

681.5  
АДЛ

ISSN 0136-1710

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ  
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ**

**67**

1983

**ВЫПУСК**

АДЛ  
681.5

087.  
A22

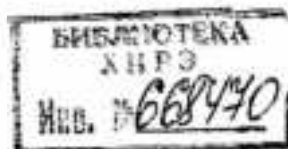
Министерство высшего и среднего  
специального образования УССР  
Харьковский ордена Трудового Красного Знамени  
институт радиотехники имени М. К. Янгеля

# АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

ВЫПУСК 67

Республиканский  
межведомственный  
научно-технический  
сборник

Основан в 1965 г.



2021

ХАРЬКОВ  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ „ВИЩА ШКОЛА“  
1963

**Автоматизированные системы управления и приборы автоматики:** Респ. междувед. науч.-техн. сб. Вып. 67.— Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1983.—137 с.

В сборнике рассмотрены вопросы оптимизации и координации технологических подсистем сложных производств, их математического моделирования, оценки качества функционирования и управления инженерными сетями, обработки, кодирования и передачи информации в вычислительных системах, а также создания и разработки технических средств АСУ и приборов автоматики.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1983 г.

Для научных работников и специалистов.

*Редакционная коллегия:* Е. П. Путятин (отв. ред.), В. Ф. Шостак (зам. отв. ред.), Н. А. Лысенков (отв. секр.), В. И. Васильев, Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Г. Евдокимов, И. В. Кузьмин, С. Ф. Кацалап, Е. Н. Лазаренко, К. Д. Коноваленко, В. И. Мелешко, В. М. Михайленко, И. Ф. Огороднейчук, Э. Г. Петров, Б. А. Растринин, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, И. М. Шнырев

Ответственный за выпуск С. Ф. Кацалап

*Адрес редакционной коллегии:* 310059, Харьков-59, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-86.

Редакция научно-технической литературы

В. Ф. ШОСТАК

УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОГО АЛГОРИТМА  
ОПЕРАТИВНОЙ КООРДИНАЦИИ ПОДСИСТЕМ  
НЕПРЕРЫВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Технологические комплексы непрерывных производств — один из наиболее распространенных в промышленности типов сложных объектов управления. Они представляют собой совокупность взаимосвязанных управляемых подсистем, каждая из которых в установившихся режимах работы описывается своей функцией цели

$$\varphi_i = \varphi_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i), \quad (1)$$

векторной функцией выходных переменных взаимодействия

$$\bar{y}_{iq} = \bar{P}_{iq}(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i) \quad (2)$$

и системой ограничений в форме неравенств, учитывающих конструктивные особенности и технологические условия работы,

$$\bar{m}_i \in M_i, \bar{x}_i \in X_i. \quad (3)$$

Здесь  $\bar{m}_i, \bar{z}_i$  — соответственно векторы управляющих и возмущающих воздействий;  $\bar{x}_i$  — вектор входных переменных взаимодействия  $i$ -й подсистемы, учитывающий влияние на нее со стороны  $s$ -подсистемы;  $\bar{x}_i = [\bar{x}_{si}]$ ;  $s = (\bar{1}, N)$ ;  $s \neq i$ . Зависимости (1), (2) предполагаются непрерывными и непрерывно дифференцируемыми в области допустимых значений переменных. Задача оперативной оптимизации комплекса состоит в определении экстремума (в общем случае локального) показателя эффективности комплекса

$$\max_{m \in M, x \in X} \varphi = \sum_{i=1}^{i=N} \varphi_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i), \quad (4)$$

при заданных оценках возмущений  $\bar{z}_i = \bar{z}_i^*$ , ограничениях (3) и ограничениях, учитывающих согласование подсистем

$$\bar{y}_{iq} - \bar{x}_{iq} = 0; \quad i, q = (\bar{1}, N), \quad i \neq q. \quad (5)$$

Здесь  $\bar{m} = [\bar{m}_i]$ ,  $i = (\bar{1}, N)$ ;  $\bar{x} = [\bar{x}_i]$ ,  $i = (\bar{1}, N)$ ;  $M = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_N$ ,  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$ . Задача координации подсистем по принципу прогнозирования взаимодействий (подзадача верхнего уровня иерархической системы) предполагает отыскание таких значений  $x^* \in X$ , при которых решения всех задач оптимизации подсистем (подзадач нижнего уровня иерархии)

$$\max_{m_i \in M_i} \varphi_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i^*, \bar{z}_i^*); \quad (6); \quad P_{iq}(\bar{m}_i, \bar{x}_i^*, \bar{z}_i^*) - \bar{x}_{iq}^* = 0 \quad (7)$$

одновременно являются решением общей задачи (4), (5).

Перспективен итерационный алгоритм координации

$$\tilde{x}_{i_q}^{(n+1)} = \tilde{x}_{i_q}^{(n)} + \gamma_{i_q}^{(n)} \operatorname{sign} \frac{d\tilde{F}^{(n)}}{dx_{i_q}}; \quad (8)$$

$$\tilde{x}_{i_q}^{(n+1)} = P(\tilde{x}_{i_q}^{(n+1)}),$$

где  $\frac{d\tilde{F}^{(n)}}{dx_{i_q}}$  вектор-столбец частных производных функции Лагранжа (9) по компонентам вектора  $\tilde{x}_{i_q}$ , вычисленным в точке решения  $[\tilde{x}^{(n)}, \tilde{m}^{(n)}]$  подзадач нижнего уровня (6), (7) на  $n$ -й итерации;  $P(\tilde{x}_{i_q}^{(n+1)})$  — оператор проецирования  $\tilde{x}_{i_q}^{(n+1)}$  на множество векторов, допустимых по условиям (3);  $\gamma_{i_q}^{(n)}$  — шаговый коэффициент;

$$F(\tilde{x}, \tilde{m}, \tilde{\lambda}) = \sum_{i=1}^{i=N} \varphi_i(\tilde{m}_i, \tilde{x}_i, \tilde{z}_i) + \\ + \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{q=1}^{q=N} \tilde{\lambda}_{i_q}^T (\tilde{P}_{i_q}(\tilde{m}_i, \tilde{x}_i, \tilde{z}_i) - \tilde{x}_{i_q}). \quad (9)$$

Алгоритм (8) дает возможность отыскать локальный экстремум общего показателя эффективности комплекса (4) в случае невыпуклых зависимостей (1), (2), а также обладает рядом других преимуществ (1). Необходимым условием эффективности любого алгоритма, как известно, является устойчивость к вычислительным погрешностям. В случае невыпуклых зависимостей (6), (7) получить оценку порядка сходимости алгоритма (8) трудно. Поэтому итерационный алгоритм будем называть устойчивым, если существует такое положительное число, при котором вычислительные ошибки, не превышающие этого числа, не нарушают сходимости алгоритма. При использовании алгоритмов координации (6) — (8) возможны специфические погрешности: а) определения экстремумов функций цели подсистем (6); б) удовлетворения условий согласования подсистем (7); в) вычисления множителей Лагранжа  $\lambda$  из систем линейных уравнений

$$\frac{\partial \tilde{F}(\tilde{m}^{(n)}, \tilde{x}^{(n)}, \tilde{\lambda})}{\partial m_i} = 0, \quad i = (\overline{1, N}) \quad (10)$$

в подзадачах нижнего уровня (6), (7); г) нахождения частных производных  $\frac{d\tilde{F}^{(n)}}{dx}$ ; д) реализации алгоритма (8). Другие типы погрешностей (обычные для любых задач оптимизации с помощью математических моделей), например ошибки идентификации моделей, оценки производных по конечным приращениям, здесь рассматривать не будем. Погрешности типов а), д), очевидно, не могут нарушить сходимости алгоритма (8), если допустимые погрешности отыскания экстремумов (6) и правила

останова алгоритма (8) соответствуют заданной точности решения общей задачи (4), (5). Допустимые погрешности типа (6) определяют точность согласования подсистем и во многом зависят от технологических особенностей управляемого комплекса. Однако эти погрешности могут существенно повлиять на сходимость алгоритма координации, поскольку они влияют на значения производных функций Лагранжа и, в конечном счете, на выбор координирующих воздействий  $x^n$ . Погрешности вычисления множителей Лагранжа главным образом определяют погрешности второго типа. Поскольку каждая система уравнений охватывает переменные только одной подсистемы, размерность задачи невелика.

Особый интерес при исследовании устойчивости представляют погрешности  $\gamma$ , так как они отражают общее влияние погрешностей второго и третьего типов. Для оценки погрешностей  $\gamma$  удобно использовать угол  $\theta$  между идеальным значением градиента  $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x}$  и оценкой его  $\frac{\partial \hat{F}^{(n)}}{\partial x}$ , вычисляемой фактически на каждой итерации алгоритма (8) при заданных допустимых погрешностях вычислений. В качестве критерия сходимости алгоритма (8) можно принять условие

$$\cos \theta = \frac{\langle \frac{\partial \hat{F}^{(n)}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x} \rangle}{\left\| \frac{\partial \hat{F}^{(n)}}{\partial x} \right\| \cdot \left\| \frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x} \right\|} > \varepsilon_0, \quad (11)$$

где  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ,  $\| \cdot \|$  — соответственно скалярное произведение и норма векторов. Значение функции Лагранжа (9) на каждой итерации алгоритма (8) равно общему показателю эффективности комплекса, если условие (5) удовлетворяется точно. Следовательно, определенные улучшенные значения  $x^{(n+1)}$  по алгоритму (8) возможно только при  $\theta < \pi/2$ . Значит, с увеличением угла  $\theta$  число итераций решения задачи координации возрастает, а эффективность алгоритма снижается. Значение  $\varepsilon_0$  на практике следует принимать близким единице (0,9 — 0,8).

Проанализируем влияние погрешностей типов б), в), г) на условие устойчивости (11). Пусть погрешность решения подзадачи (6) — (7)  $\bar{\Delta}_i^{(n)} = |\bar{\Delta}_{i3}^{(n)}|$ ,  $h = (\bar{1}, \bar{1}_{m_i})$  соответствует ошибке согласования подсистем  $\{\bar{\delta}_{i(q)}^{(n)}\}$ ,  $q = (\bar{1}, \bar{N})$ . Тогда уравнения (7) можно записать так:

$$\bar{P}_{iq}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}) = \bar{x}_{iq}^{(n)} + \bar{\delta}_{iq}^{(n)}, \quad q = (\bar{1}, \bar{N}), \quad (12)$$

где  $\bar{m}_i^{(n)}$  — точное решение задачи (6) — (7), а  $\bar{x}_i^{(n)}$ ,  $\bar{x}_{iq}^{(n)}$  — заданные значения на  $n$ -й итерации алгоритма (8). Левую часть уравнений (12) разложим в ряд Тейлора в точке  $\bar{m}_i^{(n)}$ , ограничиваясь линейными членами разложения:

$$\bar{P}_{iq}(\bar{m}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}) + P_{m_i}^{(n)} \bar{\Delta}_i^{(n)} = \bar{x}_{iq}^{(n)} + \bar{\delta}_{iq}^{(n)}, \quad q = (\bar{1}, \bar{N}), \quad (13)$$

где  $P_{mi}^{(n)}$  — матрица частных производных;  $P_{mi}^{(n)} = \left[ \frac{\partial P_{i\alpha}^{(n)}}{\partial m_i} \right]$ . Если размерность  $\bar{m}_i^{(n)}$  равна числу выходных переменных подсистемы, т. е.

$$l_{mi} = \sum_{\alpha \in \omega_i} \dim y_{i\alpha}, \quad (14)$$

где  $\omega_i$  — множество порядковых индексов подсистем, с которыми связана  $i$ -я подсистема выходными переменными, то  $P_{mi}^{(n)}$  — квадратная матрица. После подстановки значения символов из выражения (7) в уравнение (13) получим

$$P_{mi}^{(n)} \bar{\Delta}_i^{(n)} = \bar{\delta}_i^{(n)}, \quad \bar{\delta}_i^{(n)} = \{\bar{\delta}_{i\alpha}^{(n)}\}, \quad \alpha = (\bar{1}, N). \quad (15)$$

Уравнение (15) дает возможность для заданных погрешностей  $\bar{\delta}_i^{(n)}$  найти  $\bar{\Delta}_i^{(n)}$ , если выходные переменные (2) не являются функционально зависимыми. В случае  $l_{mi} > \sum_{\alpha \in \omega_i} \dim \bar{y}_{i\alpha}$  уравнения (15) можно представить как

$$\hat{P}_{mi}^{(n)} \bar{\Delta}_i^{(n)} + \tilde{P}_{mi}^{(n)} \bar{\Delta}_i^{(n)} = \bar{\delta}_i^{(n)}, \quad (16)$$

где  $\tilde{P}_{mi}^{(n)}$  — квадратная матрица;

$$[\hat{P}_{mi}^{(n)} \tilde{P}_{mi}^{(n)}] = P_{mi}^{(n)}; \quad \bar{\Delta}_i^{(n)} = \{\hat{\Delta}_i^{(n)}, \tilde{\Delta}_i^{(n)}\}.$$

Система (16) имеет множество решений, если якобиан  $\hat{P}_{mi}^{(n)}$  не равен нулю. Для оценки устойчивости можно использовать любое из этих решений, для которого погрешности  $\hat{\Delta}_i^{(n)}$ ,  $\tilde{\Delta}_i^{(n)}$  одного порядка. Погрешности  $\tilde{\Delta}_i^{(n)}$  — основная причина ошибок определения приближенных оценок множителей Лагранжа  $\tilde{\lambda}_{i\alpha}^{(n)}$  из уравнений (10), которые в этом случае имеют вид

$$\frac{\partial \varphi_i(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_i} + \sum_{\alpha \in \omega_i} \left[ \frac{\partial P_{i\alpha}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_i} \right] \tilde{\lambda}_{i\alpha}^{(n)} = 0. \quad (17)$$

Рассмотренные погрешности типов в), г) влияют на ошибки вычисления оценок частных производных функций Лагранжа (9)  $\frac{\partial \tilde{F}^{(n)}}{\partial x}$ , определяемых выражением (18):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}^{(n)}}{\partial x_{ri}} &= \frac{\partial \varphi_i(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri}} + \\ &+ \sum_{\alpha \in \omega_i} \left[ \frac{\partial P_{i\alpha}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri}} \right] \tilde{\lambda}_{i\alpha}^{(n)} - \tilde{\lambda}_{ri}^{(n)}, \quad r, i = (\bar{1}, N), \quad r \neq i. \end{aligned} \quad (18)$$

Системы уравнений (12), (17) относятся только к отдельным подсистемам и вследствие этого имеют обычно небольшую размерность. Поэтому не рассматриваемые здесь погрешности решений с помощью ЭВМ незначительны и не могут существенно влиять на сходимость алгоритма (8). От значения  $\bar{\delta}_i^*$  сильно зависит трудоемкость решения подзадач (6), (7). Следовательно, заниженные значения этих погрешностей выбирать нецелесообразно. Анализ позволяет сформулировать следующие утверждения.

Утверждение 1. Устойчивость алгоритма координации (8) определяется, главным образом, погрешностями удовлетворения условиям согласования подсистем (7).

Утверждение 2. Если для каждой из подсистем комплекса якобиан  $\det \bar{P}_{mi}^{(n)} \neq 0$ , то всегда существуют такие конечные значения допустимых вычислительных погрешностей  $\bar{\delta}_i^* = \{\delta_{i\alpha}^*\}$ , при которых алгоритм координации (8) устойчив к погрешностям  $\delta_{i\alpha} < \bar{\delta}_{i\alpha}^*$ .

Справедливость второго утверждения вытекает из того, что с уменьшением  $\bar{\delta}_i^*$  до нуля, как видно из выражений (15), (17), частные производные  $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x}$  стремятся к  $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x}$ ,  $\epsilon_{i\alpha}$  — к единице.

Случай  $\det \bar{P}_{mi}^{(n)} = 0$ , соответствующий функционально зависимым выходным переменным подсистемы (2), может быть сведен к рассмотренному для подмножества независимых переменных  $\bar{x}$ . При этом функционально зависимые переменные координируются особым методом, изложенным в работе [2]. Значения градиента  $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x_{ij}}$  на различных итерациях алгоритма (8) обычно существенно отличаются друг от друга и могут быть равными нулю, в частности, в седловой точке функции Лагранжа. В связи с этим условия устойчивости (11), выполняющиеся при заданных  $\bar{\delta}_i^*$  на одних итерациях, могут быть нарушены при тех же значениях  $\bar{\delta}_i^*$  на других итерациях. Следовательно, проверку условия (11) надо выполнять на каждой итерации или, по крайней мере, когда в результате ряда итераций общий показатель эффективности комплекса не улучшается и условия алгоритма (8) не выполнены. Непосредственное использование условий (11) на практике затруднено, так как для этого необходимы значения  $\frac{\partial \bar{F}^{(n)}}{\partial x}$ , соответствующие точным решениям подзадач (6), (7), отыскание которых может быть связано с большими затратами машинного времени.

Для оценки указанных значений без точного решения подзадач (6), (7) запишем уравнения (12), выполнив так же, как и в

выражении (13), разложение левой части в ряд Тейлора, но уже в точке  $\{\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}\}$ :

$$\begin{aligned} \bar{P}_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}) + \left[ \frac{\partial P_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_i} \right] \bar{\delta}_{m_i}^{(n)} = \\ = \bar{x}_{i\varrho}^{(n)} + \bar{\delta}_{i\varrho}^{(n)}, \quad i, \varrho = \overline{(1, N)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Допустимые погрешности  $\bar{\delta}_{i\varrho}^{(n)}$  обычно невелики, и подзадачи (6), (7) предполагаются корректными. Значит, можно считать точное решение  $\bar{m}_i^{(n)}$  лежащим в окрестности точки  $\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}$ , где справедливо разложение (19). Тогда можно принять  $\bar{\delta}_{m_i}^{(n)} = -\bar{\Delta}_i^{(n)}$  (20), где  $\bar{\Delta}_i^{(n)}$  — оценки погрешностей  $\bar{\Delta}_i^{(n)}$ , и записать выражение (19) в виде

$$\bar{P}_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}) - \left[ \frac{\partial P_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_i} \right] \bar{\Delta}_i^{(n)} = \bar{x}_{i\varrho}^{(n)}. \quad (21)$$

Левая часть (21) определяет оценки точных значений выходных переменных подсистемы, поэтому  $\bar{\delta}_{i\varrho}^{(n)} = 0$ . Вычитая из уравнений (21) соответственно левые и правые части уравнений (12), получаем систему линейных уравнений

$$\left[ \frac{\partial P_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_i} \right] \bar{\Delta}_i^{(n)} = \bar{\delta}_{i\varrho}^{(n)}. \quad (22)$$

Эта система в отличие от уравнений (15), (16) дает возможность найти погрешности  $\bar{\Delta}_i^{(n)}$  без использования точного решения подзадач (6), (7), поскольку частные производные матрицы определены в точке  $\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}$ .

Для оценки точных значений множителей Лагранжа  $\bar{\lambda}^{(n)}$  без использования точного решения подзадач (6), (7) левую часть уравнений (17) представим в виде разложения в ряд Тейлора по переменным  $\bar{m}_i^{(n)} = \{m_{i\alpha}^{(n)}\}$  в точке  $\{\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}\}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_{i\alpha}} + \left[ \frac{\partial^2 \varphi_i(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_{i\alpha} \partial m_{i\beta}} \right] \bar{\delta}_{m_i}^{(n)} + \\ + \sum_{\varrho \in \alpha_i} A_{i\varrho}^{(n)} \bar{\lambda}_{i\varrho}^{(n)} = 0, \quad i = \overline{(1, N)}. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{i\varrho}^{(n)} = \left[ \frac{\partial P_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_{i\alpha}} \right] + \\ + \sum_{\beta=1}^{p-m_i} \bar{\delta}_{m_{i\beta}}^{(n)} \left[ \frac{\partial^2 P_{i\varrho}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial m_{i\alpha} \partial m_{i\beta}} \right]. \end{aligned}$$

Используя систему линейных уравнений (23), можно найти оценки  $\{\bar{\lambda}_{iq}^{(n)}\}$ ,  $q \in \omega_i$  точных значений множителей Лагранжа  $\{\lambda_{iq}^{(n)}\}$ ,  $q \in \omega_i$ , соответствующих точному решению подзадачи (6), (7), если приращения  $\bar{\delta}_{mi}^{(n)} = \{\delta_{miq}^{(n)}\}$  выбирать на условия (20), где  $\bar{\Delta}^{*(n)}$  — решение системы уравнений (22).

На основе изложенного выше оценки  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x}$  точных значений частных производных  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x}$  вычислим без отыскания точных решений подзадач (6), (7), если выражение (18) разложим аналогично предыдущему в ряд Тейлора по переменным  $\bar{m}_i^{(n)}$  и подставим  $\bar{\lambda}_{iq}^{(n)} = \lambda_{iq}^{*(n)}$ ,  $\bar{\delta}_{mi}^{(n)} = -\Delta_i^{*(n)}$ , где  $\lambda_{iq}^{*(n)}$ ,  $\Delta_i^{*(n)}$  — соответственно решения систем линейных уравнений (22), (23):

$$\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x_{ri}} = \frac{\partial \bar{F}_i^{*(n)}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri}} - \left[ \frac{\partial^2 P_{iq}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri} \partial m_{iq}} \right] \bar{\Delta}_i^{*(n)} + \sum_{q \in \omega_i} B_{iq}^{(n)} \lambda_{iq}^{*(n)} - \bar{\lambda}_{ri}^{*(n)}; \quad (24)$$

$$B_{iq}^{(n)} = \left[ \frac{\partial P_{iq}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri}} \right] - \sum_{p=1}^{p=m_i} \Delta_{miq}^{*(n)} \left[ \frac{\partial^2 P_{iq}(\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)})}{\partial x_{ri} \partial m_{iq}} \right]. \quad (25)$$

Справедливость выражений (24), (25) вытекает из того, что подстановка выражения (20) дает возможность определить оценки  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x}$  в точке  $[\bar{m}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}]$ , используя разложение в ряд Тейлора в точке  $[\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}]$ . Полученные результаты позволяют сформулировать методику оценки устойчивости алгоритма координации для априорно заданных значений погрешностей согласования переменных взаимодействия подсистем  $\bar{\delta}_{iq}^{(n)}$  на любой итерации алгоритма (8).

1. Для априорно заданных значений  $\bar{\delta}_{iq}^{(n)}$  на основе точности измерений или технологических требований решаются подзадачи нижнего уровня (6), (7).

2. В точках  $[\bar{m}_i^{(n)} + \bar{\Delta}_i^{(n)}, \bar{x}_i^{(n)}]$ ,  $i = (\overline{1, N})$ , соответствующих решениям указанных подзадач, определяются частные производные и решаются системы уравнений (17) относительно переменных  $\bar{\lambda}_{iq}^{(n)}$ .

3. При найденных значениях  $\bar{\lambda}_{iq}^{(n)}$  и производных в указанной точке вычисляется градиент функции Лагранжа  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x_{ri}}$  по формуле (18).

4. Решаются системы уравнений (15) или (16) относительно переменных  $\{\bar{\Delta}_i^{(n)}\}$ ,  $i = (\overline{1, N})$  для заданных в п. 1 значений допустимой погрешности  $\bar{\delta}_{i\varphi}^{(n)}$ .

5. Вычисляются оценки точных значений множителей Лагранжа  $\bar{\lambda}_{i\varphi}^{*(n)}$  из уравнений (23) при  $\bar{\delta}_{i\varphi}^{(n)} = -\bar{\Delta}_i^{*(n)}$ .

6. Определяются оценки точных значений частных производных функции Лагранжа  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x_i}$ ,  $r, i = (\overline{1, N})$  по формулам (24), (25).

7. Проверяется условие устойчивости (11) при  $\frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{F}^{*(n)}}{\partial x}$ .

$\delta_{12}^*$	$\delta_{21}^*$	$\bar{\delta}$	$x_{12} = 0,5;  \bar{x}^{(n)} - \bar{x}_0  = 0,9666; x_{21} = 0,4$			$x_{12} = -0,1;  \bar{x}^{(n)} - \bar{x}_0  = 0,1243; x_{21} = -0,2$		
			$ \bar{\delta}  \cdot 100\%$ 0,9666%	cos $\theta$	cos $\theta_*$	$ \bar{\delta}  \cdot 100\%$ 0,1243%	cos $\theta$	cos $\theta_*$
$10^{-6}$	$10^{-6}$	0	0	1	—	0	1	—
0,02	0,02	0,02828	2,92571	0,999821	0,999945	22,75140	0,964606	0,960239
0,045	0,045	0,06363	6,58285	0,998021	0,998238	51,19066	0,790629	0,767344
-0,10	-0,10	0,1414	14,63273	0,985371	0,986565	113,75703	0,824290	0,779968
0,15	-0,15	0,2121	21,94289	0,980884	0,966392	170,63555	-0,069963*	-0,414940*
0,25	0,20	0,3202	33,12642	0,963435	0,963569	257,60257	-0,258114	-0,518421*

В качестве иллюстрации и экспериментальной проверки разработанной методики в таблице приведены значения  $\cos \theta$  и  $\cos \theta_*$ , рассчитанные по формуле (11) с использованием достаточно малых значений  $\delta_{ij}^* = 10^{-6} \approx 0$ , а также изложенной методики без точного решения подзадач (6), (7). Указанные значения приведены для различных допустимых погрешностей  $\delta_{ij}^*$  (модуля вектора погрешностей  $|\delta^*|$ ) и разных расстояний от точного решения

$$\frac{\delta}{\bar{x}} : \left| \bar{x}^{(n)} - \bar{x} \right| = 0,9666, \quad \left| \bar{x}^{(n)} - \bar{x} \right| = 0,1243.$$

Расчеты выполнены в приложении к задаче минимизации показателя эффективности  $\varphi$  комплекса из двух подсистем, описываемых выражениями

$$\varphi_1 = 3,00m_{11}^2 + 0,10m_{12}^2 + 1,00x_{21}^2 + 1,00m_{11} + 0,20m_{12};$$

$$\varphi_2 = 2,00m_{21}^2 + 0,30m_{22}^2 + 0,80x_{12}^2 + 3,00x_{21} + 0,40m_{22};$$

$$y_{12} = 1,00m_{11} + 0,10m_{12} + 0,50x_{21};$$

$$y_{21} = 2,00m_{21} + 0,40m_{22} + 0,80x_{12}.$$

Данные таблицы показывают достаточно хорошее совпадение значений, рассчитанных с помощью разработанной методики, а также иллюстрируют зависимость показателя устойчивости алгоритма от расстояния  $\left| \bar{x}^{(n)} - \bar{x} \right|$  до точки решения задачи координации.

Список литературы: 1. Шостаков В. Ф. О построении многоуровневой иерархической структуры минимальной сложности (в приложении к задачам оптимизации сложных объектов управления непрерывного типа).— В кн.: Сложные системы управления. Киев. Б. и., 1976, с. 83—95. 2. Шостаков В. Ф., Борячок М. Д. Комбинированный подход к решению задачи координации подсистем многосвязных объектов управления непрерывного типа.— АСУ и приборы автоматики, 1979, вып. 52, с. 64—71.

Поступила в редколлегию 15.03.82.

УДК 681.142.36

С. И. АВЕРИН, канд. техн. наук, С. Ф. КАЦАЛАП, канд. техн. наук, Е. П. ПУТЯГИН, д-р техн. наук

### ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ. СООБЩЕНИЕ 2

Метод вычислений, основанный на определении значений корреляционной функции при полном переборе положений эталона относительно изображения, получил широкое распространение. Вычисляются и сравниваются всевозможные значения корреляционной функции путем последовательного сканирования вдоль осей абсцисс и ординат [1]. Высокая надежность этого метода сопряжена с большими вычислительными затратами и, следовательно, со значительным временем поиска. Для сокращения последнего применяют метод случайного поиска [2]. Однако выигрыш во времени, связанный с уменьшением объема вычислений, приводит к снижению достоверности определения глобального максимума. Лучшие результаты получают при использовании метода координатного спуска. Суть его [3] в последовательном сканировании изображения вдоль одной из координатных осей до тех пор, пока функция корреляции не достигнет локального максимума. Затем сканирование производится вдоль другой координатной оси. Однако гарантия, что глобальный максимум будет достигаться всегда, для любых входных изображений, нет. Кроме этого недостатка, у метода координатного спуска [3] ограничены возможности, причем даже тогда, когда у корреляционной функции один глобальный максимум и нет локальных. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим в качестве примера изображение прямоугольника. На рис. 1 эталонное изображение прямоугольника (заштриховано) поступательно перемещается в декартовой системе координат вдоль осей  $x_1, y_1$ , расположенных произвольно. Корреляционную функцию прямоугольника можно представить в следующем виде:  $I = (a - a_0 - \Delta x)(b - b_0 + k\Delta x)$  (1), где  $\Delta x$  — смещение, параллельное основанию прямоугольника;  $k = \tan \alpha$  — коэффициент, определяющий ориентацию системы  $(x_1, y_1)$ . Функция (1) представляет собой параболу  $I = -k\Delta x^2 + \Delta x[(a - a_0)k - b + b_0] + (a - a_0)(b - b_0)$  (2). Для

определения экстремального значения выражение (2) дифференцируем, а полученное уравнение решаем относительно  $\Delta x$ . В результате

$$\Delta x_m = \frac{(a - a_0)k - b + b_0}{2k}. \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в уравнение (4), имеем

$$I_m = \frac{[(a - a_0)k + b - b_0]^2}{4k}. \quad (4)$$

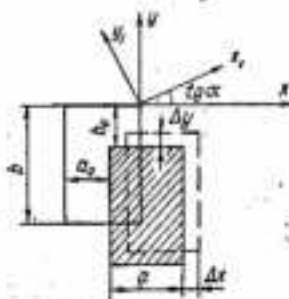


Рис. 1



Рис. 2

В зависимости от начального взаимного расположения эталона и изображения, а также от начального направления движения эталона получается различным характер сходимости корреляционной функции к ее максимальному значению. Процесс итерационного вычисления  $I_m$  рассмотрим на характерных примерах.

**Пример 1.** Корреляционная функция возрастает при движении прямоугольника до положения, когда его стороны совпадают (рис. 1). Затем движение происходит в ортогональном направлении до совпадения сторон  $a$ . При этом корреляционная функция также возрастает. Далее процесс повторяется. Максимальное значение корреляционной функции при движении эталона в одном направлении будем называть локальным экстремумом. Рассмотрим аналитические соотношения для локальных экстремальных значений корреляционной функции. Первое из них определится формулой  $I_1 = a(b - b_1) - ab(1 - b_1/b)$  (5) при  $\Delta x = a_0$ , где  $b_1 = b_0 - ka_0$ . Для второго значения имеем равенство

$$I_2 = \left(a - \frac{b_1}{k}\right)b = ab \left(1 - \frac{b_1}{ak}\right) \text{ при } \Delta x = \frac{b_0}{k}. \quad (6)$$

Третьему и четвертому значению соответствуют

$$I_3 = ab \left(1 - \frac{b_1}{bk^2}\right); \quad I_4 = ab \left(1 - \frac{b_1}{ak^3}\right) \quad (7)$$

В общем случае локальный максимум корреляционной функции для прямоугольника определяется соотношением

$$I_n = \begin{cases} ab \left(1 - \frac{b_1}{bk^{(n-1)}}\right) & \text{при нечетном } n \\ ab \left(1 - \frac{b_1}{ak^{(n-1)}}\right) & \text{при четном } n. \end{cases} \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что  $I_n \rightarrow I_{\max} = ab$ , если  $k > 1$  и  $n \rightarrow \infty$ . Чем больше  $k$ , тем быстрее рост корреляционной функции. В предельном случае ( $k \rightarrow \infty$ ) локальный максимум  $I_2$  совпадает с глобальным  $I_2 = ab$ .

Пример 2. При первом движении эталона локальный экстремум достигается, когда совпадают стороны  $b$ , а при втором — ранее, чем совпадут стороны  $a$ . В дальнейшем экстремум снова достигается, когда совпадают стороны  $b$ , и т. д. Значения корреляционной функции для локальных экстремумов при совпадении сторон  $b$  равны:

$$I_n - a(b - b_n), \quad n = 2, 4, 6, \dots, \quad (9) \quad B_n = \left( \frac{k^2 - 1}{2k^2} \right)^{n-1} b_1 - (ak - b) \times \\ \times \left[ 1 - \left( \frac{k^2 - 1}{2k^2} \right)^{n-1} \right]. \quad (10)$$

Если в примере 1 сходимости к глобальному максимуму  $I_m$  эталон как бы совершает вращательные движения, полностью покрывая изображения, то примеру 2 соответствует поступательно-колебательное движение. Возможна сходимость и по комбинированному варианту. Бывают также случаи, когда глобальный максимум не достигается.

Пример 3. Неэффективность метода координатного спуска иллюстрирует сечение на объектах треугольной формы (рис. 2). Здесь положения координат  $x_{\max}^0, y_{\max}^0$  соответствующие глобальному максимуму, явно отличаются от значений  $x_0, y_0$ , характеризующих положение локального максимума при координатном спуске (вначале по оси абсцисс, а затем по оси ординат).

Укажем условия, при которых максимум корреляционной функции достигается всегда и за минимально возможное число шагов, т. е. когда производится один шаг вдоль одной оси, а затем следующий — вдоль другой оси координат. Первое достаточное условие имеет место, когда корреляционная функция зависит от расстояния между изображением и эталоном, т. е. при наличии зависимости вида

$$\iint_{\Omega} B(x, y) B(x + a, y + b) dx dy = I(a^2 + b^2) \quad (11); \quad \frac{\partial I}{\partial a} < 0,$$

$$u = a^2 + b^2 \quad (12).$$

Неравенство означает, что при уменьшении расстояния корреляционная функция должна возрастать. Если выполняются условия (11), (12), взаимное начальное расположение эталона и изображения не имеет значения. Второе достаточное условие наблюдается при сепарабельности корреляционной функции по отношению к параметрам  $a$  и  $b$ , т. е. когда  $I(a, b) = I_1(a) + I_2(b)$  (13). Тогда локальные максимумы (в случае их единственности) определяются из равенств  $\frac{\partial I}{\partial a} = \frac{\partial I_1}{\partial a} = 0$  при  $a = 0$ ;  $\frac{\partial I}{\partial b} = \frac{\partial I_2}{\partial b} = 0$  при  $b = 0$  (14) в результате одношагового последовательного сканирования вдоль осей координат.

Важным показателем эффективности вычислительных процессов является время поиска максимума корреляционной функции.

Проанализируем алгоритмы полного перебора, движения по кривым максимума [4] и координатного спуска. Дискретизируя выражение для корреляционной функции [4], имеем

$$I = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n B(x_i, y_i) B(x_i - a, y_i - b), \quad (15)$$

где  $n$  — число элементов дискретизации. Время поиска максимума корреляционной функции методом полного перебора  $t^* = n^2 t_0 + (n^2 - 1) t_{cp}$  (16), где  $t_0$  — время вычисления одного значения  $I$ ;  $t_{cp}$  — время сравнения двух значений корреляционной функции. Пользуясь формулой (15), находим  $t_0 = n^2 t_p + (n^2 - 1) t_c$  (17), где  $t_p$ ,  $t_c$  — время умножения и сложения двух чисел. Если при

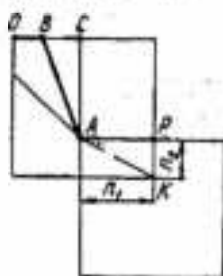


Рис. 3

полном переборе время поиска максимума корреляционной функции практически не зависит от вида изображения, т. е. функции  $B(x, y)$ , а также от взаимного расположения его с эталоном и определяется лишь размерами поля сканирования, то в двух других алгоритмах длительность поиска обусловлена формой, характером изображения и его положением. Поэтому сделать сравнительный анализ в общем виде нельзя. Тем не менее достаточно полное представление можно получить, анализируя практически важный случай квадрата (рис. 3), который

дискретизирован матрицей  $n \times n$  элементов. При этом матрица прямоугольника, образованного пересечением изображения с эталоном, характеризуется дискретностью  $n_1 \times n_2$ . Время поиска максимума методом координатного спуска  $t^* = (2n - n_1 - n_2 + c_0) t_0 + (2n - n_1 - n_2 + c_0 - 1) t_{cp}$  (18). Выражение  $2n - n_1 - n_2$  определяет необходимое число шагов приближения эталона к изображению;  $c_0$  — дополнительные шаги перемещения эталона в начале движения, а также в точках локального и глобального максимумов, возникающие в результате ошибок выбора направления сканирования. Максимальное значение  $c_0$  равно 6.

Второе слагаемое формулы (18) соответствует числу сравнений корреляционных функций в процессе поиска глобального максимума. При сканировании по кривым максимума вначале определяется угол направления наибольшего возрастания корреляционной функции. Движение в выбранном направлении происходит до достижения локального максимума. Затем процедура повторяется, т. е. снова определяется направление, в котором происходит увеличение корреляционной функции, далее производится сканирование и так до глобального максимума. В случае квадрата движение эталона происходит по прямой  $AB$ , образующей с осью абсцисс угол  $\alpha = \arctg \frac{n_1}{n_2}$ , до пересечения со стороной изображения. Затем дви-

жение осуществляется по прямой  $OB$  до полного совпадения изображения с эталоном. Таким образом, сканирование осуществляется в два этапа, причем на первом этапе движение производится по прямой, соответствующей касательной к гиперболе в точке  $a_0, b_0$  [4]. Время поиска максимума корреляционной функции для случая  $n_1 > n_2$ ,

$n > n_1 + n_2$  определяется выражением  $t^2 = \left[ 2n - \frac{n_2}{n_1}(n - n_2) - n_1 - n_2 + c_0 \right] (t_0 + t_{cp}) - t_{cp} + 3t_x$  (19). В этой формуле количество значений

корреляционной функции  $2n - \frac{n_2}{n_1}(n - n_2) - n_1 - n_2$  определяется (рис. 3) путем суммирования числа шагов по прямой сканирования  $AB$  и  $OB$ . При движении по прямой  $AB$  в силу дискретности системы число шагов не может превышать  $n - n_2$ . Число дискретов  $n'$  по прямой  $OB$  найдем из подобия треугольников  $ABC$  и  $AQP$ . Сторона  $BC = \frac{KP \cdot AC}{AP}$ . Подставляя вместо сторон треугольников число их дискретов и учитывая, что  $OB = OC - BC$ , имеем  $n' = n - n_1 - \frac{n_2}{n_1}(n - n_2)$  (20). Значение  $c_0$  имеет

тот же смысл, что и в формуле (18), а его максимальное значение равно 3. Заметим, что число сравнений на единицу меньше количества значений корреляционной функции. Последнее слагаемое  $t_x$  (время, необходимое, чтобы вычислить направление движения, т. е. тангенса угла наклона кривой максимума) находим по формуле  $t_x = 4t_0 + 2t_{cp} + t_d$  (21), где  $t_d$  — время деления.

Эта формула получена на основании выражения для кривой максимума квадрата [4] с учетом затрат на выбор начального сканирования и подсчет корреляционной функции (слагаемое  $4t_0$ ) на определение ее приращения (слагаемое  $2t_{cp}$ ) и последующее деление (слагаемое  $t_d$ ).

Параметры изображения прямоугольника			Тип ЭВМ						
			ЕС-1020			ЕС-1050			
$n$	$n_1$	$n_2$	$t_n^1(c)$	$t_n^k(c)$	$t_n^2(c)$	$t_n^1(c)$	$t_n^k(c)$	$t_n^2(c)$	
32	4	2	340	21	19	2,7	0,17	0,16	
125	10	5	$7,9 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$	$6,4 \cdot 10^2$	15	12	

Результаты вычислений для ЭВМ ЕС-1020 и ЕС-1050 [5, с. 13, 26] времени поиска максимума корреляционной функции представлены в таблице. Как видим, эффективность методов оптимального сканирования весьма существенна по сравнению с полным перебором. Время нахождения максимума корреляционной функции сокращается более чем в 10 раз. Время сканирования по градиенту  $t^2$  незначительно ниже времени

координатного сканирования  $t$ . Однако, если в первом случае максимум находится всегда, то во втором нет. Значит, преимущества градиентного метода очевидны.

**Список литературы:** 1. Катус Г. П. Автоматическое сканирование. М., Машиностроение, 1969. 620 с. 2. Растринин Л. А. Статистические методы поиска. М., Наука, 1968. 142 с. 3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир, 1975. 536 с. 4. Аверин С. И., Кацалая С. Ф., Путькин Е. П. Вопросы оптимизации вычислений корреляционных функций двумерных сигналов. Сообщение 1.— АСУ и приборы автоматики, 1982, вып. 63, с. 70—74. 5. Шелихов А. А., Селиванов Ю. П. Вычислительные машины. Справочник. М., Энергия, 1973. 216 с.

Поступила в редакцию 15.03.82.

УДК 619.8 : 622.691

В. В. ДУБРОВСКИЙ, канд. техн. наук, М. М. МАРГУЛИС,  
И. М. МАЙКО, канд. техн. наук, Б. М. ХАЛАНДОВСКИЙ,  
канд. техн. наук

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАЗВЕТВЛЕННЫХ ГАЗОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧАХ АСУ ТП ТРАНСПОРТА ГАЗА

Важным направлением в области АСУ ТП транспорта газа является разработка методов управления технологическими процессами в динамике. Однако решение этой задачи затруднено из-за отсутствия унифицированной математической модели нестационарной неизотермической газопередачи. Разработке и исследованию моделей нестационарной газопередачи посвящено значительное количество работ [1—3]. В то же время тематическая направленность не позволяет использовать их в представленном виде применительно к сложной газотранспортной сети. В нашей статье рассматривается система уравнений, описывающая процессы нестационарной неизотермической газопередачи в сети любой конфигурации, предлагается эффективный метод ее решения.

*Математическая модель.* Характерна для природного газа, подчиняющегося уравнению состояния в форме Берглю [2]. Систему дифференциальных уравнений для  $j$ -го участка трубы записываем относительно давления  $P(x, t)$ , расхода  $G(x, t)$ , температуры  $T(x, t)$  в виде

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{z_j R}{l_j} T_j \frac{\partial G_j}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial G_j}{\partial t} + \left( \bar{f}_j - \frac{z_j R}{l_j} T_j \frac{G_j^2}{P_j^2} \right) \frac{\partial P_j}{\partial x} + 2 \frac{z_j R}{l_j} T_j \frac{G_j}{P_j} \frac{\partial G_j}{\partial x} + \frac{\lambda_j}{2D_j} \frac{z_j R}{l_j} \times$$

$$T_i \frac{G_i |G_i|}{P_i} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} + \frac{z_j g R}{f_j} \frac{C_p}{C_p - z_j g R} T_i \frac{G_i}{P_i} \frac{\partial T_i}{\partial x} + \frac{z_j g R}{C_p - z_j g R} \frac{z_j g R}{f_j} \frac{T_j^2}{P_i} \frac{\partial G_i}{\partial x} + \\ + \frac{4K_j}{D_j} \frac{z_j g R}{C_p - z_j g R} \frac{T_j}{P_i} (T_i - T_{гр,j}) = 0. \quad (3)$$

Условия согласования потока газа в узлах (вершинах) газопроводной сети записываем в следующем виде:

$$P_{i, \text{нач}} = P_{i, \text{кон}} = P_i, \quad j \in U_i^-, \quad i \in U_i^+, \quad i \in U; \quad (4)$$

$$\sum_{i \in U_i^+} G_{i, \text{кон}} - \sum_{i \in U_i^-} G_{i, \text{нач}} = G_i, \quad i \in U; \quad (5)$$

$$T_i = \left( \sum_{i \in U_i^+} G_{i, \text{кон}} \cdot T_{i, \text{кон}} + G_i T_{Gi} \right) / \left( \sum_{i \in U_i^+} G_{i, \text{кон}} + G_i \right). \quad (6)$$

Здесь  $U$  — множество узлов газопроводной сети;  $U_i^+$  — множество участков сети, входящих в  $i$ -й узел;  $U_i^-$  — множество участков сети, выходящих из  $i$ -го узла;  $G_{i, \text{кон}}$ ,  $P_{i, \text{кон}}$  — расход и давление газа в конце  $i$ -го участка сети;  $P_{j, \text{нач}}$ ,  $G_{j, \text{нач}}$  — давление и расход газа в начале  $j$ -го участка сети;  $T_{i, \text{кон}}$  — температура газа в конце  $i$ -го участка;  $G_i$  — внешний приток или отбор газа в  $i$ -й вершине;  $T_{Gi}$  — температура внешнего притока или отбора в  $i$ -й вершине;  $T_{гр,j}$  — температура грунта для  $j$ -го участка сети;  $K_j$  — коэффициент теплопередачи от газа к грунту на  $j$ -м участке;  $L_j$ ,  $f_j$ ,  $D_j$  — длина, площадь поперечного сечения и диаметр трубы на  $j$ -м участке;  $z_j$ ,  $R$ ,  $C_p$  — коэффициент сжимаемости, газовая постоянная и теплоемкость при постоянном давлении газа соответственно;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\lambda_j$  — коэффициент гидравлического сопротивления  $j$ -го участка сети.

*Условия разрешимости уравнений математической модели.* Система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1) — (3) является системой гиперболического типа [4]. Исследование корректной разрешимости таких систем выполнено в работе [4] для уравнений, приведенных к характеристической форме. Чтобы определить количество начальных и граничных условий на границах области, в которой разыскивается решение, исследовалось направление характеристик. Так, на границе  $t = 0$ ,  $0 < x < L_j$  все три характеристики направлены внутрь области  $t > 0$ ,  $0 < x < L_j$ . Это значит, что в качестве начальных должны быть заданы три условия:  $P(x, 0)$ ,  $G(x, 0)$ ,  $T(x, 0)$ . Для проведения расчетов в практических целях в качестве начальных условий используются параметры режима транспорта газа, существовавшего рассматриваемому. Число граничных условий на левой ( $x = 0$ ) и правой ( $x = L_j$ ) границах области  $t > 0$ ,  $0 < x <$

$\leq L_i$  также определяется направлением характеристик. Так, на входе потока газа в участок трубы всегда задаются два граничных условия, на выходе потока — одно. Поскольку для газопроводных сетей температура притекающего газа всегда задается, то в качестве двух оставшихся возможных граничных условий на разных концах трубы мы вправе выбирать из  $\{P(0, t), G(0, t), P(L_i, t), G(L_i, t)\}$ . Условия согласования рассчитываемых течений в узлах газопроводной сети, являясь алгебраическими соотношениями, позволяют распространить принципы задания начальных и граничных условий для участка трубы на газопроводную сеть произвольной конфигурации с заданным числом входов и выходов.

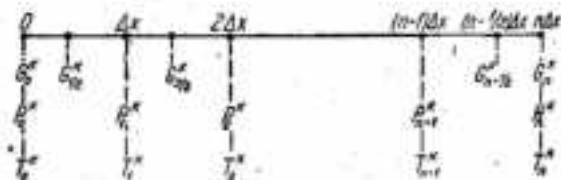


Рис. 1

**Описание метода решения.** Ищем численное решение системы (1) — (6) для газопроводной сети с конечным числом участков и узлов. Начальные условия — начальные распределения давления, расхода и температуры считаем заданными с дискретностью  $\Delta x$  шага разбиения по пространственной переменной. Граничные условия считаются заданными во времени для всех входов и выходов сети. Произведем классификацию узлов газопроводной сети: узлы первого типа — вершины, в которых задано давление как функция времени  $[P_i = P_i(t), i \in U]$ ; узлы второго типа — вершины, в которых задан расход (внешний отбор или приток) как функция времени  $[G_i = G_i(t), i \in U]$ ; узлы третьего типа — вершины, в которых задан расход (внешний отбор или приток) как функция давления и температуры  $[G_i = G_i(P, T), i \in U]$ ; узлы четвертого типа — узловые пары, представляющие собой вход и выход компрессорных станций (КС). Обозначим  $P(k\Delta t, i\Delta x) = P_i^*$ ;  $T(k\Delta t, i\Delta x) = T_i^*$ ;  $G(k\Delta t, (i + 1/2)\Delta x) = G_i^* + 1/2$ . Для каждого участка сети давление и температуру, распределенные по длине, будем находить в целых точках сетки. Расход газа по участку будем определять в полуцелых точках и в начальной и конечной точках пространственного разбиения (в узлах сети). Чтобы проиллюстрировать сказанное выше, приведем схему распределения значений  $P, G, T$  по ребру длиной  $L_i = n\Delta x$  для произвольного временного слоя  $k\Delta t$  (рис. 1).

Для описания зависимостей параметров режима в вершинах третьего и четвертого типов разработаны специальные алгоритмы,

реализация которых допускает их использование в рамках приведенного численного метода. Последовательность действий по реализации численного метода решения системы (1) — (6) разобьем на ряд этапов.

Этап I — определение расхода во всех внутренних точках участка сети на новом временном слое. Запишем систему уравнений, аппроксимирующих уравнение движения (2), для произвольного участка сети:

$$G_{i+1/2} = G_{i+1/2}^k - \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta x} f(P_{i+1}^k - P_i^k) + 2 \frac{z g R}{f} \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{T_{i+1}^k + T_i^k}{P_{i+1}^k + P_i^k} \times \right. \\ \left. \times G_{i+1/2}^k \left( - \frac{G_{i-1/2}^k}{P_{i+1}^k + P_i^k} (P_{i+1}^k - P_i^k) + (\Delta G)_{i+1/2}^k \right) \right\} / \left( 1 + \frac{\lambda}{2B} \times \right. \\ \left. \times \frac{T_{i+1}^k + T_i^k}{P_{i+1}^k + P_i^k} \Delta t \frac{z g R}{f} / G_{i+1/2}^k \right). \quad (7)$$

Здесь  $\frac{(\Delta G)_{i+1/2}^k}{\Delta x} = (\Delta_h G)_{i+1/2}^k$  — выражение, аппроксимирующее  $\frac{\partial G}{\partial x}$ , зависит от номера рассчитываемой точки и определяется по формуле

$$(\Delta_h G)_{i-1/2}^k = \begin{cases} (G_{i+3/2}^k - G_{i-1/2}^k) / 2\Delta x, & 0 < i < n-1; \\ (G_{3/2}^k + 3G_{1/2}^k - 4G_0^k) / 3\Delta x, & 0 = i < n-1; \\ (4G_n^k - 3G_{n-1/2}^k - G_{n-3/2}^k) / 3\Delta x, & 0 < i = n-1; \\ (G_i^k - G_0^k) / \Delta x, & 0 = i = n-1. \end{cases} \quad (8)$$

Этап II — вычисление давления во всех внутренних точках участка сети на новом временном слое. Чтобы найти давление во внутренних точках, используем следующую аппроксимацию уравнений неразрывности (1):

$$P_i^{k+1} = P_i^k - \frac{z g R}{f} \frac{\Delta t}{\Delta x} T_i^k [C_{i+1/2}^{k+1} - C_{i-1/2}^{k+1}]. \quad (9)$$

Этап III — определение давления и расхода в узлах газопроводной сети. Для начальной точки произвольного участка сети соотношение (9) представим как

$$\frac{P_0^{k+1} - P_0^k}{\Delta t} + \frac{z g R}{f} T_0^k \frac{G_{1/2}^{k+1} - G_0^{k+1}}{\Delta x} 2 = 0. \quad (10)$$

Для конечной точки этого же участка

$$-\frac{P_n^{k+1} - P_n^k}{\Delta t} + \frac{z g R}{f} T_n^k \frac{G_n^{k+1} - G_{n-1/2}^{k+1}}{\Delta x} 2 = 0. \quad (11)$$

В данных соотношениях неизвестны значения величин  $P_0^{k+1}$ ,  $G_0^{k+1}$ ,  $P_n^{k+1}$ ,  $G_n^{k+1}$ . Зафиксируем произвольный узел газопроводной

сети. Обозначим давление, расход и температуру, относящиеся к  $j$ -му участку, соответствующим индексом внизу справа. Тогда выражения (10), (11) примут вид

$$\frac{P_{0,i}^{k+1} - P_{0,i}^k}{\Delta t} + \frac{z_j \beta R}{l_j} T_{0,i}^k \cdot 2 \frac{G_{1/2,i}^{k+1} - G_{0,i}^{k+1}}{\Delta x_j} = 0, \quad i \in U_i^-; \quad (12)$$

$$\frac{P_{n,i}^{k+1} - P_{n,i}^k}{\Delta t} + \frac{z_j \beta R}{l_i} T_{n,i}^k \cdot 2 \frac{G_{n,i}^{k+1} - G_{n-1/2,i}^{k+1}}{\Delta x_i} = 0, \quad i \in U_i^+. \quad (13)$$

Исходя из условия согласования в узле (4), имеем

$$P_{i, \text{вх}} = P_{0,i}^{k+1} = P, \quad i \in U_i^-; \quad P_{i, \text{вых}} = P_{n,i}^{k+1} = P, \quad i \in U_i^+. \quad (14)$$

Условие материального баланса в узле (5) запишем в обозначениях конечно-разностной сетки:

$$G = \sum_{i \in U_i^+} G_{n,i}^{k+1} - \sum_{i \in U_i^-} G_{0,i}^{k+1}. \quad (15)$$

Условие материального баланса (5) используется нами с точностью до объемов газа, аккумулированного в узле газопроводной сети. Погрешностью такого рода мы вправе пренебречь, если учесть, что объемы газа, транспортируемого по трубам, значительно превышают объем газа, аккумулированного в данный момент в узле. Обозначим

$$\frac{P_{0,i}^{k+1} - P_{0,i}^k}{\Delta t} = y_i, \quad i \in U_i^-; \quad \frac{P_{n,i}^{k+1} - P_{n,i}^k}{\Delta t} = y_i, \quad i \in U_i^+. \quad (16)$$

Предположив также определенную гладкость разыскиваемых решений, имеем  $\left[ \left( \frac{\partial P_{i, \text{вх}}}{\partial t} \right)_i = \left( \frac{\partial P_{i, \text{вых}}}{\partial t} \right)_i, \quad i \in U \right]$ . Из условия (4) получим  $y_i = y_i = y, \quad i \in U_i^-, \quad i \in U_i^+, \quad i \in U$  (17). Здесь и далее индекс рассматриваемой вершины (узла) опускается. Подставим значение  $y$  в уравнения (12), (13):

$$\frac{z_j \beta R}{l_j} T_{0,i}^k \cdot 2 \frac{G_{1/2,i}^{k+1} - G_{0,i}^{k+1}}{\Delta x_j} = -y, \quad i \in U_i^-; \quad (18)$$

$$\frac{z_j \beta R}{l_i} T_{n,i}^k \cdot 2 \frac{G_{n,i}^{k+1} - G_{n-1/2,i}^{k+1}}{\Delta x_i} = -y, \quad i \in U_i^+. \quad (19)$$

Отсюда

$$G_{0,i}^{k+1} = G_{1/2,i}^{k+1} + \frac{\Delta x_j / l_j}{2 z_j \beta R T_{0,i}^k} y, \quad i \in U_i^-; \quad (20)$$

$$G_{n,i}^{k+1} = G_{n-1/2,i}^{k+1} - \frac{\Delta x_i / l_i}{2 z_i \beta R T_{n,i}^k} y, \quad i \in U_i^+. \quad (21)$$

Тогда внешний отбор из узла запишем в виде

$$G = \sum_{i \in U_i^+} G_{n-1/2,i}^{k+1} - \sum_{i \in U_i^-} G_{1/2,i}^{k+1} - \left[ \sum_{i \in U_i^+} \frac{\Delta x_i / l_i}{z_i \beta R T_{n,i}^k} + \right.$$

$$+ \sum_{i \in U_i^-} \frac{\Delta x_{i,j}}{z_{jR} R T_{0,i}^k} \Big] y. \quad (22)$$

Для вершины второго и третьего типов, считая  $G$  величиной заданной, а вычисления для этапов I, II выполненными, имеем

$$y = \frac{G - \sum_{i \in U_i^+} G_{n-1/2,i}^{k+1} + \sum_{i \in U_i^-} G_{1/2,i}^{k+1}}{\sum_{i \in U_i^+} \frac{\Delta x_{i,j}}{z_{jR} R T_{n,i}^k} + \sum_{i \in U_i^-} \frac{\Delta x_{i,j}}{z_{jR} R T_{0,i}^k}}. \quad (23)$$

Получив значение  $y$ , вычисляем  $G_{0,i}^{k+1}$ ,  $G_{n,i}^{k+1}$  по формулам (20), (21), а также

$$P_{0,i}^{k+1} = P_{0,i}^k + y \Delta t, \quad i \in U_i^-; \quad (24)$$

$$P_{n,i}^{k+1} = P_{n,i}^k + y \Delta t, \quad i \in U_i^+. \quad (25)$$

В том случае, если рассматривается вершина (узел) типа I, т. е. в ней будет задано давление как функция времени, то  $y = (P_i^{k+1} - P_i^k) / \Delta t$  (26), где  $i = 0, n$ . По этому значению  $y$  вычисляем  $G_{0,i}^{k+1}$  и  $G_{n,i}^{k+1}$  по формулам (20), (21).

Этап IV — нахождение температуры на новом временном слое во всех внутренних точках участка сети. Для проведения вычислений используем следующую аппроксимацию уравнения (3):

$$\frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta t} + \frac{z_{gR}}{l} \frac{C_p}{C_p - z_{gR}} \frac{T_i^k}{P_i^{k+1}} \bar{G}_i^{k+1} (\Delta_h T)_i^k + \frac{z_{gR}}{l} \frac{z_{gR}}{C_p - z_{gR}} \frac{T_i^k}{P_i^{k+1}} \times \\ \times T_i^{k+1} (\Delta_h \bar{G})_i^{k+1} + \frac{4K}{D} \frac{z_{gR}}{C_p - z_{gR}} \frac{T_i^k}{P_i^{k+1}} (T_i^{k+1} - T_{cp}) = 0. \quad (27)$$

Здесь

$$\bar{G}_i^{k+1} = \begin{cases} G_0^{k+1}, & i = 0; \\ \frac{1}{2} (G_{i-1/2}^{k+1} + G_{i+1/2}^{k+1}), & 0 < i < n; \\ G_n^{k+1}, & i = n; \end{cases} \quad (28)$$

$$(\Delta_h \bar{G})_i^{k+1} = \begin{cases} 2 (G_{1/2}^{k+1} - G_0^{k+1}) / \Delta x, & i = 0; \\ (G_{i+1/2}^{k+1} - G_{i-1/2}^{k+1}) / \Delta x, & 0 < i < n; \\ 2 (G_n^{k+1} - G_{n-1/2}^{k+1}) / \Delta x, & i = n. \end{cases} \quad (29)$$

Значение  $(\Delta_h T)_i^k$  будем вычислять в зависимости от знака расхода  $\bar{G}_i^{k+1}$  (уже вычисленного на этапах I—III). Пусть  $\bar{G}_i^{k+1} < 0$ , тогда

$$(\Delta_h T)_i^k = \begin{cases} (-3T_i^k + 4T_{i+1}^k - T_{i+2}^k) / 2\Delta x, & 0 < i < n-2; \\ (T_n^k - T_{n-2}^k) / 2\Delta x, & i = n-1. \end{cases} \quad (30)$$

Расчет  $T_n^{k+1}$ , а, следовательно, и определение  $(\Delta_n T)_n^k$  в данном случае не производится. Температура в этой точке вычисляется впоследствии, при расчете вершины. Если же  $G_i^{k+1} > 0$ , то

$$(\Delta_n T)_i^{k+1} = \begin{cases} (3T_i^k - 4T_{i-1}^k + T_{i-2}^k) 2\Delta x, & 2 < i < n; \\ (T_2^k - T_0^k) / 2\Delta x, & i = 1. \end{cases} \quad (31)$$

Значение  $T_0^{k+1}$  в этом случае не рассчитываем, а определяем при расчете вершины (узлов газопроводной сети). Если  $G_i^{k+1} = 0$ , то

$$(\Delta_n T)_i^k = \begin{cases} (T_i^k - T_0^k) / \Delta x, & i = 1; \\ (T_{i+1}^k - T_{i-1}^k) / 2\Delta x, & 2 < i < n - 1; \\ (T_n^k - T_{n-1}^k) \Delta x, & i = n. \end{cases} \quad (32)$$

Учитывая, что по-прежнему  $(\Delta_n \bar{G})_i^{k+1} = \frac{1}{\Delta x} (\Delta \bar{G})_i^{k+1}$ ,

$$(\Delta_n T)_i^k = \frac{1}{\Delta x} (\Delta T)_i^k,$$

приводим выражение (27) к виду, дающему явное выражение относительно

$$T_i^{k+1} = T_i^k \frac{1 + \frac{1}{P_i^{k+1}} \left[ \frac{4KzGR\Delta t}{D(C_p - zGR)} T_{cv} - \frac{zGR}{T} \frac{C_p}{C_p - zGR} \frac{\Delta t}{\Delta x} \bar{G}_i^{k+1} (\Delta T)_i^k \right]}{1 + \frac{T_i^k}{P_i^{k+1}} \left[ \frac{zGR}{C_p - zGR} \frac{zGR}{T} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Delta \bar{G})_i^{k+1} + \frac{4KzGR\Delta t}{D(C_p - zGR)} \right]}. \quad (33)$$

Этап V — определение значения температуры в вершинах газопроводной сети на новом временном слое. Для определения температуры в начальных точках участков, в которых поток газа идет из вершины, рассчитываем температуру поступающего в данную вершину газа:

$$T = \frac{\sum_{i \in U_i^+} (a_{n,i}^{k+1}) + T_{n,i}^{k+1} + \sum_{i \in U_i^-} (a_{0,i}^{k+1}) - T_{0,i}^{k+1} + (G)^- T_a}{\sum_{i \in U_i^+} (a_{n,i}^{k+1})^+ + \sum_{i \in U_i^-} (a_{0,i}^{k+1})^- + (G)^-}, \quad (34)$$

где  $(a)^+ = \begin{cases} a, & a > 0; \\ 0, & a < 0; \end{cases}$   $(a)^- = \begin{cases} -a, & a < 0; \\ 0, & a > 0; \end{cases}$   $T_a$  — температура

внешнего притока. При этом  $T_0^{k+1} = T$ , если  $G_0^{k+1} > 0$  (35);  $T_n^{k+1} = T$ , если  $G_n^{k+1} < 0$  (36).

Адекватность модели проверялась путем сопоставления параметров стационарного режима для кольцевого газопровода и параметров режима, рассчитанного предлагаемым методом с выходом на установившийся режим. Расчеты делались для зам-

кнутой системы трубопроводов общей длиной 576 км с диаметрами труб от 800 до 1200 мм с одним входом (КС на 99 км) и 18-ю выходами — точками отбора газа в вершинах собственно кольца и на отводах. В качестве граничных условий задавались: в точке входа — стационарные значения давления и температуры; в точках выхода — стационарные значения отборов. На рис. 2 представлена схема кольцевого газопровода, где нитка 1— $D=800$  мм,  $l=99-349$  км; нитка 2— $D=1200$  мм,  $l=99-246$  км; нитка 3— $D=800$  мм,  $l=99-469$  км; нитка 4— $D=1200$  мм,  $l=349-469$  км; нитка 9— $D=1000$  мм,  $l=31-206$  км; отвод I— $D=800$  мм,  $l=33-325$  км; отвод III— $D=700$  мм,  $l=16-367$  км. Условные обозначения:  $\rightarrow$  — направление движения потока газа, ГРС — газораспределительная станция, КС — компрессорная станция,  $D$  — диаметр трубы.

Из анализа полученных результатов следует, что расходы по соответствующим трубам—дугам газопроводной сети сопоставимы с точностью до 2%. Давление — параметр, который устанавливается быстрее других, а температура — медленнее. Указанный метод дает приемлемую точность в расчетах при 100%-ных возмущениях (расчет начинался с фиксированных давлений и нулевых значений расходов по дугам), а также удовлетворительное быстродействие (576 км с  $\Delta x=5$  км;  $\Delta t=10$  с в расчете на 1 ч астрономического времени за 5 мин на ЭВМ ЕС-1022 с операционной системой ДОС—ЕС, версия 2) позволяет рекомендовать его в качестве базового при разработке задач расчета и планирования оперативных режимов сложных газотранспортных систем в АСУ ТП транспорта газа.

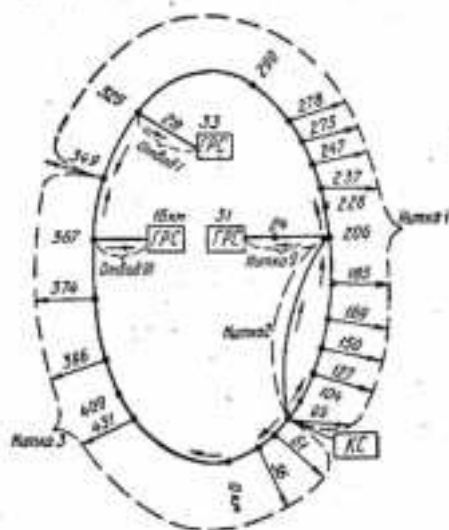


Рис. 2

Список литературы: 1. Чарный И. А. Основы газовой динамики. М., Гостотехиздат, 1961. 200 с. 2. Ходанович И. Е., Кривошеин Б. Л., Бикментай Р. И. Тепловые режимы магистральных газопроводов. М., Наука, 1971. 340 с. 3. Сухарев М. Г., Ставровский Е. Р. Оптимизация систем транспорта газа. М., Недра, 1975. 273 с. 4. Куратт Г., Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит. 1950, 286 с.

Поступила в редакцию 26.01.82.

А. Д. ТЕВЯШЕВ, канд. техн. наук, В. И. ПОПОВСКИЙ,  
канд. техн. наук

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ

Основным назначением инженерной сети (ИС) является полное, своевременное, бесперебойное обеспечение потребителей целевым продуктом (ЦП) в установленном количестве и заданного качества. Пусть  $V = \{1, 2, \dots, v\}$  — множество узлов ИС, причем  $V = L \cup N$ , где  $L = \{1, 2, \dots, L\}$  — множество входов сети, через которые ЦП поступает в сеть;  $N = \{L+1, L+2, L+3, \dots, v\}$  — множество выходов, через которые осуществляется отбор ЦП из сети. Инженерная сеть полностью выполняет свое функциональное назначение на интервале времени  $[0; T]$ , если для  $V(t) \in [0; T]$  и  $V(i) \in N$  выполняется условие  $\xi_i(t) > \zeta_i(t)$ ,  $i \in N$  (1), отображающее соотношение между обобщенными характеристиками процессов подачи  $\xi_i(t)$  и потребления  $\zeta_i(t)$  ЦП в ИС. Процессы  $\xi_i(t)$ ,  $\zeta_i(t)$  в ИС — это либо режимные переменные — давление, расход и температура  $(P(t), q(t), T(t))$ , либо показатели качества ЦП. В реальных условиях функционирования сети подача и распределение ЦП зависят от многочисленных факторов, основные из которых — режим работы ИС, надежность элементов, метеорологические условия, взаимовлияние участков сети и др., носят случайный характер. Поэтому  $\xi_i(t)$ ,  $\zeta_i(t)$  оказываются случайными функциями времени, удовлетворяющими условию (1) лишь в вероятностном смысле. Без потери общности рассмотрим случай, когда  $\xi_i(t) = g_i(t)$ ,  $\zeta_i(t) = g_i^*(t)$ , где  $g_i(t)$ ,  $g_i^*(t)$  — соответственно процессы фактических и требуемых поставок ЦП  $i$ -му потребителю в момент времени  $t$ . Выполнение условия (1) — событие  $\bar{D}$ , соответствует нормальному режиму функционирования сети, вероятность которого  $P = P_{\text{рос}}\{g_i(t) > g_i^*(t)\}$ ; противоположное событие  $D$ , вероятность которого  $P_d = 1 - P$  соответствует превышению требуемых поставок ЦП фактическим, т. е. наличию дефицита ЦП в  $i$ -м узле ИС.

Качество функционирования ИС на интервале  $[0; T]$  определяется на основе локальных критериев  $I(S, \beta)$  [1], количественно выражающих целевое назначение системы, режим работы и параметры сети  $S, \beta$ . Оценка качества функционирования ИС на основе  $I$  должна в явном виде включать требование (1) и рассматриваться как стохастический функционал, определенный на пространстве случайных функций поставок и потребления целевого продукта. В качестве конкретных показателей оценок качества функционирования ИС могут быть использованы необходимые статистические характеристики функционала  $I$  —

плотность распределения вероятностей (ПРВ), моменты распределения и др.

Оценки качества функционирования ИС относительно  $i$ -го потребителя. На интервале времени  $[0, T]$  определим функционал вида

$$I_{ni}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T (-1)^n \eta_{ni}(t) dt, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

где функция

$$\eta_{ni}(t) = \begin{cases} \epsilon_i^n(t), & q_i^*(t) \geq q_i(t); \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

определена как функция-ограничитель  $n$ -й степени; при  $n=0$  — индикатор события  $D$  и  $\epsilon_i(t) = q(t) - q^*(t)$ . Пусть  $n=0$ . Тогда случайная величина

$$I_{0i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{0i}(t) dt \quad (3)$$

определяет оценку среднего относительного времени, в течение которого ИС работает в режиме дефицита ЦП относительно  $i$ -го узла сети. Оценка  $I_{0i}(T)$  является условной (для конкретных реализаций  $q_i(t)$  и  $q_i^*(t)$ ) вероятностью возникновения дефицита ЦП в  $i$ -м узле ИС, т. е.  $I_{0i}(T) = P_{\text{ров}}\{D/\epsilon\}$ .

Осуществляя осреднение (3) по всем возможным реализациям  $\{q_i(t)\}$ ,  $\{q_i^*(t)\}$ , т. е. определяя математическое ожидание  $M[I_{0i}(T)]$ , получаем [3]

$$\bar{I}_{0i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T M[\eta_{0i}(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} f_{\epsilon}(\epsilon) d\epsilon dt, \quad (4)$$

где  $f_{\epsilon}(\epsilon)$  — функция ПРВ величины  $\epsilon$  на интервале  $[\epsilon_1, \epsilon_2]$ , зависящем от конкретных свойств процессов  $q(t)$  и  $q^*(t)$ . Оценка  $\bar{I}_{0i}(T)$  определяет безусловную вероятность возникновения дефицита в  $i$ -м узле ИС.

Величина  $\bar{I}_{0iT}(T) = \bar{I}_{0i}(T) T$  является оценкой среднего времени функционирования ИС на интервале  $[0; T]$  в режиме дефицита относительно  $i$ -го потребителя. При  $n=1$  случайная величина

$$I_{1i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T [q_i^*(t) - q_i(t)] \eta_{1i}(t) dt \quad (5)$$

определяет среднюю условную интенсивность возникновения дефицита в  $i$ -м узле ИС.

Математическое ожидание  $M[I_{1i}(T)]$  — безусловная оценка средней интенсивности возникновения дефицита в  $i$ -м узле ИС

$$\bar{I}_{1i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \epsilon f_{\epsilon}(\epsilon) d\epsilon dt. \quad (5)$$

Средний объем дефицита ЦП  $i$ -го потребителя ИС на интервале  $[0; T]$  определяется соотношением  $\bar{I}_{iIT}(T) = \bar{I}_{iI}(T) T$ . Для оценки качества функционирования ИС относительно  $i$ -го потребителя введем (сразмерный показатель, соответствующий отношению объема дефицита  $i$ -го потребителя на интервале  $[0; T]$  к требуемому объему поставок ЦП на интервале  $[0; T]$ ):

$$I_i(T) = \frac{I_{iIT}(T)}{Q_i(T)}, \quad (7)$$

где  $Q_i(T) = \int_0^T q_i^*(t) dt$  — требуемый объем поставок ЦП  $i$ -му потребителю на интервале  $[0; T]$ . Данный показатель  $(7)$  является наиболее обобщенным, включающим как частные случаи ранее рассмотренные показатели  $I_{oi}(T)$ ,  $I_{ii}(T)$ ,  $I_{iIT}(T)$ . Действительно, подставляя в выражение  $(7)$   $I_{iIT}(T)$ , имеем

$$I_i(T) = \frac{1}{Q_i(T)} \int_0^T q_i^*(t) \eta_{oi}(t) dt = \frac{1}{Q_i(T)} \int_0^T q_i(t) \eta_{oi}(t) dt, \quad (8)$$

что при  $|\varepsilon_i(t)| \rightarrow \infty$  равномерно для всех  $t \in [0; T]$  определяет интервал  $0 < I_i(T) < 1$ , так как  $\eta_{oi}(t) \rightarrow \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\}$ . Кроме того, при известном требуемом объеме потребления  $Q_i(T)$ , очевидно,

$$I_{iIT}(T) = I_i(T) Q_i(T) \text{ и } I_{ii}(T) = \frac{1}{T} I_i(T) Q_i(T).$$

Между критериями  $I_{oi}(T)$ ,  $I_{ii}(T)$  существует соотношение  $I_{ii}(T) < I_{oi}(T)$  (9), т. е. относительный дефицит в узле является нижней границей условной вероятности возникновения дефицита в  $i$ -м узле ИС. Для установления (9) используем теорему о среднем значении [2]; для непрерывных функций  $q_i(t)$ ,  $q_i^*(t)$ , оценивая интегралы в выражении (8), имеем

$$I_i(T) = \frac{1}{MT} \sum_{j=1}^n \tau_j m_j = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\tau_j}{T} \right) \left( \frac{m_j}{M} \right) < \mu \frac{\sum_{j=1}^n \tau_j}{T} = \mu I_{oi}(T).$$

Здесь  $\tau_j$  — случайные длительности выбросов (события  $D_j$ ), число которых  $n$  — случайная величина;  $M$  и  $m_j$  — соответственно средний уровень потребления ЦП и средние уровни выбросов (такие что  $m_j \tau_j = S_j$  — площади выбросов). Учитывая, что  $\mu = \max \frac{m_j}{M} < 1$ , окончательно получаем выражение (9). В дальнейшем рассмотрим статистические свойства показателя  $I_i(T)$  для наиболее важных на практике случаев сочетания свойств процессов подачи и потребления ЦП. Очевидно, определение таких характеристик, как математическое ожидание, дисперсия, функции ПРВ, сводится к определению аналогичных моментов функционала (2) в

рамках теории выбросов случайных процессов [3, 4]. Математическое ожидание относительного дефицита удается оценить только приближенно:

$$\bar{I}_i(T) = M \left[ \frac{I_{iIT}(T)}{Q_i(T)} \right] \approx \frac{I_{iIT}(T)}{\bar{Q}(T)}, \quad (10)$$

где  $\bar{Q}(T) = M[Q(T)]$  — средний объем потребления ЦП на интервале  $[0; T]$ . Погрешность оценки  $\bar{I}_i(T)$  (10) равна остаточным членам разложения (7) в ряд Тейлора в точке  $I_{iIT}(T)$ ,  $\bar{Q}(T)$  и практически определяется значениями дисперсий случайных величин этой дроби.

*Анализ статистических свойств оценок качества функционирования ИС.* Пусть  $g_i(t)$  образует случайный нормальный процесс стационарный и эргодический во времени. Известны среднее значение  $m_g$  и корреляционная функция  $K_g(\tau)$ , при этом дисперсия  $\sigma_g^2 = K_g(\tau = 0)$ . Процесс потребления  $g_i(t) = C_i > 0$ , где  $C_i$  — фиксированный уровень. Выражение для оценки  $I_i(T)$  в этом случае получается из выражения (8), при  $Q_i(T) = C_i T$  имеем

$$I_i(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{0i}(t) dt - \frac{1}{C_i T} \int_0^T g_i(t) \eta_{0i}(t) dt. \quad (11)$$

Как видно из уравнения (11), если на любом интервале времени, где  $\eta_{0i}(t) = 1$ , потребитель вообще не получает ЦП, т. е.  $g_i(t) = 0$ , то  $I_i(T) = I_{0i}(T)$ . В других случаях, когда  $q_i(t) > 0$  при  $\eta_{0i}(t) = 1$ ,  $I_i(T) < I_{0i}(T)$ . Данные соотношения, очевидно, справедливы и для усредненных критериев  $\bar{I}_i(T) < \bar{I}_{0i}(T)$ ; при  $C_i \rightarrow \infty$   $\bar{I}_i(T) \rightarrow \bar{I}_{0i}(T)$ . Определим линейную оценку (10) математического ожидания относительно дефицита. На основании уравнения (6), где  $z_i(t) = C_i - q_i(t)$ ,  $f_i(z_i) = N(m_g, \sigma_g)$  и  $z_1 = -\infty$ ,  $z_2 = C_i$ , осуществляя интегрирование, окончательно получим

$$\bar{I}_i(T) = \frac{C_i - m_g}{C_i} \operatorname{erf} \left( \frac{C_i - m_g}{\sigma_g} \right) + \frac{\sigma_g}{C_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(C_i - m_g)^2}{2\sigma_g^2} \right\}. \quad (12)$$

Выражение (12) при  $C_i \gg m_g$  асимптотически совпадает с показателем  $\bar{I}_{0i}(T)$ , который в данном случае имеет вид

$$\bar{I}_{0i}(T) = \operatorname{erf} \left( \frac{C_i - m_g}{\sigma_g} \right). \quad (13)$$

В уравнениях (12), (13) функция  $\operatorname{erf}(X)$  — интеграл вероятности Лапласа.

Таким образом, математическое ожидание относительного дефицита  $\bar{I}_i(T)$  может быть интерпретировано как вероятность возникновения дефицита в системе при значительном превышении уровня потребности ЦП над средним уровнем его нагрузки.

Рассмотрим теперь тот же случай стационарного процесса поставок  $g_i(t)$ . Потребление ЦП осуществляется в виде некоторой детерминированной непрерывной функции времени, т. е.  $g_i^*(t) = f(t)$ . Оценка относительного дефицита  $\bar{I}_i(T)$  в данном случае определится из выражения (8), где  $Q_i(T) = \int_0^T f(t) dt$ . Най-

дем оценку математического ожидания  $\bar{I}_i(T)$ . Для этого подставим в равенство (6)  $\varepsilon_i(t) = f_i(t) - q_i(t)$ ,  $f_i(\varepsilon_i) = N(m_{\varepsilon_i}, \sigma_{\varepsilon_i})$ ,  $\varepsilon_i = -\infty$  и интегрируя, получаем

$$\bar{I}_i(T) = \frac{1}{Q_i(T)} \left[ \int_0^T (f(t) - m_q) \operatorname{erf} \left( \frac{f(t) - m_q}{\sigma_q} \right) + \frac{\sigma_q}{\sqrt{2\pi}} \int_0^T \exp \left\{ -\frac{(f(t) - m_q)^2}{2\sigma_q^2} \right\} dt \right]. \quad (14)$$

Данное значение с учетом условия (9) является нижней границей вероятности возникновения дефицита

$$T_{0i}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{erf} \left( \frac{f(t) - m_q}{\sigma_q} \right) dt. \quad (15)$$

Пусть  $g_i^*(t)$  и  $g_i(t)$  являются одновременно эргодическими, нормальными стационарными случайными процессами. Известны и заданы вероятностные характеристики  $m_{q^*}$ ,  $K_{q^*}(\tau)$ ,  $\sigma_{q^*}^2$  и  $m_q$ ,  $K_q(\tau)$ ,  $\sigma_q^2$ , а также взаимно корреляционная функция  $K_{q^*q}(\tau)$ . Для определения свойств показателей качества в этом случае перейдем к процессу  $\varepsilon_i(t) = q_i^*(t) - q_i(t)$ , для которого вычисленные моменты производятся в интервале  $\varepsilon \in [0, \infty]$  (положительные выбросы за нулевой уровень). Определим вероятностные свойства процесса  $\varepsilon_i(t)$ . Очевидно,  $f_i(\varepsilon_i) = N(m_{\varepsilon_i}, \sigma_{\varepsilon_i})$ , где  $m_{\varepsilon_i} = m_{q^*} - m_q$ ,  $\sigma_{\varepsilon_i}^2 = \sigma_{q^*}^2 + \sigma_q^2 + 2\sigma_{q^*q}$ . Вычисление оценки относительного дефицита в этом случае осуществляется по выражению (8), где  $q_i^*(t)$ ,  $q_i(t)$  — реализации процессов потребления и подачи ЦП и  $Q(t) = \int_0^t q^*(t) dt$ . Найдем оценку математического ожидания  $\bar{I}_i(T)$  на интервале  $[0; T]$ . Подставив необходимые значения переменных в уравнениях (6) и (10), произведя интегрирование, получаем выражение

$$\bar{I}_i(T) = \frac{m_{\varepsilon_i}}{m_{q^*}} \operatorname{erf} \left( \frac{m_{\varepsilon_i}}{\sigma_{\varepsilon_i}} \right) + \frac{\sigma_{\varepsilon_i}}{m_{q^*} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{m_{\varepsilon_i}^2}{2\sigma_{\varepsilon_i}^2} \right\}, \quad (16)$$

к которому в силу эргодичности  $\varepsilon_i(t)$  сходится среднее значение относительного дефицита на интервале  $[0; T]$ . Критерий  $\bar{I}_i(T)$  в

виде выражения (16) в соответствии с уравнением (9) оценивает нижнюю границу вероятности дефицита, которая определяется из равенства (4):

$$\bar{I}_{0i}(T) = \operatorname{erf}\left(\frac{m_q}{\sigma_q}\right). \quad (17)$$

Легко видеть, что достигается хорошее совпадение  $\bar{I}_i(T) \rightarrow \bar{I}_{0i}(T)$  при  $m_q \gg m_c$ , т. е. когда средний уровень потребления ЦП значительно превышает средний уровень подачи.

Перейдем к рассмотрению случаев нестационарных во времени процессов поставок и потребления ЦП. Пусть  $q_i(t)$  — нестационарный случайный нормальный процесс с характеристиками  $m_q = m_q(t)$ ,  $K_q(t_1, t_2)$ ,  $\sigma_q^2(t)$ ; потребление ЦП равномерно и неизменно во времени, т. е.  $q_i(t) = C_i$ . Определим и исследуем свойства оценок качества функционирования сети в этом случае. Относительный дефицит ЦП, определяемый выражением (8), имеет вид

$$I_i(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_{0i}(t) dt - \frac{1}{C_i T} \int_0^T q_i(t) \varphi_{0i}(t) dt, \quad (18)$$

где  $q_i(t)$  — реализация процесса подачи ЦП на интервале  $[0; T]$ . Оценкой среднего значения  $I_i(T)$  является показатель  $\bar{I}_i(T)$ , вычисленный в соответствии с уравнением (10)

$$\begin{aligned} \bar{I}_i(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \frac{C_i - m_q(t)}{C_i} \operatorname{erf}\left(\frac{C_i - m_q(t)}{\sigma_q(t)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sigma_q(t)}{C_i \sqrt{2\pi}} \right) \exp\left\{\frac{(C_i - m_q(t))^2}{2\sigma_q^2(t)}\right\} dt \right], \quad (19) \end{aligned}$$

который является нижней границей вероятности дефицита (4)

$$\bar{I}_{0i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{erf}\left(\frac{C_i - m_q(t)}{\sigma_q(t)}\right) dt. \quad (20)$$

Пусть в отличие от предыдущего случая процесс потребления теперь является известной непрерывной детерминированной функцией,  $q_i(t) = f(t)$ . Вычисление оценки  $I_i(T)$  производится в соответствии с уравнением (8), где  $Q_i(T) = \int_0^T f(t) dt$ . В этом случае вероятностные свойства  $\varepsilon_i(t) : f_i(\varepsilon_i) = N(m_q(t); \sigma_q(t))$ ;  $\varepsilon_1 = -\infty$ ;  $\varepsilon_2 = f(t)$ . Найдем оценку математического ожидания показателя  $I_i(T)$ . В соответствии с уравнениями (6), (10)

$$\bar{I}_i(T) = \frac{1}{Q_i(T)} \int_0^T \left[ (f(t) - m_q(t)) \operatorname{erf}\left(\frac{f(t) - m_q(t)}{\sigma_q(t)}\right) + \right.$$

$$+ \frac{\sigma_q(t)}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{f(t) - m_q(t)^2}{2\sigma_q^2(t)} \right\} dt, \quad (21)$$

Значение  $\bar{I}_i(T)$  удовлетворяет условию  $\bar{I}_i(T) \ll \bar{I}_{0i}(T)$ , где

$$\bar{I}_{0i}(T) = \int_0^T \operatorname{erf} \left( \frac{f(t) - m_q(t)}{\sigma_q(t)} \right) dt \quad (22)$$

средняя вероятность возникновения дефицита ЦП в  $i$ -м узле ИС при детерминированном отборе.

Пусть потребление  $g_i(t)$  и подача  $g_i(t)$  ЦП являются одновременно нестационарными нормальными случайными процессами с известными свойствами  $m_{g_i}(t)$ ,  $\sigma_{g_i}^2(t)$ ,  $m_q(t)$ ,  $\sigma_q^2(t)$  и взаимно корреляционной функцией  $K_{g_i q_i}(t_1, t_2)$ . Как и ранее, рассмотрим процесс  $\varepsilon_i(t) = q_i(t) - g_i(t)$ . Вероятностные свойства этого процесса  $f_\varepsilon(\varepsilon_i) = N(m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon)$ ;  $m_\varepsilon(t) = m_{q_i}(t) - m_{g_i}(t)$ ,  $\sigma_\varepsilon^2(t) = \sigma_{q_i}^2(t) + \sigma_{g_i}^2(t) + 2\sigma_{g_i q_i}(t)$ . Теперь определение статистических моментов (4), (6) эквивалентно вычислению характеристик положительных выбросов нормального процесса  $\varepsilon_i(t)$  за нулевой уровень, т. е.  $\varepsilon_1 = 0$ ;  $\varepsilon_2 = \infty$ . Вычисление относительного дефицита осуществляется на основании выражения (8) по наблюдаемым реализациям процессов  $q_i(t)$ ,  $g_i(t)$  на интервале  $[0; T]$ . Определим оценку  $\bar{I}_i(T)$  в соответствии с уравнениями (6), (10)

$$\bar{I}_i(T) = \frac{1}{\bar{Q}_i(T)} \left[ \int_0^T \left[ m_\varepsilon(t) \operatorname{erf} \left( \frac{m_\varepsilon(t)}{\sigma_\varepsilon(t)} \right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma_\varepsilon(t) \exp \left\{ -\frac{m_\varepsilon(t)^2}{2\sigma_\varepsilon^2(t)} \right\} \right] dt \right], \quad (23)$$

где  $\bar{Q}_i(T) = \int_0^T m_{g_i}(t) dt$  — средний объем потребления ЦП на интервале  $[0; T]$ . Вычислим оценку вероятности возникновения дефицита  $\bar{I}_{0i}(T)$ . В соответствии с выражением (4) имеем

$$\bar{I}_{0i}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{erf} \left( \frac{m_\varepsilon(t)}{\sigma_\varepsilon(t)} \right) dt, \quad (24)$$

Рассмотренная система оценок качества функционирования ИС относительно  $i$ -го потребителя позволяет получить теперь оценку качества функционирования всей сети в целом для  $V(i) \in N$ . Как показано в работе [1], любые конкретные показатели качества функционирования ИС могут быть теперь легко получены, если задать некоторую функцию  $\Phi(\cdot)$ , аргументами которой будут рассмотренные показатели.

Таким образом, учет реальных свойств процессов постановок и потребления ЦП в ИС позволяет сформировать группу статистических показателей качества функционирования ИС. Эти по-

казатели носят либо смысл вероятностной меры возникновения дефицита в точке потребления ( $I_{0i}(T)$ ;  $\bar{I}_{0i}(T)$ ) или ее нижней оценки  $\bar{I}_i(T)$ , либо имеют технологический характер ( $I_{0iT}(T)$ ,  $I_{i1T}(T)$ ). Анализ предложенной системы показателей для разных соотношений процессов поставок и потребления ЦП показал значительную их зависимость от стохастических свойств соответствующих процессов. Для практического внедрения в системах управления и проектирования ИС целесообразно использовать оценку удельного дефицита как наиболее общую, позволяющую оценить значения других показателей качества.

Список литературы: 1. Ефодимов А. Г., Тевшин А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. Харьков, Выда школа, 1980. 142 с. 2. Крамер Г. Математические методы статистики. М., Мир, 1975. 648 с. 3. Крамер Г., Литбергер М. Стационарные случайные процессы. М., Мир, 1969. 435 с. 4. Тихонов В. Н. Выбросы случайных процессов. М., Наука, 1970. 392 с.

Поступила в редакцию 15.03.82.

УДК 681.5.015

В. Д. ГРЕБЕННИК, канд. техн. наук, А. Л. ШАПОВАЛОВ

#### ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ НА ТОЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫМИ СЕТЯМИ

Решение задач оперативного планирования и управления инженерными сетями основано на многократных расчетах потокораспределения. Действительно, задача оперативного планирования режимов состоит в отыскании таких значений компонент вектора давлений в узлах сети  $P = (P_1, P_2, \dots, P_n)'$ , которые при заданных значениях компонент вектора расходов  $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_j)'$  и вектора гидравлических сопротивлений  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i)'$  удовлетворяют системе ограничений, накладываемых на компоненты вектора  $P$  и доставляют экстремум функции цели  $I(P)$ . Значения компонент вектора  $P$  можно получить только алгебраическим путем в результате решения задачи установившегося потокораспределения [1]. Таким образом, эффективность решения задачи оперативного планирования зависит от точности оценок давлений в узлах сети, полученных с помощью решения задачи установившегося потокораспределения.

Рассмотрим модель установившегося потокораспределения в газотранспортной или распределительной сети, которая представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений [1]:

$$\beta_s q_s^2 \operatorname{sign} q_s + \sum_{i \in M_s} b_{si} \beta_i q_i^2 \operatorname{sign} q_i = 0, \quad s \in M_2; \quad (1)$$

$$\pm P_r^2 - b_{r1}P_1^2 + \sum_{i \in M_1} b_{ri}\beta_i q_i^2 \operatorname{sign} q_i = 0, \quad r \in K_2 \cup L_2; \quad (2)$$

$$q_i = \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m + \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r, \quad i \in M_1. \quad (3)$$

Здесь  $q_m$ ,  $q_i$ ,  $Q_r$  — расход газа в реальных хордах, реальных ветвях и фиктивных хордах графа сети;  $\pm P_r$  — давление в узлах, соответствующих выходам (со знаком +), входам сети (со знаком -);  $P_1$  — давление на одном из входов;  $\beta_i$ ,  $\beta_i$  — гидравлические сопротивления в реальных хордах и ветвях графа сети;  $b_{si}$ ,  $b_{ri}$  — элементы циломатрической матрицы;  $M_1$  ( $\operatorname{card} M_1 = m_1$ ),  $M_2$  ( $\operatorname{card} M_2 = m_2$ ) — множества индексов реальных ветвей и хорд графа сети;  $K_2$  ( $\operatorname{card} K_2 = k_2$ ),  $L_2$  ( $\operatorname{card} L_2 = l_2$ ) — множества индексов фиктивных хорд, соответствующих выходам и входам сети.

Точность оценок значений давлений в узлах сети существенно зависит от точности исходных данных. При решении задач оперативного планирования и управления системами газоснабжения исходные данные (расходы в узлах  $Q(t)$  и сопротивления в дугах  $\beta(t)$ ) представляют собой случайные процессы или при фиксированном  $t$  случайные величины. Следовательно, давления в узлах сети как функции случайных аргументов тоже случайны. В такой ситуации возникает задача построения зависимости дисперсии оценок компонент вектора  $P$  от дисперсий оценок компонент векторов  $Q$ ,  $\beta$  для заданной структуры сети  $G(V, E)$ . Решая эту задачу, преобразуем систему (1)–(3):

$$\pm P_r^2 - b_{r1}P_1^2 - \sum_{i \in M_1} b_{ri}\beta_i \left[ \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r + \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m \right]^2 \times \\ \times \operatorname{sign} \left[ \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r + \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m \right], \quad r \in K_2 \cup L_2; \quad (4)$$

$$\beta_i q_i^2 \operatorname{sign} q_i + \sum_{i \in M_1} b_{si}\beta_i \left[ \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r + \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m \right]^2 \times \\ \times \operatorname{sign} \left[ \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r + \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m \right] = 0, \quad s \in M_2. \quad (5)$$

Значения  $P_r$  ( $V_r \in K_2 \cup L_2$ ) определяются в два этапа. Вначале решают систему нелинейных уравнений (5) относительно  $q_m$  ( $V_m \in M_2$ ), а затем по выражению (4) вычисляют  $P_r$ .

Дисперсию  $P_r$  (4) для независимых слагаемых можно представить так:

$$\sigma_{P_r}^2 = b_{r1}^2 \sigma_{P_1}^2 + \sum_{i \in M_1} b_{ri}^2 D[Y_i], \quad (6)$$

где

$$Y_i = \beta_i q_i^2 = \beta_i [A_i + B_i]^2; \quad A_i = \sum_{r \in K_2 \cup L_2} b_{ri}Q_r; \quad B_i = \sum_{m \in M_2} b_{mi}q_m. \quad (7)$$

Для отыскания значения  $D[Y_i]$  разложим выражения (7) в ряд Тейлора, ограничиваясь линейными членами разложения в окрестности точек  $(A_{i0}, B_{i0}, \beta_{i0})$ :

$$Y_i = Y_{i0} + (A_{i0} + B_{i0})^2 \Delta \beta_i + 2\beta_{i0} (A_{i0} + B_{i0}) (\Delta A_i + \Delta B_i),$$

где  $\Delta \beta_i = \beta_i - \beta_{i0}$ ;  $\Delta A_i = A_i - A_{i0}$ ;  $\Delta B_i = B_i - B_{i0}$ . Дисперсия

$$D[Y_i] = M[(Y_i - Y_{i0})^2] = (A_{i0} + B_{i0})^4 M[\Delta \beta_i^2] + 4\beta_{i0}^2 (A_{i0} + B_{i0})^2 M[\Delta A_i^2] + 4\beta_{i0}^2 (A_{i0} + B_{i0})^2 M[\Delta B_i^2] + 4\beta_{i0} (A_{i0} + B_{i0})^3 \times \\ \times M[\Delta \beta_i \Delta A_i] + 4\beta_{i0} (A_{i0} + B_{i0})^3 M[\Delta \beta_i \Delta B_i] + \\ + 8\beta_{i0}^2 (A_{i0} + B_{i0})^2 M[\Delta A_i \Delta B_i]. \quad (8)$$

Отсюда с учетом выражений (6), (7) получим

$$\sigma_{P_r}^2 = \sigma_{P_r}^2 + \sum_{i \in M_i} b_{ri}^2 [q_i^2 \sigma_{\beta_i}^2 + 4q_i^2 \beta_i^2 \left( \sum_{r \in K_i \cup L_i} b_{ri}^2 \sigma_{Q_r}^2 + \right. \\ \left. + \sum_{m \in M_i} b_{mi}^2 \sigma_{q_m}^2 + 2 \sum_{r \in K_i \cup L_i} \sum_{m \in M_i} b_{ri} b_{mi} \sigma_{Q_r} \sigma_{q_m} r_{Q_r q_m} \right) + \\ + 4\beta_i q_i^3 \left( \sum_{m \in M_i} b_{mi} \sigma_{\beta_i} \sigma_{q_m} r_{\beta_i q_m} + \sum_{r \in K_i \cup L_i} b_{ri} \sigma_{\beta_i} \sigma_{Q_r} r_{\beta_i Q_r} \right) \quad (9)$$

где  $r_{Q_r q_m}$ ,  $r_{\beta_i q_m}$ ,  $r_{\beta_i Q_r}$  — коэффициенты корреляции между соответствующими величинами;  $\sigma_{P_r}^2$ ,  $\sigma_{\beta_i}^2$ ,  $\sigma_{Q_r}^2$ ,  $\sigma_{q_m}^2$  — дисперсии соответствующих величин.

Анализ выражения (9) показывает, что дисперсия оценок давлений в узлах зависит от дисперсий оценок узловых расходов  $\sigma_{Q_r}^2$ , расходов в реальных хордах  $\sigma_{q_m}^2$ , сопротивлений реальных ветвей  $\sigma_{\beta_i}^2$ ; режима работы сети, характеристиками которого в выражении (9) являются значения расходов  $q_i$  и сопротивлений  $\beta_i$  структуры сети. Так как значения  $q_m$  определяются решением системы уравнений (5), то  $\sigma_{q_m}^2$  можно выразить через  $\sigma_{Q_r}^2$ ,  $\sigma_{\beta_i}^2$ ,  $\sigma_{\beta_j}^2$ . Разложим выражение (5) в ряд Тейлора, ограничиваясь линейными членами:

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} \Delta q_i + \sum_{\substack{m \in M_i \\ m \neq i}} \frac{\partial G}{\partial q_m} \Delta q_m + \sum_{i \in M_i} \frac{\partial G}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i + \frac{\partial G}{\partial \beta_j} \Delta \beta_j + \sum_{r \in K_i \cup L_i} \frac{\partial G}{\partial Q_r} \Delta Q_r = 0,$$

где

$$G = \beta_i q_i^2 \operatorname{sign} q_i + \sum_{i \in M_i} b_{ni} \beta_i \left[ \sum_{r \in K_i \cup L_i} b_{ri} Q_r + \sum_{m \in M_i} b_{mi} q_m \right]^2 \operatorname{sign} \times \\ \times \left[ \sum_{r \in K_i \cup L_i} b_{ri} Q_r + \sum_{m \in M_i} b_{mi} q_m \right] = 0.$$

В результате преобразований получаем

$$\sigma_{q_s}^2 = \frac{\sum_{m \in M_s, m \neq s} (\partial G / \partial q_m)^2 \sigma_{q_m}^2}{(\partial G / \partial q_s)^2} + \frac{\sum_{i \in M_s} (\partial G / \partial \beta_i)^2 \sigma_{\beta_i}^2}{(\partial G / \partial q_s)^2} + \frac{\sum_{r \in K_s \cup L_s} (\partial G / \partial Q_r)^2 \sigma_{Q_r}^2}{(\partial G / \partial q_s)^2} + \frac{(\partial G / \partial \beta_s)^2}{(\partial G / \partial q_s)^2} \sigma_{\beta_s}^2 \quad (10)$$

где

$$\partial G / \partial q_s = 2^3 q_s \text{ sign } q_s + 2 \sum_{i \in M_s} b_{si}^2 \beta_i (A_i + B_i)^2 \text{ sign } (A_i + B_i);$$

$$\begin{aligned} \partial G / \partial q_m &= 2 \sum_{i \in M_s} b_{si} b_{mi} \beta_i (A_i + B_i) \text{ sign } (A_i + B_i); \quad \partial G / \partial \beta_i = b_{si} (A_i + B_i)^2 \text{ sign } (A_i + B_i); \\ \partial G / \partial \beta_s &= q_s^2 \text{ sign } q_s; \quad \partial G / \partial Q_r = 2 b_{sr} b_{r\beta} \beta_i (A_i + B_i) \text{ sign } (A_i + B_i). \end{aligned}$$

Выражение (9) с учетом (10) позволяет в принципе найти дисперсию оценок давлений в узлах сети заданной структуры в известном диапазоне изменения режимов, выбранном дереве графа сети и известных дисперсиях соответствующих величин. Для получения  $\sigma_{P_r}^2$  при известных  $\sigma_{P_2}^2$  воспользуемся соотношением [2]

$$\sigma^2(\varphi(x)) = \left[ \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \right]^2 \sigma^2(x).$$

Таким образом,

$$\sigma_{P_r}^2 = \frac{1}{4P_r^2} \sigma_{P_2}^2. \quad (11)$$

Для практических применений представляется целесообразным построить достаточно простое соотношение, определяющее грубую оценку дисперсий давлений в узлах сети.

С этой целью предположим  $r_{\beta, \sigma_m} = r_{\beta, Q_r} = 0$ ;  $\beta_i = \beta$  ( $\forall i \in M_i$ );  $\sigma_{Q_r} = \sigma_Q$ ;  $\sigma_{q_m} = \sigma_q$ ;  $\sigma_{\beta_i} = \sigma_\beta$ . Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{P_r}^2 &= \sigma_{P_1}^2 + \sum_{i \in M_s} b_{ri}^2 q_i^4 \sigma_q^2 + 4 \sum_{i \in M_s} b_{ri}^2 q_i \beta \sum_{r \in K_s \cup L_s} b_{ri}^2 \sigma_Q^2 + \\ &+ 4 \sum_{i \in M_s} b_{ri}^2 q_i^2 \beta_i^2 \sum_{m \in M_s} b_{mi}^2 \sigma_q^2 + 8 \sum_{i \in M_s} b_{ri}^2 q_i^2 \beta_i^2 \sum_{r \in K_s \cup L_s} \sum_{m \in M_s} \times \\ &\times b_{ri} b_{mi} \sigma_{Q_r} \sigma_{q_m} r_{Q_r, q_m}. \end{aligned} \quad (12)$$

Анализ структур реальных сетей газоснабжения показал, что количество слагаемых под знаками  $\Sigma$  можно оценить с помощью половины мощности соответствующего множества, а значения  $q_i$  в среднем можно оценить как  $q_i = \frac{1}{2} \sum_{r \in K_s} Q_r$ . С учетом этого выражение (12) принимает следующий вид:

$$\sigma_{P_r}^2 = \sigma_{P_1}^2 + \sigma_q^2 \frac{m_1}{2} \left( \frac{\sum_{r \in L_s} Q_r}{2} \right)^4 + 4 \sigma_Q^2 \beta^2 \frac{h_2 m_1}{2} \left( \frac{\sum_{r \in L_s} Q_r}{2} \right)^2 + 4 \sigma_{Q_r}^2 \frac{m_2}{2} \frac{m_1}{2} \times$$

$$\times \left( \frac{\sum_{r \in L_1} Q_r}{2} \right)^2 - 8\beta^2 \frac{m_2 + k_2}{2} \sigma_{Q^2} \sigma_{Q_r} \left( \frac{\sum_{r \in L_2} Q_r}{2} \right)^2 \frac{m_1}{2}. \quad (13)$$

Соотношение (13) позволяет при заданных средних параметрах сети  $\beta$ , режимах функционирования ( $Q_r$ ,  $r \in L_2$ ), дисперсиях  $\sigma_{Q^2}^2$ ,  $\sigma_{Q_1}^2$ ,  $\sigma_{Q_2}^2$  и  $\sigma_{Q_r}^2$ , коэффициентах корреляции  $r_{Q_0}$  и характеристиках структуры сети (количество узлов  $k_2$ , ветвей  $m_2$ , хорд  $m_1$ ) найти грубую оценку дисперсии оценки давлений в узлах сети.

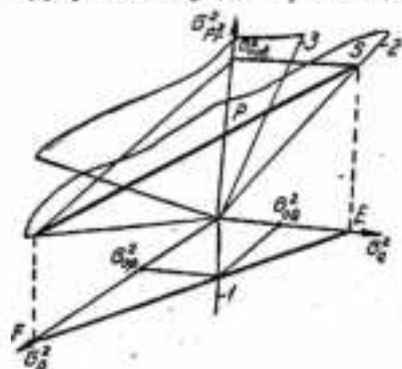


Рис. 1

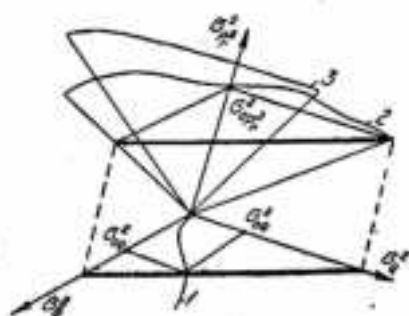


Рис. 2

На рис. 1—2 иллюстрируются зависимости  $\sigma_{p^2}^2$  от дисперсий исходных данных параметров и режимов функционирования сети.

Обозначения на рис. 1: 1 —  $\sigma_{p^2}^2 = \psi(\sigma_{Q_0}^2)$ ; 2 —  $\sigma_{p^2}^2 = \varphi_1(\sigma_{Q_0}^2, \sigma_{Q_r}^2)$  при  $Q = Q_{\min}$  и  $\beta = \beta_{\min}$ ; 3 —  $\sigma_{p^2}^2 = \varphi_2(\sigma_{Q_0}^2, \sigma_{Q_r}^2)$  при  $Q = Q_{\max}$  и  $\beta = \beta_{\max}$ ; на рис. 2: 1 —  $\sigma_{p^2}^2 = f(\sigma_{Q_0}^2)$ ; 2 —  $\sigma_{p^2}^2 = \eta_1(\sigma_{Q_0}^2, \sigma_{Q_r}^2)$  при  $Q = Q_{\min}$  и  $\beta = \beta_{\min}$ ; 3 —  $\sigma_{p^2}^2 = \eta_2(\sigma_{Q_0}^2, \sigma_{Q_r}^2)$  при  $Q = Q_{\max}$  и  $\beta = \beta_{\max}$ .

Соотношение (13) или более точное (9) позволяет наметить пути решения ряда важных практических задач отыскания обоснованных требований к точности прогноза компонент вектора  $Q$ , точности идентификации параметров сети  $\beta_j$ , точности расчета значений расходов в реальных хордах сети  $q_m$ . В качестве примера решения этой задачи рассмотрим методику выбора значений  $\sigma_{Q_0}^2$ ,  $\sigma_{Q_r}^2$ , удовлетворяющих заданным требованиям по дисперсии оценки давлений в узлах сети. При заданном  $\sigma_{p^2}^2$ , параметрах и режимах функционирования сети  $\beta$ ,  $Q$  можно найти проекцию  $FE$  прямой пересечения плоскостей  $P$  и  $S$  (рис. 1), характеризующую множество точек  $(\sigma_{Q_0}^2, \sigma_{Q_r}^2)$ , удовлетворяющих требованиям по  $\sigma_{p^2}^2$ . Если  $\sigma_{Q_0}^2$  представляет собой дисперсию измерений расходов в узлах

сети и известна зависимость  $\sigma_p^2 = \psi(\sigma_Q^2)$ , то координата точки пересечения функции  $\psi(\sigma_Q^2)$  и проекции  $FE$  определяют максимально возможные значения соответствующих дисперсий  $\sigma_Q^2$ ,  $\sigma_p^2$ . Аналогично может быть решена задача выбора значений  $\sigma_Q^2$ ,  $\sigma_p^2$ , удовлетворяющих требованиям по  $\sigma_p^2$  (рис. 2).

Для иллюстрации возможности применения полученных в статье зависимостей (9), (12), (13) был проведен машинный эксперимент. Для структуры сети, содержащей четыре узла и четыре дуги ( $m_1 = 3$ ,  $m_2 = 1$ ,  $k_2 = 3$ ,  $L_2 = 1$ ), заданных диапазонов изменения и значений сопротивлений  $\beta_i$  с помощью статистического моделирования были получены оценки значений дисперсий квадратов давлений  $\hat{\sigma}_{p_i}^2$  в узлах сети при равномерном законе распределения расходов в заданных диапазонах. В таблице представлены результаты проверки гипотез по критерию  $\chi^2$  о равенстве оценок дисперсий  $\hat{\sigma}_{p_i}^2$  с полученными по соотношению (9)  $\bar{\sigma}_{p_i}^2$ . Как видим, значения  $\chi^2$  не противоречат гипотезам о равенстве соответствующих дисперсий.

Оценка дисперсии давления в узле	$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_{p_i}^2 - \bar{\sigma}_{p_i}^2}{\bar{\sigma}_{p_i}^2}$	Границы области принятия гипотезы	
		$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,1$
$\hat{\sigma}_{p_1}^2 = 732,94$ $\hat{\sigma}_{p_2}^2 = 1112,31$	19,76		
$\hat{\sigma}_{p_3}^2 = 1089,51$ $\hat{\sigma}_{p_4}^2 = 1659,72$	19,69	14,953— 50,895	18,493— 43,773
$\hat{\sigma}_{p_5}^2 = 1050,13$ $\hat{\sigma}_{p_6}^2 = 1616,57$	19,49		

Список литературы: 1. Ефодимов А. Г., Тевляев А. Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях.— Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1980. 144 с. 2. Бард Я. Нелинейное оценивание параметров.— М.: Статистика, 1979. 349 с.

Поступила в редколлегию 15.03.82.

С. В. КОТЛИК, Ю. Б. МАКСИМОВ, канд. техн. наук

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ МИНИМАКСНЫХ ЗАДАЧ  
 РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ. СООБЩЕНИЕ 1.  
 ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА

Пусть имеется  $n$   $j$ -х процессов, потребляющих ограниченный ресурс в количествах  $w_j$ . Динамика  $j$ -го процесса описывается в общем случае функцией интенсивности  $x_j(t)$  [1, 2], которая в ряде практических задач заменяется вектором  $x_j = \{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{s_jj}\}$  или даже скаляром. Потребление ресурса  $j$ -м процессом в  $k$ -х отрезках (квантах) времени ( $k = 1, 2, \dots, s$ ) определяется функциями  $f_j^k(x)$ ,  $k \in M_j$ , где  $M_j$  — множество номеров квантов, в которых возможно потребление ресурса  $j$ -м процессом;  $M_j \subseteq K = \{1, 2, \dots, s\}$ . При линейной зависимости скорости процесса от интенсивности

$$\sum_{k \in M_j} f_j^k(x_j) = w_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Суммарный расход ресурса в  $k$ -м кванте имеет вид

$$f^k(x) = \sum_{j \in P^k} f_j^k(x_j) + c^k, \quad (2)$$

где  $P^k = \{j/k \in M_j\}$ ;  $c^k$  — константа. Задача равномерного распределения ресурсов по минимаксному критерию ставится следующим образом: найти

$$\min_{x \in \omega} \max_{k \in K} f^k(x), \quad (3)$$

где  $\omega = \omega_1 \times \omega_2 \times \dots \times \omega_n$ . Задача (3) при большой размерности оказывается достаточно сложной. В статье предложен подход к ее решению, основанный на принципе декомпозиции, который заключается в последовательном разбиении исходной задачи на подзадачи существенно меньшей размерности. Метод опирается на свойства минимаксных решений и условие (1). В первой части статьи доказаны необходимые и достаточные условия оптимальности решений и некоторые дополнительные утверждения, приведены алгоритмы, реализующие метод. Далее будет показано применение метода к решению конкретных задач. Пусть  $Q$  — произвольное несобственное подмножество  $K$ ;  $q$  — его мощность;

$$\bar{Q} = K/Q; \quad L_0(Q) = \{j/M_j \cap Q = \emptyset\}; \quad L_2(Q) = \{j/M_j \subseteq Q\}; \\ L_1(Q) = \{j/j \notin L_0(Q) \cup L_2(Q)\}.$$

Определим  $\omega_j(Q)$  как подмножество  $\omega_j$ , обладающее свойством  $\bar{x}_j \in \omega_j(Q)$ , если для любого  $x_j \in \omega_j$ ,  $x_j \neq \bar{x}_j$  найдется  $k \in Q$  такое,

что  $f_j^k(x_j) > f_j^k(\bar{x}_j)$ . Это определение по существу совпадает с определением множества Парето в пространстве  $f_j^k(x_j)$ ,  $k \in Q$ . Описанное свойство равносильно такому: для любого  $x_j \notin \omega_j(Q)$  найдется такой  $\bar{x}_j \in \omega_j(Q)$ , что  $f_j^k(\bar{x}_j) < f_j^k(x_j)$  для всех  $k \in Q$ . Тогда  $\omega(Q) = \{x/x_j \in \omega_j \text{ при } j \in L_0(Q) \cup L_2(Q); x_j \in \omega_j(Q) \text{ при } j \in L_1(Q)\}$ . Назовем задачей  $f^{\min}$  следующую: найти

$$f^{\min}(Q) = \min_{x \in \omega(Q)} \max_{k \in Q} f^k(x). \quad (4)$$

Пусть  $x^{\min}$  — решение задачи (4). Определим множество  $\omega'(Q, x^{\min}) \subset \omega$  в виде

$$\omega_j'(Q, x_j^{\min}) = \{x_j/f_j^k(x_j) = f_j^k(x_j^{\min}), k \in Q, j \in L_1(Q) \cup L_2(Q)\} \\ \text{и } \omega_j'(Q, x_j^{\min}) = \omega_j$$

при  $j \in L_0(Q)$ . Тогда задача  $f^{\max}$  формулируется так: найти

$$f^{\max}(\bar{Q}) = \min_{x \in \omega'(Q, x^{\min})} \max_{k \in \bar{Q}} f^k(x). \quad (5)$$

**Определение 1.** Задача  $f^{\max}(\bar{Q})$  инвариантна относительно задачи  $f^{\min}(Q)$ , если при любом  $j \in L_1(Q)$  и  $x_j^1 \in \omega_j(Q)$  найдется  $x_j^2 \in \omega_j'(Q, x_j^1)$ , при котором  $f_j^k(x_j^1) = f_j^k(x_j^2)$  для всех  $k \in \bar{Q}$ .

**Определение 2.** Задача распределения ресурсов (3) обладает свойством инвариантности, если для любого  $Q \subset K$  задача  $f^{\max}(\bar{Q})$  инвариантна относительно задачи  $f^{\min}(Q)$ .

Свойство инвариантности означает, что для решения любой задачи  $f^{\max}(\bar{Q})$  нет необходимости знать решение  $x^{\min}$  задачи  $f^{\min}(Q)$ , а в качестве  $x_j^{\min}$ ,  $j \in L_1(Q)$  достаточно взять произвольную точку из  $\omega_j(Q)$ . Частным случаем является ситуация, когда  $\omega_j(Q)$  соответствует единственной точке Парето в пространстве  $f_j^k$ ,  $k \in Q$ . Тогда можно утверждать, что  $\omega(Q) = \omega'(Q, x^{\min})$ . Из свойства инвариантности вытекает важное следствие:  $\sum_{k \in \bar{Q}} f_j^k(x_j) = \text{const}$  и, следовательно,  $\sum_{k \in Q} f_j^k(x_j) = \text{const}$  для всех  $x_j \in \omega_j(Q)$ .

Пусть  $x^*$  — решение задачи (3), обозначим

$$f^* = f(x^*) = \max_{k \in K} f^k(x^*).$$

Определим множество  $R^*$  [3] двумя условиями:  $R^* = \{k/f^k(x) = f^*\}$ , любое уменьшение  $f^k(x^*)$  для любого  $k \in R^*$  влечет увеличение  $\max_{k \in R^*} f^k(x)$  в некоторой окрестности  $x^*$ .

**Лемма 1.** Если  $f_j^k(x_j)$  строго монотонны и непрерывны, то  $x^* \in \omega(R^*)$ .

Доказательство. Допустим, что  $x_i^* \notin \omega_i(R^*)$ ,  $i \in L_1(R^*)$ . Тогда по определению  $\omega(Q)$  найдутся  $\tilde{x}_i \in \omega_i(R^*)$  и  $k_i \in R^*$  такие, что

$$f_i^k(\tilde{x}_i) < f_i^{k_i}(x_i^*), \text{ но } f_i^k(\tilde{x}_i) < f_i^k(x_i^*)$$

для остальных  $k \in R^*$ . Пусть

$$f_j - \max_{k \in R^*} f_j^k(x^*) = \delta > 0, \quad y(\varepsilon) = x_i^* + \varepsilon(\tilde{x}_i - x_i^*).$$

Из монотонности функций  $f_i^k$  следует, что

$$\varphi(\varepsilon) = \sum_{k \in R^*} [f_i^k(x_i^*) - f_i^k(y)] > 0$$

при  $\varepsilon > 0$ . Но в силу непрерывности  $f_i^k$  и, следовательно,  $\varphi(\varepsilon)$ , найдется такой  $\varepsilon > 0$ , что  $\varphi(\varepsilon) < \delta$ . Тогда  $\max_{k \in R^*} f_j^k(y) < f_j^k(x^*)$ ,  $f_j(y) < f_j^k(x^*)$ .

Получили противоречие с определением  $R^*$ , лемма доказана.

Задача (3) в сущности является задачей определения множества  $R^*$ , мощность которого, как правило, невелика относительно  $K$ , как невелико количество узких мест в практических задачах. Однако лемма 1 справедлива для ограниченного класса задач, в основном инвариантных. Поэтому в общем случае мы будем опираться на свойства некоторого минимального множества  $R$ , включающего в себя  $R^*$ . Определим множество  $R'$  двумя условиями:  $R^* \subseteq R'$ ,  $x^* \in \omega(R')$ . Очевидно, что  $R'$  в задаче (3) не единственно. Множество  $R'$  минимальной мощности обозначим  $R$ . При выполнении условий леммы 1  $R = R^*$ .

Свойства минимаксных решений. Докажем предварительно вспомогательное утверждение, касающееся свойств  $\omega(Q)$ .

**Лемма 2.**  $\min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x) = f^{\min}(Q)$ .

Доказательство. Пусть

$$\min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x) = \max_{k \in Q} f^k(x^0).$$

По определению существует  $\tilde{x} \in \omega(Q)$ , такой, что

$$\max_{k \in Q} f^k(\tilde{x}) < \max_{k \in Q} f^k(x^0).$$

Но

$$f^{\min}(Q) = \min_{x \in \omega(Q)} \max_{k \in Q} f^k(x) < \max_{k \in Q} f^k(\tilde{x}),$$

откуда следует  $f^{\min}(Q) < \min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x)$ . С другой стороны, в силу  $\omega(Q) \subseteq \omega$

$$\min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x) < \min_{x \in \omega(Q)} \max_{k \in Q} f^k(x) = f^{\min}(Q).$$

Объединяя последние два неравенства, получаем

$$f^{\min}(Q) = \min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x).$$

**Теорема 1.** Пусть  $Q = \cup Q_i$ . Тогда  $f^{\min}(Q) \geq \max f^{\min}(Q_i)$ .

**Доказательство.** По определению  $\omega(Q)$  найдется такая точка  $x \in \omega(Q_i)$ , что

$$\max_{k \in Q_i} f^k(x) < \max_{k \in Q_i} f^k(x^{\min}).$$

Далее,

$$\min_{x \in \omega(Q_i)} \max_{k \in Q_i} f^k(x) < \max_{k \in Q_i} f^k(x^{\min}),$$

т. е.

$$f^{\min}(Q_i) < \max_{k \in Q_i} f^k(x^{\min}).$$

Следовательно,

$$\max f^{\min}(Q_i) < \max_{k \in Q_i} \max_{x \in \omega(Q_i)} f^k(x) = f^{\min}(Q).$$

**Теорема 2.** Чтобы  $Q = R^*$ , необходимо и достаточно выполнение условия

$$f^{\min}(Q) \geq f^{\max}(\bar{Q}). \quad (6)$$

**Доказательство.** Необходимость. Пусть  $Q = R^*$ .

По определению  $R^*$

$$f^* = \min_{x \in \omega(R^*)} \max_{k \in K} f^k(x) \geq \min_{x \in \omega(R^*)} \max_{k \in R^*} f^k(x) = f^{\min}(R^*).$$

Отсюда  $f^* \geq f^{\min}(R^*)$ . С другой стороны, учитывая определение  $R^*$ , имеем для любого  $x$

$$\max_{k \in R^*} f^k(x) \geq \max_{k \in R^*} f^k(x^*) = f^*.$$

Но

$$R^* \subseteq R', \quad \max_{k \in R'} f^k(x) \geq f^*.$$

Следовательно,

$$f^{\min}(R') = \min_{x \in \omega(R')} \max_{k \in R'} f^k(x) \geq f^*.$$

Тогда  $f^* = f^{\min}(R')$ . Далее,

$$\begin{aligned} f^{\max}(\bar{R}') &= \min_{x \in \omega'(R', x^*)} \max_{k \in \bar{R}'} f^k(x) < \\ &< \max_{k \in \bar{R}'} f^k(x^*) < f^* = f^{\min}(R'). \end{aligned}$$

т. е.

$$f^{\min}(R') > f^{\max}(\bar{K}),$$

Достаточность. Обозначим через  $x^0$  комбинацию решений  $x^{\min}$  и  $x^{\max}$ :

$$x_j^0 = x_j^{\min} \text{ при } j \in L_2(Q), \quad x_j^0 = x_j^{\max} \text{ при } j \in L_1(Q) \cup L_0(Q).$$

По лемме 2

$$f^* > \min_{x \in \omega} \max_{k \in Q} f^k(x) = f^{\min}(Q).$$

Тогда  $f^* > f^{\min}(Q) = f(x^0)$ . Но

$$f^* = \min_{x \in \omega} \max_{k \in K} f^k(x) < \max_{k \in K} f^k(x^0) = f(x^0),$$

т. е.  $f^* < f(x^0)$ . Следовательно,  $f^* = f(x^0)$ , а  $x^0$  — решение задачи (3). По определению  $R'$  заключаем, что  $Q = R'$ .

Теорема 2 фактически намечает схему решения задачи (3): последовательный перебор всевозможных подмножеств  $K$ , начиная с одноэлементных и проверка достаточных условий минимакса. Эта процедура принципиально дает возможность обнаружить минимальное из множеств  $R'$ , т. е.  $R$ . Однако такой путь трудоемок, так как для любого  $Q$  необходимо решать экстремальные задачи  $f^{\min}(Q)$  и  $f^{\max}(\bar{Q})$ . Но  $Q \cup \bar{Q} = K$ , поэтому одна из задач или обе обладают высокой размерностью. Следующие утверждения позволяют существенно сократить перебор.

Следствие 1. Пусть  $K = P \cup Q$ ,  $Q = \cup Q_i$ ,

$$f^{\max}(P) < \max_{i} f^{\min}(Q_i). \quad (7)$$

Тогда  $P \cap R = \emptyset$ .

Доказательство. В силу теоремы 1  $f^{\max}(P) < f^{\min}(Q)$ . Таким образом, мы попали в условия теоремы 2:  $R \subseteq Q$ , откуда  $P \cap R = \emptyset$ . Полученный результат существенно облегчает процедуру нахождения множества  $R$ , позволяя отбрасывать бесперспективные подмножества  $P \subset K$ . Для каждого подмножества  $P \subset K$  решаются задачи  $f^{\min}(P)$ ,  $f^{\max}(P)$  и проверяется условие (7) при выполнении которого соответствующее подмножество  $P$  исключается из дальнейшего рассмотрения. Это позволяет сократить размерность решаемых задач  $f^{\min}(P)$ ,  $f^{\max}(P)$ , что обусловливается убыванием мощности множества  $K$ . При выполнении условия (7) переменные  $x_j$ ,  $j \in L_2(P)$  фиксируются в соответствии с решением задачи  $f^{\max}(P)$ . Вместе с тем решение  $f^{\max}(P)$  не вызывает затруднений лишь в инвариантных задачах, так как  $\omega'(\bar{P}, x) = \omega(\bar{P})$ . В противном случае, чтобы не решать громоздкую задачу  $f^{\min}(\bar{P})$ , можно определить оценку  $f^{\max}(P)$  сверху:

$$\tilde{f}^{\max}(P) = \max_{x \in \omega(\bar{P})} f^{\max}(P). \quad (8)$$

Рассмотрим еще одно свойство искомого подмножества, позволяющее сократить перебор.

Определение 3. Подмножество  $Q \subseteq K$  называется связным, если не существует разбиения  $Q = Q_1 \cup Q_2$ , такого, что

$$L_1(Q_1) \cap L_1(Q_2) = \emptyset.$$

Определение 4. Задача (3) вырождена, если  $R$  — несвязное подмножество. Свойство вырожденности означает, что  $f^{k_1}(x)$  и  $f^{k_2}(x)$  не зависят одновременно ни от одной переменной  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  для любых  $k_1 \in R_1$ ,  $k_2 \in R_2$ . Вырожденность задачи не влияет на свойства минимаксных решений и не изменяет схемы метода декомпозиции, так как одно из подмножеств  $R$  будет исключено из рассмотрения в силу нестрогого неравенства (7), и задача распадается на две или более независимые подзадачи. Следовательно, в процессе решения задачи методом декомпозиции достаточно ограничиться перебором только связных подмножеств  $Q$ . Далее будем рассматривать невырожденные задачи.

Алгоритм 1. Алгоритм предполагает последовательное сужение множества  $K$ . Поэтому доопределим множество  $L_2(Q)$  для произвольного  $Q \subseteq K$  следующим образом: если  $j \in L_1(Q)$ , но  $M_j \cap \bar{Q} = \emptyset$ , то  $j$  переводится в  $L_2(Q)$  и по переменной  $x_j$  производится минимизация при решении задачи  $f^{\max}(Q)$ .

1. Начальные установки:

$$f^0 = \emptyset, R = \emptyset, q = 1, K = \{1, 2, \dots, s\}.$$

2. Найти еще не обработанное связное подмножество  $Q \subseteq L$  из  $q$  элементов и перейти к п. 4. При отсутствии  $Q$  перейти к п. 3.

3. Увеличить  $q$  на 1 и перейти к п. 2.

4. Найти  $f^{\min}(Q)$  и  $f^{\max}(Q)$  (если задача не обладает свойством инвариантности, найти  $\tilde{f}^{\max}(Q)$ ).  $Q$  и  $f^{\max}(Q)$  записать в таблицу.

5. Если  $f^{\min}(Q) > f^0$ , перейти к п. 6, иначе — к п. 7.

6. Заменить  $f^0$  на  $f^{\min}(Q)$ ,  $R$  на  $Q$ .

7. Найти в таблице подмножество  $P$  такое, что  $f^{\max}(P) < f^0$ . При отсутствии  $P$  перейти к п. 2.

8. Вычеркнуть из таблицы  $P$ ; удалить из  $K$  элементы, содержащиеся в  $P$ ; зафиксировать значения переменных  $x_j^{\max}$ ,  $j \in L_2(P)$ , для инвариантных задач скорректировать  $\omega_j$ ,  $j \in L_1(P)$  введением дополнительных условий  $f_j^k(x_j) = f_j^k(x_j^{\max})$ ,  $k \in P$ . При этом  $\omega_j$  может сжаться в точку, что равносильно фиксации  $x_j$ ; скорректировать  $f^{\max}(P')$  для всех  $P'$  из таблицы, если  $P \cap P'$  — связное множество.

9. Вычеркнуть из таблицы все подмножества  $P'$ , такие, что  $P' \cap P \neq \emptyset$ .

10. Если  $K = \emptyset$ , то  $P$  — искомое подмножество, а  $f^{\min}(P)$  — решение, иначе перейти к п. 7.

Подмножества  $Q$ , записанные в таблицу, являются претендентами на искомое множество  $R$ . Условие, проверяемое в п. 7,

основывается на следствии теоремы 2 и определяет удаляемые из таблицы подмножества;  $f^0$  — нижняя граница оптимального решения и не убывает в процессе работы алгоритма (теорема 1). Фиксация части переменных в п. 8 сокращает размерность решаемых далее задач. Необходимость корректировки  $f^{\max}$  для задачи, обладающей свойством инвариантности, вызвана тем, что в результате сужения областей  $\omega_j$ ,  $j \in L_1(P)$ , возможно уменьшение  $f^{\max}(P')$ , если  $P \cap P'$  — связное множество. В задаче, не обладающей свойством инвариантности, корректировка вызвана тем, что при определении оценки  $\bar{f}^{\max}(P')$  нет необходимости проводить максимизацию по переменным  $x_j$ ,  $j \in L_1(P)$ . Заметим, что  $\bar{f}^{\max}(K) = f^{\max}(K) = f^{\min}(K)$ , и  $K$  будет на некотором шаге вычеркнуто из таблицы, что определяет конечность алгоритма.

Алгоритм 2. В силу условия (1) имеет место оценка

$$f^* > \bar{f}(K) = \frac{\omega}{i}, \quad (9)$$

где  $\omega = \sum_{i=1}^n \omega_i + \sum_{k=1}^l c^k$ . Поэтому в начальных установках алгоритма 1 целесообразно положить  $f^0 = \bar{f}(K)$ , что ускорит процесс нахождения удаляемых подмножеств  $P$ . Однако свойство (1) позволяет построить алгоритм с иными позиций. Пусть

$$R_l(x^*) = \{k | f^k(x^*) = \bar{f}_l\}, \quad l = 1, 2, \dots, l;$$

$$f^* = \bar{f}_1 > \bar{f}_2 > \dots > \bar{f}_l, \quad \bigcap_{i=1}^l R_i = K.$$

Потребуем также, чтобы

$$f^{\max}(R_1 U R_{l-1} U \dots U R_l) = \bar{f}_l. \quad (10)$$

Условие (10) выполнимо только в задачах, удовлетворяющих условиям леммы 1, когда  $x^* \in \omega(R^*)$ .

Теорема 3. Если справедливо условие (10) и  $l > 1$ , то

$$f^{\max}(R_l) < \bar{f}(K).$$

Доказательство. В силу постоянства объема ресурса

$$\sum_{k \in R_l} f^k(x^*) + \sum_{k \in \bar{R}_l} f^k(x^*) = \omega.$$

Обозначим  $r_l, \bar{r}_l$  соответственно мощности множеств  $R_l$  и  $\bar{R}_l$ . По определению  $\bar{f}_l$

$$\omega = r_l \bar{f}_l + \sum_{k \in \bar{R}_l} f^k(x^*) > r_l \bar{f}_l + \bar{r}_l \bar{f}_l.$$

Следовательно,

$$\bar{f}_l(r_l + \bar{r}_l) = \bar{f}_l \omega < \omega \quad \text{или} \quad \bar{f}_l < \frac{\omega}{i} = \bar{f}(K).$$

Но по условию (10) получаем требуемое доказательство. Теорема 3 обосновывает подход к решению задачи, не требующий реше-

ния вспомогательных экстремальных задач  $f^{\min}$ . Действительно, всегда найдется подмножество  $Q \subset K$ , такое, что  $f^{\max}(Q) < \bar{f}(K)$  и  $Q$  может быть исключено из рассмотрения с соответствующей фиксацией  $x_j$ ,  $j \in L_2(Q)$  и сужением множеств  $\omega_j$ ,  $j \in L_1(Q)$ . Для оставшейся части задачи теорема остается справедливой, и процесс может быть продолжен. Такой подход, однако, может быть использован лишь для решения инвариантных задач с непрерывными и монотонными функциями  $f_j^k$ . Следующее утверждение устанавливает условия, при которых нет необходимости непосредственно решать вспомогательные задачи  $f^{\max}$ . Определим величину

$$\bar{f}(Q) = \left[ \sum_{j \in L_1(Q)} \omega_j + \max_{x \in \omega(Q)} \sum_{j \in L_1(Q)} f_j^k(x) + \sum_{k \in Q} c^k \right] / q. \quad (11)$$

Выражение в квадратных скобках соответствует максимальному суммарному объему ресурсов, потребляемых в  $k$ -х квантах,  $k \in Q$ .

**Теорема 4.** Если  $f_j^k(x_j)$  — непрерывные и строго монотонные функции, задача (3) обладает свойством инвариантности,  $Q$  — связанное подмножество,  $\bar{f}(Q) < \bar{f}(K)$ , но  $\bar{f}(P) > \bar{f}(K)$  для всех  $P \subset Q$ , тогда  $f^{\max}(Q) = \bar{f}(Q)$ .

**Доказательство.** Свойство инвариантности влечет постоянство второго слагаемого (11) и, следовательно, постоянство потребляемого на множестве  $Q$  объема для любого  $x \in \omega'(Q)$ . Поэтому  $f^{\max}(Q) \geq \bar{f}(Q)$ . Пусть  $f^{\max}(Q) > \bar{f}(Q)$  и  $Q = Q_1 \cup Q_2$ ,  $f^k(x^{\max}) = f_1 > \bar{f}(Q)$  при  $k \in Q_1$ ;  $f^k(x^{\max}) = f_2 < \bar{f}(Q)$  при  $k \in Q_2$ . По условию связности  $Q$  найдется  $j_0 \in L_1(Q_1) \cap L_1(Q_2)$ . Тогда возможны два случая.

$x_{j_0}^{\max} \in \omega(Q_1)$ . Если это справедливо для всех  $j_0$ , то  $f_2 \geq f^{\max}(Q_2)$ , т. е.  $f^{\max}(Q_2) < \bar{f}(K)$ , что противоречит условию теоремы;

$x_{j_0}^{\max} \in \omega(Q_2)$ . Тогда, повторяя рассуждения в доказательстве леммы 1, получаем, что  $x^{\max}$  не является решением минимаксной задачи  $f^{\max}(Q)$ .

Такой результат позволяет находить удаляемые подмножества без прямого решения задачи  $f^{\max}$ . Действительно, условием удаления является неравенство  $f^{\max}(Q) < \bar{f}(K)$ , которое заведомо выполняется при  $\bar{f}(Q) < \bar{f}(K)$ . Алгоритм, опирающийся на этот факт, описывается следующими правилами.

1. Начальные установки:  $K = \{1, 2, \dots, s\}$ , определить  $\bar{f}(K)$  по (9).

2. Положить  $q = 1$ .

3. Найти еще необработанное связанное подмножество  $Q \subseteq K$  из  $q$  элементов и перейти к п. 5. При отсутствии  $Q$  перейти к п. 4.

4. Увеличить  $q$  на 1 и перейти к п. 3.

5. Вычислить  $\bar{f}(Q)$  по (11).

6. Если  $\bar{f}(Q) > \bar{f}(K)$ , то перейти к п. 3.

7. Удалить из  $K$  элементы, содержащиеся в  $Q$ ; скорректировать оценку  $\bar{f}(K)$ .

8. Если  $K = \emptyset$ , конец алгоритма, иначе — перейти к п. 2. Приведенный алгоритм не требует запоминания таблицы подмножеств и решения вспомогательных экстремальных задач, однако его результатом являются подмножества  $R_i$  и оптимальные значения  $f_i^*$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ . Поэтому после его работы необходимо определить значения переменных  $x_j$ ,  $j \in L_2(R_i)$ , доставляющие функциям  $f^k$  значения  $f_i^*$  при  $k \in R_i$ . Эта задача, как правило, решается просто.

Список литературы: 1. Бурков В. Н., Гориндзе И. А., Лоскуцкий С. Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси, Мецниерба, 1974.—234 с. 2. Качедал С. А., Максимов Ю. Б. Комплекс моделей объемно-календарного планирования мелкосерийных производств.—Экономика и математические методы, 1978, № 6, с. 1147—1159. 3. Демьяков В. Ф., Малоземов В. П. Введение в минимакс. М., Наука, 1972.—368 с.

Поступила в редакцию 25.09.81.

УДК 658.012.011.56

А. Ф. ЗОЗУЛЯ, П. Г. РОМАНИИ, канд. техн. наук,  
Г. Г. АСБЕВ, В. Ю. СПЕСИВЦЕВ, А. С. КАРАПЕТЬЯН

**РЕАЛИЗАЦИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-  
ДЕКОМПОЗИЦИОННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА  
БАЛАНСОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
КОМПЛЕКСОВ С ОБРАТНЫМИ ПОТОКАМИ**

В практике технологического проектирования сложных производственных комплексов непрерывного типа одним из наиболее ответственных и трудосемким является этап расчета балансовых уравнений [1]. В работе [6] описан последовательно-декомпозиционный метод расчета балансовых уравнений сложных химико-технологических систем (ХТС) с обратными потоками, который отличается от традиционных [2] тем, что реализация его не связана с применением относительно сложных алгоритмов структурного анализа для преобразования исходной системы в разомкнутую.

Системы балансовых уравнений современных ХТС обычно содержат до нескольких тысяч переменных. На последние, как правило, наложены позиционные ограничения, причем общее количество уравнений всегда меньше числа переменных, входящих в эти уравнения. Математически задача расчета балансовых уравнений ХТС сводится к нахождению нулевого минимума функции

$$F(\bar{x}) = \frac{1}{2} \sum_{p,i} [f_i^p(x)]^2, \quad (1)$$

на параллелепипеде

$$x_i^{\min} < x_i < x_i^{\max}, \quad i = \overline{1, \dim \bar{x}}, \quad (2)$$

где  $f_i^{(j)}$  —  $i$ -я координата вектора невязок  $j$ -го элемента системы. В выражении (1) координаты вектора невязок имеют линейную или билинейную структуру и характеризуют балансовые уравнения ХТС. Преимущества последовательно-декомпозиционного метода решения задачи расчета балансовых уравнений ХТС вытекают из аддитивности функции  $F$ , допускающей представление  $F = \sum_p F^{(p)}(\bar{x}^{(p)})$ , и сепарабельности ограничений вида (2), означающей, что область допустимых значений  $X$  вектора, переменных  $\bar{x}$  может быть представлена в виде декартового произведения  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ , где  $X_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  — область допустимых значений вектора переменных  $i$ -го элемента ХТС.

Аддитивность функции  $F$  и сепарабельность ограничений дают возможность представить решение сложной задачи в виде последовательности более простых подзадач вида

$$\min \{F^{(p)}(\bar{x}^{(p)}) / \bar{x}^{(p)} \in X_p, \quad p = \overline{1, n}\}. \quad (3)$$

В статье рассмотрены вопросы практической реализации последовательно-декомпозиционного метода в составе разработанной универсальной программы расчета сложных ХТС с обратными потоками и проведен анализ результатов решения балансовых уравнений реальных технологических комплексов. В качестве топологической модели ХТС выбран ее потоковый граф, вершины которого соответствуют элементам, а дуги — материальным потокам ХТС. Информация о потоковом графе проектируемой или исследуемой ХТС для ввода ее в ЭВМ задается в виде матриц прихода и расхода, а данные о технологических ограничениях, включающие и дополнительные требования к переменным балансовых уравнений, задаются в виде матрицы потоков. Дополнительными требованиями могут быть, например, выполнение соотношений расходов потоков в определенных участках схемы, соотношений концентраций компонент в различных потоках и др. Подробно структура входной информации универсальной программы, удовлетворяющей требованиям минимального объема используемых для расчетов документов и сравнительно простой формы их представления, описана в работе [3]. Разработанная программа позволяет решать балансовые уравнения ХТС произвольной структуры с учетом дополнительных требований, накладываемых на технологические переменные. При этом никакого изменения программы не требуется, так как информация о дополнительных требованиях при расчете конкретной ХТС может быть заложена в исходных данных.

Важная составная часть этой универсальной программы — алгоритм автоматического формирования балансовых уравнений ХТС и вычисления функции невязки, который разработан в соответствии с принятой структурой входной информации. Алгоритм основан на возможности представления матрицы — столбца невязок  $f$  балансовых уравнений узла потокового графа в виде произведения двух матриц

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{(r+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & \dots & C_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{(r+1)1} & C_{(r+1)2} & \dots & C_{(r+1)n} & \dots & C_{(r+1)s} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_s \end{pmatrix} \quad (4)$$

или в компактном виде  $f = cG$ , где  $C_{ij}$  — концентрация  $(i-1)$ -й компоненты  $j$ -го потока ХТС, инцидентного рассматриваемому узлу;  $m_i$  — массовый расход  $j$ -го потока;  $r$  — число компонент;  $n, s$  — число входных и общее число потоков, инцидентных рассматриваемому узлу. Выражение (4) записано в предположении, что потоки, инцидентные рассматриваемому узлу, однофазные.

Таким образом, задача вычисления вектора невязок узла потокового графа ХТС состоит в формировании матриц  $c, G$  и последующего их перемножения. Формирование этих матриц осуществляется на основе матрицы потоков ХТС, матрицы приходов и расходов и информации о метке решаемой задачи, определяющей число и тип балансовых уравнений. Ниже приведено описание алгоритма определения функции невязки узла ХТС для случая однофазных потоков.

1. Используя матрицу прихода, сформировать множество номеров потоков, входящих в данный узел:  $M_n = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ .

2. Используя матрицу расхода, сформировать множество номеров  $M_p$  потоков, выходящих из данного узла:  $M_p = \{i_{p+1}, i_{p+2}, \dots, i_s\}$ .

3. Образовать множество номеров  $M_i$  входных и выходных потоков  $M_i = M_n \cup M_p = \{i_1, i_2, \dots, i_s\}$ .

4. Определить мощности  $R_n, R_p$  соответственно множеств  $M_n, M_p$ :  $R_n = \text{card}M_n, R_p = \text{card}M_p$ .

5. Используя матрицу потоков ХТС, сформировать матрицу  $G$  размерности  $S \times 1$ , элементы которой определяются следующим образом:

$$m_i = \begin{cases} m_{i_i}, & i = 1, p; \\ -m_{i_i}, & i = p + 1, s. \end{cases}$$

6. Определить число уравнений балансов  $y$  рассматриваемого узла ХТС.

7. Используя матрицу потоков ХТС, сформировать матрицу  $C$  размерности  $y \times S$ , элементы которой определяются следующим образом:

$$c_{nj} = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 1, j = \overline{1, s}; \\ c_{nj} & \text{при } n = \overline{2, 2+1}, j = \overline{1, s}. \end{cases}$$

8. Определить элементы матрицы невязок  $f$ :  $f_i = \sum_{j=1}^s c_{ij} m_j, j = \overline{1, y}$ .

9. Определить функцию невязки  $F$  рассматриваемого узла по формуле  $F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^y f_i^2$ .

Если рассчитываемый элемент ХТС состоит из более чем одного узла потокового графа, то в функцию невязки войдут, кроме слагаемых, характеризующих разбаланс по отдельным системам уравнений узлов, слагаемые вида  $(x_i - \bar{x}_i)^2$ , где  $x_i, \bar{x}_i$  — смежные переменные, принадлежащие различным узлам элемента и варьируемые независимо при его расчете. Создание эффективной вычислительной процедуры, реализующей последовательно-декомпозиционный метод, в значительной степени зависит от эффективности алгоритма расчета отдельных элементов ХТС, т. е. алгоритма решения задач вида (3).

Пока отсутствуют формальные приемы для выбора метода решения задачи нелинейного программирования. При выборе метода обычно руководствуются такими критериями, как возможность решить с помощью рассматриваемого алгоритма задачу, затрачиваемое на решение машинное время, трудоемкость подготовительных процедур, предшествующих реализации того или иного алгоритма на ЭВМ, скорость сходимости, вычислительная точность, устойчивость решения и др. [4,5]. Важное значение при решении вопроса насколько конкретный алгоритм подходит для решения данной задачи, имеет выяснение характера линий уровня оптимизируемой функции.

Анализ функции невязки балансовых уравнений ХТС и областей изменения переменных для реальных производств позволяет сделать вывод об овражном характере этой функции. Действительно, в балансовых уравнениях ХТС в общем случае присутствуют три типа переменных — расход, концентрация и начальная потоков, которые соответствующим масштабированием можно выразить в единицах, имеющих один и тот же порядок. Однако области изменения возможны такие, что значения переменных, принадлежащих допустимым областям, могут отличаться на несколько порядков. Производные функции невязки

$F(R)$   $R$ -го узла потокового графа по переменным, характеризующим, концентрации потоков, имеют вид

$$\frac{dF}{dc_{ij}} = \begin{cases} f_{i(i+1)} m_{ij}, & i = \overline{1, r}, j = \overline{1, p}; \\ -f_{i(i+1)} m_{ij}, & i = \overline{1, r}, j = \overline{p+1, s}. \end{cases}$$

Они могут также отличаться на несколько порядков в любой точке пространства варьируемых переменных, что фактически соответствует ситуации, возникающей при овражном характере оптимизируемой функции. Вследствие этого для решения задач вида (3) был выбран комбинированный алгоритм, реализующий на первом этапе градиентный поиск с адаптивным выбором шага, а на втором — модифицированный метод оврагов. Адаптация шага  $p$  в процессе градиентного поиска состоит в его увеличении после каждой удачной итерации в направлении градиента  $\Delta F(\bar{x}^{(k)})$  по правилу  $\bar{x}^{(k+1)} = x^{(k)} - p^{(k)} \nabla F(\bar{x}^{(k)})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , и уменьшении шага в противном случае. В предлагаемой модификации овражного метода из произвольной точки  $\bar{x}^0$ , используя градиентный метод, осуществляют спуск в точку  $\bar{T}^0$ . Затем в достаточно малой окрестности точки  $\bar{x}^0$  случайным образом выбирают точку  $\bar{x}^1$  и из нее с помощью градиентного метода производится спуск в точку  $\bar{T}^1$ . Если минимизируемая функция носит овражный характер, то точки  $\bar{T}^0, \bar{T}^1$  будут лежать на склоне близко ко «дну оврага». Через эти точки проводится прямая и на ней в сторону понижения «дна оврага» выбирается точка  $\bar{x}^2$ , которая для случая  $F(\bar{T}^1) < F(\bar{T}^0)$  определяется так:  $\bar{x}^2 = \bar{T}^1 + (\bar{T}^1 - \bar{T}^0) \alpha$ , где  $\alpha$  — «овражный» шаг, начальное значение которого намного больше градиентного шага. Из точки  $\bar{x}^2$  с помощью градиентного метода с адаптацией шага производится спуск в точку  $\bar{T}^2$ . Если после спуска из  $\bar{x}^1$  в  $\bar{T}^1$  точки  $\bar{T}^0, \bar{T}^1$  очень близки, т. е. норма  $\|\bar{T}^0 - \bar{T}^1\|$  меньше некоторой наперед заданной величины, то процедура выбора точки  $\bar{x}^1$  повторяется несколько раз. Если такая процедура все же не приводит к успеху, то, полагая  $\min F(\bar{x}) = F(\bar{T}^0)$ , поиск прекращают. В случае выхода какой-либо переменной  $x_i$  за пределы области  $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$ , производится «отражение» параметра от границы внутрь допустимой области:  $x_i = (1 + k_i) \bar{x}_i^{\max} - \bar{x}_i k_i$ , если  $\bar{x}_i > x_i^{\max}$ ,  $x_i = (1 + k_i) \times \bar{x}_i^{\min} - \bar{x}_i k_i$ , если  $\bar{x}_i < x_i^{\min}$ , где  $k_i \in [0, 1]$  коэффициент отражения;  $\bar{x}_i \in [x_i^{\min}, x_i^{\max}]$  — значение переменной, не принадлежащее допустимой области.

*Описание программы.* Универсальная программа решения балансовых уравнений ХТС написана на алгоритмическом языке PL/IOCEC и состоит из организующей программы и процедур OWRAG, OPTGRAD, MODEL, RANDOM, выполняющих опреде-

ленные вычислительные функции. Организующая программа предназначена для ввода исходной информации о пресекуемой ХТС и параметрах алгоритма решения балансовых уравнений, а также контроля исходной информации путем вывода ее на печать; организации итерационного процесса для реализации последовательно-декомпозиционного метода решения балансовых уравнений ХТС с обратными потоками, в том числе вычисления размерностей подзадач вида (3) и определения областей изменения варьируемых переменных при решении каждой подзадачи; определения истинных значений невязок после каждой итерации по всей схеме и проверки критериев окончания вычислительного процесса. Процедура OWRAG предназначена для реализации описанного выше овражного метода нахождения экстремума оптимизируемой функции и является вызывающей по отношению к процедуре OPTGRAD, с помощью которой решается задача градиентного поиска. Автоматическое формирование уравнений балансов и определение функции невязки рассчитываемого элемента ХТС программно реализуется с помощью процедуры MODEL. Процедура RANDOM предназначена для алгоритмической генерации псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0, 1) и используемых как для реализации метода овражного поиска, так и для задания исходных значений варьируемых переменных схемы в заданном диапазоне  $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$ ,  $i = 1, \dim x$ . Блок-схема алгоритма балансовых расчетов ХТС приведена на рис. 1. Блоки выполняют следующие функции.

Блок 1. Ввод информации о топологии ХТС и технологических ограничениях на варьируемые переменные — количество потоков и узлов потокового графа, матрицы прихода и расхода, количество обратных потоков и их порядковые номера, количество компонент в потоках; массивы нижних и верхних границ изменения расходов и концентраций.

Блок 2. Ввод информации о параметрах алгоритмов, реализующих овражный метод и градиентный поиск, параметры управления печатью и значения критериев окончания расчетов по элементам ХТС и всей схеме в целом; определение начальных значений варьируемых переменных в соответствии с соотношением  $x_{oi} = x_i^{\min} + \xi_i (x_i^{\max} - x_i^{\min})$ , где  $\xi_i$  — псевдослучайное число, равномерно распределенное в интервале (0, 1). Блок 3. Организация цикла по всей ХТС. Блок 4. Организация цикла по узлам потокового графа ХТС. Блок 5. Формирование исходных данных для решения балансовых уравнений очередного в вычислительной последовательности элемента ХТС: определение количества узлов рассчитываемого элемента ХТС, вычисление размерности задачи, определение принадлежности потоков, инцидентных рассматриваемому элементу, множеству обратных потоков и потоков соответствующих ранее рассчитанному элементу, определение допустимой области варьирования переменных.

Блок 6. Минимизация функции невязки рассматриваемого элемента ХТС. Блок 7. Занесение результатов расчетов в матрицы расходов и концентраций потоков ХТС. Блок 8. Проверка выполнения критерия окончания цикла по узлам потокового графа; если рассчитаны все узлы, переходим к блоку 9, в противном случае — к блоку 4. Блок 9. Расчет действительных значений невязок по всем элементам схемы. Блок 10. Проверка выполнения критерия окончания цикла по всей ХТС; если критерий выполняется, переходит к блоку 11, в противном случае — к блоку 3. Блок 11. Печать окончательных результатов.

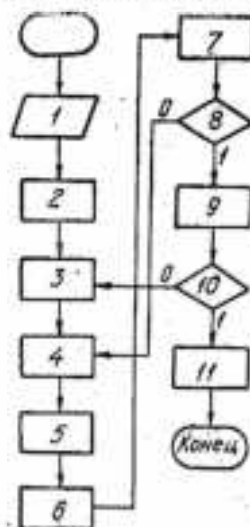


Рис. 1

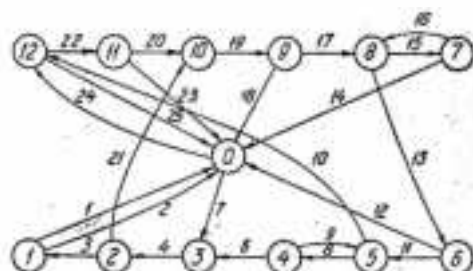


Рис. 2

Исследование разработанной универсальной программы расчета балансовых уравнений проводилось применительно к ХТС по производству технического хлористого аммония, циклический потоковый граф которой изображен на рис. 2. Это достаточно сложная система с многокомпонентными двухфазными потоками, включающая в себя четыре обратных потока с номерами 9, 10, 16 и 21. При использовании традиционных методов расчета данной ХТС с обратными потоками пришлось бы объединить в один блок узлы с номерами от 2 до 12, т. е. практически рассчитывать всю систему как единое целое.

Элементами вычислительной последовательности рассматриваемой ХТС являлись 0-узел, узлы 1—2, 3—4, 5—6, 7—8, 9—10, 11—12. Такая декомпозиция ХТС дает возможность, с одной стороны, получить задачи вида (3) сравнительно небольшой размерности, а с другой — обеспечить выполнение для каждого элемента условия  $y_i < \dim \bar{x}_i$ , где  $y_i$  — число балансовых уравнений  $i$ -го элемента, а  $i$  — вектор переменных  $i$ -го элемента системы. В процессе расчетов задачи вида (3) решались не до конца, а делалось такое количество итераций в соответствии с принятой процедурой минимизации, при котором невязка рассчитываемого элемента уменьшалась примерно на один порядок. Та-

кая процедура решения задач расчета элементов ХТС позволяет избежать резкого изменения функций невязок смежных элементов системы в худшую сторону и, таким образом, обеспечить более плавное уменьшение функции невязки всей системы.

На рис. 3 показано поведение функции невязки  $F$  балансовых уравнений ХТС в зависимости от числа итераций  $t$  по всей системе. Анализ графа показывает, что функция невязки на первой итерации резко уменьшается (на два-три порядка), а затем изменение невязки носит осциллирующий характер. Такое поведение функции невязки ХТС с обратными потоками

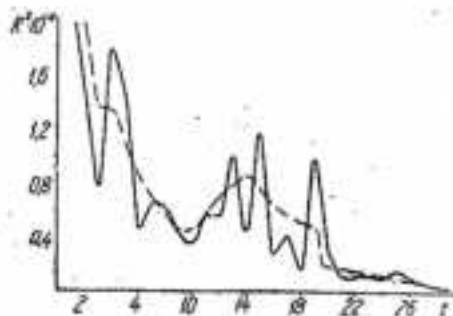


Рис. 3

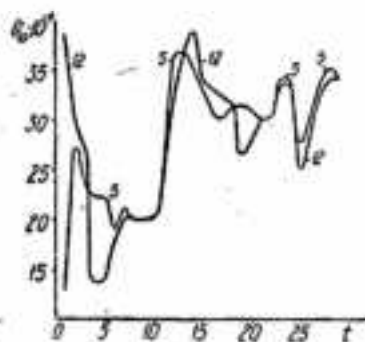


Рис. 4

объясняется особенностью вычислительной процедуры последовательно-декомпозиционного метода, состоящей в том, что переменные обратных потоков, полученные при расчете предыдущих элементов ХТС, используются в качестве начальных точек при расчете последующих элементов, инцидентным обратным потокам. Например, конечные значения переменных потока 10 при расчете элемента 5—6 используются в качестве начальных значений при расчете элемента 11—12. Определение же невязок по всем элементам ХТС после каждой итерации по схеме осуществляется при тех значениях переменных обратных потоков, которые получились при расчете последнего элемента вычислительной последовательности, инцидентного соответствующему обратному потоку. В нашем случае невязка на элементах 1—2 и 5—6 после каждой итерации определяется при тех значениях переменных потоков 21 и 10, которые получились при расчете соответственно элементов 9—10 и 11—12, стоящих в вычислительной последовательности после элементов 1—2 и 5—6. За счет большого рассогласования переменных обратных потоков увеличение невязки на элементах 1—2 и 5—6 может преувеличить уменьшение невязки на элементах 9—10 и 11—12 при их расчете, что и приводит к увеличению общей функции невязки  $F$  на промежуточных итерациях. Тем не менее,

после 29 итераций значение невязки стало меньше наперед заданной величины и задача была решена.

Результаты расчетов показали сходимость по всем переменным обратных потоков, инцидентных соответствующим элементам ХТС. На рис. 4 приведены графики изменения значений расходов обратного потока  $I_0$  при расчете элементов, инцидентных этому потоку (узлы 5 и 12). Анализируя графики на рис. 3 и 4, нетрудно убедиться, что увеличение функции невязки  $F$  соответствует наибольшему рассогласованию расходов обратного потока  $I_0$  на узлах 5 и 12, что подтверждает высказанные ранее соображения о причинах осциллирующего характера поведения функции невязки  $F$  на промежуточных итерациях.

Исследование эффективности разработанной универсальной программы расчета балансовых уравнений проводилось также применительно к ХТС по производству хлористого кальция и ингибируемого хлористого кальция. Во всех случаях решение задачи было получено за приемлемое время с заданной точностью.

**Список литературы:** 1. Зайцев И. Д. Моделирование процессов автоматизированного химико-технологического проектирования. Л., Химия, 1976. 185 с. 2. Островский Г. М., Волын Ю. М. Моделирование сложных химико-технологических схем. М., Химия, 1976. 312 с. 3. Зозуля А. Ф., Асеев Г. Г., Спосицын В. Ю. Информационное обеспечение подсистемы автоматизированных расчетов материальных и тепловых балансов химико-технологических систем. — АСУ и приборы автоматики, 1978 г., вып. 47, с. 113—118. 4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир, 1975. 536 с. 5. Полак Э. Численные методы оптимизации. М., Мир, 1974. 376 с. Зозуля А. Ф., Романов П. Г., Асеев Г. Г. Последовательно-декомпозиционный метод расчета балансовых уравнений сложных технологических комплексов с обратными потоками. — АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 66, с. 33—41.

*Поступила в редакцию 26.02.82.*

УДК 658.5:681.3

В. В. СВИРИДОВ, В. А. ПОНОМАРЕВ

### МЕТОД ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧЕ КОНТРОЛЯ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Одна из самых важных задач, возникающих при создании алгоритмов контроля, — выбор параметров. Для решения ее используется множество подходов, однако ни один из них не лишен недостатков. Так, информационный критерий [1] не учитывает взаимосвязи параметров. Поэтому решение, как правило, получается избыточным (несколько параметров могут описывать одно и то же свойство). Методы полного и сокращенного перебора [2] требуют больших вычислительных затрат. Применение граф-модели [3] основано на возможности построения подробной модели функционирования объекта. Методы выбора параметров в распознавании образов разработаны достаточно хорошо, но

позволяют анализировать ситуации, не обладающие большой степенью общности [4]. Факторный анализ [5], хотя и является мощным средством выбора параметров, применяется крайне редко.

Анализируя все указанные подходы, приходим к выводу, что решение задачи выбора параметров — больше своего рода искусство, чем математическая дисциплина [4]. В каждом конкретном случае эта задача решается по-разному и решение, как правило, основано на использовании свойств конкретного объекта. В статье предложен метод выбора параметров для некоторого класса сложных объектов, требующий меньше шагов, чем другие. Особенность рассматриваемых объектов в том, что совокупность состояний описывается множеством параметров, причем динамика их изменения во времени для каждого конкретного состояния разная. Каждый параметр имеет  $m$  эталонных характеристик, представляющих собой модели изменения параметра для  $m$  состояний. Чтобы описать детерминированную составляющую процессов, применяют детерминированные и квазидетерминированные функции. Случайная составляющая учитывается как аддитивный нормальный стационарный шум с известной корреляционной матрицей.

Для объектов указанного класса, наиболее естественным показателем разделимости состояний является дивергенция [4]:

$$I_{ij} = \int_x [P_i(x) - P_j(x)] \ln \frac{P_i(x)}{P_j(x)} dx,$$

где  $P_i(x)$  — функция правдоподобия  $P_i(x) = P(x/S_i)$ . При нормально распределенном шуме дивергенция совпадает с расстоянием Махалобиса  $r_{ij} = (S_i - S_j)' C^{-1} (S_i - S_j)$ , где  $S_i$  — вектор средних значений (эталонная зависимость);  $C$  — корреляционная матрица шума. Концепция дивергенции используется в распознавании образов при выборе количества признаков, необходимого для получения требуемой достоверности. С помощью этой концепции можно определять ценность (полезность) того или иного параметра, когда количество состояний равно  $m$ . Пользуясь свойством аддитивности дивергенции для независимых событий, ценность параметра определяем так:

$$Q = \sum_{l=1}^k a_l \left[ I_l - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k I_j \right], \quad k = c_m^2, \quad I_l \leq I_{\max}, \quad (1)$$

где  $I_l$  — дивергенция двух эталонных характеристик, описывающих разные состояния объекта;  $I_{\max}$  — дивергенция, обеспечивающая распознавание с вероятностью единица;  $a_l$  — весовые коэффициенты, выбираемые с учетом требований к важности распознавания тех или иных состояний. Формула (1) построена так, что учитывается распределение суммарной дивергенции по всем  $k$  парам эталонов (состояний).

Таким образом, все параметры можно упорядочить по их ценности, вычислив для каждого выражение (1). Это облегчает выбор, однако для случая зависимых параметров простое упорядочивание неприемлемо. Такой случай встречается чаще всего, поэтому рассмотрение его — актуальная задача.

Для сложных объектов рассматриваемого класса можно выделить два типа отношений между параметрами. Первый традиционен и выражает вероятностные закономерности, которые можно описать условными функциями распределения. Если в качестве эталонных характеристик выбраны квазидетерминированные функции, то рассматриваемая зависимость описывается условными функциями распределения случайных коэффициентов. Второй тип характеризует сравнительную ценность параметров для распознавания различных состояний. Например, два параметра можно считать равноценным, если они обеспечивают приблизительно одинаковые вероятности правильного распознавания одних и тех же состояний. Следовательно, один параметр лишней и его необходимо исключить.

О том, как оценить количественно отношения второго типа и как последовательно за минимальное число шагов исключить параметры до получения набора, обеспечивающего достоверность решения задачи контроля, речь пойдет ниже. Первый же тип отношений мы учтем, используя эталонные характеристики, которые отвечают наименее благоприятным распределениям случайных коэффициентов, так что оценки отношений второго типа будут как бы минимаксными. Получим указанные оценки в форме, аналогичной корреляционной матрице. Коэффициент корреляции между двумя параметрами вычислим с помощью выражения

$$z_{ij} = 1 - \frac{Q(i) + Q(j) + \sum_{l=1}^m |I_{ij}(l) - I_{ij}(n)|}{I^*}, \quad (2)$$

где  $I_{ij}(l)$  — дивергенция состояний  $i, j$  по параметру  $l$ ;  $I^*$  — максимальное значение выражения в числителе (2) для  $l = 1, \dots, N$ ,  $n = 1, \dots, N$ , где  $N$  — количество параметров;  $Q(l)$  — ценность параметра  $l$ . В итоге получим матрицу  $K$  размером  $N \times N$ , содержащую информацию об отношениях второго типа между параметрами. Анализ этой матрицы позволяет определить необходимый набор параметров.

Рассмотрим процедуру анализа матрицы  $K$ , которая позволяет минимизировать число шагов поиска требуемого набора параметров. Нужен такой способ обработки матрицы  $K$ , когда с изменением аргумента  $z$  ценность получаемых наборов монотонно возрастает (убывает) и, соответственно, возрастает (убывает) достоверность решения задачи контроля. Если такой способ найден, то весьма эффективным средством поиска требуе-

мого набора параметров за минимальное число шагов оказывается стохастическая аппроксимация.

Анализ матрицы начинается с выбора максимально возможного значения аргумента  $z$ , представляющего собой тот количественный уровень корреляционных связей, который должен учитываться при выборе параметров. В матрице  $K$  построчно выделяется ряд множеств  $M_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , включающих те коэффициенты  $\delta_{ij}$ , которые больше или равны выбранному значению  $z$ . Множествам  $M_i$  ставятся в однозначное соответствие множества параметров  $B_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Внутри каждого  $B_i$  параметры связаны между собой настолько, что требуется выбирать один из них. Следует оставлять тот параметр из  $B_i$ , который обладает минимальной суммой корреляционных моментов параметров, не входящих в  $B_i$ . Проведя подобные операции по всем  $B_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , получим  $N$  параметров, рекомендуемых к использованию в наборе (среди них будут и такие, которые дублируются, поэтому количество разных параметров будет меньше  $N$ ). Изложенную процедуру рассмотрим на примере. Пусть имеется матрица  $K$ ,  $N = 7$ :

$$K = \begin{vmatrix} 1 & 0,2 & 0,3 & 0,5 & 0,4 & 0,6 & 0,1 \\ 0,2 & 1 & 0,4 & 0,8 & 0,5 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,4 & 1 & 0,3 & 0,2 & 0,4 & 0,7 \\ 0,5 & 0,8 & 0,3 & 1 & 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,4 & 0,5 & 0,2 & 0,3 & 1 & 0,4 & 0,6 \\ 0,6 & 0,1 & 0,4 & 0,2 & 0,4 & 1 & 0,8 \\ 0,1 & 0,1 & 0,7 & 0,5 & 0,6 & 0,8 & 1 \end{vmatrix}$$

Выберем сначала  $z = 0,8$ . Тогда  $M_1 = \{\delta_{24}\}$ ,  $M_2 = \{\delta_{67}\}$ ,  $B_1 = \{2, 4\}$ ,  $B_2 = \{6, 7\}$ . Из четырех параметров 2, 4, 6, 7 нужно оставить два. Для каждого из  $B_i$ ,  $i = 1, 2$  вычисляем сумму элементов строк, соответствующих параметрам в  $B_i$  с исключением единиц и элементов, входящих в  $B_i$ . Для каждого  $B_i$  будут получены две таких суммы:  $B_1 \rightarrow 1,3; 1,8$ ,  $B_2 \rightarrow 1,6; 2,0$ . В  $B_1$  оставляем параметр 2, а в  $B_2$  параметр 6. Исключаем параметры 4 и 7. Следовательно, набор параметров, соответствующий значению аргумента  $z = 0,8$ , есть 1, 2, 3, 5, 6. Исключенные параметры в дальнейшем рассмотрении не участвуют. Пусть теперь  $z = 0,6$ . Тогда  $M_1 = \{\delta_{16}\}$ ,  $B_1 = \{1, 6\} \rightarrow 0,9; 0,9$ . Исключаем любой из параметров и получаем следующий набор, соответствующий значению аргумента  $z = 0,6$ , 1, 2, 3, 5. Далее процесс продолжается аналогично рассмотренному.

В практических случаях количество параметров бывает значительно большим, а корреляции измеряются с точностью не только до десятичных знаков. Следовательно, можно ожидать, что при постепенном изменении параметра  $z$  ценность получаемых наборов также монотонно убывает (возрастает), а с изменением

ценности меняется и сама достоверность решения задачи контроля. Таким образом, можно сказать, что имеется функциональная (нам неизвестная) зависимость достоверности от аргумента  $z: p = g(z)$ .

Возникает задача определения аргумента, при котором функция  $g(z)$  принимает значение  $p_{\text{тп}}$ . Задача может решаться с помощью процедуры стохастической аппроксимации. Уравнение, соответствующее рассматриваемому случаю, выглядит так:

$$z_{k+1} = z_k + \alpha_k [p_{\text{тп}} - h(z_k)], \quad (3)$$

где  $\alpha_k$  — элемент последовательности положительных чисел, удовлетворяющих условиям  $\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha_k = 0$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k = \infty$ ,  $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 < \infty$ ;  $h(z_k)$  — зашумленное значение функции  $g(z)$  (определяется экспериментально) на этапе  $k$ . Ценность процедуры (3) состоит в том, что решение быстро приближается к искомому значению  $z^*$ , т. е. обеспечивается минимальное число шагов. Кроме того, в условиях рассматриваемой задачи отсутствуют традиционные опасения, касающиеся скорости сходимости (3), ибо в узкой области аргумента  $z$  не могут наблюдаться значительные вариации достоверности, а значит, и сильно отличающиеся количественно наборы параметров.

Изложенный метод отыскания необходимого набора параметров основан на возможности вычисления дивергенций для различных состояний по  $N$  параметрам. В условиях ограниченной обучающей выборки оценки дивергенций будут случайными величинами, что может повлиять на качество упорядочивания. Когда же статистические данные о контролируемых параметрах отсутствуют, оценивание  $I_{ij}$  нельзя проводить традиционными методами. В такой ситуации плодотворным может оказаться использование принципа безэталонных измерений. Невозможность точного измерения дивергенций обусловлена отсутствием шкалы (нет точных эталонов). Кроме того, значения дивергенций можно упорядочить (ранжировать) и не измеряя их. Такое упорядочивание возможно, когда существующее количество априорной информации хотя и не позволяет точно оценить того или иного параметра для целей распознавания  $m$  состояний.

Пусть имеется  $N$  параметров и  $m$  состояний, причем по характеристикам изменения каждого параметра можно распознать все  $m$  состояний. Тогда для каждого параметра существует множество сочетаний  $C_m^2$  попарно рассматриваемых состояний. Всего таких пар  $N \times C_m^2$ . Существует возможность ранжирования их по сложности различения. Сделать это может человек, хорошо знающий объект, имеющий большой опыт работы на нем (эксперт). После того как  $N \times C_m^2$  элементов ранжированы, количественная оценка каждого возможна, если известен закон распределения элементов. В случае равномерного распределения количественные

оценки различимости пар (дивергенций) можно получить с помощью выражения  $E_{pi}[X_{(i)}] = \frac{i}{(n+1)}$ , где  $n = N \times C_m^2$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Чем больше  $n$ , тем точнее оценки элементов. Если каждой паре характеристик поставлено в соответствие численное значение различимости, процедура определения матрицы  $K$  и поиска необходимого набора параметров осуществляется по описанному ранее пути.

Таким образом, предложенный метод позволяет определить количество контролируемых параметров при заданной вероятности обнаружения состояний.

**Список литературы:** 1. Гаскаров Д. В., Голинкевич Т. А., Мозаковский А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. — М., Сов. радио, 1974. 223 с. 2. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. — М., Сов. радио, 1972. 208 с. 3. Осис Я. Я. Выбор диагностических параметров сложных технических объектов. — Автоматика и вычислительная техника, 1968, № 4, с. 17—20. 4. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. — М., Мир, 1978. 411 с. 5. Харман Г. Современный факторный анализ. — М., Статистика, 1972. 486 с.

Поступила в редакцию 02.02.25.

УДК 681.5.015.32

В. А. ДОБРЫДЕНЬ, канд. техн. наук, В. Т. ЦАРЕНКО, канд. техн. наук

#### АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ И ЕГО АППАРАТУРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Для широкого класса практических задач автоматического измерения со статистической обработкой результатов характерна следующая ситуация. Пусть величина  $x$ , находящаяся в пределах отрезка  $[a, b]$ , измеряется прибором с аддитивной случайной ошибкой, т. е. результат  $i$ -го замера  $x_i$  может быть представлен в виде  $x_i = x + \Delta_i$  (1). В качестве значения измеряемой величины принимается среднее арифметическое результатов  $n$  замеров:

$$\bar{x} = (1/n) \sum x_i. \quad (2)$$

Пусть (так часто бывает на практике, особенно при использовании цифровых измерительных приборов) распределение ошибки  $\Delta_i$  не зависит ни от номера замера  $i$ , ни от измеряемой величины  $x$ , причем  $M[\Delta_i] = 0$ ,  $D[\Delta_i] = \sigma^2$ . Обозначим дисперсию оценки  $\bar{x}$  через  $\sigma^2$  и примем в качестве абсолютной погрешности измерений величину  $\gamma = \delta$ , а в качестве относительной погрешности — величину  $\gamma = \delta/x$ . Если требуется обеспечить заданную точность результата измерений, т. е. выполнение условия  $\delta < \delta^*$ , то поскольку [3, 4]  $\sigma^2 = \sigma^2/n$ , т. е.  $\delta = 3\sigma/\sqrt{n}$ , выбор числа  $n$ , удовлетворяющего неравенству  $n > 9\sigma^2/\delta^2$ , решает поставленную задачу.

Иначе обстоит дело, когда требуется обеспечить заданную относительную точность результата измерений во всем диапазоне измеряемой величины, т. е. выполнение условия  $\gamma < \gamma^*$  (3) при любом значении  $x$ . Практически вся современная теория оценивания математического ожидания применительно к задачам обработки результатов измерений посвящена вопросам, связанным с абсолютной ошибкой измерений. Однако на практике более важна именно относительная ошибка, которая в нашем случае определяется формулой  $\gamma = 3\sigma/x/\sqrt{n}$  (4), т. е. существенно зависит от измеряемой величины  $n$ . При этом для выполнения условия (3) необходимо выполнение неравенства  $n > 9\sigma^2/x^2$  (5). Таким образом, фиксируя априори объем  $n$  выборки, мы получаем результат измерения с относительной погрешностью, обратно пропорциональной согласно (4) измеряемой величине. Можно, конечно, обеспечить выполнение условия (5) путем выбора величины  $n$ , удовлетворяющей условию

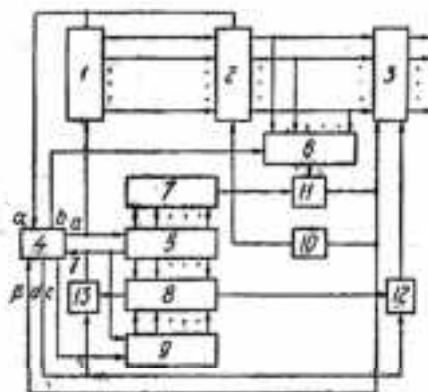
$$n > [9\sigma^2/(\inf x)] + 1 = [9\sigma^2/a^2] + 1,$$

где  $[U]$  — целая часть числа  $U$  [2]. Тогда при всех остальных значениях  $x$  объем фактически обрабатываемой выборки будет в  $(x/a)^2$  раз превосходить минимальный ее объем, достаточный для получения заданной относительной погрешности. Это может оказаться крайне нежелательным или даже неприемлемым, например, с точки зрения быстродействия системы.

Большинство существующих устройств для вычисления оценки математического ожидания имеет постоянный, фиксируемый до начала вычислений объем выборки [3, 4]. В устройстве, описанном в работе [5], объем выработки не фиксируется заранее и согласно принципу работы устройства оказывается обратно пропорциональным измеряемой величине (с точностью до округления особого рода). Это, хотя и не обеспечивает постоянства относительной ошибки, но существенно ослабляет ее зависимость от  $X$ . Вместе с тем такое устройство в силу реализуемого им принципа деления суммы результатов замеров на объем выборки обладает невысоким быстродействием, что сужает возможности его внедрения.

Ниже описано устройство для статистической обработки результатов измерений по формуле (2). Объем выборки не фиксируется заранее, а определяется автоматически в процессе измерений аналогично тому, как это делается в устройстве, описанном в работе [5]. Наше устройство обладает более высоким быстродействием. Повышение быстродействия достигается за счет резкого сокращения времени деления. Кроме того, схема устройства оказывается значительно проще и надежнее. Блок-схема устройства приведена на рисунке, где ЦИП — цифровой измерительный прибор; СМ — сумматор; СР<sub>1</sub>, СР<sub>2</sub> — первый и второй сдвиговые регистры; БУ — блок управления; СИ — счетчик импульсов; ЦК<sub>1</sub>, ЦК<sub>2</sub> — первый и второй цифро-

вые компараторы; ЛБ — логический блок; ЭЗ — элемент задержки импульсов;  $V_1, V_2, V_3$  — первый, второй и третий вентили. Цифровой измерительный прибор после  $i$ -го импульса ( $i=1, 2, \dots$ ), подаваемого на его запускающий вход, соединенный с первым выходом  $a$  блока управления, формирует на своих потенциальных разрядных выходах число  $x_i$  в двоичном позиционном коде. После этого возникает импульс на управляющем выходе ЦИП, соединенном с первым входом  $\alpha$  ВУ и с управляющим



входом сумматора, представляющего собой обычный цифровой сумматор с потенциальными входами и выходами. Импульс побуждает сумматор прибавить к своему содержанию число, присутствующее в это время на разрядных выходах ЦИП. Первый сдвиговый регистр, получая импульс на вход записи, соединенный с выходом вентиля  $V_1$ , принимает содержимое сумматора. Импульс, поступающий на его сдвиговый вход, сдвигает содержимое регистра на один

разряд в сторону младших разрядов. Второй сдвиговый регистр отличается от первого тем, что сдвиг осуществляется в сторону старших разрядов. Кроме того, неходным для него является состояние 00...01 (единица только в младшем разряде), а не нулевое, как у  $CP_1$ .

Блок управления выполняет следующие функции. После запуска он генерирует один импульс на первом выходе  $a$  и переходит в режим накопления. Получая импульс на первый вход  $\alpha$ , он формирует, причем с некоторой задержкой, импульс на втором выходе  $b$ , затем снова импульс на выходе  $a$  и т. д. С момента поступления импульса на третий вход  $\beta$  блок управления переходит в режим деления: очередные импульсы на выходах  $a$  и  $b$  не формируются. Вместо этого генерируются периодические импульсы на четвертом выходе  $d$ , появляющиеся (тоже с задержкой) на третьем выходе  $c$ . Импульс, поступающий на второй вход блока управления, возвращает его в исходное состояние.

Первый цифровой компаратор ЦК<sub>1</sub> пропускает на выход импульс, поступающий на его зондирующий вход с выхода  $b$  блока управления, только при выполнении условия  $\Sigma_k > \Sigma^*$  (6), где  $\Sigma_k = \sum_{i=1}^k x_i$  — содержимое сумматора после обработки результатов замеров;  $\Sigma^*$  — число, которое может устанавливаться оператором перед началом измерений. Единичный сигнал на выходе  $A$  вто-

рого цифрового компаратора поддерживается только при выполнении условия  $j > l$  (7). Значения величин  $j, l$  определены равенствами

$$k = 2^j (j = 0, 1, \dots), m = 2^l, \quad (8)$$

где  $k, m$  — числа, фиксируемые соответственно счетчиком СЧ и вторым регистром (после окончания работы устройства в режиме накопления  $k$  всегда имеет указанный вид). На выходе  $B$  цифрового компаратора ЦК<sub>2</sub> единичный сигнал поддерживается только при выполнении равенства  $j = l$  (9). Поскольку случай  $j < l$  согласно принципу работы устройства невозможен, выходы  $A, B$  оказываются инверсными — единичный сигнал всегда присутствует на одном из них. Логический блок имеет потенциальный выход, единичный сигнал на котором присутствует только тогда, когда содержимое  $k$  счетчика импульсов удовлетворяет условию (8).

Сущность алгоритма работы устройства состоит в следующем. Содержимое сумматора  $\Sigma_k, k = 1, 2, \dots$  накапливается до тех пор, пока не будет достигнуто выполнение условия (6). При этом, очевидно,  $k \approx \Sigma^*/x$  (10), т. е. число замеров приблизительно обратно пропорционально измеряемой величине (напомним, что для достижения независимости  $\gamma$  от  $x$  должно выполняться условие 5)). После выполнения условия (6) накопление суммы величин  $x_i$  продолжается до тех пор, пока величина  $k$  не примет значение, удовлетворяющее условию (8). Только после этого содержимое сумматора передается в первый сдвиговый регистр, где делится на  $k$  путем  $j$  сдвига. Значение  $j$  равно номеру единственного разряда счетчика импульсов, содержащему единицу (поскольку  $k$  удовлетворяет условию (8)).

Рассмотрим реализацию описанного алгоритма более детально. В исходном состоянии устройства сумматор, первый регистр и счетчик импульсов установлены на нуль, в младшем разряде второго регистра — единица, импульсы на выходах блока управления отсутствуют, первый цифровой компаратор настроен на срабатывание при заданном значении  $\Sigma^*$ . После запуска блока управления он генерирует импульс на выходе  $a$ , запуская тем самым ЦИП и записывая единицу в СИ. Сформировав  $x_1$  (первое число выборки), ЦИП генерирует импульс на управляющем выходе, который побуждает сумматор прибавить число  $x$  к своему содержимому (в данном случае  $x_1$  к нулю); поступает на вход  $\alpha$  блока управления, сигнализируя об окончании предшествующих операций. Поскольку  $l = 1 = 2^0$  при  $j = 0$ , на выходе логического блока присутствует единичный потенциал, т. е. клапан  $B_1$  открыт. Если оказывается, что  $x_1 = \Sigma_1 > \Sigma^*$ , то зондирующий импульс с выхода  $b$  блока управления пройдет на выход клапана  $B_1$  и выполнит следующие действия: поступив на управляющий вход регистра СР<sub>1</sub>, поместит в него содержимое сумматора; поступив на вход  $\beta$  блока управления, переведет его в режим деления; пройдя через элемент задержки ЭЗ, возвратит сумматор в исходное состояние. Поскольку в рассматриваемом случае  $k = 1$ ,

выполняется условие (9) (в счетчике, как и в регистре  $CP_2$ , единица содержится только в младшем разряде). Следовательно, клапан  $B_2$  закрыт, а клапан  $B_3$  открыт, и импульс с выхода  $d$  блока управления, пройдя через  $B_3$ , возвращает блок управления, а также счетчик импульсов и второй сдвиговый регистр в исходное состояние. В регистре  $CP_1$  будет при этом зафиксирован результат измерения — число  $x_1$ . Таким образом, работа в режиме деления при этом фактически не производится.

Рассмотрим более характерный и сложный случай, когда  $x_1 < \Sigma^*$ . В этом случае после передачи числа  $x_1$  в сумматор импульс с выхода  $b$  блока управления не проходит на выход цифрового компаратора ЦК, ввиду чего блок управления, не получив импульс на вход  $\beta$ , продолжает работу в режиме накопления, т. е. генерирует следующий импульс на выходе  $a$  и т. д. При этом в сумматоре накапливается сумма величин  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) до тех пор, пока будет достигнуто выполнение условий (6), (8). Условие (6) выполняется, начиная с некоторого  $i$ , затем каждый зондирующий импульс с выхода  $b$  блока управления начинает поступать на сигнальный вход клапана  $B_1$ . Как только после выполнения условия (8) этот клапан откроется, очередной зондирующий импульс пройдет через  $B_1$  и аналогично описанному передаст содержимое сумматора в  $CP_1$ , переведет блок управления в режим деления и возвратит сумматор в исходное состояние.

Работа устройства в режиме деления протекает следующим образом. Как и в рассмотренном выше случае, когда  $x_1 = \Sigma^*$ , блок управления, получив импульс на вход  $\beta$ , формирует импульс на выходе  $d$ . Поскольку  $j > 1$ , клапан  $B_2$  закрыт, а клапан  $B_3$  открыт. Следовательно, этот импульс поступает на сдвиговый вход регистра  $CP_1$ , осуществляя деление его содержимого на два. Спустя необходимое время, появляется импульс на выходе  $c$  блока управления, сдвигающий единицу, находящуюся в младшем разряде регистра  $CP_2$ , на один разряд в сторону старших разрядов. Поскольку работа схемы в регистре накопления была прекращена по выполнении условия (8) (после чего импульсы на счетный вход поступать перестали), в счетчике находится число вида  $2^j$ , т. е. единица содержится только в одном  $j$ -м разряде. Следовательно, после  $j$  сдвигов содержимым регистров  $CP_1$ ,  $CP_2$  будет выполнено условие (9), в результате чего клапан  $B_2$  закроется, а клапан  $B_3$  откроется. Очередной импульс с выхода  $d$  блока управления возвратит всю схему, кроме регистра  $CP_1$ , в исходное состояние.

В устройстве, представленном в работе [5], режим деления выполняется в течение  $2^j$  тактов. Описанное нами устройство затрачивает для этого лишь  $j$  тактов, что при  $j = 4$  сокращает время деления в четыре раза, а при  $j = 8$  уже в 32 раза. Выигрыш в быстродействии растет с ростом объема выборки, т. е. с повышением требований точности и уменьшением измеряемой величины.

Спектр Фурье тригонометрического базиса для выражения (1) можно записать как

$$C_0(m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i) T^{mi}, \quad (2)$$

где  $m = 1, 2, \dots, N$ ,  $T = e^{-j2\pi/N}$ ,  $j = \sqrt{-1}$ .

Для преобразования Хаара коэффициенты могут быть вычислены по выражению

$$C_1(m) = \frac{1}{N} \chi^*(m) X(i), \quad (3)$$

где  $\chi^*(m)$  — матрица Хаара размером  $(N \times N)$ . Матрица  $\chi^*(m)$  получается в результате дискретизации множества непрерывных функций Хаара, определенных в точках разрыва согласно монографии [2]. Например, матрица Хаара  $(8 \times 8)$  примет вид

$$\chi^*(3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Используемые базисы Фурье и Хаара имеют алгоритмы быстрых преобразований, что делает их весьма перспективными в задачах сжатия сообщений. На рис. 1, 2 приведены графики зависимостей коэффициента сжатия  $(L = \frac{N}{K})$  от среднеквадратичной ошибки для корреляционных функций  $R_1^*$ ,  $R_2^*$  соответственно. Из анализа результатов видно, что на двух классах исследуемых процессов адаптивные алгоритмы в ортогональных базисах Фурье и Хаара предпочтительнее преобразований, использующих обычное усеченное обобщенного ряда коэффициентов.

Эффективность обработки натуральных данных с корреляционной функцией  $R_2^*$  (рис. 2) на основе базиса Фурье значительно выше, чем процедура обработки в базисе Хаара входных векторов  $X$  размерности  $N = 2^n$ , где  $n = 1, 2, \dots, 8$ . При обработке натуральных данных с корреляционной функцией  $R_1^*$  (рис. 1), когда размерность вектора  $X$  приближается к интервалу корреляции процесса ( $n = 5$ ), эффективность, в смысле сжатия данных, выше в базисе Хаара, чем в базисе Фурье.

Коэффициент сжатия в базисе Фурье  $L_{\text{ед}}$ ,  $L_{\text{пр}}$  (значения  $N$ ,  $K$  были определены выше) растет по мере увеличения размерности вектора  $X$ . Это согласуется с выводами, сделанными в работе [3];

$\lim TE(x_{cm}, x_{sm}) = 0$  для всех  $m, n$ , где символ  $E$  — означает корреляцию, а  $x_{cm}, x_{sm}$  — коэффициенты при синусах и косинусах, т. е. при неограниченном увеличении интервала разложения по синусам и косинусам коэффициенты Фурье оказываются не коррелируемыми между собой. Аппаратурная реализация адаптивных алгоритмов может быть выполнена по схеме, предложенной в работе [4].

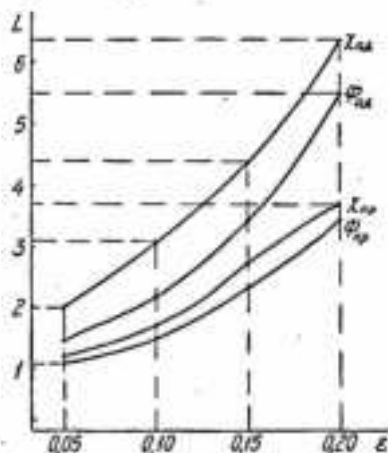


Рис. 1

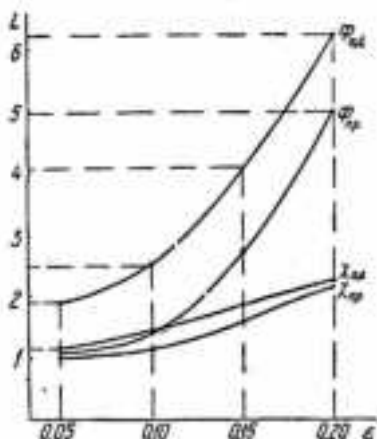


Рис. 2

Список литературы: 1. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. Пер. с англ./Под ред. И. Б. Фомченко. М., Связь, 1980. 248 с. 2. Соболев Н. М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. М., Наука, 1989. 288 с. 3. Давенпорт В. В., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. Пер. с англ./Под ред. Р. Л. Добрушина. М., Изд-во иностр. лит., 1960. 468 с. 4. А. с. 877596 (СССР). Устройство для сжатия данных телеизмерений/Ю. В. Соболев, П. Ф. Поляков, В. Г. Иванов.— Оpubл. в БИ, 1981, № 40, с. 253.

Поступила в редакцию 11.05.82.

УДК 681.3

А. Х. ГАНИТУЛИН, канд. техн. наук, В. В. МАЗАНИК

**ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ  
 ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ**

Одним из путей эффективного использования вычислительной мощности является создание и внедрение распределенных вычислительных систем (РВС), состоящих из вычислительных комплексов (ВК), соединенных коммутируемыми линиями

связи. Управление процессом обработки данных организуется с помощью операционной системы (ОС РВС), которая представляет собой многоуровневую структуру системных модулей, предназначенных для выполнения основных функций по организации вычислительного процесса. При разработке и эксплуатации РВС приобретает особую актуальность задача анализа алгоритмов управления вычислительным процессом с целью оценки влияния различных стратегий управления на эффективность РВС. В статье эта задача решается с помощью имитационной модели применительно к РВС, работающим в реальном масштабе времени.

Пусть РВС состоит из  $m$  однородных ВК, соединенных между собой  $n$  коммутируемыми линиями связи. На  $i$ -й ( $i = \overline{1, m}$ ) ВК, состоящий из  $R_i$  процессоров, поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda_i$ . Характеристики каждой заявки представляются в виде вектора  $I_k = (k, \tau_k, t_k^a, t_k^b)$ , где  $k = \overline{1, p}$  — номер заявки ( $p$  — число заявок, поступивших в РВС);  $\tau_k = \overline{1, N}$  тип  $k$ -й заявки или ее внешний приоритет ( $N$  — количество типов заявок, поступающих на обработку в РВС);  $t_k^a$  — время поступления  $k$ -й заявки;  $t_k^b$  — ее длительность обслуживания. Вектор характеристик заявок, поступающих на обслуживание, передается на ВК, реализующий системные модули ОС РВС. При обращении к ОС РВС производится активизация соответствующих системных модулей, управляющих обслуживанием заявок, процессами, коммутацией [1].

Управление обслуживанием заявок сводится к планированию их выполнения системным модулем «планировщик», т. е. к определению внутреннего приоритета заявок и созданию упорядоченной очереди их в соответствии с рассчитанными приоритетами. Моделируются приоритетные и смешанные стратегии планирования выполнения заявок [2, 3].

Согласно первой стратегии планировщик распознает тип заявки и определяет ее внутренний приоритет:  $P_k = \tau_k \forall k \in K$ , где  $K$  — множество номеров заявок, поступивших в РВС. Заявка с наивысшим внутренним приоритетом ставится первой в очередь на обслуживание. При наличии одинакового приоритета первой в очередь ставится заявка, номер которой меньше. Эта стратегия позволяет строить очередь по приоритетам. Вторая стратегия относится к смешанным стратегиям планирования. Внутренний приоритет каждой заявки рассчитывается по формуле  $P_k = \tau_k - \tilde{t}_k^a$ , где  $\tilde{t}_k^a = t_k^a/T$ ,  $0 < t_k^a < T$ ;  $T$  — заданное время одной реализации модели. В этом случае очередь на обслуживание создается с учетом внешних приоритетов заявок, определяемых их типами и временем поступления. В модели используется еще одна разновидность смешанных стратегий планирования. Планировщик, реализующий ее, находит приоритет следующим образом  $P_k = \tau_k - \tilde{t}_k^b$ , где  $\tilde{t}_k^b = t_k^b/T$ ,  $0 < t_k^b < T$ . Очередь на обслуживание

упорядочивается с учетом внешних приоритетов, обусловленных их типами и временем обслуживания.

Управление процессами сводится к распределению (диспетчеризации) заявок по ВК. Диспетчеризация состоит в определении номера ВК, выделяемого для обслуживания заявки, и выполняется системным модулем «диспетчер». В описываемой модели используется три стратегии диспетчеризации. Согласно первой  $k$ -я заявка, поступившая на  $i$ -й ВК, назначается на любой  $j$ -й ВК, содержащий хотя бы один свободный процессор, если все процессоры  $i$ -го ВК заняты. Номер ВК для обслуживания  $k$ -й заявки  $j = i$ , если  $r_i > 0$ ;  $j = s = \text{Re}[\xi \cdot m] + 1$  при  $r_s > 0/s = 1$ ,  $m$ ;  $s \neq i$  в противном случае, где  $r_i = 1/R_i$  — число свободных процессоров на  $i$ -м ВК;  $\xi$  — случайная величина, распределенная по равномерному закону в интервале  $(0, 1)$ . Если в определенный момент времени процессоры всех ВК заняты, то  $k$ -я заявка будет ожидать освобождения хотя бы одного процессора в любом ВК РВС.

Заявка, поступившая на  $i$ -й ВК при условии его занятости согласно второй стратегии назначается на обслуживание на ближайший  $j$ -й ВК, где есть хотя бы один свободный процессор. Номер  $j$  ВК определяется по следующей формуле:

$$j = \begin{cases} i, & \text{если } r_i > 0; \\ s, & \text{для которого } r_s > 0 \text{ и } t_{is} = \min_{\substack{s \in M \\ \chi \in L_i}} t_{is}^x \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

где  $t_{is}^x$  — время передачи данных из  $i$ -го на  $s$ -й ВК по  $x$ -му маршруту;  $L_i$  — множество номеров маршрутов передачи данных из  $i$ -го ВК;  $M$  — множество номеров ВК РВС. Диспетчер, реализующий третью стратегию, определяет номер  $j$  ВК таким образом:

$$j = \begin{cases} i, & \text{если } v_i < R_i/t_{ik}^{\text{ср}}, \\ s, & \text{для которого } v_s = \min_{s \in M} v_s \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

где  $t = \left( \sum_{s=1}^m \min_{\chi \in L_i} t_{is}^x \right) / (m - 1)$  — среднее время передачи данных в РВС;  $v_i$  — число заявок в очереди к  $i$ -му ВК;  $t_{ik}^{\text{ср}}$  — среднее время обслуживания  $k$ -й заявки.

Для передачи данных на выделенный ВК устанавливается маршрут, в соответствии с которым производится коммутация каналов передачи данных. Управление коммутацией (маршрутизация) заключается в выборе маршрута передачи данных из  $i$ -го на  $j$ -й ВК и осуществляется системным модулем «маршрутизатор». В модели используются стратегии централизованного определения маршрута [4].

Согласно первой стратегии передача данных для обслуживания  $k$ -й заявки из  $i$ -го в  $j$ -й ВК осуществляется по любому свободному маршруту, его номер  $q_{ij} = \text{Re}[\xi_{ij}] + 1$ , где  $\xi_{ij}$  — коли-

чество маршрутов передачи данных из  $i$ -го в  $j$ -й ВК. В соответствии со второй стратегией выбирается маршрут, которому соответствует минимальное время передачи данных. Это обеспечивает сокращение среднего времени обслуживания заявок в РВС, причем номер маршрута  $q_{ij} = q_{ij}$ , для которого  $t_{ij} = \min_{c \in C_{ij}} t_{ij}$ , где  $C_{ij}$  — множество маршрутов передачи данных из  $i$ -го в  $j$ -й ВК.

Модель функционирования РВС представляет собой совокупность процедур, обеспечивающих моделирование поступления заявок в РВС, планирования их обслуживания, распределения по ВК, выбора маршрута передачи данных, обмена данными между ВК, обслуживания заявок.

Модель обеспечивает расчет взвешенной пропускной способности и коэффициента загрузки РВС (5). Взвешенная пропускная способность определяет долю обслуженных заявок из числа поступающих:

$$П = \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \left( \sum_{g=1}^G P_g / \sum_{k=1}^K P_k \right) 100\%,$$

где  $F$  — число реализаций моделируемого процесса;  $G$  — число обслуженных заявок в РВС за заданное время  $T$ ;  $\mu$  — число заявок, поступивших в РВС за интервал времени  $T$ . Коэффициент загрузки характеризует степень использования ВК в РВС при обслуживании заявок:

$$K_3 = \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \left( \sum_{g=1}^G t_{gf} / \left( T \sum_{i=1}^m R_i \right) \right) 100\%,$$

где  $t_{gf}$  — длительность обслуживания  $g$ -й заявки в  $f$ -й реализации.

Модель реализована в виде комплекса процедур на языке PL/I. С помощью этой модели исследовалось влияние алгоритмов планирования, диспетчеризации и маршрутизации на эффективность функционирования РВС. По результатам исследования получены зависимости взвешенной пропускной способности от средней интенсивности потоков заявок  $\Lambda = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \lambda_i$  при различных стратегиях управления вычислительным процессом. Зависимости получены в предположении, что РВС состоит из шести двухпроцессорных ВК. Существующие между ВК линии связи отображаются с помощью дуг графа (рис. 1), вершины которого соответствуют ВК. Каждая линия связи включает пять каналов с пропускной способностью 9600 бод каждый. Длительность обслуживания заявок — случайная величина, распределенная по эксплуатационному закону с математическим ожиданием 0,1 с. Обмен данными между ВК производится сообщениями фиксированной длины 1000 бит. Для выполнения программных модулей ОС РВС выделен третий ВК.

На рис. 2 представлена зависимость взвешенной пропускной способности от средней интенсивности потоков заявок для раз-

личных стратегий планирования, диспетчеризации и маршрутизации. Цифры у кривых определяют номера используемых стратегий планирования (первая позиция), диспетчеризации (вторая позиция) и маршрутизации (третья позиция).

Анализ зависимостей при загрузке 70% показывает, что использование третьей стратегии планирования и вторых стратегий диспетчеризации и маршрутизации приводит к увеличению на 2% взвешенной пропускной способности по сравнению с применением второй стратегии планировщика и первых стратегий диспетчера и маршрутизатора, что позволяет при этом

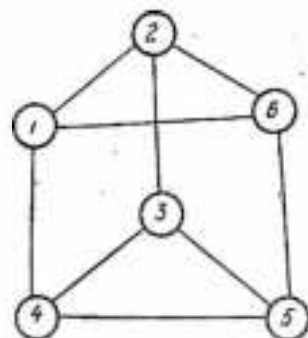


Рис. 1

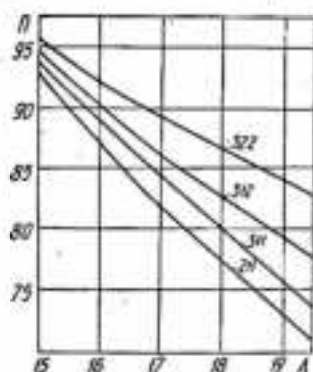


Рис. 2

выбирать любые из описанных алгоритмы управления вычислительным процессом. При возрастании загрузки до 95% использование третьей стратегии планировщика, вторых стратегий диспетчера и маршрутизатора по сравнению со второй и первыми стратегиями обеспечивает прирост взвешенной пропускной способности на 12%. Полученные зависимости можно использовать при решении задач выбора алгоритмов управления вычислительным процессом, реализуемых в программах ОС РВС.

Список литературы: 1. Семин ЭВМ / Под ред. акад. В. М. Глушкова. М.; Связь, 1977. 279 с. 2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. М., Мир, 1979. 600 с. 3. Основы теории вычислительных систем / Под ред. С. А. Майорова. М., Высш. школа, 1978. 408 с. 4. Силсер Р. Архитектура связей в распределенных системах. М., Мир, 1981. 744 с. 5. Мачулин В. В.; Пятибратов А. П. Эффективность систем обработки информации. М., Сов. радио, 1972. 280 с.

Поступила в редакцию 16.11.81.

А. Н. ГВОЗДИНСКИЙ, канд. техн. наук, А. Г. ДЬЯКОВ  
**СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ  
 В АСУ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С УЧЕТОМ  
 ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ**

В системах управления, автоматизирующих процесс переработки полимерных материалов, широко применяются различные алгоритмы адаптивного управления [1]. Предполагается, что исполнительные механизмы обрабатывают необходимые величины без погрешностей. Однако испытания на реальных объектах показали, что при построении систем управления погрешности, возникающие в процессе работы, надо учитывать. В статье рассмотрено влияние погрешности обработки исполнительного механизма на качество системы управления. Пусть система управления, регулирующая процесс переработки полимерных материалов, оценивается функционалом

$$I(s) = M \{(S_0 - S_i)^2\} = \min, \quad (1)$$

где  $S_0$  — заданное значение координаты;  $S_i$  — значение, полученное при изготовлении  $i$ -го изделия. Значение  $S_i$  определяется характеристиками литейной машины, значениями параметров исходного сырья.

В такой постановке задача согласно работе [2] относится к тем, в которых неопределенность вызвана неполным знанием исследуемого явления из-за помех. Ее решение можно осуществить на основе адаптивного подхода, определенным образом строя управляющее воздействие. Возможный алгоритм управления имеет вид

$$I_{ut+1} = I_{ut} + j(S_0 - S_{i+1}) = I_{ut} + j\Delta S_{i+1}, \quad (2)$$

где  $I_{ut}$  — управляющее воздействие;  $j$  — коэффициент усиления. Однако при практической реализации выражения (2) следует учитывать, что обработка величины вследствие колебаний параметров технологического процесса происходит с ошибкой  $\eta$ , которую нужно учитывать при построении системы управления. Рассмотрим влияние  $\eta$  на работу системы при различном характере изменения коэффициента  $C$ , характеризующего колебания технологических параметров, исходного сырья, параметров машины. Величина  $S$  связана с параметром управления  $I_u$  и коэффициентом  $C$  следующим образом:  $S = I_u - C$  (3). Предположим, что  $C$  — кусочно-постоянная функция времени, которая изменяется в зависимости от параметров технологического процесса либо перерабатываемого материала. Так как  $I_u$  обрабатывается с ошибкой, на  $i$ -м цикле получим  $I_{ut} = I_u^0 + \eta[i]$  (4), где  $I_u^0$  — теоретическое значение величины  $S_{ut}$ . Вследствие этого  $S_{i+1} = S_{i+1}^0 + \eta[i]$  (5), где  $S_{i+1}^0$  — теоретическое значение  $S_{i+1}$ . Ошибка  $\Delta S_{i+1} = C_{i+1} - C_i + \eta[i] = \eta[i]$ , так как по предположению  $C_{i+1} = C_i$ . Допустим,

ошибка  $\eta$  принимает положительные и отрицательные значения с равной вероятностью. Существует также ненулевая вероятность того, что помеха мала по абсолютной величине, т. е.

$$P(\eta[i] > 0) = P(\eta[i] < 0); \quad P(0 < \eta[i] < \varepsilon) > \delta(\varepsilon), \\ P(-\varepsilon < \eta[i] < 0) > \delta(\varepsilon) \quad (6)$$

для всех  $\varepsilon > 0$  и всех  $i_{nt}$ , где  $\delta(\varepsilon)$  — монотонно возрастающая функция, причем  $\delta(\varepsilon)$  при  $\varepsilon > 0$  [1].

По мере приближения к оптимальному значению  $I_{nt}^*$  величина  $\Delta S$  может стать меньше  $\eta$  и алгоритм (4) окажется несходящимся. При невыполнении условия (6) величина  $I_{nt}$  будет совершать постоянные колебания вокруг  $I_{nt}^*$ . Характер этих колебаний определяет величина  $\eta$ . Качественная работа системы возможна лишь при соблюдении условия  $\eta < \Delta S$  (7), либо при снижении чувствительности алгоритма к колебаниям  $\eta$ . Для понижения чувствительности алгоритма введем правило, согласно которому

$$I_{nt+1} = \begin{cases} I_{nt} + \Delta S_{t+1}, & \Delta S_{t+1} > \rho; \\ I_{nt}, & \Delta S_{t+1} < \rho \end{cases} \quad (8)$$

где  $\rho$  — постоянная, зависящая от особенностей процесса. Введенные условия (7) позволяют снизить возможные колебания и повысить стабильность работы системы.

Рассматривая работу системы, следует также учитывать, что измерение  $\Delta S$  в реальном объекте происходит также с ошибкой  $\eta$ . Считаем, что она удовлетворяет условиям (6) и  $M\eta_t = 0$ . В данном случае наилучшая оценка для  $\Delta S$  — среднее арифметическое  $i$  наблюдений [3]:

$$\Delta S_t = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i \Delta S_k = \Delta S_k^* + \frac{1}{i} \eta[k] = \Delta S^*, \quad (9)$$

где  $\Delta S^*$  — искомое значение  $\Delta S$ . С учетом оценки (9) выражение (8) примет вид

$$I_{nt+1} = \begin{cases} I_{nt} + \frac{1}{i+1} \sum_{k=1}^{i+1} \Delta S_k & \Delta S_{i+1} > \rho; \\ I_{nt} & \Delta S_{i+1} < \rho. \end{cases} \quad (10)$$

Применение в качестве алгоритма управления формулы (10) позволяет сгладить колебания  $I_{nt}$  за счет осреднения  $\Delta S_t$ . В реальных устройствах нет необходимости вести суммирование от 1 до  $i+1$ . Можно ограничиться двумя-тремя слагаемыми, так как погрешность  $\eta$ , обусловленная дискретностью измерительного устройства, мала по сравнению с  $\eta$ . Таким образом, использование алгоритмов (8), (10) возможно лишь при выполнении условия (6) и требует определенной точности обработки механизмов, чтобы погрешности, вызванные воздействием случайных помех, не оказывали существенного влияния на работу системы.

Рассмотрим влияние ошибки  $\eta$  на качество работы системы управления, предположив, что  $C$  — стационарная случайная функция. Считая, что величине  $S_0$  соответствует оптимальное значение  $I_n^*$  и подставляя в выражение (1) значение  $S$  из равенства (3), получаем функционал

$$I_1(t) = M \{ (I_n^* - I_t)^2 \} \rightarrow \min, \quad (11)$$

аналогичный по назначению функционалу (1). Обозначим

$$\xi[i] = I_n^* - I_{it} + \eta[i] = \xi^0[i] + \eta[i], \quad (12)$$

где  $\xi^0[i]$  — теоретическое значение погрешности отклонения  $I_{it}$  от  $I_n^*$ . Определим условное математическое ожидание ошибки  $\xi[i+1]$  с учетом  $\eta[i]$ :

$$M \{ \xi^2[i+1] / \xi[i] \} = (\xi^2[i] + \sigma_\eta^2) - 2j[i+1] M \{ (\xi[i] + \eta[i]) [S_0 - I_n^* + (\xi[i] + \eta[i]) + C[i+1]] \} + j^2[i+1] M \{ [S_0 - I_n^* + (\xi[i] + \eta[i]) + C[i+1]]^2 \}, \quad (13)$$

где  $\sigma_\eta^2$  — дисперсия ошибки отработки  $\eta[i]$ . Произведя преобразования, аналогичные выполненным в работе [3], получаем

$$M \{ \xi^2[i+1] \} = M \{ \xi^2[i] + \sigma_\eta^2 \} (1 - 2j[i+1] + j^2[i+1] \sigma_c^2 + j^2[i+1]), \quad (14)$$

где  $\sigma_c^2$  — дисперсия величины  $C$ . Дифференцируя правую часть уравнения (14) по  $j$  и приравнявая ее нулю, имеем

$$j[i+1] = \frac{M \xi^2[i] + \sigma_\eta^2}{M \xi^2[i] + \sigma_\eta^2 + \sigma_c^2}. \quad (15)$$

Подставляя  $j[i]$  в выражение (14), находим

$$M \{ \xi^2[i+1] \} = \frac{(M \{ \xi^2[i] \} + \sigma_\eta^2) \sigma_c^2}{M \{ \xi^2[i] \} + \sigma_\eta^2 + \sigma_c^2}. \quad (16)$$

Учитывая формулы (15), (16) и полагая  $M \{ \xi^2[0] \} = \infty$ , определяем

$$j[i+1] = \frac{1}{i+1 + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_c^2}} \left( 1 + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_c^2} \right); \quad (17)$$

$$M \{ \xi^2[i] \} = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_\eta^2}{i+1 + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_c^2}}. \quad (18)$$

Из анализа выражения (17) видно, что  $j[i+1]$  удовлетворяет условиям сходимости алгоритма [2] при любых значениях  $\sigma_\eta^2$ .

Величина  $\sigma_1^2$  только увеличивает среднеквадратичную ошибку  $M\{\xi^2 [i+1]\}$ . Если на  $N$ -м шаге  $M\{\xi^2 [N]\} < M$ , то  $\sigma_1^2$  должно удовлетворять неравенству

$$\sigma_1^2 < \frac{(\mu N - \sigma_c^2) \sigma_c^2}{\sigma_c^2 - \mu} \quad (19)$$

Данное неравенство накладывает определенные требования на точность отработки действующих механизмов литейной машины. Окончательно с учетом уравнения (2) алгоритм управления примет вид

$$I_{xi+1} = I_{xi} + \frac{1}{i+1+a} (1+a) \Delta S_{i+1}, \quad (20)$$

где  $a = \sigma_1^2 / \sigma_c^2$ .

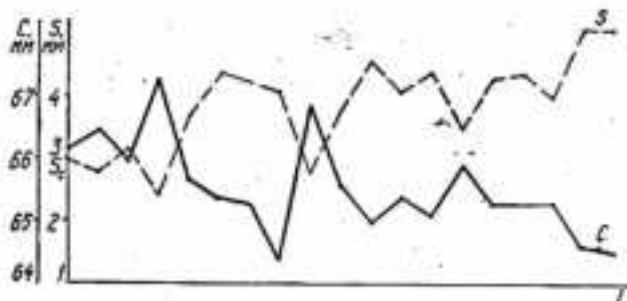


Рис. 1

Испытания, проведенные на реальном объекте (литейная машина с объемом впрыска  $125 \text{ см}^3$ ), показали, что  $\sigma_1 \approx 0,2 \text{ мм}$ , а  $\sigma_c \approx 0,8 \text{ мм}$ . Величина  $\sigma_1$  зависит от качества работы системы управления и машины, в меньшей мере — от колебаний физико-химических свойств перерабатываемых материалов. Значение  $\sigma_2$  определяется в основном колебаниями свойств исходного сырья и частично конструкцией машины. При анализе работы алгоритмов для данной машины величиной  $\sigma_c$  можно пренебречь. На больших машинах (объем впрыска больше  $500 \text{ см}^3$ ) вследствие больших маховых масс величина  $\sigma_1$  может быть сравнима с  $\sigma_c$ , ее необходимо учитывать при построении системы управления. На рис. 1 показано изменение величин  $S$  и  $C$  на литейной машине без коррекции управляющего сигнала. На рис. 2 изображено изменение величины  $S$ , полученное путем моделирования при изменении  $C$  в соответствии с рис. 1. Кривая  $I$  моделирует работу системы согласно алгоритму (20). Применение алгоритма (20) дает лучшие результаты, однако требует более совершенных аппаратных средств. Системы управления, предназначенные для изготовления обычных изделий, могут работать в соответствии с

алгоритмом (10). В системах управления, предназначенных для изготовления технических изделий либо для работы на автоматизированных участках, целесообразно использовать алгоритм (20).



Рис. 2

Список литературы: Калинин Э. Л., Кричевер А. И. Автоматизированные дильные машины в системах управления имп. М., В. и., 1980. 40 с. 2. Цыпкин Я. Э. Адаптивные алгоритмы оптимизации при априорной неопределенности. — Автоматика и телемеханика, 1979, № 6, с. 94—108. 3. Цыпкин Я. Э. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., Наука, 1968. 400 с.

Поступила в редакцию 23.01.82.

УДК 658.012

И. Ш. НЕВЛЮДОВ, канд. техн. наук

### О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ. СООБЩЕНИЕ I

Результаты ряда исследований [1—3] убедительно показывают, что важное значение для технологического управления качеством поверхности изделий и обеспечения требуемых эксплуатационных свойств последних имеет установление количественных зависимостей, которые отображают в комплексе весь процесс обработки и учитывают явление технологической наследственности. Для автоматизации проектирования технологических процессов (ТП) необходимо также построение математических моделей, описывающих основные функциональные связи между технологическими факторами и параметрами качества поверхности и точности изготовления изделий. При этом должны быть приняты во внимание закономерности изменения основных параметров от одной операции к другой. Подобные закономерности описаны в виде коэффициентов технологической наследственности, полученных преобразованием регрессионных зависимостей, найденных методами планирования экстре-

мальных экспериментов [1, 3, 4]. Однако описанные закономерности правомерны лишь для локальных процессов изготовления изделий. Поэтому цель нашей статьи — представить обобщенную математическую модель, которая позволила бы обеспечить стабильное качество изделий на конечной операции за счет установления оптимального набора технологических и входных параметров на всех операциях ТП.

Рассмотрим некоторую технологическую операцию  $\varphi_e$  (рис. 1), состоящую из управляющих технологических, управляемых входных и выходных параметров. Управляющие технологические параметры обозначены через вектор  $\bar{t}_e = \{t_1^e, t_2^e, \dots, t_{r_e}^e\}$ . Используя векторы

$$\bar{y}_{e-1} = \{y_1^{e-1}, y_2^{e-1}, \dots, y_{n_{e-1}}^{e-1}\}, \quad \bar{y}_e = \{y_1^e, y_2^e, \dots, y_{n_e}^e\},$$

покажем соответственно входные и выходные управляемые параметры [5]. Индексы  $n_{e-1}$ ,  $n_e$ ,  $r_e$  отражают зависимость размерностей рассматриваемых векторов от операции, т. е. число входящих и выходящих величин, а также количество технологических параметров, которые могут быть различными и меняться от операции к операции.

Введем пространство технологических параметров  $T_e$ , элементом которого является вектор  $\bar{t}_e = \{t_1^e, \dots, t_{r_e}^e\}$ . Предположим, что технологические параметры для  $e$ -й операции могут принимать

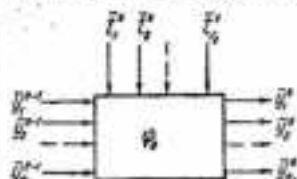


Рис. 1

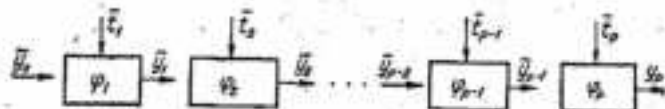


Рис. 2

значения из множества  $D_e \subseteq T_e$ . Конструкция множества  $D_e$  зависит от конкретной технологической операции. В частности,  $D_e$  может быть прямым произведением интервалов  $d_i^e$  по каждой координате:  $D_e = \{d_1^e \times d_2^e \times \dots \times d_{r_e}^e\}$ . Введем также пространство  $Y_{e-1}$ ,  $Y_e$  для входящих в  $e$ -ю операцию и выходящих из нее величин. Предположим, что у нас задано семейство переходных функций  $f_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$ , зависящих от значения технологических параметров  $\bar{t}_e$ . Другими словами, переходная функция  $f_e(\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}, \bar{y}_e)$  моделирует  $e$ -ю технологическую операцию. Пусть имеем некоторый технологический процесс (рис. 2). К переходным функциям  $f_e$ ,  $e = 1, \dots, p$  добавим плотность распределения исходных величин  $f_0(\bar{y}_0)$ . Предположим, что конечные выходные величины  $\bar{y}_p$  должны принадлежать множеству  $R_p \subseteq Y_p$ . В частности, они

могут быть прямым произведением допустимых интервалов отклонения по каждой координате:  $R_p = \{r_1^p \times r_2^p \times \dots \times r_{n_p}^p\}$ .

При фиксированных значениях технологических параметров  $\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_p$  цепочке  $f_0, f_1, \dots, f_p$  задается некоторое вероятностное распределение  $h_p(\bar{y}_p)$ , а именно:

$$h_p = (\bar{y}_p) = \int_{Y_0} \dots \int_{Y_{p-1}} f_0(\bar{y}_0) f_1(\bar{t}_1, \bar{y}_0, \bar{y}_1) \dots \\ \dots f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}, \bar{y}_{p-1}) f_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}, \bar{y}_p) \times \\ \times d\bar{y}_0, d\bar{y}_1 \dots d\bar{y}_{p-1}. \quad (1)$$

Пусть  $A$  — событие, состоящее в том, что конечные выходные величины принадлежат заранее выбранному множеству допустимых отклонений  $R_p$ . Зная распределение  $h_p(\bar{y}_p)$ , можно вычислить вероятность стабильного обеспечения качества изделий (под качеством изделия понимаем комплекс его выходных параметров). Будем считать, что технологический процесс обработки изделий функционирует без изменений. Качество изделия обеспечивается стабильно, если выполняется неравенство  $P(A) \geq 1 - \beta$ , где  $\beta$  — некоторый доверительный уровень, определенный заранее на основе требований к изделию. Методологически используя принцип динамического программирования [6], рассмотрим конечную операцию  $\varphi_p$  и вычислим вероятность стабильного обеспечения качества изделий  $P\{A/\bar{y}_{p-1}\}$  при условии, что входящие в  $p$ -ю операцию значения  $\bar{y}_{p-1}$  заданы:

$$P\{A/\bar{y}_{p-1}\} = \int_{R_p} \dots \int f_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}, \bar{y}_p) d\bar{y}_p.$$

Обозначим полученную функцию через  $\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1})$ . В пространстве  $Y_{p-1}$  рассмотрим множество

$$A_{p-1}^p = \{\bar{y}_{p-1} : \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) \geq 1 - \beta\},$$

т. е. множество значений  $\bar{y}_{p-1}$ , стабильно обеспечивающих качество изделия. Возможны три случая. 1. Даны такие значения технологических параметров, которые никогда стабильно не обеспечивают качество изделия. За возможную ситуацию целиком и полностью «ответственна» операция  $\varphi_p$ . Будем считать, что имеем дело с явлением внутренней технологической наследственности. 2. Качество изделий стабильно обеспечивается при любых значениях входящих величин. Операция  $\varphi_p$  невосприимчива к технологической наследственности. 3. Обозначим через  $h_{p-1}(\bar{y}_{p-1})$  вероятностную меру на  $Y_{p-1}$ , индуцированную при заданных  $\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_{p-1}$  функциями  $f_0(\bar{y}_0), f_1, \dots, f_{p-1}$ . Тогда по аналогии с выражением (1) запишем

$$h_{p-1}(\bar{y}_{p-1}) = \int_{Y_0} \dots \int_{Y_{p-2}} f_0(\bar{y}_0) f_1(\bar{t}_1, \bar{y}_0, \bar{y}_1) \dots$$

$$\dots f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}, \bar{y}_{p-1}) d\bar{y}_0 \dots d\bar{y}_{p-2}. \quad (2)$$

Определим число  $a_p^{t_p}$  в виде разности

$$a_p^{t_p} = \int_A t_p \int h_{p-1}(\bar{y}_{p-1}) \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) d\bar{y}_{p-1}. \quad (3)$$

Если выполняется неравенство  $0 < a_p^{t_p} < 1$ , то имеет место явление внешней технологической наследственности операции  $\varphi_p$  к входящим величинам  $\bar{y}_{p-1}$  и к способу управления технологическим процессом, т. е. к значениям  $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_p$ .

Мерой внешней технологической наследственности полагаем число  $a_p^{t_p}$ . Из разности (3) видно, что чем ближе  $a_p^{t_p}$  к 1, тем меньше возможность обеспечения стабильности качества изделия. Если  $a_p^{t_p} = 1$ , то имеет место внутренняя технологическая наследственность. Тогда операция не в состоянии стабильно обеспечить качество изделия при любых значениях входящих величин. Если  $a_p^{t_p} = 0$ , операция невосприимчива к технологической наследственности. Таким образом, чем меньше внешняя технологическая наследственность, тем больше предпосылок для стабильного обеспечения качества изделия.

До сих пор предполагалось, что значение технологических параметров для всех операций  $\{\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_p\}$  фиксированы заранее. Предположим, что каждое  $\bar{t}_e$  из набора  $\{\bar{t}_1, \bar{t}_e, \dots, \bar{t}_p\}$ , определяющего ход технологического процесса, может изменяться в пределах допустимого множества  $D_e$ . На характер изменения  $\bar{t}_e$  можно налагать различные ограничения, лучше при решении конкретной задачи. В данном случае никаких ограничений на  $\bar{t}_e(\bar{y}_{e-1})$ , кроме непрерывности, накладывать не будем. Тогда  $P\{A\}$ -вероятность стабильного обеспечения качества изделия является функционалом от набора  $\{\bar{t}_1(\bar{y}_0), \bar{t}_2(\bar{y}_1), \dots, \bar{t}_p(\bar{y}_{p-1})\}$ . А именно:

$$Y(\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_p) = P\{A\} = \int_{Y_0 \times Y_1 \times \dots \times Y_{p-1} \times R_p} f_0(\bar{y}_0) f_1(\bar{t}_1(\bar{y}_0), \bar{y}_0, \bar{y}_1) \dots f_p(\bar{t}_p(\bar{y}_{p-1}), \bar{y}_{p-1}, \bar{y}_p) d\bar{y}_0 \dots d\bar{y}_p. \quad (4)$$

Теперь сформулируем основную задачу: среди наборов  $\{\bar{t}_1(\bar{y}_0), \bar{t}_2(\bar{y}_1), \dots, \bar{t}_p(\bar{y}_{p-1})\}$ , составленных из непрерывных функций  $f_e(\bar{y}_{e-1})$ , ( $e = 1, \dots, p$ ), области значений которых принадлежат множествам  $D_e$ , найти оптимальный  $\{\bar{\tau}_1(\bar{y}_0), \dots, \bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1})\}$ , который обеспечивает максимальное качество изделий шах  $Y(\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_p) = Y_{\text{opt}}$ .

Участвующие в выражении (4) переходные функции  $f_e$ , ( $e = 1, \dots, p$ ) зависят только от  $\bar{t}_e, \bar{y}_{e-1}$  и  $\bar{y}_e$ . Это позволяет применить

для решения основной задачи метод динамического программирования. Сущность метода состоит в поиске решения для конечной операции и в дальнейшем последовательном продвижении к начальной операции. Ранее были введены функции  $\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) = -\rho(A/\bar{y}_{p-1})$  и множество  $A_{p-1}^{\rho} = \{\bar{y}_{p-1} : \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) \geq 1 - \beta\}$ .

Для каждого фиксированного значения  $\bar{y}_{p-1}$  найдем такой числовой вектор  $\bar{\tau}_p \in D_p$ , что на нем реализуется наибольшее значение функции  $\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1})$ , которое обозначим через  $\mu_p(\bar{y}_{p-1})$ , т. е.

$$\mu_p(\bar{y}_{p-1}) = \max_{\bar{t}_p} \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) = \lambda_p(\bar{\tau}_p, \bar{y}_{p-1}). \quad (5)$$

Полученная функция  $\bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1})$  — последняя из основного оптимального набора  $\{\bar{\tau}_1(\bar{y}_0), \dots, \bar{\tau}_{p-1}(\bar{y}_{p-2}), \bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1})\}$ .

Рассмотрим множество  $A_{p-1} = \{\bar{y}_{p-1} : \mu_p(\bar{y}_{p-1}) \geq 1 - \beta\}$  значений величин, входящих в  $p$ -ю операцию, при оптимальном выполнении которой стабильно обеспечивается качество изделия. Так как  $\mu_p(\bar{y}_{p-1}) \geq \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1})$ , справедливо соотношение  $A_{p-1} \supseteq A_{p-1}^{\rho}$ , т. е. множество  $A_{p-1}$  содержит в качестве подмножества  $A_{p-1}^{\rho}$ . Следовательно, внешняя технологическая наследственность  $p$ -й операции для данного способа управления процессом  $a_p = 1 - \int \dots \int \times$

$\times h_{p-1}(\bar{y}_{p-1}) \mu_p(\bar{y}_{p-1}) \times d\bar{y}_{p-1}$  удовлетворяет неравенству  $a_p \leq a_p^{\rho}$ . Заметим, что множество  $A_{p-1}$  и функция  $\bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1})$  не зависят от значений технологических факторов  $p$ -й и предыдущей операций.

Обозначим через  $\lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2})$  функцию  $\lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2})$ ,

$$\bar{y}_{p-2} = \int_{Y_{p-1}} \dots \int f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}, \bar{y}_{p-1}) \mu_p(\bar{y}_{p-1}) d\bar{y}_{p-1}. \quad (6)$$

В пространстве  $Y_{p-2}$  рассмотрим множество

$$A_{p-2}^{\rho} = \{\bar{y}_{p-2} : \lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}) \geq 1 - \beta\}.$$

Аналогично выражениям (1), (2) введем в пространство вероятностную меру  $h_{p-2}(\bar{y}_{p-2})$ :

$$h_{p-2}(\bar{y}_{p-2}) = \int_{Y_0 \times Y_1 \times \dots \times Y_{p-3}} f_0(\bar{y}_0) f_1(\bar{t}_1, \bar{y}_0, \bar{y}_1), \dots, f_{p-2}(\bar{t}_{p-2}, \bar{y}_{p-3}, \bar{y}_{p-2}) d\bar{y}_0 \dots d\bar{y}_{p-3}.$$

Определим

$$a_{p-1}^{\rho} = 1 - \int_{A_{p-2}^{\rho}} h_{p-2}(\bar{y}_{p-2}) \lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}) d\bar{y}_{p-2}. \quad (7)$$

Данное число — мера технологической наследственности операций  $\varphi_{p-1}$ ,  $\varphi_p$ , полученной от предыдущих операций  $\varphi_1, \dots, \varphi_{p-1}$ . При

этом конечная операция  $\varphi_p$  выполняется стабильно, если  $a_{p-1}^{p-1} = 0$ . Для каждого фиксированного значения  $\bar{y}_{p-2}$  найдем такой числовой вектор  $\bar{\tau}_{p-1} \in D_{p-1}$ , что на нем реализуется наибольшее значение функции  $\lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2})$ , которое обозначим через  $\mu_{p-1} \times \bar{y}_{p-1}$ , т. е.  $\mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) = \max_{\bar{\tau}_{p-1} \in D_{p-1}} \lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}) = \lambda_{p-1}(\bar{\tau}_{p-1}(\bar{y}_{p-2}), \bar{y}_{p-2})$ .

Полученная функция  $\mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2})$  является предпоследней из искомого оптимального набора  $\{\tau_1(\bar{y}_0), \dots, \tau_{p-1}(\bar{y}_{p-2}), \tau_p(\bar{y}_{p-1})\}$ .

Рассмотрим множество  $A_{p-2} = \{\bar{y}_{p-2} : \mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) \geq 1 - \beta\}$  величин, входящих в  $(p-1)$ -ю операцию, для которых при оптимальном выполнении операции  $\varphi_{p-1}, \varphi_p$  качество изделия обеспечивается стабильно. Для множества  $A_{p-2}$ ,  $A_{p-2}^{p-1}$  справедливо соотношение  $A_{p-2} \supseteq A_{p-2}^{p-1}$ . Поэтому внешняя технологическая наследственность последовательности  $\varphi_{p-1}, \varphi_p$  для данного способа управления процессом  $a_{p-1} = 1 - \int_{A_{p-1}} \dots \int h_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) \mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) d\bar{y}_{p-2}$  удовлетворяет неравенству  $a_{p-1} < a_{p-1}^{p-1}$ . Множество  $A_{p-1}$  и функция  $\bar{\tau}_{p-1}(\bar{y}_{p-1})$  не зависят от значений технологических факторов  $(p-1)$ -й и предыдущих операций.

Таким образом, нами описаны процедура определения оптимального способа управления для конечной операции и метод перехода в решении задачи от последующей операции к предыдущей. В результате имеем основной алгоритм для нахождения оптимального набора.

1. Вычисляем функцию  $\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1})$  по формуле

$$\lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) = \int_{R_p} \dots \int f_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}, \bar{y}_p) d\bar{y}_p. \quad (8)$$

Определяем  $R_p$  функции  $\mu_p(\bar{y}_{p-1})$  и множество  $A_p$  по формулам

$$\mu_p(\bar{y}_{p-1}) = \max_{\bar{\tau}_p \in D_p} \lambda_p(\bar{t}_p, \bar{y}_{p-1}) = \lambda_p(\bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1}), \bar{y}_{p-1}); \quad (9)$$

$$A_p = \{\bar{y}_{p-1} : \mu_p(\bar{y}_{p-1}) \geq 1 - \beta\}. \quad (10)$$

2. Определяем функции  $\lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2})$ ,  $\mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2})$  и множество  $A_{p-1}$  по формулам

$$\lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}) = \int_{V_{p-2}} \dots \int f_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}, \bar{y}_{p-1}) \mu_p(\bar{y}_{p-1}) d\bar{y}_{p-1}; \quad (11)$$

$$\mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) = \max_{\bar{\tau}_{p-1} \in D_{p-1}} \lambda_{p-1}(\bar{t}_{p-1}, \bar{y}_{p-2}) = \lambda_{p-1}(\bar{\tau}_{p-1}(\bar{y}_{p-2}), \bar{y}_{p-2}); \quad (12)$$

$$A_{p-1} = \{\bar{y}_{p-2} : \mu_{p-1}(\bar{y}_{p-2}) \geq 1 - \beta\}. \quad (13)$$

3. Шаг  $k$ -й ( $1 < k < p$ ). Находим функции  $\lambda_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{y}_{p-k})$ ,  $\mu_{p-k+1}(\bar{y}_{p-k})$ , и множество  $A_{p-k+1}$  по формулам

$$\lambda_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{y}_{p-k}) = \int_{Y_{p-k+1}} \dots \int f_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{y}_{p-k}, \bar{y}_{p-k+1}) \times \\ \times \mu_{p-k+2}(\bar{y}_{p-k+1}) d\bar{y}_{p-k+1}; \quad (14)$$

$$\mu_{p-k+1}(\bar{y}_{p-k+1}) = \max_{\bar{t}_{p-k+1} \in D_{p-k+1}} \lambda_{p-k+1}(\bar{t}_{p-k+1}, \bar{y}_{p-k}) = \lambda_{p-k+1}(\bar{\tau}_{p-k+1} \times \\ \times (\bar{y}_{p-k}), \bar{y}_{p-k}; \quad (15)$$

$$A_{p-k+1} = \{\bar{y}_{p-k} : \mu_{p-k+1}(\bar{y}_{p-k}) > 1 - \beta\}. \quad (16)$$

4. Шаг  $(p+1)$ -ый. Определяем значение  $Y_{\text{opt}} = \max Y(\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_p)$  по формуле

$$Y_{\text{opt}} = \int_{Y_0} \dots \int f_0(\bar{y}_0) \mu_1(\bar{y}_0) d\bar{y}_0. \quad (17)$$

Если найдем оптимальный набор  $\{\bar{\tau}_1(\bar{y}_0), \dots, \bar{\tau}_p(\bar{y}_{p-1})\}$ , можно определить числа  $\alpha_k = (k=1, \dots, p)$  — аналоги введенным выше мерам внешней технологической наследственности  $a_k$ , но уже относительно оптимального способа управления технологическим процессом.

Для  $k > 1$ :

$$\alpha_k = 1 - \int_{A_k \times Y_{k-2} \times \dots \times Y_0} [\mu_k(\bar{y}_{k-1}) f_{k-1}(\bar{\tau}_{k-1}(\bar{y}_{k-2}), \bar{y}_{k-2}) \\ \bar{y}_{k-2} \dots f_1(\bar{\tau}_1(\bar{y}_0), \bar{y}_0)] d\bar{y}_{k-1} d\bar{y}_{k-2} \dots d\bar{y}_0. \quad (18)$$

Для  $k=1$ :

$$\alpha_1 = 1 - \int_{A_1} \mu_1(\bar{y}_0) f_0(\bar{y}_0) d\bar{y}_0. \quad (19)$$

Форма записи подынтегрального выражения в (18) свидетельствует, что берутся соответствующие повторные интегралы сначала по множеству  $A_k$ , затем по  $Y_{k-2}$ ,  $Y_{k-3}$  и так вплоть до  $Y_0$  включительно.

Список литературы: 1. Ящерицын П. И., Рыжов Э. В., Аверченко В. И. Технологическая наследственность в машиностроении. — Минск, Наука и техника, 1977. 255 с. 2. Дальский А. Л. Технологическое обеспечение надежности высокооборотных деталей машин. М., Машиностроение, 1975. 224 с. 3. Рыжов Э. В., Аверченко В. И. О возможности управления технологической наследственностью. — Проблемы технологичности конструкций изделий машиностроения, 1974, вып. 2, с. 12—18. 4. Шакало В. В. Моделирование технологических процессов. М., Машиностроение, 1973. 135 с. 5. Неголюдов Н. Ш., Амилосов Е. М., Пташский О. Д. Математическая интерпретация явлений технологической наследственности. — АСУ и приборы автоматки, 1980, вып. 60, с. 96—102. 6. Белая Р. Динамическое программирование и современная теория управления. М., Наука, 1969. 118 с.

Поступила в редакцию 13.03.82

Л. Н. ИВИН, канд. техн. наук

### К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕАКЦИИ УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ НА ВОЗДЕЙСТВИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФАКТОРОВ

Эффективность функционирования системы управления производством в значительной мере зависит от степени ее реакции на воздействие различных факторов. Сущность этой реакции заключается в способности управляющей системы оперативно формировать апостериорную плотность распределения вероятностей контролируемого параметра производственного процесса на основе поступающей из точек контроля информации, а также в наличии апостериорных и априорных данных предшествующего периода функционирования системы и работы производства.

Пусть на вход системы управления поступает сигнал в виде информации  $I_t(R_\gamma)$  о контролируемом параметре производственного процесса при одновременном воздействии возмущающего фактора  $\eta(t)$ . Спектральную плотность этого фактора в целях упрощения математических выкладок будем считать постоянной в интервале контролируемого промежутка времени, измеряемого длительностью производственного цикла  $\Delta t$ , и равной  $N_0$ . Вне контролируемого временного интервала спектральную плотность фактора полагаем равной нулю.

В этом случае информация, поступающая на вход системы управления в момент времени  $t$ , определяется входным сигналом  $I_t(R_\gamma) = I_{t1}(\Delta R) + I_{t2}[\eta(t)]$ , где  $I_{t1}(\Delta R) = I_{t1}(R - R_t)$  — информация об отклонении контролируемого параметра в момент  $t$  от предполагаемого (планируемого)  $R$ ;  $R_t$  — фактическая величина параметра  $R$  в момент  $t$ ;  $I_{t2}[\eta(t)]$  — информация о воздействии на производственный процесс фактора  $\eta$  в момент  $t$ . Совместная плотность распределения вероятностей определяется как  $\omega[I_t \times \times (R_\gamma)] \omega_{R_t}(R_t) = \omega(R_t) = \omega_{R_t}(I_t)$ . Поэтому для искомой плотности распределения вероятностей  $\omega_{R_t}(R_t) = k_1 \omega(R_t) L(R_t)$ , где  $\omega(R_t)$  — априорная плотность распределения вероятностей контролируемого параметра производственного процесса в момент  $t$ ;  $k_1$  — нормирующий коэффициент пропорциональности, не зависящий от значения  $R_t$ ;  $L(R_t) = \omega_{R_t}(I_t)$  — функция правдоподобия при фиксированных значениях  $I_t(R_\gamma)$ .

Формирование функции правдоподобия по существу — основная задача эффективно функционирующей управляющей системы. Такая функция является реакцией на воздействие фактора и входной информации о контролируемом параметре производственного процесса, поскольку остальные операции при образовании  $\omega_{R_t}(R_t)$  можно выполнять уже без обращения к  $I_t(R_\gamma)$ .

Вычисляя функцию правдоподобия  $L(R_d)$ , исходим из того, что равномерная спектральная плотность влияющего фактора  $\chi(t)$  будет сохраняться и при значительном количестве опросов состояния объектов управления на временном интервале, равном длительности производственного цикла. Количество опросов  $\alpha = 1/\Delta t$  при определенном допущении можно рассматривать как частоту собственных колебаний системы управления. Ее состояние и выходные параметры в форме управляющих воздействий на производство изменяются и фиксируются при каждом шаге контроля  $\Delta t$  как конечный результат проведенного опроса. Кроме того, в общем случае на вход управляющей системы может поступать несколько сообщений, в совокупности образующих входную информацию. Поэтому при формировании  $w_{N_d}(R_d)$  систематизированные результаты каждой предыдущей информации условимся рассматривать как априорные для последующей, т. е.  $w_{N_d}(R_d) = k_1 \omega \times \times (R_d) \prod_{i=1}^m L_i(R_d)$ , где  $m$  — количество сообщений.

На основании принятых допущений и в соответствии с теоремой В. А. Котельникова\* реакция системы на воздействие фактора может определяться значениями принимаемых решений по управлению производством, взятыми через интервалы  $a/2$ . Таким образом, в течение контролируемого производственного цикла поступает достаточно большое количество независимых дискретных выборок функции  $\{a_1(t_1), a_2(t_2), a_3(t_3), \dots, a_n(t_n)\}$ , характеризующей производственный цикл  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n \in D_n)$ . Каждая из этих выборок в принципе нормально распределена и имеет дисперсию  $\alpha N_0$ . Совместное распределение вероятностей всех независимых выборок  $a(t)$  выразится так:

$$p(a_1(t_1), a_2(t_2), \dots, a_n(t_n)) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha N_0}}\right)^n e^{-\frac{1}{2\alpha N_0} \sum_{i=1}^n [a_i(t_i)]^2}$$

При увеличении скорости работы производства и, следовательно, частоты опроса точек контроля объекта управления это выражение трансформируется в следующую интегральную форму записи:

$$p(a) = k_2 e^{-\frac{1}{N_0} \int_{D_n} a^2(t) dt} = k_2 e^{-\frac{1}{2N_0} \int_{D_n} |H_{12}(t)|^2 dt}$$

Такая форма записи для распределения вероятностей всех независимых выборок  $a(t)$  позволяет точнее проследить гибкость реагирования управляющей системы на все возможные изменения в состоянии производственного процесса при воздействии фактора

\* Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М., Госэнергоиздат, 1956, с. 122.

$\gamma(t)$ . Подставляя значение  $I_{t2}[\gamma(t)]$  из выражения  $|I_{t2}[\gamma(t)]|^2 = |I_t(R_t) - I_{t1}(\Delta R)|^2$  и внося член, содержащий только  $I_t(R_t)$ , в коэффициент пропорциональности, получаем следующее выражение для функции правдоподобия:

$$L(R_t) = k_2 e^{-\frac{I_2}{N_0}} e^{q(R_t)},$$

где  $I_2 = \frac{1}{2} \int_{D_u} |I_{t1}(\Delta R)|^2 dt$  — общее количество информации о параметре контролируемого производственного процесса, поступающей в управляющую систему. Значение функции  $q(t)$  определяем как

$$q(R_t) = \frac{1}{N_0} \int_{D_u} I_t^*(R_t) I_{t1}(\Delta R) dt.$$

При одинаковых количествах информации, получаемой в процессе опросов, которые связаны с определением контролируемого параметра производственного процесса и в совокупности представляют содержание  $I_2$ , составляющую с  $I_2$  также можно внести в коэффициент пропорциональности.

Следовательно, апостериорная плотность распределения вероятностей контролируемого параметра в результате реакции управляющей системы на воздействие фактора  $\omega_{H11}(R_t) = k\omega(R_t) e^{q(R_t)}$ .

Таким образом, для определения реакции управляющей системы на воздействие возмущающего фактора достаточно найти функцию  $q(R_t)$ , являющуюся мерой взаимной корреляции  $I_t(R_t)$ ,  $I_{t1}(\Delta R)$  для всех значений контролируемого параметра производственного процесса.

При использовании ресурсов (резервов) производства для компенсации воздействия влияющего фактора в функцию описания реакции системы управления следует вводить дополнительную составляющую  $h(R_t) = \frac{1}{N_0} \int_{D_u} I_{t2}^*[\gamma(t)] I_{t1}(\Delta R) dt$ , которая долж-

на представлять собой функцию другого (компенсирующего) влияющего фактора. Эта последняя определяется видом и характером используемых резервов для компенсации воздействия негативного фактора при выработке управляющего алгоритма. В этом случае функция, описывающая реакцию управляющей системы, принимает вид  $q(R_t) = g(R_t) + h(R_t)$ , где  $g(R_t) = \frac{1}{N_0} \int_{D_u} I_{t1}^*(\Delta R) I_{t1} \times$

$\times (\Delta R) dt$  — автокорреляционная функция входной информации  $I_{t1}(\Delta R)$  с максимумом при  $\Delta R = \Delta R_t$ , т. е. когда имеет место одинаковое изменение контролируемого параметра при каждом шаге контроля.

Поступила в редколлегию 04.02.80.

И. В. НЕДИН

**ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ  
СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТИ  
ОБОРУДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОСЕТЕЙ**

Одним из решающих условий эффективного управления работой систем электроснабжения (ЭС) является учет надежности эксплуатируемого оборудования при выработке управляющих решений. Объемы паспортно-статистической информации (ПСИ) об эксплуатируемом в современных ЭС оборудовании значительны — в ПСИ содержатся описание сотен и тысяч единиц разнотипного оборудования, рассчитанного на длительную работу в разнообразных эксплуатационных условиях. При реализации статистического прогнозирования эксплуатационной надежности (СПЭН) одновременно с задачами оценки характеристик статистических моделей надежности приходится решать вопросы оптимального построения необходимой информационной базы и автоматизации переработки данных. Поэтому в статье рассматриваются состав и организации в автоматизированном банке данных (АБД) информационной модели, используемой для реализации задач СПЭН электросетевого оборудования.

Статистическое прогнозирование надежности предусматривает поочередное решение двух взаимосвязанных задач — периодической оценки технического состояния эксплуатируемого оборудования с последующим определением моментов достижения его элементами предельных состояний по численным значениям прогнозируемого параметра (ПП); периодической корректировки характеристик статистических моделей прогнозирующего параметра (СМП) элементов эксплуатируемого оборудования, выполняемой по мере обновления ПСИ.

Использование результатов СПЭН тем эффективнее, чем полнее учтено в СМП влияние конкретных конструктивно-эксплуатационных факторов (КЭФ) на уровень надежности оборудования. Поэтому СМП дифференцирована с учетом элементной структуры оборудования [1]. В качестве ПП могут приниматься различные показатели — параметр потока отказов  $\omega$  [1], среднее время безотказной работы или наработка на отказ  $T_b$  [2] и др. Дифференциация же СМП независимо от вида показателя двумерна и выполняется в вертикальном  $i$  и горизонтальном  $j$  направлениях. Условия дифференциации в каждом направлении различны. В горизонтальном реализуется уточнение каждого уровня СМП посредством введения в модель совокупности факторов, влияющих на показатели надежности. В этом же направлении реализуется учет влияния на точность статистической модели диапазона изменения значений учитываемых факторов.

В таблице указаны четыре наиболее характерных уровня горизонтальной дифференциации.

Первому уровню  $j = 1$  соответствуют среднестатистические (точечные и интервальные) оценки показателей, второму  $j = 2$  — статистическая зависимость показателя от совокупности влияющих КЭФ. Известно [3], что при отклонении значений факториальных показателей в уравнении связи (если статистическая зависимость представляется регрессионными уравнениями) от их средних значений, происходит расширение границ доверительного интервала результативного показателя, что отражается на уровне определенности статистической зависимости. Избежать этого можно, разделив соответствующие выборки ПСИ согласно диапазону изменения факториальных показателей ( $\Pi_{11}, \dots, \Pi_{1m}$ ,  $\Pi_1, \dots, \Pi_m$ ). При этом также предусматривается нахождение среднестатистических оценок и статистических зависимостей (по  $m$  выборкам, соответствующим принятым диапазонам дифференциации  $\Pi_1 \dots \Pi_m$ ), что является содержанием третьего и четвертого уровней дифференциации в горизонтальном направлении.

$i \backslash j$	Уровень дифференциации СМП			
	1-я	2-я	3-я	4-я
1	$\bar{\omega}^1$	$\omega^1 = f(\Pi_{1j})$	$\bar{\omega}^1 = \begin{cases} \bar{\omega}_{11} \\ \dots \\ \bar{\omega}_{m1} \end{cases}$	$\omega^1 = \begin{cases} \omega^1 = f(\Pi_{11}) \\ \dots \\ \omega^1 = f(\Pi_{1m}) \end{cases}$
k	$\bar{\omega}^k$	$\omega^k = f(\Pi_{kj})$	$\bar{\omega}^k = \begin{cases} \bar{\omega}_{k1} \\ \dots \\ \bar{\omega}_{k,m} \end{cases}$	$\omega^k = \begin{cases} \omega^k = f(\Pi_{k1}) \\ \dots \\ \omega^k = f(\Pi_{km}) \end{cases}$

Дифференциация в вертикальном направлении предусматривает группировку ПСИ и характеристик СМП с целью обеспечения корректности учета параметров и условий работы элементов оборудования, а также характеристик нарушения их работоспособности. Имеется ряд КЭФ, которые неоднозначно описывают один и тот же объект из-за его структурной неоднородности. Примером может служить срок эксплуатации воздушной или кабельной линии (ВЛ, КЛ), которая состоит из множества элементов, каждый из которых проработал при заданных эксплуатационных условиях различное время. То же относится и к группировке событий (отказов, вызванных разными причинами), отдельные группы которых можно рассматривать лишь в связи с определенными группами элементов объекта или же в связи с некоторыми его КЭФ общего характера. Поэтому на основании предварительного инженерного анализа соответствия параметров элементов оборудования характеристикам учитываемых

событий устанавливается  $k$  уровней вертикальной дифференциации ПСИ и СМП. При этом первый уровень  $i=1$  наименее подробен и предусматривает учет всех событий в связи с характеристиками, однозначно описывающими объект. Второй уровень предусматривает учет только тех событий, которые можно рассматривать в связи с общими характеристиками объекта независимо от соответствия событиям составляющих элементов. Остальные уровни ( $i=3+k$ ) определяют группировку информации о КЭФ с теми событиями, которые можно рассматривать лишь с соответствующими группами элементов оборудования. Так, отказы концевых муфт КЛ вследствие увлажнения изоляции можно рассматривать одновременно с параметрами концевых муфт. В соответствии с рассмотренными принципами группируется подлежащая обработке ПСИ. Точность характеристик СМП, полученных расчетным путем, должна соответствовать качеству и достоверности располагаемой ПСИ. Поэтому расчет характеристик СМП производится для всех уровней дифференциации с одновременной оценкой доверительных интервалов показателей и их статистических связей, а также энтропии, оценивающей уровень определенности ПСИ по учитываемым КЭФ. Затем из совокупности  $1/k$  окончательно выбирается допустимый уровень дифференциации СМП посредством сопоставления доверительных интервалов с величиной энтропийной ошибки [1]. Этот уровень будет соответствовать качеству располагаемой ПСИ и может быть принят для решения первой из перечисленных выше задач СПЭН.

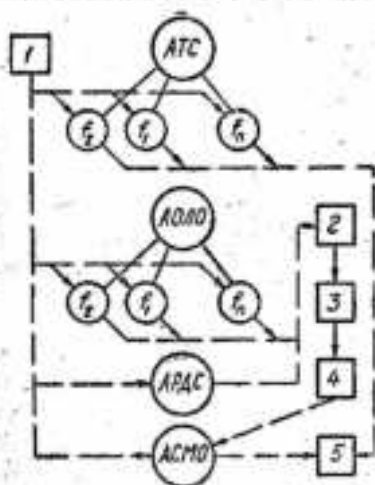
*Описание и условия реализации информационной модели.* В информационной модели отражаются текущее и ретроспективное состояния объекта управления, а также результаты статистической обработки данных о ретроспективном состоянии, представленные характеристиками СМП. Организация содержания информационной модели должна быть удобной для реализации задач СПЭН и осуществления своевременной корректировки данных при изменении параметров оборудования, для дополнения модели новой информацией. Построение информационной модели зависит от принятого принципа дифференциации СМП и ПСИ, а также от характера информации, необходимой для решения отдельных задач СПЭН. Так, при нахождении моментов наступления предельных состояний элементов оборудования требуются лишь характеристики СМП и данные, характеризующие текущее состояние оборудования. При расчете же характеристик СМП, заключающемся в обработке ретроспективных данных, требуется не только информация о текущем состоянии оборудования, но также данные об изменениях его характеристик в течение ретроспективного периода, данные о ликвидированных элементах и событиях, обусловивших изменение параметров.

В результате содержимое информационной модели СПЭН в АБД разделено на архив текущего состояния (АТС), архив описания ликвидированного оборудования (АОЛО), архив ретроспективных данных о событиях (АРДС), вызывающих нарушение его работоспособности, а также АСМП — архив характеристик СМП. Состав и структура каждого из архивов различны. В АТС и АОЛО сосредоточены данные об оборудовании, включающие сведения о параметрах и условиях эксплуатации отдельных элементов (тип, конструкция, условия прокладки или установки, продолжительность работы при данных эксплуатационных условиях и др.), характеризующие каждую единицу эксплуатируемого в СЭС оборудования. Количество составляющих элементов, относящихся к одной единице, не является одинаковым, что усложняет структуру информационных массивов. Предпочтительнее с точки зрения минимизации времени поиска необходимой ПСИ при реализации задач СПЭН ассоциативное представление данных в архивах АТС и АОЛО. Такое представление реализовано в системе накопления и обработки паспортно-статистической информации (СНОПСИ) [5], а также в аналогичной системе анализа статистических данных об автоматических отключениях линий электропередачи, разработанной для ЭВМ третьего поколения.

Информация в файлах распределяется при помощи использованной для создания банка данных информационной системы документ — банк. Описание же входных документов и информационных массивов содержится в описании структуры информации, шаблонах документов и шаблонах записи информации в память ЭВМ [6]. В АРДС также принята группировка информации по ассоциативному принципу. Однако в этом случае можно использовать массивы с постоянной размерностью, так как каждое событие можно охарактеризовать одинаковым количеством признаков, включающих адрес события в АТС, АОЛО (наименование объекта и его элементов), дату, причину, последствия и др. Каждое событие в АРДС должно иметь связь со «своими» единицами оборудования в АТС и АОЛО, которая обеспечивается наименованием объекта с указанием номера или расположения его элементов, связанных с событием. Структура АСМП отражает приведенную в таблице дифференциацию СМП, но в ней предусматривается также место для хранения границ доверительных интервалов оценок результативных показателей, коэффициентов регрессии, факториальных показателей в уравнениях регрессии, а также энтропийных ошибок.

Схема взаимодействий программного обеспечения СПЭН с содержимым перечисленных информационных архивов приведена на рисунке, где 1 — формирование и корректировка информационных архивов; 2 — расчет характеристик СМП (точечных и интервальных); 3 — выбор допустимого уровня дифференциации СМП; 4 —

формирование АСМП по результатам анализа ретроспективных данных;  $f_2, f_1, \dots, f_n$  — общие характеристики оборудования составляющих элементов (1 — n); — направление движения информации или результатов расчета. Время хранения архивов различно и зависит от требуемой точности результатов СПЭН, периодичности и объемов обновления информации в эксплуатационных условиях. Длительность хранения для каждого предприятия энергосистемы должна согласовываться с фактической интенсивностью нарушений в работе оборудования. Объемы и периодичность корректировки дифференцированных по однородным группам элементов оборудования выработок результативных и факторных показателей [4], требуемые для нахождения параметров СМП с заданной степенью точности, также должны согласовываться с фактической интенсивностью обновления ПСИ. Исследования, проведенные при помощи СНОПСИ, находящейся в промышленной эксплуатации в ряде энергосистем, показали, что реализация описанного принципа построения информационной модели СПЭН в ЭВМ позволяет обеспечить элементный учет параметров и условий эксплуатации оборудования при достижении приемлемой для решения инженерных задач точности результатов СПЭН. Удастся также произвести более качественный анализ причин и условий возникновения нарушений работоспособности энергооборудования и осуществить более эффективное управление эксплуатационной надежностью ЭЭС. Для распределительных сетей 6—10 кВ ЭЭС городов при обеспечении надежного учета ПСИ в течение 3—5 лет можно накапливать данные, допускающие применение уточненных методов оценки работы сетей. Корректировку характеристик СМП целесообразно производить ежегодно.



Таким образом, при построении информационной модели СПЭН электросетевого оборудования следует ориентироваться на элементный учет его параметров и условий работы, который, обеспечивая получение качественных данных об эксплуатируемом в электрических сетях ЭЭС оборудовании, позволяет оценивать уровень эксплуатационной надежности с точностью, достаточной для инженерных расчетов.

Список литературы: 1. Недин И. В. К определению уточненной модели надежности элементов системы электроснабжения. — Изв. вузов. Энергетика, 1979, № 4, с. 40—46. 2. Федосенко Р. Я., Мельников А. Я. Эксплуатацион-

ная надежность электрических сетей сельскохозяйственного назначения. М., Энергия, 1977. 320 с. 3. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования. М., Статистика, 1975. 184 с. 4. Недин Н. В. Выбор параметров структурной модели повреждаемости линии электропередачи. — Электрические сети и системы (Львов), 1980, вып. 16, с. 45—52. 5. Недин Н. В. Система накопления и обработки паспортно-статистической информации об оборудовании электросетей. — Механизация и автоматизация управления, 1978, № 3, с. 1—5. 6. Банни Д. В., Олейник Г. Т., Кебало В. С. Моделирование многомерных информационных структур при построении отраслевых АСУ. Моделирование многомерных систем (Таганрог), 1978, вып. 1, с. 152—158.

Поступила в редакцию 29.07.81.

УДК 330.115

Е. Д. ЦЫБУЛЬНИК, Л. А. КИРЕНКО,  
К. Д. КОНОВАЛЕНКО, канд. экон. наук

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА НОРМ РАСХОДА РЕЖУЩЕГО  
ИНСТРУМЕНТА В УСЛОВИЯХ АСУ  
ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ  
ПРОИЗВОДСТВА**

Данная методика приемлема только в условиях решения задачи «Учет движения инструмента в ЦИСе на ЭВМ» с применением регистраторов производства РП-50, установленных в центральном инструментальном складе (ЦИС). Цель методики — определение норм расхода (по каждой позиции) режущего инструмента для предприятия на год. Базой расчета норм служит решение задачи «Учет движения инструмента в ЦИСе», разработанной в условиях АСУ инструментальным производством. Расчет норм расхода режущего инструмента позволяет определить необходимые фонды на покупной инструмент, потребные мощности инструментальных производств для изготовления нормализованного и специального инструмента, размеры оборотных средств на инструмент, хранящийся в центральном инструментальном складе и находящийся в цехах, на рабочих местах, заточке, на ремонте и т. д. Анализ показал, что наиболее приемлем для расчета норм расхода по заводу метод скользящей средневзвешенной четырехчленной (метод прогнозирования). Информация используется за четвертый квартал предшествующего года  $P$  и за три квартала текущего  $P_1, P_2, P_3$ . Расчет выполняется в ноябре месяце каждого года. Для большей точности в расчете определим средневзвешенную норму за три года. На основании расчета годовой нормы вычислим норму расхода инструмента на 1000 нормо-часов и на 1 млн. руб. валового выпуска продукции по себестоимости.

При составлении методики расчета норм расхода покупного и специального инструмента были использованы опыт работы Харьковского института радиоэлектроники по разработке и внедрению задач АСУ ИПЦ на ряде предприятий, инструкция

«Нормирование расхода покупного инструмента для заводов Министерства станкостроительной и инструментальной промышленности СССР» (М., ВНИИ, 1969), методика «Разработка укрупненных норм расхода и потребности в металлообрабатывающем инструменте и технологической оснастке на перспективный период» (М., ВНИИ, 1969). Расход покупного и специального инструмента считали равным выдаче его цехам предприятия за год. Валовой выпуск продукции предприятия определяли по заводской себестоимости, не учитывая стоимости покупных и комплектующих изделий. При этом все движение инструмента (приход и расход) должно фиксироваться на регистраторах производства, установленных в ЦИСе.

Ведомость движения инструмента в ЦИСе нарастающим итогом

№ п/п	Инструмент	Маршрут, марка твердого сплава	Размер	Январь		Февраль		Март		Апрель		Май		Июнь		
				остаток на начало периода	расход	остаток на конец периода	расход	остаток на конец периода	расход	остаток на конец периода	расход	остаток на конец периода	расход	остаток на конец периода		
															8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
										$P_1$					$P_2$	

Примечание. Эта ведомость в задаче «Учет движения инструмента в ЦИСе» печатается в каждом полугодии. Графы (10, 16) дают информацию для расчета норм расхода инструмента.

*Определение норм расхода инструмента на год.* Основанием для расчета норм служит массив «Нраст», сформированный на базе данных ведомости движения покупного (специального) инструмента, находящейся в ЦИСе, по определенной группе (сверла, метчики и т. д.) нарастающим итогом за каждый месяц (таблица). Норма расхода инструмента вычисляется с помощью метода скользящей средневзвешенной четырехчленной по формуле

$$N_{И} = \frac{P_4^0 + 3P_1 + 3P_2 + P_3}{8},$$

где  $N_{И}$  — норма расхода инструмента;  $P_1, P_2, P_3$  — расход инструмента за соответствующий номеру квартал;  $P_4^0$  — расход инструмента за прошлый год. В связи с тем что массив сформирован нарастающим итогом, формула расчета имеет вид

$$N_{И} = \frac{P_4^0 + 3P_1 + 3(P_2 - P_1) + (P_3 - P_2)}{8}.$$

Расчет делается один раз в год в первых числах ноября месяца по данным расхода за четвертый квартал предыдущего года

и первый, второй, третий кварталы текущего. Максимальная норма расхода инструмента определяется на основе использования правила трех сигм. Это значит, что для нормального распределения случайной величины все рассеивание (с точностью до 0,5%) укладывается на участке  $N_{И} \pm 3\sigma$ . На практике даже при относительно небольшом числе слагаемых закон распределения суммы можно приближенно считать нормальным. Полагая, что величина  $N_{И}$  распределена по нормальному закону, Среднеквадратичное отклонение  $\sigma$  находим по формуле

$$\sigma = \frac{\sqrt{(N_{И} - P_4)^2 + (N_{И} - P_1)^2 + (N_{И} - P_2 - P_1)^2 + (N_{И} - P_3 - P_2)^2}}{4}$$

Максимальное значение нормы расхода за один год  $N_{\max} = N_{И} + 3\sigma$ . Расчет возможен при внедрении и эксплуатации комплекса задач «Учет движения инструмента в ЦИСе за год (информация о движении за четыре квартала)». Дальнейшее уточнение усредненной нормы за три года рассчитывается так. Если уточнение производится впервые, нормой служит  $N_{И}$  первого года просчета. Например, расход инструмента (код 2300—0194) за 1979 г.

$$N_{И} = \frac{1550}{1} = 1550 \text{ шт.}$$

При уточнении в следующем году норма — среднеарифметическое результатов за два расчетных года (1979 и 1980 гг.)

$$N_{И} = \frac{1550 + 1600}{2} = 1575 \text{ шт.}$$

Если расчет ведется за три года, норма — среднеарифметическое результатов за три года (1979—1981 гг.):

$$N_{И} = \frac{1550 + 1600 + 1750}{3} = 1633,3 \text{ шт.} \approx 1634 \text{ шт.}$$

В последующем нормы расхода берутся за последние три года (1980, 1981, 1982 и т. д.). После уточнения рассчитываем нормы а) на 1000 нормо-часов работы инструментом по формуле

$$N_{И} = \frac{N_{И} \cdot 1000}{Q},$$

где  $Q$  — количество нормо-часов на программу завода; б) на 1 млн. руб. валового выпуска продукции по формуле

$$N_{И \text{ млн.}} = \frac{N_{И} \cdot 1000000}{C},$$

где  $C$  — валовой выпуск продукции по себестоимости.

*Методика расчета норм расхода инструмента (покупного и собственного изготовления) по цехам.* Цель этого раздела методики — определить нормы расхода режущего инструмента по цехам предприятия за год. Вследствие анализа показателей

на ряде предприятий было решено определять норму расхода инструмента по цехам на основании статистических данных списания его (потребления) за три года. Ежемесячный расход определяем при решении задачи «Учет списания инструмента по цехам по актам дефектации». Расчет нормы расхода режущего инструмента позволяет цеху, а также участкам перейти на хозяйственный расчет. Появляется возможность автоматического контроля за потреблением инструмента. Для решения комплекса задач «Учет движения инструмента в ЦИСе» используются выходные ведомости по каждому цеху о месячном потреблении инструмента. Задача «Учет списания инструмента по цехам и актам дефектации» решается с учетом месячного расхода инструмента в самом производстве. Сравнение значений двух величин по каждой позиции позволяет убедиться в правильности и рациональности его расходования, определить причины перерасхода.

Нормы расхода режущего инструмента по цехам вычисляются на основании массива «Актде» (задача «Учет списания инструмента по цехам на базе актов дефектации»), подготовленного для печати выходной ведомости. Графа «Расход инструмента за декабрь месяц» каждого текущего года отражает списание инструмента по цеху за год и показывает фактический его расход (потребление). Норма расхода инструмента по цеху рассчитывается с помощью формулы

$$N_{\text{нн}} = \sum_{i=1}^3 \frac{P_i}{3},$$

где  $P_i$  — расход инструмента за квартал.

Эти нормы уточняются так. Если расчет производится впервые, нормой служит расход инструмента за истекший год. При расчете в следующем году норма — это среднеарифметическое результатов за два истекших года. Расход инструмента по цехам рассчитывается аналогично.

Значит, данная методика позволяет рассчитать нормы расхода инструмента по каждому типоразмеру в ЦИСе и по цехам предприятия и выявить сверхнормативные запасы инструмента.

*Поступила в редколлегию 28.01.80.*

УДК 510.62

Ю. П. ШАВАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

#### ОБ АЛГЕБРЕ КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА

В статье введены конечные предикаты и алгебраическая система для их формульного описания, называемая алгеброй конечных предикатов  $n$ -го порядка. При  $n = 1$  эта алгебра превращается

в алгебру конечных предикатов первого порядка, описанную в работе [1]. Таким образом, вводимую здесь алгебру  $n$ -го порядка можно рассматривать как обобщение алгебры конечных предикатов. Конечные предикаты  $n$ -го порядка введем с помощью индуктивного определения. Пусть  $M_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  — алфавит букв. Предикатом первого порядка назовем любую функцию вида  $f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1})$  со значениями в множестве  $\{0, 1\}$ , заданную на декартовом произведении  $M_1^{m_1}$ . Предположим, что уже введены предикаты  $(i-1)$ -го порядка, в качестве которых приняты всевозможные функции вида  $f_{i-1}(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}, \dots, x_{i-1, 1}, x_{i-1, 2}, \dots, x_{i-1, m_{i-1}})$  со значениями в множестве  $\{0, 1\}$ , заданные на декартовом произведении  $M_1^{m_1} \times M_2^{m_2} \times \dots \times M_{i-1}^{m_{i-1}}$ . Образует множество  $M_i$  всех предикатов  $f_{i-1}$ . Предикатом  $i$ -го порядка будем считать любую функцию вида

$$f_i(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}, \dots, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im_i})$$

со значениями в множестве  $\{0, 1\}$ , заданную на декартовом произведении  $M_1^{m_1} \times M_2^{m_2} \times \dots \times M_i^{m_i}$ .

Конечным предикатом  $n$ -го порядка назовем любую функцию вида

$$f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}, \dots, x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm_n}) \quad (1)$$

со значениями в множестве  $\{0, 1\}$ , заданную на декартовом произведении  $M_1^{m_1} \times M_2^{m_2} \times \dots \times M_n^{m_n}$ . В том частном случае, когда все аргументы функции  $f$ , кроме  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}$ , фиктивны, функция  $f$  превращается в конечный предикат первого порядка. Таким образом, конечные предикаты первого порядка, рассмотренные в работе [1], можно полагать частным случаем конечных предикатов  $n$ -го порядка. К конечным предикатам первого порядка можно прийти и иным способом, положив в выражении (1)  $n = 1$ . Число элементов  $K_i$  в множестве  $M_i$  определяем по формуле

$$K_i = 2^{(K_1^{m_1} K_2^{m_2} \dots K_{i-1}^{m_{i-1}})}, \quad (2 < i < n). \quad (2)$$

Число  $M(n)$  всех наборов аргументов конечного предиката  $n$ -го порядка

$$M(n) = K_1^{m_1} K_2^{m_2} \dots K_n^{m_n}. \quad (3)$$

Число  $N(n)$  конечных предикатов такого же порядка

$$N(n) = 2^{M(n)} \quad (4)$$

Перейдем теперь к описанию алгебры конечных предикатов, которую для краткости в дальнейшем будем именовать просто конечной алгеброй. Мы вводим целое семейство конечных алгебр,

каждую из которых можно полностью охарактеризовать заданием алфавита букв  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{k_i}\}$  и  $n$  алфавитов переменных

$$\beta_1 = \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m}\}, \quad \beta_2 = \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}\}, \\ \dots, \quad \beta_n = \{x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm_n}\}$$

Набор чисел  $\{k, m_1, m_2, \dots, m_n\}$  назовем типом конечной алгебры. Средствами ее можно записать любой конечный предикат  $n$ -го порядка. Будем считать, что буквы алфавита  $A$ , алфавиты  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  и переменные в этих алфавитах пронумерованы. Введем понятие формулы конечной алгебры. Формулы будем строить, используя следующие символы: буквы  $a_1, a_2, \dots, a_{k_i}$ , переменные  $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nm_n}$ , знаки дизъюнкции  $\vee$ , конъюнкции  $\wedge$ , открывающей и закрывающей скобок  $( )$  и запятой. Понятие формулы определим с помощью следующих правил. 1. Символы 0 и 1 считаем формулами первого порядка. 2. Все выражение вида  $a_r(x_{1s})$ , где индекс  $r$  находится в пределах  $1-k$ , индекс  $s$  — в пределах  $1-m_1$ , называем формулами первого порядка. 3. Если выражения  $A, B$  — суть формулы  $i$ -го порядка, то выражения  $(A \vee B)$  и  $(A \wedge B)$  — формулы  $i$ -го порядка. 4. Если выражение  $A$  есть формула  $(i-1)$ -го порядка, то выражение  $A(x_{1s})$ , где индекс  $s$  находится в пределах  $1-m_1$ , полагаемой формулой  $i$ -го порядка. 5. Все формулы  $n$ -го порядка относим к формулам  $i$ -го порядка. 6. Все формулы  $n$ -го порядка называем формулами конечной алгебры.

Каждую формулу конечной алгебры будем рассматривать как обозначение некоторого предиката  $n$ -го порядка. Закон соответствия между формулами и обозначаемыми ими предикатами определим индуктивно следующими правилами. 1. Формула  $i$ -го порядка 0 — это тождественно ложный предикат  $i$ -го порядка, т. е. предикат, равный 0 для всех наборов значений аргументов. 2. Формула  $i$ -го порядка 1 определяем тождественно истинный предикат  $i$ -го порядка, т. е. предикат, равный 1 для всех наборов значений аргументов. 3. Формула  $i$ -го порядка  $a_r(x_{1s})$  — предикат  $i$ -го порядка, равный 1 для всех наборов значений аргументов, у которых  $x_{1s} = a_r$ , и равный 0 для остальных наборов. 4. Пусть формула  $i$ -го порядка  $A$  — это предикат  $i$ -го порядка  $f$ , а формула  $i$ -го порядка  $B$  — предикат  $i$ -го порядка  $g$ . Тогда формула  $(A \vee B)$  описывает предикат  $i$ -го порядка, равный 0 для всех тех наборов значений аргументов, при которых  $f = 0$  и  $g = 0$ , и равный 1 — для всех остальных наборов; формула  $(A \wedge B)$  обозначает предикат  $i$ -го порядка, равный 1 для всех тех наборов значений аргументов, при которых  $f = 1$  и  $g = 1$ , равный 0 — для остальных наборов. 5. Формула  $i$ -го порядка  $A(x_{1s})$ , где  $j < i$  описывает предикат  $i$ -го порядка, равный 1 для всех тех наборов значений аргументов, у которых  $x_{1s} = A$  и равный 0 для остальных наборов.

Порядок формул можно определить с помощью следующих правил: 1) если формула  $i$ -го порядка имеет вид  $(A \vee B)$  или

$(A \wedge B)$ , то  $A$  и  $B$  — формулы  $i$ -го порядка; 2) если формула имеет вид  $A(x_{i+1})$ , где  $i \geq 1$ , то  $A$  — формула  $(i-1)$ -го порядка. При этом буквы алфавита  $A$  для единообразия условно считаем формулами нулевого порядка. Предикат  $(A \vee B)$  будем называть дизъюнкцией или логической суммой, а предикат  $(A \wedge B)$  — конъюнкцией или логическим произведением предикатов  $A$  и  $B$ . Функцию, которая ставит в соответствие любым предикатам  $A$  и  $B$  одинакового порядка предикат  $(A \vee B)$  того же порядка, назовем операцией дизъюнкции или логического сложения. Аналогично функцию, которая ставит в соответствие произвольным предикатам  $A$  и  $B$  одинакового порядка предикат  $(A \wedge B)$  того же порядка, назовем операцией конъюнкции или логического умножения. Операции дизъюнкции и конъюнкции будем называть элементарными операциями конечной алгебры.

Каждую формулу  $i$ -го порядка  $A(x_{j+1})$  удобно условно рассматривать как одноместный предикат  $i$ -го порядка, зависящий только от переменной  $x_{j+1}$  и определяемый следующим образом:

$$A(x_{j+1}) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_{j+1} = A; \\ 0, & \text{если } x_{j+1} \neq A. \end{cases} \quad (5)$$

Предикат  $A(x_{j+1})$  как бы «узнает» один единственный предикат  $A$  среди всевозможных предикатов  $(j-1)$ -го порядка. Поэтому его и назовем предикатом узнавания предиката  $A$  или просто узнаванием предиката  $A$ , зависящим от переменной  $x_{j+1}$ . При  $j=1$  приходим к введенному нами ранее узнаванию буквы [2]. Действуя на различные узнавания предикатов операциями дизъюнкции и конъюнкции — многократно и в различном порядке — получаем различные предикаты. Всевозможные узнавания предикатов будем считать элементарными предикатами конечной алгебры. Совокупность элементарных операций и элементарных предикатов образует базис конечной алгебры. Рассмотрим пример. Пусть конечная алгебра имеет второй порядок ( $n=2$ ). Ее алфавит содержит два знака  $A = \{0, 1\}$ . Полагаем, что  $m_1 = m_2 = 1$ . Это значит, что в рассматриваемой конечной алгебре имеется одна переменная первого порядка (обозначена буквой  $x$ ) и одна переменная второго порядка (обозначена буквой  $X$ ). Предикаты  $f(x, X)$  двуместные. Область изменения переменной  $x$  есть множество  $\{0, 1\}$ . Она содержит  $K_1 = 2$  элемента. Область изменения переменной  $X$  содержит согласно формуле (2)

$$K_2 = 2 \binom{m_1}{1} = 2^{2^1} = 4$$

элемента. Ими являются предикаты первого порядка  $0, 1, 0(x), 1(x)$ . Число всевозможных наборов  $(x, X)$  значений аргументов предикатов  $f(x, X)$  в этой алгебре согласно формуле (3)

$$M(n) = K_1^{m_1} K_2^{m_2} = 2^1 \cdot 4^1 = 8.$$

Это наборы  $(0, 0), (0, 1), (0, 0(x)), (0, 1(x)), (1, 0), (1, 1), (1, 0(x))$ .

(1, 1(x)). Число всех различных предикатов в рассматриваемой алгебре определяется по формуле (4):  $N(n) = 2^{M(n)} = 2^8 = 256$ . Запишем формулу для одного предиката из этого числа

$$((1(x)(X) \vee (0(x) \wedge 0(x)(X))) \vee (1(x) \wedge 1(X))). \quad (a)$$

Сначала строим формулы первого порядка: 1 — по первому правилу, 0(x), 1(x) — по второму. Затем строим формулы второго порядка: 1(x)(X), 1(X), 0(x)(X) — по четвертому правилу, 0(x) — по пятому, формулы

$$(0(x) \wedge 0(x)(X)), \quad (1(x) \wedge 1(X)), \\ (1(x)(X) \vee (0(x) \wedge 0(x)(X)))$$

и формулу (a) — по третьему правилу. Недостаток этих формул — их неоправданная громоздкость. Это хорошо видно на приведенном примере. Недостаток компенсируется сокращенной записью формул. При переходе от полной записи к сокращенной будем опускать внешние скобки, т. е. формулы  $(A \vee B)$  и  $(A \wedge B)$  запишем как  $A \vee B$  и  $A \wedge B$ . Далее, узнавания предикатов запишем в более удобной форме

$$A(x_{js}) = x_{js}^A. \quad (б)$$

Выражение  $A$  в этой записи назовем показателем узнавания предикатов. Наконец, знак конъюнкции в сокращенных записях формул заменим точкой или же вовсе опустим:  $A \wedge B = A \cdot B = AB$ . Кроме того, опустим все скобки, наличие которых не обязательно для правильного понимания смысла формулы. Если скобки, регулирующие порядок выполнения действий, в сокращенной записи формулы не указаны, то вначале будем выполнять операции конъюнкции и лишь затем — операции дизъюнкции. Например, запись  $A \vee B \wedge C$  следует понимать как формулу  $A \vee (B \wedge C)$ . Операцию конъюнкции считаем старшей по отношению к операции дизъюнкции. При отсутствии скобок в формуле условимся первой из однотипных выполнять ту операцию, знак которой стоит в формуле левее, например  $A \vee B \vee C = (A \vee B) \vee C$ ,  $A \wedge B \wedge C = (A \wedge B) \wedge C$ . Принятые нами правила таковы, что при необходимости всегда можно от сокращенной записи перейти к полной. Применяя только что рассмотренные способы сокращенной записи, формулу  $a$  можно представить в более компактном и удобном для чтения виде:

$$X^x \vee x^0 X^{x^0} \vee x^1 X^1. \quad (б)$$

От формулы всегда можно перейти к таблице обозначаемого формулой предиката. Значение предиката можно вычислить для всевозможных наборов значений аргументов. Вычислим, к примеру, значения предиката  $f(x, X)$ , представленного формулой (б), для наборов значений аргументов  $(0, x^1)$  и  $(1, 0)$ :

$$f(0, x^1) = (x^1)^x \vee 0^0 (x^1)^0 \vee 0^1 (x^1)^1 = 1 \vee 1 \cdot 0 \vee 0 \cdot 0 = 1;$$

$$f(1, 0) = (0)^{0^0} \vee 1^0 (0)^{0^0} \vee 1^1 (0)^1 = 0 \vee 0 \cdot 0 \vee 1 \cdot 0 = 0.$$

Аналогичные вычисления приводят к таблице предиката.

Подстановка значений переменной  $x$  в формуле (6) не производится в показателях упоминаний предикатов, так как показатели отражают вид упоминания предиката. Переменная при этом если и используется, то лишь как средство для записи некоторого фиксированного предиката первого порядка. Здесь переменная  $x$  не выполняет роли аргумента предиката  $f$ . Такое двойное употребление одного и того же знака  $x$  в формулах конечной алгебры вполне правомерно. Оно не может привести к каким-либо недоразумениям.

Тем не менее, для удобства оперирования формулами мы будем избегать такой синонимии знаков. Используем различные (но вместе с тем родственные) обозначения для одних и тех же переменных, фигурирующих в формуле в разных ролях. С учетом этого предикат (6) можно, например, записать как

$$f(x, X) = X^{0^x} \vee x^0 X^{0^x} \vee x^1 X^1. \quad (в)$$

При переходе к формуле (в) переменная  $x$  в формуле (6) всюду заменена на переменную  $\xi$ . Подстановка значений переменной  $x$  теперь может производиться чисто механически.

Рассмотрим теперь вопрос о том, полна ли введенная нами конечная алгебра, т. е. для каждого ли конечного предиката  $n$ -го порядка найдется обозначающая его формула. Оказывается, что конечная алгебра полна. Действительно, тождественно ложный предикат можно записать в виде формулы 0. Предикат

$$f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}, \dots, x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm_n}),$$

принимая значение 1 только на одном наборе значений аргументов

$$\{\sigma_{11}, \sigma_{12}, \dots, \sigma_{1m_1}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, \dots, \sigma_{2m_2}, \dots, \sigma_{n1}, \sigma_{n2}, \dots, \sigma_{nm_n}\},$$

можно представить формулой

$$x_{11}^{\sigma_{11}} x_{12}^{\sigma_{12}} \dots x_{1m_1}^{\sigma_{1m_1}} x_{21}^{\sigma_{21}} x_{22}^{\sigma_{22}} \dots x_{2m_2}^{\sigma_{2m_2}} \dots x_{n1}^{\sigma_{n1}} x_{n2}^{\sigma_{n2}} \dots x_{nm_n}^{\sigma_{nm_n}}.$$

Предикат, принимающий значение 1 на произвольных наборах

$$\{\sigma_{111}, \sigma_{121}, \dots, \sigma_{1m_11}, \sigma_{211}, \sigma_{221}, \dots, \sigma_{2m_21}, \dots, \sigma_{n11}, \sigma_{n21}, \dots, \sigma_{nm_n1}\};$$

$$\{\sigma_{112}, \sigma_{122}, \dots, \sigma_{1m_12}, \sigma_{212}, \sigma_{222}, \dots, \sigma_{2m_22}, \sigma_{n12}, \sigma_{n22}, \dots, \sigma_{nm_n2}\};$$

$$\dots$$

$$\{\sigma_{11p}, \sigma_{12p}, \dots, \sigma_{1m_1p}, \sigma_{21p}, \sigma_{22p}, \dots, \sigma_{n1p}, \sigma_{n2p}, \dots, \sigma_{nm_n p}\},$$

описывает формула

$$\begin{aligned}
 & x_{11}^{a_1 11} x_{12}^{a_2 12} \dots x_{1m_1}^{a_1 m_1 1} x_{21}^{a_2 21} \dots x_{2m_2}^{a_2 m_2 1} \dots x_{a_1 1}^{a_1 n 1} x_{a_2 2}^{a_2 n 2} \dots x_{n m_n}^{a_n m_n n} \vee \\
 & \vee x_{11}^{a_1 12} x_{12}^{a_2 12} \dots x_{1m_1}^{a_1 m_1 2} x_{21}^{a_2 22} x_{22}^{a_2 22} \dots x_{2m_2}^{a_2 m_2 2} \dots x_{a_1 1}^{a_1 n 2} x_{a_2 2}^{a_2 n 2} \dots \\
 & \dots x_{n m_n}^{a_n m_n 2} \vee \dots \vee x_{11}^{a_1 1p} x_{12}^{a_2 1p} \dots x_{1m_1}^{a_1 m_1 p} x_{21}^{a_2 2p} x_{22}^{a_2 2p} \dots \\
 & \dots x_{2m_2}^{a_2 m_2 2} \dots x_{a_1 1}^{a_1 n p} x_{a_2 2}^{a_2 n p} \dots x_{n m_n}^{a_n m_n p}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, любой конечный предикат  $n$ -го порядка можно передать на языке конечной алгебры. Конечная алгебра не только полна, но в некотором смысле избыточна. Так, введенная в нее первым и пятым правилами формула (1) для записи произвольных предикатов не понадобилась. Обозначаемый формулой (1) тождественно истинный предикат можно выразить с помощью других средств конечной алгебры, например, в форме  $x_{11}^{a_1 1} \vee x_{12}^{a_2 1} \vee \dots \vee x_{1 m_1}^{a_1 m_1}$ . Если  $k_1 > 2$ , т. е. когда алфавит  $A$  содержит по крайней мере две буквы  $a_1, a_2$ , можно обойтись и без формулы 0: тождественно ложный предикат можно передать, например, в виде формулы  $x_{11}^{a_1} x_{12}^{a_2}$ . Исключим из определения формулы конечной алгебры первое правило, вводящее формулы 0 и 1. Предположим также, что  $k_1 > 2$ , и посмотрим, можно ли в этих условиях еще более упростить определение формулы при сохранении полноты алгебры. Оказывается, что при наших предположениях конечная алгебра несократима в том смысле, что любые дальнейшие сокращения в оставшихся правилах образования ее формул ведут к исполноте данной алгебры. Действительно, исключим из числа формул одно из выражений  $A(x_i)$ , где  $1 < i < n$ ,  $1 < s < m_i$  вводимых вторым, четвертым и пятым правилами. Тогда формулу для обозначения предиката, дающего 1 во всех наборах аргументов, где  $x_i = A$ , и 0 — на остальных наборах, нельзя образовать. Если же исключим операцию дизъюнкции, вводимую третьим и пятым правилами, то станет невозможным представить в виде формулы тождественно истинный предикат. Исключая знак конъюнкции, вводимый третьим и пятым правилами, мы не сможем затем представить в виде формулы тождественно ложный предикат.

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. О теории интеллекта.— Проблемы биологии, 1979, вып. 22, с. 142. 2. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. О формулах алгебры конечных предикатов.— АСУ и приборы автоматики, 1980, вып. 53, с. 132.

Поступила в редакцию 09.12.81.

В. А. РУСТИНОВ

**ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ  
КОМБИНАЦИОННОГО ТИПА НА ОСНОВЕ  
СИГНАТУРНОГО АНАЛИЗА. СООБЩЕНИЕ 1**

Увеличение степени интеграции схемотехнической базы современных вычислительных систем создало сложную проблему их ремонта. Значительные трудности связаны с поиском дефектов в типовых элементах замены (ТЭЗ). Существующие методы дешифрации результатов диагностирования [1] имеют два основных недостатка. Во-первых, алгоритм поиска дефектов строится на формальном описании объекта диагностирования с использованием закона функционирования в исправном и неисправном виде. Для цифрового устройства, состоящего из нескольких десятков средних интегральных схем (СИС) с сотнями входов и выходов, получить такое описание — сложная задача. Во-вторых, процедуры диагностирования основаны на анализе реакций объекта для каждого тестового набора. Так, длина теста для реального ТЭЗ может достигать сотен и тысяч двоичных наборов. Такой объем информации создает значительные трудности при дешифрации результатов диагностирования.

Применение сигнатурного анализа (СА) [2] предполагает определение технического состояния объекта на основе анализа реакций цифрового устройства после прохождения всех тестовых наборов. Данный метод позволяет эффективно и с высокой достоверностью сжимать двоичные последовательности большой длины в четырехразрядный шестнадцатиричный код — сигнатуру и путем сравнения эталонных и экспериментальных сигнатур производить поиск дефектов. Осуществлять диагностирование цифровых ЭВМ, состоящих из большого количества различных ТЭЗ, только с помощью СА экономически нецелесообразно, так как это приводит к значительным временным и аппаратным затратам [3]. Поэтому для диагностирования цифровых устройств предлагается объединить детерминированную генерацию тестов и СА. Такое сочетание обеспечит более широкие возможности, чем любой, отдельно взятый метод.

Для реализации предложенного сочетания необходимо, во-первых, сформулировать требования к свойствам тестов и на их основе выбрать метод генерации последних; во-вторых, определить модель поведения объекта, необходимую при дешифрации результатов диагностирования. Полученные результаты распространены на комбинационные схемы, построенные на СИС. Будем считать, что отказ объекта диагностирования обусловлен возникновением одиночных константных дефектов логического типа. Не определяемые в статье понятия заимствованы из монографии [1].

Для генерации тестов необходимо использовать такой метод, который обеспечил бы выполнение следующего требования. Любой дефект должен быть проявлен и транспортирован от места возникновения к внешним выходам по всем возможным путям, образованным структурой объекта диагностирования. Реализация такого требования даст возможность сигнатурному анализатору зарегистрировать дефект на максимально возможном и однозначно определенном структурой объекта количестве внутренних и внешних контрольных точек. Рассмотренный в работе [4] Д-метод удовлетворяет такому требованию. Суть Д-метода заключается в том, что строятся пары двоичных наборов — Д-векторы, проверяющие исправность всех логических путей в схеме. Предполагается, что тест, включающий Д-векторы, активизирующие все одномерные, а при необходимости и многомерные пути, будет полным проверяющим для избыточной комбинационной схемы. С целью уменьшения исходной информации Д-метод позволяет использовать лишь однократные Д-покрытия, т. е. такие, которые содержат только одномерные Д-кубы.

Существующие методы диагностирования на основе СА [2, 3] имеют ряд существенных недостатков. Во-вторых, алгоритм поиска дефектов создается разработчиком на базе его интуитивных знаний об объекте, что не позволяет автоматизировать процесс. Во-вторых, возможность диагностирования цифровых устройств сигнатурным анализатором предполагает введение дополнительных аппаратных затрат, что увеличивает срок разработки и стоимость изделия. В-третьих, необходимость приспособления цифровых устройств к СА на этапе проектирования исключает возможность использования его для существующих изделий. Преодоление указанных недостатков требует разработки формальных методов построения алгоритмов диагностирования на основе СА. Так как СА предполагает в качестве результатов проверки оценки типа «в норме — не в норме», то для описания дискретных объектов автором предложена модифицированная логическая модель МЛМ.

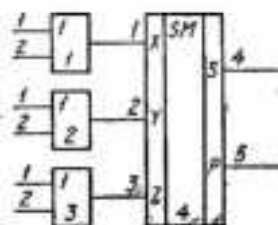
В исследовании [1] при построении логической модели непрерывных объектов в качестве средств описания использован аппарат булевой алгебры. Однако с его помощью описать дискретный объект в терминах логической модели нельзя. Для задания же дискретного объекта логической моделью необходимо описывать причинно-следственные связи между его координатами, используя логические высказывания: вход (выход) компонента находится в исправном состоянии; через исправный вход (выход) компонента транспортируется дефект и на входе (выходе) компонента постоянно присутствует логическая единица и ноль.

Таким математическим аппаратом, позволяющим оперировать булевым и  $k$ -значным описанием процессов преобразования инфор-



Переберем сочетания значений (наборы) переменных  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n$ , соответствующие его исправному состоянию и возникновению одиночных дефектов. Каждому набору переменных поставим в соответствие одно из четырех значений  $j$ -го выхода  $r$ -го компонента, заданное на алфавите  $A$ . Это отношение подставим в виде алфавитного оператора

$$F_{rj} = G_1(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n).$$



Символ  $F_{rj}$  назовем функцией проявления дефектов (ФПД)  $r$ -го компонента по  $j$ -му выходу. Наборам переменных  $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_n$ , соответствующих возможным сигналам одиночных дефектов, транспортируемых через исправный  $r$ -й компонент, где  $n$  — количество его входов ( $q = \overline{1, n}$ ), поставим в соответствие значение  $j$ -го выхода  $r$ -го компонента, заданное на алфавите  $A$ . Это отношение представим в виде алфавитного оператора

де-алфавитного оператора

$$P_{rj} = G_2(x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_n).$$

Символ  $P_{rj}$  назовем функцией транспортирования дефектов (ФТД)  $r$ -го компонента по  $j$ -му выходу. Для ФПД и ФТД справедливы равенства:  $F_{rj}^a \vee F_{rj}^b \vee F_{rj}^c \vee F_{rj}^d = 1$ ;  $P_{rj}^a \vee P_{rj}^b \vee P_{rj}^c \vee P_{rj}^d = 1$ .

Исходная информация при задании алфавитных операторов  $G_1$  и  $G_2$  — вырожденные и  $D$ -покрытия компонентов. Задание алфавитных операторов  $G_1, G_2$  основано на двух утверждениях.

**Утверждение 1.** Дефект, эквивалентная ему логическая единица или ноль, имеющие место на входе компонента, обнаруживаются на его выходах в результате действия  $D$ -куба, активизирующего данный вход, а также вследствие разрушения условий активизации других  $D$ -кубов из  $D$ -покрытия.

**Утверждение 2.** Дефект, эквивалентная ему логическая единица или ноль, имеющие место на входе компонента, обнаруживаются на его выходах, либо на некотором подмножестве  $D$ -кубов из  $D$ -покрытия, либо на всем множестве ( $= 1, = 0$ ).

В табл. 1 представлено одно из возможных однократных  $D$ -покрытий сумматора, входящего в состав фрагмента цифрового устройства, изображенного на рисунке. Вырожденное покрытие сумматора достаточно просто получить из его таблицы истинности. Вырожденное и  $D$ -покрытие элемента 2 ИЛИ ввиду своей тривиальности не приведены. Табл. 2—5 содержит задание алфавитных операторов  $G_1$  и  $G_2$  для элемента 2 ИЛИ и сумматора соответственно.

Алфавитные операторы  $G_1, G_2$ , заданные в табличной форме, могут быть описаны в явной форме системами уравнений вида (1). Эти уравнения — аналитическое представление подмно-

жесть эквивалентных дефектов компонента объекта диагностирования. Каждое подмножество эквивалентных дефектов обозначим символом  $e_{r\sigma}$ , где  $\sigma$  — количество подмножества, принадлежащих множеству дефектов  $r$ -го компонента.

Таблица 1

1	2	3	4	5
$D$	0	0	$D$	0
1	$D$	0	$\bar{D}$	$D$
1	0	$D$	$\bar{D}$	$D$

Таблица 2

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$F_{r3}$
1	a	a	1
a	1	a	1
a	a	1	1
0	a	a	0
a	0	a	0
a	a	0	0
a	a	a	a

Таблица 3

$x_1$	$x_2$	$F_{r3}$
1	a	1
a	1	1
0	a	0
a	0	0
a	a	a

Таблица 4

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$F_{r4}$	$F_{r5}$
1	a	a	a	a	a	a
a	1	a	a	a	a	a
a	a	1	a	a	a	a
a	a	a	1	a	a	a
0	a	a	a	1	a	a
a	0	a	a	a	a	a
a	a	0	a	a	a	a
a	a	a	0	a	0	0
a	0	a	a	0	a	0
a	a	a	a	0	a	0

Таблица 5

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$F_{r4}$	$F_{r5}$
1	a	a	a	a
a	1	a	a	a
a	a	1	a	a
0	a	a	0	0
a	0	a	a	a
a	a	0	a	a
a	a	a	a	a

Системами уравнений (2)—(5) описаны алфавитные операторы  $G_1$  и  $G_2$  элементы 2 ИЛИ и сумматора соответственно:

$$x_1^1 x_2^0 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^1 \vee x_1^1 x_2^1 x_3^0 = F_{r3}^1, e_{r1}; (x_1^0 x_2^0 \vee x_1^1 x_2^0) x_3^0 = F_{r3}^0, e_{r2};$$

$$x_1^1 x_2^0 x_3^0 = F_{r3}^0, e_{r3}; x_1^1 x_2^1 x_3^0 = F_{r3}^0, e_{r4}; \quad (2)$$

$$(x_1^0 \vee x_1^1) x_2^0 \vee (x_2^0 \vee x_2^1) x_1^0 = P_{r3}^1; x_1^1 x_2^0 \vee x_1^0 x_2^1 = P_{r3}^1; x_1^1 x_2^1 = P_{r3}^2. \quad (3)$$

$$x_1^1 x_2^0 x_3^1 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r1}; (x_1^1 x_2^1 \vee x_1^0 x_2^0 \vee x_1^1 x_2^0) x_3^0 x_4^0 x_5^0 \vee (x_3^1 \vee$$

$$\vee x_3^0) \wedge x_1^1 x_2^0 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r2}; x_1^1 x_2^0 x_3^1 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r3};$$

$$x_1^1 x_2^0 x_3^0 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r4}; x_1^1 x_2^0 x_3^0 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r5};$$

$$x_1^1 x_2^0 x_3^0 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r6}; x_1^1 x_2^0 x_3^1 x_4^0 x_5^0 = F_{r4}^0 \wedge F_{r5}^0, e_{r7}. \quad (4)$$

$$(x_2^1 \vee x_2^0 \vee x_2^0) x_1^1 x_3^1 \vee (x_3^1 \vee x_3^0 \vee x_3^0) x_1^1 x_2^1 \vee x_1^1 x_2^0 x_3^0 = P_{r4}^0 \wedge P_{r5}^0;$$

$$(x_1^1 \vee x_1^1) x_2^0 x_3^0 = P_{r4}^0 \wedge P_{r5}^0; x_1^1 x_2^0 x_3^1 = P_{r4}^0 \wedge P_{r5}^0. \quad (5)$$

Для получения МЛМ дискретного объекта каждый его  $r$ -й компонент заменяем  $t_r$ -блоками. А каждый блок в общем случае имеет несколько выходов и существенные для данных выходов входы.

**Определение.** Существенным относительно  $j$ -го выхода назовем  $q$ -й вход  $r$ -го компонента, если для  $n$ -местного предиката  $f(x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_n, P_{rj}) = \bigwedge (a_i) x_1^{a_i} x_2^{a_i} \dots x_q^{a_i} \dots x_n^{a_i} P_{rj}$  выполняется условие  $f(x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_n, P_{rj}) = 0$ .

Блоки МЛМ будем обозначать символами  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ , где  $h = \sum_r^N t_r$ . Каждому исходному компоненту соответствует подмножество блоков МЛМ из множества  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ . МЛМ объекта, изображенного на рисунке, совпадает с его функциональной схемой, т. е. каждому  $r$ -му компоненту соответствует  $Q_r$  блок. МЛМ-правильная логическая модель [1].

**Список литературы:** 1. Основы технической диагностики. / Под ред. П. П. Пархоменко, М., Энергия, 1976, 463 с. 2. Смирнов Н. Н., Стручков А. А., Судовцев В. А. Диагностика неисправностей в цифровой радиоаппаратуре на БИС. — Зарубеж. радиоэлектроника, 1979, № 1, с. 23—26. 3. Кириянов К. Г., Соловьевик Э. Б. К проектированию РЭА, ориентированной на диагностику сигнальным анализом. — В кн.: Техника средств связи. Сер. Радиоизмерительная техника. Вып. 1. М., 1980, с. 9—84. 4. Немченко В. П. Разработка и исследование модификации Д-алгоритма построения тестов диагностирования цифровых устройств. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Харьков, 1981. 26 с. 5. Шабонов-Кушаренко Ю. П. О теории интеллекта. — Проблемы бионики, 1977, вып. 22, с. 15—22.

Поступила в редакцию 09. 12.81.

УДК 681.142

Г. П. НИКОЛЕНКО, канд. техн. наук, А. А. РОСЬ  
С. Н. ОГОРОДНОВ

#### ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФОРМАЛИЗОВАННОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ В ПАМЯТИ ЭВМ

Решению задач управления сложными системами на базе аксиоматической теории среды, сформулированной на формализованном языке, с применением процедуры автоматического доказательства теорем для вывода последовательности действий, обеспечивающих достижение заданной целевой установки, уделяется все больше внимания [1—3]. Непосредственное применение языка исчисления предикатов первого порядка затруднено в связи с необходимостью описания причинно-следственных зависимостей между явлениями внешней среды, а также изменений в состоянии среды. Чтобы преодолеть эти трудности, в работе предложен проблемно-ориентированный язык для описания динамических процессов, логической основой которого является язык многосортного исчисления предикатов первого

порядка, дополненный вводимыми по определению операторами модальной и временной логики. Значение истинности всякой формулы, записанной на проблемно-ориентированном языке (ПОЯ), зависит от сложившейся ситуации  $\alpha$  и момента времени  $t$ . Если обозначить правильно построенную формулу (ППФ) через  $p$ , то  $p(\alpha, t)$  — значение истинности формулы  $p$  в ситуации в момент времени  $t$ .

Оператор	Определение оператора	Семантика оператора	Обозначение
$M \uparrow p$	$\exists (\alpha, t) [C(\alpha_0, \alpha, t_0, t) \wedge p \times \times (\alpha, t)]$	Возможно в будущем $p$ (достижима такая ситуация, в которой $p$ истинно)	$MF$
$M \downarrow p$	$\exists (\alpha, t) [C(\alpha, \alpha_0, t, t_0) \wedge p \times \times (\alpha, t)]$	Возможно было $p$ (могла существовать ситуация, в которой достижима $\alpha_0$ и $p$ истинно)	$MP$
$L \uparrow p$	$\forall (\alpha, t) [C(\alpha_0, \alpha, t_0, t) \rightarrow p \times \times (\alpha, t)]$	Необходимо будет $p$ (в любой достижимой ситуации $p$ истинно)	$LF$
$L \downarrow p$	$\forall (\alpha, t) [C(\alpha, \alpha_0, t, t_0) \rightarrow p \times \times (\alpha, t)]$	Необходимо было $p$ (в любой ситуации, когда достижима $\alpha_0$ , $p$ истинно)	$LP$
$M_t \uparrow p$	$\exists (\alpha, t) [R(\alpha_0, \alpha, t_0, t) \wedge (t > t_0) \wedge p(\alpha, t)]$	В некоторый момент времени $p$ будет истинно	$MFT$
$M_t \downarrow p$	$\exists (\alpha, t) [R(\alpha, \alpha_0, t, t_0) \wedge (t < t_0) \wedge p(\alpha, t)]$	В некоторый момент $p$ было истинно	$MPT$
$L_t \uparrow p$	$\forall (\alpha, t) [R(\alpha_0, \alpha, t_0, t) \wedge (t > t_0) \rightarrow p(\alpha, t)]$	Всегда будет истинно $p$	$LFT$
$L_t \downarrow p$	$\forall (\alpha, t) [R(\alpha, \alpha_0, t, t_0) \wedge (t < t_0) \rightarrow p(\alpha, t)]$	Всегда было истинно $p$	$LPT$
$Mp$	$\exists (\alpha, t) p(\alpha, t)$	Возможно $p$	$M$
$Lp$	$\forall (\alpha, t) p(\alpha, t)$	Необходимо $p$	$L$

Для описания возможностей системы управления по изменению состояния среды в ПОЯ введены модальные и временные операторы, определение которых приведено в таблице, где  $C(\alpha_0, \alpha, t_0, t)$  — вспомогательный предикат, принимающий значение «истина», если система располагает действиями, позволяющими из начальной ситуации  $\alpha_0$  в момент времени  $t_0$  перейти к ситуации  $\alpha$  в момент  $t$ ;  $R(\alpha, \beta, t_1, t_2)$  — вспомогательный предикат, принимающий значение «истина», если переход из ситуации  $\alpha$  в момент времени  $t_1$  в ситуацию  $\beta$  в момент времени  $t_2$  произошел в прошлом или планируется в будущем. Процесс вывода последовательности целенаправленных действий системы, вытекающих из аксиоматической теории среды и описания состояния среды в виде ППФ, осуществляется процедурой автоматического доказательства теорем. Как показано в работе [5], для успешного вывода логических следствий все множество ППФ целесообразно представить в стандартном виде — в форме предложений (дизъюнктов). Преобразование исходных ППФ в совокупность предложений выполняется транслятором,

Для облегчения реализации ПОЯ на ЭВМ необходимо формализовать его структуру. В последней графе таблицы показано представление модальных и временных операторов в памяти ЭВМ. В обозначениях операторов стрелке, направленной вверх, ставится в соответствие буква  $F$  (future), а стрелке, направленной вниз, — буква  $P$  (past). Индексной букве  $t$ , являющейся принадлежностью временного оператора, соответствует буква  $T$ , которая ставится на последнем месте.

Для облегчения синтаксического разбора выражений ПОЯ операторы выделяются разделителем — Все выражения ПОЯ являются правильно построенными формулами. Определение ППФ, используемое в математической логике [6], расширено в связи с введением в ПОЯ операторов модальной и временной логики:

$$\text{ППФ} ::= \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{имя предиката} \rangle (\langle \text{аргумент} \rangle [, \\ \langle \text{аргумент} \rangle \dots] \dots); \\ \sim \langle \text{ППФ} \rangle; \\ \langle \text{ППФ} \rangle; \\ \langle \text{ППФ} \rangle \otimes \langle \text{ППФ} \rangle; \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{ВСЕ} \\ \text{СУЩ} \end{array} \right\} (\langle \text{аргумент} \rangle [, \\ \langle \text{аргумент} \rangle ] \dots) \text{ППФ}; \\ \sim 0 \text{— ППФ}; \end{array} \right\}$$

где  $0 ::= M | L | MF | LF | MP | LP | MFT | LFT | MPT | LPT$ ;  $\otimes ::= \rightarrow | \vee | \wedge$ .

В приведенном определении ППФ слова ВСЕ и СУЩ соответствуют кванторам общности  $\forall$  и существования  $\exists$  языка исчисления предикатов, а  $\langle \text{имя предиката} \rangle$  и  $\langle \text{аргумент} \rangle$  представляют собой строки символов, длиной не более шести элементов, на первом месте в которых должна быть буква. Процесс преобразования исходных выражений начинается с замены слов ВСЕ и СУЩ соответствующими кодами, что необходимо для экономии памяти. Следующий этап — интерпретация модальных и временных операторов в соответствии с их определениями. При этом буквы  $\alpha$ ,  $t$  заменяются соответственно  $A$ ,  $T$ , что связано с возможностью представления информации в ЭВМ. Предикат  $(t > t_0)$  записывается в виде  $> (T, T_0)$ .

Особенность интерпретации модальных операторов, вытекающая из их определений, — зависимость формулы  $p$  от переменных  $\alpha$  и  $t$ . Это обстоятельство усложняет процесс подстановки определений вместо операторов в связи с необходимостью включения их в качестве аргументов всех литералов формулы  $p$ . При интерпретации модальных операторов необходимо учитывать, что один оператор может находиться в области действия другого. Последовательность ситуаций  $\alpha$  во времени учитывается в предикатах  $S(\dots)$  и  $R(\dots)$  путем их нумерации ( $\alpha_1, \alpha_2, \dots, t_1, t_2, \dots$ ). Дальнейшие преобразования осуществляются по схеме, описанной в работе [5]. На первом шаге из ППФ исключаются знаки

$\rightarrow$  и  $\approx$ , что достигается многократным применением правил преобразования:  $A \rightarrow B$  в  $\sim A \vee B$ ;  $A \approx B$  в  $(A \vee \sim B) \wedge (\sim A \vee B)$ .

На следующем шаге осуществляется сужение области действия знаков отрицания до одного предиката. Это достигается многократным применением следующих правил: формула  $\sim \forall(x)A$  преобразуется в  $\exists(x)\sim A$ ;  $\sim \exists(x)A$  в  $\forall(x)\sim A$ ;  $\sim(A \wedge B)$  в  $\sim A \vee \sim B$ ;  $\sim(A \vee B)$  в  $\sim A \wedge \sim B$ .

Перед исключением кванторов существования производится локализация области действия кванторов, что необходимо для уменьшения размерности функций Сколема. Сказанное можно проиллюстрировать на следующем примере. Исходная формула  $\forall(x)\exists(y)\forall(z)\exists(u)(P(x, y) \vee Q(z, u))$  (1). Бескванторная ее форма  $P(x, f_1(x)) \vee Q(z, f_2(x, z))$  (2), где  $f_1(x)$ ,  $f_2(x, z)$  — функции Сколема. Пресобразуем выражение (1), локализовав область действия кванторов  $\forall(x)\exists(y)P(x, y) \vee \forall(z)\exists(u)Q(z, u)$  (3). В этом случае бескванторная запись выглядит так:  $P(x, f_1(x)) \vee Q(z, f_2(z))$  (4). Из примера видно, что после локализации области действия кванторов возможно уменьшение числа аргументов во вводимых функциях Сколема. Локализация области действия кванторов осуществляется путем многократного применения правил преобразования: если  $x$  входит только в  $A$ , то формула  $\Gamma(x)(A * B)$  преобразуется в  $\Gamma(x)A * B$ , а формула  $\Gamma(x)(B * A)$  — в  $B * \Gamma(x)A$  (символом  $\Gamma$  обозначен квантор общности или существования, знаком  $*$  — пропозициональная связка  $\vee$  или  $\wedge$ ); если  $x$  входит в формулы  $A$  и  $B$  одновременно, то применяются следующие правила:  $\forall(x)(A \wedge B)$  преобразуется в  $\forall(x)A \wedge \forall(x)B$ ;  $\exists(x)(A \vee B)$  — в  $\exists(x)A \vee \exists(x)B$ .

Во избежание возможной коллизии переменных производится их стандартизация, т. е. замена имен переменных таким образом, чтобы каждый квантор имел свою собственную переменную. На пример, выражение  $\forall(x)P(x) \rightarrow \exists(x)Q(x)$  в результате стандартизации превращается в  $\forall(x)P(x) \rightarrow \exists(y)Q(y)$ . В описываемом трансляторе к имени переменной, подлежащей замене, дописывается справа уменьшенный на единицу порядковый номер квантора, в области действия которого она находится. Приведенная выше формула при таком способе стандартизации переменных примет вид  $\forall(x)P(x) \rightarrow \exists(x1)Q(x1)$ .

Функции Сколема в трансляторе формируются так. Определяются области действия всех кванторов общности, затем выявляются переменные, связанные квантором существования, находящимися в области действия квантора общности. Каждой переменной ставится в соответствие функция Сколема. Ее именем является имя данной переменной, а в качестве аргументов выступают переменные, связанные квантором общности, в области действия которого находится данный квантор существования. На первом месте в имени функции Сколема ставится символ  $\forall$  — ее отличительный признак. Сказанное проиллюстрируем на примере. Выражение

$\exists(x) \forall(y) (P(x, y) \vee \forall(z) \exists(u) \forall(v) \exists(w) Q(x, y, z, u, v, w))$  по описанным выше правилам преобразуется в  $P(\bigcup x, y) \vee Q(\bigcup x, y, z, \bigcup u(z, y), v, \bigcup w(y, z, v))$ . На следующем шаге выражение преобразуется в конъюнктивную нормальную форму (КНФ). Это преобразование производится путем многократного применения правил преобразования:  $A \vee (B \wedge C)$  приводится к виду  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ ;  $(B \wedge C) \vee A$  — к  $(B \vee A) \wedge (C \vee A)$ .

После того как все выражения, составляющие аксиоматическую модель среды, подверглись описанным выше преобразованиям, формируется множество предложений. Для этого каждое предложение представляется дизъюнктами, записываемыми отдельно. С целью уменьшения размерности аксиоматической модели, из множества предложений удаляются повторяющиеся дизъюнкты. Чтобы найти одинаковые предложения, выражения располагают в лексикографическом порядке по определенным правилам. Более короткие выражения предшествуют длинным. Имена предикатов с большим количеством символов предшествуют тем, где символов меньше. При равных размерностях предикаты упорядочиваются в алфавитном порядке предикатных букв. Описанный транслятор программно реализован на языке PL/I. Загрузочный модуль транслятора занимает порядка 80 кбайт оперативной памяти.

**Список литературы:** *Интегральные работы.* М., Мир, 1973. Вып. 1. 421 с. 2. *Интегральные работы.* М., Мир., Вып. 2. 528 с. 3. *Попов Э. В., Фурдман Г. Р.* Алгоритмические основы интеллектуальных роботов и искусственного интеллекта. М., Наука, 1976. 455 с. 4. *Ярушев В.Е.* О формализованной модели для планирования действий управляемых объектов в динамической среде — Проблемы бионики, 1982, вып. 29, с. 88—95. 5. *Loveland D.* Automated Theorem Proving: A Logical Basis — North—Holland publishing Company, 1978. — 406 p. 6. *Нойков П. С.* Элементы математической логики. М., Физматгиз, 1959. 400 с.

Поступила в редколлегию 25.02.81.

УДК 519.873

А. Р. ГОЛУБЦОВ

#### ОЦЕНКА ОБЪЕМА КОНТРОЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ ПРИ РАЗБИЕНИИ СЕТИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ АВТОМАТОВ НА ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Под сетью элементарных автоматов понимаем нерегулярную цифровую структуру, а под элементарным автоматом — элемент памяти с входным логическим преобразователем. Для таких структур чаще всего применяют методы аппаратного контроля, учитывающие особенности самих структур. Они требуют небольших затрат, но обладают невысокой обнаруживающей способностью. Иногда возникает необходимость использования более эффективных методов контроля нерегулярных структур.

Их теоретические основы подробно разработаны в литературе [1—3]. Они базируются на сопоставлении подмножества состояний контрольного и контролируемого автоматов и позволяют обнаруживать ошибку заданной кратности в такте ее возникновения. Однако целесообразность применения указанных методов для нерегулярных структур конечных автоматов, на которые они ориентированы, не обоснована, что ограничивает их практическое использование.

При синтезе нерегулярных цифровых структур с аппаратурным контролем возникает задача разбиения их на объекты. Может существовать большое количество неравноценных вариантов. Центральным вопросом является определение оптимального количества элементарных автоматов, которое необходимо объединить в одном объекте контроля. Ниже предложен способ определения оптимального разбиения сети элементарных автоматов на объекты контроля по критерию минимума объема контрольной аппаратуры. Пусть задана сеть элементарных автоматов [4]

$$N = (Z \{S_i = (Q_i, Z_i \delta_i)\}, \{f_i\}, \{\psi_i\}),$$

где  $Z$  — входной алфавит сети;  $S_i$  — множество элементарных автоматов сети,  $i = \overline{1, n}$ ;  $Q = I$  — множество состояний автомата  $S_i$ ;  $Z_i$  — входной алфавит элементарного автомата  $S_i$ , причем

$$Z_i = \begin{cases} Z_i' \times Z & \text{при } Z_i' \neq \emptyset, \\ Z_i' & \text{при } Z_i' = \emptyset; \end{cases}$$

$Z_i'$  — внутренний входной алфавит  $S_i$ ;  $Z_i''$  — внешний входной алфавит  $S_i$ ;  $\delta_i: Q_i \times Z_i \rightarrow Q_i$  — функция переходов;  $\{f_i: (x_i Q_i) \rightarrow Z_i, \xi = \overline{1, n}$  — множество функций соединения;  $\{\psi_i: Z \rightarrow Z_i\}$  — множество входных функций.

Решение поставленной задачи выполним при следующих допущениях: сеть элементарных автоматов можно разбивать на объекты контроля произвольным способом: в каждом объекте контроля содержится одинаковое количество элементарных автоматов  $k$ ; на множестве состояний объекта контроля отсутствуют СП-разбиения; аппаратурный контроль осуществляется методом, изложенным в работе [3]. В соответствии со сделанными допущениями можно записать

$$V_k = l \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} V_{ankj} + \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} V_{ankj} + \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} V_{y_{ajk}} \quad (1)$$

где  $V_k$  — объем контрольной аппаратуры в логических элементах;  $l$  — количество логических элементов эквивалентных по объему аппаратуры одному элементу памяти;  $n$  — общее количество элементарных автоматов в сети;  $\lfloor \frac{n}{k} \rfloor$  — округленное в большую сто-

рону число  $\frac{n}{k}$ ;  $V_{\text{анк}j}$  — количество элементов памяти  $j$ -го контрольного автомата;  $V_{\text{лел}}$  — количество логических элементов, содержащихся в узле сопоставления автомата  $A_j$ .

Пусть  $P_j$  — количество подмножеств разбиения на множеств состояний объекта контроля  $A_j$ . Тогда

$$V_{\text{анк}j} = \lceil \log P_j \rceil. \quad (2)$$

Получим расчетные соотношения для  $V_{\text{анк}j}$  при следующих допущениях: функции возбуждения элементов памяти контрольных автоматов являются кратчайшими ДНФ; в качестве элементов памяти контрольных автоматов выбраны ( $R-S$ )-триггеры; выходы контрольных автоматов не связаны со входами их логических преобразователей;

При таких допущениях

$$V_{\text{анк}j} = 2V_{\text{анк}j} (l_{kj}(f) + 1), \quad (3)$$

где  $l_{kj}(f)$  — длина кратчайшей ДНФ для функций возбуждения элементов памяти контрольного автомата  $A_{kj}$ . Она удовлетворяет условиям [5]:

$$\frac{2^{n_j^* - 2}}{n_j^*} \leq l_{kj}(f) < \frac{2^{n_j^*}}{\log n_j^*}, \quad (4)$$

где  $n_j^*$  — количество переменных в СДНФ функций переходов элементов памяти  $j$ -го контрольного автомата  $A_{kj}$ .

По аналогии  $V_{\text{лел}j} = l_{kj}(f)$ ;

$$\frac{2^{n_j^* - 2}}{n_j^*} \leq l_{kj}(f) \leq \frac{2^{n_j^*}}{\log n_j^*}, \quad (5)$$

где  $n_j^*$  — количество переменных в СДНФ, реализующей сигнал ошибки. Следовательно,

$$n_j^* = \sum_{\zeta=1}^k v_{\zeta} + v_j + k, \quad (6)$$

где  $v_{\zeta}$  — количество элементов памяти  $\zeta$ -го объекта контроля, с выхода которых сигналы поступают на вход  $j$ -го объекта контроля;  $v_j$  — количество булевых переменных во внешнем входном алфавите  $j$ -го объекта контроля  $z_j = \sum_{i=1}^d Z_{ij}$ ;  $d$  — количество объектов контроля, образованных разбиением сети автоматов  $N$ . Значит,

$$n_j^* = \lceil \log P_j \rceil + k. \quad (7)$$

Подставляя формулы (2)–(7) в формулу (1), получаем окончательное выражение для оценки объема контрольной аппара-

туры системы контроля сети элементарных автоматов. Для нижней границы  $l_k(f)$  имеем

$$V_{kb} = l \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \lfloor \log P_j \rfloor + 2 \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \frac{\lfloor \log P_j \rfloor \cdot \left( 2 \sum_{c=j}^n v_c^* + v_j^* + k - 2 + 1 \right)}{\sum_{c=j}^n v_c^* + v_j^* + k} + \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \frac{2 \lfloor \log P_j \rfloor + k - 2}{\lfloor \log P_j \rfloor + k} \quad (8)$$

Аналогично для верхней границы

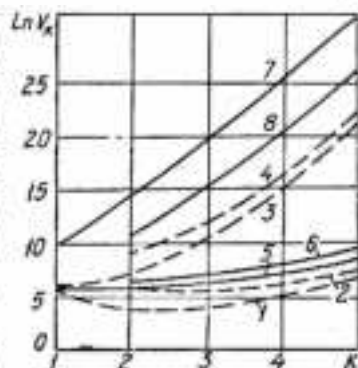
$$V_{kb} = l \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \lfloor \log P_j \rfloor + 2 \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \times \frac{\lfloor \log P_j \rfloor \cdot \left( 2 \sum_{c=j}^n v_c^* + v_j^* + k + 1 \right)}{\log \left( \sum_{c=j}^n v_c^* + v_j^* + k \right)} + \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor} \frac{2 \lfloor \log P_j \rfloor + k}{\log (\lfloor \log P_j \rfloor + k)} \quad (9)$$

Формулы (8), (9) позволяют сравнивать различные варианты разбиения сети  $N$  на объекты контроля по количеству контрольной аппаратуры, однако требуют большого объема вычислений. Исследуем формулы (8), (9) на минимум при  $P_j = P$ . На рисунке показано изменение  $V_{kb} = f(k)$  и  $V_{kb} = f(k)$  при  $P = 2, 4$ ,  $n = 30$ ,  $l = 5$ . Значение  $v_j = \sum_{c=j}^n v_c^* + v_c^*$  для

каждого варианта разбиения цифровой структуры на объекты контроля формировалось датчиком случайных чисел, распределенных по равномерному закону. Графики рисунка построены для двух диапазонов:  $v_j = k + 2k$ ,  $v_j = 5k + 10k$ .

Анализ полученных зависимостей показывает, что с увеличением параметров  $k$ ,  $P$ ,  $v_j$  количество элементарных автоматов в одном объекте контроля, при котором достигается минимум функций (8), (9), стремится к  $\lfloor \log P \rfloor$ .

Таким образом, в случае принятых допущений наиболее целесообразен для нерегулярных цифровых структур контроль дубли-



рованием; при контроле методом, изложенным в работе [3], возможно достижение минимума объема контрольной аппаратуры, если  $k > |\log P|$  для малых значений  $P, v_i$ . Требуемый объем контрольной аппаратуры меньше, чем при контроле дублированием.

Список литературы: 1. Данилов В. В., Колесов Н. В., Щербиков Н. С. К вопросу о построении обобщенной модели аппаратного контроля автоматов. — В кн.: Проблемы надежности систем управления. К., Наук. думка, 1973, с. 171—177. 2. Данилов В. В., Колесов Н. В., Подкопайев Б. П. Алгебраическая модель аппаратного контроля автоматов. — Автоматика и телемеханика, 1975, № 6, 118—125. 3. Метасякин А. А., Рябуха Н. Д. Синтез контрольного автомата методом расширения входных наборов. — Автоматика и вычислительная техника, 1978, № 1, с. 22—24. 4. Баранов С. И. Синтез микропрограммных автоматов. Л., Энергия, 1979, с. 60—62. 5. Васильев Ю. Л., Ветухновский Ф. Я., Глазголев В. В. и др. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / Под ред. Яблонского С. В. и Лупанова О. В. М., Наука, 1974, с. 140—144.

Поступила в редакцию 04.02.81.

УДК 681.323

А. Л. ЛИТВИНОВ, канд. техн. наук

#### АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ БЛОКА ПРИЕМА ЧИСЛО-ИМПУЛЬСНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В современных автоматических и автоматизированных системах управления особо важна организация рационального сопряжения вычислительного комплекса с объектом управления, что осуществляется специальным устройством связи с объектом (УСО). К УСО предъявляется ряд требований. Одно из них — минимум затрат машинного времени центрального процессора (ЦП) на обмен информацией. Подсистемой УСО является блок приема число-импульсной (БП ЧИМ) информации, поступающей по  $n$  линиям связи. Каждый импульс несет информацию об определенном приращении измеряемой величины по соответствующему каналу связи. При высоких частотах поступления информации ее непосредственный ввод в центральный процессор для обработки нецелесообразен из-за значительных затрат времени ЦП. Поэтому в БП ЧИМ необходимо предусмотреть накопление поступающих импульсов на счетчиках по каждому каналу. Съем данных с БЧ ЧИМ можно осуществить по инициативе процессора (после съема информации счетчик сбрасывается) и по инициативе блока приема при заполнении счетчиков ЧИМ до определенного уровня или при их переполнении. В процессор поступает сигнал прерывания, по которому необходимо принять и обработать очередную порцию информации. Съем информации со счетчиков по прерыванию и их сброс выполняет процессор, как правило, сразу же после принятия сигнала прерывания. Особенно когда сигнал свидетель-

ствуует о переполнении какого-нибудь счетчика. Если же сигнал прерывания поступает при заполнении счетчика до определенного уровня, процессор может задержать съём информации (бывает программу нельзя прерывать в данный момент).

Съём информации по инициативе центрального процессора происходит в цикле управления. Съём же информации по инициативе блока приема ЧИМ, то есть по запросам от счетчиков, осуществляется асинхронно по отношению к циклу управления. Поэтому желательно, чтобы таких запросов было меньше. Обозначим через  $F$  суммарную частоту прерываний, поступающих от счетчиков БП ЧИМ. Тогда  $F$  можно считать критерием эффективности функционирования блока приема число-импульсной информации.



Рис. 1

Для исследования функционирования блока приема ЧИМ предположим следующее. Сигнал прерывания поступает в центральный процессор при заполнении  $i$ -го счетчика,  $i = \overline{1, n}$  на  $q$  импульсов; разрядность  $i$ -го счетчика  $m_i$ , а его емкость  $W_i = 2^{m_i} - 1$  импульсов. Вероятность того, что процессор сразу же осуществит съём информации с  $i$ -го счетчика при поступлении от него сигнала прерывания  $a_i$ . Поток импульсов, поступающих по  $i$ -му каналу, случаен и описывается экспоненциальной функцией распределения с параметром  $f_i$ , где  $f_i$  — средняя частота поступления импульсов по  $i$ -му каналу.

Процесс съёма информации по запросам центрального процессора в цикле управления (до наступления сигнала прерывания) случаен, описывается экспоненциальной функцией с параметром  $\mu_i$ , где  $\mu_i$  — средняя частота опроса  $i$ -го счетчика число-импульсной информации в цикле управления. Съём информации с  $i$ -го счетчика после выдачи им сигнала прерывания с задержкой на случайное время  $\xi$  осуществляется с вероятностью  $1 - a_i$  (эта вероятность мала). Случайное время  $\xi$  подчинено экспоненциальному распределению со средним значением  $1/\nu_i$ . Исследуем вначале процесс функционирования одного,  $i$ -го счетчика приема число-импульсной информации. Граф случайного процесса состояний и переходов для него изображен на рис. 1, где под записью  $|j\rangle$ ,  $j = \overline{0, W_i}$  понимается состояние счетчика, когда в нем находится  $j$  импульсов, стационарная вероятность этого  $p_j$ ,  $j = \overline{0, W_i}$ . Составив и решив систему уравнений по графу состояний, можно определить такие характеристики процесса приема

и обработки число-импульсной информации [1]: вероятность отсутствия импульсов в  $i$ -м счетчике

$$p_0 = \left\{ 1 + \frac{f_i}{\nu_i} \left[ 1 - \left( \frac{f_i}{f_i + \nu_i} \right)^{q_i} \right] + \frac{(1 - a_i)^{q_i + 1}}{(f_i + \nu_i)^{q_i}} \left[ 1 - \left( \frac{f_i}{f_i + \nu_i} \right)^{W_i - q_i - 1} \right] + \frac{(1 - a_i) f_i^{W_i}}{(f_i + \nu_i)^{q_i} (f_i + \nu_i)^{W_i - q_i - 1}} \right\}^{-1};$$

вероятность потери информации по  $i$ -му счетчику

$$p_{W_i} = \frac{(1 - a_i) f_i^{W_i}}{\nu_i (f_i + \nu_i)^{q_i} (f_i + \nu_i)^{W_i - q_i - 1}} p_0.$$

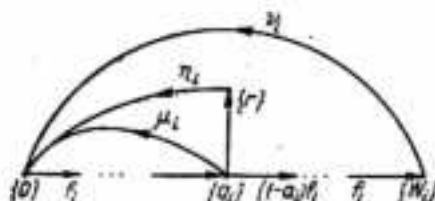


Рис. 2

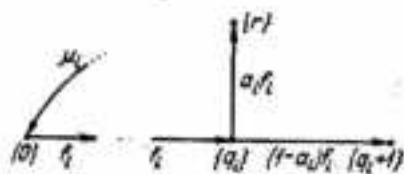


Рис. 3

С помощью последнего выражения можно выбрать разрядность счетчика, частоту его опроса, чтобы вероятность потери информации была в заданных пределах. Важной характеристикой функционирования  $i$ -го счетчика является среднее время между выдачами им сигналов прерывания в центральный процессор  $T_i$ . Для определения  $T_i$  несколько изменим граф на рис. 1, введя новое состояние  $\{r\}$  и обозначив интенсивность перехода из состояния  $\{r\}$  в  $\{0\}$  —  $\eta$  (рис. 2). Граф на рис. 2 эквивалентен графу на рис. 1, если  $\eta = \infty$ .

В состояние  $\{r\}$  можно попасть только по сигналу прерывания от счетчика. Обозначим через время  $T_i^*$  среднее время между прерываниями с учетом введенного состояния  $\{r\}$ . При  $\eta \rightarrow \infty$   $T_i^* \rightarrow T_i$ . Время  $T_i^*$  состоит из среднего времени блуждания случайного процесса по состояниям  $\{0\}, \{1\}, \dots, \{q_i\}$  —  $L_i^*$ , из среднего времени блуждания случайного процесса по состояниям  $\{q_i + 1\}, \{q_i + 2\}, \dots, \{W_i\}$  —  $N_i^*$  и среднего времени нахождения случайного процесса в состоянии  $\{r\}$  —  $R_i^*$ , т. е.  $T_i^* = L_i^* + N_i^* + R_i^*$ . Для нахождения  $L_i^*$  воспользуемся методикой, изложенной в работе [2]. Для этого преобразуем граф рис. 2 в представленный на рис. 3, т. е. выделим состояния  $\{r\}, \{q_i + 1\}$  и сделаем их замкнутыми. Окрестностью состояний  $\{r\}, \{q_i + 1\}$  является состояние  $\{0\}$ . Начальные условия  $p_0(0) = 1$ .

В соответствии с данными работы [2] плотность вероятности  $U(t)$  нахождения в подмножестве  $\{0\}, \{1\}, \dots, \{q_i\}$  равна  $p_i(t) +$

+  $p_{q_i+1}(t)$ , а  $p_i(t) + p_{q_i+1}(t) = f_i p_{q_i}(t)$ , т. е.  $U(t) = f_i p_{q_i}(t)$ . Для определения  $p_{q_i}(t)$  необходимо составить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{p}_0(t) = -f_i p_0(t) + \mu \sum_{l=1}^{q_i} p_l(t); \quad \dot{p}_j(t) = -(f_i + \mu_j) p_j(t) + \\ + f_i p_{j-1}(t), \quad j = \overline{1, q_i}. \end{aligned} \quad (1)$$

с начальным условием  $p_0(0) = 1$ . Найдем решение системы уравнений (1) в преобразованиях Лапласа:

$$p_{q_i}(t) = \frac{(f_i + s) \left( \frac{f_i}{f_i + \mu_i + s} \right)^{q_i}}{s(s + \mu_i + f_i) + f_i \mu_i \left( \frac{f_i}{f_i + \mu_i + s} \right)^{q_i}}.$$

Воспользовавшись известным соотношением, получим

$$\begin{aligned} L_i^* = \int_0^{\infty} t U(t) dt = -U'(s)|_{s=0} = -f_i p_{q_i}'(s)|_{s=0} = \\ = \frac{(f_i + \mu_i)^{q_i+1} - f_i^{q_i+1}}{\mu_i f_i^{q_i+1}}. \end{aligned}$$

Определим теперь величины  $N_i^*$ ,  $R_i$ . Проведем аналогичные выкладки, найдем  $N_i^* = \frac{1 - a_i}{\nu_i}$ ,  $R_i^* = \frac{a_i}{\nu_i}$ . Таким образом,

$$T_i = \lim_{\nu_i \rightarrow \infty} T_i^* = \frac{\nu_i \left[ \left( 1 + \frac{\mu_i}{f_i} \right)^{q_i+1} - 1 \right] + \mu_i (1 - a_i)}{\mu_i \nu_i}.$$

Средняя частота поступления сигналов прерывания от  $i$ -го счетчика

$$F_i = \frac{1}{T_i} = \frac{\mu_i \nu_i}{\nu_i \left[ \left( 1 + \frac{\mu_i}{f_i} \right)^{q_i+1} - 1 \right] + \mu_i (1 - a_i)}.$$

Суммарная частота поступления сигналов прерывания от всего блока приема число-импульсной информации

$$F = \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i \nu_i}{\nu_i \left[ \left( 1 + \frac{\mu_i}{f_i} \right)^{q_i+1} - 1 \right] + \mu_i (1 - a_i)}. \quad (2)$$

Используя выражение (2), можно так выбрать частоты опроса счетчиков приема ЧИМ, что при одних и тех же затратах времени ЦП на обмен, влияние на его работу со стороны БП ЧИМ из-за прерываний было бы минимально. Для этого необходимо

минимизировать функцию  $F$  по переменным  $\mu_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  при условии, что  $\sum_{i=1}^n \mu_i = \text{const}$ . Эту задачу можно решить известными методами оптимизации, например методом наискорейшего спуска. В тех случаях, когда сигнал прерывания вырабатывается по переполнению счетчиков БП ЧИМ, выражение (2) перепишем так:

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\left(1 + \frac{\mu_i}{T_i}\right)^{2m_i} - 1} \quad (3)$$

Если средние частоты поступления информации по каждому каналу известны заранее и мало изменяются во времени, а прерывания в процессор выдаются при переполнении счетчиков, можно, имея постоянное количество оборудования на создание счетчиков (триггеров и вспомогательных схем), так его перераспределить между отдельными счетчиками, чтобы  $F$  было минимальным. Для этого необходимо минимизировать функцию  $F$  по переменным  $m_i$  при условии, что  $\sum_{i=1}^n m_i = \text{const}$ . Эту задачу мож-

но решить методом случайного поиска, методом наискорейшего спуска, учитывая, что переменные  $m_i$  — целочисленные величины. **Пример.** Пусть  $f_1 = 1000$  Гц,  $f_2 = 5000$  Гц,  $f_3 = 8000$  Гц;  $n = 3$ ;  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 100$  Гц;  $\sum_{i=1}^3 m_i = 24$  Гц. Прерывания выдаются в процессор при переполнении счетчиков. Минимизировав функцию  $F$  по  $m_i$  методом наискорейшего спуска с учетом целочисленности  $m_i$ , получим  $F_{\min} = 0,402$  при  $m_1 = 6$ ,  $m_2 = 9$ ,  $m_3 = 9$ . Интересно, что при  $m_1 = m_2 = m_3 = 8$   $F = 4,971$  Гц. Таким образом, выбор оптимальных значений разрядностей отдельных счетчиков блока приема ЧИМ позволил уменьшить суммарную частоту переполнения более чем в 10 раз по сравнению с равномерным распределением оборудования между отдельными счетчиками.

**Список литературы:** 1. Новиков О. А., Петухов С. Н. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. М., Сов. радио, 1969. 300 с. 2. Тараканов К. В., Озаров Л. А., Тыркин А. П. Аналитические методы исследования систем. М., Сов. радио, 1974. 204 с.

Поступила в редколлегию 07.02.81.

УДК 681.335.4

Н. В. АЛИПОВ, канд. техн. наук

#### ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ КОДИРОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

В системах автоматизированной переработки информации для повышения надежности функционирования используют контроль по мод  $q$  [1]; коды, корректирующие сброс дискретных устройств (ДУ) [2]; диагностические коды [2]. Как отмечается в работе [2], для диагностики отказов элементов систе-

мы применяются специальные коды, отличающиеся от кодов, корректирующих сбоя. Поэтому при решении задач обнаружения сбоев и диагностики отказов необходимо в структуру ДУ ввести дополнительно соответствующие блоки, что, естественно, приведет к усложнению структурной схемы устройства и к снижению его эксплуатационных параметров [2]. В последнее время разработаны методы, основанные на использовании кодов Фибоначчи [3], позволяющие обнаружить сбой элементов и осуществлять диагностику некоторых отказов. Использование кодов Фибоначчи эффективно лишь в тех случаях, когда в процессе функционирования устройства возможны только сбоя и отказы типа  $(0 \rightarrow 1)$  [3]. Кроме указанной «специализации», коды Фибоначчи к тому же порождают недвоичную арифметику [3], что приводит к значительному усложнению устройств. В процессе работы дискретного устройства возможны сбоя и отказы типов  $(0 \rightarrow 1)$  и  $(1 \rightarrow 0)$ ,

Таблица 1

Десятичное число	Вес разряда избыточного представления								
	32	16	8	4	2	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	1	0	1	1
6	0	0	0	0	1	1	1	0	1
7	0	0	0	0	1	1	1	1	0
8	0	0	0	1	0	1	0	0	0
9	0	0	0	1	0	1	0	1	1
10	0	0	0	1	0	1	1	0	1
11	0	0	0	1	0	1	1	1	0
15	0	0	0	1	1	0	1	1	0
25	0	1	1	1	0	1	0	1	1
63	1	1	0	1	1	0	1	1	0

поэтому естественны поиски новых методов обнаружения сбоев типа  $(1 \rightarrow 0)$ ;  $(0 \rightarrow 1)$  и диагностики отказов типа  $(1 \rightarrow 0)$ ,  $(0 \rightarrow 1)$ .

В статье описан метод обнаружения сбоев и диагностики отказов дискретного устройства, лишенный указанного недостатка и основанный на использовании избыточного представления двоичных чисел. Представление строится следующим образом:  $n$ -разрядное двоичное число разбивается на  $m$  групп по  $q$  информационных разрядов в каждой группе  $n = mq$ , в каждую группу добавляют  $l$  проверочных разрядов,  $l = q - 1$ ; веса их полагают равными нулю; веса информационных разрядов совпадают с весами соответствующих разрядов двоичного  $n$ -разрядного числа; если  $r$  информационных разрядов группы равны единице, то  $(q - r)$  проверочных разрядов этой группы полагают равными единице. Из всевозможных вариантов заполнения проверочных разрядов в дальнейшем будем использовать вариант, приведенный в табл. 1, 2 соответственно для  $q = 2$  и  $q = 3$ . Так как  $n$ -разрядное двоичное число представляется  $(2q - 1)m$ -разрядным числом, то аппаратная избыточность предлагаемого представления составляет

$$R = \frac{(2q - 1)m}{n} = \frac{(2q - 1)m}{mq} = 2 - \frac{1}{q}, \quad (1)$$

Из соотношения (1) вытекает, что при  $q=2$   $R=1,5$ ; при  $q \rightarrow \infty$   $R \rightarrow 2$ .

Условимся описанное избыточное представление называть  $q$ -представлением ( $q$ -числом). Из построения  $q$ -чисел (см. табл. 1, 2) вытекает основное их свойство: количество единиц в каждой группе равно либо  $q$ , либо нулю. Так как в результате сбоев и отказов элементов ДУ могут появляться подобные комбинации, не являющиеся  $q$ -числами, то

Таблица 2

Десятичное число	Вес разряда избыточного представления									
	32	16	8	0	0	4	2	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
3	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
4	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
7	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
10	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
11	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
15	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
25	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
63	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0

указанное свойство последних можно использовать для обнаружения сбоев и отказов элементов ДУ. Обнаружения сбоев и отказов элементов ДУ посредством  $q$ -представления чисел рассмотрим на примере. Как следует из описания  $q$ -чисел ( $q=2$ ,  $m=2$ ), допустимыми кодовыми комбинациями считаются а) 011101; б) 101011. Под действием помех допустимые кодовые комбинации могут переходить в любую из  $2^n$  кодовых комбинаций, к примеру,  $q$  — число 011101 порождает комбинации: а<sub>1</sub>) 001101; а<sub>2</sub>) 000101; (1 → 0); а<sub>3</sub>) 111101 (0 → 1). Так как 001101 содержит в одной группе две единицы, в другой — одну единицу (нарушено основное свойство  $q$ -чисел), то сбой, преобразовавший 011101 в кодовую комбинацию 001101, будет обнаружен схемой контроля. Кодовая комбинация 000101 является  $q$ -числом, поэтому сбой, преобразовавший 011101 в кодовую комбинацию 000101, не обнаруживается. Кодовая комбинация 111101 не является  $q$ -числом (в одной группе содержится три единицы). Следовательно, в этом случае сбой обнаруживается.

Учитывая, что разрушение  $q$ -представления возможно в случае сбоя элемента и его отказа, необходимо с целью локализации отказа, обнаружив разрушения  $q$ -представления, записать в регистр последовательность кодов: 000 000, 011011, 101101, 110110, 111111.

При записи  $q$ -числа 000000 обнаруживаются все отказы типа (0 → 1), приводящие к разрушению  $q$ -представления; запись числа 111 111 позволяет обнаружить отказы типа (1 → 0) элементов группы  $q$ -представления; запись  $q$ -чисел 011011, 101 101, 110 110 позволяет обнаружить отказы типов (0 → 1) и (1 → 0). Действительно, пусть обнаружено разрушение  $q$ -представления, возникшее в результате отказа типа (0 → 1) элемента

При записи  $q$ -числа 000000 обнаруживаются все отказы типа (0 → 1), приводящие к разрушению  $q$ -представления; запись числа 111 111 позволяет обнаружить отказы типа (1 → 0) элементов группы  $q$ -представления; запись  $q$ -чисел 011011, 101 101, 110 110 позволяет обнаружить отказы типов (0 → 1) и (1 → 0). Действительно, пусть обнаружено разрушение  $q$ -представления, возникшее в результате отказа типа (0 → 1) элемента

четвертого разряда. Тогда в результате записи  $q$ -числа 110110 в регистре устанавливается кодовая комбинация 111110, не являющаяся  $q$ -числом, схемой контроля выдается повторный сигнал о разрушении  $q$ -представления, указывающий на отказ элементов регистра.

Если положить, что отказ типа ( $1 \rightarrow 0$ ) возник в третьем разряде, то повторный сигнал о разрушении  $q$ -представления возникает при записи  $q$ -числа 101101 либо 110110, ибо в этом случае устанавливается кодовая комбинация 101001 либо — 110010. В процессе переработки информации обнаруживаются отказы типа ( $0 \rightarrow 1$ ), возникающие в одном, двух, трех разрядах, и отказы типа ( $1 \rightarrow 0$ ), возникшие в одном, двух разрядах любой группы  $q$ -представления.

С целью диагностики отказов типа ( $1 \rightarrow 0$ ), появившихся в трех разрядах любой из групп, необходимо либо перед началом основного цикла работы дискретного устройства, либо в процессе его функционирования записать в регистры ДУ последовательность чисел 000111; 111000. Если при записи в регистр одного из чисел схема контроля не выдает сигнал о разрушении  $q$ -представления, наблюдается отказ типа ( $1 \rightarrow 0$ ) разрядов соответствующей группы  $q$ -числа. Следовательно,  $q$ -представление позволяет в процессе переработки информации обнаруживать сбои и отказы типов ( $0 \rightarrow 1$ ) и ( $1 \rightarrow 0$ ), а путем дополнительных проверок локализовать отказ, диагностики отказов.

Особенность  $q$ -представления в том, что веса информационных разрядов совпадают с весами разрядов двоичного  $l$ -разрядного числа. Эта особенность значительно упрощает устройство переработки информации, так как порождает алгоритмы выполнения основных операций, аналогичные алгоритмам переработки информации в двоичной арифметике. Рассмотрим некоторые алгоритмы выполнения операций, реализуемых с помощью цифровой ЭВМ. Алгоритм контроля  $q$ -представления заключается в том, что всевозможные комбинации, образованные из разрядов  $j$ -й группы, разбиваются на два подмножества: одно включает кодовые комбинации, содержащие  $q$  единиц ( $q$ -числа); другое — кодовые комбинации, содержащие  $a$  единиц ( $0 < a < q$ ).

Схема контроля разрядов  $j$ -й группы  $q$ -представления для  $q = 2$  описывается переключательной функцией (табл. 3). Так

Таблица 3

$X_{j3}$	$X_{j2}$	$X_{j1}$	$y_j$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Примечание.  $X_{j3}$ ,  $X_{j2}$  — информационные разряды  $j$ -й группы  $q$ -представления;  $X_{j1}$  — проверочный разряд;  $y_j$  — переменная схемы контроля разрядов  $j$ -й группы, причем  $y_j = 0$ , если  $q$ -представление не разрушено; 1 — в противном случае.

т. е. решить задачу

как контроль каждой из  $m$  групп  $q$ -представления осуществляется согласно табл. 3, то схема контроля  $q$ -чисел описывается переключательной функцией  $Y = y_1 \vee y_2 \vee \dots \vee y_{(2q-1)m}$ . Перевод  $q$ -чисел в двоичный код заключается в отбрасывании проверочных разрядов  $q$ -представления. Например,  $q$ -числу 110101 ( $q=2$ , проверочные разряды подчеркнуты) соответствует двоичное число 1110.

Арифметические операции над  $q$ -числами выполняются следующим образом: информационные разряды преобразуются по известным алгоритмам двоичной арифметики; проверочные разряды суммы, произведения, частного  $q$ -чисел формируются в процессе выполнения операций над информационными разрядами.

Для формирования проверочных разрядов суммы  $q$ -чисел при  $q=2$  вводится дополнительный комбинационный сумматор информационных разрядов,

Таблица 4

$s'_{j3}$	$s'_{j2}$	$s'_{j1}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Примечание.  $S'_{j3}$ ,  $S'_{j2}$  — значения информационных разрядов  $j$ -й группы  $q$ -представления суммы; полученные вторым комбинационным сумматором,  $S'_{j1}$  — значение проверочного разряда  $j$ -й группы  $q$ -представления суммы.

выходные переменные которого преобразуются согласно алгоритму, приведенному в табл. 4, принимая значения проверочных разрядов. Такое независимое формирование проверочных и информационных разрядов позволяет определить отказы и сбои, возникшие в процессе выполнения операции. Действительно, пусть требуется найти сумму  $q$ -чисел 110011; 011101. Осуществляя их сложение на различных комбинационных сумматорах, получаем две суммы: а) 1101+0110; б) 1101+0110.

Пусть при определении суммы б) возник отказ ( $1 \rightarrow 0$ ). Тогда получим следующие значения разрядов суммы:

$$\begin{array}{r} \text{а) } \begin{array}{r} 1101 \\ + 0110 \\ \hline 010011 \end{array} \qquad \text{б) } \begin{array}{r} 1101 \\ + 0110 \\ \hline 010001 \\ \hline \downarrow \downarrow \downarrow \\ 101 \end{array} \end{array}$$

Символом ]→ показано формирование проверочных разрядов суммы двух  $q$ -чисел. Формируя из информационных разрядов суммы а) и проверочных разрядов суммы б)  $q$ -представление суммы, получаем,  $q$ -число 011000111. Так как полученная кодовая комбинация в первой группе содержит три единицы, она не является  $q$ -числом. Следовательно, схема контроля обнаруживает отказ (сбой), возникающий в процессе выполнения операции сложения. Для  $q$ -представления характерно, что при нахождении обратного кода от информационных разрядов значения проверочных разрядов не меняется. Это свойство может быть использовано для контроля операции образования обрат-

ного кода. Действительно, пусть в результате образования обратного кода возник отказ типа  $(1 \rightarrow 0)$  в шестом разряде  $q$ -представления. Тогда для  $q$ -числа 011011 получаем число 001101. Так как полученная кодовая комбинация не является  $q$ -числом, то схема контроля обнаруживает отказ шестого элемента формирования обратного кода.

Чтобы осуществлять контроль операций «сдвиг влево», «сдвиг вправо», необходимо организовать цепи «сдвига» отдельно между информационными и проверочными разрядами  $q$ -представления. Такая двухканальная структура позволяет обнаружить сбои и отказы, возникшие в цепях сдвига. Действительно, пусть  $q$ -число 011101 сдвигается влево на три разряда и возникает отказ  $(1 \rightarrow 0)$  в цепях сдвига между шестым и третьим разрядами. Тогда в результате выполнения операции «сдвиг влево на три разряда» получим кодовую комбинацию 011 001 000, которая не является  $q$ -числом. Следовательно, схема контроля обнаруживает этот отказ.

Раздельная организация операции сдвига между информационными и проверочными возможна только в том случае, когда осуществляется сдвиг на  $r$  ( $2q-1$ ) разрядов, где  $r=1, 2, \dots, m$ , что порождает некоторое отличие в реализации операций умножения и деления  $q$ -чисел. Так, для реализации умножения  $q$ -чисел дополнительно вводится схема выделения старшего разряда множителя, кодовые шины для организации сдвига множимого на один разряд. Для каждой группы  $q$ -представления осуществляется такая последовательность микроопераций ( $q-2$ ): 1) умножение на старший разряд  $j$ -й группы  $q$ -представления множителя; 2) умножение на младший разряд  $j$ -й группы  $q$ -представления множителя; 3) сдвиг на три разряда ... множителя, множимого. Для реализации деления  $q$ -чисел дополнительно вводятся кодовые шины, организующие сдвиг делителя на один разряд, схема формирования проверочных разрядов  $q$ -представления частного и для каждой группы  $q$ -представления выполняется последовательность микроопераций ( $q-2$ ): 1) определение старшего разряда  $j$ -й группы  $q$ -представления частного; 2) определение младшего разряда  $j$ -й группы  $q$ -представления частного; 3) сдвиг на три разряда ... делителя, частного. При определении старшего разряда  $j$ -группы  $q$ -представления ( $X_{j3}$ ) формирование проверочного разряда ( $X_{j1}$ ) описывается функцией  $X_{j1} = X_{j3}$ ; при определении младшего разряда  $j$ -й группы  $q$ -представления частного ( $X_{j2}$ ) формирование проверочного разряда осуществляется согласно табл. 5.

Таблица 5

$X_{j3}$	$X_{j2}$	$X_{j1}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Если предположить, что распределение сбоев равномерное, то для вероятности обнаружения ( $P_d$ ) сбоев справедливо соотношение [4]  $P_d = 1 - N/N_0$ , где  $N$  — разрешенные кодовые комбинации

нации;  $N_0 = 2^{(2q-1)m}$ . Так как для  $q$ -представления  $N = 2^{nq}$ ,  $P_q = 1 - 1/2^{m(q-1)}$ . В табл. 6 приведены значения  $P_q$  как функции  $n$  для  $q = 2$ , а также сравнительная оценка  $q$ -представления с кодами Фибоначчи, контролем по  $\text{mod}^3$  и  $\text{mod}(2^n + 1)$ . Анализ табл. 6 показывает, что дублированная система хотя по вероятности обнаружения сбоев эквивалентна системе с  $q$ -представлением чисел, однако в 1,33 раза сложнее ее и, как показано в работе [1], не позволяет решать задачу даже частичной диагностики отказа элементов.

Таблица 6

Разрядность $q$ -представления	$N_q$	$P_q$	$\frac{n_q}{n_d}$	$N_\Phi$	$\frac{N_\Phi}{N_d}$	$P_\Phi$	$P_m$	$P_{дуб}$	$\frac{n_{дуб}}{n_q}$
6	15	0,75	1,5	12	1,5—1,75	0,812	0,6	0,9376	1,33
9	63	0,875	1,5	55	1,5—1,66	0,888	0,6	0,984	1,33
12	253	0,9378	1,5	232	1,5—1,65	0,941	0,66	0,986	1,33
15	1023	0,968	1,5	987	1,5—1,6	0,968	0,6	0,998	1,33
18	4095	0,984	1,5	4180	1,5—1,58	0,984	0,6	0,9997	1,38
30	1 048 578	0,998	1,5	1 346 268	1,5	0,988	0,6	0,9999	1,33

Примечание.  $N_q, N_\Phi$  — соответственно максимальное  $n$ -разрядное  $q$ -число,  $p$ -число;  $P_m, P_\Phi, P_{дуб}$  — вероятности обнаружения сбоев при контроле по  $\text{mod} 3$  посредством кодов Фибоначчи и дублированием ( $\text{mod}(2^n + 1)$ );  $n_q, n_d, n_\Phi, n_{дуб}$  — разрядности  $q$ -числа, двоичного числа,  $p$ -числа, дублированной системы.

По результатам сопоставительного анализа видно:  $q$ -представление чисел эффективнее  $P$ -кодов (позволяет обнаруживать как сбой и отказы типа  $(1 \rightarrow 0)$ ; приводит к меньшим аппаратным и временным затратам при реализации арифметических операций);  $q$ -представление обладает большей контролеспособностью, в отличие от контроля по  $\text{mod}(2^n + 1)$ , решает задачу диагностики отказов элементов, приводит к меньшим аппаратным затратам. Так как  $q$ -представление чисел приводит к увеличению объема оперативной памяти в 1,5 раза, его целесообразно применять в специализированных цифровых ЭВМ, устанавливаемых на необслуживаемых объектах либо на объектах с большим уровнем помех.

Список литературы: Путинцев Н. Д. Аппаратный контроль управляющих цифровых вычислительных машин. М., Сов. радио, 1966. 420 с. 2. Саенко Ю. Г. Цифровые устройства, нечувствительные к неисправностям элементов. М., Сов. радио, 1977. 170 с. 3. Стахов А. П. Введение в алгоритмическую теорию измерений. М., Сов. радио, 1977. 288 с. 4. Харкович А. Н. Борьба с помехами. М., Наука, 1965. 274 с.

Поступила в редакцию 24.03.81.

К АНАЛИЗУ ЦИФРОВЫХ СХЕМ СРАВНЕНИЯ  
НА СТРОГОЕ НЕРАВЕНСТВО

Операция цифрового сравнения данных получила широкое применение в автоматизированных системах управления технологическими процессами, в информационных, управляющих и вычислительных системах [1]. Обычно сравниваются два числа (парное сравнение) или несколько двоичных чисел (групповое сравнение). В статье анализируются различные способы реализации цифровых схем парного сравнения, так как во многих случаях групповое сравнение по существу сводится к парному. В цифровых ЭВМ и вычислительных системах третьего поколения наиболее часто операция сравнения реализуется программным способом путем вычитания одного кода из другого на арифметико-логическом устройстве. Недостатком данного способа являются большие временные затраты.

Известно [2], что в вычислительных и управляющих системах четвертого поколения значительная часть функций математического обеспечения будет иметь аппаратную реализацию. Это позволит в несколько раз ускорить выполнение операций парного сравнения двоичных чисел, представляемых параллельным кодом. Интересны детальный анализ и определение основных параметров различных реализаций схем сравнения на строгое неравенство. Пусть имеется два  $n$ -разрядных двоичных числа  $A = a_1 a_2 \dots a_l \dots a_n$  и  $B = b_1 b_2 \dots b_l \dots b_n$ , где  $a_l$  и  $b_l$  — старшие разряды чисел. Функцию определения знака строгого неравенства  $F_{A > B}$  двух  $n$ -разрядных чисел  $A$  и  $B$  можно представить в следующей простой форме [3]:

$$F_{A > B} = a_1 \bar{b}_1 \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) a_2 \bar{b}_2 \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) a_3 \bar{b}_3 \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) (a_3 \vee \bar{b}_3) a_4 \bar{b}_4 \dots \quad (1)$$

Закономерность обобщения формулы (1) на большее число переменных легко вывести, используя ее структурный вид. Принципиально возможны схемные реализации формулы (1), отличающиеся друг от друга последовательностью получения членов формулы, степенью использования общих частей для различных членов и т. д. Схемные реализации будем оценивать по необходимым максимальным значениям коэффициентов входа  $K_{вх}$  и выхода  $K_{вых}$  логических элементов, по максимальному числу ступеней  $l$  и суммарному числу входов во все логические элементы (оценка Квайна). Первые два параметра  $K_{вх}$  и  $K_{вых}$  определяют схемотехнические характеристики используемых элементов, третий  $l$  характеризует быстродействие схемы. Оценка Квайна позволяет приближенно определить аппаратные затраты. Но она

достаточно удобна, так как дает возможность сравнивать различные варианты комбинационных устройств на стадии их проектирования. Обозначим  $(a_1 \vee \bar{b}_1) = A_1, (a_2 \vee \bar{b}_2) = A_2, \dots (a_l \vee \bar{b}_l) = A_l$  и зададим последовательность реализаций отдельных частей выражения (1) скобками. Проанализируем первый возможный вариант реализации схемы строгого неравенства  $F_{A>B} = a_1 \bar{b}_1 \vee A_1(a_2 \bar{b}_2) \vee A_1 A_2(a_3 \bar{b}_3) \vee \dots \vee A_1 A_2 \dots A_{n-1}(a_n \bar{b}_n)$  (2).

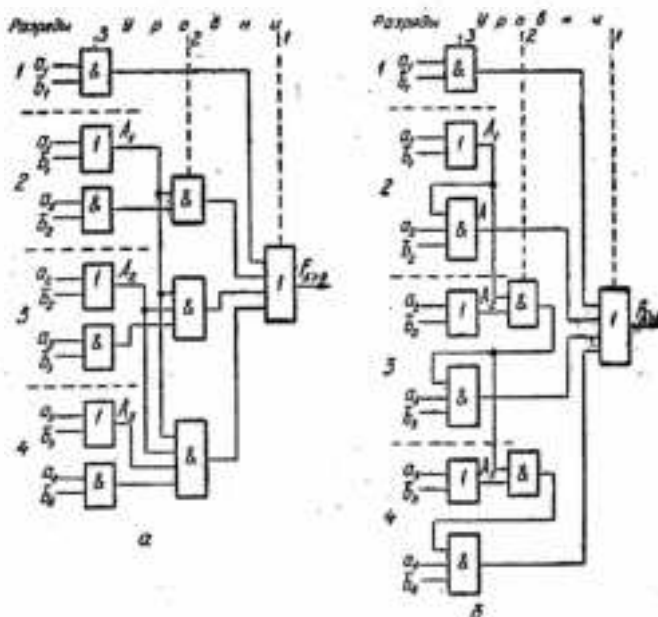


Рис. 1.

Схема строгого неравенства в базе И, ИЛИ по выражению (2) для четырехразрядных чисел приведена на рис. 1, а. Можно выделить три уровня логических элементов — верхний, средний и нижний с характерной закономерностью числа логических элементов и числа входов по Квайну в функции от числа разрядов. Так, число элементов для них соответственно  $N_1 = 1, N_2 = n - 1, N_3 = 2n - 1$ . Оценка Квайна для верхнего уровня  $C_1 = n$  за исключением случая  $n = 1$ , когда  $C_1 = 0$ . Оценку Квайна для среднего уровня найдем по формуле суммы членов арифметической прогрессии

$$C_2 = \sum_{i=1}^{i=n-1} (i+1) = \frac{(n+2)(n-1)}{2}.$$

Для нижнего уровня  $C_3 = 2N_3 = 4n - 2$ . По первому варианту схемной реализации суммарная оценка Квайна составит

$$K_1 = \sum_i C_i = \frac{n^2 + 11n - 6}{2}.$$

максимальное число каскадов  $l_1 = 3$ , а наибольшие значения коэффициентов входа и выхода, предъявляемые для используемых логических элементов,  $K_{\text{вх}} = n$ ,  $K_{\text{вых}} = n - 1$ .

При выполнении схемы сравнения на логических элементах И—НЕ преобразуем выражение (2) в форму, удобную для реализации. В результате получим

$$F_{A>B} = ((a_1\bar{b}_1) ((\bar{a}_1b_1) a_2\bar{b}_2) A_1 ((\bar{a}_2b_2) a_3\bar{b}_3) (A_1A_2 \dots (\bar{a}_{n-1}b_{n-1}) a_n\bar{b}_n)). \quad (3)$$

В формулах (3), (5), (6), (8) скобки означают операцию Шеффера. Из выражения (3) видно, что аппаратные затраты увеличились за счет инвертирования сигналов с отдельных групп, т. е.

$K_1^i = K_1 + (n - 1)$ . Как следствие этого, увеличилось на единицу число ступеней схемы  $l_1^i = 4$ . Второй вариант схемы строгого неравенства реализуется по выражению (4)

$F_{A>B} = a_1\bar{b}_1 \vee ((A_1) \times \times a_2\bar{b}_2) \vee ((A_1A_2) a_3\bar{b}_3) \vee (((A_1A_2)A_3) a_4\bar{b}_4) \vee (\dots ((A_1A_2)A_3) \dots A_{n-1}) \times \times a_n\bar{b}_n$  (4). Этот вариант для  $n = 4$  представлен на рис. 1, б.

Как и в предыдущем варианте, после выделения трех уровней получаем  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = n - 2$ ,  $N_3 = 2n - 1$ ;  $C_1 = n$ ,  $C_2 = 2n - 4$ ,  $C_3 = 5n - 3$ . Суммарные затраты входов на всю схему составят  $K_2 = 8n - 7$ , число каскадов  $l_2 = n + 1$  ( $n = 2, 3, \dots$ ), а наибольшие значения коэффициента объединения по входам и

коэффициента разветвления по выходу  $K_{\text{вх}} = n$ ,  $K_{\text{вых}} = 2$ . Для второго варианта характерна менее сильная зависимость (по сравнению с первым) суммарных затрат входов от числа разрядов. В то же время число каскадов второго варианта определяется количеством разрядов. Следовательно, быстродействие второго варианта меньше первого уже при  $n \geq 3$ .

После преобразования выражения (4) в базис И—НЕ получим следующее выражение для функции строгого неравенства ( $n = 4$ ):

$$F_{A>B} = ((a_1\bar{b}_1) ((\bar{a}_1b_1) a_2\bar{b}_2) ((\bar{a}_1\bar{b}_1) (\bar{a}_2b_2) a_3\bar{b}_3) (A_1A_2A_3a_4\bar{b}_4)). \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что аппаратные затраты по сравнению с выражением в базисе И, ИЛИ возросли на  $n - 2$ , т. е.  $K_2^i = K_2 + (n - 2)$ , увеличился порядок схемы, т. е.  $l_2^i = 2n - 1$ .

Третий вариант построения схемы строгого неравенства соответствует непосредственной реализации выражения (1):

$$F_{A>B} = a_1\bar{b}_1 \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) a_2\bar{b}_2 \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) a_3\bar{b}_3 \vee \vee (a_1 \vee \bar{b}_1) (a_2 \vee \bar{b}_2) \dots (a_{n-1} \vee \bar{b}_{n-1}) a_n\bar{b}_n.$$

— Соответствующая схема для  $n=4$  приведена на рис. 2, а. Поступая в данном случае аналогично предыдущим, получаем

$$N_1 = 1, N_2 = n - 1, N_3 = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n^2 - n + 2}{2};$$

$$C_1 = n, C_3 = 2N_3 = n^2 - n + 2.$$

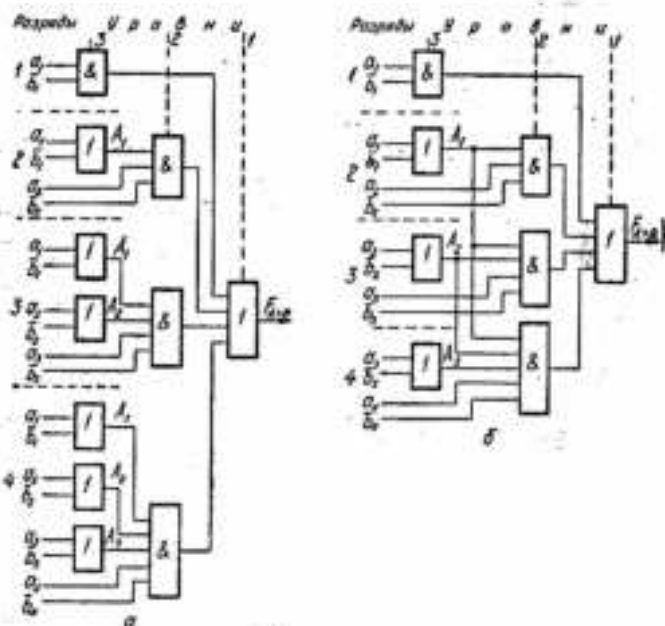


Рис. 2

Для среднего уровня, состоящего из схем И, характерна зависимость числа входов схемы совпадения от числа разрядов

$$C_2 = \sum_{i=1}^{n-1} (i + 2) = \frac{(n-1)(n+4)}{2} = \frac{n^2 + 3n - 4}{2}.$$

Суммарные аппаратные затраты  $K_3 = C_1 + C_2 + C_3 = 1,5(n^2 + n)$ , максимальное число каскадов  $l_3 = 3$ , а наибольшее значение коэффициента объединения должны иметь логические элементы среднего уровня  $K_{\text{вх}} = n + 1$ . После преобразования выражения (1) в удобное для практической реализации в базисе И — НЕ, получаем

$$F_{A>B} = ((a_1\bar{b}_1) ((\bar{a}_1b_1) a_2\bar{b}_2) ((\bar{a}_1b_1) (\bar{a}_2b_2) a_3\bar{b}_3) ((\bar{a}_1b_1) \times \\ \times (\bar{a}_2b_2) \dots (\bar{a}_{n-1}b_{n-1}) a_n\bar{b}_n)). \quad (6)$$

Четвертый вариант (его схема приведена на рис. 2, б для  $n = 4$ ) реализуется по выражению (7):

$$F_{A>B} = a_1 \bar{b}_1 \vee ((A_1) a_2 \bar{b}_2) \vee (A_1 A_2 a_3 \bar{b}_3) \vee (A_1 A_2 A_3 a_4 \bar{b}_4) \vee \dots \vee (A_1 A_2 A_3 \dots A_{n-1} a_n \bar{b}_n). \quad (7)$$

Здесь имеем  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = n - 1$ ,  $N_3 = n$ ;  $C_1 = n$ ,  $C_3 = 2N_3 = 2n$ ;  $i_4 = 3$ . Число входов среднего уровня

$$C_2 = \sum_{i=1}^{n-1} (i + 2) = \frac{n^2 + 3n - 4}{2},$$

такое же, как и в третьем варианте. Четвертый же вариант отличается более экономным построением схем нижнего уровня за счет однократного использования  $A_1, A_2$  и т. д. Но к элементам нижнего уровня предъявляются повышенные требования, т. е. коэффициент их разветвления  $K_{\text{вых}} = n - 1$  выше, что справедливо и для первого варианта. По коэффициенту объединения схема данного варианта аналогична схеме, выполненной по третьему варианту  $K_{\text{об}} = n + 1$ . Суммарные аппаратные затраты

$$K_4 = n + \frac{n^2 + 3n - 4}{2} + 2n.$$

Приведа выражение (7) к базису И — НЕ, получим

$$F_{A>B} = ((a_1 \bar{b}_1) ((\bar{a}_1 b_1) a_2 \bar{b}_2) (A_1 (\bar{a}_2 b_2) a_3 \bar{b}_3) (A_1 A_2 (\bar{a}_3 b_3) a_4 \bar{b}_4)). \quad (8)$$

Из формул (6), (8) видно, что основные параметры в схемах соответствующих вариантов не изменились.

С целью сравнения различных вариантов схемной реализации функции строгого неравенства двух  $n$ -разрядных чисел найдем оценки Квайна  $K_1 - K_4$  для различных  $n$ .

$K/n$	2	3	4	5	6	7	8	8	10
$K_1$	10	18	27	37	48	60	73	87	102
$K_2$	9	17	25	33	41	49	57	65	73
$K_3$	9	18	30	45	63	84	108	120	165
$K_4$	9	16	24	33	43	54	68	79	93

Сравнительный анализ аппаратных затрат показывает, что при  $n < 5$  преимущество имеет четвертый вариант, а при  $n > 5$  — второй (для схем, реализованных в базисе И — НЕ справедливость данного анализа выполняется при  $n < 7$ ).

Схема, построенная по второму варианту, предъявляет наименьшие требования к логическим элементам — к коэффициентам объединения и разветвления. Однако быстродействие ее самое низкое. Параметры второго варианта ( $K, l$ ) лучше приведенных в работе [2] и реализуемых на основе рекуррентного выражения

$$S_i = \begin{cases} a_i \bar{b}_i, & \text{для } i = 1; \\ R_{i-1} a_i \bar{b}_i, & \text{для } i = 2, 3, \dots, n, \end{cases}$$

где

$$R_1 = (a_1 \vee \bar{b}_1)(\bar{a}_1 \vee b_1); F_{A \rightarrow B} = S_1 \vee S_2 \vee \dots \vee S_{n1}$$

$$R_2 = (a_1 \vee \bar{b}_1)(\bar{a}_1 \vee b_1)(a_2 \vee \bar{b}_2)(\bar{a}_2 \vee b_2).$$

Затраты на нижний ряд схем в данном случае существенно больше.

Таким образом, приведенный выше анализ различных реализаций схем сравнения на строгое неравенство двух  $n$ -разрядных чисел может быть использован для создания библиотеки оптимальных структур по заданным параметрам  $K$ ,  $l$ ,  $K_{\text{вв}}$ ,  $K_{\text{вых}}$  и для автоматизации проектирования цифровых схем.

Список литературы: 1. Полесский Ю. Д. Цифровое сравнение данных в АСУ ТП и схемах автоматизации. М., Энергия, 1979. 135 с. 2. Майоров С. А., Носиков Г. И. Принципы организации цифровых машин. Л., Машиностроение, 1974. 430 с. 3. Проектирование микровлектронных цифровых устройств / Под ред. С. А. Майорова. Сов. радио, 1977. 269 с.

Поступила в редакцию 24.03.81.

УДК 728.4.001

В. И. ТОРКАТЮК, канд. техн. наук, А. Е. ЛЧКАСОВ,  
МУФИД АЛЬ-ЭЙД

#### ВЫБОР АЛГОРИТМОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ВОЗВЕДЕНИЯ МНОГОЭТАЖНЫХ ПОЛНОСБОРНЫХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Технологический процесс возведения полносборных многоэтажных зданий состоит из большого числа операций и насчитывает сотни технологических параметров, каждый из которых может влиять на качество возводимого здания и сооружения. Технолог или лицо, ответственное за возведение объекта, основываясь на своих знаниях, интуиции и опыте, может схватывать лишь ограниченный круг параметров и их взаимодействий. Чтобы оценить технологический процесс монтажа строительных конструкций многоэтажных зданий и сооружений с высокой степенью точности, необходимо применение цифровых ЭВМ для отбора и переработки информации, принятия решения и выдачи рекомендаций.

В качестве математического аппарата для решения этой задачи в статье предложены методы распознавания образов, реализация которых осуществляется на ЭВМ. Для анализа технологического процесса монтажа строительных конструкций многоэтажных зданий фиксировались технологические факторы. Эксперимент не нарушал нормального хода монтажа. Вся собранная информация была закодирована. Кодирование технологических параметров осуществлялось действительными числами. Производилась предварительная статистическая обработка информации для целенаправленного выбора наиболее эффек-

тивных алгоритмов минимизации (максимизации), описания и классификации. Определялись средние арифметические, дисперсии и коэффициент вариаций по полному множеству параметров последовательности данных факторов и по каждому классу (годен — брак) в отдельности. Вычисление коэффициентов корреляции и корреляционных отклонений позволило определить степень линейной и нелинейной зависимостей между параметрами. Полученные оценки дали возможность установить ряд свойств технологических факторов и особенностей классов изображений, приводящих к определенной точке зрения на выбор алгоритмов оценки технологических факторов и классификации.

Степень влияния технологических факторов на выходной параметр оценивалось на основании энтропийного критерия, существо которого заключается в упорядочении факторов, по убыванию количества обеспечиваемой ими информации при распознавании. В данном алгоритме множество объектов технологического процесса возведения многоэтажных зданий  $M$  разделялось на классы  $A$  и  $B$  в зависимости от значений выходного параметра. Каждый объект технологического процесса монтажа представлялся в виде  $N$ -мерного вектора

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $N$  — количество факторов. Выборка проектировалась на  $N$  координатах подпространства, каждому из которых ставились в соответствие условия энтропии  $H^i$ , усредненной по всем точкам рассматриваемого подпространства

$$H^i = - \sum_{j=1}^N P_{ij}^j [P_i^j(A) \log_2 P_i^j(A) + P_i^j(B) \log_2 P_i^j(B)], \quad (2)$$

где  $P_i^j(A)$ ,  $P_i^j(B)$  — вероятности попадания в  $i$ -ю точку  $j$ -го подпространства объектов того или иного класса, а

$$P_i^j = \frac{N_{ij}^A + N_{ij}^B}{M_B}. \quad (3)$$

Здесь  $N_{ij}^A$ ,  $N_{ij}^B$  — количество объектов классов  $A$ ,  $B$ , соответственно попавших в  $i$ -ю точку  $j$ -го подпространства. Величина  $H^i$  — мера разделимости объектов на классы, т. е. оценка информативности данного фактора. Классификация технологических процессов проводилась с применением алгоритмов кусочно-линейной аппроксимации и метода потенциальных функций. Алгоритм метода потенциальных функций, используя показываемые точки и собранную о них информацию, выстраивает последовательность

функции  $f^n(x)$  по формуле  $f^{n+1}(x) = \sum_{s=0}^n r^{sk} (x^{s+1}, x)$  (4),

где  $r^n$  — известные функции номера  $n$ ;  $k$  — потенциальная функция, вид которой подбирается экспериментальным путем

$$k = e^{-0,5x^n} \quad (5)$$

Функция (4) при  $n \rightarrow \infty$  должна аппроксимировать геометрические и прочностные характеристики классов годных и бракованных параметров технологического процесса возведения полно-сборных многоэтажных зданий.

Основой алгоритма кусочно-линейной аппроксимации является построение разделяющей гиперповерхности  $k$ -го порядка, которая затем аппроксимируется набором разделяющих поверхностей первого порядка. Алгоритм строит линейную дискриминантную функцию вида

$$q(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i + \omega_{n+1} \quad (6)$$

где веса дискриминантной функции вычисляются по формулам

$$\omega_i = x_i^{(2)} - x_i^{(1)} \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n \quad (7); \quad \omega_{n+1} = - \sum_{i=1}^n \omega_i \frac{x_i^{(1)} + x_i^{(2)}}{2} \quad (8);$$

$$x_i^{(j)} = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} x_{ik}^j \quad (9)$$

где  $N_j$  — число объектов  $j$ -го класса.

Условие разделения контролируемых объектов технологического процесса возведения многоэтажных каркасных зданий на классы годных и бракованных формулируется следующим образом:

$$q(x) \begin{cases} > 0 \text{ объект годен;} \\ < 0 \text{ объект бракованный;} \\ = 0 \text{ определяет плоскость, которая принимается за} \\ \text{разделительную поверхность.} \end{cases}$$

Реализация рассмотренных выше алгоритмов классификации осуществлялась на ЭВМ ЕС-1020 и проводилась в перачном пространстве признаков и после минимизации. Результаты применения методов теории распознавания образов позволили указать совокупность факторов, наиболее существенно влияющих на технологический процесс возведения многоэтажных зданий, осуществлять контроль и прогнозирование хода технологических процессов, обеспечивая при этом высокий процент правильного распознавания и рекомендации по оптимальному ведению технологического процесса возведения многоэтажных каркасных зданий. Данная методика, применяемая в производственных условиях на различных объектах Харькова и Харьковской области, позволила в значительной степени повысить организационно-технологическую надежность решений по возведению многоэтажных зданий и сооружений.

## СОДЕРЖАНИЕ

Шостак В. Ф. Устойчивость одного алгоритма оперативной координатной подсистем непрерывных технологических комплексов . . . . .	8
Аверин С. И., Кацалан С. Ф., Пугачин Е. П. Вопросы оптимизации вычислений корреляционных функций двумерных сигналов. Сообщение 2 . . . . .	11
Дубровский В. В., Маргулис М. М., Майко И. М., Халаидовский В. М. Математическое моделирование нестационарных неавтономических режимов разветвленных газопроводных сетей в задачах АСУ ТП транспорта газа . . . . .	16
Тевяшев А. Д., Поповский В. И. Статистический подход к оценке качества функционирования инженерных сетей . . . . .	24
Гребенник В. Д., Шаповалов А. Л. Оценка влияния погрешности исходных данных на точность решения задач управления инженерными сетями . . . . .	31
Котлик С. В., Максимов Ю. В. Метод декомпозиции минимаксных задач распределения ресурсов. Сообщение 1. Обоснование метода . . . . .	37
Зозуля А. Ф., Романий П. Г., Асеев Г. Г., Спасивцев В. Ю., Каралетьян А. С. Реализация последовательно-декомпозиционного метода расчета балансовых уравнений для технологических комплексов с обратными потоками . . . . .	45
Савридов В. В., Пономарев В. А. Метод выбора параметров в задаче контроля сложных объектов . . . . .	53
Добрыденъ В. А., Царенко В. Т. Адаптивный алгоритм вычисления оценки математического ожидания и его аппаратная реализация . . . . .	58
Иванов В. Г. Повышение информативности дискретных данных на базе ортогональных преобразований и адаптивных алгоритмов . . . . .	63
Гвантулин А. Х., Мазаник В. В. Организация управления процессом обработки данных в распределенных вычислительных системах . . . . .	65
Гвоздниковский А. Н., Дьяков А. Г. Синтез адаптивных алгоритмов управления в АСУ техническими объектами с учетом погрешностей элементов систем . . . . .	70
Невлюдов И. Ш. О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 1. Иван Л. Н. К вопросу определения реакции управляющей системы на воздействие производственных факторов . . . . .	74
Недия И. В. Информационная модель для статистического прогнозирования эксплуатационной надежности оборудования электросетей . . . . .	81
Цыбульник Е. Д., Киренко Л. А., Коноваленко К. Д. Методика расчета ири расхода режущего инструмента в условиях АСУ инструментальной подготовки производства . . . . .	84
Шабанов-Куширченко Ю. П. Об алгебре конечных предикатов произвольного порядка . . . . .	89
Русинов В. А. Диагностирование цифровых устройств комбинационного типа на основе сигнатурного анализа. Сообщение 1 . . . . .	92
Николенко Г. П., Рось А. А., Огороднов С. Н. Представление формализованной модели динамической среды в памяти ЭВМ . . . . .	99
Голубцов А. Р. Оценка объема контрольной аппаратуры при разбиении сети элементарных автоматов на объекты контроля . . . . .	104
Литвинов А. Л. Анализ функционирования и выбор параметров блока приема число-импульсной информации . . . . .	108
Алипов Н. Я. Об одном методе кодирования цифровой информации . . . . .	112
Кякурин Н. Я., Кирьяков Ю. К. К анализу цифровых схем сравнения на строгом неведении . . . . .	116
Торчатюк В. И., Ачкасов А. Е., Муфид Аль-Эйд. Выбор алгоритмов для анализа технологического процесса возведения многоэтажных полносборных зданий и сооружений . . . . .	123

## РЕФЕРАТЫ

УДК 62—50

Устойчивость одного алгоритма оперативной координации подсистем непрерывных технологических комплексов. Шостаков В. Ф. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 3—11.

Рассмотрен итерационный алгоритм координации подсистем технологического комплекса непрерывного типа, построенный с использованием функции Лагранжа. Исследована устойчивость алгоритма к вычислительным погрешностям. Предложен критерий устойчивости, описана методика выбора допустимых погрешностей вычислений, гарантирующих устойчивость алгоритма.

Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.142.36

Вопросы оптимизации вычислений корреляционных функций двумерных сигналов. Сообщения 2. Аверин С. И., Кацалап С. Ф., Путятин Е. П. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 11—16.

При определении координат максимального значения корреляционной функции сравнивались методы полного перебора, координатного спуска и градиента. В качестве двумерных сигналов использовались изображения прямоугольников.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 519.8:622.691

Математическое моделирование нестационарных неизоэнтальпических режимов разветвленных газопроводных сетей в задачах АСУ ТП транспорта газа. Дубровский В. В., Маргулис М. М., Майко И. М., Халандовский Б. М. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 16—23.

Предложена математическая модель нестационарных неизоэнтальпических режимов работы в разветвленных газотранспортных сетях при решении задач АСУ ТП транспорта газа. Разработана процедура численного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и алгебраических уравнений математической модели. Представлены результаты проверки адекватности модели.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.5.015

Статистический подход к оценке качества функционирования инженерных сетей. Тезисы А. Д., Поповский В. И. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 24—31.

Предложена система статистических показателей качества функционирования инженерных сетей и исследованы их статистические свойства в зависимости от статистических свойств процессов подачи и потребления целевых продуктов в инженерных сетях.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.5.015

Оценка влияния погрешности исходных данных на точность решения задач управления инженерными сетями. Гребенник В. Д., Шаповалов А. Л. — АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 31—36.

Рассмотрена задача построения и исследования аналитической зависимости погрешности расчета значений фазовых координат объекта управления от погрешности исходных данных. Полученные зависимости позволяют определять обоснованные требования по точности решения для задач управления инженерными сетями.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

УДК 62—505:519

Метод декомпозиции минимаксных задач распределения ресурсов. Сообщения I. Обоснование метода. Котлик С. В., Максимов Ю. В.—АСУ и приборы автоматки, 1983, вып. 67, с. 37—45.

Рассмотрен общий метод решения широкого класса объемно-динамических задач равномерного распределения ресурсов. Процессы потребления ресурсов полагаются независимыми. Установлены необходимые и достаточные условия минимакса, доказан ряд вспомогательных утверждений, обосновывающих метод решения. Предложен алгоритм, заключающийся в последовательном решении подзадач существенно меньшей размерности. Выделен класс инвариантных задач, для решения которых существует более экономный алгоритм.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 658.012.011.56

Реализация последовательно-декомпозиционного метода расчета балансовых уравнений для технологических комплексов с обратными потоками. А. Ф. Зозуля, П. Г. Романий, Г. Г. Асеев, В. Ю. Слесневцев, А. С. Карапетян.—АСУ и приборы автоматки, 1983, вып. 67, с. 45—53.

Рассмотрены вопрос практической реализации последовательно-декомпозиционного метода в составе разработанной универсальной программы расчета сложных хемико-технологических систем (ХТС) с обратными потоками. Проведен анализ результатов решения балансовых уравнений, задаваемых в ограничениях для реальных технологических комплексов. Показана перспективность применения последовательно-декомпозиционного метода расчета сложных ХТС с обратными потоками.

Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

УДК 658.5:681.3

Метод выбора параметров в задаче контроля сложных объектов. Сапридов В. В., Пономарев В. А.—АСУ и приборы автоматки, 1983, вып. 67, с. 53—58.

Рассмотрен метод выбора параметров с использованием концепции дивергенции. Показана возможность минимизации числа шагов поиска необходимого набора. При отсутствии априорной информации дивергенция предложения оценивать с помощью безэталонных процедур измерения.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.5.015.32

Адаптивный алгоритм вычисления оценки математического ожидания и его аппаратная реализация. Добрыдень В. А., Царенко В. Т.—АСУ и приборы автоматки, 1983, вып. 67, с. 58—63.

Рассмотрена постановка и приближенное решение одной из практически актуальных задач обеспечения независимости относительной погрешности оценки от измеряемой величины. Разработано устройство, автоматизирующее реализацию предложенного адаптивного алгоритма.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.3

Повышение информативности дискретных данных на базе ортогональных преобразований и адаптивных алгоритмов. Иванов В. Г.—АСУ и приборы автоматки, 1983, вып. 67, с. 63—65.

Приведены результаты обработки дискретных натуральных параметров двух классов на базе ортогональных преобразований Фурье и Хаара с использованием принципа однопараметрического адаптивного алгоритма по числу обобщенных координат. Результаты представлены графиками зависимостей

коэффициентов сжатия как функций от среднеквадратической ошибки преобразования.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

#### УДК 681.3

Организация управления процессом обработки данных в распределенных вычислительных системах. Гаинтулин А. X., Мазаник В. В.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 65—70.

Описаны стратегии планирования, диспетчеризации и маршрутизации в распределенных вычислительных системах. Выбраны показатели эффективности. Показано влияние алгоритмов управления на эффективность функционирования распределенной вычислительной системы.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

#### УДК 621.34

Синтез адаптивных алгоритмов управления в АСУ техническими объектами с учетом погрешностей элементов систем. Гвоздинский А. Н., Дьяков А. Г.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 70—74.

Предложен метод синтеза адаптивных алгоритмов управления в АСУ сложным техническим объектом. Таким объектом является литейная машина с управляемым технологическим комплексом. При этом учитываются погрешности исполнительных механизмов.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

#### УДК 658.012

О моделировании технологического процесса с учетом явлений технологической наследственности. Сообщение 1. Невлюдов И. Ш.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 74—80.

Приведены случаи проявления технологической наследственности. Описаны процедуры определения оптимального способа управления для конечной операции и метод перехода в решении задач от последующей операции к предыдущей. Дан осевой алгоритм для нахождения оптимального набора входных и технологических параметров.

Ил. 2. Библиогр.: 6 назв.

#### УДК 517.8

К вопросу определения реакции управляющей системы на воздействие производственных факторов. Ивин Л. Н.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 81—84.

Рассмотрен вопрос формирования управляющей системы функций правдоподобия как реакции на воздействие производственных факторов.

Библиогр.: ссылка в подстроч. примеч.

#### УДК 621.311.019.3

Информационная модель для статистического прогнозирования эксплуатационной надежности оборудования электросетей. Недин И. В.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 84—89.

Описаны состав и организация информационной модели для статистического прогнозирования эксплуатационной надежности электросетевого оборудования, ориентированную на реализацию элементного учета параметров и условий эксплуатации оборудования при анализе надежности работы систем электроснабжения.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 6 назв.

УДК 330.115

Методика расчета норм расхода режущего инструмента в условиях АСУ инструментальной подготовки производства, Цибульник Е. Д., Киренко Л. А., Коноваленко К. Д.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 89—92.

Рассмотрена возможность расчета норм расхода режущего инструмента в условиях АСУ на базе материалов статистики, получаемой в результате решения комплекса задач «Учет движения инструмента в ЦИСе».

Табл. 1.

УДК 510.62

Об алгебре конечных предикатов произвольного порядка. Шабанов-Кушнаренок Ю. П.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 92—98.

Рассмотрены конечные предикаты произвольного порядка. Разработаны правила построения формул конечной алгебры для записи этих предикатов. Приведены примеры формульного представления предикатов второго порядка. Доказана полнота конечной алгебры.

Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.326

Диагностирование цифровых устройств комбинационного типа на основе сигнатурного анализа. Сообщение 1. Рустинев В. А.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 99—104.

Рассмотрен вопрос выбора оптимального метода генерации тестов при использовании сигнатурного анализа в процессе поиска дефектов цифровых устройств. Предложена процедура построения модифицированной логической модели, описывающей поведение дискретного объекта диагностирования в исправном и неисправном состояниях.

Табл. 5. Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.142

Представление формализованной модели динамической среды в памяти ЭВМ. Николенко Г. П., Рось А. А., Огороднов С. Н.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 104—108.

Предложен формальный язык и транслятор, позволяющие осуществить представление формализованной модели динамической среды в памяти ЭВМ. В качестве формального взят язык многосортного исчисления предикатов первого порядка, расширенный операторами модальной и временной логики.

Табл. 1. Библиогр.: 8 назв.

УДК 519.873

Оценка объема контрольной аппаратуры при разбиении сети элементарных автоматов на объекты контроля. Голубцов А. Р.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 108—112.

Приведена оценка объема контрольной аппаратуры системы контроля сети элементарных автоматов при произвольном разбиении ее на объекты контроля. Показано, что для регулярных цифровых структур наиболее целесообразным методом контроля при сделанных допущениях является дублирование.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

УДК 681.323

Анализ функционирования и выбор параметров блока приема число-импульсной информации. Литвинов А. Л.—АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, с. 112—116.

Проведен вероятностный анализ процесса приема и обработки число-импульсной информации в управляющем ЦВК. Получены выражения, даю-

щие возможность по критерию суммарной частоты запросов на прерывание центрального процессора выбрать частоты опроса приемных счетчиков ЧИМ информации, их разрядности.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

УДК 681.335.4

Об одном методе кодирования цифровой информации. Алипов Н. В.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 116—122.

Рассмотрен метод кодирования информации, позволяющий обнаружить сбои и отказы элементов автоматизированных систем переработки информации. Метод основан на использовании избыточного представления двоичных чисел. Описаны основные алгоритмы преобразования информации (сложение, умножение, деление и др.).

Табл. 6. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.3.056

К анализу цифровых схем сравнения на строгое неравенство. Какурин Н. Я., Кирьянов Ю. К.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 123—128.

Описан сравнительный анализ различных реализаций цифровых схем сравнения на строгое неравенство. Получены формулы глубины схем, суммарного числа входов, максимальных коэффициентов разветвления и объединения. Результаты исследования могут быть использованы при создании библиотек оптимальных структур и для автоматизации проектирования цифровых схем.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

УДК 725.4.001

Выбор алгоритмов для анализа технологического процесса возведения многоэтажных полносборных зданий и сооружений. Торкатюк В. И., Ачкасов А. Е., Муфид Аль-Эйд.— АСУ и приборы автоматики, 1983, вып. 67, с. 128—131.

Предложена принципиальная методика для оптимального выбора алгоритмов с целью обоснования эффективных методов возведения полносборных многоэтажных зданий и сооружений.

## АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Выпуск 67

Редактор *А. М. Видман*  
Художественный редактор *Т. П. Воробийко*  
Технический редактор *Г. П. Александрова*  
Корректоры *Л. П. Пипенко, Л. М. Забродин*

Информ. бланк № 7605 —

Сдано в набор 18.06.82. Подл. в печать 10.02.83. БЦ 06053  
Формат 60×90<sup>1/8</sup>. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать  
8,5 печ. л. 8,75 кр.-отг. 10 уч.-изд. л. Тираж 900 экз. Зак. 2-191  
Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете  
издательского объединения «Ваша школа», 310003, Харьков-3  
ул. Университетская, 16

Харьковская книжная фабрика «Коммунист», 310012, Харьков-12,  
ул. Зигельса, 11

Гр. 40 к.



18-3

АСУ и приборы автоматизации, 1983, вып. 67, 1—137.