (3), (8), можно увеличивать и уменьшать.

В модифицированном алгоритме поиска допустимого вектора анализ ситуаций (шаг 3) выполняется следующим образом:

1) решения нет, если нарушены все неравенства (3) или не выполняются все условия (8), или нашлось хотя бы одно i , для которого $Q_i^* < Q_i^{\min}$, где Q_i^* — корень уравнения $f_i(Q_i) = 0$, лежащий на положительной полуоси;

2) допустимое решение получено, если все неравенства (3) и условия (8) удовлетворяются;

3) продолжение процедуры поиска допустимого решения, если хотя бы одно из неравенств (3) или условий (8) не выполняются.

Рассмотренная процедура получения допустимого решения позволяет дать ответ на довольно важный вопрос — выполняется ли следующая система неравенств:

$$\sum_{i=1}^N Q_i^{\min} < Q_{\text{вх}} < \sum_{i=1}^N Q_i^* \quad (9); \quad Q_i^{\min} < Q_i^*, \quad i = 1, \dots, N \quad (10).$$

Если не выполняется неравенство (9), необходимо изменить поступающий в газотранспортную систему расход $Q_{\text{вх}}$ или попытаться достичь результата изменением структуры системы. Если не выполняется хотя бы одно из неравенств (10), необходимо изменить только структуру.

Если допустимый вектор $\bar{Q}$ существует и он найден, то далее производится поиск оптимального вектора $\bar{Q}$ любым методом, не требующим вычисления производной. Для решения задачи оптимизации режима функционирования газотранспортной системы использовался метод покоординатного пуска.

Рассмотренный подход к решению задачи условной оптимизации не имеет некоторых недостатков, присущих методам барьерных функций [5].

1. Целевая функция определена на всем пространстве аргументов, на что и рассчитаны стандартные алгоритмы безусловной оптимизации.

2. Параметр r в функции барьера — величина постоянная и равная единице, поэтому:

а) для выбранной функции барьера параметр r не влияет на значение оптимального решения;

б) нет необходимости в построении последовательности $\{r^{(k)}\}$;

в) оказывается возможным применением обычных правил остановки процесса безусловной минимизации.

Изложенный в работе метод условной оптимизации алгоритмически заданной функции реализован в виде пакета

программ оптимизации режимов функционирования подсистем магистральных газопроводов, состоящих из компрессорной станции и линейного участка сложной структуры.

Список литературы: 1. Александров А. В. Автоматизированное управление Единой системой газоснабжения. — М.: Недра, 1980. — 351 с. 2. Берман Р. Я., Панкратов В. С. Автоматизация систем управления магистральными газопроводами. — Л.: Недра, 1978. — 159 с. 3. Евдокимов А. Г., Дубровский В. З., Телышев А. Д. Потокораспределение в инженерных сетях. — М.: Стройиздат, 1979. — 199 с. 4. Евдокимов А. Г., Телышев А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. — К.: Выща школа, 1980. — 144 с. 5. Численные методы условной оптимизации: Под ред. Ф. Гилла, У. Мюррея. — М.: Мир, 1977. — 290 с.

Поступила в редакцию 08. 07. 82.

УДК 621.37/39

Е. И. БОРОДЕНКО, канд. техн. наук,
В. А. КРАСНОБАЕВ, Б. И. НАГОРНОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКСПЛУАТАЦИОННО- ТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Вопросы минимизации параметров контроля технического состояния изучены достаточно подробно [1, 2]. Это обусловлено тем, что усложнение радиоэлектронных систем (РЭС) увеличило объем контролируемых параметров для определения вида технического состояния, а следовательно, снизило коэффициент их использования, возрастание экономических затрат на создание и эксплуатацию систем контроля (СК) или специализированных автоматических систем контроля (АСК), в конечном итоге снизило эффективность использования самих РЭС.

Следствием значительной сложности задачи минимизации объема контролируемых параметров V_n , глубоко затрагивающей вопросы затрат и прибыли от применения различных систем и стратегии контроля, является отсутствие полностью математически формализованной процедуры определения V_n .

Покажем, что, выбрав в качестве математической модели объекта контроля (т. е. РЭС) граф функционирования и используя принцип наложения для построения направленных графов электрических цепей, имеем возможность составить формальный алгоритм, обеспечивающий решение задачи минимизации объема контролируемых параметров, а в частных случаях и нахождения обобщенного параметра.

Вершинами графа функционирования $G_F = (F, \Gamma)$ являются сигналы в соответствующих точках РЭС выбранного уровня, дугами связи — передаточные функции между ними. Любую зависимую переменную в графе функционирования находим по правилу Крамера [3]:

$$x_k = \frac{\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} & \dots & x_0 & \dots & a_{1n-1}a_{1n} \\ a_{21}a_{22} & \dots & 0 & \dots & a_{2n-1}a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}a_{n2} & \dots & 0 & \dots & a_{nn-1}a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} & \dots & a_{1n} & \dots & a_{1n-1}a_{1n} \\ a_{21}a_{22} & \dots & a_{2n} & \dots & a_{2n-1}a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}a_{n2} & \dots & a_{nn} & \dots & a_{nn-1}a_{nn} \end{vmatrix}} = \frac{x_0 \Delta_{1k}}{\Delta}, \quad (1)$$

где x_0 — независимая переменная; Δ — определитель системы; Δ_{1k} — алгебраическое дополнение a_{1k} ; a_{ij} — передача между вершинами i, j .

Передачу графа между независимым сигналом (источником) и выходом определим из выражения

$$T_{jk} = \frac{r_m}{x_j} = \frac{[(P_1 + P_2 + \dots + P_m)(1 - L_1)(1 - L_2) \dots (1 - L_p)]^n}{[(1 - L_1)(1 - L_2) \dots (1 - L_p)]},$$

где P_i — множители замкнутых последовательностей; $[L_i]^*$ — передачи некасающихся контуров графа.

Если воспользоваться соотношением (1), всегда имеется возможность записать значения контролируемого параметра через величины входных сигналов и схемных элементов.

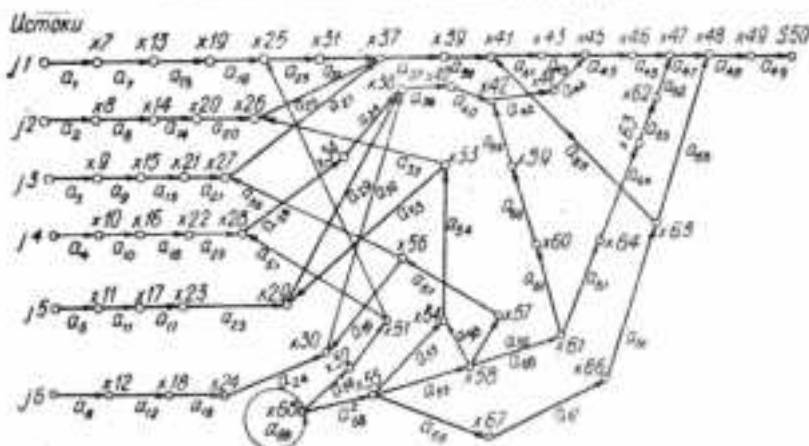


Рис. 2. Граф функционирования шестиканальной аппаратуры

Для большей наглядности рассмотрим реализацию предлагаемого метода на конкретном примере. На рис. 1 представлена функциональная схема тракта передачи шестиканальной аппаратуры уплотнения, а ее граф функционирования изображен на рис. 2.

На функциональной схеме пронумерованы точки с номерами $i = \overline{1, 68}$, которые определяют входы исследуемой РЭС ($i = \overline{1, 6}$), ее выход ($i = 50$), а также входы и выходы ее компонент ($i = \overline{7, 49}$; $\overline{51, 68}$).

Вершинами $i = \overline{1, 6}$ (рис. 2) графа функционирования представлены входные переменные (сигналы) в точке $i = \overline{1, 6}$; вершинами $x = \overline{7, 49}$; $\overline{51, 68}$ — внутренние переменные (сигналы) в точках $i = \overline{7, 49}$; $\overline{51, 68}$, вершиной $S50$ — выходная переменная (сигнал) системы в точке $i = 50$; ребрами a_k ($k = \overline{1, 68}$) — передаточные функции соответствующих компонент системы. Например, a_{37} представляет функцию, определяющую преобразование сигнала x_{37} в сигнал x_{39} : $x_{39} = a_{37}x_{37}$, а сигнал x_{37} , в свою очередь, определяется функцией φ_{37} и функциями a_{21} , a_{26} , a_{27} : $x_{37} = \varphi_{37} [a_{21}(x_{21}), a_{27}(x_{27}), a_{26}(x_{26})]$, причем $x_{21} = a_{25}(x_{25})$, где $x_{25} = \varphi_{25} [a_{19}(x_{19}), a_{31}(x_{31})]$, где $x_{19} = a_{18}(x_{18}) = a_{19} [a_7(x_7)] = a_{19} [a_7 [a_1(i)]]$ и т. д.

Устранение контура и проведение элементарных преобразований позволяют произвести полное упрощение любого графа. Это обстоятельство оказывает определяющее значение при выборе пути нахождения обобщенного параметра контроля сложной системы. Применение инверсии, заключающейся в изменении направления некоторых дуг графа на обратные, и, следовательно, изменение топологических свойств графа позволяют облегчить процесс упрощения исходного графа. Действительно, имея в качестве исходного граф (рис. 2) с несколькими десятками

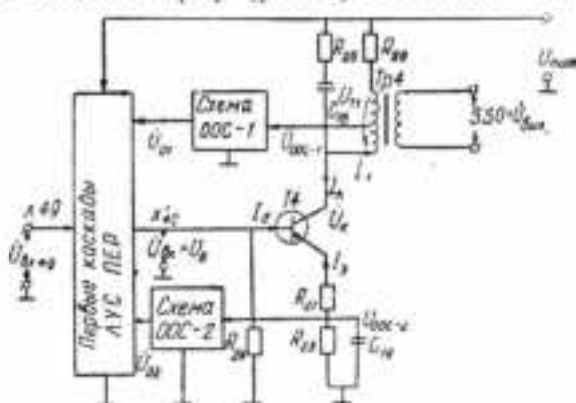


Рис. 3. Упрощенный граф функционирования

вершины и дуг связи и используя приемы свертывания, удастся упростить его до графа, имеющего лишь вершины $i_1, \dots, i_6, x_{49}, S50$. При этом сигнал

$$x_{49} = a_{41}a_{43}(a_{47} + k)(a_{45}a_{46} + a_{13}a_{01}a_{02}a_{03}a_{04}b) \{a_{42}(a_{39}a_{40} + a_{38}a_{59}a_{60}a_{61}b) \{ (x_4 + a_{51}a_{52}a_{65}) a_{23}a_{34} + (x_5 + a_{53}a_{54}b(1 + a_{56})) \times$$

$$\times a_{29} + (z_0 + a_{56}a_{37}a_{58}b) a_{30}] + a_{43} (a_{37}a_{39} + k) [(z_1 + a_{51}a_{52}a_{58}^1) \times \\ \times a_{25}a_{31} + (z_2 + a_{53}a_{54}b (1 + a_{58})) a_{26} + (z_3 + a_{57}a_{56}a_{58}b) a_{27}], \quad \text{где} \\ b = a_{55}.$$

По принципиальной схеме выходного каскада (рис. 3) путем наложения последовательно определяемых токов и напряжений построен направленный граф электрических цепей (рис. 4).

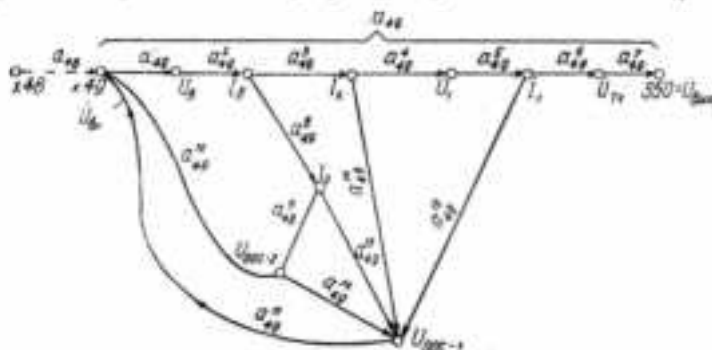


Рис. 4. Принципиальная схема выходного каскада

Функции a_{49}^i определяют взаимосвязь соответствующих сигналов выходного каскада. Для представленного графа

$$a_{49}^2 = (z_{11} + R_{27} + z_1)^{-1}; \quad a_{49}^3 = 1(1 - \alpha); \quad a_{49}^4 = z_2(R_{29} + z_0)/(z_2 + R_{29} + z_0); \quad a_{49}^5 = (R_{29} + z_0)^{-1}; \quad a_{49}^6 = z_0; \quad a_{49}^7 = z_0b/z_2; \quad a_{49}^8 = \\ = (1 - \alpha)^{-1}; \quad a_{49}^9 = z_1; \quad a_{49}^{13} = z_{22}; \quad a_{49}^{14} = z_{22}; \quad a_{49}^{15} = R_{27}; \quad a_{49}^{16} = 1,$$

где a_{49}^{10} , a_{49}^{11} — передаточные функции схем отрицательной обратной связи (ООС); a_{49}^1 — передаточная функция первых каскадов усилителя, где $\alpha = z_{21}/z_{22}$; комплексные сопротивления z_{ij} находим из условия $U_6 = z_{11}I_6 + z_{12}I_8$; $U_8 = z_{21}I_6 + z_{22}I_8$; $z_1 = R_{28}/(1 + j\omega R_{28}C_{13})$; $z_2 = R_{26} + 1/j\omega C_{15}$; z_0 , z_b — комплексные сопротивления первичной ($j\omega L_1$) и вторичной ($j\omega L_2$) обмоток трансформатора Тр4; $z_{0b} = j\omega L_{cb}$.

С учетом графов рис. 2,3 нетрудно определить выходную функцию всего устройства:

$$S50 = U_{\text{вых}} = x_{49}a_{49} = x_{49}a_{49}^1a_{49}^2a_{49}^3a_{49}^4a_{49}^5a_{49}^6a_{49}^7 [1 - a_{49}^{11}a_{49}^{14}] \times \\ \times [1 - a_{49}^{11}a_{49}^{15}] [1 - a_{49}^8 [a_{49}^9 (a_{49}^{10} + a_{49}^{11}a_{49}^{16}) + a_{49}^{11}a_{49}^{13}]] = \\ = \left\{ \frac{a_{49}^1 a \left(R_{28} + \frac{1}{j\omega C_{13}} \right) j\omega L_1 L_{cb} [1 - a_{49}^{11}z_{22}] [1 - a_{49}^1 R_{27}]}{\left(z_{11} + R_{27} + \frac{R_{28}}{1 + j\omega C_{13} R_{28}} \right) (1 - \alpha) \left(R_{28} + j\omega L_1 + R_{26} + \frac{1}{j\omega C_{12}} \right) L_2} \right\} \times$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{a_{49}^{11} R_{27} + (a_{49}^{11} + a_{49}^{10}) \frac{R_{28}}{1 + j\omega R_{28} C_{19}}}{1 - \alpha} \right\} X_{49}.$$

Итак, для определения вида технического состояния выбранной в качестве примера РЭС достаточно измерить комплексное значение $\dot{U}_{\text{вых}}$, которое в данном случае является обобщенным параметром контроля и полностью определяется характеристиками входных сигналов и передаточными функциями компонент.

В общем случае предложенная математическая модель позволяет на своей основе вычислить минимальный объем параметров контроля, необходимый и достаточный для оценки вида технического состояния, с методической достоверностью, равной единице. Кроме того, учитывая наличие явной зависимости обобщенного параметра от реальных величин первичных элементов (модулей, конструктивных блоков и т. д. в зависимости от выбранного уровня рассмотрения), имеется возможность выявить элементы, к изменению номиналов которых обобщенный параметр наиболее критичен. Очевидно, при научно обоснованном подходе такие элементы, модули должны войти в индивидуальный ЗИП, поставляемый совместно со сложными радиоэлектронными системами.

Список литературы: 1. Евланов Л. Г. Контроль динамических систем. — М.: Наука, 1972.—423 с. 2. Шибанов Т. П. Контроль функционирования больших систем. — М.: Машиностроение, 1977.—355 с. 3. Келли Дж. Л. Общая топология. Пер. с англ. А. В. Архангельского. — М.: Наука, 1968.—387 с.

Поступила в редакцию 14.04.82.

УДК 66.011 : 681.5

П. Г. РОМАНИН, канд. техн. наук

ДВУХУРОВНЕВЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА БАЛАНСОВЫХ УРАВНЕНИЙ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Основа проектирования сложных производственных комплексов непрерывного типа — расчет балансовых уравнений в установившихся режимах. Современные комплексы характеризуются большим числом взаимосвязанных аппаратов, а соответствующие им системы балансовых уравнений содержат до нескольких тысяч переменных, на которые наложены достаточно жесткие ограничения. Расчет балансовых уравнений можно свести к нахождению нулевого минимума функции невязки F путем решения следующей задачи математического программирования:

$$\min \left\{ F(\vec{z}) = \sum_{p \in \mathcal{P}} F_p(\vec{z}_p) = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{j=0}^i \alpha_{pj} [U_{pj}(\vec{z}_p)]^2 \mid \vec{z} \in G \right\}. \quad (1)$$

Здесь Ω — множество аппаратов системы; $\vec{z} = \{\vec{z}_p\}_{p \in \Omega}$ — вектор переменных балансовых уравнений; G — область допустимых значений вектора $\vec{z}$; $(s+1)$ — число типов уравнений; a_{ij} — положительные весовые коэффициенты.

Функции f_{ps} характеризуют материальный баланс по общему массовому расходу вещества:

$$f_{ps} = \sum_{i \in I_p^+} m_i - \sum_{i \in I_p^-} m_i, \quad p \in \Omega, \quad (2)$$

где I_p^+ , I_p^- — множества индексов соответственно входных и выходных потоков p -го аппарата; m_i — массовый расход i -го потока.

Функции b_{pj} характеризуют материальный баланс по массовому расходу компонент материальных потоков:

$$b_{pj} = \sum_{i \in I_p^+} m_i c_{ij} - \sum_{i \in I_p^-} m_i c_{ij}, \quad p \in \Omega, \quad j = \overline{1, k}, \quad (3)$$

где c_{ij} — доля j -го компонента в i -м потоке; k — число компонент.

Таким образом, координатами вектора переменных $\vec{z}$ в выражении (1) являются массовые расходы веществ и концентрации компонент в потоках.

Представим вектор $\vec{z}_p$ переменных p -го аппарата технологической системы в виде совокупности вектора промежуточных переменных $\vec{z}_p^{np}$ и вектора переменных $\vec{z}_p^{cs}$, не являющихся промежуточными: $\vec{z}_p = \{\vec{z}_p^{np}, \vec{z}_p^{cs}\}$, $p \in \Omega$.

В свою очередь векторы $\vec{z}_p^{np}$, $\vec{z}_p^{cs}$ запишем следующим образом:

$$\vec{z}_p^{np} = \{\vec{x}_p^{np}, \vec{y}_p^{np}\}_{r \in \Omega}; \quad \vec{z}_p^{cs} = \{\vec{x}_p^{cs}, \vec{y}_p^{cs}\}, \quad p \in \Omega,$$

где $\vec{x}_p^{np}$, $\vec{y}_p^{np}$ — входной и выходной векторы промежуточных переменных p -го аппарата, являющихся соответственно выходными и входными переменными r -го аппарата; $\vec{x}_p^{cs}$, $\vec{y}_p^{cs}$ — входной и выходной векторы переменных p -го аппарата, не являющихся промежуточными.

Область допустимых значений вектора переменных представим в виде

$$G = G_1 \cap G_2 \cap G_3; \quad G_1 = \{\vec{z} \mid z_i^{\min} < z_i < z_i^{\max}, \quad i = \overline{1, \dim \vec{z}}\};$$

$$G_2 = \{\vec{z}_p^{np} \mid \vec{y}_p^{np} - \vec{x}_p^{np} = 0, \quad p, \quad r \in \Omega\};$$

$$G_3 = \{\vec{z} \mid (\vec{\beta}_{ps}, \vec{z}) = 0, \quad p \in \Omega, \quad s = \overline{1, r_p}\},$$

где $\vec{\beta}_{ps}$ — векторы по тоянным коэффициентов; r_p — целые положительные числа. Множество G_1 определяет позиционные ограничения на переменные балансовых уравнений, G_2 — выражает

условие согласования промежуточных переменных системы, G_3 — характеризует дополнительные технологические ограничения на переменные, возникающие при расчете реальных систем.

Введем множества $z^0 = \{z \mid F(z) = 0\}$, $z^* = z^0 \cap G$. Тогда задача решения балансовых уравнений состоит в нахождении любого вектора $z \in z^*$.

Высокая размерность систем балансовых уравнений, свойственная большинству технологических комплексов, делает методы решения этих систем как единого целого практически неприемлемыми. Поэтому в основу разработки алгоритма решения балансовых уравнений положен декомпозиционный подход, предполагающий разбиение технологической системы на ряд подсистем и замену решения исходной задачи большой размерности решением совокупности более простых взаимосвязанных подзадач. При таком подходе важной проблемой является координация решаемых на первом уровне параметрических подзадач таким образом, чтобы в конечном счете их решение давало решение задачи расчета балансовых уравнений для всей технологической системы. В дальнейшем для простоты записи будем предполагать, что каждая выделенная в результате декомпозиции подсистема состоит из одного аппарата.

При решении задачи расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов предлагается использовать следующий двухуровневый алгоритм, построение которого основано на идеях координации подсистем путем согласования взаимодействий с использованием штрафных функций.

На первом уровне при заданных координирующих параметрах в определенной последовательности решаются подзадачи

$$\min_{z_p \in G_{1p}} \left\{ F_p(\vec{z}_p) + \sum_{k=1}^{r_p} l_{pk} (\vec{\beta}_{pk}, \vec{z}_p)^2 + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{n_p} \gamma_{pj} (z_{pj}^{np} - \bar{z}_{pj}^{np})^2 \right\}, \quad n_p = 1, \quad \dim \vec{z}_p,$$

$$G_{1p} = \{z_p \mid z_{pi}^{\min} \leq z_{pi} \leq z_{pi}^{\max}, \quad i = 1, \quad \dim \vec{z}_p\}, \quad p \in \Omega, \quad (4)$$

где r_p — число дополнительных технологических ограничений для p -й подсистемы; l_{pk} — постоянные весовые коэффициенты; $\vec{\beta}_{pk}$ — фиксированные начальные значения переменных, являющихся промежуточными для выделенных подсистем; γ_{pj} — положительные координирующие параметры.

Задача второго уровня состоит в увеличении составляющих вектора координирующих параметров $\vec{\gamma}$: $\vec{\gamma}^{(n+1)} = \vec{\gamma}^{(n)} q$, $q > 1$ (5), где $n = 0, 1, 2, \dots$ — номер итерации на верхнем уровне.

В работе [1] доказана сходимость декомпозиционного алгоритма, близкого к изложенному, для случая, когда минимизи-

руемая функция является выпуклой, а множества допустимых значений переменных подсистем замкнуты и выпуклы. Множества G_{1p} , $p \in \Omega$ допустимых значений векторов для подзадач (4) удовлетворяют этим условиям. Требование же выпуклости минимизируемой функции, гарантирующее ее одноэкстремальность, является значительно более сильным условием, чем условие одноэкстремальности. Поскольку у функции невязки F отсутствуют ненулевые локальные минимумы во внутренних точках области G_1 [4], дополнительные технологические ограничения имеют простую структуру и не нарушают этого свойства (векторы $\vec{\beta}_{pa}$ в выражении (4) имеют, как правило, только две отличные от нуля координаты), а множество Z^* содержит бесконечное число точек, то можно ожидать, что с помощью алгоритма (4), (5) удастся отыскать какую-либо точку этого множества.

Предлагаемый алгоритм обладает рядом преимуществ при решении задачи расчета балансовых уравнений.

1. Отсутствуют ограничения на варианты декомпозиции исходной системы. Это позволяет при декомпозиции системы объединить в одну подсистему те смежные аппараты, переменные балансовых уравнений которых примерно в одинаковой степени влияют на локальный критерий. Формирование подсистем по такому принципу дает возможность избежать в определенной степени вычислительные трудности, связанные с овражным характером минимизируемой функции.

2. Наличие обратных потоков (рециклов) в системе не усложняет решение задачи, так как все связывающие для выделенных подсистем переменные входят в задачи первого уровня единообразно.

3. Возможность (и целесообразность) при реализации предлагаемого двухуровневого алгоритма подзадачи (4) решать не до конца, а уменьшать локальный критерий только в некоторое число раз (например, на порядок). Такой прием позволяет снизить затраты машинного времени на решение задачи, так как основное время при решении подзадач (4) затрачивается на поиск достаточно точного решения в окрестности минимума.

4. Относительная простота задачи второго уровня, состоящая в задании начального значения вектора координирующих параметров $\vec{\gamma}$ и закона его изменения.

Исследуем вопрос о практической целесообразности использования для решения задачи расчета балансовых уравнений известных методов декомпозиции исходной задачи с использованием функции Лагранжа [2, 3]. Координация подсистем в этом случае может осуществляться на основе принципа прогнозирования взаимодействий (метод закрепления) или принципа согласования взаимодействий (метод множителей Лагранжа или метод «цен»). Рассматриваемая задача имеет ряд особенностей,

которые затрудняют практическое решение задачи координации подсистем на основе принципа прогнозирования взаимодействий. Действительно, реализация этого принципа связана с выполнением следующих требований для каждой выделяемой подсистемы.

1. Все выходные промежуточные перемещения выражаются в виде явных функций входных переменных.

2. Число выходных промежуточных переменных не превышает число входных переменных, варьируемых при решении подзадач первого уровня.

3. Подзадачи первого уровня должны иметь допустимые решения при начальных значениях переменных координирования (промежуточных переменных для выделенных подсистем).

Первые два требования накладывают жесткие ограничения на варианты декомпозиции исходной системы. Например, для подсистемы, имеющей два выходных промежуточных потока (типичная ситуация для систем с рециклами), выполнить первое требование не представляется возможным. Выполнение третьего условия связано с формированием подзадач первого уровня специальным образом, поскольку выносить балансовые уравнения подсистем в критерий при использовании принципа прогнозирования взаимодействий уже нельзя.

Одна из возможных постановок подзадач нижнего уровня при использовании метода закрепления состоит в следующем:

$$\min \left\{ \sum_{r \in I} \delta_{prl}^2 \mid y_{prl}^{np} + \bar{z}_{prl} - \bar{x}_{prl}^{np} = 0, r \in \Omega, l = \overline{1, \dim y_{prl}^{np}} \right\},$$

$$\bar{z}_p \in G_{1p} \cap G_2, \bar{z}_{prl} \in E^1, \quad (5)$$

где y_{prl}^{np} — явные функции входных переменных p -й подсистемы; $\bar{z}_{prl}$ — искусственные переменные.

Подзадачи (6) в отличие от (4) необходимо решать с более высокой точностью, так как вектор множителей Лагранжа, используемый для решения задачи координации, вычисляется на множестве оптимальных (или близких к оптимальным) решений подзадач первого уровня. Кроме того, введение искусственных переменных увеличивает и без того высокую размерность задачи.

Более предпочтительным для решения подзадач первого уровня выглядит метод «цен», реализация которого не связана с выполнением каких-либо условий при декомпозиции системы и введением искусственных переменных в функцию Лагранжа. Однако здесь возникает трудность с решением вопросов о существовании седловой точки функции Лагранжа и дифференцируемости двойственной функции, поскольку функция невязки F является невыпуклой.

Приведенные соображения о трудностях практической реализации методов декомпозиции на основе функции Лагранжа

при решении задачи расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов дают основание считать, что предлагаемый двухуровневый алгоритм окажется более эффективным, хотя окончательное решение этого вопроса требует дополнительной экспериментальной проверки.

Список литературы: 1. Методы вычислительной математики. — Новосибирск: Наука, 1975. — 279 с. 2. Ласдон Л. С. Оптимизация больших систем. — М.: Наука, 1975. — 432 с. 3. Островский Г. М., Бережницкий Т. А., Белая А. Р. Алгоритмы оптимизации химико-технологических процессов. — М.: Химия, 1978. — 296 с. 4. Золуля А. Ф., Романов П. Г., Асеев Г. Г. Последовательно-декомпозиционный метод расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов с обратными потоками. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 66, с. 34—36.

Поступила в редколлегию 15.11.82.

УДК 62—505

Е. Г. КУНИК, канд. техн. наук,
М. Я. ЖИТОМИРСКИЙ

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЛАСТИ КОМПРОМИССОВ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В задачах векторной (многокритериальной) оптимизации возникает ряд проблем [1], одна из которых состоит в распознавании области компромиссов и области согласия. Необходимость решения этой проблемы объясняется тем, что практически всегда, когда между критериями качества наблюдаются противоречия, требуется характеризовать состояние оптимизируемого объекта с точки зрения его принадлежности области компромиссов или области согласия.

Состоянием назовем произвольную точку евклидова пространства варьируемых параметров объекта оптимизации R^n . Каждое состояние определяет значение m критериев качества. Предполагаем, что все критерии описаны гладкими функциями $f_1(X)$, $f_2(X)$, ..., $f_m(X)$, заданными в R^n .

Будем говорить, что состояние X' предпочтительнее состояния X'' ($X' \prec X''$), если $f_i(X') > f_i(X'')$, $i = 1, 2, \dots, m$, и найдется такое s из $M = \{1, 2, \dots, m\}$, что $f_s(X') > f_s(X'')$.

Определим область допустимых состояний:

$$\Omega = \{X | X \in R^n, g_r^* < g_r(X) < \bar{g}_r, r = 1, 2, \dots, l\},$$

где $g_r(X)$ — также гладкие функции, заданные в R^n . Для каждого состояния $X^0 \in \Omega$ могут представиться два варианта.

1. Существуют такие $Y^0 \in R^n$, $\varepsilon^0 > 0$, что при $\varepsilon < \varepsilon^0$ выполняются условия

$$(X^0 + \varepsilon Y^0) \prec X^0 \quad (1); \quad (X^0 + \varepsilon Y^0) \in \Omega \quad (2).$$

2. Какое бы ни было $Y^0 \in R^n$, существует сколь угодно малое $\varepsilon > 0$, такое, что не выполняется условие (1) либо (2).

Совокупность всех состояний, для которых выполнено (1), назовем областью согласия X^s , для которых выполнено (2) — областью компромиссов X^c .

Рассмотрим алгоритм, обеспечивающий за конечное число операций решение вопроса о принадлежности заданного состояния области X^s или X^c . Для этого область возможных состояний Ω разобьем на две части: $S_1 = \{X | X \in R^n, g_r^* < g_r(X) < \bar{g}_r^*, r = 1, 2, \dots, l\}$, $S_2 = \Omega \setminus S_1$, в связи с которыми будем различать два случая.

Случай внутренней точки. Пусть $f_j(X)$ — выпуклые функции в окрестности точки X^0 .

Теорема 1. Если $X^0 \in S_1$, то $X^0 \in X^s$ тогда и только тогда, когда система неравенств $AN > 0$ имеет ненулевое решение.

Здесь $N = (n_1, \dots, n_n)$ — неизвестный вектор из R^n ; A — матрица размером $m \times n$ с элементами $a_{ji} = \frac{\partial f_j(X^0)}{\partial x_i}$, $j = 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 2, \dots, n$.

Доказательство. Если $X^0 \in X^s$, существует $N \in R^n$, $N \neq 0$, такой, что при достаточно малых $\varepsilon > 0$ $(X^0 + \varepsilon N) \in S_1$ и $(X^0 + \varepsilon N) \notin X^0$. Но тогда производная от каждой функции по направлению N в точке X^0 не меньше нуля, т. е. $AN > 0$.

Обратно, пусть существует $N \in R^n$, $N \neq 0$, $AN > 0$. Поскольку функции $f_j(X)$ выпуклые, то при достаточно малых $\varepsilon > 0$ $(X^0 + \varepsilon N) \notin X^0$. С другой стороны, при достаточно малых $\varepsilon > 0$ $(X^0 + \varepsilon N) \in S_1$, т. е. $X^0 \in X^s$.

Случай граничной точки. Здесь справедливо следующее утверждение для выпуклых функций $f_j(X)$ и выпуклых ограничений $g_r(X)$, $1 \leq j \leq m$, $1 \leq r \leq l$.

Теорема 2. Если $X^0 \in S_2$ и $g_1(X^0) = \bar{g}_1^*$, $g_2(X^0) = \bar{g}_2^*$, ..., $g_s(X^0) = \bar{g}_s^*$, $g_{s+1}(X^0) = \bar{g}_{s+1}^*$, $g_{s+2}(X^0) = \bar{g}_{s+2}^*$, ..., $g_{s+p}(X^0) = \bar{g}_{s+p}^*$, где $0 \leq s + p \leq l$, то для того, чтобы $X^0 \in X^s$, необходимо и достаточно существование решения системы неравенств $AN > 0$, $BN > 0$, $CN > 0$, где A — матрица, построенная в теореме 1; B — матрица размером $s \times n$ с элементами $b_{si} = \frac{\partial g_s(X^0)}{\partial x_i}$, $s = 1, 2, \dots, s$; C — матрица размером $p \times n$ с элементами $c_{vi} = -\frac{\partial g_{s+v}(X^0)}{\partial x_i}$, $v = 1, 2, \dots, p$.

Доказательство. Достаточно доказать, что условия $BN > 0$, $CN > 0$ равносильны в совокупности условию принадлежности состояния $X^0 + \varepsilon N$ области S_1 при достаточно малых ε . Действительно, условия $BN > 0$, $CN > 0$ равносильны условиям возрастания функций $g_s(X)$, $s = 1, 2, \dots, s$ и убывания функций $g_{s+v}(X)$, $v = 1, 2, \dots, p$, представляющих ограничения. Мы воспользовались выпуклостью ограничений. Последние условия и

равносильны принадлежности состояния $X^0 + \varepsilon H$ области S_1 при достаточно малых ε .

Замечание 1. Если функции $f_j(X)$ не являются выпуклыми, то, пользуясь обозначениями из условий теорем 1, 2, можно сформулировать следующие утверждения.

Утверждение 1. Если $X^0 \in S_1$ и система $AH > 0$ имеет решение, $X^0 \in X^*$, если $X^0 \in S_1$ и система $AH > 0$ не имеет ненулевого решения, $X^0 \in X^c$.

Утверждение 2. Если $X^0 \in S_2$ и система $AH > 0, BH > 0, CH > 0$ имеет решение, то $X^0 \in X^*$; если $X^0 \in S_2$ и система $AH > 0, BH > 0, CH > 0$ не имеет ненулевого решения,

Замечание 2. Пользуясь теоремами Стокса и Карвера [2, гл. 5], из полученных результатов можно сделать два следствия для случая внутренней точки.

Следствие 1. Если существуют положительные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ такие, что $\sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla f_j(X^0) = 0$, а система $AH = 0$ не имеет ненулевых решений, то $X^0 \in X^c$.

Следствие 2. Если для любых неотрицательных $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, но не равных нулю одновременно, $\sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla f_j(X^0) \neq 0$, то $X^0 \in X^*$.

Подобные результаты были получены в работе [3].

Замечание 3. Пусть критерии заданы вогнутыми функциями $f_j(X)$, тогда теоремы 1, 2 будут иметь место в том случае, если в их условиях систему $AH > 0$ заменить системой $AH < 0$.

Замечание 4. Пусть ограничения заданы вогнутыми функциями $g_r(X)$. Тогда теорема 2 будет иметь место в том случае, если в ее условиях систему $BH > 0, CH > 0$ заменить системой $BH < 0, CH < 0$.

Как следует из теорем 1, 2, вопрос о принадлежности X^0 области X^* или X^c сводится к вопросу о существовании ненулевого решения системы неравенств $U_1 H > 0, U_2 H > 0$ (3). Пусть матрица U_1 имеет размеры $b_1 \times n$, матрица $U_2 - b_2 \times n$. Построим матрицу U размером $(b_1 + b_2) \times n$, первые b_1 строк которой совпадают со строками U_1 , последние b_2 строк — со строками U_2 . Пусть $t_1(i), t_2(i), t_3(i)$ — число положительных, отрицательных и нулевых элементов соответственно в i -м столбце U ; $\delta(i) = \min(t_1(i), t_2(i)); \gamma = \min_{i=1, 2, \dots, n} \delta(i)$.

Из каждого неравенства системы (3) исключим h_i . Получим неравенства следующих типов:

$$\begin{aligned} h_i &> F_i(h_1, h_2, \dots, h_n, \gamma); \quad h_i > F'_i(h_1, h_2, \dots, h_n, \gamma); \\ h_i &< H_i(h_1, h_2, \dots, h_n, \gamma); \quad h_i < H'_i(h_1, h_2, \dots, h_n, \gamma); \\ V_i(h_1, \dots, h_n, \gamma) &> 0; \quad V'_i(h_1, \dots, h_n, \gamma) > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $F_s, F_{s'}, H_p, H_{p'}, V_q, V_{q'}$ — некоторые линейные комбинации неизвестных $h_1, h_2, \dots, h_{i-1}, h_{i+1}, \dots, h_n$; индексы s, s', p, p', q, q' пробегают непересекающиеся множества. Система (4) равносильна системе неравенств $U_1^{(1)} H^{(1)} > 0, U_2^{(1)} H^{(1)} > 0$ (5) относительно неизвестных $H^{(1)} = (h_1, \dots, h_{i-1}, h_{i+1}, \dots, h_n)$. Матрицы $U_1^{(1)}, U_2^{(1)}$ имеют по $n-1$ столбцов.

Продолжаем с системой (5) ту же процедуру, что и с системой (3). Получим систему неравенств $U_1^{(2)} H^{(2)} > 0, U_2^{(2)} H^{(2)} > 0$ уже относительно $n-2$ неизвестных.

Продолжая этот процесс, получаем систему неравенств для одного неизвестного $h_p, p \in \{1, 2, \dots, n\}: u_1 h_p > 0, \dots, u_\alpha h_p > 0, v_1 h_p > 0, \dots, v_\beta h_p > 0$ (6), где α, β — целые числа. Система (6) может и не содержать как строгих, так и не строгих неравенств.

Здесь возможны следующие случаи.

1. Система (6) содержит хотя бы одно строгое неравенство. Тогда а) если среди чисел $u_j, j = 1, 2, \dots, \alpha$ есть хотя бы одно число, равное нулю, или если найдется два числа разных знаков, то система (3) не имеет ненулевого решения; б) если все числа $u_j, j = 1, 2, \dots, \alpha$ не равны нулю и имеют один знак, среди чисел $v_j, j = 1, 2, \dots, \beta$ есть числа другого знака (ненулевые), то система (3) не имеет ненулевых решений; в) если все числа $u_j, j = 1, 2, \dots, \alpha$ не равны нулю, имеют один знак, а любое число $v_j, j = 1, 2, \dots, \beta$ либо равно нулю, либо имеет тот же знак, то система (3) имеет ненулевое решение.

2. Система (6) не содержит строгих неравенств. Тогда а) если для любого $j = 1, 2, \dots, \beta$ $v_j > 0$ или для всех $j = 1, 2, \dots, \beta$ $v_j < 0$, то система (3) имеет ненулевое решение, б) если существуют $j_1, j_2 \in \{1, 2, \dots, \beta\}$ такие, что числа v_{j_1}, v_{j_2} имеют разный знак, то в системе (3) следует положить $h_p = 0$ (при найденном p) и с полученной системой проделать выше описанную процедуру.

Пример. Пусть варьируются два параметра оптимизируемого объекта x_1, x_2 , на значения которых наложены ограничения $x_1^2 + x_2^2 \leq 2$. Имеется три критерия качества: $f_1(X) = x_1^2 + 2x_2^2, f_2(X) = x_1^2, f_3(X) = 2x_1^2 + x_2^2$. Необходимо определить принадлежность X^0 или X^0 состояния $X^0 = (-1, 1)$.

Здесь следует воспользоваться теоремой 2. Определим элементы матрицы $A: a_{11} = -2, a_{12} = 4, a_{21} = -2, a_{22} = 0, a_{31} = -4, a_{32} = 2$ и матрицы $B: b_{11} = 2, b_{12} = -2$ (см. условие теорем 1, 2). Согласно приведенному алгоритму на втором шаге получаем систему неравенств: $H_2 < 0, H_2 > 0$, откуда $H_2 = 0$. Но тогда и $H_1 = 0$, так что система $AH > 0, BH > 0$ может иметь только нулевое решение, т. е. $X^0 \in X^*$.

Исследуем вопрос об эффективности введенного алгоритма. Пусть $m_0 = b_1 + b_2, n_0 = n, m_k, n_k$ — размеры матрицы $U^{(k)}$ на k -м шаге алгоритма ($k > 1$).

Будем говорить, что число M^* — показатель эффективности алгоритма, если для каждого шага $m_k < M^*$ (m_k , n_k — размеры матрицы $U^{(k)}$, полученной на k -м шаге алгоритма). Число M^* зависит только от матрицы $U^{(1)}$. Чем меньше M^* , тем быстрее алгоритм будет реализован. Ищем верхнюю границу для M^* в зависимости от размеров m_1 , n_1 матрицы $U^{(1)}$.

Лемма 1. Пусть $m_1 < 4$. Тогда $M^* < 4$.

Доказательство. Поскольку $t_1(U_1, i) + t_2(U_1, i) + t_3(U_1, i) < 4$, $t_1(U_1, i) + t_2(U_1, i) + t_3(U_1, i) = m_2 < 4$. Тогда $t_1(U_2, i) + t_2(U_2, i) + t_3(U_2, i) < 4$, откуда $m_3 < 4$ и т. д. Тем самым $m_k < 4$ для любого k , значит, $M^* < 4$. Лемма 1 доказана.

Лемма 2. Пусть $m_1 > 5$. Тогда $M^* < \frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{4} \right)^{2^{n_1-1}}$.

Доказательство. Заметим, что для любого k

$$m_{k+1} < \frac{m_k^2}{4}.$$

Отсюда

$$m_k < \frac{m_1^{2^{k-1}}}{4 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot 4^{2^{k-2}}} = \frac{m_1^{2^{k-1}}}{4^{2^k-1}} = \frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{4} \right)^{2^{k-1}}.$$

В частности, $m_n = M^* < \frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{4} \right)^{2^{n_1-1}}$, что и требовалось доказать.

Лемма 2 дает нам верхнюю границу для M^* . Однако она может достигаться в самом «худшем» случае, который маловероятен. В связи с этим введем некоторое число ε , $0 < \varepsilon < 1$, которое назовем уровнем доверия и будем считать, что если событие выполняется с вероятностью $1 - \varepsilon$, то оно выполняется.

Пусть M_ε^* обозначает показатель эффективности алгоритма при уровне доверия ε (фиксируем размеры матрицы $U^{(1)}$, значения же элементов матрицы $U^{(1)}$ считаем случайными величинами).

Следующая лемма является вспомогательной.

Лемма 3. Событие, заключающееся в том, что $\gamma(U^{(1)}) < 1$, выполняется при уровне доверия ε тогда и только тогда, когда

$$\left(1 - \frac{m_1 + 1}{2^{n_1-1}} \right)^{n_1} < \varepsilon, \quad m_1 > 5.$$

Доказательство. Вероятность обратного события, заключающегося в том, что $\gamma(U^{(1)}) > 1$, равна $\left(1 - \frac{m_1 + 1}{2^{n_1-1}} \right)^{n_1}$, откуда и следует заключение леммы 3.

Введем функцию

$$n(m, \varepsilon) = \min \left\{ n : \left(1 - \frac{m+1}{2^{n-1}} \right)^n < \varepsilon \right\}.$$

Например, при $\varepsilon = 0,3$ имеем $n(5, 0,3) = 5$, $n(6, 0,3) = 7$, $n(7, 0,3) = 13$, $n(8, 0,3) = 22$, $n(9, 0,3) = 38$, $n(10, 0,3) = 68$, $n(11, 0,3) = 123$, $n(12, 0,3) = 224$.

Лемма 4. Пусть матрица $U^{(1)}$ имеет размеры m_1, n_1 такие, что $n_1 > n(m_1, \varepsilon)$. Тогда $M_1^* < m_1$.

Доказательство. Поскольку $n_1 > n(m_1, \varepsilon)$, согласно лемме 3 можем утверждать, что $\gamma(U^{(1)}) < 1$ при уровне доверия ε . Это, в свою очередь, означает $m_2 < m_1$. Заметим, что $n_2 = n_1 - 1$. Нетрудно доказать $n(m_1 - 1, \varepsilon) < n(m_1, \varepsilon) - 1$. Тогда $n_2 = n_1 - 1 > n(m_1, \varepsilon) - 1 > n(m_1 - 1, \varepsilon) > n(m_2, \varepsilon)$. Это означает, что при уровне доверия ε $\gamma(U^{(2)}) < 1$, откуда $m_3 < m_2 < m_1$. Продолжая повторять эти рассуждения, получаем $m_k < m_1$ для любого номера k (при уровне доверия ε), откуда следует, $M_1^* < m_1$. Лемма 4 доказана.

Леммы 1, 2, 4 позволяют решить вопрос о том, целесообразно ли пользоваться предлагаемым алгоритмом в конкретных ситуациях. Если $m_1 < 4$, то согласно лемме 1 алгоритм реализуется достаточно быстро (для самых жестких требований). В условиях леммы 4 алгоритмом пользоваться целесообразно (если ε достаточно мало), однако следует осуществлять в процессе счета контроль за числами m_k . Алгоритмами также целесообразно пользоваться, если нас устраивает оценка $M^* < \frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{4} \right)^{2^{m_1-1}}$ из леммы 2. Контроль за числами m_k в этом случае осуществлять не требуется.

Если оценка $M^* < \frac{1}{4} \left(\frac{m_1}{4} \right)^{2^{m_1-1}}$ не устраивает, $m_1 > 5$ и не выполнены условия леммы 4, то предлагаемым алгоритмом пользоваться нецелесообразно. В этом случае следует использовать иной алгоритм выяснения вопроса о разрешимости системы неравенств (в работе [4] число шагов алгоритма зависит полиномиально от значений элементов матрицы $U^{(1)}$) или использовать алгоритмы, связанные с другим подходом к решению задачи о распознавании области компромиссов [3].

Пример. Пусть нас устраивает критерий эффективности не выше чем $2 \cdot 10^3$.

1. Матрица $U^{(1)}$ имеет размер 4×50 . Поскольку $m_1 < 4$, алгоритмом пользоваться целесообразно (согласно лемме 1).

2. Матрица $U^{(1)}$ имеет размер 7×40 . В этом случае $m_1 > n(7, 0,3)$, и согласно лемме 4 $M_{0,3}^* < 7$. Алгоритмом пользоваться целесообразно, но следует производить контроль за числами m_k .

3. Матрица $U^{(1)}$ имеет размер 4×50 . Тогда согласно лемме 2 $M^* < \frac{6561}{4} < 2 \cdot 10^3$, и алгоритмом пользоваться целесообразно.

4. Матрица $U^{(1)}$ имеет размер 10×10 , алгоритмом пользоваться нецелесообразно.

Список литературы: 1. Емельянов С. В., Борисов В. И., Милевин А. А., Чермакин А. М. Модели и методы векторной оптимизации. — Итоги науки и техники. — Техническая кибернетика, 1973, 5, с. 386—447. 2. Линейные неравенства и смежные вопросы/Под ред. Г. У. Куна, А. У. Таккера. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959. — 470 с. 3. Кулик Е. Г. Методы выделения области компромиссов в задачах векторной оптимизации. — АСУ и приборы автоматизации, 1980, вып. 54, с. 53—66. 4. Химия Д. Г. Полиномиальный алгоритм в линейном программировании. — ДАН СССР, 1979, 244, с. 1093—1096.

Поступила в редакцию 25.02.82.

УДК 62—50

А. Б. ФИЛИМОНОВ

ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

Вопросы наблюдения состояния объектов с запаздываниями изучались рядом авторов [1—4], однако полученные ими результаты не решают данную задачу.

Суть предлагаемого решения состоит в следующем. Движение объекта разлагается на вынужденную и свободную составляющие: первая обусловлена входными воздействиями, вторая — начальным отклонением объекта от равновесного состояния. Вынужденная составляющая вычисляется посредством точной модели объекта. При определении свободной составляющей учитываются лишь существенные моды [5] объекта, в связи с чем в последнем выделяется конечномерная подсистема, генерирующая эти моды, и затем производится асимптотическое оценивание состояния выделенной подсистемы.

Класс объектов. Рассматриваемые линейные стационарные объекты описываются дифференциально-разностными уравнениями вида

$$S: \frac{d}{dt} x(t) = \sum_{j=0}^J A_j x(t - \tau_j) + u(t), \quad (1)$$

$$y(t) = \sum_{j=0}^J C_j x(t - \tau_j).$$

Здесь $t \in R_+$ — текущее время; $0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_J = \tau < +\infty$ — время запаздывания, $u \in R^r$ — входная, $x \in R^n$ — внутренняя, $y \in R^m$ — выходная переменные объекта, A_j, C_j — постоянные вещественные матрицы; $A_j \in R^{n \times n}$ и $C_j \in R^{m \times n}$ ($j = 0, \dots, J$); $R = (-\infty, +\infty)$ — ось вещественных чисел; $R_+ = [0, +\infty)$ — ее положительная полуось, R^l — l -мерное евклидово пространство.

Далее будет также использоваться переменная $z \in R^{(n+m)}$, определяемая равенством

$$z(t) \triangleq \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}.$$

Текущее состояние $\hat{\psi}(t)$ объекта можно определить как сужение вектор-функции $x(t)$ на отрезок $[t - \tau, t]$: $\hat{\psi}(t) = x|_{[t-\tau, t]}$. Для задания начального состояния $\hat{\psi}(0)$ необходимо доопределить функции $x(t)$, $u(t)$ на отрезок $[-\tau, 0]$. Далее будем предполагать, что они непрерывны на этом отрезке, а входное воздействие $u(t)$ является непрерывной функцией на полуоси R_+ .

Задача оценивания состоит в вычислении асимптотической оценки текущего состояния объекта по данным наблюдения его выхода, причем входное воздействие $u(t)$ считается известным.

Хотя пространство состояний объекта является бесконечномерным, данная задача сводится к асимптотическому оцениванию конечномерной переменной $x(t)$ и так же, как в конечномерном случае [6], может быть сформулирована в качестве задачи синтеза оценивателя $\hat{S}$ -динамической системы, на вход которой подаются сигналы $u(t)$, $y(t)$, а с выхода снимается требуемая оценка.

Ошибка оценивания $z(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ (2) должна удовлетворять следующим двум условиям: во-первых, она не зависит от движения объекта и, во-вторых, удовлетворяет равенству $\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0$.

Кроме того, в постановку задачи следует включить требование качества оценивания в форме задания показателя $\delta > 0$ экспоненциального затухания ошибки, т. е. асимптотическим равенством $z(t) = 0$ ($\exp(-\delta t)$) при $t \rightarrow +\infty$ (3) (символ «0 малое» обозначает функцию, имеющую более высокий порядок малости в данном случае в точке $t = +\infty$), либо в форме задания модального состава переменной $z(t)$ [6].

Спектр объекта. Построим функциональные матрицы $\hat{A}(p)$, $\hat{G}(p)$, $\hat{Q}(p)$ размеров $n \times n$, $m \times n$, $(n + m) \times n$ соответственно равенствам

$$\hat{A}(p) \triangleq \sum_{j=0}^J A_j \exp(-\tau_j p), \quad \hat{G}(p) \triangleq \sum_{j=0}^J C_j \exp(-\tau_j p),$$

$$\hat{Q}(p) \triangleq \left[\frac{I_n p - \hat{A}(p)}{\hat{G}(p)} \right].$$

Здесь p — комплексная переменная; а I_n — единичная матрица n -го порядка.

Положим $T \triangleq n\tau$. Данная величина мажорирует запаздывания во всех каналах объекта, включая канал вход — выход.

Реакция объекта на входное воздействие $u(t)$ определяется его передаточной матрицей размера $(n + m) \times n$:

$$W(p) = \left[\frac{I_n}{\hat{G}(p)} \right] (I_n p - \hat{A}(p))^{-1},$$

так что первые n строк данной матрицы описывают динамику переменной x , а последние m строк — динамику переменной y .

Характеристическая функция объекта $\Delta(p)$ определяется равенством $\Delta(p) = \det(I_n p - \hat{A}(p))$.

Рассмотрим спектр объекта Λ — множество корней $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ его характеристической функции, которые будем полагать пронумерованными в порядке неубывания их абсолютных величин. Кратность корня λ обозначим через $n(\lambda)$.

В соответствии с работой [7] далее точки спектра объекта назовем также его полюсами. Можно показать, что каждая точка $\lambda \in \Lambda$ является к тому же особой точкой матричной функции $W(p)$, точнее — ее полюсом порядка $n(\lambda)$.

Далее при спектральном анализе объекта будет использоваться матричная функция $W(\lambda, p)$ — *гладкая часть* разложения его передаточной матрицы $W(p)$ в ряд Лорана в окрестности полюса $p = \lambda$. Нетрудно видеть, что $W(\lambda, p)$ является рациональной матричной функцией переменной p , все ее полюса — корнями полинома $\Delta(\lambda, p) = (p - \lambda)^{n(\lambda)}$ (4) и при $p \rightarrow \lambda$ она удовлетворяет асимптотическому равенству $W(p) = W(\lambda, p) + O(1)$. (5). В данном равенстве символ $O(1)$ обозначает функцию, регулярную в точке $p = \lambda$.

Спектральная декомпозиция. Поставим в соответствие корню $\lambda \in \Lambda$ многочленные матрицы $\hat{A}(\lambda, p)$, $\hat{G}(\lambda, p)$:

$$\hat{A}(\lambda, p) = \sum_{k=0}^{n(\lambda)-1} \hat{A}^{(k)}(\lambda) (p - \lambda)^k; \quad \hat{G}(\lambda, p) = \sum_{k=0}^{n(\lambda)-1} \hat{G}^{(k)}(\lambda) (p - \lambda)^k$$

и рассмотрим конечномерную динамическую систему, описываемую уравнениями

$$\tilde{S}(\lambda): \frac{d}{dt} \tilde{x}(\lambda, t) = \hat{A}\left(\lambda, \frac{d}{dt}\right) \tilde{x}(\lambda, t) + u(t);$$

$$\tilde{y}(\lambda, t) = \hat{G}\left(\lambda, \frac{d}{dt}\right) \tilde{x}(\lambda, t).$$

Если λ — вещественное, то эта система является *вещественной*: $\tilde{x} \in R^n$, в противном случае система — *комплексная*: $\tilde{x} \in C^n$, где C — поле комплексных чисел.

Можно показать, что точка $p = \lambda$ является полюсом системы $\tilde{S}(\lambda)$ кратности $n(\lambda)$, причем главная часть передаточной матрицы этой системы в полюсе $p = \lambda$ равна $W(\lambda, p)$. Следовательно, в системе $\tilde{S}(\lambda)$ можно выделить подсистему $\tilde{S}(\lambda)$ $n(\lambda)$ -го порядка с характеристическим полиномом (4) и передаточной матрицей $W(\lambda, p)$.

Рассмотрим функциональный ряд

$$W(\Lambda, p) = \sum_{i=1}^{\infty} W(\lambda_i, p).$$

Далее ограничимся случаем, когда этот ряд сходится абсолютно в точках $p \in C \setminus \Lambda$. Данное ограничение позволит проще изложить идею спектральной декомпозиции (теорема 1), однако оно не существенно для основных результатов статьи (теоремы 2—5).

Теорема 1. Любое движение объекта $z(t)$ при $t > T$ представимо в виде суперпозиции движений цепочки систем

$$S_T, S(\lambda_i), i = 1, 2, \dots; z(t) = z_T(t) + z(\lambda_1, t) + z(\lambda_2, t) + \dots + z(\lambda_n, t) + \dots \quad (6)$$

Здесь $z_T \in R^n$ — выход системы S_T , а $z(\lambda_i, t) \in R^n$ — текущий выход системы $S(\lambda_i)$, $\lambda_i \in \Lambda$. Система S_T имеет конечную память, не превышающую T , и описывает эффект последствия в объекте.

Доказательство. Доказательство основывается на разложении решений дифференциально-разностных уравнений в ряды [8, 9].

В силу принятого ограничения определена матричная функция

$$W_T(p) = W(p) - \sum_{i=1}^{\infty} W(\lambda_i, p), \quad (7)$$

которую можно рассматривать в качестве передаточной матрицы некоторой динамической системы S_T . Применяя выражение (5) к (7), убеждаемся, что $W_T(p)$ — целая матричная функция, так что спектр системы S_T является пустым множеством. В силу этого обстоятельства из формулы (7) следует (6).

Покажем, что система S_T имеет конечную память $\leq T$. С этой целью рассмотрим свободное движение объекта S , полагая $u(t) = 0$ при $t \in R_+$. При $t > 0$ функция $x(t)$ удовлетворяет однородному дифференциальному уравнению, получающемуся из (1) подстановкой $u(t) = 0$, и поэтому разлагается в ряд по основным (квазиполиномиальным) решениям $x(\lambda_i, t)$, $i = 1, 2, \dots$, [8, 9] этого уравнения:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n x(\lambda_i, t) \text{ при } t > (n-1)\tau.$$

Но тогда для выхода системы S_T справедливо равенство $z_T(t) = 0$ при $t > T$. Следовательно, память системы S_T не превышает T , а $W_T(p)$ — целая матричная функция степени $\leq T$. Теорема доказана.

Системы $S_T, S(\lambda_i), i = 1, 2, \dots$, удобно считать продуктом функциональной декомпозиции объекта, т. е. в соответствии с рисунком рассматривать их в качестве параллельно соединенных подсистем объекта. При этом подсистемы $S(\lambda_i)$, $\lambda_i \in \Lambda$ играют роль простейших функциональных компонент объекта, из которых можно составлять подсистемы, соответствующие выделенным частям его спектра.

Теорема 2. Для полной наблюдаемости системы $S(\lambda)$ необходимо и достаточно выполнение условия $\text{rang } \hat{Q}(\lambda) = n$ (8).

Доказательство. Свободное движение подсистемы $x(t) = x(0) \exp(\lambda t)$ сопровождается реакцией выхода объекта $y(t) = \hat{G}(\lambda) x(0) \exp(\lambda t)$. Можно показать, что подсистема вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда любой вектор $x(0) \in \text{Ker}(I_n \lambda - \hat{A}(\lambda))$ возможно определить по выходу объекта, т. е. $\text{Ker } \hat{G}(\lambda) \cap$

$\cap \text{Ker}(I_n \lambda - \hat{A}(\lambda)) = \emptyset$, что равносильно условию (8).

Подсистема с заданной степенью устойчивости. В спектре объекта Λ выделим конечное множество $\Lambda_1 = \{\lambda \in \Lambda \mid \text{Re } \lambda > -\varepsilon\}$ и рассмотрим дополнительное к нему множество $\Lambda_2 = \Lambda \setminus \Lambda_1$.

Образует из систем $S(\lambda)$, $\lambda \in \Lambda_1$ систему $S(\Lambda_1)$. Эта подсистема объекта является конечномерной, ее динамический порядок $n_1 = \sum_{\lambda \in \Lambda_1} n(\lambda)$, а передаточная матрица $W(\Lambda_1, p) = \sum_{\lambda \in \Lambda_1} W(\lambda, p)$.

Построим тройку матриц (F_1, G_1, H_1) $F_1 \in R^{n_1 \times n_1}$, $G_1 \in R^{n_1 \times n}$, $H_1 \in R^{m \times n_1}$, являющуюся минимальной реализацией передаточной матрицы подсистемы: $W(\Lambda_1, p) = H_1 (I_{n_1} p - F_1)^{-1} G_1$. Образует из первых n строк матрицы H_1 матрицу P_1 , а из оставшихся m строк — матрицу $\hat{Q}_1$, так что

$$H_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ \hat{Q}_1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

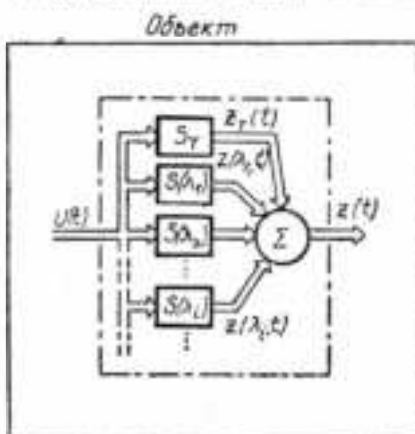
Тогда динамику подсистемы $S(\Lambda_1)$ можно описать уравнениями состояния в стандартной форме

$$\begin{aligned} S(\Lambda_1): \quad \frac{d}{dt} \varphi_1(t) &= F_1 \varphi_1(t) + G_1 u(t); \\ x_1(t) &= P_1 \varphi_1(t); \\ y_1(t) &= \hat{Q}_1 \varphi_1(t), \end{aligned}$$

где $t \in R_+$, $\varphi_1 \in R^{n_1}$ — состояние подсистемы, причем

$$z_1(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \end{bmatrix} = H_1 \varphi_1(t).$$

Учитывая структуру системы $S(\Lambda_1)$ и теорему 2, получаем следующий спектральный критерий ее полной наблюдаемости.



Структура подсистем объекта

Теорема 3. Для полной наблюдаемости подсистемы $S(\Lambda_1)$ объекта необходимо и достаточно, чтобы функциональная матрица $Q(S)$ в каждой точке спектрального множества Λ_1 имела максимальный ранг $\text{rang } Q(\lambda) = n$ при $\lambda \in \Lambda_1$ (10). Сравнение структур объекта S (см. рисунок) и его подсистемы $S(\Lambda_1)$, индуцированных спектральной декомпозицией, позволяет доказать следующую теорему.

Теорема 4. Свободное движение $\Delta z(t)$ объекта отличается от свободного движения его подсистемы $S(\Lambda_1)$ на слагаемое, затухающее быстрее экспоненты $\exp(-\beta t)$, т. е. может быть представлено следующими уравнениями:

$$\frac{d}{dt} \Delta \dot{\varphi}_1(t) = F_1 \Delta \dot{\varphi}_1(t); \quad (11)$$

$$\Delta z(t) = \left[\frac{\Delta x(t)}{\Delta y(t)} \right] = H_1 (\Delta \dot{\varphi}_1(t) + e(t)), \quad (12)$$

причем при $t \rightarrow +\infty$ выполняется асимптотическое равенство $e(t) = 0$ ($\exp(-\beta t)$) (13). Здесь $t \in R_+$, $\Delta \dot{\varphi}_1 \in R^{n_1}$ — состояние подсистемы; $e \in R^{n_1}$ — возмущение, представляющее вклад в движение объекта его подсистем S_T , $S(\lambda)$, $\lambda \in \Lambda_2$.

Решение задачи. Предлагаемое решение основано на выделении в движении объекта $z(t)$ вынужденной $z^*(t)$ и свободной $\Delta z(t)$ составляющих:

$$z(t) = z^*(t) + \Delta z(t),$$

причем для вычисления вынужденной составляющей применяется точная модель объекта, а свободная составляющая оценивается по схеме Люенбергера [6].

Предположим, что выполнено условие (10). Тогда в силу теоремы 3 подсистема $S(\Lambda_1)$ объекта вполне наблюдаема, т. е. вполне наблюдаема пара матриц (F_1, Q_1) . Значит, можно выбрать такую числовую матрицу $L \in R^{n_1 \times n_2}$, чтобы спектр составной матрицы $F_1 - LQ_1$ лежал в полуплоскости $\text{Re } p < -\beta$.

Рассмотрим систему $\hat{S}$, функционирующую согласно уравнениям

$$\hat{S}: \frac{d}{dt} x^*(t) = \sum_{j=0}^J A_j x^*(t - \tau_j) + u(t); \quad (14)$$

$$y^*(t) = \sum_{j=0}^J C_j x^*(t - \tau_j); \quad (15)$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y^*(t);$$

$$\frac{d}{dt} \Delta \dot{\varphi}_1(t) = F_1 \Delta \dot{\varphi}_1(t) + L(\Delta y(t) - \hat{Q}_1 \Delta \dot{\varphi}_1(t)); \quad (16)$$

$$\Delta \dot{x}(t) = P_1 \Delta \dot{\varphi}_1(t); \quad (17)$$

$$\hat{x}(t) = x^*(t) + \Delta \hat{x}(t), \quad (18)$$

где $t \in R_+$, $x^* \in R^n$, $y^* \in R^m$, $\Delta y \in R^m$, $\hat{\Delta}\phi \in R^{n_1}$, $\hat{\Delta}x \in R^n$, $\hat{x} \in R^n$ — выход системы.

Теорема 5. Динамическая система $\hat{S}$ генерирует асимптотическую оценку $\hat{x}(t)$ переменной $x(t)$, причем ошибка оценивания (2) удовлетворяет условию (3).

Доказательство. Прежде всего отметим, что уравнениями (14), (15) представлена вышеупомянутая модель объекта, а уравнениями (16), (17) — асимптотический оценщик Льюенбергера. Далее, $\hat{\Delta}\phi_1(t)$ имеет смысл асимптотической оценки величины $\Delta\phi_1(t)$, а $\hat{\Delta}x(t)$ — асимптотической оценки разности $\Delta x(t) = x(t) - x^*(t)$ (19).

Обращаясь к теореме 4 и вычитая выражение (11) из (16) с учетом (9), получаем

$$\frac{d}{dt} (\hat{\Delta}\phi_1(t) - \Delta\phi_1(t)) = (F_1 - L\hat{Q}_1)(\hat{\Delta}\phi_1(t) - \Delta\phi_1(t)) + L\hat{Q}_1 e(t).$$

Складывая уравнение (18) и (19) с учетом (17), (12) и (9), находим

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) = P_1(\hat{\Delta}\phi_1(t) - \Delta\phi_1(t)) - P_1 e(t).$$

Теперь следует учесть выбор матрицы L и равенство (13). В результате приходим к выражению (3). Теорема доказана.

Наконец, отметим, что именно моды подсистемы $S(\Lambda_1)$ и только лишь они являются существенными для задачи оценивания с заданной точностью (3). Далее, локализация спектра оценщика в полуплоскости $\text{Re } p < -\delta$ позволяет избежать искажения асимптотической оценки собственной динамикой оценщика.

Предлагаемое решение применимо также к задачам оценивания, в которых конкретизируется модальный состав ошибки оценивания. В самом деле, достаточно выбрать δ достаточно большим по размеру, задаться надлежащим расположением спектра оценщика в полосе $-\delta < \text{Re } p < 0$ и найти соответствующую коэффициентную матрицу оценщика $F_1 - LQ_1$.

Пример. Пусть динамика объекта описывается уравнением

$$S: \frac{d}{dt} x(t) = \exp(1) x(t-1) + u(t), \quad y(t) = x(t-1).$$

Положим $\lambda = 1$. В полуплоскости $\text{Re } p > -\lambda$ объект имеет единственный полюс $\lambda = 1$.

Используя изложенный в статье подход, принимаем $\Lambda_1 = \{1\}$ и находим передаточную матрицу подсистемы $S(1)$:

$$W(1, p) = \left[\frac{1}{\frac{2(p-1)}{\exp(-1)}} \right].$$

Отсюда получаем параметры подсистем:

$$F_1 = 1, P_1 = \frac{1}{2}, \hat{Q}_1 = \frac{1}{2} \exp(-1).$$

Если положить $L = 5 \exp(1)$, то спектр оценщика, функционирующего согласно скалярным уравнениям (16)–(18), будет состоять из единственного числа, равного $F_1 - L\hat{Q}_1 = -\frac{3}{2}$. Но тогда генерируемая оценка будет удовлетворять условию $\hat{x}(t) = x(t) + 0 \exp(-t)$.

Список литературы: 1. Красовский В. Н., Куржанский А. Б. К вопросу о наблюдаемости систем с запаздыванием. — Дифференц. уравнения, 1966, 12, № 3, с. 299–308. 2. Красовский В. Н. Теория управления движением. — М.: Наука, 1968. — 476 с. 3. Метельский А. В., Минюк С. А. К теории полной наблюдаемости систем с запаздыванием. — Дифференц. уравнения, 1978, 14, № 4, с. 624–633. 4. Минюк С. А. К теории идеальной наблюдаемости линейных систем с запаздыванием. — Дифференц. уравнения, 1978, 14, № 12, с. 2164–2169. 5. Porter B., Crossley R. Modal Control: Theory and Applications. — London: Taylor & Francis, 1972. — 220 p. 6. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. — М.: Наука, 1976. — 424 с. 7. Macfarlane A. G. J., Karcanias N. Poles and zeros of linear multivariable systems: a survey of the algebraic, geometric and complex-variable theory. — Int. J. Contr., 1976, 24, № 1, p. 33–76. 8. Белаян Р., Кук К. Дифференц. уравнения. — М.: Мир, 1967. — 548 с. 9. Эльсольц Л. Э., Норкин С. Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. — М.: Наука, 1971. — 296 с.

Поступила в редакцию 09.11.82.

УДК 681.325:681.335

А. И. ТИМЧЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО АЛГОРИТМА АЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Известно достаточно много структур АЦП поразрядного уравнивания, корректирующих динамическую ошибку второго рода [1], обусловленную изменением сигнала за время преобразования. Однако эти структуры не обладают высокой помехоустойчивостью к действию импульсных помех на их входе и к сбоям элементов схемы. АЦП, построенные с использованием кодов Фибоначчи и систем счисления с иррациональными основаниями [2], не позволяют корректировать сбой типа $0 \rightarrow 1$ и динамическую ошибку второго рода, вызванную уменьшением сигнала за время преобразования. Кроме этого, для данных схем необходима разработка новых структур цифро-аналоговых преобразователей (ЦАП).

Предлагаемый алгоритм аналого-цифрового преобразования использует в своей основе избыточное I_1 -представление двоичных чисел [3], в котором группы разрядов имеют одинаковые веса и кратны степени 2. В этой системе счисления для N -разрядного

уравновешивания измеряемой величины $U_x \in [0, 2^n]$ ($n = N/2$) формируются веса разрядов

$$\varphi_1(N-1), \varphi_1(N-2), \varphi_1(N-3), \varphi_1(N-4), \dots, \varphi_1(N-L-1), \\ \varphi_1(N-L-2), \dots, \varphi_1(1), \varphi_1(0),$$

удовлетворяющие соотношениям

$$\varphi_1(N-1) = \varphi_1(N-2) = 2^{\frac{N}{2}-1}; \quad \varphi_1(N-3) = \varphi_1(N-4) = 2^{\frac{N}{2}-1}; \\ \vdots \\ \varphi_1(N-L-1) = \varphi_1(N-L-2) = 2^{\frac{N}{2}-\frac{L}{2}}; \\ \vdots \\ \varphi_1(1) = \varphi_1(0) = 2^0,$$

где $L = 0, 2, 4, \dots, N$. Так как $l = L/2$ ($l = 0, 1, 2, \dots, n$), то веса двух разрядов l -й группы связаны соотношением

$$\varphi_1(2(n-l)-1) = \varphi_1(2(n-l)) = 2^{n-l}.$$

Для приведенной системы весов разрядов уравновешивание производится таким же образом, как и для двоичной системы счисления, начиная со старшего разряда, вес которого равен $\varphi_1(2n-1)$, а состояние i -го разряда регистра кода определяется на основании условий

$$\begin{aligned} \text{а) } i \neq 1 \quad R_i &= \begin{cases} 0, & \text{если } U_x < U_i \wedge R_{i-1} = 0; \\ 1, & \text{если } U_x > U_i \vee (U_x < U_i \wedge R_{i-1} = 1); \end{cases} \\ R_{i-1} &= \begin{cases} R_{i-1}, & \text{если } U_x < U_i; \\ 0, & \text{если } U_x > U_i; \end{cases} \\ \text{б) } i = 1 \quad R_i &= \begin{cases} 0, & \text{если } U_x < U_i; \\ 1, & \text{если } U_x > U_i; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

где R_i — i -й разряд регистра кода; U_i — уравновешивающая величина, сформированная на i -м такте преобразования, значение которой определяется, как и в классическом преобразователе поразрядного уравновешивания, суммой весов включенных разрядов

$$U_i = \sum_{m=1}^i R_m 2^{n-m},$$

где $j = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \delta\left(\frac{m}{2} - \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor\right)$; $\delta(x)$ — единичная функция, принимающая значение 1, если $x > 0$, и 0 — в остальных случаях.

Сформулированное правило определения состояния i -го разряда регистра кода основано на свойстве «развертки» кодов l_1 -представления. Из выражения (1) видно, что состояние i -го разряда регистра кода определяется с учетом состояния $(i-1)$ -го разряда и результата сравнения измеряемой и уравновешивающих величин. Состояние $(i-1)$ -го разряда может

корректироваться, что очень важно при изменении сигнала в сторону уменьшения, а также при сбоях в разрядах регистра кода типа 0→1. Коррекция результата преобразования с изменением сигнала в сторону увеличения и сбоях типа 1→0 обеспечивается избыточностью представления двоичных чисел.

Временная диаграмма рис. 1, а соответствует случаю, когда ошибки отсутствуют; рис. 1, б — случаю, когда помеха приводит к ложному результату сравнения на первом такте (сбой типа 1→0), однако ее действие корректируется и результат оказывается верным; рис. 1, в — случаю, когда значение изме-

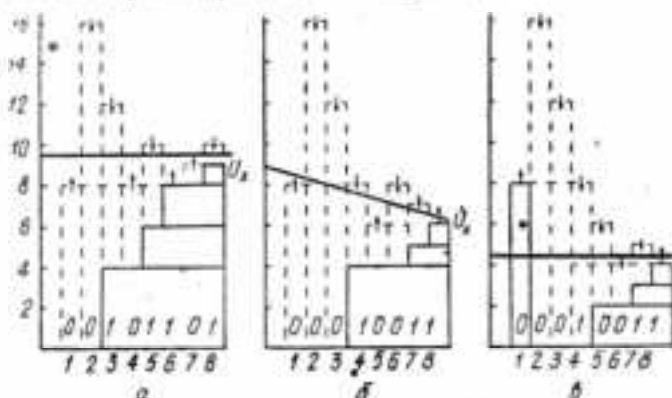


Рис. 1. Временная диаграмма:

а — ошибки отсутствуют; б — помеха приводит к ложному результату сравнения на первом такте (сбой типа 1→0)

ряемой величины уменьшается за время преобразования, но алгоритм позволяет точно отследить эти изменения.

Принципиально возможно создание нового ЦАП с весами разрядов

$$2^{n-1}, 2^{n-1}, 2^{n-2}, 2^{n-2}, \dots, 2^1, 2^1, 2^0, 2^0,$$

состоянием которого управлял бы $2n$ -разрядный регистр кода. Однако с точки зрения практической реализации целесообразнее использовать два n -разрядных ЦАП типа $R-2R$ с двумя n -разрядными регистрами. Если обозначить эти регистры кодов соответственно R^1, R^2 , то с учетом принятых обозначений уравновешивающая величина, формируемая на i -м такте, определится выражением

$$U_i = \sum_{l=1}^{i_1} R_{li}^1 2^{n-l_1} + \sum_{l=1}^{i_2} R_{li}^2 2^{n-l_2},$$

где i_1, i_2 — число отработанных разрядов соответственно в регистрах R^1, R^2 ; $i = i_1 + i_2$ — общее число разрядов, участвующих в уравновешивании.

Нетрудно заметить, что величины i_1, i_2 могут находиться только в двух отношениях:

- а) $i_1 = i_2$, если i — четное;
 б) $i_1 = i_2 + 1$, если i — нечетное. (2)

На основании соотношений (2) можно записать формулу для вычисления уравнивающей величины:

$$\text{случай а) } U_i = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor} (R_j^1 + R_j^2) 2^{n-j},$$

$$\text{случай б) } U_i = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor} (R_j^1 + R_j^2) 2^{n-j} + R_{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor + 1} 2^{n-\lfloor \frac{i}{2} \rfloor - 1}.$$

В общем случае получаем соотношение:

$$U_i = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor} (R_j^1 + R_j^2) 2^{n-j} + 2 \left(\frac{i}{2} - \left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor \right) R_{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor + 1} 2^{n-\lfloor \frac{i}{2} \rfloor - 1},$$

которое было положено в основу моделирования работы преобразователя.

Моделирование подтвердило высокую корректирующую способность предлагаемого алгоритма. Так, при изменении сигнала за время преобразования по линейному закону

$$U_i(i\Delta t) = U_i(0) + iq\Delta t,$$

где $U_i(0)$ — значение измеряемой величины в момент начала преобразования; i — номер такта уравнивания; q — скорость изменения сигнала за время такта (Δt) по отношению к величине младшего разряда (МР); Δt — длительность такта уравнивания при равномерном распределении его по шкале преобразователя для $n = 10$ и $q \in [-1, 1]$ среднеквадратичное значение динамической погрешности лежало в пределах 0,3–0,7 единиц МР, а максимальной погрешности по шкале — 1–3 единиц МР. Для классического алгоритма поразрядного уравнивания эти погрешности составили соответственно 0,3–1,6 и 1–10 единиц МР.

Высокая помехоустойчивость предлагаемого алгоритма подтверждена моделированием его работы в условиях действия импульсных помех. При моделировании сделаны следующие допущения: сигнал распределен по шкале равномерно; импульсная помеха аддитивна и накладывается на сигнал, она характеризуется частотой появления, максимальной амплитудой импульса, длительностью и полярностью импульса [4]. Время появления импульсов помехи определяем законом Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(K_0 t)^k}{k!} e^{-K_0 t},$$

где K_0 — среднее число импульсов помехи на один такт уравнивания; распределение максимальных амплитуд импульсов

подчиняем логарифмически-нормальному закону с максимальной амплитудой ξ_m и среднеквадратическим отклонением σ_x ; распределение длительностей — нормальному закону со средним значением τ_{cp} и дисперсией σ_u ; форма импульсов помехи — прямоугольная (указанное допущение не занижает оценку помехоустойчивости).

На рис. 2 для сравнения приведены зависимости среднеквадратической погрешности δ_{cp} (в единицах МР) предлагаемого алгоритма (сплошные линии) и классического алгоритма поразрядного уравнивания (пунктирные линии) от среднего числа импульсов помехи на один такт уравнивания при различных значениях максимальной амплитуды импульсов ξ_m помехи, выраженных в единицах полной шкалы преобразователя с $n=10$.

Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать вывод, что предлагаемый алгоритм обладает значительно большей помехоустойчивостью к действию импульсных помех, хотя за время преобразования на него воздействует в «среднем» в два раза больше импульсов помехи.



Рис. 2. Среднеквадратические погрешности классического и предлагаемого алгоритмов

Достаточно высокая способность к коррекции динамических погрешностей, повышенная помехоустойчивость и возможность технической реализации на основе серийно выпускаемых промышленностью компонент позволяют предполагать использование данного алгоритма аналого-цифрового преобразования в контрольно-измерительных системах, системах управления производственными и технологическими процессами, работающих в условиях повышенного уровня помех.

Список литературы: 1. Островерхов В. В. Динамические погрешности аналого-цифровых преобразователей. — Л.: Энергия, 1975. — 176 с. 2. Смирнов А. П. «Фибоначчевы» двоичные позиционные системы счисления. — Кодирование и передача дискретных сообщений в системах связи. — М.: Научн., 1976. — 179 с. 3. Азизов Н. В. Об одном способе повышения надежности функционирования ЦВМ. — Управляющие системы и машины, 1979. № 1. с. 53—57. 4. Михайлов Е. В. Помехозащищенность информационно-измерительных систем. — М.: Энергия, 1978. — 104 с.

Поступила в редакцию 04.01.82.

ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРВИЧНЫХ АБСТРАКЦИЙ МАТЕМАТИКИ НА ЯЗЫКЕ КОНЕЧНОЙ АЛГЕБРЫ

В работе [1] математически описываются на языке конечной алгебры первичные абстракции математики: принадлежность элемента множеству, включение и равенство множеств, равенство элементов. Описание будем вести в рамках универсальной алгебры [2]. Это потребует задания областей определения для всех вводимых переменных.

Сначала опишем понятие принадлежности $x \in X$ элемента x множеству X . Здесь x — буквенная переменная, заданная на конечном множестве букв M ; X — переменное множество букв, заданное на системе N множеств букв. Полагаем, что всегда $X \in M$. На языке конечной алгебры это отношение можно записать в виде следующего предиката второго порядка

$$x \in X = \bigvee_{a \in f \in N} f(x) X^{\xi(f)}. \quad (1)$$

Здесь f — предикат первого порядка, обозначающий множество из системы N ; $\bigvee$ — логическая сумма по всем множествам f из системы N ; ξ — вспомогательная буквенная переменная; $f(\xi)$ — более подробное обозначение предиката f ; $\equiv$ — равенство по определению.

Покажем, что определение (1) соответствует интуитивному пониманию отношения принадлежности. Когда $x \in M$, $X \in N$, т. е. x , X находятся в пределах областей своего определения, отношение $x \in X$ считают выполняющимся, если x входит в состав множества X , и не выполняющимся, — если не входит. Этот же результат получаем формально, приняв в выражении (1) $x = a$, $a \in M$, $X = r(\xi)$, $r(\xi) \in N$:

$$a \in r(\xi) = \bigvee_{f \in N} f(a) r(\xi)^{\xi(f)} = r(a) r(\xi)^{r(\xi)} = r(a) 1 = r(a).$$

Если $a \in r(\xi)$, то $r(a) = 1$, следовательно, $a \in r(\xi) = 1$. Если же $a \notin r(\xi)$, то $r(a) = 0$, поэтому $a \in r(\xi) = 0$. Таким образом, при выполнении отношения $x \in X$ предикат (1) всегда обращается в единицу, невыполнении — в нуль.

Рассмотрим пример формульной записи отношения $x \in X$. Пусть

$$x \in M, X \in N, M = \{0, 1, 2\}, N = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество $\{1, 2\}$ формально описываем предикатом $\xi^1 \vee \xi^2$, множество $\{2, 3\}$ — предикатом $\xi^2 \vee \xi^3$, отношение $x \in X$ — предикатом (1):

$$x \in X = (x^1 \vee x^2) X^{\xi^1 \vee \xi^2} \vee (x^2 \vee x^3) X^{\xi^2 \vee \xi^3}.$$

Это описание можно упростить, заметив, что $3 \in M$. Следовательно, при любом $\xi \in M$ имеем $\xi^3 = 0$. Поэтому

$$x \in X = (x^1 \vee x^2) X^{\xi^1 \vee \xi^2} \vee x^2 X^{\xi^2}. \quad (a)$$

Рассмотренным примером иллюстрируется следующий важный факт. Если по недосмотру нарушено условие $X \in M$ и введены в множество системы N элементы, отсутствующие в множестве M , то эти элементы все равно автоматически исключаются. Следовательно, если область N сформирована без учета элементного состава множества M , ее имеет смысл скорректировать, исключив из множеств системы N все элементы, отсутствующие в множестве M . В результате достигнем упрощения математического описания отношения $x \in X$. В данном примере надо принять $N = \{\{1, 2\}, \{2\}\}$, исключив из множества $\{2, 3\}$ первоначально заданной системы N элемент 3. После такой корректировки системы N множество M можно будет принять в качестве области определения переменной ξ для всех предикатов $f(\xi) \in N$.

Приведем примеры вычислений по формуле (a):

$$1 \in \{1, 2\} = (1^1 \vee 1^2) (\xi^1 \vee \xi^2)^{\xi^1 \vee \xi^2} \vee 1^2 (\xi^1 \vee \xi^2)^{\xi^2} = 1 \quad 1 \vee 0 \quad 0 = 1,$$

$$0 \in \{2\} = (0^1 \vee 0^2) (\xi^2)^{\xi^1 \vee \xi^2} \vee 0^2 (\xi^2)^{\xi^2} = 0 \quad 0 \vee 0 \quad 1 = 0.$$

Как видим, результаты вычислений соответствуют действительному положению дела, поскольку $1 \in \{1, 2\}$, а $0 \in \{2\}$.

Перейдем к математическому описанию понятия включения $X \subseteq Y$ множества X в множество Y . Считаем, что множества X, Y берутся из системы множеств N , элементы множеств системы N — из множества букв M . На языке конечной алгебры это отношение запишется в виде предиката второго порядка:

$$X \subseteq Y = \bigvee_{f, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x))) X^{f(\xi)} Y^{g(\xi)}, \quad (2)$$

где $\bigvee_{f, g \in N}$ означает, что берется логическая сумма по всем парам (f, g) множеств $f, g \in N$, запись $\bigwedge_{x \in M}$ — логическое произведение по всем $x \in M$.

Покажем, что определение (2) соответствует интуитивному пониманию включения множества. Действительно, отношение $X \subseteq Y$ считают выполняющимся, если любой элемент x из множества M , принадлежащий множеству X , вместе с тем принадлежит множеству Y , и невыполняющимся, если для некоторого $x \in M$ при $x \in X$ оказывается, что $x \notin Y$. Этот результат получаем формально, приняв в выражении (2) $X = r(\xi)$, $Y = s(\xi)$ такими, что

$$r(\xi), s(\xi) \in N: \\ r(\xi) \subseteq s(\xi) = \bigvee_{f, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x))) r(\xi)^{f(\xi)} s(\xi)^{g(\xi)} =$$

$$= \bigwedge_{x \in M} (r(x) \supset s(x)) \quad r(\xi)^{r(\xi)} s(\xi)^{s(\xi)} = \bigwedge_{x \in M} (r(x) \supset s(x)).$$

Если $r(\xi) \subseteq s(\xi)$, для всех $x \in M$ из $r(x) = 1$ вытекает $s(x) = 1$, т. е. $\bigwedge_{x \in M} (r(x) \supset s(x)) = 1$. Следовательно, $r(\xi) \subseteq s(\xi) = 1$. Если же

$r(\xi) \not\subseteq s(\xi)$, то найдется такой $x \in M$, что $r(x) = 1$, но $s(x) = 0$, т. е. $\bigwedge_{x \in M} (r(x) \supset s(x)) = 0$. Поэтому $r(\xi) \subseteq s(\xi) = 0$. Таким

образом, при выполнении отношения $X \subseteq Y$ предикат (2) всегда обращается в единицу, а при невыполнении — в нуль.

Рассмотрим пример формульной записи отношения $X \subseteq Y$. Пусть $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$. Отношение $X \subseteq Y$, где $X, Y \in N$, формально описываем предикатом (2). Чтобы этот предикат записать, предварительно вычислим произведение вида $\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x))$ для всех пар $\langle f, g \rangle$ множеств $f, g \in N$:

$$\bigwedge_{x \in \{0, 1, 2\}} (x^1 \supset x^1 \vee x^2) = (0^1 \supset 0^1 \vee 0^2) (1^1 \supset 1^1 \vee 1^2) (2^1 \supset 2^1 \vee 2^2) = \\ = (0 \supset 0) (1 \supset 1) (0 \supset 1) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1.$$

Аналогично находим

$$\bigwedge_{x \in \{0, 1, 2\}} (x^1 \vee x^2 \supset x^1) = 0, \quad \bigwedge_{x \in \{0, 1, 2\}} (x^1 \supset x^1) = 1, \\ \bigwedge_{x \in \{0, 1, 2\}} (x^1 \vee x^2 \supset x^1 \vee x^2) = 1.$$

Таким образом,

$$X \subseteq Y = X^{01}Y^{11 \vee 12} \vee X^{01}Y^{12} \vee X^{11 \vee 12}Y^{11 \vee 12}. \quad (6)$$

Из формулы (6) имеем

$$\xi^1 \subseteq \xi^1 \vee \xi^2 = (\xi^1)^{01} (\xi^1 \vee \xi^2)^{11 \vee 12} \vee (\xi^1)^{01} (\xi^1 \vee \xi^2)^{12} \vee \\ \vee (\xi^1)^{11 \vee 12} (\xi^1 \vee \xi^2)^{11 \vee 12} = 11 \vee 10 \vee 01 = 1, \quad \xi^1 \vee \xi^2 \subseteq \xi^1 = 0, \\ \xi^1 \subseteq \xi^1 = 1, \quad \xi^1 \vee \xi^2 \subseteq \xi^1 \vee \xi^2 = 1.$$

Это означает, что

$$\{1\} \subseteq \{1, 2\}, \quad \{1, 2\} \subseteq \{1\}, \quad \{1\} \subseteq \{1\}, \quad \{1, 2\} \subseteq \{1, 2\}.$$

Может показаться, что при рассмотрении отношения включения достаточно ограничиться заданием системы множеств N , а задавать множество M вообще нет необходимости: ведь переменная x в формуле (2) связана знаком логического произведения, и поэтому независимыми переменными являются только величины X, Y . Такой взгляд, однако, неверен. Дело в том, что, не задав область определения для переменной x , мы лишимся возможности эффективно проводить вычисления по формуле (2). В этом случае мы будем вынуждены вместо произведения $\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x))$ иметь дело с произведением $\bigwedge_x (f(x) \supset g(x))$, где знак $\bigwedge_x$ обозначает до-

гическое перемножение по всем буквам x , имеющимся в алфавите универсальной конечной алгебры. Между тем исходное множество букв в универсальной алгебре очерчено нечетко [2] — оно неопределенно велико (можно взять в качестве значения x любой знак, какой только мы способны записать). Это значит, что вычислить значение формулы $\bigwedge (f(x) \supset g(x))$ при фиксированных f и g не представляется возможным. А отсюда вытекает невозможность отыскать значение формулы (2) при заданных X, Y .

Наконец, дадим формальное определение понятия равенства множеств X, Y . Полагаем, что $x \in M$; $X, Y \in N$. Тогда

$$X = Y \equiv \bigvee_{x \in M} (\bigwedge_{f \in N} (f(x) \sim g(x))) X^{N(x)} Y^{N(x)}. \quad (3)$$

Равенство множеств, задаваемое этой формулой, согласуется с обычным его определением, используемым в теории множеств:

$$(X = Y) = X \subseteq Y \wedge Y \subseteq X. \quad (4)$$

Действительно, согласно выражениям (3), (2)

$$\begin{aligned} (X = Y) &= \bigvee_{f, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) (g(x) \supset f(x))) X^{N(x)} Y^{N(x)} X^{N(x)} Y^{N(x)} = \\ &= \bigvee_{f, g \in N} ((\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) X^{N(x)} Y^{N(x)}) \vee (\bigwedge_{x \in M} (g(x) \supset f(x)) \wedge \\ &\quad \wedge Y^{N(x)} X^{N(x)}) = (\bigvee_{f, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) X^{N(x)} Y^{N(x)}) \wedge \\ &\quad \wedge (\bigvee_{f, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (g(x) \supset f(x)) Y^{N(x)} X^{N(x)}) = X \subseteq Y \wedge Y \subseteq X. \end{aligned}$$

В теории множеств известен ряд тождеств и тождественно истинных высказываний, в которых фигурируют знаки принадлежности элемента множеству, включая и равенство множеств. Эти тождества должны выполняться и при использовании формальных определений принадлежности элемента множеству, включения и равенства множеств. Ниже некоторые из тождеств теории множеств доказываются средствами конечной алгебры.

Рассмотрим тождество

$$X \subseteq Y = \forall x (x \in X \supset x \in Y). \quad (5)$$

Поскольку $x \in M$, равенство (5) можно переписать в виде

$$X \subseteq Y = \bigwedge_{x \in M} (x \in X \supset x \in Y). \quad (6)$$

Для доказательства того, что равенство (6) есть тождество, нам придется воспользоваться тождеством конечной алгебры

$$\Gamma (\bigvee_{f \in N} f(x) X^{N(x)}) = \bigvee_{f \in N} \Gamma (f(x)) X^{N(x)}, \quad (X \in N). \quad (7)$$

Здесь $\Gamma(u)$ — булева функция; x — переменная первого порядка; X — переменная второго порядка; f — предикат первого порядка; M — множество букв; N — система предикатов первого порядка, заданных на множестве M .

Докажем справедливость тождества (7). Для этого произвольным образом зафиксируем $X \in M$ приравняв его к предикату первого порядка $r(\xi)$. Тогда

$$\Gamma(\bigvee_{i \in N} f(x) r(\xi)^{N(i)}) = \Gamma(r(\xi)); \quad \bigvee_{i \in N} \Gamma(f(x) r(\xi)^{N(i)}) = \Gamma(r(\xi)).$$

Переходим к доказательству тождественности равенства (6):

$$\begin{aligned} X \subseteq Y &= \bigvee_{i, g \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x))) X^{N(i)} Y^{g(i)} = \bigvee_{g \in N} (\bigvee_{i \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset \\ &\supset g(x))) X^{N(i)} Y^{g(i)}) = \bigvee_{i \in N} (\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset \bigvee_{g \in N} g(x) Y^{g(i)})) X^{N(i)} = \\ &= \bigwedge_{x \in M} (\bigvee_{i \in N} f(x) X^{N(i)} \supset \bigvee_{g \in N} g(x) Y^{g(i)}) = \bigwedge_{x \in M} (\bigvee_{i \in N} f(x) X^{N(i)} \supset \\ &\supset \bigvee_{g \in N} g(x) Y^{g(i)}) = \bigwedge_{x \in M} (x \in X \supset x \in Y). \end{aligned}$$

Рассмотрим высказывание

$$x \in X \wedge (x = y) \supset y \in X. \quad (8)$$

Как известно, оно истинно при любых x, y, X . Докажем истинность высказывания (8) формально, опираясь на введенное ранее определение (1) принадлежности буквы множеству и на следующее определение равенства букв:

$$x = y = \bigvee_{a \in M} x^a y^a. \quad (9)$$

В определении (9) предполагается, что $x, y \in M$. Это определение соответствует интуитивному пониманию равенства букв. Действительно, пусть $a, b \in M$, тогда согласно (9) $(a = a) = a^a a^a = 1$, если же $a \neq b$, то $(a = b) = 0$.

Полагая $x, y \in M, X \in N$, высказывание (8) формально запишем в виде

$$(\bigvee_{i \in N} f(x) X^{N(i)}) \wedge (\bigvee_{a \in M} x^a y^a) \supset (\bigvee_{g \in N} g(y) X^{g(i)}). \quad (в)$$

Выберем произвольно $X = r(\xi), r(\xi) \in M$ и подставим значение X в последнюю формулу. После упрощений получим

$$r(x) \wedge (\bigvee_{a \in M} x^a y^a) \supset r(y). \quad (г)$$

Пусть $x = y = a, a \in M$, тогда формула (г) примет вид $r(a) \wedge 1 \supset r(a) = 1$. Пусть теперь $x = a, y = b; a, b \in M, a \neq b$. В этом случае значение формулы (г) $r(a) \wedge a \supset r(b) = 1$. Таким образом, при любых $x, y \in M$ и любом предикате первого порядка $r(x)$, заданном на M , имеет место тождество

$$r(x) \wedge (\bigvee_{a \in M} x^a y^a) \supset r(y) = 1. \quad (10)$$

Итак, мы доказали, что формула (в) при любых $x, y \in M, X \in N$ обращается в единицу.

Рассмотрим высказывание $(x = y) \supset (X(x) \sim X(y))$ (11), характеризующее экстенциональность знака равенства букв. Его тождественная истинность доказывается по аналогии с формулой (8). При доказательстве следует учесть, что $X(x) = x \in X$ (12) и что $(\bigvee_{x \in M} x^2 y^2) \supset (r(x) \sim r(y)) = 1$ (13) при любых $x, y \in M$ и любом $r(x)$, заданном на M .

Рассмотрим свойство рефлексивности включения множеств: $X \subseteq X$ (14).

Тождественная истинность этого высказывания для конечных множеств вытекает из определения включения множеств. Действительно, полагая в (2) $X = Y = r(i)$, где $r(i)$ — произвольное множество из системы N , получаем

$$\begin{aligned} r(i) \subseteq r(i) &= \bigvee_{l, g \in N} \left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) \right) r(i)^{N(l)} r(i)^{g(i)} = \\ &= \bigwedge_{x \in M} (r(x) \supset r(x)) = 1. \end{aligned}$$

Перейдем к рассмотрению свойства транзитивности включения множеств: $X \subseteq Y \wedge Y \subseteq Z \supset X \subseteq Z$ (15).

Докажем тождественную истинность этого высказывания, отталкиваясь от определения (2) включения множеств и используя тождество (7). Имеем

$$\begin{aligned} X \subseteq Y \wedge Y \subseteq Z \supset X \subseteq Z &= \left(\bigvee_{l, g \in N} \left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) \right) X^{N(l)} Y^{g(i)} \right) \wedge \\ &\quad \left(\bigwedge_{g, h \in N} \left(\bigwedge_{x \in M} (g(x) \supset h(x)) \right) Y^{g(i)} Z^{h(i)} \right) \supset \left(\bigvee_{l, h \in N} \left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \supset h(x)) \right) X^{N(l)} Z^{h(i)} \right) = \left(\bigwedge_{x \in M} \left(\bigvee_{l \in N} f(x) X^{N(l)} \supset \bigvee_{g \in N} g(x) Y^{g(i)} \right) \wedge \right. \\ &\quad \left. \bigwedge_{x \in M} \left(\bigwedge_{g \in N} g(x) Y^{g(i)} \supset \bigvee_{h \in N} h(x) Z^{h(i)} \right) \supset \left(\bigwedge_{x \in M} \left(\bigvee_{l \in N} f(x) X^{N(l)} \supset \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \supset \bigvee_{h \in N} h(x) Z^{h(i)} \right) = \bigvee_{l, g, h \in N} \left(\left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) \right) \wedge \left(\bigwedge_{x \in M} (g(x) \supset \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \supset h(x)) \right) \supset \bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset h(x)) \right) X^{N(l)} Y^{g(i)} Z^{h(i)}. \end{aligned}$$

Положим $X = r(i)$, $Y = s(i)$, $Z = t(i)$, где $r(i)$, $s(i)$, $t(i)$ — произвольные множества из системы N . Согласно полученному равенству

$$\begin{aligned} r(i) \subseteq s(i) \wedge s(i) \subseteq t(i) \supset r(i) \subseteq t(i) &= \left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset \right. \\ &\quad \left. \supset g(x)) (g(x) \supset h(x)) \right) \supset \bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset h(x)). \end{aligned}$$

Осталось доказать, что

$$\left(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset g(x)) (g(x) \supset h(x)) \right) \supset \bigwedge_{x \in M} (f(x) \supset h(x)) = 1 \quad (16)$$

при любых предикатах g, f, h , заданных на M . Чтобы это сделать, мы сначала докажем одну вспомогательную теорему.

Теорема. Если

$$\bigwedge_{x \in M} (p(x) \supset g(x)) = 1, \text{ то } \bigwedge_{x \in M} p(x) \supset \bigwedge_{x \in M} g(x) = 1$$

для любых предикатов p, g , заданных на множестве M .

Доказательство. Пусть

$$M = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}, \quad M_t = \{a_1, a_2, \dots, a_t\}, \quad 1 \leq t \leq k.$$

Предположим, что $\bigwedge_{x \in M} (p(x) \supset g(x)) = 1$ и докажем, что при лю-

бом t $T_t = \bigwedge_{x \in M} p(x) \supset \bigwedge_{x \in M} g(x) = 1$. По условию имеем

$$p(a_i) \supset g(a_i) = 1 \quad (1 \leq i \leq k), \quad (x)$$

$T_1 = p(a_1) \supset g(a_1) = 1$. Считаем, что $T_{t-1} = 1$. Выведем $T_t = 1$. Очевидно,

$$T_t = (\bigwedge_{x \in M_{t-1}} p(x)) p(a_t) \supset (\bigwedge_{x \in M_{t-1}} g(x)) g(a_t).$$

Воспользуемся известным правилом логики: для любых высказываний A, B, C, D , если $A \supset B$ и $C \supset D$, то $A \wedge C \supset B \wedge D$. Утверждение $T_{t-1} = 1$ означает, что

$$\bigwedge_{x \in M_{t-1}} p(x) \supset \bigwedge_{x \in M_{t-1}} g(x) = 1.$$

Отсюда и из формулы (x) по только что приведенному правилу получаем $T_t = 1$. Следовательно $T_k = 1$. Иными словами,

$$\bigwedge_{x \in M} p(x) \supset \bigwedge_{x \in M} g(x) = 1.$$

Теорема доказана.

Из теоремы непосредственно вытекает (16), поскольку согласно цепному правилу логики

$$(f(x) \supset g(x)) (g(x) \supset h(x)) \supset (f(x) \supset h(x)) = 1$$

для любых f, g, h, x .

Тождественная истинность транзитивности равенства множеств

$$X = Y \wedge Y = Z \supset X = Z \quad (17)$$

доказывается аналогично формуле (15) на базе тождества

$$(\bigwedge_{x \in M} (f(x) \sim g(x)) (g(x) \sim h(x))) \supset \bigwedge_{x \in M} (f(x) \sim h(x)) = 1, \quad (18)$$

справедливого при любых предикатах f, g, h , заданных на M . Тождество (18) вытекает из приведенной выше теоремы.

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнаренок Ю. П. Об алгебре конечных предикатов произвольного порядка. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 92—98. 2. Шабанов-Кушнаренок Ю. П. Об универсальной алгебре конечных предикатов. — АСУ и приборы автоматизации, 1980, вып. 55, с. 69—74.

Поступила в редакцию 07.12.81.

В. А. РУСТИНОВ

**ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ
КОМБИНАЦИОННОГО ТИПА НА ОСНОВЕ
СИГНАТУРНОГО АНАЛИЗА. СООБЩЕНИЕ 2**

Анализ модифицированной логической модели (МЛМ). Изложим суть анализа МЛМ при построении таблицы функций неисправностей (ТФН) [1]. Мощность множества Π возможных элементарных проверок (число строк ТФН) при задании дискретного объекта его МЛМ невелика и определяется количеством выходов компонентов, входящих в его состав. В случае этих обстоятельств применение ТФН для построения алгоритмов диагностирования эффективно даже для достаточно сложных объектов.

Рассмотрим процедуру построения ТФН на примере объекта, изображенного на рис. 1. Выпишем системы уравнений, описывающие ФПД блоков МЛМ, а также ФТД тех блоков, которые имеют структурную глубину больше единицы, так как внешние воздействия объекта диагностирования допустимы, т. е. ФТД блоков со структурной глубиной, равной единице, всегда будут принимать значение α . Для правильной логической модели символы внутренних входов в уравнениях, описывающих ФТД, можно заменить на символы ФПД связанных с ними выходов.

Системами уравнений (1) — (5) и равенствами (6) представлена аналитическая запись МЛМ объекта диагностирования, изображенного на рис. 1:

$$x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 = P_{1,3}^1, e_{1,1};$$

$$(x_1^0 x_2^0 \vee x_1^0 x_2^0) x_3^1 = F_{1,3}^1, e_{1,2}; \quad (1)$$

$$x_1^1 x_2^1 x_3^0 = F_{1,3}^0, e_{1,3}; \quad x_1^1 x_2^1 x_3^1 = F_{1,3}^1, e;$$

$$x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 = F_{2,3}^1, e_{2,1};$$

$$(x_1^0 x_2^0 \vee x_1^0 x_2^0) x_3^0 = F_{2,3}^0, e_{2,2}; \quad (2)$$

$$x_1^1 x_2^1 x_3^0 = F_{2,3}^0, e_{2,3}; \quad x_1^1 x_2^1 x_3^1 = F_{2,3}^1, e;$$

$$x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 = F_{3,3}^1, e_{3,1};$$

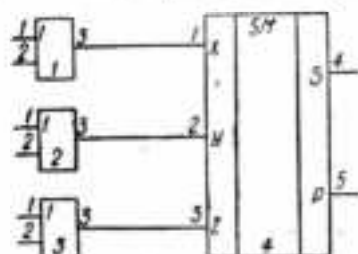


Рис. 1. Фрагмент цифрового устройства

$$(x_1^0 x_2^0 \vee x_1^1 x_2^0) x_3^0 = F_{3,3}^0, e_{3,3}; \quad (3)$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^0 = F_{3,3}^0, e_{3,3}; \quad x_1^0 x_2^0 x_3^1 = F_{3,3}^1, e;$$

$$x_1^1 x_2^0 x_3^0 x_4^0 = F_{4,4}^0 \wedge F_{4,5}^0, e_{4,1};$$

$$(x_1^1 x_2^1 \vee x_1^0 x_2^1 \vee x_1^1 x_2^0) x_3^0 x_4^0 \vee (x_3^1 \vee x_3^0) \wedge x_1^0 x_2^0 x_3^0 x_4^0 = F_{4,4}^0 \wedge F_{4,5}^0, e_{4,2};$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^0 x_4^1 = F_{4,4}^1 \wedge F_{4,5}^1, e_{4,3};$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^1 x_4^0 = F_{4,4}^1 \wedge F_{4,5}^1, e_{4,4}; \quad (4)$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^1 x_4^1 = F_{4,4}^0 \wedge F_{4,5}^0, e_{4,5};$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^0 x_4^0 = F_{4,4}^0 \wedge F_{4,5}^0, e_{4,6};$$

$$x_1^0 x_2^0 x_3^1 x_4^1 = F_{4,4}^1 \wedge F_{4,5}^1, e;$$

$$(F_{2,3}^1 \vee F_{2,3}^0 \vee F_{2,3}^1) F_{1,3}^0 F_{3,3}^0 \vee (F_{2,3}^1 \vee F_{2,3}^0 \vee F_{2,3}^1) F_{1,3}^0 F_{3,3}^0 \vee$$

$$\vee F_{1,3}^0 F_{2,3}^0 F_{3,3}^0 = P_{4,4}^0 \wedge P_{4,5}^0;$$

$$(F_{1,3}^1 \vee F_{1,3}^0) F_{2,3}^0 F_{3,3}^0 = P_{4,4}^1 \wedge P_{4,5}^1; \quad F_{1,3}^1 F_{2,3}^0 F_{3,3}^0 = P_{4,4}^1 \wedge P_{4,5}^1; \quad (5)$$

$$P_{1,3} = \alpha; \quad P_{2,3} = \alpha; \quad P_{3,3} = \alpha. \quad (6)$$

Элементом R_i^r множества результатов R ТФН являются допустимое $\{\alpha\}$ или недопустимые $\{\beta, 1, 0\}$ значения элементарной проверки π_i^r для каждого технического состояния объекта.

Фактическое значение элементарной проверки π_i^r зависит от того, исправен k блок r компонента или нет, т. е. от значений ФПД и ФТД. В табл. 1 приведены семь возможных сочетаний значений ФПД и ФТД и указаны соответствующие им значения элементарной проверки.

При заполнении клеток ТФН по столбцам задаются технические состояния объекта, подставляются в системы уравнений (1)–(5) и вычисляются значения ФПД и ФТД для выходов каждого блока. Значения π_i^r определяются согласно табл. 1.

Например, второй столбец четверичной ТФН (см. табл. 2) вычисляется при условии, что отказал блок Q_1 и его отказ обусловлен возникновением подмножества эквивалентных дефектов $e_{1,1}$. Тогда

$$F_{1,3} = 1, \quad F_{2,3} = \alpha, \quad F_{3,3} = \alpha, \quad F_{4,4} = \alpha, \quad F_{4,5} = \alpha,$$

$$P_{1,3} = \alpha, \quad P_{2,3} = \alpha, \quad P_{3,3} = \alpha.$$

Подставляя в систему уравнений (5) полученные значения $F_{1,3}$, $F_{2,3}$ и $F_{3,3}$, имеем

Таблица 2

R	e	E															
		Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Q ₇	Q ₈	Q ₉	Q ₁₀	Q ₁₁	Q ₁₂	Q ₁₃	Q ₁₄	Q ₁₅	Q ₁₆
П	π_1^1	а	1	а	а	а	а	а	а	0	а	а	а	а	а	а	а
	π_2^1	а	а	а	а	а	а	а	а	1	а	а	а	а	а	а	а
	π_3^1	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	1	а	0	а
	π_4^1	а	а	а	а	1	0	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
	π_5^1	а	а	а	а	а	а	1	0	а	а	а	а	а	а	а	а
sign обобщенная		0000	0001				0002				0003						

$$(x^1 \vee x^0 \vee x^3) 1^* x^* \vee (x^1 \vee x^0 \vee x^3) 1^* x^* \vee 1^* x^* x^3 = P_{4,4}^3 \vee P_{4,5}^3;$$

$$(1^1 \vee 1^3) x^* x^* = P_{4,4}^3 \wedge P_{4,5}^3; \quad 1^* x^* x^* = P_{4,4}^3 \wedge P_{4,5}^3.$$

Таким образом,

$$P_{4,4}^3 \wedge P_{4,5}^3 = 0, \quad P_{4,4}^3 \wedge P_{4,5}^3, \quad P_{4,4}^3 \wedge P_{4,5}^3$$

или $P_{4,4} = \beta$, $P_{4,5} = \alpha$. Используя табл. 1, получаем

$$\pi_1^1 = 1; \quad \pi_2^1 = \alpha; \quad \pi_3^1 = \alpha; \quad \pi_4^1 = \beta; \quad \pi_5^1 = \alpha.$$

В табл. 2 представлена упорядоченная четверичная ТФН. Упорядоченным подмножествам столбцов ТФН соответствует одинаковое значение обобщенной сигнатуры выходов объекта диагностирования.

Определение 1. Обобщенной сигнатурой ($\text{sign}_{\text{обобщ}}$) назовем сигнатуру двоичной последовательности $a_1 a_{s-1} \dots a_1$ (s — количество выходов объекта, каждый разряд которой формируется в соответствии со следующим правилом:

$$a_i = \begin{cases} 0, & \text{если } \text{sign}_{\text{эксперимент}} = \text{sign}_{\text{этalon}} (\pi = \alpha); \\ 1, & \text{если } \text{sign}_{\text{эксперимент}} \neq \text{sign}_{\text{этalon}} (\pi = \beta, 1, 0). \end{cases}$$

Таким образом, $\text{sign}_{\text{обобщ}}$ является функцией результатов проверок (получения сигнатур) на выходах объекта диагностирования в исправном и неисправных состояниях. По ее виду определяем место возникновения дефекта с точностью до некоторого подмножества блоков МЛМ. В реальном ТЭЗ количество выходов может достигать сотен единиц, поэтому преобразование

экспериментальных сигнатур, полученных на его выходах, в обобщенную сигнатуру имеет существенные достоинства.

Для максимального использования диагностической информации, содержащейся в четверичных ТФН, предлагается дополнить ведомый зонд сигнатурного анализатора индикатором логических состояний нуля и единицы. Данный индикатор обеспечит качественное определение параметра, соответствующего отрицательному результату элементарной проверки.

Процесс определения технического состояния объекта диагностирования предлагается осуществлять поэтапно. На этапе

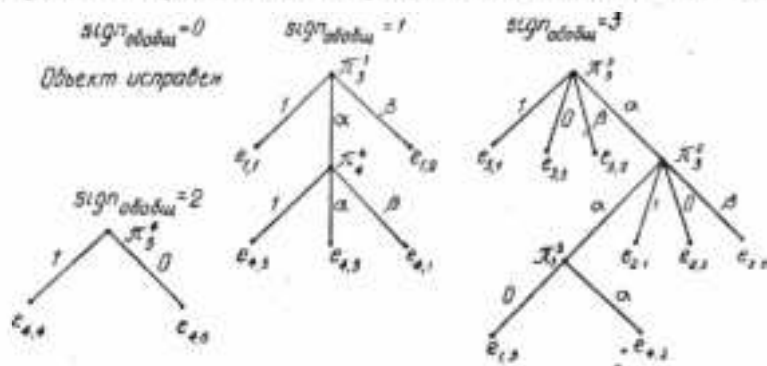


Рис. 2. Деревья поиска дефектов

контроля, используя понятие обобщенной сигнатуры, определяем подмножество состояний объекта, соответствующих некоторому значению обобщенной сигнатуры. На этапе поиска дефекта, выполняемого с помощью ведомого зонда, используем условный или безусловный алгоритм.

Процедура построения безусловных и условных алгоритмов диагностирования на основе четверичных ТФН может базироваться на методах, изложенных в работе [2]. На рис. 2 представлены деревья поиска дефектов условного алгоритма для цифрового устройства, изображенного на рис. 1.

В тех случаях, когда не требуется достижения максимальной глубины поиска дефекта, обеспечивающейся использованием четверичных ТФН, имеет смысл преобразовывать их в двоичные с целью упрощения процедуры построения деревьев поиска дефектов по следующему правилу. Символам $\{1, 0, \beta\}$ ставим в соответствие символ $\{0\}$, а символу $\{\alpha\}$ — символ $\{1\}$. Кроме того, неразличимые столбцы преобразованной ТФН заменяем одним с перечнем соответствующих состояний.

Изложенные результаты легли в основу диагностического математического обеспечения для сигнатурного тестера нового поколения. Основное отличие данного тестера от существующих заключается в введении в его структуру микроЭВМ и накопите-

лей информации на магнитных лентах, дисках. Данные накопители предлагается использовать для хранения эталонных и обобщенных сигнатур, тестов и деревьев поиска дефектов. Это позволит автоматизировать процесс диагностирования, уменьшить время и увеличить его достоверность.

Основные результаты данной работы доведены до программной реализации на языке ФОРТРАН-IV. Полученный пакет прикладных программ позволяет обрабатывать дискретные объекты, имеющие до 254 входов и выходов и включающие в свой состав до 54 корпусов микросхем серии К-155 и ей аналогичные.

Список литературы: 1. Основы технической диагностики (Под ред. П. П. Пархоменко. — М.: Энергия, 1976. — 463 с. 2. Пархоменко П. П., Соколов Е. С. Основы технической диагностики. — М.: Энергоиздат, 1981. — 320 с.

Поступила в редакцию 05.08.82.

УДК 65.012.2 : 655.32.139:

И. И. ПЫЖОВА

ВОПРОСЫ ПЛАНИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ГАЗЕТНОЙ ЭКСПЕДИЦИИ

Один из основных вопросов, который необходимо решить при проектировании вновь строящихся и модернизации старых предприятий экспедирования периодической печати, — выбор количества и качества технических средств. Этот вопрос делается еще более актуальным в связи с разработкой нового высокопроизводительного, но часто и более дорогостоящего, оборудования (например, автоматизированных линий обработки газет, устройств сортировки печати и т. д.) [1].

Прежде чем перейти к решению этого вопроса, рассмотрим основные особенности процесса экспедирования. Производственный процесс экспедирования периодической печати представляет собой ряд последовательных взаимосвязанных подпроцессов: подготовку сопроводительной документации, прием газет от типографии, упаковку газет в пачки, формирование посылов, сдачу мешков и пачек с печатью на внешний транспорт для отправки по назначению. Каждый из этих подпроцессов складывается из операций. Так, подпроцесс упаковки включает операции отсчета газет в стопы, обертки стоп в бумагу, обвязки и транспортировки к месту сортировки. Отдельные операции, в свою очередь, могут распадаться на ряд более мелких операций и так далее. Эти подпроцессы и операции обеспечиваются техническими средствами разного типа и в разном количестве. Назовем эти средства единым термином — разнокачественные ресурсы. Режим работы этих ресурсов зависит от характеристик входного потока газет (объема тиража, страничности, размера заголовка), от графика отправки готовой продукции, от перераспределения нагрузки при выходе из строя оборудования и так далее.

Основной целью предприятия экспедирования периодической печати является обработка печати в заданном времени отправки на внешний транспорт, в критерием качества — стоимость ресурсов, обеспечивающих весь технологический процесс экспедирования печати.

Наложение показывает, что планирование ресурсов — сложный процесс, от качества выполнения которого зависит эффективность дальнейшего функционирования предприятия. Поэтому весьма важна разработка таких методов

планирования ресурсов, которые бы обеспечивали максимальный эффект от проектируемого предприятия экспедирования печати.

Процесс планирования ресурсов предполагает решение двух задач: минимизации стоимости ресурсов и максимизации устойчивости функционирования проектируемой системы.

Первая задача рассматривает систему при отсутствии возмущающих воздействий как внутренних, так и со стороны внешней среды, вторая — влияние внешних и внутренних воздействий на достижение конечной цели планируемой системы и решается методом принятия устойчивых плановых решений, а также применением оперативного управления путем введения дополнительных ресурсов. Рассмотрим решение первой задачи — минимизации стоимости ресурсов.

Планирование ресурсов газетной экспедиции начинается с изучения технологического цикла процесса экспедирования и разделения его на отдельные функционально связанные подпроцессы (p_i), которые, в свою очередь, подразделяются на операции и так далее вплоть до неделимых операций. Этот процесс не поддается формализации и решается на основе изучения существующего технологического процесса. В результате разделения на первом этапе получаем некоторое множество подпроцессов

$$\{p_1, \dots, p_i, \dots, p_n\}$$

технологического цикла обработки газет, каждый из которых обеспечивается определенными ресурсами r_i . Это позволяет выполнить данный технологический подпроцесс за время t_i , линейно зависящее от ресурсов: $t_i = f(r_i)$, $i = \overline{1, n}$ (1). В рассматриваемой системе, являющейся строго терминальной, должно выполняться неравенство $\sum_i t_i < t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}$ (2), где $t_{\text{нач}}$, $t_{\text{кон}}$ — соответственно

директивные сроки начала и конца экспедирования газет. Это требование обеспечивается объединенными ресурсами по всем технологическим подпроцессам $\cup r_i$.

Ресурсы разнокачественные, поэтому введя стоимостный коэффициент c_i (цена единицы ресурса), запишем цель задачи в виде $\sum_i c_i r_i \rightarrow \min$ (3). Тогда задачу минимизации стоимости ресурсов в общем случае можно формализовать следующим образом.

Требуется минимизировать линейную форму $\sum_i c_i r_i$ при ограничениях на время экспедирования T , на целочисленность ресурсов r_i и на их размер:

$$\sum_i t_i < T \quad (4); \quad 0 < r_i < r_{\text{дон}} \quad (5),$$

где $T = t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}$; $r_i \in N$; N — натуральный ряд чисел.

Для решения этой задачи применяем метод поиска условного экстремума [2]. Тогда минимизируемую функцию (3) запишем так:

$$f(r_1, \dots, r_i, \dots, r_n) \rightarrow \min, \quad (6)$$

где $r_i \in R$; R — все действительные числа.

Ограничение (4) представляет собой уравнение связи и приводится к виду $\sum_i t_i/r_i - T = 0$ (7). При этом замена неравенства равенством приводит лишь к ужесточению требований к системе. Здесь t_i — время, за которое может быть выполнен подпроцесс при наличии только единичного ресурса $r_i = 1$.

Функция Лагранжа имеет вид

$$f^* = \sum_i c_i r_i - \lambda \left(\sum_i \frac{t_i}{r_i} - T \right), \quad (8)$$

где λ — множитель Лагранжа. Решением задачи будет результат решения системы уравнений

$$f'_{r_i} = \left(\sum_i c_i r_i - \lambda \left(\sum_i \frac{t_i}{r_i} - T \right) \right)'_{r_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}; \quad \sum_i \frac{t_i}{r_i} - T = 0, \quad (9)$$

который представляет собой равенство

$$r_i = \sqrt{\frac{\sum_i \sqrt{t_i c_i}}{T}} \sqrt{\frac{1}{c_i \frac{1}{t_i}}}. \quad (10)$$

Анализ выражения (10) показывает, что первый его сомножитель является постоянной величиной для всех i -х подпроцессов, второй — обратно пропорционален корню квадратному из произведения цены единицы ресурса c_i на величину $\frac{1}{t_i}$, характеризующую производительность ресурса.

В результате решения может оказаться, что не выполняется ограничение на целочисленность ресурсов. В этом случае выбираем целочисленное значение r'_i , наиболее близкое к r_i , которое удовлетворяет условию (4) и минимизирует функцию (6). Если окажется, что не выполняется ограничение (5), то принимаем $r_i = r_{\text{доп}}$ и вновь решаем систему уравнений (9).

Таким образом, применение метода множителей Лагранжа позволяет сузить область поиска оптимального решения и в дальнейшем решать задачу методами целочисленного программирования.

На втором этапе проектирования разобьем каждый подпроцесс (p_i) на операции и будем решать локальные задачи планирования ресурсов для каждой операции в отдельности:

$$\sum_j c_{ij} r_{ij} \rightarrow \min, \quad \sum_j t_{ij} = t_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (11)$$

где t_i — время выполнения i -го подпроцесса, полученное на первом этапе решения задачи; t_{ij} , r_{ij} , c_{ij} — соответственно время выполнения, ресурсы и их стоимость для каждой i -й операции.

Процесс разбиения продолжаем до неделимых операций и на каждом этапе решаем локальную задачу оптимизации

ресурсов. В этом смысле приведенные задачи назовем «вложенными». Каждая последующая задача уточняет предыдущую при более детальном подходе к процессу планирования. Все «вложенные» задачи решаются с применением лишь одного метода, что упрощает расчеты.

Предложенный подход к решению задачи планирования ресурсов позволяет произвести выбор оборудования из допустимого множества типов и определить режим его работы при проектировании газетных комплексов и других аналогичных предприятий.

Список литературы: 1. Тарнарицкий Ю. Н., Гаврилец И. Г. Перспективы автоматизации обработки газет. — Вестник связи, 1980, № 9, с. 21—22.
2. Мизанис А. Д. Лекции по высшей математике. — М.: Наука, 1967. — 640 с.

Поступила в редколлегию 09.09.81.

УДК 51 : 330.115

А. В. ПАНИШЕВ, канд. техн. наук,
А. М. ДАНИЛЬЧЕНКО

ВЫЧИСЛЕНИЕ ГРАНИЦ В ЗАДАЧЕ ТРЕХ СТАНКОВ

Приведем формулировку задачи Джонсона для случая трех станков.

Пусть каждая из n деталей последовательно проходит обработку на трех станках. Длительности прохождения детали i , $i = \overline{1, n}$ на первом, втором и третьем станках соответственно равны a_i , b_i , c_i . Требуется минимизировать общее время обработки деталей.

Воспользуемся следующим известным результатом [1]. Если число станков не больше трех, то существует такое оптимальное расписание, что на каждом станке детали обрабатываются в одной и той же последовательности π^* .

Задача Джонсона эквивалентна задаче минимизации суммарного времени простоя $\Phi(\pi)$ при обработке партии из n деталей на третьем станке. Нетрудно показать, что

$$\Phi(\pi) = \max_{1 \leq k \leq i \leq n} \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{i_j} + \alpha_{i_k} + \sum_{j=k}^i \varphi_{i_j} + \beta_{i_i} \right), \quad (1)$$

где $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ — некоторая перестановка элементов множества $\{1, 2, \dots, n\}$:

$$\gamma_{i_j} = a_{i_j} - b_{i_j}, \quad \alpha_{i_k} = c_{i_k}, \quad \varphi_{i_j} = b_{i_j} - c_{i_j}, \quad \beta_{i_i} = c_{i_i}.$$

Следовательно, в общем случае γ_{i_j} , φ_{i_j} — любые целые числа, а α_{i_k} , β_{i_i} принимают значения из множества неотрицательных целых чисел.

Рассмотрим формулировку задачи минимизации функции $\Phi(\pi)$ в терминах теории графов [2].

Пусть G — ориентированный граф без контуров, содержащий n компонент связности. Компонента связности G_i , $i = \overline{1, n}$ задана последовательностью вершин $(v_i^1, v_i^2, v_i^3, v_i^4, v_i^5)$, которая обозначает путь i , идущий из v_i^1 в v_i^5 [2]. Каждому ориентированному ребру (v_i^j, v_i^{j+1}) , $j = \overline{1, 4}$, пути i приписан вес $\omega(v_i^j, v_i^{j+1})$:

$$\omega(v_i^1, v_i^2) = \gamma_i, \quad \omega(v_i^2, v_i^3) = \alpha_i, \quad \omega(v_i^3, v_i^4) = \tau_i, \quad \omega(v_i^4, v_i^5) = \beta_i,$$

так что компонента i может быть представлена последовательностью весов $(\gamma_i, \alpha_i, \tau_i, \beta_i)$.

Пусть $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ — перестановка компонент связности графа G . Объединяя $G_{i_1}, G_{i_2}, \dots, G_{i_n}$ таким образом, что пара вершин $(v_{i_j}^2, v_{i_{j+1}}^1)$ представляет собой одну вершину $v_{i_j+1}^1$, $j = \overline{1, n-1}$, $v_{i_n}^1 = v_{i_n+1}^1$, а пара вершин $(v_{i_j}^4, v_{i_{j+1}}^3)$ — вершину $v_{i_j+1}^3$, $j = \overline{1, n-1}$, $v_{i_n}^3 = v_{i_n+1}^3$, получаем слабо связный граф без контуров $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ [2]. Очевидно, любой перестановке π соответствует один и только один граф $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$.

В графе $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ рассмотрим все пути, определяемые последовательностью вершин

$$(v_{i_1}^1, \dots, v_{i_k+1}^1, v_{i_k}^3, v_{i_k+1}^3, \dots, v_{i_l}^3, v_{i_l+1}^1), \quad 1 \leq k < l \leq n+1.$$

Сумма весов ориентированных ребер любого такого пути

$$\gamma_{i_1} + \gamma_{i_2} + \dots + \gamma_{i_k} + \alpha_{i_k} + \tau_{i_k} + \tau_{i_k+1} + \dots + \tau_{i_l} + \beta_{i_l}, \\ 1 \leq k < l \leq n.$$

В графе $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ найдем путь, которому ставится в соответствие величина $\Phi(\pi)$.

Следовательно, задача в постановке (1) формулируется как задача построения такого графа $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ из множества всех графов $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ так, что величина $\Phi(\pi)$ принимает минимальное значение.

Рассмотрим задачу нахождения минимума функции

$$F(\pi) = \max_{1 \leq k < l \leq n} \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{i_j} + \alpha_{i_k} + \sum_{j=k+1}^l \tau_{i_j} \right) \quad (2)$$

на множестве n -перестановок π элементов из $\{1, 2, \dots, n\}$, где $\gamma_{i_j}, \alpha_{i_k}, \tau_{i_j}$ — любые целые числа.

Сопоставляя выражения (1), (2), замечаем, что в графической интерпретации перестановке π соответствует подграф $H_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ графа $G_{i_1, i_2, \dots, i_n}$, полученный из n компонент H_i , каждая из которых задана последовательностью вершин $(v_i^1, v_i^2, v_i^3, v_i^4)$.

Для неотрицательных значений γ_{ij} , α_{ik} , η_{ij} задача минимизации функции $F(\pi)$ известна как задача о редакторе [3]. Покажем, что при любых целых γ_{ij} , η_{ij} построение оптимальной перестановки приводит к результату, сформулированному в работе [3].

Теорема. Решением задачи минимизации (2) является последовательность, в которой сначала следуют компоненты с $\gamma_i < \eta_i$ в порядке неубывания величин $\alpha_i + \gamma_i$, а затем компоненты с $\gamma_i < \eta_i$ в порядке невозрастания величин $\alpha_i + \eta_i$.

Доказательство. Теорему докажем, используя перестановочный прием [4]. Пусть

$$\pi = (i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, i_k, i_{k+1}, i_{k+2}, \dots, i_n) -$$

некоторая перестановка компонент множества $\{1, 2, \dots, n\}$; π' отличается от π транспозицией элементов, занимающих k -ю и $k+1$ -ю позиции,

$$\pi' = (i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, i_{k+1}, i_k, i_{k+2}, \dots, i_n).$$

Определим

$$\begin{aligned} F(\pi) = \max & \left[\max_{\substack{1 \leq u \leq k-1 \\ k+2 \leq u \leq n}} \left(\sum_{j=1}^u \gamma_{ij} + \alpha_{iu} + \sum_{j=u}^n \eta_{ij}, \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_{ij} + \gamma_{ik} + \alpha_{ik} + \right. \right. \\ & + \eta_{ik} + \eta_{i_{k+1}} + \sum_{j=k+2}^n \eta_{ij}, \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_{ij} + \gamma_{ik} + \gamma_{i_{k+1}} + \alpha_{i_{k+1}} + \\ & \left. \left. + \eta_{i_{k+1}} + \sum_{j=k+2}^n \eta_{ij} \right) \right]; \\ F(\pi') = \max & \left[\max_{\substack{1 \leq u \leq k-1 \\ k+2 \leq u \leq n}} \left(\sum_{j=1}^u \gamma_{ij} + \alpha_{iu} + \sum_{j=u}^n \eta_{ij}, \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_{ij} + \right. \right. \\ & + \gamma_{i_{k+1}} + \alpha_{i_{k+1}} + \eta_{i_{k+1}} + \eta_{ik} + \sum_{j=k+2}^n \eta_{ij}, \\ & \left. \left. \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_{ij} + \gamma_{i_{k+1}} + \gamma_{ik} + \alpha_{ik} + \eta_{ik} + \sum_{j=k+2}^n \eta_{ij} \right) \right]. \end{aligned}$$

Тогда $F(\pi) \leq F(\pi')$, если

$$\gamma_{ik} + \alpha_{ik} + \eta_{ik} + \eta_{i_{k+1}} \leq \gamma_{i_{k+1}} + \gamma_{ik} + \alpha_{ik} + \eta_{ik}$$

$$\text{и } \gamma_{ik} + \gamma_{i_{k+1}} + \alpha_{i_{k+1}} + \eta_{i_{k+1}} \leq \gamma_{i_{k+1}} + \alpha_{i_{k+1}} + \eta_{i_{k+1}} + \eta_{ik}$$

$$\text{или } \eta_{i_{k+1}} \leq \eta_{i_{k+1}} \text{ и } \gamma_{ik} \leq \eta_{ik}.$$

Если

$$\gamma_{ik} \leq \eta_{ik}, \text{ то } \alpha_{ik} + \gamma_{ik} \leq \alpha_{i_{k+1}} + \gamma_{i_{k+1}}.$$

В том случае, когда $\eta_{i_{k+1}} < \gamma_{i_{k+1}}$, потребуем выполнения неравенства $\alpha_{i_{k+1}} + \eta_{i_{k+1}} \leq \alpha_{ik} + \eta_{ik}$. Все рассматриваемые неравен-

ства выполняются для любых целых значений входящих в них величин. Теорема доказана.

Построим последовательность π_n , на которой достигается минимум функции $F(\pi)$, и занумеруем числами от 1 до n ее компоненты в порядке следования их в перестановке π_n .

Пусть последовательность π_n завершается прохождением детали с длительностью обработки на третьем станке, равной $\beta_n = c_n$. Тогда на множестве P_n всех перестановок $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ можно определить оценку снизу Φ_n целевой функции $\Phi(\pi)$:

$$\Phi_n = F(\pi_n) + \beta_n.$$

Предположим, что j -я деталь ($j = \overline{1, n-1}$) завершает обработку всей последовательности. Образует перестановку $\pi_j \in P_j$ вставкой компоненты j на позицию n в π_n [3]. Пусть α_j — любая из перестановок $n-1$ компонент $i_k, i_k \neq j$. Очевидно, что последовательности π_j соответствует нижняя граница функции $\Phi(\pi)$, определенной на множестве P_j :

$$\Phi_j = \max_{\alpha_j} \left[\max_{\pi_j} F(\alpha_j) + \alpha_j + \beta_j, \sum_{i=1}^n \gamma_i + 2\beta_j + \alpha_j \right] = F(\pi_j) + \beta_j.$$

Упорядочивая вычисленные оценки по неубыванию их значений $\Phi_{j_1} < \Phi_{j_2} < \dots < \Phi_{j_n}$, получаем верхнюю и нижнюю границы минимизируемой функции $\Phi(\pi)$:

$$\Phi_{\max} = \Phi(\pi_n), \quad s \in [j_k | 1 \leq k \leq n], \quad \Phi_{\min} = \Phi_{j_1}.$$

Предлагаемый способ построения перестановок, соответствующих оценкам Φ_j , можно рассматривать как алгоритм приближенного решения задачи трех станков, который часто приводит к точному решению. Рассмотрим его на примере, заимствованном из работы [4].

Пусть длительности обработки пяти деталей на трех станках $a_i = 5, 4, 7, 2, 3$; $b_i = 8, 4, 1, 8, 5$; $c_i = 1, 9, 4, 4, 1$. Следовательно,

$$\gamma_i = 4, -5, 3, -2, 2; \quad \eta_i = 7, -5, -3, 4, 4; \quad \alpha_i = \beta_i = 1, 9, 4, 4, 1;$$

$$G_1 = (4, 1, 7, 1); \quad G_2 = (-5, 9, -5, 9); \quad G_3 = (3, 4, -3, 4);$$

$$G_4 = (-2, 4, 4, 4); \quad G_5 = (2, 1, 4, 1).$$

Решая задачу минимизации функции (2), получаем следующую последовательность компонент, образующую перестановку π_5 , для которой $F(\pi_5) = 9$, $\Phi_5 = 13$: $(G_4, G_5, G_2, G_1, G_3)$. Последовательность $(G_4, G_5, G_2, G_3, G_1)$ обозначим через π_4 , $F(\pi_4) = 10$, $\Phi_4 = 11$. Далее поступаем аналогично для оставшихся трех перестановок:

$$\pi_3 = (G_4, G_3, G_1, G_2, G_5), \quad F(\pi_3) = 9, \quad \Phi_3 = 18;$$

$$\pi_2 = (G_4, G_2, G_1, G_3, G_5), \quad F(\pi_2) = 9, \quad \Phi_2 = 10;$$

$$\pi_1 = (G_5, G_2, G_1, G_3, G_4), \quad F(\pi_1) = 10, \quad \Phi_1 = 14.$$

Получена оптимальная перестановка π_2 , построенная методом ветвей и границ [4]. Общее время обработки деталей в последовательности π_2 минимально и равно 29.

Список литературы: 1. Джонсон С. М. Оптимальные двух- и трехоперационные календарные планы производства с учетом подготовительно-заключительного времени.— Календарное планирование, 1966, с. 33—41. 2. Харари Ф. Теория графов.— М.: Мир, 1973.— 300 с. 3. Леанер Е. В. Сетевой вклад в задачи теории расписаний.— Исследования по дискретной математике, 1973, с. 135—150. 4. Танаев В. С., Шкурба В. В. Введение в теорию расписаний.— М.: Наука, 1975.— 256 с.

Поступила в редколлегию 30.05.81.

УДК 62—501

Ю. Б. МАКСИМОВ, канд. техн. наук,
А. В. ПИДЛИСНЫЙ

**АГРЕГИРОВАНИЕ КОНСТРУКТОРСКОЙ
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ.
СООБЩЕНИЕ 1.
КОНСТРУКТОРСКОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ.**

Основные предпосылки. Управление сложными системами требует обработки больших объемов информации, что вызывает необходимость ее укрупнения.

Процедура укрупнения исходной информации получила название агрегирования. Для принятия эффективных решений на основе агрегированной информации необходимо, чтобы агрегированная модель управляемого процесса (объекта) удовлетворяла двум противоречивым требованиям: уровень агрегирования должен быть достаточно высок и обеспечивать компактность информации; агрегированная модель должна быть в достаточной степени адекватна, т. е. отражать наиболее существенные характеристики управляемого процесса (объекта). Системы управления, использующие агрегированные модели, строятся по иерархическому принципу, а последовательность принятия плановых решений обычно имеет следующий вид: агрегирование, построение оптимальных перспективных или стратегических планов, дезагрегирование, иначе, детализация частей полученных планов с дальнейшей оптимизацией оперативных или тактических планов на основе дезагрегированной информации. Операцию, обратную агрегированию, иногда называют декомпозицией.

При планировании дискретных производств описанные уровни принятия плановых решений соответственно носят названия объемно-календарного и календарного планирования. Для построения объемно-календарных планов используют агрегированные нормативные модели изготовления изделий (партий изделий).

Исходными данными для получения таких моделей является информация о конструкторском составе изделий и технологичности их изготовления. Эти два вида информации удобно представлять ориентированными бесконтурными графами $K = (X, U)$, $T = (Y, V)$. Множество вершин X графа K соответствует компонентам (деталям, сборочным единицам), входящим в изделие, множество дуг U отражает отношение непосредственного вхождения предметов друг в друга. Граф T образуется заменой каждой вершины $x_k \in X$ линейным подграфом, вершины которого y_{ki} соответствуют операциям по изготовлению k -го предмета, а дуги ω_{ki} определяют их последовательность. Множество вершин Y графа T образуют вершины y_{ki} , а множество дуг V образуется объединением всех дуг ω_{ki} . Каждой вершине графа T соответствует индекс ресурса, расходуемого в операции. Очевидно, что графы K , T принадлежат к одному и тому же классу, т. е. могут иметь древовидную или сетевую структуру.

Процесс агрегирования описанной информации будем рассматривать в виде двух взаимосвязанных процедур: конструкторское и технологическое агрегирование. Конструкторское агрегирование состоит в расчленении всего процесса на более мелкие части и учете тем или иным образом их взаимосвязей. Оно может осуществляться на основе только конструкторской информации и с привлечением технологии. Под технологическим агрегированием будем понимать способ описания динамики расхода ресурсов разных типов в процессе изготовления каждой агрегированной единицы изделия.

Известно несколько подходов к решению поставленной задачи. Наиболее широко используемым в практике планирования методом является конструкторское укрупнение [1]. В качестве агрегированной единицы изделия выступает узел — множество предметов, соответствующих множеству вершин графа K , достижимых из заданной вершины — корня узла. Однако такое определение узла неоднозначно для вершин, достижимых из нескольких корней, определяющих разные узлы. В дальнейшем будем называть такие вершины конфликтными. Эта ситуация возникает, когда граф K не является деревом. Задача технологического агрегирования в этом подходе частично решается путем дальнейшего выделения узловых комплектов — множеств предметов, изготавливаемых в одном структурном подразделении предприятия. Результатом операции технологического агрегирования является длительность «укрупненной операции» изготовления комплекта и необходимые объемы ресурсов каждого типа. Такое представление неизбежно завышает необходимые затраты ресурсов, так как последние считаются занятыми в течение всего времени изготовления комплекта. Использование узловых комплектов увеличивает длительность изготовления всего изделия, так как изготовленные предметы не могут быть переданы по технологическому маршруту до

окончания «укрупненной операции». Наконец, установление последовательности «укрупненных операций» невозможно в некоторых случаях различных технологических маршрутов, например встречных. Это объясняется тем, что в графе, описывающем порядок выполнения «укрупненных операций», возникают контуры.

Другая схема конструкторского агрегирования предусматривает построение «обобщенного технологического маршрута» на основе выделенных из графа T «обобщенных операций» [2]. В «обобщенную операцию» включаются такие операции, соответствующие вершинам графа T , которые потребляют одинаковый тип ресурса и выполняются в одном «интервале обобщения». Процедуре определения состава «обобщенной операции» предшествует построение некоторого нормативного расписания. В общем случае «обобщенный технологический маршрут» может иметь контуры. Последние устраняются удалением части дуг ценой некоторого искажения технологии. В работе [3] показана возможность нахождения бесконтурных «обобщенных технологических маршрутов». Описанная схема, как и метод узловых комплектов, характеризуется удлинением длительности изготовления изделия и увеличением объема расхода ресурса в «обобщенной операции».

Адекватное описание динамики расхода ресурсов в процессе изготовления всего изделия или его агрегированных частей, являющееся сущностью этапа технологического агрегирования, необходимо для точного учета загрузки при оптимизации объемно-календарных планов. В работе [4] предложен графический метод описания динамики расхода ресурсов, в [5] приведен формальный метод получения функций расхода ресурсов и их использование при оптимизации планов.

В данной части работы предлагается алгоритм формирования состава узлов при наличии в графе K конфликтных вершин. Вторая часть посвящена исследованию условий синхронизации изготовления агрегированных единиц изделия. В третьей части рассматривается этап технологического агрегирования.

Постановка задачи формирования состава узлов. Пусть L — множество индексов вершин графа K , соответствующих корням узлов, M_i — множество индексов вершин, входящих в i -й узел, $i \in L$, G_i — множество индексов вершин K , достижимых из корня x_i . При условии, что $G_i \cap G_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$ из L , имеет место $M_i = G_i$, и задача формирования состава узлов тривиальна. Это справедливо, когда K — дерево. В общем случае могут найтись $i, j \in L$ и вершина x_k такие, что $k \in G_i \cap G_j$ и в K существует путь из x_i в x_k , не проходящий через x_j . Эти вершины x_k будем называть конфликтными. Необходимость существования указанного пути обусловлена тем, что в случае $k \in G_j \subset G_i$ вершина x_k не является конфликтной и включается в M_i .

Определим на графе K рекурсивную функцию

$$P(x_k) = \sum_{i \in \Gamma(x_k)} \alpha_{ki} P(x_i),$$

где $P(x_k)$ — применяемость k -й компоненты в изделии; $\Gamma(x_k)$ — множество компонент, в которые непосредственно входит k -я компонента; α_{ki} — входимость k -й компоненты в i -ю. Ясно, что для конфликтных вершин $\gamma_k > 1$, где γ_k — мощность множества $\Gamma(x_k)$.

Разрешение конфликта состоит в нахождении некоторого разбиения множества $\Gamma(x_k)$ на непересекающиеся подмножества. Пусть

$\Gamma(x_k) = \bigcup_{l=1}^{n_k} \Gamma_k^l$. Тогда компонента x_k разбивается на n_k однотипных компонент с частичными применяемостями

$$P_k(x_k) = \sum_{i \in \Gamma_k^l} \alpha_{ki} P(x_i),$$

изготовление которых должно быть завершено к моменту $t_k^* = \min_{i \in \Gamma_k^l} t_i^0$, где t_i^0 — плановый срок начала изготовления i -й компоненты.

В предельных случаях $n_k = \gamma_k$, $n_k = 1$. Первое условие предполагает замену вершины x_k на γ_k вершин, входящих в состав различных узлов. Во втором случае из K удаляется $(\gamma_k - 1)$ дуг, инцидентных вершине x_k . Разрешение конфликтов путем удаления некоторой части дуг и образования новых вершин приводит к разрезанию графа K на несколько компонент связности, каждая из которых соответствует некоторому узлу.

Разбиение общей потребности $P(x_k)$ на частичные потребности $P_k(x_k)$ по существу означает определение партий запуска компоненты x_k . Изготовление каждой l -й партии, в свою очередь, сопровождается определенными затратами, зависящими от величины $P_k(x_k)$. В этой связи естественно определить такое разбиение $\Gamma(x_k)$, которое соответствует минимальным суммарным затратам на изготовление компоненты x_k [6]. Функция совокупных затрат на производство n_k партий, если принять во внимание только переменную часть расходов, связанную с переналадкой оборудования и уровнем незавершенного производства, может быть представлена в виде

$$z_k = \sum_{l=1}^{n_k} \left[s_k + \mu \sum_{i \in \Gamma_k^l} c_k(P(x_i)) z_{ki} (t_i^0 - t_k^*) \right], \quad (1)$$

где s_k — стоимость переналадок оборудования при изготовлении одной партии k -й компоненты; $c_k(P)$ — себестоимость партии размера P ; μ — постоянный коэффициент. Вид выражения (1) не оказывает влияния на дальнейшие рассуждения, требуется лишь аддитивность затрат.

Заметим, что оценка (1) принципиально отличается от традиционного подхода к определению оптимального размера партии,

так как в предлагаемом методе явно учитывается динамика потребности, а партии формируются в виде сумм «соседних» потребностей. Традиционная методика опирается на допущение о линейной зависимости объема незавершенного производства от размера партии, что оказывается близким к реальности только в условиях крупносерийного производства.

Наконец, задача определения оптимального размера партии с оценкой затрат типа (1) может найти применение при формировании партий, состоящих из одинаковых компонент, входящих в разные заказы. В этом случае необходимо предварительное построение некоторого календарного плана выпуска заказов с целью получения моментов потребностей распределяемой компоненты.

Алгоритм разрешения конфликтов. Преобразуем задачу минимизации (1) к более удобному виду. Перенумеруем в порядке возрастания моменты частичных потребностей k -й компоненты t_l^0 и поставим им в соответствие частичные потребности $P_l = P(x_l) \alpha_{kl}$, $l = 1, 2, \dots, \tau_k$. Опустим для краткости индекс k . Задача минимизации (1) состоит в определении целого числа n и размеров партий Q_λ , $\lambda = 1, 2, \dots, n$, получаемых как суммы «соседних» частичных потребностей P_l . Величины Q_λ однозначно определяются последовательностью индексов $0 = l_0 < l_1 < \dots < l_n = \tau$:

$$Q_\lambda = \sum_{l=l_{\lambda-1}+1}^{l_\lambda} P_l. \quad (2)$$

Оценка затрат на производство λ -й партии имеет вид

$$F_\lambda(Q_\lambda) = s + p \sum_{l=l_{\lambda-1}+1}^{l_\lambda} c(P_l) (t_l^0 - t_{l-1}^0). \quad (3)$$

Совокупные затраты выражаются функцией

$$F(Q) = \sum_{\lambda=1}^n F_\lambda(Q_\lambda). \quad (4)$$

Определим вектор

$$R_l = \sum_{\lambda=1}^l P_\lambda, \quad l = 1, 2, \dots, \tau.$$

Учитывая сепарабельность функции (4), применяем для ее минимизации метод динамического программирования. Функциональное уравнение, выражающее принцип оптимальности, имеет вид

$$\varphi_\lambda(R_l) = \min_{Q_\lambda} [F_\lambda(Q_\lambda) + \varphi_{\lambda-1}(R_l - Q_\lambda)]. \quad (5)$$

Здесь R_l — количество компонент, распределяемых на λ партий; $\varphi_\lambda(R_l)$ — минимальные затраты по выражению (4) на производство R_l компонент λ партиями; $F_\lambda(Q_\lambda)$ — затраты на производство λ -партии.

Для вычислений выражение (5) удобнее переписать в виде

$$\varphi_{\lambda}(l) = \min_{1 \leq r_{\lambda} \leq l} [f(r_{\lambda}, l) + \varphi_{\lambda-1}(r_{\lambda})], \quad (6)$$

где r_{λ} совпадает с искомым $l_{\lambda-1}$,

$$f(r_{\lambda}, l) = s + p \sum_{i=r_{\lambda}+1}^l c(P_i) (t_i^* - t_{r_{\lambda}+1}^*). \quad (7)$$

Для $\lambda = 1$ очевидно $\varphi_1(l) = f(0, l)$.

Алгоритм динамического программирования для решения рассматриваемой задачи состоит из двух частей: формирования таблицы значений $\varphi_{\lambda}(l)$, $r_{\lambda}(l)$ для $l = 1, 2, \dots, \tau$, $\lambda = 1, 2, \dots, n$ и извлечения из таблицы оптимального решения.

Элементы таблицы $\varphi_{\lambda}(l)$ определяются с помощью выражения (6), $r_{\lambda}(l)$ — значение аргумента, при котором достигается (6), $r_1(l) = 0$. Процесс формирования таблицы заканчивается после получения $(n+1)$ -го столбца, если $\varphi_{n+1}(\tau) > \varphi_n(\tau)$.

Это вытекает из того факта, что функция совокупных затрат выпукла относительно количества партий n . Действительно, затраты на переналадки линейны относительно n , а объем незавершенного производства — выпуклая монотонно убывающая функция, достигающая нуля при $n = \tau$.

Извлечение оптимального решения производится с последнего n -го столбца и описывается следующими правилами.

1. Положить $\lambda = n$, $l = \tau$, $l_{\lambda} = \tau$.
2. Положить $l_{\lambda-1} = r_{\lambda}(l)$, вычислить $F_{\lambda}(Q_i)$ по выражениям (2), (3) и вывести результат.
3. Положить $l = r_{\lambda}(l)$, заменить l_{λ} на $l_{\lambda-1}$, уменьшить λ на 1.
4. Если $\lambda > 0$, перейти к п. 2, иначе, конец.

Процедура формирования состава агрегируемых единиц (узлов), являющаяся основой этапа конструкторского агрегирования, сводится к следующей последовательности действий.

1. Топологическое упорядочение вершин графа K и вычисление функций $P(x_k)$.

2. Построение предварительного нормативного расписания t_k^* , $k \in X$.

3. Определение подмножеств вершин G_i , $i \in L$. При отсутствии конфликтных вершин положить $M_i = G_i$ и перейти к п. 5.

4. Для каждой конфликтной вершины определить разбиение общей потребности на n_k оптимальных партий. Вершина x_k заменяется n_k вершинами с частичными применяемостями Q_{λ} , $\lambda = 1, 2, \dots, n_k$, каждая из которых инцидентна единственной исходящей дуге. Таким образом, граф K приводится к древовидной структуре.

5. Удалить из графа K дуги, исходящие из корней узлов, и закончить алгоритм. В результате работы алгоритма исходный граф K оказывается разрезанным на ряд компонент связности.

Метод динамического программирования для разрешения конфликтных ситуаций, помимо применения в процедуре конструкторского агрегирования, имеет самостоятельное значение: он может быть использован для определения оптимальных размеров партий при известной динамике потребностей в широком классе производств.

Описанные алгоритмы реализованы в пакете прикладных программ RPT объемно-календарного планирования [7].

Список литературы: 1. Семенов А. И., Португал В. М. Задачи теории расписаний в календарном планировании производств.— М.: Наука, 1975.— 251 с. 2. Шкурба В. В., Подчасова Т. П. Планирование дискретного производства в условиях АСУ.— К.: Техника, 1975.— 296 с. 3. Белецкий С. А. О задаче агрегации модели производства.— В кн.: Системный анализ промышленного производства. К., 1977, с. 78—81. 4. Думлер С. А. Управление производством и кибернетика.— М.: Машиностроение, 1969.— 424 с. 5. Канцелла С. А., Максимов Ю. Б. Комплекс моделей объемно-календарного планирования мелкосерийных производств.— Экономика и математические методы, 1978, 14, № 6, с. 1147—1159. 6. Шубкина И. П. Моделирование механизма принятия решений.— М.: Наука, 1976.— 274 с. 7. Максимов Ю. Б., Подлисный А. В. Пакет прикладных программ объемно-календарного планирования.— В кн.: Использование методов оптимизации в текущем планировании и оперативном управлении производством. М., 1979, с. 270—271.

Поступила в редколлегию 08.04.81.

УДК 681.335.4

Н. В. АЛИПОВ, канд. техн. наук,
С. Д. СОЛОШКО

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ КОНТРОЛЯ ДИСКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВ ЦИФРОВЫХ ЭВМ. СООБЩЕНИЕ I

В связи с усложнением структур вычислительных систем, увеличением объема информации и скорости ее обработки, наличием различного рода помех все более высокие требования предъявляются к достоверности информации, принятой из канала связи или полученной в результате вычислений на цифровых ВМ. Это приводит к необходимости применять специальные меры, снижающие частоту появления ошибок до некоторого допустимого уровня.

Одной из самых действенных мер повышения надежности функционирования цифровых ВМ является использование избыточного кодирования информации.

Был описан один из способов* обнаружения сбоев и отказов элементов узлов цифровых ВМ, основанный на использовании помехоустойчивых алгоритмов аналого-цифрового преобра-

* Алипов Н. В. Об одном способе повышения надежности функционирования ЦВМ.— Управляющие системы и машины, 1979, № 1, с. 53—57.

зования, не чувствительных к действию импульсных помех, и приведены основные алгоритмы преобразования информации (сложения, умножения, деления чисел).

Сущность данного способа состоит в том, что числа в цифровых ВМ представляются в избыточном коде l_1 -арифметики, удовлетворяющем при $l_1 = l_2 = l$ следующим условиям:

а) представление числа N состоит из отдельных групп единиц, разделенных между собой нулями;

б) количество подряд стоящих единиц в представлении числа равно $(l+1)$;

в) количество нулей между соседними группами единиц в представлении числа N не должно быть меньше, чем l ;

г) количество разрядов, имеющих одинаковый вес в представлении числа, равно $(l+1)$, а вес i -го разряда — $\varphi(i)$, где

$$\varphi(i) = \varphi(i - l_1 - 1) + \varphi(i - l_2 - 1);$$

$$\varphi(1) = \varphi(2) = \dots = \varphi(l) = \varphi(l+1) = 1; \quad l = \max\{l_1, l_2\};$$

l_1, l_2 — длительности положительного и отрицательного импульсов помехи; $i > l$;

д) отношение веса одного из разрядов j -й группы к весу одного из разрядов $(j-1)$ -й группы равно двум. Следует заметить, что l_1 -представление чисел и основные алгоритмы преобразования информации, приведенные в работе [1], были рассмотрены при $l_1 = l_2 = 1$.

Данная статья является дальнейшей разработкой представления чисел в l_1 -арифметике, в которой рассматриваются методы обнаружения сбоев и отказов дискретных устройств цифровых ВМ, использующие l_1 -представление чисел при $l_1 = l_2 = 2$. В табл. 1 приведено l_1 -представление десятичных чисел для $l_1 = l_2 = 2$.

Признаком сбоя или отказа элемента дискретного устройства является разрушение l_1 -представления (в изображении числа N некоторые соседние разряды содержат запрещенные для данного представления комбинации). Это разрушение обнаруживается путем анализа групп разрядов, включающих $(l_1 + l_2 + 1)$ соседних разрядов. Для $l_1 = l_2 = 2$ возможные разрушения, образованные j -м и $(j+1)$ -м разрядами l_1 -представления, приведены в табл. 2.

Так же, как и в случае $l_1 = l_2 = 1$, при параллельном способе преобразования информации схема контроля для $l_1 = l_2 = 2$ описывается переключательной функцией $Y = y_1 \vee y_2 \vee \dots \vee y_n$, где n — разрядность l_1 -числа. Разница состоит лишь в том, что в каждом $y_1, y_2, \dots, y_n$ анализируются не три, а четыре соседних разряда.

Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих обнаружение сбоев и отказов элементов дискретных устройств цифровых

Таблица 1

Десятичное число	Веса разрядов I_1 -представления											
	8	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1											1	1
2											1	1
3										1	1	1
4									1	1	1	0
5							1	1	1	0	0	0
6						1	1	1	0	0	0	0
7					1	1	1	1	0	0	1	1
8				1	1	1	1	0	0	0	0	0
9			1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
10			1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
11		1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
12		1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
13		1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
14		1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
15		1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
16		1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
17	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
18	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
19	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
20	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
21	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0

Таблица 2

$X_{(j+2)}$	$X_{(j+1)}$	X_j	$X_{(j-1)}$	$Y_{(j+1),j}$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Примечание: X_j — переменная j -го разряда I_1 -представления;
 $Y_{(j+1),j}$ — переменная схемы контроля j -го и $(j+1)$ -го разрядов, причем
 $Y_{(j+1),j} = \begin{cases} 0, & \text{если } I_1\text{-представление не разрушено;} \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$

вычислительных машин. Из описания I_1 -представления чисел при $I_1 = I_2 = 2$ следует, что допустимыми для данного представления считаются следующие кодовые комбинации:

- а) 1110000000111 б) 1110000000000
 с) 0001110000000 д) 1110011100111

Кодовая комбинация д) изображает максимальное I_1 -число при $I_1 = I_2 = 2$.

Под действием помех допустимые кодовые комбинации могут переходить в любую из 2^n кодовых комбинаций, например, I_1 -число 11100011100111 порождает комбинации 11100001100111 ($1 \rightarrow 0$), 11100000100111 ($1 \rightarrow 0$), 11100011111111 ($0 \rightarrow 1$) и другие. Числа 11100001100111, 11100000100111, 11100011111111 содержат запрещенные для данного представления кодовые комбинации (см. табл. 2), которые обнаруживаются схемой контроля. Схемой контроля не обнаруживаются сбои, приводящие к I_1 -числу, не содержащему запрещенных комбинаций, а также сбои видов ($1 \rightarrow 0$), ($0 \rightarrow 1$) в двух младших разрядах I_1 -представления ($I_1 = I_2 = 2$). В целях обнаружения схемой контроля сбоев в двух младших разрядах необходимо дополнить I_1 -представление тремя разрядами, имеющими нулевой вес. Тогда нуль изоб-

разится кодовой комбинацией 0000111, единица — 0001110, двойка — 0011100.

Следовательно, l_1 -представление чисел в цифровой ВМ при $l_1=l_2=2$ позволяет обнаружить в процессе переработки информации не только однократные и двухкратные, но и даже некоторые трехкратные сбросы ($1 \rightarrow 0$), ($0 \rightarrow 1$) и постоянные отказы типов «обрыва» и «короткое замыкание».

Поступила в редакцию 25.02.82.

УДК 681.34

Н. И. СЕНЧЕНКО, канд. техн. наук,
Н. П. ПАН, А. В. ОЖОГОВ

СТРУКТУРА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ ГИБРИДНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Гибридная вычислительная система (ГВС), построенная на базе аналоговых вычислительных комплексов третьего поколения АВК-31(2), цифровой вычислительной машины (ЦВМ) ЕС-1022 и управляющей вычислительной машины (УВМ) СМ-1, предназначена для моделирования динамических систем с высокой точностью [1], анализа алгоритмов управления при создании АСУ технологическими процессами, для использования в учебном процессе.

Связь между процессорами ЕС-1022, СМ-1 осуществляется через селекторный канал (СК) (рис. 1) ЕС ЭВМ и согласователь интерфейсов (СИ) А711-1/6, предусмотренный в составе модулей СМ-1. Согласователь интерфейсов обеспечивает обмен информацией между двумя процессорами, согласовывая их разные интерфейсные выходы. Применение двухуровневой архитектуры ГВС позволяет в значительной степени повысить производительность цифровой части за счет передачи УВМ СМ-1 функций управления АВК и связи с ЭВМ верхнего уровня ЕС-1022, а также значительно расширить возможности ГВС для моделирования сложных динамических систем.

Функции цифровой части ГВС распределены следующим образом. Процессор СМ-1, соединенный с аналоговой частью через быстродействующие каналы ввода-вывода гибридной информации, управляет режимами работы АВК-31(2) и обменом информацией между аналоговой и цифровой частями. При моделировании динамических систем процессор СМ-1 осуществляет автоматическую коммутацию схем решения, установку коэффициентов, диагностику АВК-31(2) и системы связи, обеспечивает режим диалога. Цифровая ВМ ЕС-1022 производит подготовку задачи к решению, общее управление вычислительным процессом, обработку информации в соответствии с

алгоритмом решения задачи, анализ и регистрацию результатов, контроль, диагностику и тестирование всей системы.

Аналоговая часть ГВС может содержать от 1 до 16 аналоговых вычислительных комплексов типа АВК-31 или АВК-32,

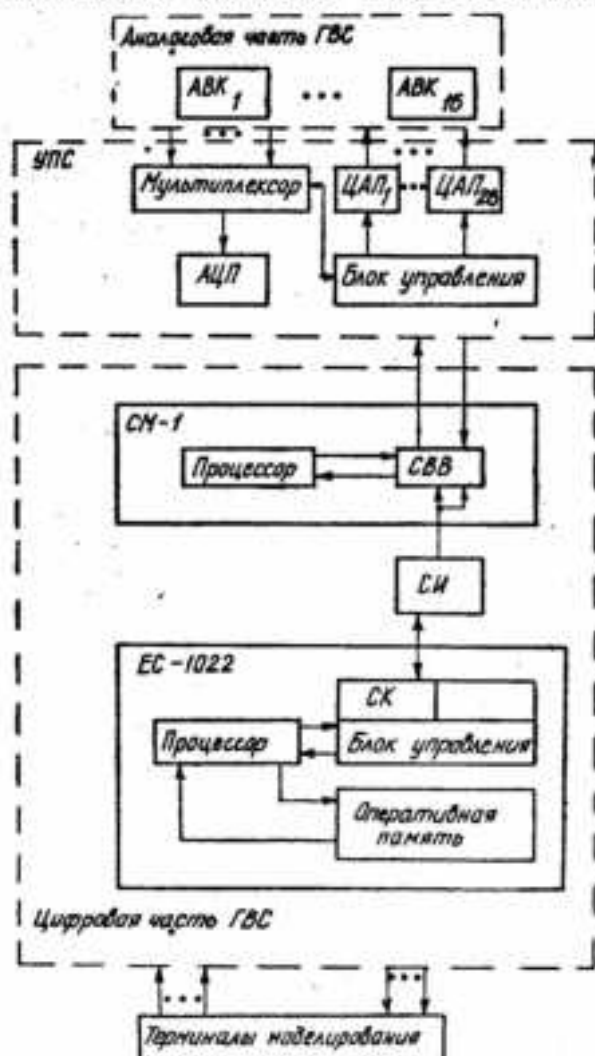


Рис. 1. Архитектура двухуровневой ГВС

Связь между цифровой и аналоговой частью ГВС осуществляется посредством устройства преобразования и сопряжения (УПС) через согласователь ввода-вывода (СВВ) машины СМ-1. УПС содержит модули аналого-цифрового (АЦП) и цифро-аналогового (ЦАП) преобразования, мультиплексор и блок управления.

Программное обеспечение ГВС включает в себя систему автоматизации аналогового программирования (СААП); систему автоматизации составления гибридных программ (САГП); интерактивное программное обеспечение; программы контроля аналогового оборудования и систем сопряжения; гибридную операционную систему (ГОС).

Комплекс программ СААП предназначен для автоматизации подготовки задач к исследованию на аналоговом процессоре. СААП позволяет представить исходную задачу на языке описания объекта моделирования и синтезировать структурную схему, обеспечив расчет всех необходимых данных для набора задачи.

Система САГП обеспечивает подготовку задачи для аналого-цифрового моделирования, осуществляя разделение задачи на аналоговую и цифровую части по алгоритмам, предложенным в работах [1, 2]. Обе системы построены на базе языка моделирования непрерывных систем типа CSMP [3].

Интерактивное программное обеспечение позволяет осуществлять удаленный ввод заданий с дисплея ЕС-7096 и использовать локальные или удаленные терминалы для проведения гибридных вычислений.

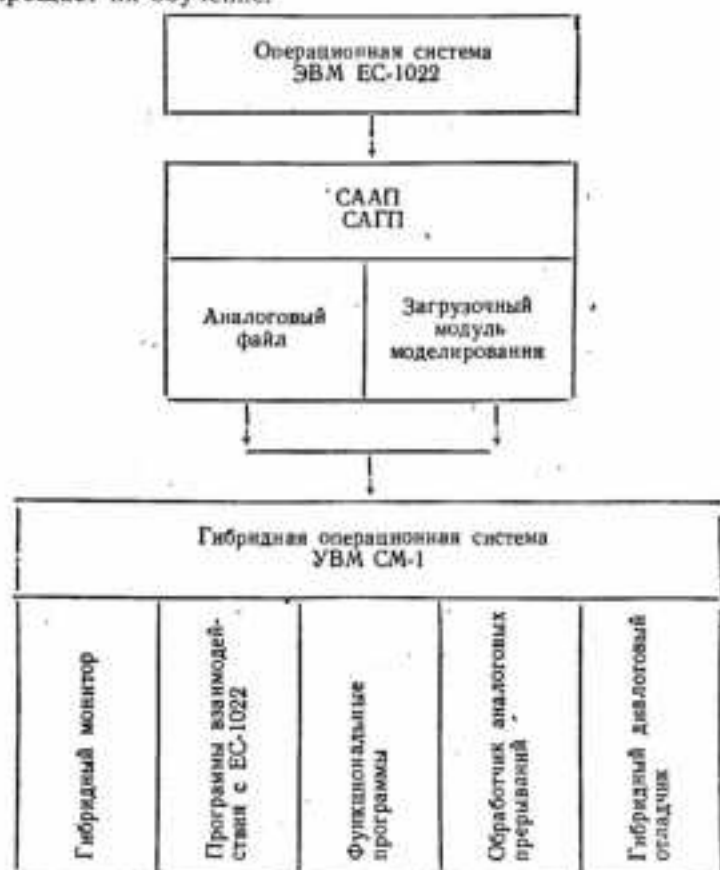
Комплекс программ контроля аналогового оборудования и систем сопряжения обеспечивает статический и динамический контроль АВК-31(2), а также проверку работы блоков связи с реальной аппаратурой, устройства преобразования и сопряжения.

Особое внимание при разработке программного обеспечения ГВС уделено гибридной операционной системе. В отличие от цифровой операционной системы ГОС оценивается тем, как она удовлетворяет требованиям сравнительно малой группы пользователей с возможностью распараллеливания работы и удобства управления гибридными данными. Реализация ГОС во многом зависит от индивидуального состава АВК, а также от состава реальной аппаратуры, связанной с ГВС, которая имеет свою специфику работы. В связи с этим разработка гибридной операционной системы представляет достаточно сложную задачу.

Двухуровневая структура ГВС дает возможность разделить функции подготовки задач и управления АВК между двумя различными цифровыми вычислительными машинами, что значительно упрощает управление всей системой. В связи с этим знание индивидуальных характеристик конкретных АВК необходимо только для цифровой ВМ нижнего уровня (СМ-1). Поэтому наметилась тенденция не затрагивать операционную систему цифровой ВМ верхнего уровня (ЕС-1022), а всю работу по обеспечению гибридного взаимодействия возложить на операционную систему цифровой ВМ нижнего уровня.

Такой подход к созданию гибридных операционных систем позволяет переносить программное обеспечение с одной ГВС

на другую, изменяя незначительно программное обеспечение цифровой ВМ нижнего уровня. Тем самым продлевается время эксплуатации систем автоматизации аналогового и гибридного программирования, что увеличивает приток пользователей ГВС и упрощает их обучение.



Состав ГОС УВМ нижнего уровня и схема взаимодействия с операционной системой верхнего уровня

Рис. 2. Структура гибридной операционной системы

Исходя из этих принципов разработана операционная система рассматриваемой ГВС. Она представляет собой специализированную систему для цифровой ВМ нижнего уровня СМ-1.

В состав ГОС входят (рис. 2) гибридный монитор; программы взаимодействия с верхнеуровневой цифровой ВМ ЕС-1022; функциональные программы; обработчик аналоговых прерываний; гибридный диалоговый отладчик.

Гибридный монитор управляет модулями ГОС, вызывает необходимые модули и передает им управление.

Программы взаимодействия с цифровой ВМ ЕС-1022 осуществляют обмен информацией между СМ-1 и ЕС-1022. При этом некоторые данные, например коммутационный аналоговый файл или файл статического контроля, обычно переписываются на минидиск, а затем интерпретируются функциональными программами.

Функциональные программы, интерпретируя команды, получаемые от ЕС-1022, осуществляют взаимодействие с решающими и логическими элементами АВК, задают значения интервальному таймеру.

Обработчик прерываний в ГОС выполняет другие функции, чем в операционных системах цифровых ВМ. Если в цифровых операционных системах прерывания обрабатывают системные супервизорные программы, то в ГОС прерывания обрабатывают программы пользователя. Поэтому основной задачей обработчика прерываний в ГОС является передача управления в подпрограмму пользователя по запланированным и асинхронным прерываниям.

Гибридный диалоговый монитор является необходимой составной частью гибридного программного обеспечения в связи с тем, что сложность отладки гибридных программ требует проверки различных компонентов программного и аппаратного оборудования, особенно устройств взаимодействия АВК-31, СМ-1. Например, операционный усилитель может опрашиваться диалоговым монитором так же, как и аналого-цифровой или цифро-аналоговый преобразователи. Когда ГВС не работает в режиме гибридного моделирования, гибридный диалоговый монитор используется в диагностическом режиме.

Рассмотрим применение специализированной двухуровневой ГВС для моделирования динамических систем.

При построении систем автоматизации проектирования в машиностроении возникает задача изучения реакции подвески автомобиля на различные препятствия для получения оптимального варианта конструкции подвески. Движение автомобиля и взаимодействие сил, действующих на колеса, оси и автомобиль в целом, описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{D_1}{M_1} \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) - \frac{K_1}{M_1} (x_1 - x_2) - \frac{F_a}{M_1};$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{D_2}{M_2} \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) - \frac{K_2}{M_2} (x_2 - x_1) - \frac{K_3}{M_2} (x_2 - x_3),$$

с начальными условиями

$$x_1 = x_2 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = 0 \text{ при } t = 0; \quad x_3 = x(t);$$

$$F_a = \begin{cases} 0.2M_1t, & \text{если } 0 < t < 1; \\ 0.2M_1, & \text{если } t > 1. \end{cases}$$

Здесь M_1 — 0,25 массы автомобиля; M_2 — масса колес и осей; K_1 — константа, характеризующая амортизаторы; K_2 — константа, учитывающая амортизационные свойства автопокрышек; x_1 — перемещение автомобиля; x_2 — перемещение колес; x_3 — изменение профиля дороги; D_1 — константа, характеризующая амортизационные качества автомобиля при толчке; F_a — центробежная сила при наборе скорости.

Проведенный эксперимент позволил установить следующие физические параметры всех величин:

$$M_1 = 19,8 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}; \quad M_2 = 1,56 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}; \quad K_1 < 3000 \text{ кг/м}; \\ K_2 < 9000 \text{ кг/м}; \quad D_1 < 300 \text{ кг/м}.$$

Установлен также диапазон изменения переменных:

$$-0,6096 \text{ м/с}^2 < \frac{d^2x_1}{dt^2} < 0,6096 \text{ м/с}^2;$$

$$-6,096 \text{ м/с}^2 < \frac{d^2x_2}{dt^2} < 6,096 \text{ м/с}^2;$$

$$-0,6096 \text{ м/с} < \frac{dx_1}{dt} < 0,6096 \text{ м/с};$$

$$-6,096 \text{ м/с} < \frac{dx_2}{dt} < 6,096 \text{ м/с};$$

$$-0,01292 \text{ м} < x_1 < 0,01292 \text{ м}; \quad -0,06096 \text{ м} < x_2 < 0,06096 \text{ м}.$$

Качество поездки характеризуется следующим уравнением:
 $I_R = \int_0^T x_1^2 dt.$

Для примера примем вес автомобиля равным 770 кг, $K_1 = 739 \text{ кг/м}$, $K_2 = 6648 \text{ кг/м}$ и $D_1 = 73,8 \text{ кг/м}$. В качестве препятствия использовалась ступенька высотой 0,025 м. Время от начала движения до наезда на ступеньку составляет 0,05 с.

Программа на входном языке системы автоматизации аналогового программирования имеет вид

```
A NALOG
INCON Z10=0, Z20=0, X10=0, X20=0
CONSTAT M1=19.8, M2=1.56, K1=739, K2=6648, D1=73.8
DYNAMIC
MACRO X3, FA=NEWEN(M1, I)
PROCEDURE X3=DIST(T) X3=0.025 IF (T.GT.0.05) X3=0
ENDPRO
PROCEDURE FA=FUNK(M1, T) FA=0.2*M1 IF (T.LE.1) FA=0.2*
      *M1*T
```

```

ENDPRO X3 = DIST (T) FA = FUNK (M1, T)
ENDMAC
X3, FA = NEWEN (M1, TIME)
X1 = INTGRL (X10, Z1)
X2 = INTGRL (X20, Z2)
Z1 = INTGRL (Z10, - D1 * (Z1 - Z2) / M1 - K1 * (X1 - X2) / M1 - FA / M1)
Z2 = INTGRL (Z20, - D1 * (Z2 - Z1) / M2 - K1 * (X2 - X1) / M2 - K2 * (X2 -
      - X3) / M2)
TIMER DELT = 0.01, FINTIM = 2.0, OUTDEL = 0.01, PRDEL = 2.0
PRTPLT X2
METHOD HYBRID
END
STOP

```

В результате моделирования получен график перемещения колес во времени (рис. 3). Задавая различные значения x_2 , характеризующие изменения профиля дороги и определяя параметры I_d , можно установить параметры оптимального варианта конструкции подвески.

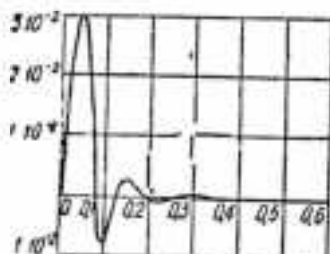


Рис. 3. Результаты гибридного моделирования

Список литературы: 1. Сенченко Н. И., Трашутин С. И. Гибридный метод решения некоторых типов операторных уравнений. — Электронное моделирование, 1982, № 3, с. 3—6. 2. Пухов Г. Е., Кулик М. Н. Гибридное моделирование в энергетике. — К.: Наук. думка, 1977. — 150 с. 3. Казмин А. И., Пополитов В. Н. Языки моделирования. — Вопросы кибернетики, 1978, вып. 46, с. 20—64.

Поступила в редколлегию 29.09.82.

УДК 681.142.019

А. Х. ГАНИТУЛИН, канд. техн. наук,
А. И. ЧУМАК, И. В. РОМАНКИВ

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АДАПТИВНОЙ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В современных системах управления, работающих в реальном масштабе времени, широко применяются многопроцессорные вычислительные системы (МПВС). Важность задач, решаемых системами управления, вызывает необходимость бесперебойного управления объектами в соответствии с алгоритмами управления, реализуемыми на МПВС.

В целях выполнения этого требования МПВС должны обладать способностью к структурной адаптации, обеспечивающей их приспособление к

реализации алгоритмов управления в условиях воздействия случайных факторов (отказов и сбоев), приводящих к нарушению работоспособности МПВС [1]. Структурная адаптация заключается в изменении структуры МПВС, приводящей в общем случае к снижению эффективности МПВС, но обеспечивающей выполнение поставленных задач.

В статье производится оценка эффективности функционирования МПВС со структурной адаптацией.

Рассматриваемая МПВС содержит четыре идентичных процессора. Три процессора являются рабочими, один находится в скользящем резерве. Контроль работы каждого процессора осуществляется средствами аппаратного контроля. Управление вычислительным процессом в МПВС организуется с помощью операционной системы, представляющей собой набор системных программ.

Реализация системных программ производится на специально выделенном рабочем процессоре, называемом управляющим процессором. Два других рабочих процессора (центральные) используются для реализации алгоритмов управления объектами.

МПВС выполняет свое целевое назначение при исправном состоянии управляющего и центральных или управляющего и одного центрального процессора.

В составе МПВС имеется реконфигуратор, обеспечивающий структурную адаптацию машины [2]. В соответствии с алгоритмом структурной адаптации конфигурация машины изменяется при выявлении отказов процессоров. В случае отказа любого центрального процессора он заменяется резервным. Если происходит отказ управляющего процессора, то в отсутствие резервного его функции передаются любому центральному процессору.

Для получения оценки эффективности рассмотрим математическую модель процесса функционирования адаптивной МПВС.

Будем считать, что на каждый процессор МПВС воздействует простейший поток отказов с параметром λ . Процессоры отказывают независимо друг от друга, так что отказ любого процессора не влияет на работоспособность других. Аппаратурный контроль каждого процессора обеспечивает мгновенное обнаружение отказов. Во всех случаях обнаружения отказов производится адаптивная реконфигурация МПВС, время которой предполагается распределенным по экспоненциальному закону с параметром α . После реконфигурации отказавший процессор поступает на восстановление. Время восстановления распределено по экспоненциальному закону с параметром μ .

Состояния МПВС характеризуются количеством отказавших процессоров по типам и определяются следующим образом: S_1 — все процессоры исправны; S_2 — отказал резервный, все остальные процессоры исправны; S_3 — отказал один центральный процессор,

$$N = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{\mu_p}{3\lambda + \mu_p} & 0 & 0 & \frac{2\lambda}{3\lambda + \mu_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_a}{3\lambda + \mu_a} & 0 & \frac{\lambda}{3\lambda + \mu_a} & \frac{\lambda}{3\lambda + \mu_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_p}{2\lambda + \mu_p} & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_a}{2\lambda + \mu_a} & 0 & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_p}{\lambda + \mu_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_a}{3\lambda + \mu_a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_a}{2\lambda + \mu_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_a}{2\lambda + \mu_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_a}{\lambda + \mu_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_a}{\lambda + \mu_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Подмножество I_1 включает состояния МПВС, в которых она сохраняет свою работоспособность ($I_1 = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8, S_9\}$). Подмножество I_2 содержит отказовые состояния МПВС ($I_2 = \{S_6, S_{10}, S_{11}, S_{12}\}$). Тогда вероятность сохранения работоспособности адаптивной МПВС $P = \sum_{j \in I_1} P_j$, где P_j — вероятность нахождения МПВС в j -м состоянии в стационарном режиме функционирования.

Для определения P_j ($j \in I_1$) используем приведенную матрицу $Q = (I - N_{(j,j)})^{-1}$, где I — единичная матрица; $N_{(j,j)}$ — матрица N с вычеркнутым j -м столбцом и j -й строкой, соответствующими некоторому опорному состоянию j^* ($j^* \in I_2$).

В этом случае искомые вероятности можно определить из соотношений

$$P_j = q_{i,j}^* m_j / \left(\sum_{i \in I_1} q_{i,j}^* m_i \right) \quad (j = 1, 2, \dots, 11);$$

$$N = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda}{3\lambda + \mu_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda}{3\lambda + \mu_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{\lambda + \mu_p} \\ \frac{\lambda}{3\lambda + \mu_s} & \frac{2\lambda}{3\lambda + \mu_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\lambda}{2\lambda + \mu_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_s} & \frac{\lambda}{2\lambda + \mu_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{\lambda + \mu_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda}{\lambda + \mu_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$P_{12} = m_{12} / \left(\sum_{i \in I} q_{i,j^*} \sum_{k \in I} n_{ik} \right),$$

где q_{i,j^*} — соответствующие элементы матрицы Q ; j^* — опорное состояние, для которого справедливо $n_{j^*,j^*} = 1$; m_j — безусловное математическое ожидание времени пребывания процесса в j -м состоянии,

$$m_j = \int_0^\infty F_j(t) dt = \frac{1}{\sum_{i \in I} \lambda_{ij}}.$$

Программная реализация описанной математической модели процесса функционирования МПВС произведена на ЭВМ М-222.

При моделировании параметр потока отказов λ изменялся в пределах от 0,01 1/ч до 0,05 1/ч, параметр потока восста-

новлений μ принимался равным $2 \frac{1}{4}$, а параметр потока адаптивных переключений $\alpha = 60 \frac{1}{ч}$. Причем моделирование проводилось применительно к рассматриваемой адаптивной МПВС и для МПВС, в которой с отказом управляющего процессора и исчерпанию резерва происходит отказ всей МПВС.

По результатам моделирования построены графики рис. 2, определяющие зависимость вероятности P сохранения работоспособности МПВС от λ , μ , α для МПВС со структурной адаптацией (кривая 1) и без нее (кривая 2).

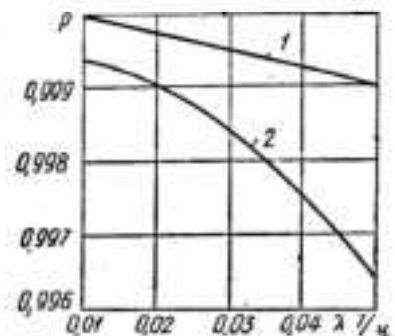


Рис. 2. Зависимость $P = f(\lambda, \mu, \alpha)$ при $\lambda = 0,01, 0,02, \dots, 0,05 \frac{1}{ч}$, $\mu = 2 \frac{1}{ч}$, $\alpha = 60 \frac{1}{ч}$.

Как показывают результаты, структурная адаптация позволяет повысить вероятность сохранения работоспособности МПВС. Полученные зависимости могут быть использованы на этапе проектирования МПВС при выборе алгоритмов структурной адаптации, а также на этапе эксплуатации для оценки эффективности функционирования адаптивных МПВС в конкретных условиях.

Список литературы: 1. Адаптация в вычислительных системах / Под ред. Л. А. Растрюгина. — Рига: Зинатне, 1978. — 177 с. 2. Байцэр В. Архитектура вычислительных комплексов. — М.: Мир, 1974. — 566 с. 3. Казаков В. А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. — М.: Сов. радио, 1973. — 231 с. 4. Трусев В. А., Чумаков А. И. Оценка влияния времени переключения резерва на надежность функционирования подсистем вычислительного комплекса. — АСУ и приборы автоматики, 1977, вып. 41, с. 53—59.

Поступила в редколлегию 17.03.81.

УДК 681.325(07)

А. А. БОРИСЕНКО, канд. техн. наук

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ СВЯЗИ

Основными элементами различных систем связи являются источник информации, канал связи, приемник информации и в явной или неявной форме объект управления [1,2]. При анализе этих систем обычно используется статистический подход; основное внимание уделяется источнику информации и каналу связи. Приемник информации исследуется в гораздо меньшей степени.

Если количество состояний объекта управления ограничено, конечным числом N , то для анализа системы связи может быть применен комбинаторный подход [2]. Данная работа использует этот подход с целью адекватного описания приемника информации.

Для достижения поставленной цели предлагается исследовать модель системы связи, в которой

а) предполагается, что знаки, которые генерирует источник информации, разбиты на некоторое число M ($1 \leq M \leq N$) классов эквивалентности и пронумерованы внутри каждого класса;

б) количество знаков в этих классах $N = \sum_{i=1}^M K_i$ (1), где K_i —

количество знаков в i -м классе.

Допустим, что приемнику информации известен номер передаваемого знака из i -го класса. Это может быть достигнуто двухэтапной передачей информации о знаке. Сначала передается номер знака, а затем — признак класса, к которому данный знак принадлежит. В этом случае для того, чтобы приемник получил полную информацию о передаваемом знаке в количестве $\log_2 N$, ему на первом этапе требуется передать $\log_2 K_i$ бит информации, а на втором — информацию о признаке i -го класса $I_i = \log_2 N - \log_2 K_i$ (2).

Просуммируем информацию, передаваемую признаками классов при передаче каждого из N знаков, приняв при этом во внимание, что количество знаков, содержащих I_i бит информации, равно K_i . Затем усредним полученную сумму делением на N . Результат будет средним количеством информации, передаваемым одним признаком класса:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^M K_i (\log_2 N - \log_2 K_i)}{N} = - \sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_i, \quad (3)$$

где $P_i = K_i/N$, $1 \leq K_i \leq N$. Так как отношение P_i , по существу, является вероятностью передачи знака из i -го класса, то выражение (3) по форме и по содержанию совпадает с выражением энтропии [1, 2].

Среднее количество информации, получаемое приемником на первом этапе передачи информации, т. е. среднее количество информации, приходящееся на один номер знака в классе, определяется как разность между полной информацией о знаке ($\log_2 N$) и величиной $\bar{I}$:

$$\bar{I} = \log_2 N - \sum_{i=1}^M \frac{K_i}{N} \log_2 \frac{N}{K_i}. \quad (4)$$

Применяя равенство (1), имеем

$$\bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M K_i \log_2 K_i. \quad (5)$$

Выражение (5) достигает минимума при $K_1 = K_2 = \dots = K_M = \frac{N}{M}$:

$$\bar{I} = \bar{I}_{\min} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \frac{N}{M} \log_2 \frac{N}{M} = \log_2 N - \log_2 M. \quad (6)$$

Очевидно, что двухэтапный процесс передачи информации не позволяет уменьшить нагрузку на канал связи, так как за два этапа в сумме передается $\log_2 N$ бит информации, т. е. задача сжатия информации еще не решена.

Для ее решения необходимо устранить первый этап передачи информации постоянным хранением в памяти приемника по одному номеру из каждого класса, иначе, M номеров. Если последнее условие не выполняется, например, хранится два номера, принадлежащих одному классу, то тогда, получив признак класса, приемник будет обладать неопределенностью в отношении того, какой из двух номеров соответствует передаваемому знаку и его однозначное восстановление невозможно.

Из приведенных рассуждений можно заключить, что при наличии в приемнике M постоянно хранимых номеров он может восстановить и принять только M признаков и соответственно перевести объект управления в одно из M состояний.

Следовательно, источнику информации должно быть разрешено генерировать M знаков, которые затем преобразуются в M признаков классов, что соответствует процессу сжатия информации. Остальные $N - M$ знаков и соответствующих им состояний объекта управления необходимо отнести к числу запрещенных. Оставшееся после сжатия количество информации определяется выражением (3).

Таким образом, можно утверждать, что сжатие информации возможно только при наличии запрещенных знаков в их исходном множестве.

Восстановление знака приемником происходит только с условием, что он содержит постоянную информацию о каждом разрешенном знаке, среднее количество которой определяется выражением (6). Так как число признаков равно M , то количество постоянно хранимой в памяти приемника информации (информационная емкость приемника)

$$Q = \bar{I}M = \frac{M}{N} \sum_{i=1}^M K_i \log_2 K_i. \quad (7)$$

Минимальное значение Q при равных K_i принимает вид $Q = Q_{\min} = M\bar{I}_{\min} = M(\log_2 N - \log_2 M)$ (8). Равенство (9) имеет экстремум (максимум) при $M = N/l$:

$$Q = Q_{\min \max} = N \frac{\log_2 l}{l}. \quad (9)$$

Из выражения (7) следует, что информационная емкость приемника равна нулю в случае, когда объект управления не имеет запрещенных состояний, а источник информации не имеет запрета на генерирование каких-либо знаков. Это возможно в том случае, когда число классов эквивалентности равно N и каждый из них содержит по одному знаку.

Информационная емкость приемника равна $\log_2 N$, если объект управления имеет одно разрешенное состояние и источнику информации разрешено генерировать один знак. При этом число классов эквивалентности равно одному и в нем содержится N знаков. Данные случаи являются крайними. В первом из них нет принципиальной необходимости в приемнике информации, во втором информация о состоянии объекта управления хранится в приемнике и поэтому отпадает необходимость в источнике информации и канале связи.

Таким образом, эффективность сжатия комбинаторной информации определяется ограничениями на генерируемые знаки и наличием информации о них в памяти приемника.

Информационная емкость приемника принимает минимальное значение при равенстве числа знаков в содержащих их классах эквивалентности.

Существует определенное число классов эквивалентности с равным количеством знаков, при котором информационная емкость приемника достигает минимального значения.

Список литературы: 1. Кузьмин И. В., Кедров В. А. Основы теории информации и кодирования.— К.: Вища школа, 1974.— 280 с. 2. Тежиков Ф. Е., Афонин В. А., Дмитриев В. Н. Теоретические основы информационной техники.— М.: Энергия, 1971.— 424 с.

Поступила в редакцию 02.07.81.

УДК 681.325.33.54

Н. Я. КАКУРИН, канд. техн. наук

УЧЕТ ТИПА ТРИГГЕРА ПРИ КОДИРОВАНИИ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ МИКРОПРОГРАММНЫХ АВТОМАТОВ

Существуют различные подходы к кодированию внутренних состояний цифровых автоматов. Один из подходов, предложенный Хартмансом и Стирном [1], основан на ослаблении зависимости функций возбуждения элементов памяти, а также функций выходов от переменных обратной связи.

Методика кодирования внутренних состояний автоматов этого направления состоит в нахождении специального разбиения множества состояний, так называемого СП-разбиения.

Кодирование состояний в соответствии с таким разбиением называют кодированием с самозависимым подмножеством переменных.

Недостатком методов кодирования этого направления является их сложность, а также необходимость одновременного учета аппаратных затрат на реализацию функций возбуждения и функций выходов. Недостатки усугубляются в случае автоматов с большим числом состояний и частичных автоматов. Эффективное решение задач кодирования внутренних состояний автоматов реальной степени сложности возможно только с использованием цифровых ЭВМ.

Многие авторы рекомендуют для кодирования внутренних состояний автоматов использовать методы иного подхода, позволяющие минимизировать суммарное число изменений состояний элементов памяти на всех переходах автомата. Примером такого метода является эвристический алгоритм кодирования внутренних состояний микропрограммных автоматов [2, 3].

Однако при использовании этого алгоритма в процессе кодирования состояний автомата не учитывается тип триггера, особенности его закона функционирования и матрицы переходов.

$$b_1 \vee b_3$$

$$b_2 \bar{b}_3 \vee \bar{b}_2 b_4 \vee \bar{b}_1 (b_4 \vee \bar{b}_2 b_3)$$

$$(b_1 \vee b_4) (\bar{b}_2 \vee \bar{b}_3) \vee b_1 b_4$$

$$\bar{b}_1$$

Таблица 2

Пере- ход	Триггер													
	D	T	DV		JK	RS	RST			JKJ*K*				
	Вход													
	D	T	V	D	K	J	R	S	R	S	T	K*	J*	K
0—0	0	0	b ₁	$\bar{b}_1 b_2$	b ₁ 0	b ₁ 0	b ₁ 0 0	b ₁ b ₁ ∨ b ₂	$\bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee b_1 b_2$	b ₂ b ₂				
0—1	1	1	1 1	b ₂ 1	0 1	0 1	0 b ₂ $\bar{b}_2$	b ₁ b ₂ b ₂	b ₂ b ₂ ∨ b ₂ b ₂ ∨ $\bar{b}_1 \times$	$\times (b_4 \vee \bar{b}_2 b_3)$				
1—0	0	1	1 0	1 b ₂	1 0	b ₂ 0 $\bar{b}_2$	b ₁ b ₂ b ₂	(b ₁ ∨ b ₂)	($\bar{b}_1 \vee \bar{b}_2$)	$\vee b_1 b_4$				
1—1	1	0	b ₂ b ₂ ∨ b ₄	0 b ₄	0 b ₂	0 b ₄ 0	b ₁ ($\bar{b}_1 \vee b_2$)	($\bar{b}_1 \vee b_2 b_2$)	$\bar{b}_1$					

Равенство $K^* = b_1$; $J^* = b_2$; $K = b_3$ на переходе 0—1 означает, что сигналы на этих входах не зависят друг от друга, что дает возможность выбора любой из восьми комбинаций — от 000 до 111. Но значение сигнала на входе J для перехода 0—1 оказывается зависимым от значений сигналов на других входах.

Например, если на первые три входа подана комбинация 010, то на вход J для переключения триггера из 1 в 0 необходимо подать 1, так как

$$I = b_2 \bar{b}_3 \vee \bar{b}_2 b_4 \vee \bar{b}_1 (b_4 \vee b_2 b_3) = 1 \cdot \bar{0} \vee \bar{1} \cdot b_4 \vee \bar{0} (b_4 \vee \bar{1} \cdot 0) =$$

$$= 1 \vee 0 \cdot b_4 \vee 1 \cdot b_4 = 1 \vee b_4 = 1.$$

Если на K^* , J^* и K входы подана комбинация 011, то на входе J будет 0 или 1 вследствие

$$I = 1 \cdot \bar{1} \vee \bar{1} \cdot b_4 \vee \bar{0} \cdot (b_4 \vee \bar{1} \cdot 1) = 1(b_4 \vee 0) = 1 \cdot b_4 = b_4.$$

С учетом этого можно определить все допустимые комбинации сигналов на входах $I-K-J^*-K^*$ -триггера для перехода 0—1:

$$K^* 000000111111$$

$$J^* 000111000011$$

$$K 001011001101$$

$$I 011101010110.$$

Правильность составления матрицы переходов устанавливается путем соответствия множества допустимых для данного типа перехода комбинаций полной таблице переходов триггера.

Ни одна из комбинаций не должна быть лишней или исключенной.

В процессе синтеза схемы цифрового автомата для подачи на входы триггера можно выбрать любую комбинацию из множества допустимых. Выбор комбинации зависит от принятого критерия синтеза.

Наиболее часто в качестве такого критерия при синтезе микропрограммных автоматов используется минимум аппаратных затрат.

Известно, что структурная организация микропрограммных автоматов такова, что прямые и инверсные значения входных сигналов и сигналов обратной связи являются равнодоступными и на их реализацию не затрачиваются дополнительные логические элементы.

В связи с этим целесообразно (после заполнения столбцов функций возбуждения по матрицам переходов синхронных триггеров) осуществлять просмотр и сравнение столбцов функций возбуждения и выходов с прямыми и инверсными значениями столбцов входных переменных и переменных обратной связи.

Легко видеть, что наличие одного совпадения (типа 0—0 или 1—1) и одного противоречия (типа 0—1 или 1—0) не позволит реализовать изложенное выше условие, но при наличии только одних совпадений или противоречий это возможно.

Рассмотренный подход применим к автоматам средней степени сложности. В случае же микропрограммных автоматов большой сложности из-за взаимной зависимости функций возбуждения и большого числа функций возникают значительные трудности в реализации такого подхода. По этой причине для сложных автоматов следует значение сигнала на синхровходах всех триггеров принять равным единице, а колонки информационных входов заполнять по матрицам переходов асинхронных триггеров с учетом наиболее выгодного доопределения.

Так, известно, что аппаратные затраты на реализацию функций возбуждения определяются в значительной мере числом конститuent единицы этой функции.

По этой причине при кодировании состояний автомата по эвристическому алгоритму стремятся уменьшить число конститuent функций возбуждения, что равносильно уменьшению числа отметок сигналов возбуждения в обратной структурной таблице микропрограммного автомата. Следуя этому критерию, необходимо выбрать такие значения неопределенных коэффициентов в табл. 2, чтобы минимизировать суммарное число единиц в поле матрицы переходов.

С учетом наиболее выгодного доопределения построена табл. 3 функций входов триггеров различных типов. Анализ ее показывает, что триггеры по функциям входа можно разбить на несколько групп.

К первой группе относятся T -, JK -, RS -, S -, R -, RST -триггеры, у которых имеется по одному единичному значению на каждом переходе, связанном с изменением состояния.

Для триггеров этой группы эвристический алгоритм кодирования [2], минимизирующий число изменений состояний элементов памяти, позволит уменьшить также число отметок сигналов возбуждения и сложность комбинационной части автомата.

Во вторую группу входит D -триггер, в третью и четвертую — соответственно DV - и JK^*K^* -триггеры.

Особенностью второй группы является единичный сигнал на входе в строках $0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 1$, т. е. в строках, где состояние перехода $Q(t+1) = 1$.

Случай кодирования внутренних состояний автомата, реализуемого на D -триггерах, исследован и состоит в расстановке состояний перехода $Q(t+1)$ по убыванию частоты появления их в таблице переходов автомата, последующем назначении нулевой комбинации как кода наиболее часто встречающегося состояния, затем в назначении кодов с одной единицей в комбинации и т. д.

Представляет интерес исследование влияния DV -, JK^*K^* -триггеров на методику кодирования внутренних состояний автомата.

Вначале рассмотрим использование универсального DV -триггера. На переходе $0 \rightarrow 1$ (табл. 3) необходимо формировать оба сигнала возбуждения V и D , на переходе $1 \rightarrow 0$ — только V . Следовательно, при выборе свободного кода более предпочтительны те соседние коды, у которых на переходе автомата значения разрядов изменяются с 1 на 0, а не с 0 на 1.

Критерием для назначения кода K_g в этом случае может служить величина

$$W_g = \sum_{\substack{\beta_g, \gamma_j \in F(S)}} P(\beta_g, \gamma_j) d'(\beta_g, \gamma_j) \quad (g = 1, 2, \dots, G), \quad (1)$$

где $P(\beta_g, \gamma_j)$ — вес, которым отмечен переход из $d(\beta_g)$ в $d(\gamma_j)$; $d'(\beta_g, \gamma_j)$ — расстояние между кодовыми комбинациями перехода K_{β_g} и K_{γ_j} в метрике данного типа триггера, а не расстояние по Хеммингу. Величину $d'(\beta_g, \gamma_j)$ можно найти по формуле $d'(\beta_g, \gamma_j) = \sum_{i=1}^n d_{PK}^i$, где n — число разрядов кодовой комбинации; PK —

Таблица 3

Переход	Триггер						
	D	T	DV	JK	RS	RST	JK^*K^*
	Вход						
	D	T	$V D$	$K J$	$R S$	$R S T$	$K^* J^* K^*$
$0 \rightarrow 0$	0	0	0 0	0 0	0 0	0 0 0	0 1 0 0
$0 \rightarrow 1$	1	1	1 1	0 1	0 1	0 1 0	0 0 0 0
$1 \rightarrow 0$	0	1	1 0	1 0	1 0	1 0 0	0 0 0 0
$1 \rightarrow 1$	1	0	0 0	0 0	0 0	0 0 0	1 0 0 0

тип перехода, имеющий место для комбинаций $K\bar{y}_g$ и $K\bar{y}_f$ в разряде l .

Вектор-строку возможных значений $d_{PK} = (d_{00}, d_{01}, d_{10}, d_{11})$ для каждого типа триггера легко сформировать по доопределенной матрице переходов (табл. 3), взяв в качестве компонент строки сумму элементов столбцов на данном типе перехода. Так, для RS -, T -, JK -, R -, S -, RST - триггеров $d_{PK} = (0, 1, 1, 0)$, для D -триггера $d_{PK} = (0, 1, 0, 1)$, для DV $d_{PK} = (0, 2, 1, 0)$, для $JKI^*K^*d_{PK} = (1, 0, 0, 1)$.

Расстояние между $K_{ig} = 011110$ и $K_{if} = 100100$ в метрике DV -триггера

$$d'(\bar{y}_g, \bar{y}_f) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (d_{01}^1 + d_{10}^2 + d_{10}^3 + d_{11}^4 + d_{10}^5 + d_{00}^6) = \\ = (2 + 1 + 1 + 0 + 1 + 0) = 5.$$

Если же $K_{ig} = 100100$, $K_{if} = 011110$,

$$d'(\bar{y}_g, \bar{y}_f) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (d_{10}^1 + d_{01}^2 + d_{01}^3 + d_{11}^4 + d_{01}^5 + d_{00}^6) = \\ = (1 + 2 + 2 + 0 + 2 + 0) = 7.$$

Выборку новых кодов можно производить из множества кодов D_{if}^1 , соседних по отношению к коду K_{if} , так как число изменений состояний элементов памяти и число отметок сигналов при этом будет меньше.

Из рассмотренного следует, что кодирование состояний для DV -триггера можно вести по эвристическому алгоритму, но с использованием видоизмененного критерия (1) для выбора кода. Очевидно также, что состояния первой строки матрицы автомата целесообразно кодировать кодами 11—11 и 11—10.

В качестве примера для DV -триггера закодируем состояния автомата, заданного матрицей M .

Этап 1

$$M = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 9 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} K_8 = 111; \\ 1 \\ K_1 = 110; \\ \gamma = 5; \\ M_5 = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$M' = \begin{array}{c|c|c} 5 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{array}; B_5 = \{1\}; D_5^1 = \{010, 100\}$$

$$W_{010} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3(2 + 0 + 0) = 6;$$

$$W_{100} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 3(0 + 2 + 0) = 6.$$

Выбираем $K_5 = 010$.

Этап 2

$$M' = \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{array}; \gamma = 2; M_2 = \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{array}; B_2 = \{1\}; D_2^1 = \{100\};$$

$$W_{100} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2(0 + 1 + 0) + 1(0 + 2 + 0) = 4;$$

$$K_2 = 100.$$

Этап 3

$$M' = \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{array}; \gamma = 3; B_3 = \{1, 2, 5\};$$

$$M_3 = \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{array}; C_1^1 = \emptyset; C_2^1 = \{000, 101\}; C_5^1 = \{000, 011\};$$

$$D_3^1 = C_1^1 \cup C_2^1 \cup C_5^1 = \{000, 101, 011\};$$

$$W_{000} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (1 + 0 + 0) + (0 + 0 + 2) + 1(2 + 2 + 0) = 8;$$

$$W_{101} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2(0 + 0 + 2) + 1(1 + 2 + 1) \times$$

$$\times (+1(0 + 2 + 1)) = 11;$$

$$W_{011} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2(1 + 2 + 2) + 1(0 + 0 + 1) +$$

$$+ 1(2 + 0 + 1) = 14.$$

Принимаем $K_3 = 000$.

Этап 4

$$M' = M_4 = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}; \quad \gamma = 4; \quad B_4 = \{1, 3, 6\}; \quad C_3^1 = \{001\}; \\ C_6^1 = \{011, 101\}; \quad C_1^1 = \emptyset; \\ D_4^1 = C_1^1 \cup C_3^1 \cup C_6^1 = \{001, 011, 101\};$$

$$W_{001} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (2+2+0) + (0+0+2) + \\ + (1+1+2) = 10;$$

$$W_{011} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (2+0+0) + (0+2+2) + \\ + (1+0+2) = 9;$$

$$W_{101} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0+2+0) + (2+0+2) + \\ + (0+1+2) = 9.$$

Выбираем $K_4 = 011$.

Качество кодирования при этом

$$K = \left\{ 9 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \right\} / P = \\ = \frac{9(0+0+1) + 3(2+0+0) + 2(0+1+0) + 2(1+0+0) + (2+0+0) + \\ + (0+2+0) + (0+2+2) + (0+2+0) + (1+0+2) + (2+2+0)}{9+3+2+2+1+1+1+1+1+1} = \\ = \frac{36}{22} = 1,63.$$

Кодирование по эвристическому алгоритму, не учитывающему тип элемента памяти (первая группа триггеров), дает следующие результаты: $K_2 = 011$; $K_3 = 111$; $K_4 = 100$; $K_5 = 101$; $K_6 = 000$; $K_1 = 001$.

В итоге качество кодирования будет хуже. Очевидно, что рассмотренную методику определения расстояния между кодовыми комбинациями можно построить и в метрике IKI^*K^* -триггера. Для нахождения множества свободных кодов в последнем случае целесообразно вначале образовать коды с максимальным кодовым расстоянием по отношению к коду K_{ij}^* , т. е. построить множество D_{ij}^* . Если же $D_{ij}^* = \emptyset$, следует найти D_{ij}^{*-1} и т. д.

Данная модификация эвристического алгоритма целесообразна потому, что максимизация числа изменений состояний JKI^*K^* -триггеров (табл. 3) уменьшает число отметок функций возбуждения в структурной таблице автомата и сложность комбинационной части.

Закодируем состояния автомата, заданного матрицей M , для случая использования JKI^*K^* -триггеров.

Этап 1

$$M = \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{array} \quad K_1 = 000; \quad K_2 = 111; \quad \gamma = 3; \quad M' = \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{array} \quad M = \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & \\ 3 & 4 & 1 \end{array};$$

$$C_1^0 = \varnothing; C_2^0 = \varnothing; C_1^{0-1} = \{110, 101, 011\}; C_2^{0-1} = \{100, 010, 001\};$$

$$D_3^{0-1} = C_1^{0-1} \cup C_2^{0-1} = \{110, 101, 011, 100, 010, 001\};$$

$$W_{110} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(1+1+0) + (0+0+1) = 5; W_{101} = 2 \times$$

$$\times \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(1+0+1) + (0+1+0) = 5; W_{011} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| +$$

$$+ \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| = 2(0+1+1) + (1+0+0) = 5; W_{100} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| =$$

$$= 2(1+0+0) + (0+1+1) = 4; W_{010} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(0+1+0) +$$

$$+ (1+0+1) = 4; W_{001} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(0+0+1) + (1+1+0) = 4.$$

Выбираем $K_3 = 100$.

Этап 2

$$M' = \begin{array}{c|c|c} 1 & 5 & 2 \\ \hline 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{array} \quad \gamma = 5; B_5 = \{1\}; C_1^1 = \{110, 101, 011\}; \quad W_{110} = 2 \times$$

$$\times \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(0+0+1) = 2; W_{101} = 2 \left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right| = 2(0+1+0) = 2;$$

$$W_{011} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2(1 + 0 + 0) = 2.$$

Принимаем $K_3 = 110$.

Этап 3

$$M' = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \gamma = 4; \quad B_4 = \{1, 2, 3\}; \quad M_4 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}; \quad C_1^n = \{101, 011\};$$

$$C_2^n = \{010, 001\};$$

$$C_3^n = \{001, 010\};$$

$$D_4^n = C_1^n \cup C_2^n \cup C_3^n = \{101, 011, 010, 001\};$$

$$W_{101} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0 + 1 + 0) + (1 + 0 + 1) + (1 + 1 + 0) = 5;$$

$$W_{011} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (1 + 0 + 0) + (0 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1) = 6;$$

$$W_{010} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (1 + 0 + 1) + (0 + 1 + 0) + (0 + 0 + 1) = 4;$$

$$W_{001} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (1 + 1 + 0) + (0 + 0 + 1) + (0 + 1 + 0) = 4.$$

Выбираем $K_4 = 010$.

Значение качества кодирования

$$K = \frac{\sum W}{P} = \left\{ 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \right\} / P = \frac{30 + 21 + 21 + 22 + 1 + 10}{3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1} = \frac{10}{11} = 0.91.$$

Качество кодирования по эвристическому алгоритму для триггеров первой группы [2] не может быть меньше единицы, а обычно составляет 1,4 — 2,1.

Таким образом, результат, полученный для качества кодирования IKI^*K^* -триггера ($K \cong 0,91$) свидетельствует (несмотря на большую сложность IKI^*K^* -триггера) в пользу его применения в запоминающей части микропрограммных автоматов тогда, когда экономия от уменьшения сложности комбинационной части превышает дополнительные затраты в запоминающей части.

Как следует из табл. 3, управление JK^*K^* -триггером можно осуществлять по двум входам J^* , K^* , подав на оставшиеся входы J , K нулевые сигналы.

Список литературы: 1. Hartmanis I., Stearns R. Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. — New York, Prentice-Hall, 1966. — 347 p. 2. Баранов С. И. Синтез микропрограммных автоматов. — Л.: Энергия, 1979. — 231 с. 3. Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура электронных вычислительных машин. — Л.: Машиностроение, 1979. — 383 с. 4. Баранов А. К., Какурин Н. Я. О составлении матриц переходов двоичных триггеров. — Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1979, 22, № 7, с. 52—56. 5. Ершова Э. Б., Родинский В. Н., Маркин Н. П. Основы дискретной автоматики и электросвязи. — М.: Связь, 1980. — 231 с.

Поступила в редколлегию 08.11.82.

УДК 681.325.65

Ю. В. ЛЯШЕНКО

АЛГОРИТМ МИНИМИЗАЦИИ МЕЖСЛОЙНЫХ ПЕРЕХОДОВ, УЧИТЫВАЮЩИЙ ТЕХНОЛОГИЮ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПЕЧАТНЫХ ПЛАТ

Автоматизация проектирования печатных плат широко используется для получения изделий РЭА в кратчайшие сроки. Проектирование плат выполняется с оптимизацией по различным критериям, одним из которых является минимум числа межслойных переходов на плате. Использование этого критерия позволяет повысить надежность и технологичность изготавливаемых плат. Не менее остро стоит проблема создания универсальных алгоритмов, учитывающих технологические особенности проектируемых плат. Наибольшее распространение для трассировки печатных плат получили волновые и канальные алгоритмы [1].

В работе [2] приводится точный алгоритм минимизации числа межслойных переходов, который преобразует матрицу, отображающую совмещенную топологию схемы для двухслойной платы, сводимый затем к задаче целочисленного программирования. Однако поскольку этот алгоритм работает на заключительном этапе трассировки, а сама трассировка выполняется по критерию минимума числа пересечений трасс, то количество получаемых межслойных переходов не является минимально возможным при реализации схемы на плате. Алгоритм трассировки плат, учитывающий технологические требования, изложен в работе [3]. Недостатком этого алгоритма, как и предыдущего, является использование в качестве основного критерия числа пересечений трасс, а также отсутствие универсальности в отношении используемой ЭВМ.

Ниже приводится алгоритм, позволяющий совместно с алгоритмом трассировки [4], осуществляющим минимизацию числа слоев платы, выполнить трассировку плат с минимальным числом межслойных переходов. При этом учитываются технологические особенности проектируемых плат. Трассировка соединений в предлагаемом алгоритме выполняется в два этапа. На первом этапе с помощью алгоритма трассировки [4] определяются координаты трассы на совмещенной топологии слоев

платы. На втором этапе фрагменты трассы фиксируются за слоями платы. Второй этап выполняется только для трасс, которые не размещаются полностью на одном из заданных слоев платы. При фиксации фрагментов трасс за слоями осуществляется минимизация числа межслойных переходов.

Рассмотрим алгоритм минимизации числа межслойных переходов. Пусть на плате разведено n трасс, которые размещаются на m заданных слоях платы, $(n+1)$ -я трасса не может разместиться полностью ни на одном из слоев. Эта трасса занимает на плате l ячеек дискретного рабочего поля (ДРП). Каждую ячейку ДРП, принадлежащую построенной трассе, будем считать ее элементарным фрагментом. Фрагменты трассы имеют смежности с трассами, ранее размещенными на слоях платы. Тогда для построенной трассы сформируем матрицу $T = \|t_{ij}\|_{m \times l}$, элементы которой принимают значения

$$t_{ij} = \begin{cases} P, & \text{если } j\text{-й фрагмент трассы имеет смежность с трассами} \\ & \text{на } i\text{-м слое платы;} \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

Отобразим матрицу T дискретным рабочим полем T' . Ячейка поля соответствует элементу матрицы T . Размерность рабочего поля по осям X, Y равна l, m соответственно. На поле T' построим волну n , используя ее свойство находить кратчайшее расстояние между соединяемыми точками, определим координаты межслойных переходов. Формирование волны выполняется по следующим правилам. Ячейкам поля с координатами $(X=1, Y=1, m)$, отмеченным индексом нуль, присвоим индекс длины, равный единице. Присвоение значений индекса длины для остальных ячеек происходит аналогично индексу длины волнового алгоритма. Ячейкам, отмеченным индексом P , индекс длины не присваивается. Процесс формирования волны заканчивается после достижения таких ячеек рабочего поля, для которых $X=l$. При определении координат пути от конечной точки трассы к начальной в путь включаются те ячейки поля T' , в которых индекс длины убывает. В случае равенства индексов в различных направлениях предпочтение отдается направлению вдоль оси X , что приводит к минимизации числа межслойных переходов, так как любое изменение координаты Y приводит к появлению межслойного перехода на плате. Если при изменении координаты пути Y в сторону возрастания и убывания индекс длины изменится одинаково, то необходимо проверить оба пути, чтобы выбрать направление, приводящее к минимальному числу изменений направления пути вдоль оси X . На рисунке показан пример формирования волнового процесса на поле T' при минимизации числа межслойных переходов. Для этого примера $m=4, l=10$, фрагменты трассы 1,2 имеют смежности с трассами на первом слое, фраг-

		X									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y ↓	1	P	P	0	0	0	0	0	0	P	0
	2	0	0	0	0	P	P	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	P	0	0	0	P
	4	0	0	0	0	0	0	0	P	0	P

		X									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y ↓	1	P	P	4	5	6	7	8	9	P	
	2	1	2	3	4	P	P	9	10	11	12
	3	1	2	3	4	5	P	8	9	10	P
	4	1	2	3	4	5	6	7	P	11	P

Формирование волнового процесса при минимизации числа межслойных переходов

мент 5 — с трассами на втором слое, 6 — на втором и третьем, 8 — на четвертом, 9 — на первом, 10 — на третьем и четвертом слоях платы. После распространения волны и определения координат пути трасса размещается на четвертом и втором слоях с межслойным переходом в ячейке ДРП, которой принадлежит седьмой фрагмент трассы.

Алгоритм минимизации количества межслойных переходов является расширением волнового алгоритма на вертикальную плоскость платы, а именно в этой плоскости и проявляются различия в технологических подходах. Поэтому в процессе минимизации межслойных переходов появляется возможность учета технологических ограничений. С этой целью организуется дополнительный массив $C_{i,j}$ ($i=1, m; j=1,2$). Элементы данного массива формируются по следующему правилу:

$$C_{n,1} = \begin{cases} 1, & \text{если можно организовать межслойный переход между} \\ & n\text{-м и } (n-1)\text{-м слоями платы;} \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

$$C_{n,2} = \begin{cases} 1, & \text{если можно организовать межслойный переход между} \\ & n\text{-м и } (n+1)\text{-м слоями платы;} \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

Если предположить, что плата ограничена шестью слоями, то значения массива C для различных технологий следующие.

Метод послойного наращивания

$$C_{i,1} = 011111$$

$$C_{i,2} = 111110$$

$$i = \overline{1,6}$$

Метод попарного прессования

$$C_{i,1} = 010101$$

$$C_{i,2} = 101010$$

$$i = \overline{1,6}$$

Метод открытых контактных площадок

$$\begin{aligned} C_{i,1} &= 000000 \\ C_{i,2} &= 000000 \end{aligned} \quad i = \overline{1,6}$$

Значения массива C указывают на то, что соединение должно быть полностью расположено в одном слое.

Метод сквозной металлизации отверстий

$$\begin{aligned} C_{i,1} &= 011111 \\ C_{i,2} &= 111110 \end{aligned} \quad i = \overline{1,6}$$

После того как массив C сформирован, вычисление значения индекса длины в ячейке T_k , при распространении волны из ячейки $T_{k-1,r}$ происходит по формуле $t_{k,r} = t'_{k-1,r} C_{k-1,2} + 1$, где $t'_{k-1,r}$ — индекс длины в ячейке $T'_{k-1,r}$; $t'_{k-1,r}$ — индекс длины в ячейке $T_{k-1,r}$. Если волна приходит в ячейку T_k , из ячейки $T_{k+1,r}$, то индекс вычисляется по формуле $t_{k,r} = t'_{k+1,r} C_{k+1,1} + 1$.

При определении пути на поле T' изменение координаты y разрешается только в том случае, если $C_{k-1,2} = C_{k,1}$ либо $C_{k+1,1} = C_{k,2}$. Особо необходимо выделить метод металлизации сквозных отверстий, для которого изменение координаты y при формировании волны и определении координат пути возможно только

в ячейках, удовлетворяющих условию $\sum_{k=1}^m \alpha_{k,r} = m$,

где $\alpha_{k,r} = \begin{cases} 0, & \text{если } t_{k,r} = P; \\ 1 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$

Описанный алгоритм, позволяя проектировать многослойные и двухслойные печатные платы, приводит к незначительному увеличению времени трассировки по сравнению с алгоритмом, приведенным в работе [4]. Это достигается исключением этапа распределения фрагментов трасс за слоями платы для трасс, размещаемых на одном из заданных слоев. За счет перераспределения фрагментов конфликтующих трасс по слоям платы алгоритм гарантирует 100%-ную трассировку соединений на ограниченном числе слоев платы. Трасса, которая ранее размещалась на одном слое, с помощью межслойных переходов может быть размещена на различных слоях. Данный процесс является итерационным и заканчивается после укладки всех трасс. Алгоритм легко реализуется с помощью языка ФОРТРАН-4, что делает его инвариантным относительно используемой ЭВМ. Недостатками предлагаемого алгоритма являются некоторая информационная избыточность и необходимость в отдельных случаях просмотра нескольких вариантов пути, что, однако, не является ограничением при его реализации на современных ЭВМ.

Список литературы: 1. Селютин В. А. Машинное конструирование электронных устройств.—М.: Сов. радио, 1977.—384 с. 2. Курейчик В. М., Королев А. Г. О минимизации переходных отверстий при двухслойном монтаже.—Управляющие системы и машины, 1978, № 4, с. 108—111. 3. Орловский Г. В. Система алгоритмов для трассировки двусторонних и многослойных печатных плат.—Обмен опытом в радиопромышленности, 1975, вып. 6, с. 107—112. 4. Алипов Н. В., Ляшенко Ю. В. Алгоритм трассировки печатных соединений.—АСУ и приборы автоматизации, 1981, вып. 58, с. 90—94.

Поступила в редколлегию 03.11.82.

УДК 681.325.5—181.48

В. А. ПОПОВ, канд. техн. наук,
И. В. ЧУМАЧЕНКО, канд. техн. наук

МАШИННЫЙ АНАЛИЗ ОПЕРАЦИОННОГО И УПРАВЛЯЮЩЕГО УСТРОЙСТВ НА БОЛЬШИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ СООБЩЕНИЕ 2

Приведем основные аксиомы и общие понятия РСА. Пусть система микропрограммных алгебр [1] характеризуется некоторым информационным множеством J , которое позволяет рассматривать интерпретации переменных для конкретного алгоритма. Для операторов из алгебры логических условий R_0 вводятся следующие типы операций:

1. Умножение двух операторов: $Y = Y_1 Y_2$.
2. Операция x — дизъюнкция: $P = (Y_1 \vee Y_2)$,

$$\text{где} \quad P = \begin{cases} Y_1, & \text{если } x=1; \\ Y_2, & \text{если } x=0 \end{cases}$$

(если условие x не определено, неопределенным является также оператор P)

3. Операция x -итерация: $Q = [Y]$.

Выполнение оператора x -итерации Q заключается в проверке условия x и применении оператора Y до тех пор, пока это условие остается ложным. Если при очередной проверке выполняется условие $x=1$, то нахождение значения этого оператора заканчивается.

Представление любого оператора из алгебры R_0 через образующие элементы алгебры, к которым относятся все операторы и логические условия, определенные на множестве N , называется регулярной схемой алгоритма (РСА).

Любая микропрограмма может быть представлена в регулярной форме. Существует алгоритм преобразования произвольных микропрограмм. Основа для проведения формальных преобразований РСА — система аксиом [2], рассматриваемая как схема бесконечной совокупности формул в паре алгебр (R_0, R_n) .

где $P, Q, R, \dots$ — произвольные операторы, $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ — логические условия. В системе аксиом существует 12 правил для алгебры операторов, восемь правил для алгебры условий и три правила вывода системы аксиом.

Система аксиом для алгебры операторов.

1. $(P \vee Q) = (Q \vee P)$
2. $(PQ)R = P(QR)$
3. $Pe = eP = P$
4. $\{e\} = (e \vee \emptyset), \{\emptyset\} = (e \vee \emptyset)$
5. $P\emptyset = \emptyset P = \emptyset, (\emptyset \vee \emptyset) = \emptyset$
6. $\{P\} = e, (P \vee Q) = P$
7. $(P \vee Q)R = (PR \vee QR)$
8. $P(Q \vee R) = (PQ \vee PR)$
9. $(P \vee Q) = ((P \vee Q) \vee Q)$
10. $(P \vee Q) = (P \vee (P \vee Q))$
11. $(P \vee (Q \vee R)) = ((P \vee Q) \vee P)$
12. $((P \vee Q) \vee R) = (P(Q \vee R))$

Система аксиом для алгебры условий.

1. $\{P\}(\alpha \vee \beta) = \{P\}\alpha$
2. $\{P\}(\bar{\alpha} \wedge \beta) = \{P\}\bar{\alpha}$
3. $\{P\}(\bar{\alpha} \vee \beta) = \{P\}\beta$
4. $\alpha \wedge \{P\}(\alpha \wedge \beta) = \{P\}(\alpha \wedge \beta)$
5. $(\alpha \wedge \beta) \vee \{P\}(\bar{\alpha} \vee \beta) = \{P\}(\bar{\alpha} \vee \beta)$
6. $1 \vee \beta = 1$
7. $1 \wedge 1 = 1$
8. $\bar{0} = 1$

Правила вывода системы аксиом для алгебры операторов.

1. а) $P = Q \rightarrow Q = P; P = Q \& Q = R \rightarrow P = R;$
б) $\mu = J \rightarrow J = \mu; \mu = J \& J = \bar{z} \rightarrow \mu = \bar{z};$

где R, P, Q — операторы; $\mu, J, \bar{z}$ — условия.

2. $S(\dots, P, \dots, \gamma, \dots) = Q \& P = R \& \gamma = \beta \rightarrow S(\dots, R, \dots, \beta, \dots) = Q,$
где R, P, Q — операторы; γ, β — условия; $S(\dots, P, \dots, \gamma, \dots)$ — оператор, содержащий в себе P, γ .

3. а) $P = \{S\}R \rightarrow Q = (R \vee SP);$
б) $P = (R \vee SP) \& P = (P \vee \emptyset) \rightarrow P = \{S\}R,$

где S, R, P — операторы, α — условие, $S = e$.

Язык PCA можно использовать на различных иерархических уровнях. Комплексное решение задачи проектирования микропроцессорных вычислительных систем (МВС) на больших интегральных схемах (БИС) предполагает формальное описание всех этапов при помощи данного языка [3]. На отдельных этапах проектирования рационально применение языковой конструкции — топологическая схема алгоритма [4]. Для этапа эскизного проектирования разработан пакет прикладных программ (ППП) [5, 6]. Рассмотрим состав и работу ППП (рисунок) анализа операционного и управляющего устройств на БИС.

Исходными данными для ППП являются следующие массивы: микрокоманд набора БИС с условием порядкового номера БИС и номера микрокоманд; рабочих команд набора БИС; соответствия управляющих сигналов микрокоманд; соответствия микрокоманд и контактов микропроцессоров; технических характеристик МВС и кристаллов.

Результатом счета ППП являются такие данные: набор кристаллов БИС в системе (номенклатура); загруженность списка микрокоманд каждого кристалла БИС; операции, нереализованные на данном наборе БИС; количество БИС каждого типа в системе; порядок соединения БИС в устройстве.

Рассмотрим основные подпрограммы, их место и работу в ППП.

Подпрограмма *ХАР* служит для выбора элементной базы и выполняет сравнение технических характеристик кристаллов БИС и технических характеристик в техническом задании (ТЗ).

Исходные данные: массив технических характеристик кристалла БИС; массив технических характеристик в ТЗ; количество сравниваемых характеристик вышеуказанных массивов.

Подпрограмма *F* необходима для хранения списка микрокоманд набора БИС и устанавливает принадлежность микрокоманд алгоритма к кристаллу.

Исходные данные: массив микрокоманд набора БИС с указанием порядка номера БИС и номеров микрокоманд.

Подпрограмма *L* служит для рационального покрытия алгоритма — структура при помощи логандов БИС.

Исходные данные: массив логандов БИС; массив микрокоманд алгоритма.

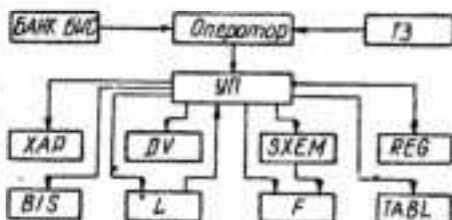
Подпрограммы *BIS*, *REG* служат для определения количества БИС каждого типа, необходимых для выполнения последовательности микрокоманд при заданном наборе логических условий.

Исходные данные: массив информации о количестве регистров каждого кристалла и об использовании их определенными микрокомандами.

Подпрограмма *SXEM* необходима для определения порядка соединения БИС между собой.

Исходные данные: массив соответствия микрокоманд выходам кристаллов.

Управляющая программа УП-1 организует вызов вышеизложенных подпрограмм в соответствии с методикой проектирования.



Структура программного обеспечения

Подпрограмма ТАБЛ служит для определения матриц переходов и выходов, а также функций возбуждения при синтезе устройства управления (УУ).

Подпрограмма DV выполняет роль двоичного счетчика и формирует необходимые массивы.

Управляющая программа УП-2 служит для вызова подпрограмм *ТАБЛ* и *DV*.

Работа ППП осуществляется следующим образом. После ввода исходных данных, если в задании накладываются ограничения на характеристики БИС, вызывается подпрограмма *ХАР* для сравнения характеристик задания в БИС. На печать выдаются результаты сравнения (количество совпавших и не совпавших характеристик).

Затем с помощью подпрограмм *DV* производится перебор всех возможных значений логических условий. Для каждого набора логических условий определяется порядок выполнения микрокоманд в алгоритме, т. е. по законам регулярной алгебры происходит «раскрытие» скобок операций *x*-дизъюнкции и *x*-итерации. При данном наборе значений логических условий вызываются подпрограммы *SXEM*, *BIS*, с помощью которых определяется соответственно порядок соединения БИС и количество БИС каждого типа в данной последовательности.

С помощью подпрограммы *F* рассматривается каждый кристалл БИС и выясняется, какие микрокоманды реализуются на данном кристалле и какие кристаллы (кроме рассмотренных) смогут реализовать эти микрокоманды. Данные значения необходимы для того, чтобы из набора БИС для реализации данной последовательности микрокоманд выбрать кристаллы с максимальной загруженностью списка микрокоманд. Вычисления продолжаются до тех пор, пока не будут просмотрены все возможные варианты значений логических условий.

При наличии малого количества нереализованных на БИС функций можно использовать подпрограммы *ТАБЛ* и *DV* для построения управляющего автомата на элементах средней степени интеграции.

При большом количестве нереализованных функций необходим этап проектирования заказных БИС частного применения.

ППП апробировался на двух контрольных примерах проектирования операционной части МВС.

Первый алгоритм обработки состоял из 81 микрокоманды, трех логических условий; операционное устройство — из двух типов кристаллов (ЦПЭ серии К589, коммутатор серии ЕСМП).

Получены распечатки результатов работы программ ППП. Для второго алгоритма использовались два кристалла (ЦПЭ серии 584, ЦПЭ серии 589).

ППП имеет около 600 операторов в языке ФОРТРАН (ЭВМ ЕС-1022), время счета около 0,1 ч. Кроме того, выполнен пример построения функций возбуждения и выходов для УУ опе-

рационным устройством, где алгоритм управления имел семь микрокоманд и шесть логических условий. Получены распечатки функций возбуждения $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и функций выходов y_1, y_2, y_3 .

Для синтеза другого УУ необходимо заменить операторы описания и операторы ввода в основной программе (перфокарты 4, 5, 7, 8).

Алгоритм построения функций выхода и возбуждения УУ основан на формализации УУ в виде абстрактного автомата, описание задания осуществляется в языке $РСА-F(x_i, y_i)$, где x_i — логическое условие, y_i — управляющие сигналы, $РСА$ — алгоритм управления операционным устройством. Определяются структурные входные и выходные алфавиты абстрактного автомата; таблица переходов и выходов; количество входных и выходных букв, составляются таблицы переходов и выходов; таблицы переходов и выходов структурного автомата; функции выходов и возбуждения.

Результаты просчета ППП: количество букв входного и выходного алфавита и состояний автомата; матрица переходов и выходов; таблица кодирования входных, выходных сигналов и состояний; функции возбуждения и выходов как функции от входных сигналов и выходных элементов памяти.

Последовательность работы с программой.

1. Составление исходного алгоритма управления операционным устройством. 2. Запись алгоритма в $РСА$. 3. Кодирование $РСА$, подготовка исходного массива данных. 4. Обработка данных в ЭВМ. 5. Получение распечаток функций возбуждения и выходов:

$$\varphi_i = f(x_1, x_2, x_3, x_4, \tau_1, \tau_2, \tau_3); y_j = f(x_1, x_2, x_3, x_4, \tau_1, \tau_2, \tau_3), \quad i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3.$$

6. Построение схемы УУ в базисе И, ИЛИ, НЕ или в требуемом базисе.

Список литературы: 1. Чумаченко В. Ф., Попов В. А., Водопьянов В. К. Синтез алгоритмов диспетчеризации специализированных вычислительных систем. — Х.: Изд. ХВКИУ, 1971. — 200 с. 2. Иванов П. М. Аксиоматизация микропрограммных алгебр. — Теоретическая кибернетика, 1970, вып. 5, с. 9—48. 3. Чумаченко И. В. Проблемная ориентация и разработка фрагментов микропроцессорных систем. — Автоматизированные системы управления, 1981, вып. 3, с. 67—68. 4. Попов В. А., Величко А. Н., Чумаченко И. В. Методика построения и проверки микропроцессорных систем. 1. — Теория автоматизированного проектирования, 1981, вып. 3, с. 88—96. 5. *Пакет* прикладных программ для эскизного проектирования микропроцессорных устройств / В. А. Попов, И. Т. Скибенко, И. В. Чумаченко и др. — АСУ, 1981, вып. 3, с. 65—66. 6. Чумаченко И. В., Болдырев Д. П., Попов В. А. Об автоматизации выбора микропроцессора на различных этапах проектирования операционных устройств. — Автоматизация проектирования электронной аппаратуры, 1982, вып. 1, с. 43—47.

Поступила в редколлегию 06.02.81.

Э. Н. РЫБНИКОВ, канд. техн. наук,
М. Л. ЛИТВИНОВ, канд. техн. наук

МОДУЛЬНЫЙ ПРИНЦИП КОНСТРУИРОВАНИЯ БЛОКОВ КОНДЕНСАТОРОВ

Ужесточение режимов работы и условия эксплуатации конденсаторов в сочетании с повышением энергосодержания в единице предъявляют к их конструкции определенные требования.

Традиционная блочная конструкция в ряде случаев (например, для коммутирующих конденсаторов тиристорных устройств) не позволяет безгранично увеличивать ее емкость. Это обусловлено нарушением теплового режима конденсатора в процессе работы, что в свою очередь снижает его эксплуатационную надежность.

Для обеспечения нормального функционирования установок с блоками конденсаторов необходимо иметь в наличии запасные блоки, стоимость которых с учетом доставки к месту эксплуатации довольно существенна. Вышедшие из строя блоки конденсаторов, как правило, не подлежат ремонту и являются невосстанавливаемыми элементами.

С учетом сказанного вполне закономерно стремление уменьшать стоимость запасных блоков конденсаторов, что возможно в случае применения модульного принципа конструирования. Этот принцип заключается в том, что конструктивно блок конденсаторов выполняется в виде набора одинаковых модулей (субблоков), каждый из которых содержит вполне определенный пакет пластин. Кроме того, модули (субблоки) выполнены таким образом, что обеспечивают их легкую замену, а следовательно, ремонтпригодность конденсаторов. При пробое замене подлежит один модуль, а не весь блок конденсаторов.

Описанный принцип конструирования широко применяется при проектировании электронной вычислительной аппаратуры [1].

Применяя упомянутый принцип в процессе конструирования, требуется решать задачу определения оптимального типоразмера модуля, которую можно сформулировать следующим образом.

Необходимо определить такой типоразмер модуля, а следовательно, и количество m модулей в блоке, при котором суммарная стоимость основных и запасных модулей минимальна

$$Z_i = c_i(m_i + n_i) \rightarrow \min, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

и удовлетворяет следующим ограничениям.

Показатель надежности блока (вероятность безотказной работы) должен быть больше либо равен требуемому: $P_i(t) \geq P_{TP}(t_p)$ (2); объем блока, состоящего из модулей, должен быть меньше либо равен допустимому: $V_i < V_g$ (3); показатель обеспечения изделия запасными блоками должен быть больше либо равен требуемому: $\Pi_i \geq \Pi_{TP}$ (4).

В формулах (1)–(3) приняты следующие обозначения: c_i — стоимость модуля для i -го варианта, n_i — количество запасных модулей для i -го варианта, $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы блока конденсаторов, $P_{TP}(t_p)$ — требуемая вероятность без-

отказной работы блока конденсаторов, V_i —объем блока; r —число рассматриваемых вариантов.

Ограничение по надежности (2) необходимо учитывать по той причине, что в случае применения взаимозаменяемых модулей в конструкции (рисунок, поз. б) вводятся дополнительные конструктивные элементы (места пайки контактов модулей), которые снижают надежность всего устройства.

Интенсивность отказов блока конденсаторов $\lambda_{bi} = \lambda_i m_i$ (5), $\lambda_i = \frac{N}{m_i} \lambda^* + \lambda_{pi}$ (6), где λ_i —интенсивность отказов модуля; N —число пластин в блоке конденсаторов; λ^* —интенсивность отказов пластин; λ_{pi} —интенсивность отказов мест пайки контактов модулей.

При экспоненциальном законе распределения отказов вероятность безотказной работы блока конденсаторов $P_i(t_p) = e^{-\lambda_i m_i t_p}$ (7).

Из формулы (7) видно, что, поскольку существует ограничение на вероятность безотказной работы блока, допустимое количество модулей m_i ограничено. Ограничение на объем блока может диктоваться местом установки блока конденсаторов, тепловым режимом либо другими условиями.

При решении задачи определения оптимального количества и типоразмера модулей необходимо учитывать ограничение (4). Это ограничение фактически, как будет показано ниже, влияет на выбор оптимального количества запасных модулей.

Величина c_i в функции (1) зависит от количества модулей в блоке m_i : $c_i = f(m_i)$ (8). Функцию (8) можно аппроксимировать зависимостью $c_i = a_1/m_i + a_2$ (9), причем коэффициенты a_1 , a_2 определяются конкретной конструктивной реализацией модуля и блока.

Показатель обеспечения изделия Π_i невозстанавливаемыми запасными модулями представляет собой вероятность отсутствия простоя изделия в течение периода пополнения T из-за отсутствия запасных модулей. В зависимости от требований, предъявляемых к изделию и условий его применения, показатель обеспечения Π_i выбирается по согласованию с заказчиком в пределах 0,8—0,99.

При нахождении оптимального количества запасных модулей n_i для каждого из вариантов ($i = 1, 2, \dots, r$) разбиения блока на модули m_i воспользуемся следующими рассуждениями.

Вероятность того, что будут простои изделия из-за отсутствия запасных модулей, $q_i = 1 - \Pi_i$ (10). Однако, принимая гипотезу об экспоненциальном распределении времени работы до отказа [2], можно записать

$$q_{1i} = 1 - \sum_{j=0}^{n_i} \frac{(\lambda_i m_i T)^j}{j!} e^{-\lambda_i m_i T}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (11)$$

Величина n_i должна быть выбрана минимальной из целочисленного ряда значений n_i , для которых выполняется неравенство $q_{1i} < 1 - \Pi_{T_2}$ (12).

Для определения оптимального количества запасных модулей n_i из выражения (11) легко построить машинный алгоритм последовательного перебора значений n_i от нуля до определяемой величины n_i , при которой неравенство (12) начнет выполняться.

Таким образом, модульный принцип конструирования блоков конденсаторов и сформулированная задача определения типоразмера модулей позволяют в процессе ее решения одновременно решить задачу компоновки (определение количества

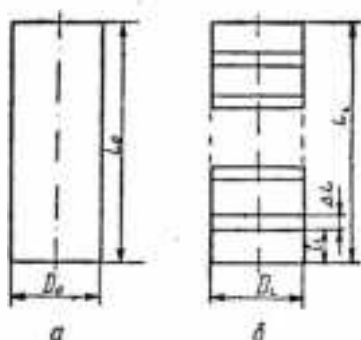


Рис. 1. Виды конструкций блока: а — цельная конструкция блока; б — модульная конструкция блока

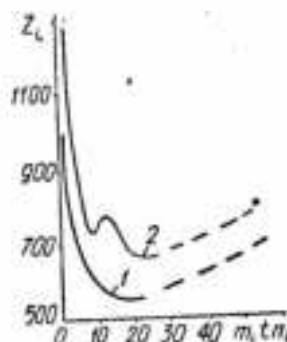


Рис. 2. Зависимость стоимости от суммарного количества основных и запасных модулей

модулей в блоке) и задачу определения оптимального количества запасных модулей на начальном этапе проектирования.

При конструктивном выполнении блока в виде цилиндра (рис. 1, а) и модульном исполнении (рис. 1, б) можно наложить жесткое ограничение на диаметр $D_i = D_0$ и ограничение на высоту блока $L_i \leq L_0 + \Delta l$ (13).

Для случая конструктивного выполнения блока, приведенного на рис. 1, б, высота блока $L_i = m_i l_i + (m_i - 1) \Delta l_i$ (14), где $l_i = N/m_i \Delta l_i + A_i$ (15). Здесь l_i — высота модуля; Δl_i — толщина пластин; ΔL_i — расстояние между модулями в блоке; N — количество пластин в блоке конденсаторов; A_i — конструктивный размер, учитывающий размеры других элементов конструкции модуля.

Алгоритм одновременного решения задач компоновки, определения типоразмера и оптимального количества запасных модулей блока конденсаторов имеет следующую последовательность.

1. Определяется допустимое количество модулей m_i из условия обеспечения требуемого значения вероятности безотказной работы блока конденсаторов (7) для конкретного варианта.

2. Определяется допустимое количество модулей m_i из условия удовлетворения ограничению по объему. Для рассматриваемого конструктивного выполнения блока конденсаторов (рис. 1, б) используются формулы (13), (14).

3. Сравниваются значения m_i , полученные в пп. 1, 2. Меньшее значение принимается за основное ограничение количества модулей в блоке.

4. Определяется оптимальное количество запасных модулей для каждого из вариантов ($i = 1, 2, \dots, r$) разбиения блока на модули путем вычислений по формулам (6), (11).

Величина n_i выбирается из целочисленного ряда значений, для которых выполняется неравенство (12).

5. Вычисляется суммарная стоимость Z_i основных и запасных модулей для каждого из вариантов ($i = 1, 2, \dots, r$) по формуле (1).

6. Сравниваются значения Z_i для всех вариантов разбиения на модули ($i = 1, 2, \dots, r$) и определяется минимальное значение $Z_{\min}$. Количество модулей m_i , n_i , соответствующее $Z_{\min}$, является оптимальным.

7. Вычисляются размеры модуля. Для блока, изображенного на рис. 1, б, размеры модуля вычисляются по формуле (15).

Последовательность действия при определении оптимального количества и типоразмера модулей в блоке реализована на цифровой ВМ «Наири-2» для решения задач при следующих исходных данных:

1) $N = 2400$ шт., $\lambda^* = 0,417 \cdot 10^{-6} 1/r$; $\lambda_n = 0,5 \cdot 10^{-6} 1/q$; $a_1 = 495$ руб; $a_2 = 5$ руб; $P_{Tp}(t_p) = 0,97$ за $t_p = 1400$ ч; $\Pi_{Tp} = 0,97$; $t = 5400$ ч — наработка за период пополнения запасными моду-

лями (при коэффициенте интенсивности эксплуатации $k_n = 0,75$): $A_i = 0,1$ см, $\Delta L_i = 0,20$ см; $\Delta l = 10$ см (рис. 1, б); 2) $\lambda^* = 0,417 \times 10^{-7} 1/q$; $P_{Tp}(t_p) = 0,9$ за $t = 1000$ ч.

Остальные исходные данные такие же, как и в первой задаче. На рис. 2 показаны зависимости суммарной стоимости от

i	1-я задача			2-я задача		
	n_i	$m_i + n_i$	Z_i руб.	n_i	$m_i + n_i$	Z_i руб.
1	1	2	1000	2	3	1500
2	1	3	757,5	2	4	1010
3	1	4	680	2	5	850
4	1	5	743,75	2	6	772,5
5	1	6	624	2	7	728
6	1	7	612,5	3	9	787,5
8	1	9	601,87	3	11	735,6
10	1	11	599,5	3	13	708,5
12	1	13	601,25	3	15	693,75
15	1	16	608	3	18	684
16	1	17	610,81	3	19	683
20	1	21	624,75	3	23	684,3
24	1	25	640,62	4	28	717,5
25	1	26	644,8	4	29	719,2
30	1	31	666,5	4	34	731
32	1	33	675,44	4	36	738
40	1	41	712,375	4	44	764,5
48	1	49	750,19	5	53	811,4
50	1	51	759,9	5	55	825
60	1	61	808,25	5	65	861,25
80	2	82	917,33	5	85	952
96	2	98	994,9	5	101	1025,75
100	2	102	1014	5	105	1044

количества основных и запасных модулей. Кривая, изображенная жирной линией, соответствует исходным данным 1-й задачи, тонкой — второй.

Ограничение (13) для обеих задач допускает максимальное количество модулей $m \leq 32$, а ограничение (2) допускает $m \leq 20$ для 1-й задачи и $m \leq 8$ для 2-й. Для наглядности кривые стоимости на рис. 2 построены и для случаев с количеством модулей, выходящим за зону ограничения.

В таблице приведены данные, полученные в процессе решения приведенных выше задач. Из таблицы видно, что для первой задачи оптимально разбиение блока на 10 модулей, а для второй — на пять. Оптимальное количество запасных модулей в первом случае — один, во втором — два. При толщине пластин $\Delta l = 0,01$ см высота модуля для первой задачи $l_1 = 2,5$ см, для второй — $l_2 = 4,9$ см.

Модульный принцип конструирования даёт существенный экономический эффект. Так, для первой задачи необходимо иметь только один запасной модуль и суммарная стоимость составит 599,5 руб. При запасном целом блоке суммарная стоимость составляла бы 1000 руб. Экономический эффект $\Delta Z_1 = 400,5$ руб. Для второй задачи экономический эффект составляет $\Delta Z_2 = 772$ руб.

Список литературы: 1. Анисимов Б. В., Савельев А. Я. Основы конструирования и производства ЭВМ. — М.: Высш. школа, 1972. — 278 с. 2. Сотсков Б. С. Основы теории расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. — М.: Высш. школа, 1970. — 230 с. 3. Кулобаев Л. Н. Основы расчета обеспечения электронной аппаратуры запасными элементами. — М.: Сов. радио, 1970. — 215 с.

Поступила в редколлегию 26.11.80.

УДК 528.711.7

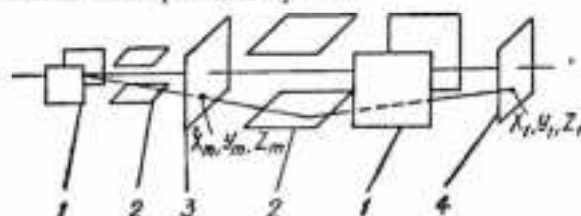
А. Б. ГАЛАТ, А. К. ГНАП,
канд. физ.-мат. наук,
Ю. В. ДУБРОВИН, А. Г. ШЕИН,
д-р физ.-мат. наук

ИСКАЖЕНИЯ ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В современной технике отображения информации в качестве индикаторов широко применяются электронно-лучевые трубки. Точность и достоверность воспроизведения информации существенно зависят от искажений, вносимых электронным лучом [1]. В электронно-лучевых трубках электронный поток фокусируется и перемещается в пространстве с помощью отклоняющих систем. В случае, когда при отклонении форма поперечного сечения пучка сохраняется, он переносит свою информацию передаваемую ему внешним сигналом. С достаточной степенью

точности это выполняется в случае малых углов отклонения пучка. Если углы отклонения большие, возникают нарушения пропорциональности отклонения приложенному напряжению (либо току в катушках соленоида при электромагнитном отклонении), а также искажения формы поперечного сечения луча в области экрана или мишени.

Известны работы, посвященные теоретическим и экспериментальным исследованиям aberrаций второго и высших порядков электростатических и электромагнитных линз, применяющихся в электронно-лучевых приборах и устройствах [2, 3], поэтому мы не рассматриваем условия нарушения фокусировки линзами, а проводим анализ погрешностей изображения, возникающих при отклонении электронных пучков.



Отклоняющая система электронно-лучевой трубки со знаковой индикацией: 1 — пластины горизонтального отклонения; 2 — пластины вертикального отклонения; 3 — маска; 4 — мишень.

Электронно-оптические основы теории отклонения пучков разработаны В. Глазером и Г. Вендтом. Ими получены выражения для коэффициентов aberrаций третьего порядка электромагнитных и комбинированных отклоняющих систем для случая отклонения луча в одном направлении.

В работе поставлена задача — получить выражения для коэффициентов aberrаций электростатической системы отклонения электронного луча в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а также определить конкретные виды искажений такой системой. Интересно оценить вклад каждой отклоняющей системы в общие aberrации в случае, если мы имеем несколько таких систем, расположенных последовательно одна за другой (например, в ЭЛТ со знаковой индикацией) [4].

Используем метод возмущений для расчета ошибок отклонения системы, состоящей из четырех пар отклоняющих пластин (рисунк, 1 — пластины горизонтального отклонения; 2 — вертикального; 3 — маска; 4 — мишень). Условиями нарушения фокусировки за счет фокусирующей системы и влияния пространственного заряда пренебрегаем, так как это самостоятельная задача, и считаем, что искажения образуются только в отклоняющем поле.

Поле вертикального отклонения обозначим индексом η , поле горизонтального отклонения — ξ . В этом случае разложение потенциала отклоняющих полей в ряд

$$\varphi_{a1}(x, y, z) = -E_3 y - \frac{1}{2} E_{12} x^2 y + \frac{1}{6} (E_1 + E_{12}) y^3 + \dots; \quad (1)$$

$$\varphi_{a2}(x, y, z) = -E_1 x - \frac{1}{2} E_{12} y^2 x + \frac{1}{6} (E_1 + E_{12}) x^3 + \dots$$

Учитывая ускоряющее напряжение U , записываем общий потенциал $\varphi = U + \varphi_{a1} + \varphi_{a2}$ (2).

Функция Лагранжа, входящая в уравнение траекторий движения для электрического поля, после подстановки выражений (1), (2) имеет вид

$$F = \left(1 - \frac{E_3}{U} y - \frac{E_1}{U} x - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{U} x^2 y - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{U} y^2 x + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{U} y^3 + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{U} x^3 + \dots \right)^{\frac{1}{2}} [1 + (x')^2 + (y')^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь и в дальнейшем штрихи означают производные по z . Полученное выражение разложим по восходящим степеням x , y и x' , y' , отбрасывая члены выше 3-го порядка:

$$F = 1 - \frac{E_3}{2U} y - \frac{E_1}{2U} x + \frac{1}{2} [(x')^2 + (y')^2] - \frac{1}{8} \frac{E_3^2}{U^2} y^2 - \frac{1}{8} \frac{E_1^2}{U^2} x^2 + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{2U} y^3 + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{2U} x^3 + \dots - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{2U} x^2 y - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{2U} y^2 x - \frac{1}{4} \frac{E_3}{U} [(x')^2 + (y')^2] y - \frac{1}{4} \frac{E_1}{U} [(x')^2 + (y')^2] x - \frac{1}{8} [(x')^2 + (y')^2]^2 = F_0 + F_2 + F_4,$$

где

$$F_0 = 1; F_2 = \frac{1}{2} [(x')^2 + (y')^2] - \frac{E_3}{2U} y - \frac{E_1}{2U} x, \\ F_4 = -\frac{1}{8} \frac{E_3^2}{U^2} y^2 - \frac{1}{8} \frac{E_1^2}{U^2} x^2 + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{2U} y^3 + \frac{1}{6} \frac{E_1 + E_{12}}{2U} x^3 - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{2U} y^2 x - \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{2U} x^2 y - \frac{1}{4} \frac{E_3}{U} [(x')^2 + (y')^2] y - \frac{1}{4} \frac{E_1}{U} [(x')^2 + (y')^2] x - \frac{1}{8} [(x')^2 + (y')^2]^2.$$

Идеальные приосевые траектории можно определить, подставляя в уравнения траекторий [2] значения $F = F_0 + F_2$:

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial F_2}{\partial x'} = \frac{\partial F_2}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial F_2}{\partial y'} = \frac{\partial F_2}{\partial y}. \quad (3)$$

Интегрирование уравнений (3) приводит к

$$x = x_0 + x_1(z - z_1) + e_1; \quad x' = \dot{x}_1 + \dot{e}_1; \quad (4)$$

$$y = y_0 + y_1(z - z_1) + e_2; \quad y' = \dot{y}_1 + \dot{e}_2,$$

где x_0 , y_0 — координаты точки пересечения луча с плоскостью мишени; x_1 , y_1 — компоненты направления неотклоненного луча

(этот выбор начальных условий необходим для дальнейшего хода рассуждений); e_ξ , e_η — изменение угла наклона луча по отношению к осям x , y ; e_ξ , e_η — идеальное отклонение соответственно по осям x , y ,

$$e_\xi(z) = \int_{z_0}^z \frac{E_\xi(t)}{2U} (t-z) dt, \quad e_\eta(z) = - \int_{z_0}^z \frac{E_\eta(t)}{2U} dt.$$

Для e_η имеем аналогичное выражение с заменой индекса ξ на η . Введем обозначения:

$$f_1 = \frac{1}{8} \frac{E_\eta^2}{U^2}, \quad f_2 = -\frac{1}{6} \frac{E_\eta + E_{\eta 2}}{2U}, \quad f_3 = \frac{1}{2} \frac{E_{\eta 2}}{2U}, \quad f_5 = \frac{1}{4} \frac{E_\eta}{U}, \\ f_6 = \frac{1}{8} \frac{E_\xi^2}{U^2}, \quad f_7 = -\frac{1}{6} \frac{E_\xi + E_{\xi 2}}{2U}, \quad f_8 = \frac{1}{2} \frac{E_{\xi 2}}{2U}, \quad f_{10} = \frac{1}{4} \frac{E_\xi}{U} \quad (5)$$

В выражении для F сумма $F_0 + F_2$ дает функцию идеального отклонения. Тогда с учетом формулы (5) получаем

$$-F_4 = f_1 y^2 + f_6 x^2 + f_2 y^3 + f_7 x^3 + f_3 x^2 y + f_8 y^2 x + \\ + f_5 [(x')^2 + (y')^2] y + f_{10} [(x')^2 + (y')^2] x + \frac{1}{8} [(x')^2 + (y')^2]^2. \quad (6)$$

Смещения точки пересечения луча с экраном Δx_1 , Δy_1 , которые возникают с учетом F_4 [2]:

$$\Delta x_1 = -\frac{\partial W_4}{\partial x_1}, \quad \Delta y_1 = -\frac{\partial W_4}{\partial y_1}.$$

Функция W_4 определяется выражением

$$W_4(x_1, y_1, x'_1, y'_1) = \int_{z_0}^z F_4 dz. \quad (7)$$

Подставляя формулу (6) в (7) и заменяя x , y , x' , y' в соответствии с выражением (4), можно получить соотношения для W_4 .

В выражении для F_4 необходимо опустить член $\frac{1}{8} [(x')^2 + (y')^2]^2$, который возникает также в случае отсутствия отклоняющего поля и не должен учитываться в возмущающей функции F_4 .

В результате абберации системы, приведенной на рисунке,

$$\Delta x = a_{14} + a_{25} x_0 + a_{17} y_0 + a_{16} y_0^2 + a_4 x_0^2 + a_{15} y_0^2 + a_{17} x_0 y_0 + \\ + 2a_2 x_0^2 y_0 + a_9 x_0 y_0^2 + a_{10} x_0^2 y_0^2 + a_{20} (y_0')^2 + a_{21} y_0 y_0^2 + a_{23} x_0^2 + \\ + a_{24} x_0 x_0^2 + a_{25} (x_0')^2; \quad (8)$$

$$\Delta y = a_1 + a_3 y_0 + a_{15} x_0 + a_{16} x_0^2 + a_5 y_0^2 + a_6 x_0^2 + \\ + a_{19} x_0 y_0 + 2a_{20} x_0^2 y_0 + a_{21} y_0 x_0^2 + a_{22} x_0 y_0^2 + a_3 (x_0')^2 + \\ + a_9 x_0 x_0^2 + a_{11} y_0^2 + a_{12} y_0 y_0^2 + a_{13} (y_0')^2,$$

где выражения для коэффициентов аббераций $a_1 \dots a_{25}$ приведены в приложении (уравнения П1).

Для выделения коэффициентов aberrаций на маске из суммарных aberrаций обозначим

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{11} + E_{111}, \quad E_2 = E_{21} + E_{211}, \quad e_1 = e_{11} + e_{111} + \Delta e_1; \\ e_2 &= e_{21} + e_{211}, \quad E_{12} = E_{121} + E_{1211}; \\ e_3 &= e_{31} + e_{311} + \Delta e_3, \quad e_4 = e_{41} + e_{411} - \end{aligned}$$

координата маски $z = z_m$.

Подставляя эти значения в выражения П1—1 ... 25, находим развернутые значения коэффициентов aberrаций, которые здесь не приводим из-за их громоздкости. Поскольку при анализе не накладывали никаких ограничений на форму отклоняющих пластин, полученные соотношения и коэффициенты aberrаций могут быть использованы для расчета систем разной конфигурации.

Рассмотрим влияние угла схождения пучка на искажения. Для упрощения предположим, что неотклоненный луч движется строго по оси системы, поэтому $x_2 = y_2 = 0$. Обозначим половину угла раскрытия пучка через ω .

Пусть в некоторой плоскости $z = z_0$ радиус пучка равен r . Переходя в этой плоскости к полярным координатам $x_0 = r \cos \theta$, $y_0 = r \sin \theta$, получаем выражения для x'_0 и y'_0 : $x'_0 = -\omega \cos \theta$, $y'_0 = -\omega \sin \theta$. С учетом того, что луч движется по оси системы, перепишем уравнение (8) в виде

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_{14} - a_{15}\omega \sin \theta - a_{45}\omega \cos \theta + a_{25}\omega^2 \sin 2\theta + a_{20}\omega^2 \sin^2 \theta + \\ &+ a_{25}\omega^2 \cos 2\theta; \quad \Delta y = a_1 - a_{15}\omega \cos \theta - a_{55}\omega \sin \theta + a_{20}\omega^2 \sin 2\theta + \\ &+ a_{55}\omega^2 \cos^2 \theta + a_{15}\omega^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку угол идеального отклонения $\alpha_i = |e'_i|$ ($\alpha_i = |e'_i|$) пропорционален соответствующей напряженности поля, можно записать

$$a_8 = \alpha_1 b_8, \quad a_{13} = \alpha_1 b_{13}, \quad a_{20} = \alpha_1 b_{20}, \quad a_{25} = \alpha_1 b_{25}, \quad a_{15} = \alpha_1 \alpha_1 b_{15}.$$

Представим коэффициенты a_4 , a_5 в виде сумм $a_4 = a_{41} + a_{4i}$, $a_5 = a_{51} + a_{5i}$, где индексы $1, i$ означают зависимость коэффициента только от параметров с данным индексом; b_i — коэффициент, определяемый формой отклоняющего поля; $\alpha_i(\alpha_1)$ — угол идеального отклонения.

Аналогично $a_1 = a_{11} + a_{1i}$, $a_{14} = a_{141} + a_{14i}$, тогда

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha_1^3 b_{11} + \alpha_1 \alpha_i^2 b_{1i1}, \quad a_{14} = \alpha_i^3 b_{14i} + \alpha_i \alpha_1^2 b_{141}, \\ a_4 &= \alpha_1^2 b_{41} + \alpha_i^2 b_{4i}, \quad a_5 = \alpha_i^2 b_{5i} + \alpha_1^2 b_{51}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя уравнение (10) в (9), получаем

$$\begin{aligned} \Delta x &= \alpha_i^3 b_{14i} + \alpha_i \alpha_1^2 b_{141} - \alpha_1 \alpha_i b_{15}\omega \sin \theta - \alpha_i^2 b_{41}\omega \cos \theta - \\ &- \alpha_i^2 b_{4i}\omega \cos \theta + \alpha_1 b_{20}\omega^2 \sin 2\theta + \alpha_i b_{20}\omega^2 \sin^2 \theta + \alpha_i b_{25}\omega^2 \cos 2\theta; \end{aligned}$$

$$\Delta y = a_1^2 b_{11} + a_1 a_2^2 b_{11} - a_1 a_2 b_{10} \cos \theta - a_2^2 b_{31} \omega \sin \theta - a_1^2 b_{31} \omega \sin \theta + \\ + a_1 b_{20} \omega^2 \sin 2\theta + a_1 b_{30} \omega^2 \cos^2 \theta + a_1 b_{13} \omega^2 \sin^2 \theta.$$

Проанализируем погрешности передачи изображения. Используя члены, зависящие от $a_1 \omega^2$, и исключая из уравнений угол θ , для различных значений ω находим семейство кривых:

$$\frac{\Delta x^2}{(b_8 a_1 \omega^2)^2} + \frac{\left[\Delta y - \frac{1}{2} (b_8 + b_{13}) a_1 \omega^2 \right]^2}{\left[\frac{1}{2} (b_8 - b_{13}) a_1 \omega^2 \right]^2} = 1. \quad (11)$$

Используем члены, зависящие от $a_1 \omega^2$:

$$\frac{\left[\Delta x - \frac{1}{2} (b_{25} + b_{20}) a_1 \omega^2 \right]^2}{\left[\frac{1}{2} (b_{25} - b_{20}) a_1 \omega^2 \right]^2} + \frac{\Delta y}{(b_{20} a_1 \omega^2)^2} = 1. \quad (12)$$

Уравнения (11), (12) описывают семейства эллипсов, которые при $b_{13} > 0$ и соответственно $b_{20} > 0$ имеют вид ком. При одновременном отклонении по обоим направлениям общая фигура также имеет вид комы, но центры эллипсов располагаются на прямой, наклоненной под некоторым углом к оси координат, а сами эллипсы также наклонены к осям координат. Приведем выражения для семейства эллипсов общей комы:

$$\Delta x - C_x = \sqrt{R_{xy}^2 + R_{xx}^2} \sin \left(2\theta + \arcsin \frac{R_{xx}}{\sqrt{R_{xy}^2 + R_{xx}^2}} \right); \\ \Delta y - C_y = \sqrt{R_{yx}^2 + R_{yy}^2} \sin \left(2\theta + \arcsin \frac{R_{yy}}{\sqrt{R_{yx}^2 + R_{yy}^2}} \right), \quad (13)$$

где

$$C_x = \frac{1}{2} (b_{25} + b_{20}) a_1 \omega^2; \quad C_y = \frac{1}{2} (b_8 + b_{13}) a_1 \omega^2; \\ R_{xx} = \frac{1}{2} (b_{25} - b_{20}) a_1 \omega^2; \quad R_{yy} = \frac{1}{2} (b_8 - b_{13}) a_1 \omega^2; \\ R_{yx} = b_{20} a_1 \omega^2; \quad R_{xy} = b_8 a_1 \omega^2.$$

Если

$$\left| \arcsin \left(R_{xx} / \sqrt{R_{xy}^2 + R_{xx}^2} \right) - \arcsin \left(R_{yy} / \sqrt{R_{yx}^2 + R_{yy}^2} \right) \right| = \frac{\pi}{2},$$

то уравнения (13) описывают семейство эллипсов с полуосями $\sqrt{R_{xy}^2 + R_{xx}^2}$, $\sqrt{R_{yx}^2 + R_{yy}^2}$ и с координатами центров, отстоящими от точки идеального отклонения на C_x , C_y .

При изменении разности углов от $\frac{\pi}{2}$ до 0 эллипсы, поворачиваясь, вырождаются в отрезок прямой

$$\Delta y = C_y + \sqrt{\frac{R_{yx}^2 + R_{yy}^2}{R_{xy}^2 + R_{xx}^2}} \times (\Delta x - C_x).$$

Анализируя члены, зависящие от $\alpha_1^2 \omega$, $\alpha_2^2 \omega$, для различных значений ω получаем семейство эллипсов:

$$\frac{\Delta x^2}{(\alpha_1^2 b_{41} + \alpha_2^2 b_{42})^2 \omega^2} + \frac{\Delta y^2}{(\alpha_1^2 b_{51} + \alpha_2^2 b_{52})^2 \omega^2} = 1.$$

Эта аберрационная фигура (астигматизм отклонения) особенно существенна при больших углах отклонения.

Члены, зависящие от $\alpha_1 \alpha_2 \omega$, дают кривые

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 = (\alpha_1 \alpha_2 b_{12\omega})^2 -$$

окружности, центры которых совпадают с осью пучка. Данная фигура появляется только при одновременном отклонении в обоих направлениях и представляет собой радиальное расширение диаметра пучка.

Члены, не зависящие от ω , определяют дисторсию

$$\Delta x = \alpha_2^3 b_{14\epsilon} + \alpha_1 \alpha_2^2 b_{14\epsilon\epsilon} = a_{14};$$

$$\Delta y = \alpha_1^3 b_{17\epsilon} + \alpha_1 \alpha_2^2 b_{17\epsilon\epsilon} = a_{17}.$$

Если $a_{14} > 0$, $a_{17} > 0$, то получаем положительную дисторсию (фигура подушкообразная), если $a_{14} < 0$, $a_{17} < 0$ — отрицательную (фигура бочкообразная).

Анализ полученных выражений позволяет определить погрешности передачи изображения системой. Кроме того, изменяя геометрию отклоняющих пластин, линейные размеры, можно регулировать значения коэффициентов аберраций. Аберрации отклоняющей системы зависят от различных факторов, поэтому мы не приводим в работе результаты расчетов погрешностей изображения реальных систем на основе полученных выражений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражения для коэффициентов аберраций (уравнения П1)

$$\begin{aligned} a_1 = \int_{z_0}^{z_1} & \left\{ \frac{1}{4} \frac{E_1^2}{U^2} e_1 (z - z_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{E_1^* + E_{12}}{2U} \right) e_1^2 (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_{12}}{2U} e_1^2 (z - z_1) + \right. \\ & + \frac{E_{12}}{2U} e_1 e_2 (z - z_1) + \frac{1}{4} \frac{E_1}{U} [2e_1 e_1' + (e_1')^2 (z - z_1) + (e_1')^2 (z - z_1)] + \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{E_1}{U} e_1 e_1' + \frac{1}{2} (e_1')^3 + \frac{1}{2} e_1' (e_1')^2 \right\} dz; \\ a_2 = \int_{z_0}^{z_1} & \left[\frac{1}{4} \frac{E_1^2}{U^2} (z - z_1) + \frac{E_{12}}{2U} e_1 (z - z_1) - \left(\frac{E_1^* + E_{12}}{2U} \right) e_1 (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_1}{U} e_1' \right] dz; \end{aligned}$$

$$a_3 = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{1}{4} \frac{E_{\gamma}^2}{U^2} (z - z_1) - \left(\frac{E_{\gamma}^* + E_{\gamma 2}}{2U} \right) e_{\gamma} (z - z_1) + \frac{E_{\gamma 2}}{2U} e_{\gamma} (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma}}{U} e'_{\gamma} \right] dz;$$

$$a_4 = \int_{z_0}^{z_1} \left\{ \frac{1}{4} \frac{E_{\xi}^2}{U^2} (z - z_1)^2 - \left(\frac{E_{\xi}^* + E_{\xi 2}}{2U} \right) e_{\xi} (z - z_1)^2 + \frac{E_{\xi 2}}{2U} e_{\xi} (z - z_1)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma}}{U} e_{\gamma} + \frac{E_{\xi}}{U} \left[e'_{\xi} (z - z_1) + \frac{1}{2} e_{\xi} \right] + \frac{3}{2} (e'_{\xi})^2 + \frac{1}{2} (e'_{\gamma})^2 \right\} dz;$$

$$a_5 = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{1}{4} \frac{E_{\gamma}^2}{U^2} (z - z_1)^2 - \left(\frac{E_{\gamma}^* + E_{\gamma 2}}{2U} \right) e_{\gamma} (z - z_1)^2 + \frac{E_{\gamma 2}}{2U} e_{\gamma} (z - z_1)^2 + \right. \\ \left. + \frac{E_{\gamma}}{U} e'_{\gamma} (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma}}{U} e_{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{E_{\xi}}{U} e_{\xi} + \frac{1}{2} (e'_{\xi})^2 + \frac{3}{2} (e'_{\gamma})^2 \right] dz;$$

$$a_6 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma 2}}{2U} (z - z_1) dz;$$

$$a_7 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{E_{\gamma 2}}{2U} (z - z_1) dz;$$

$$a_8 = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{1}{4} \frac{E_{\gamma 2}}{2U} (z - z_1)^3 + \frac{1}{4} \frac{E_{\gamma}}{U} (z - z_1) + \frac{1}{2} e'_{\gamma} \right] dz;$$

$$a_9 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{E_{\gamma 2}}{2U} (z - z_1)^2 dz; \quad a_{10} = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{E_{\gamma 2}}{2U} (z - z_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma}}{U} \right] dz;$$

$$a_{11} = - \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{E_{\gamma}^* + E_{\gamma 2}}{2U} \right) (z - z_1) \right] dz;$$

$$a_{12} = \int_{z_0}^{z_1} \left[- \left(\frac{E_{\gamma}^* + E_{\gamma 2}}{2U} \right) (z - z_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma}}{U} \right] dz;$$

$$a_{13} = \int_{z_0}^{z_1} \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\gamma}^* + E_{\gamma 2}}{2U} \right) (z - z_1)^3 + \frac{3}{4} \frac{E_{\gamma}}{U} (z - z_1) + \frac{3}{2} e'_{\gamma} \right] dz;$$

$$a_{14} = \int_{z_0}^{z_1} \left\{ \frac{1}{4} \frac{E_{\xi}^2}{U^2} e_{\xi} (z - z_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\xi}^* + E_{\xi 2}}{2U} \right) e_{\xi}^2 (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_{\xi 2}}{2U} e_{\xi}^2 (z - z_1) + \right. \\ \left. + \frac{E_{\gamma 2}}{2U} e_{\gamma} e_{\xi} (z - z_1) + \frac{1}{4} \frac{E_{\xi}}{U} [2e_{\xi} e'_{\xi} + (e'_{\xi})^2 (z - z_1) + (e'_{\gamma})^2 (z - z_1)] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \frac{E_3}{U} e'_i e_i + \frac{1}{2} (e_i)^3 + \frac{1}{2} e'_i (e_i)^2 \Big] dz; \\
a_{15} = & \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{E_{x2}}{2U} e_i (z - z_1) + \frac{E_{i2}}{2U} e_i (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} e'_i \right] dz; \\
a_{16} = & \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{E_{x2}}{2U} e'_i (z - z_1)^2 + \frac{E_{i2}}{2U} e_i (z - z_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} e'_i (z - z_1) + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} e'_i (z - z_1) + e'_i e'_i \right] dz; \\
a_{17} = & \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{E_{i2}}{2U} e_i (z - z_1) + \frac{E_{x2}}{2U} e_i (z - z_1) + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} e'_i \right] dz; \quad a_{18} = \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{4} \frac{E_{i2}}{U} \times \\
& \times (z - z_1) dz; \quad a_{19} = \int_{z_0}^{z_1} \frac{E_{i2}}{2U} (z - z_1) dz; \quad a_{20} = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{1}{4} \frac{E_{i2}}{U} (z - z_1)^3 + \frac{1}{4} \times \right. \\
& \times \frac{E_i}{U} (z - z_1) + \frac{1}{2} e'_i \Big] dz; \quad a_{21} = \int_{z_0}^{z_1} \frac{E_{i2}}{2U} (z - z_1)^2 dz; \quad a_{22} = \int_{z_0}^{z_1} \left[\frac{E_{i2}}{2U} (z - z_1)^2 + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} \right] dz; \quad a_{23} = \int_{z_0}^{z_1} \frac{1}{2} \left(\frac{E'_i + E_{i2}}{2U} \right) (z - z_1) dz; \quad a_{24} = \int_{z_0}^{z_1} \left[- \left(\frac{E'_i + E_{i2}}{2U} \right) \times \right. \\
& \times (z - z_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{E_i}{U} \Big] dz; \quad a_{25} = \int_{z_0}^{z_1} \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{E'_i + E_{i2}}{2U} \right) (z - z_1)^3 + \frac{3}{4} \frac{E_i}{U} (z - z_1) + \right. \\
& \left. + \frac{3}{2} e'_i \right] dz.
\end{aligned}$$

Список литературы: 1. *Достижения в технике передачи и воспроизведения изображения* / Под ред. Б. Кейзана. — М.: Мир, 1978. — Т. 1. — 338 с. 2. *Галлер В.* Основы электронной оптики. — М.: ГИТТЛ, 1957. — 763 с. 3. *Яценев С. Н.* Оптимальные электронно-проекционные системы с уменьшенными до субмикронных размеров элементами изображения маски. Ч. 1. Ошибки оптического изображения. — *Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ*, 1979, вып. 6, с. 52—62. 4. *Дубровин Ю. В.* Проектирование и исследование отклоняющих устройств систем передачи изображения. — *Гибридные вычисл. машины*. — К.: Наук. думка, 1979, с. 157—164.

Поступила в редколлегию 12.02.82.

И. М. МАЯКО, канд. техн. наук,
А. М. СИНОТИН, канд. техн. наук,
А. А. ЧЕРНЫШЕНКО, канд. техн. наук

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ТЕПЛОНАГРУЖЕННЫХ ПРИБОРОВ АСУ С НЕРАВНОМЕРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МОЩНОСТИ

При расчете и проектировании теплонагруженных приборов автоматизированных систем управления возникает необходимость учета их тепловых режимов. Из-за неравномерной концентрации тепловыделяющих элементов, либо вследствие применения в электрических схемах элементов с различной рассеиваемой мощностью по объему прибора создается неоднородное тепловыделение. Поэтому наряду с другими параметрами [1] необходимо учитывать параметр неравномерности распределения удельной мощности (W Вт/м³) источников тепла β_w .

Аналогичное выражение для β_w можно получить из общего решения уравнения теплопроводности для квазиоднородного, анизотропного по теплопроводности тела (нагретая зона РЭА с плотным монтажом [1]) в форме параллелепипеда $2l_x \times 2l_y \times 2l_z$ с неравномерным симметричным распределением мощности источников тепла. На границе тела происходит теплообмен по закону Ньютона (граничные условия 3-го рода) при нулевых начальных условиях.

Применяя для решения дифференциального уравнения теплопроводности метод двойного разделения переменных [2] и ограничиваясь первым членом ряда общего решения, приходим к следующему выражению для β_w в стационарном режиме:

$$\beta_w = \frac{\int_0^l \int_0^l \int_0^l \frac{W(x, y, z)}{W} U_x U_y U_z dx dy dz}{\int_0^l \int_0^l \int_0^l U_x U_y U_z dx dy dz}; \quad (1)$$

$$U_l = \cos \mu_l \frac{l}{l_l}; \quad l = x, y, z; \quad (2)$$

$$\mu_l \operatorname{tg} \mu_l = Bi_l; \quad Bi_l = \frac{k_l l_l}{\lambda_l}; \quad (3)$$

$$W = \frac{P}{8l_x l_y l_z}; \quad (4)$$

где P — мощность всех источников тепла $\sum_{j=1}^n P_j$, Вт; K_l — коэффициент теплопередачи от l -й грани к окружающей среде, Вт/(м²·К); λ_l — коэффициент теплопроводности вдоль оси симметрии параллелепипеда $l = X, Y, Z$, Вт/(м·К).

Собственные значения μ_i затабулированы в функции критерия Био для граничных условий 3-го рода в работе [3].

Таким образом, связь между параметрами теплофизического конструирования, рассеиваемой мощностью и допустимой максимальной температурой перегрева θ_0 град с учетом параметра β_W [1] $3,62 P \beta_W = \theta_0$ (5).

Конструктивные условия минимизации параметра β_W при равномерном распределении мощности также рассмотрены в работе [1].

Для оценки условий минимизации параметра β_W рассмотрим решение выражения (1) для крайне неравномерного случая распределения мощности, когда источники тепла мощностью W сконцентрированы в симметрично расположенных ограниченных объемах $2a_x \times 2a_y \times 2a_z$ (рис. 1) вдоль одной из осей, например Z .

Интегрирование уравнения (1) с учетом (2)–(4) (рис. 1) и последующие преобразования дают следующие выражения:

$$\beta_W = \prod_i \frac{\sin \mu_i \frac{a_i}{l_i} \cdot \cos \mu_z \left(\frac{h_z}{l_z} + \frac{a_z}{2l_z} \right)}{\frac{a_i}{l_i} \sin \mu_i \cdot \cos \mu_z \frac{a_z}{2l_z}}, \quad i = x, y, z. \quad (6)$$

В случае вырождения в точечный источник (предельная неравномерность распределения мощности) $a_i \rightarrow 0$ и

$$\beta_W = \prod_i \frac{\mu_i}{\sin \mu_i} \cos \mu_z \frac{h_z}{l_z}. \quad (7)$$

B_i	Точечный источник			Плоский источник $a_x = l_x; a_y = l_y; a_z = 0$		
	$\left(\frac{h_z}{l_z}\right)_0$	β_W		$\left(\frac{h_z}{l_z}\right)_0$	β_W	
		$\frac{h_z}{l_z} = 0$	$\frac{h_z}{l_z} = 1$		$\frac{h_z}{l_z} = 0$	$\frac{h_z}{l_z} = 1$
0,5	0,39	1,2	0,9	0,23	1,1	0,9
1	0,51	1,4	0,9	0,31	1,1	0,7
2	0,69	1,8	0,8	0,39	1,2	0,6
5	0,74	2,5	0,6	0,47	1,3	0,3
10	0,78	3,0	0,4	0,51	1,4	0,2
50	0,82	3,7	0,1	0,55	1,5	0,1
	0,83	3,9	0,0	0,56	1,6	0,0

В таблице приведены численные значения β_W для предельных случаев, когда мощность сконцентрирована в центре нагретой зоны ($h_z/l_z = 0$) или на периферии ($h_z/l_z = 1$). Здесь же даны положения источников $(h_z/l_z)_0$, соответствующие $\beta_W = 1$ при различных значениях критерия B_i . В расчетах принимались одинаковые условия теплообмена на границе $B_{iL} = B_i$.

Из выражения (7) следует, что при малых значениях критерия B_i , когда согласно формуле (3) $\sin \mu_1 \approx \mu_1$, а $\cos \mu_2 \frac{h_2}{l_2} \approx 1$, параметр $\beta_w \approx 1$ независимо от места расположения источников (h_2/l_2), т. е. минимизация β_w невозможна.

Большие значения критерия B_i и концентрация источников в центре (таблица, $h_2/l_2 = 0$) вызывают существенный рост β_w , достигающий при $B_i = \infty$ четырехкратного увеличения по сравнению с равномерным распределением мощности ($\beta_w = 1$). Концентрация тепловыделений на периферии ($h_2/l_2 \rightarrow 1$) способствует

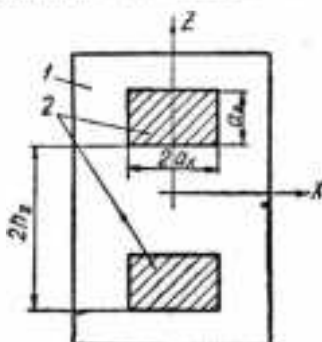


Рис. 1. Размещение источников тепла в объеме нагретой зоны: 1 — нагретая зона РЭА в форме параллелепипеда $2l_x \times 2l_y \times 2l_z$; 2 — источники тепла размером $2a_x \times 2a_y \times a_z$ с удельной мощностью W Вт/м³

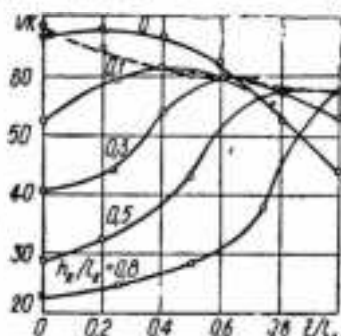


Рис. 2. Характер изменения температуры в центре плат при различных законах размещения тепловыделяющих элементов (h_2/l_2) в условиях естественного охлаждения ($B_i = 2, 3$)

уменьшению β_w , начиная же с (h_2/l_2) происходит минимизация параметра β_w по сравнению с равномерным распределением мощности.

В целях проверки полученных закономерностей проведены температурные испытания тепловых макетов РЭА при различных законах концентрации мощности (h_2/l_2) в объеме нагретой зоны. Эксперименты проводились в условиях естественного воздушного охлаждения ($B_i = 2, 3$).

Нагретая зона теплового макета набиралась из девяти стеклотекстолитовых плат размером $130 \times 130 \times 1,5$ мм. В качестве тепловых источников на платах размещались резисторы МЛТ-2, 11 кОм. Равномерное распределение мощности создавалось путем подачи питания на все платы. Отключение от центральной и последующих плат при сохранении постоянства рассеиваемой мощности $P = 25$ Вт имитировало изменение концентрации источников от равномерного к периферийному ($h_2/l_2 = 0 - 1$). Результаты температурных испытаний представлены на рис. 2, 3.

Экспериментальные данные подтверждают слабое влияние закона распределения мощности при малых значениях B_1 на максимальную температуру перегрева РЭА. Имеет место лишь перемещение максимального перегрева (рис. 2, кривая 1) из центральной зоны при равномерном распределении мощности к периферии в зону концентрации источников тепловыделения.

Количественные значения параметра β_w , рассчитанные по выражению (1), удовлетворительно совпадают с опытными данными (рис. 3).

Аналитические и экспериментальные исследования влияния закона распределения мощности на температурный режим

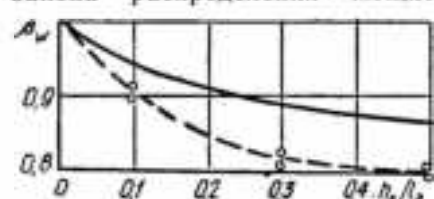


Рис. 3. Экспериментальные и расчетные значения параметра $\beta_w = \beta_w(h_2/l_2)$ при $B_1 = 2,3$; — расчет по выражению (6), — эксперимент

аппарата позволяют сделать следующие выводы и рекомендации для теплофизического конструирования РЭА.

1. Для малогабаритных РЭА не более 0,15 м, что в условиях естественного охлаждения ($K=5$ Вт/(м $\times$ К) и $\lambda=0,2$ Вт/(м $\cdot$ К) [1]) обеспечивает $B_1 < 2$, неравномерным характером распределения мощности мож-

но пренебречь, полагая в выражении (5) $\beta_w = 1$ (см. таблицу).

2. В крупногабаритных РЭА и аппаратах с интенсивным поверхностным охлаждением нагретой зоны ($B_1 > 2$) необходимо предусматривать периферийное размещение тепловыделяющих элементов и мощных источников тепла с минимальным относительным удалением от центральной зоны на h_2/l_2 (см. таблицу). Это приводит к минимизации параметра β_w , к повышению эффективности поверхностного охлаждения и при заданном максимальном перегреве даст более высокие значения мощности, рассеиваемой конструкцией РЭА (5).

3. Количественные значения параметров β_w могут быть определены при принятом законе размещения источников тепла (радиоэлементов) по выражениям (1), (6).

Список литературы: 1. Майко И. М., Дитинев Ю. М., Синотин А. М. О теплофизическом конструировании одноблочных РЭА с заданным тепловым режимом. — Вопросы радиоэлектроники, 1974, вып. 1, с. 80—87. 2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966. — 724 с. 3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. — М.: Высш. школа, 1967. — 600 с.

Поступила в редколлегию 02.02.81.

Левыкин В. М., Зиновьев Г. М. Параметрическая оптимизация газосжимающей системы с учетом критерия наибольшей стабильности	3
Невалюдов И. Ш. О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 2	7
Гноздзинский А. Н., Дьяков А. Г. Об одном подходе к построению алгоритмов управления с прогнозированием выходных координат в АСУ ТП техническим объектом	11
Тевяшев А. Д., Вишняк М. Ю., Хреков А. М. Условная оптимизация одного класса алгоритмически заданных функций	15
Бороденко Е. И., Краснобаев В. А., Нагорнов Б. И. Применение графоаналитических методов оптимизации эксплуатационно-технических параметров сложных систем	20
Куник Е. Г., Житомирский М. Я. Об одном способе распознавания области компромиссов в задачах векторной оптимизации	25
Романов П. Г. Двухуровневый алгоритм расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов	30
Фидимонов А. Б. Оценка состояния объектов с запаздываниями	36
Тимченко А. И. Исследование одного помехоустойчивого алгоритма АЦ-преобразовании	43
Шабанов-Кушаренко Ю. П. Формальное описание первичных абстракций математики на языке конечной алгебры	48
Рустин В. А. Диагностирование цифровых устройств комбинационного типа на основе сигнатурного анализа. Сообщение 2	53
Пыжова И. И. Вопросы планирования ресурсов при проектировании газетной экспедиции	59
Панишев А. В., Данильченко А. М. Вычисление границ в задаче трех ставок	62
Максимова Ю. Б., Пиданский А. В. Агрегирование конструкторской и технологической информации. Сообщение 1. Конструкторское агрегирование	66
Алипов Н. В., Солошко С. Д. Об одном методе контроля дискретных устройств цифровых ЭВМ. Сообщение 1	72
Сенченко Н. И., Пав Н. П., Ожогов А. В. Структура и программное обеспечение специализированной двухуровневой гибридной вычислительной системы	75
Ганитулин А. Х., Чумак А. И., Романкин И. В. Оценка эффективности функционирования адаптивной многопроцессорной вычислительной системы	81
Борисенко А. А. Об одной модели системы связи	86
Казурин Н. Я. Учет типа триггера при кодировании внутренних состояний микропрограммных автоматов	89
Полещко Ю. В. Алгоритм минимизации межслойных переходов, осуществляющий технологию изготовления печатных плат	99
Панов В. А., Чумаченко И. В. Машинный анализ операционного управляющего устройства на больших интегральных схемах. Сообщение 2	103
Лысников Э. Н., Литвинов М. Л. Модульный принцип конструирования блоков конденсаторов	108
Галат А. Б., Гнал А. К., Дубровин Ю. В., Шени А. Г. Искажение при отклонении электронных лучков	112
Мелько И. М., Сикотин А. М., Чернышенко А. О точности расчета теплонагруженных приборов АСУ с неравномерным распределением мощности	121

УДК 62—50

Параметрическая оптимизация газоконпримирующей системы с учетом критерия наибольшей стабильности. Левыкин В. М., Зинovieв Г. М.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 3—7.

Рассмотрен вопрос выбора наиболее стабильного режима работы газоконпримирующей системы. Получена формализованная постановка задачи параметрической оптимизации путем декомпозиции глобального критерия в вектор локальных с последующей их сверткой. Задача относится к классу задач нелинейного программирования.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 658.012

О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 2. Невлюдов И. Ш.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 7—11.

Рассматривается модель многооперационного технологического процесса с «реальными» и «фиктивными» выходными параметрами. Предпринята попытка математического описания явлений технологической наследственности на протяжении всего технологического процесса. Приводятся алгоритм вероятности стабильного обеспечения качества изделия.

Ил. 4.

УДК 621—34

Об одном подходе к построению алгоритмов управления с прогнозированием выходных координат в АСУ ТП техническим объектом. Гвоздинский А. Н., Дьяков А. Г.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 11—15.

Предложен метод синтеза адаптивных алгоритмов управления в АСУ сложным техническим объектом, в качестве которого рассматривается литейная машина с управляемым технологическим комплексом, с прогнозированием управляемых координат системы.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.05.015

Условная оптимизация одного класса алгоритмически заданных функций. Теляшев А. Д., Вишняк М. Ю., Хренов А. М.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 15—20.

На примере решения задачи оптимизации режимов функционирования газотранспортных систем рассматриваются вопросы применения методов барьерных функций для наложения минимума алгоритмически заданной функции. Описывается алгоритм решения задачи.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.37/39

Применение графоаналитических методов оптимизации эксплуатационно-технических параметров сложных систем. Бороденко Е. И., Краснобаев В. А., Никодимов Б. И.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 20—25.

Используя в качестве математической модели сложной системы граф функционирования и применив принцип наложения для построения направленных графов электрических цепей, получили формализованное решение задачи минимизации объема контролируемых параметров.

Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК 62—505

Об одном способе распознавания области компромиссов в задачах векторной оптимизации. Куняк Е. Г., Житомирский М. Я.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 25—29.

Рассматривается вопрос об определении принадлежности фиксированной точки из области варьируемых параметров оптимизируемого объекта с учетом нескольких противоречивых критериев качества области согласия или области компромиссов. Решена задача установления по определенным признакам, какой из этих двух областей принадлежит рассматриваемая точка.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 66.011.681.5

Двухуровневый алгоритм расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов. Романый П. Г.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 30—36.

Рассмотрен двухуровневый алгоритм расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов с использованием штрафных функций, обладающий рядом преимуществ при практической реализации по сравнению с декомпозиционными методами на основе функции Лагранжа.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 62—50

Оценивание состояния объектов с запаздываниями. Филимонов А. Б.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 36—43.

Решается задача асимптотического оценивания состояния линейных стационарных объектов с запаздываниями в каналах измерения и внутренних каналах связи. Предлагаемое решение основано на спектральной декомпозиции объекта.

Ил. 1. Библиогр.: 9 назв.

УДК 681.325:681.335

Исследование одного помехоустойчивого алгоритма АЦ-преобразования. Тямченко А. И.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 43—47.

Предлагается помехоустойчивый алгоритм аналого-цифрового преобразования, построенный по методу поразрядного уравнивания, который позволяет корректировать динамическую ошибку, обусловленную изменением сигнала за время преобразования, а также действие импульсных помех, аддитивно накладываемых на сигнал, и сбоя в элементах и схемах, реализующих данный алгоритм.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

Формальное описание первичных абстракций математики на языке конечной алгебры. Шибанов-Кушиаренко Ю. П.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 48—54.

Предложена формальная запись на языке алгебры конечных предикатов первичных абстракций математики: принадлежность элемента множеству, включения и равенства элементов. Описание ведется в рамках универсальной алгебры.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.326

Диагностирование цифровых устройств комбинационного типа на основе сигнатурного анализа. Сообщение 2. Рустяков В. А.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 55—59.

Рассматривается вопрос анализа модифицированной логической модели дискретного объекта диагностирования для построения четверичных таблиц функций неисправностей.

Табл. 2. Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 65.012.2:655.32.139:

Вопросы планирования ресурсов при проектировании газетной экспедиции. Пыжова И. И.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 59—62.

Рассматривается задача планирования ресурсов при проектировании газетных экспедиций. Показано, что эта задача может быть сведена к последовательному решению «вложенных» задач, сущность каждой из которых состоит в минимизации требующихся ресурсов с последующим уточнением размера ресурсов на каждом шаге «вложения».

Библиогр.: 2 назв.

УДК 51:330.115

Вычисление границ в задаче трех станков. Панишев А. В., Данильченко А. М.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 62—66.

Найдена связь задачи трех станков с одной из задач теории расписаний, точное решение которой ищется процедурой сортировки. Показано, что предлагаемый алгоритм находит приближенное решение задачи трех сигналов.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 62—501

Агрегирование конструкторской и технологической информации. Сообщение 1. Конструкторское агрегирование. Максимов Ю. Б., Пидальский А. В.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 66—72.

Приведен обзор известных схем агрегирования информации для целей объемно-календарного планирования дискретных производств, выделены этапы конструкторского и технологического агрегирования. Описана про-

цедура конструкторского агрегирования, основным элементом которого является алгоритм формирования состава узлов. Для разрешения конфликтов применен метод динамического программирования. Метод может быть использован для определения оптимальных размеров партий и различных типах производства при заданной динамике потребностей.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 681.335.4

Об одном методе контроля дискретных устройств цифровых ЭВМ. *Сообщение 1.* Алипов Н. В., Солошко С. Д. Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 72—75.

Рассматривается метод обнаружения сбоев и отказов элементов дискретных устройств, основанный на использовании избыточного представления двоичных чисел. Описывается сущность данного метода и алгоритм контроля информации, представленной в этом представлении.

Табл. 2.

УДК 681.34

Структура и программное обеспечение специализированной двухуровневой гибридной вычислительной системы. Сенченко Н. И., Пап Н. П., Ожогов А. В.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 75—81.

Рассмотрены принципы построения двухуровневой гибридной вычислительной системы. Приведены структура и состав программного обеспечения последней. Дан пример гибридного моделирования динамической системы.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 681.142.019

Оценка эффективности функционирования адаптивной многопроцессорной вычислительной системы. Гавитулин А. Х., Чумак А. И., Романкив И. В. Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 81—86.

Описана марковская модель функционирования многопроцессорной вычислительной системы (МПВС) со структурной адаптацией. Получены зависимости вероятности сохранения работоспособности МПВС от изменения надежных и адаптивных характеристик.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.325 (07)

Об одной модели системы связи. Борисенко А. А.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 86—89.

Рассматривается модель системы связи, при анализе которой используется комбинаторный подход. Получены соотношения, позволяющие определить избыточность информации в передаваемом сообщении и дать математическое описание приемника информации.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.325.33.54

Учет типа триггера при кодировании внутренних состояний микропрограммных автоматов. Какурин Н. Я.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 89—99.

Излагается методика формирования таблиц доопределения матриц переходов, наиболее широко используемых на практике схем элементарных автоматов. Предложена методика оценки кодового расстояния с учетом типа триггера и ряд модификаций алгоритма кодирования внутренних состояний микропрограммных автоматов. Рассмотрен ряд примеров по кодированию состояний.

Табл. 3. Библиогр.: 5 назв.

Алгоритм минимизации межслойных переходов, учитывающий технологию изготовления печатных плат. Лищенко Ю. В.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 99—103.

Предложен алгоритм минимизации межслойных переходов на печатной плате, обеспечивающий учет технологических условий изготовления плат. Алгоритм основан на распространении вертикального фронта волны и правилах определения возможных мест межслойных переходов.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

Машинный анализ операционного и управляющего устройств на больших интегральных схемах. Сообщение 2. Попов В. А., Чумаченко Н. В.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 103—107.

Рассмотрены основы и математика математического аппарата регулярных элементов алгоритмов, используемого для описания функционирования ряда этапов методики проектирования микропроцессорных вычислительных устройств. Изложены назначения, исходные и конечные данные каждого из программных модулей. Указана взаимосвязь между программными модулями в пакете прикладных программ.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

Модульный принцип конструирования блоков конденсаторов. Рыбников Э. Н., Литвинов М. Л.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 108—112.

При проектировании блоков конденсаторов целесообразно использовать модульный принцип конструирования. В работе математически сформулирована задача компоновки, определения типоразмера модуля и количества необходимых модулей. На примере решения двух конкретных задач наглядно показан экономический эффект, достигаемый за счет применения при конструировании уменьшенного принципа.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

Искажения при отклонении электронных пучков. Галат А. Б., Гнан А. К., Дубровин Ю. В., Шенк А. Г.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 112—120.

На основе метода возмущений получены выражения, позволяющие определить коэффициенты aberrаций электростатических отклоняющих систем различной конфигурации. Рассмотрено влияние угла сложения пучка на экране на искажения, проанализированы погрешности передачи изображений отклоняющей системой.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

Особенности расчета теплонагруженных приборов АСУ с неравномерным распределением мощности. Майко И. М., Сивотин А. М., Чернышевко А. А.—Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, 1984, вып. 69, с. 121—124.

Рассматривается учет неравномерности распределения удельной мощности источников тепла в нагревательной зоне РЭА при теплофизическом конструировании в стационарном режиме. Представлены экспериментальные данные, подтверждающие теоретические предположения.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

Табл. 1. Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

АВТОМАТИЗИ- РОВАННЫЕ СИСТЕ- МЫ УПРАВЛЕНИЯ

И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ
МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
СБОРНИК**

Основан в 1965г.

АСУ и приборы автоматизм, 1983, вып. 69, 1—129

