

Министерство высшего и среднего
специального образования УССР
Харьковский институт радиоэлектроники

681.5
A22

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

ВЫПУСК 51

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1964 г.



Харьков
Издательство при Харьковском
государственном университете
издательского объединения
«Вища школа»
1979

Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, 142+3 с.

В сборнике представлены результаты исследований в области построения автоматизированных систем управления водоснабжением городов, а также рассмотрены имитационное моделирование объектов управления, технические средства связи и управления.

Рассчитан на научных работников и специалистов в области построения и использования автоматизированных систем управления.

Списки лит. в конце статей.

Редакционная коллегия: А. Г. Евдокимов (отв. ред.), А. Д. Тевяшев (отв. секр.), Э. А. Дедиков, В. В. Дубровский, А. Н. Ефимов, Е. Н. Лазаренко, Б. Ф. Марков, В. И. Мелешко, Н. Г. Нежевисов, И. Ф. Огороднейчук, Е. Я. Иванченко, Э. Г. Петров, В. А. Петров, В. В. Свиридов, Ю. Г. Стоян, В. Ф. Шостак.

Адрес редакционной коллегии:
310059, Харьков-59, пр. Ленина, 14, Институт радиоэлектроники, кафедра математических машин дискретного действия, тел. 40-93-64.

Редакция естественно-научной литературы

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Выпуск 51

Редактор Л. Ф. Кизилова
Обложка художника И. Ф. Криворучко
Художественный редактор Т. П. Воробийко
Технический редактор Г. П. Александрова
Корректор Л. А. Федоренко

Информ. бланк № 4013

Сдано в набор 28.09.78. Подписано в печать 30.03.79. БЦ 09104. Формат 60х90/16. Бумага типографская № 3. Лат. гарн. Выс. печать. 9 усл. печ. л. 10,1 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Изд. № 692. Зак. № 8-376. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете
издательского объединения «Вища школа».
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16.

Харьковская книжная фабрика «Коммунист» республиканского
производственного объединения «Полиграфмаш» Госкомнацата
УССР. 310012, Харьков-12, Зинько, 11.

А. Г. ЕВДОКИМОВ, д-р техн. наук,
А. Д. ТЕВЯШЕВ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОБЛЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ

Повышение эксплуатационной надежности сложных сетевых систем энергетики и, в частности, систем водоснабжения связано с повышением надежности отдельных элементов системы, так и с обеспечением такого режима функционирования системы, при котором количество потребителей и время, в течение которого эти потребители не обеспечены целевым продуктом (водой) в нужном количестве, минимально. Обеспечение такого режима функционирования систем водоснабжения возможно лишь при оперативном управлении потокораспределением в водопроводных сетях в реальном масштабе времени.

Как объект управления системы водоснабжения являются системами с распределенными параметрами и относятся к классу больших систем, управление которыми осуществляется в условиях неполной информации о структуре объекта управления и о его параметрах. Математическая постановка задачи управления такими системами в рамках классической теории управления приводит к серьезным математическим проблемам и практически не позволяет найти решение.

Как показано в [1], получить реализуемое управление можно путем разделения решения задачи оперативного управления потокораспределением в водопроводных сетях на решение двух задач: задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения воды и задачи стабилизации свободных напоров в узлах водопроводной сети.

В настоящей работе предлагается метод стабилизации расчетных значений свободных напоров в узлах водопроводной сети, основанный на специфических свойствах систем водоснабжения, связанных с наличием в них диктующих точек. Суть метода заключается в контроле и стабилизации свободных напоров только в диктующих точках водопроводной сети. Расчетное значение величины свободного напора в этих точках определяется с учетом параметров потребителей, критерия функционирования, а также ряда статистических параметров.

Критерий функционирования. Известно [2], что для каждой узловой точки водопроводной сети существует минимально допустимый напор H_i^* , $i \in M$, при котором выполняется условие обеспечения водой всех потребителей, подключенных к данному узлу. Здесь $M = \{1, 2, \dots, n\}$ — множество всех узлов сети,

Величина h^+ в водопроводной сети населенных мест определяется в зависимости от этажности застройки: при одноэтажной застройке $h^+ = 10$ м, при большей этажности — плюс 4 м на каждый следующий этаж.

Для того чтобы система водоснабжения в момент времени t полностью выполняла свое функциональное назначение, т. е. обеспечивала водой всех потребителей, подключенных к каждому i -му узлу, необходимо и достаточно, чтобы для всех узлов сети в этот момент времени выполнялось условие

$$h_{it} > h_i^+, \quad i \in M. \quad (1)$$

В противном случае часть потребителей недополучает воду или не получает ее вообще.

Таким образом, по величине свободных напоров в узлах водопроводной сети можно судить об эффективности функционирования системы водоснабжения согласно выполнению последней своего функционального назначения. Изменение свободного напора в каждом узле водопроводной сети на заданном интервале времени будем характеризовать функционалом вида

$$\Phi_i = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_i[h_i(t)] dt, \quad i \in M, \quad (2)$$

где $h_i(t)$ — случайный процесс изменения значений свободного напора в i -ом узле водопроводной сети;

$$\varphi_i[h_i(t)] = \begin{cases} 1, & \text{если } h_i(t) < h_i^+, \\ 0, & \text{если } h_i(t) > h_i^+. \end{cases} \quad (3)$$

Функционал (2) характеризует относительное время, в течение которого система водоснабжения не выполняла полностью своего функционального назначения, т. е. не обеспечивала водой i -го потребителя в необходимом объеме.

Если информация о величине свободного напора h_{it} для $\forall i \in M$ поступает в дискретные моменты времени $1, 2, \dots, t, \dots, T$, то выражение (2) принимает вид

$$\Phi_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi_i[h_{it}] \cdot \Delta t, \quad i \in M, \quad (4)$$

где T — время наблюдения процесса h_{it} ; Δt — шаг квантования процесса $h_i(t)$ по времени. Если процесс $h_i(t)$ является стационарным и эргодическим, то вероятность того, что значение $h_i(t)$ будет меньше или равно h_i^+ определяется согласно выражению

$$P[h_i(t) < h_i^+] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi_i[h_{it}] \Delta t, \quad i \in M. \quad (5)$$

В этом случае значение Φ_i , определяемое в соответствии с (4), можно рассматривать как оценку вероятности отказа системы водоснабжения в i -ом узле водопроводной сети.

Для учета длительности и глубины ограничений потребителей, подключенных к каждому i -му узлу водопроводной сети, вместо (4) используем выражение вида

$$\Phi_i = \frac{1}{T h_i^*} \sum_{t=1}^T \varphi_i[h_{it}] (h_i^* - h_{it}) \Delta t. \quad (6)$$

Выражения (4), (6) позволяют математически сформулировать критерии функционирования системами подачи и распределения воды, учитывающие вероятностные характеристики обеспечения водой отдельных потребителей.

Эффективность функционирования системы подачи и распределения воды на некотором интервале времени T в простейшем случае можно характеризовать функционалом вида

$$\Phi = \max_{i \in M} \Phi_i. \quad (7)$$

Для дифференцированного учета качества функционирования системы подачи и распределения воды относительно отдельных потребителей или групп потребителей, подключенных к каждому i -му узлу сети, введем функцию штрафа за необеспечение водой потребителей, подключенных к этому узлу. В простейшем случае в качестве такой функции может быть просто число C_i , характеризующее ущерб, который несет i -й потребитель от недополучения им воды. В этом случае эффективность функционирования системы представим в виде

$$\Phi = \sum_{i \in M} C_i \Phi_i. \quad (8)$$

Выражение (8) характеризует теперь суммарный ущерб потребителей от недополучения ими воды. В настоящей работе в качестве критерия функционирования систем подачи и распределения воды используем выражение (7). Этот критерий является достаточно грубым, однако для его вычисления требуется минимальная информация о параметрах сети.

Диктующие точки водопроводной сети. Понятие критической точки водопроводной сети введено в [2] в связи с решением задач проектирования водопроводных сетей. Критической точкой является наиболее неблагоприятная точка сети как в отношении ее геодезической отметки, так и удаленности от источников питания. При проектировании водопроводных систем расчет потоко-распределения в сети осуществляется на базе модели установившегося потоко-распределения для момента времени максимального водопотребления. Выбор типа оборудования и структуры сети осуществляется из условия обеспечения величины свободного напора в критической точке не ниже минимально допустимого (1). При этом во всех других точках сети автоматически

обеспечиваются величины свободного напора, большие или равные минимально допустимым.

Таким образом, в понятии критической точки нашло отражение важнейшее свойство водопроводных систем, а его использование позволило существенно упростить решение задач проектирования таких систем. Если при проектировании систем водоснабжения положение критической точки фиксировано, то для функционирующих систем ситуация изменяется. Непрерывное развитие городов и повышение этажности застройки приводят к увеличению водопотребления, изменению расчетных величин свободных напоров в точках водоотбора и к возможному изменению местоположения критической точки. Более того, стохастический характер процессов водопотребления приводит к непрерывному изменению потокораспределения в водопроводных сетях и появлению уже некоторого множества критических точек. В этом случае понятие критической точки должно быть уточнено.

Введем ряд определений, расширяющих понятие критической точки на случай неустановившегося потокораспределения в водопроводных сетях. В дальнейшем вместо термина «критическая точка» будем использовать термин «диктующая точка» водопроводной сети.

Определение I. Диктующей точкой водопроводной сети в момент времени t называется такая узловая точка сети, в которой величина свободного напора h_i , $i \in M$ в этот же момент времени минимальна.

Определение II. Локальной диктующей точкой (ЛДТ) водопроводной сети на рассматриваемом интервале времени T называется такая точка j , для которой значение Φ_j , определяемое согласно (4) или (6), отлично от нуля, т. е. если $\exists j \in M'$, $M' \subset M$, $\Phi_j \neq 0$. Очевидно, что M' — множество локальных диктующих точек. Специфическим свойством водопроводных сетей является тот факт, что это множество может быть в свою очередь представлено в виде некоторого множества $L \{1, 2, \dots, m\}$ непересекающихся подмножеств $M' = \bigcup_{i \in L} M'_i$, которые, как правило, разнесены в пространстве. В этом случае множество всех узлов сети M может быть также представлено в виде множества L непересекающихся подмножеств $M = \bigcup_{i \in M} M_i$, причем $M'_i \subset M_i$. В дальнейшем каждое из этих подмножеств M_i будем называть зоной.

Определение III. Глобальной диктующей точкой (ГДТ) водопроводной сети на рассматриваемом интервале времени T в l -й зоне водопроводной сети называется такая точка k , для которой величина Φ'_k , $k \in M'_l$, $l \in M_l$ максимальна, т. е. если $\exists k$, $k \in M'_l$, $\Phi'_k = \max \Phi'_l$.

Утверждение 1. Если для глобальной диктующей точки l -й зоны величина Φ'_k равна Φ'_l , то значение Φ_i , $i \in M_l$ для любой другой точки сети l -й зоны будет меньше или равно Φ'_l .

Это утверждение отражает важнейшее свойство водопроводных систем и открывает широкие возможности для построения автоматизированных систем управления водоснабжением в условиях неполной информации об управляемом объекте. Действительно, состояние системы водоснабжения в i -й зоне с точки зрения ее функционального назначения может быть охарактеризовано величиной свободного напора в ГДТ этой зоны. В простейшем случае, принимая $\Phi_i^1 = \Phi_0$, можно построить систему управления таким образом, чтобы поддержать величину Φ_i^1 в каждой ГДТ i -й зоны, равную Φ_0 , тем самым автоматически обеспечивая в любой другой точке водопроводной сети величину Φ_j , $j \in M$, меньшую или равную Φ_0 . В этом случае расчетное значение эффективности функционирования системы Φ будет также равно Φ_0 .

Теоретически величина Φ_0 может быть равна нулю, однако практическое обеспечение такого значения Φ_0 приводит к необходимости поддержания в сети значительных избыточных давлений, что увеличивает утечку воды из сети, расход мощности на насосных станциях, повышает вероятность аварийных ситуаций, и, следовательно, ведет к возрастанию Φ_0 . Поэтому необходимо компромиссное решение, приводящее к принятию расчетного значения величины Φ_0 , отличной от нуля.

Пусть расчетное значение величины $\Phi_0 > 0$. Найдем расчетное значение величины свободного напора в ГДТ. Согласно строительным нормам и правилам, находим величину $h_k^{i+} = h_i^1$, $i \in L$. Пусть система управления обеспечивает величину дисперсии свободного напора в ГДТ i -й зоны, равную σ_k^i . Тогда при известном законе распределения ошибок регулирования можно записать

$$h_k^i = h_i^1 + \sigma_k^i \cdot d^i, \quad (9)$$

где h_k^i — расчетное значение величины свободного напора в ГДТ i -й зоны.

Численное значение $d^i > 0$ определяется величиной Φ_0 и законом распределения ошибок регулирования.

Постановка задачи. Представляя систему водоснабжения в виде множества зон и проводя обследование в каждой из этих зон с целью определения местоположения ГДТ в этой зоне, мы можем представить водопроводную распределительную сеть в виде эквивалентной схемы, связывающей множество активных элементов сети $B = \{1, 2, \dots, m\}$ и множество $L = \{1, 2, \dots, n\}$ всех зон или ГДТ. В этом случае эквивалентная структура водопроводной сети может быть представлена матрицей A размерности $m \times n$, элемент которой $A_{ij} = 1$, $i \in B$, $j \in L$, если i -й активный элемент оказывает влияние на величину свободного напора j -й ГДТ, и $A_{ij} = 0$ в противном случае.

Таким образом, структура системы управления потокораспределением водопроводной сети представляется схемой, имеющей m входов и n выходов. Входными переменными X_{ij} , $i \in B$, такой

системы являются значения свободных напоров на выходах активных элементов, а выходными переменными Y_{ji} , $j \in L$, — величины свободных напоров в глобальных диктующих точках соответствующих зон.

Пусть

$$y_{ji} = Y_{ji} - h_{ji}, \quad (10)$$

где h_{ji} — расчетное значение величины свободного напора в j -й ГДТ, получаемое согласно (9), а

$$x_{ji} = X_{ji} - \bar{X}_{ji}, \quad (11)$$

где $\bar{X}_{ji}$ — среднее значение X_{ji} . Предполагая, что информация о величинах y_{ji} и x_{ji} поступает в дискретные моменты времени, мы можем связать значения y_{ji} и x_{ji} с помощью оператора дискретной передаточной функции [3]

$$y_{ji} = \sum_{i \in B} A_{ji} V_{ji}(P) x_{ji}, \quad j \in L, \quad (12)$$

где A_{ji} — элемент матрицы A ; $V_{ji}(P)$ — оператор дискретной передаточной функции, связывающей свободные напоры i -го активного элемента в j -й ГДТ.

Стохастический характер процессов водопотребления приводит к тому, что свободный напор в j -й ГДТ не будет точно следовать (12), а будет отличаться от него на некоторую величину N_{ji} . Так как водопотребления всех потребителей практически нельзя измерить и, следовательно, нельзя рассчитывать их влияние на изменение свободного напора в j -й ГДТ, то N_{ji} можно рассматривать как некоторый шум. Предполагая, что величина (уровень) шума N_{ji} в рабочем диапазоне не зависит от уровней X_{ji} и аддитивна по отношению к их влиянию, можно записать

$$y_{ji} = \sum_{i \in B} A_{ji} Y_{ji}(P) x_{ji} + N_{ji}, \quad j \in L. \quad (13)$$

Эффект влияния процессов водопотребления на изменение свободного напора в j -й ГДТ теоретически может быть устранен полностью, если $y_{ji} \neq 0$, откуда

$$\sum_{i \in B} A_{ji} V_{ji}(P) x_{ji} = -N_{ji}, \quad j \in L. \quad (14)$$

Пусть значения x_{ji} изменяются дискретно, а уровень x_{ji} в интервале от t до $t+1$ обозначим как x_{ji+1} .

В этом случае уравнение (14) принимает вид

$$\sum_{i \in B} A_{ji} V_{ji}(P) x_{ji+1} = -N_{ji+1}. \quad (15)$$

Решение системы уравнений (15) невозможно, так как значение N_{ji+1} в момент времени выдачи управляющих воздействий x_{ji+1} еще неизвестно. Представим значение N_{ji+1} в виде суммы двух слагаемых

$$N_{ji+1} = \hat{N}_{ji}(1) + e_i(1), \quad (16)$$

где $N_{ji}(1)$ — прогноз величины $N_{ji,t+1}$, вычисляемый в момент времени t с упреждением в единицу; $e_t(1)$ — ошибка прогноза с упреждением в единицу. В этом случае реализуемое управление с минимальной среднеквадратической ошибкой может быть получено путем минимизации выражения

$$\epsilon_{ji}^2 = \min_{i \in B} \{ \sum_{j \in L} A_{ij} V_{ij}(P) x_{ji,t+1} + N_{ji,t+1}(1) + e_{ji,t+1}(1) \}^2. \quad (17)$$

Причем минимум (17) находится путем минимизации по управляемым переменным $x_{ji,t+1}$, $i \in B$ и по ошибкам прогнозов $e_{ji,t+1}(1)$, $j \in L$. В реальных системах на управляемые переменные наложен ряд технологических ограничений: диапазона регулирования X_{ji} , определяемого типом оборудования i -го активного элемента, а также схемой регулирования (дискретное или непрерывное); на объем подачи воды i -ым активным элементом в интервале времени от t до $t+1$; на расходование мощности i -ым активным элементом в интервале времени от t до $t+1$.

Так как диапазон изменения величины свободного напора на выходе активного элемента ограничен

$$X_i^{\min} < X_{ji} < X_i^{\max}, \quad i \in B, \quad (18)$$

где $X_i^{\min}$, $X_i^{\max}$ — соответственно минимальный и максимальный допустимые свободные напоры, то ограничен диапазон и приращений величины свободного напора

$$0 < |x_{ji,t+1}| < x_{ji,t+1}^{\max}, \quad i \in B, \quad (19)$$

причем $x_{ji,t+1}^{\max}$ определяется не только из условия (18), но и из условия обеспечения заданного качества переходного процесса (устранения опасных значений величин гидравлических ударов).

Пусть лимит подачи воды в водопроводную распределительную сеть в интервале времени от t до $t+1$ равен $Q_{i,t+1}^+$, а фактическая подача воды в момент времени t составляет Q_i . Тогда величина

$$Q_{i,t+1}^+ = Q_{i,t+1}^+ - Q_i > 0 \quad (20)$$

определяет лимит дополнительной подачи воды в сеть в интервале времени от t до $t+1$. Если же для обеспечения величины свободного напора $x_{ji,t+1}$ в интервале времени от t до $t+1$ необходимо подать в сеть дополнительное количество $Z_{ji}(x_{ji,t+1})$ воды, то ограничения по лимиту дополнительной подачи воды в сеть принимают вид

$$\sum_{j \in L} Z_{ji}(x_{ji,t+1}) < Q_{i,t+1}^+, \quad i \in B. \quad (21)$$

Ограничения на лимиты дополнительного расхода мощности на каждом активном элементе в интервале времени от t до $t+1$ могут быть представлены в виде

$$P_{ji}(x_{ji,t+1}) < C_{ji,t+1}, \quad i \in B, \quad (22)$$

где $P_{ii}(x_{ii+})$ — дополнительные затраты мощности i -ым активным элементом в интервале времени от t до $t+1$ при обеспечении им приращения величины свободного напора, равной x_{ii+} .

$$C_{ii+} = N_{ii+}^* - N_{ii}, \quad i \in B, \quad (23)$$

где N_{ii+}^* — лимит мощности на i -м активном элементе в интервале времени от t до $t+1$; N_{ii} — фактические затраты мощности i -ым активным элементом в момент времени t .

Задача управления потокораспределением в водопроводных распределительных сетях (17) при ограничениях (19), (21), (22) является задачей стохастического программирования. Решение ее зависит от вида матрицы A и выходит за рамки настоящей работы.

Список литературы: 1. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Системный анализ задач управления инженерными сетями. — В кн.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Вып. 50. Харьков, 1979, с. 20—25. 2. Абрамов Н. Н. Водоснабжение. М., Стройиздат, 1974. 410 с. 3. Бокс Дж., Джеккинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. II. М., «Мир», 1974. 197 с.

УДК 681.5.15

А. Г. ЕВДОКИМОВ, д-р техн. наук,
В. А. ГОРБАЧЕВ, канд. техн. наук,
А. Д. ТЕВЯШЕВ, А. С. ПЕТРОВ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ВОДОПРОВОДНОЙ СЕТИ

При решении задач проектирования и реконструкции водопроводных сетей на практике широко распространена математическая модель установившегося процесса потокораспределения в этих сетях, базирующаяся на следующих предпосылках.

1. Сеть представляет собой систему взаимодействия большого количества подсистем трех типов: нагрузок или потребителей; активных источников; линий связи.

2. Каждая такая подсистема j характеризуется двумя переменными величинами: последовательной переменной (расходом) q_j и параллельной переменной (потерей напора) h_j , рядом параметров, а также выбранным направлением. Потеря напора представляет собой разность давлений, под которым находится вода в начале и в конце j -го участка трубопровода.

3. В качестве потребителя в сети рассматривается некоторый эквивалентный участок, называемый фиктивным или стоком и направленный от какого-либо узла сети к некоторой точке с нулевым давлением. Этот участок характеризуется своим расходом и напором. Последний всегда совпадает с давлением в узле

сети, из которого сток выходит. Для нормального функционирования потребителей, отождествляемого со стоком, необходимо, чтобы это давление было не меньше некоторого минимально допустимого.

4. К источникам водоснабжения (активным элементам) следует отнести насосные станции, а также перепады давления, определяемые разностью геодезических отметок начала и конца участка трубопровода.

5. Линии связи (пассивные элементы) представляют собой участки трубопровода. Поскольку с увеличением расхода по такому участку потери напора возрастают, а при равных, но противоположных по направлению, расходах они одинаковы по абсолютной величине, но противоположны по знаку, зависимость потери напора от расхода является монотонной и нечетной функцией. К пассивным элементам следует также отнести различные регулируемые и нерегулируемые задвижки.

6. Общий поток воды, подаваемый в сеть, равен суммарному потоку, потребляемому из сети. Это позволяет, объединяя источники и стоки общим фиктивным узлом, рассматривать водопроводную сеть как транспортную.

7. В сети имеют место законы Кирхгофа (постулаты сетей): I алгебраическая сумма расходов в любом узле сети равна нулю; II суммарная потеря напора по любому замкнутому циклу также равна нулю.

Математическая модель установившегося потокораспределения в кольцевых водопроводных сетях при таком подходе приведена в [1] и выглядит следующим образом:

$$q_i = \sum_{r \in E_T} b_{ir} q_r \quad (i \in E_T); \quad (1)$$

$$h_r = - \sum_{i \in E_T} b_{ir} h_i \quad (r \in E_T); \quad (2)$$

$$h_j = h_j(q_j) \quad (j \in E), \quad (3)$$

где $E = E_T \cup E_T$ — множество индексов всех участков сети; E_T и E_T — подмножества индексов ветвей и хорд дерева графа сети; b_{ir} — элемент цикломатической матрицы для ветвей дерева графа сети. Мощность множества индексов участков равна $|E| = e$.

Выражение (1) и (2) описывают первый и второй постулаты сетей. Зависимость (3) характеризует взаимосвязь между последовательной и параллельной переменными i -й ветви и является монотонно-возрастающей нечетной функцией для ее пассивных элементов:

$$dh_i/dq_i > 0; \quad (4) \quad h_i(-q_i) = -h_i(q_i) \quad (5)$$

и, как правило, монотонно-убывающей для активных элементов [1]:

$$dh_i/dq_i < 0. \quad (6)$$

Существует много выражений, аппроксимирующих зависимость (3), большинство из которых можно обобщить следующей формулой:

$$h_j = \text{sign } q_j r_j / q_j^{1/4}, \quad (7)$$

в которых x_j — постоянная величина, r_j зависит от различных параметров j -го участка трубопровода (длины, сечения, материала, скорости движения воды в нем и т. д.).

Применение математической модели (1) — (3) для гидравлических и технико-экономических расчетов водопроводных сетей на ЦВМ позволило существенно ускорить и повысить качество их проектирования и реконструкции.

Эта же модель лежит в основе решения ряда задач оперативного управления потокораспределением в системах водоснабжения на этапе оперативного планирования [2]. Причем, если на этапе проектирования и реконструкции параметры модели (1—3) известны, то для решения задачи оперативного планирования потокораспределения в водопроводной сети эти параметры должны быть оценены на основании экспериментальных данных реальной сети. Сложность решения такой задачи объясняется следующими факторами: во-первых, водопроводная сеть содержит большое число участков различного назначения, учет которых в модели делает задачу практически неразрешимой даже с применением современных ЦВМ; во-вторых, значительная часть параметров, характеризующих водопроводную сеть, не может быть определена экспериментально. Поэтому построение модели потокораспределения и оценка ее параметров практически возможны для некоторой эквивалентной сети.

Таким образом, задача идентификации модели сети заключается в определении эквивалентной структуры сети в соответствии с условиями (1—7); в построении ее математической модели; в определении количества и типа измеряемых переменных; в обработке результатов измерений и оценке параметров математической модели эквивалентной сети; в проверке степени адекватности выбранной модели реальному потокораспределению.

При решении задачи идентификации параметров модели сети необходимо учитывать следующее: 1) граф эквивалентной сети значительно проще графа реальной сети; 2) каждый участок эквивалентной сети может быть сложной сетью (например, насосная станция для активного элемента или сложная система трубопроводов для линий связи) либо некоторым гипотетическим участком (например, потребитель, сведенный к узловому стоку); 3) производить замеры расходов в участках эквивалентной сети практически нельзя (за исключением активных элементов); 4) первый и второй законы Кирхгофа, которые считаются справедливыми для принятой модели, на самом деле нарушаются в реальной сети в результате переходных процессов, неодно-

временности замеров и т. д.; 5) стохастический характер процессов водопотребления и эквивалентность выбранной схемы приводит к изменению функциональной зависимости гидравлических сопротивлений эквивалентных участков от величины расхода на этом участке не только в нагрузках, но и в магистральных участках. Этот факт ставит под сомнение эффективность применения для идентификации большинства предлагаемых в настоящее время методов ее решения [3], основанных на предположении, что функциональная зависимость между гидравлическим сопротивлением и расходом не изменяется; 6) обработка результатов измерений и оценка параметров математической модели эквивалентной сети должны выполняться в условиях неполной (наблюдаются не все переменные) и недостоверной (погрешности измерений) информации.

В настоящей работе предлагается один из подходов решения задачи идентификации параметров модели установившегося потокораспределения в водопроводной сети в условиях неполной и недостоверной информации, трактующий ее как задачу обработки косвенных измерений [4]. В основе этого подхода лежит принцип максимального правдоподобия.

Предположим, что для выбранной эквивалентной сети измеряются все давления в ее узлах, расходы в участках с активными источниками и часть расходов в линиях связи и нагрузках, при этом общее число измеренных расходов $1 \leq k \leq e$.

Пусть M , L и N — множества индексов магистральных участков, участков с активными источниками и нагрузок; m , l , n — мощности этих множеств. Очевидно, что $m + l + n = e$. Для удобства изложения отнесем к ветвям дерева графа эквивалентной сети дуги, соответствующие магистральным участкам с неизвестными расходами, а также одну или часть дуг, соответствующих участкам с активным источником. Тогда подмножество индексов ветвей дерева равно $E_T = M_T \cup L_T$. Все остальные дуги отнесем к ветвям антидерева (хордам), т. е. представим множество E_T в виде $E_T = M_T \cup L_T \cup N_T$. В дальнейшем все измеренные величины, в отличие от их точных значений, будем отмечать звездочкой. Так же отметим M_T^* , N_T^* , L_T^* и L_T^* — подмножества соответствующих множеств индексов хорд M_T , N_T , L_T и ветвей L_T , которым поставлены в соответствие участки эквивалентной сети с измеренными расходами. Тогда количество участков с измеренными расходами равно $k = |M_T^*| + |N_T^*| + |L_T^*| + |L_T^*|$.

Очевидно, для решения задачи идентификации параметров эквивалентной сети необходимо определить две величины из трех (r_i, q_i, h_i) , характеризующих i -й участок. Будем считать, что для участков с активными источниками, а также магистральных участков и нагрузок в измеренными напорами и расходами,

неизвестными величинами являются h_j и q_j ($j \in M_T^* \cup N_T^* \cup L_T^* \cup L_T^*$); для магистральных участков и нагрузок с неизвестными расходами неизвестными будем считать величины

$$r_j \text{ и } q_j (j \in (M_T \setminus M_T^*) \cup M_T (N_T \setminus N_T^*)).$$

Все эти 2е неизвестные величины связаны с условиями (1, 2, 7), которые теперь запишем в следующем виде:

$$q_i - \sum_{r \in M_T} b_{1,r} q_r - \sum_{r \in M_T \setminus M_T^*} b_{1,r} q_r - \sum_{r \in N_T} b_{1,r} q_r - \\ - \sum_{r \in N_T^*} b_{1,r} q_r - \sum_{r \in L_T} b_{1,r} q_r = 0 \quad (i \in M_T \cup L_T^*); \quad (8)$$

$$h_r + \sum_{i \in M_T} b_{1,i} h_i (q_i, r_i) + \sum_{i \in L_T} b_{1,i} h_i = 0 \quad (r \in M_T^* \cup N_T^* \cup L_T^*); \quad (9)$$

$$h_r (q_r, r_r) + \sum_{i \in M_T} b_{1,i} h_i (q_i, r_i) + \sum_{i \in L_T} b_{1,i} h_i = 0, \quad (10)$$

$$r \in (M_T \setminus M_T^*) \cup (N_T \setminus N_T^*).$$

Учитывая, что в результатах измерений, как бы тщательно они не проводились, обязательно содержатся ошибки, можно составить следующую систему уравнений ошибок:

$$h_j - \hat{h}_j = \Delta_j, \quad j \in M_T^* \cup N_T^* \cup L^*;$$

$$h_j (q_j, r_j) - \hat{h}_j = \Delta_j, \quad j \in (M_T \setminus M_T^*) \cup M_T \cup (N_T \setminus N_T^*);$$

$$q_j - \hat{q}_j = \Delta_j, \quad j \in M_T^* \cup N_T^* \cup L^*. \quad (11)$$

В силу того, что число независимых неизвестных в системе уравнений (8) — (10) равно e , а число уравнений системы (11) равно $e + k$, среди множества решений последней выбирают такое, чтобы ошибки измерений (теперь уже невязки) обладали какими-то минимальными свойствами. В настоящей работе предлагается искать такое решение системы уравнений ошибок (11), которое удовлетворяло бы принципу максимального правдоподобия.

Предположим, что ошибки измерений независимы и подчинены нормальному распределению с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_j , т. е. $\Delta_j \in N(0, \sigma_j)$.

Согласно принципу максимального правдоподобия, необходимо найти такие оценки неизвестных величин, которые доставляли бы минимум функции

$$\Phi = \sum_{j \in M_T^* \cup N_T^* \cup L^*} \left\{ \frac{1}{2\sigma_j^2} (h_j - \hat{h}_j)^2 + \frac{1}{2\sigma_j^2} (q_j - \hat{q}_j)^2 \right\} +$$

$$+ \sum \left\{ \frac{1}{2\sigma_j^2} (h_j(q_j, r_j) - \hat{h}_j)^2 \right\}, \quad j \in (M_T \setminus M_T^*) \cup M_T \cup (N_T \setminus N_T^*) \quad (12)$$

при ограничениях (8)–(10).

Задача (8)–(10), (12) является задачей нелинейного математического программирования. Решение ее позволит найти наиболее вероятные оценки, в рамках критерия максимального правдоподобия, неизвестных параметров модели потокораспределения в водопроводной сети. Можно показать [5], что при некоторых весьма общих ограничениях оценки максимального правдоподобия асимптотически эффективны и асимптотически состоятельны.

Укрупненный алгоритм решения задачи идентификации параметров математической модели установившегося потокораспределения можно представить в виде четырех основных этапов.

1. Формирование эквивалентной схемы водопроводной сети.
2. Планирование и проведение эксперимента.
3. Оценка параметров математической модели на основе экспериментальных данных.
4. Проверка степени адекватности полученной модели фактическому потокораспределению. Если модель адекватна, то переходим к этапу оперативного планирования режима, в противном случае — к первому этапу.

Предлагаемый подход к проблеме идентификации параметров математической модели установившегося потокораспределения позволяет получить решение в условиях неполной и недостоверной информации как об определяемых параметрах, так и о структуре (графе) водопроводной сети. Возможность оценки эффективности различных эквивалентных структур водопроводной сети является необходимым условием решения рассматриваемой задачи.

Список литературы: 1. Евдокимов А. Г. Оптимальные задачи на инженерных сетях. Харьков, «Вища школа», 1976. 153 с. 2. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Системный анализ задач управления инженерными сетями. — В кн.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Вып. 50. Харьков, 1979, с. 45–47. 3. Меренко А. П., Сидлер В. Г. Идентификация трубопроводных систем. — В сб.: Фактор неопределенности принятия решений в больших системах энергетики. Иркутск, АН СССР СО СЭИ, 1974, с. 20–23. 4. Чеботарев А. С. Метод наименьших квадратов с основами теории вероятностей. М., Стройиздат, 1958. 456 с. 5. Крамер Г. Математические методы статистики. М., Изд-во иностр. лит., 1948. 317 с.

УДК 62.506.2

Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

Харьковский институт радиоволлектроники

ОБ УРАВНЕНИЯХ ТЕОРИИ ИНТЕЛЛЕКТА

В работе [1] введены понятие теории интеллекта и уравнения этой теории, задающие конечные алгебраические операторы. Введем в алгебре предикатов [1], наряду со знаком отрицания [2], знак

нения. Таким образом, не снижая уровня общности, мы можем ограничиться рассмотрением лишь одних канонических уравнений теории интеллекта.

Как решить уравнение $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, т.е. отыскать множество всех слов $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, удовлетворяющих этому уравнению? Мы располагаем универсальным, хотя, может быть, и не всегда удобным, методом решения любого канонического уравнения. Его дает нам алгоритм приведения любой формулы алгебры предикатов к СДНФ, описанный в работе [1].

Пусть задано уравнение

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1. \quad (a)$$

Представляя предикат f в совершенной дизъюнктивной нормальной форме, имеем $\bigvee_{(a_1, a_2, \dots, a_n) \in I} x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n} = 1$.

Каждой конституенте единицы СДНФ предиката $f x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}$ соответствует решение $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ уравнения (a). Взятые вместе, эти решения образуют систему всех решений уравнения f .

Рассмотрим пример. Пусть $p = 2$, $E = \{a, b\}$, $n = 3$. Предикат f задан формулой $f = (x_1^a \vee x_2^b) (x_1^a \vee x_1^b x_3^a) \vee (x_1^b \vee x_2^a) (x_2^b x_3^a \vee x_2^a x_3^b)$. СДНФ этого предиката имеет вид: $x_1^a x_2^a x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^a \vee x_1^a x_2^b x_3^b \vee x_1^b x_2^a x_3^a \vee x_1^b x_2^a x_3^b \vee x_1^b x_2^b x_3^a$. Система решений уравнения $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ следующая: $\{(a, a, a), (a, a, b), (a, b, a), (a, b, b), (b, a, a), (b, b, a)\}$.

Система всех решений уравнения (a) может быть представлена, как правило, в более компактном виде, если воспользоваться минимальной дизъюнктивной нормальной формой предиката f . Алгоритм приведения формул алгебры конечных предикатов к минимальной ДНФ описаны в работе [3]. Каждому элементарному произведению минимальной ДНФ предиката $x_1^{a_{i_1}} x_2^{a_{i_2}} \dots x_s^{a_{i_s}}$ ($s \leq n$) соответствует система решений уравнения (a), составленная из всевозможных слов, у которых на $i_1, i_2, \dots, i_s$ местах стоят соответственно буквы $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_s}$. Объединение всех таких систем совпадает с системой всех решений уравнения (a).

Рассмотрим пример. Пусть $p = 3$, $E = \{a, b, c\}$, $n = 3$. Предикат f задан формулой $f = (x_1^a \vee x_2^b) (x_2^a \vee x_2^b \vee x_3^a)$. Минимальная ДНФ этого предиката имеет вид $f = x_1^a x_2^a \vee x_1^a x_2^b \vee x_2^a x_3^a$. Система всех решений уравнения $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ может быть записана в виде $\{(a, a, x_3), (a, b, x_3), (x_1, c, a)\}$. В этой записи под x_1 и x_3 понимаются произвольные буквы алфавита E . Полная же запись системы всех решений имеет вид: $\{(a, a, a), (a, a, b), (a, a, c), (a, b, a), (a, b, b), (a, b, c), (a, c, a), (b, c, a), (c, c, a)\}$.

Введенные нами понятия конечного предиката, формулы алгебры предикатов, уравнения и множества его решений допускают содержательную интерпретацию в логических терминах. Формулы

алгебры предикатов являются высказываниями. Смыслом высказывания служит конечный предикат, соответствующий этому высказыванию. Уравнение $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ означает истинность высказывания f , уравнение $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ — ложность. Множество всех решений уравнения $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ есть содержание высказывания f . Высказывания, имеющие одинаковое содержание, логически эквивалентны. Смысл логически эквивалентных высказываний одинаков. Высказывание, содержание которого принадлежат всевозможные слова, является бессодержательным или тождественно истинным высказыванием. Высказывание, содержание которого пусто, является противоречивым или тождественно ложным высказыванием. Пусть α и β — высказывания, S_α и S_β — их содержания. Высказывание β — логическое следствие высказывания α , если $S_\alpha \subseteq S_\beta$ или, что то же, если формула $\alpha \supset \beta$ является тождественно истинным высказыванием. Высказывания α и β логически независимы, если множества $S_\alpha \setminus S_\beta$ и $S_\beta \setminus S_\alpha$ не пусты, или, что то же, если ни $\alpha \supset \beta$, ни $\beta \supset \alpha$ не являются тождественно истинными высказываниями. Высказывания α и β логически непротиворечивы или совместимы, если множество $S_\alpha \cap S_\beta$ не пусто или, что то же, если формула $\alpha\beta$ не есть тождественно ложное высказывание. Логически совместимые высказывания имеют общее содержание, логически противоречивые — не имеют.

Рассмотрим высказывание $x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$, означающее, что буква x принадлежит множеству $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$, где $x, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k \in E$, $k \leq p$. Это высказывание может быть формализовано средствами алгебры предикатов. Запись $x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$ можно понимать не только как высказывание, но и как обозначение предиката с аргументом x , принимающего значение 1, если x принадлежит множеству $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$, и принимающего значение 0, если x не принадлежит множеству $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$.

Введенный предикат можно задать определяющим тождеством

$$x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\} = x^{\sigma_1} \vee x^{\sigma_2} \vee \dots \vee x^{\sigma_k}. \quad (2)$$

Действительно, когда x совпадает с одной из букв $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$, то левая и правая части равенства (2) обращаются в единицу; если же буква x не совпадает ни с одной из букв $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$, то левая и правая части этого равенства обращаются в нуль.

Запись $x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$ можно теперь понимать как уравнение $x^{\sigma_1} \vee x^{\sigma_2} \vee \dots \vee x^{\sigma_k} = 1$, системой решений которого является множество $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$.

Аналогично введем предикат

$$\overline{x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}} = \overline{x^{\sigma_1} \vee x^{\sigma_2} \vee \dots \vee x^{\sigma_k}}, \quad (3)$$

являющийся формальным эквивалентом высказывания « x не принадлежит множеству $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$ », означающего, что буква x

не совпадает ни с одной из букв $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$ множества $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$.

Запись $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$, обозначающая множество, состоящее из элементов $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$, не является формулой, однако она есть выражение алгебры предикатов. Будем говорить, что выражения алгебры предикатов *тождественны*, если они взаимозаменяемы в формулах. После замены в формуле алгебры предикатов некоторого выражения другим тождественным ему выражением, получаем формулу, тождественную исходной. Из определенных (2) и (3) вытекают известные свойства записи конечного множества: 1) в выражении $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$ буквы $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$ можно переставлять местами, например, $\{a, b\} = \{b, a\}$; 2) в выражении $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$ одну и ту же букву можно «размножать», т. е. записывать несколько раз подряд, можно также двигаться и в обратном направлении, заменяя несколько одинаковых букв одной, например, $\{a, b\} = \{a, b, b\}$.

Докажем справедливость только что записанных тождеств:

$$x \in \{a, b\} = x^a \vee x^b = x^b \vee x^a = x \in (b, a),$$

$$x \bar{\in} \{a, b\} = \overline{x^a \vee x^b} = \overline{x^a} \bar{x}^b = \bar{x}^a \bar{x}^b = \bar{x}^b \vee \bar{x}^a = x \bar{\in} (a, b),$$

$$x \in \{a, b\} = x^a \vee x^b = x^a \vee x^b \vee x^b = x \in \{a, b, b\},$$

$$x \bar{\in} \{a, b\} = \overline{x^a \vee x^b} = \overline{x^a} \bar{x}^b = \overline{x^a} \bar{x}^b \bar{x}^b = \overline{x^a \vee x^b \vee x^b} = x \bar{\in} \{a, b, b\}.$$

Рассмотрим пример алгебраического решения одной простой логической задачи. В ее условии задано, что $x \in \{a_1, a_2, a_3\}$, $x \neq a_1$, $x \neq a_2$. Требуется определить значение x . Условие этой задачи может быть записано в виде уравнения алгебры предикатов $(x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee x^{a_3}) \overline{x^{a_1} x^{a_2}} = 1$. Упрощая левую часть этого уравнения, получаем $x^{a_3} = 1$, откуда $x = a_3$.

Другой вариант задачи на ту же тему: доказать, что из $x \in \{a_1, a_2, a_3\}$, $x \neq a_1$ и $x \neq a_2$ следует $x = a_3$. Записываем формулу алгебры предикатов, соответствующую заданному высказыванию. Истинность высказывания будет доказана, если мы установим, что предикат, представленный этой формулой, тождественно равен единице. В результате тождественных преобразований формулы устанавливаем, что это действительно так: $(x \in \{a_1, a_2, a_3\}) \overline{x^{a_1} x^{a_2}} \supset x^{a_3} = (x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee x^{a_3}) \overline{x^{a_1} x^{a_2}} \supset x^{a_3} = x^{a_3} \supset x^{a_3} = \overline{x^{a_1}} \vee x^{a_3} = x^{a_3} \vee x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee \dots \vee x^{a_p} \vee x^{a_q} = 1$.

Приведенные задачи могут служить иллюстрацией следующего утверждения. Решение уравнений и вычисление значений формул алгебры предикатов содержательно интерпретируются как деятельность интеллекта, как мышление.

Пусть задано уравнение $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, значения переменных которого ограничены некоторыми подмножествами алфавита $E: x_i \in E_i$, где $E_i = \{\sigma_{1i}, \sigma_{2i}, \dots, \sigma_{p_i i}\}$, $E_i \subseteq E$, $(1 \leq i \leq n, 1 \leq p_i \leq p)$.

Здесь логическое суммирование ведется по всем наборам $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ букв $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ алфавита E , для которых $\sigma_i \in E_i$ ($1 \leq i \leq n$) и соответственно выполняется условие $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 1$ или $f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = 0$.

Для получения усеченной СДНФ может быть использован после небольшой корректировки алгоритм отыскания СДНФ предиката, описанный в работе [1]. Аналогично могут быть введены понятия *усеченных минимальных ДНФ* и *КНФ* предиката а алгоритмы минимизации, описанные в [2] и [3], после соответствующей корректировки могут быть использованы для получения усеченных минимальных ДНФ и КНФ. Корректировка этих алгоритмов заключается лишь в том, что вместо закона истинности и законов отрицания используются теперь соответственно усеченные законы истинности и усеченные законы отрицания.

Рассмотрим пример получения усеченной СДНФ. Пусть $p = 4$, $E = \{a, b, c, d\}$, $n = 3$, $x_1 \in \{a, b\}$, $x_2 \in \{c, d\}$, $x_3 \in \{a, d\}$. Требуется преобразовать к усеченной СДНФ формулу $f = (x_1^a \vee x_2^d)(x_1^a \vee x_1^b x_2^d) \vee (x_1^a \vee x_2^d)(x_2^c x_3^a \vee x_2^d x_3^d)$. Раскрывая скобки и производя упрощения по законам алгебры предикатов [1], получаем $f = x_1^a \vee x_1^a x_2^d \vee x_1^b x_2^d x_3^a \vee x_1^a x_2^d x_3^a \vee x_1^b x_2^d x_3^d \vee x_2^c x_3^d$. Пользуясь усеченными законами истинности

$$x_1^a \vee x_1^b = 1, \quad x_2^c \vee x_2^d = 1, \quad x_3^a \vee x_3^d = 1 \quad (6)$$

во все конъюнкции вводим недостающие переменные

$$f = x_1^a (x_2^c \vee x_2^d) (x_3^a \vee x_3^d) \vee x_1^a x_2^d (x_3^a \vee x_3^d) \vee x_1^b x_2^d x_3^a \vee x_1^b x_2^d x_3^d \vee x_1^a x_2^d x_3^a \vee (x_1^a \vee x_1^b) x_2^c x_3^d.$$

Раскрывая скобки и производя упрощения по законам алгебры предикатов, получаем усеченную СДНФ предиката f :

$$f = x_1^a x_2^c x_3^a \vee x_1^a x_2^c x_3^d \vee x_1^a x_2^d x_3^a \vee x_1^a x_2^d x_3^d \vee x_1^b x_2^c x_3^a \vee x_1^b x_2^c x_3^d.$$

Полученная усеченная СДНФ предиката f является вместе с тем совершенной дизъюнктивной нормальной формой (неусеченной) предиката $f(x_1, x_2, x_3)$ ($x_1 \in \{a, b\}$) ($x_2 \in \{c, d\}$) ($x_3 \in \{a, d\}$).

Усеченная СДНФ характеризует все решения системы, состоящей из уравнения $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ и уравнений (6).

Аналогично, усеченная минимальная ДНФ предиката $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при наличии ограничений на области изменения его аргументов $x_1 \in E_1$, $x_2 \in E_2, \dots, x_n \in E_n$ характеризует в более компактном виде, чем СДНФ, множество всех решений системы, состоящей из уравнения $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ и уравнений (4).

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. О теории интеллекта. — В кн.: Проблемы бionики. Вып. 22, Харьков, 1979, с. 15—22. 2. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Об алгебре предикатов с отрицанием. — В кн.: АСУ и приборы автоматизации. Вып. 50, Харьков, 1978, с. 42—49. 3. Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Об алгебре конечных предикатов. — В кн.: АСУ и приборы автоматизации. Вып. 50, Харьков, 1978, с. 21—28.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОНЕЧНЫХ БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Статья является продолжением работ [1, 2], в ней средствами алгебры конечных предикатов описываются конечные бинарные отношения и предикаты. Каждое *фиксированное бинарное отношение* A на E^2 , где E — конечный алфавит, составленный из букв $a_1, a_2, \dots, a_p$, можно представить в виде квадратной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} a_{12} \dots a_{1p} \\ a_{21} a_{22} \dots a_{2p} \\ \dots \dots \dots \\ a_{p1} a_{p2} \dots a_{pp} \end{pmatrix} \quad (1)$$

размера p , образованной из булевых констант 0, 1 с помощью следующего правила: если $a_i A a_j$, то полагаем $a_{ij} = 1$, если же $a_i \bar{A} a_j$, то полагаем $a_{ij} = 0$. Таким образом, $a_{ij} = a_i A a_j$.

Переменное бинарное отношение X на E^2 может быть представлено в виде матрицы

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} x_{12} \dots x_{1p} \\ x_{21} x_{22} \dots x_{2p} \\ \dots \dots \dots \\ x_{p1} x_{p2} \dots x_{pp} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где x_{ij} — булевы переменные, $1 \leq i, j \leq p$. Подставляя вместо этих переменных булевы константы 0 или 1, получаем булеву матрицу, соответствующую тому или иному фиксированному отношению A на E^2 .

Пусть x, y — буквенные переменные. *Отношение принадлежности пары букв (x, y) отношению X* может быть записано средствами алгебры конечных предикатов в виде формулы

$$\begin{aligned} x X y = (x, y) \in X = & (x_{11} x^{a_1} y^{a_1} \vee \dots \vee x_{1p} x^{a_1} y^{a_p} \vee \dots \\ & \dots \vee x_{p1} x^{a_p} y^{a_1} \vee \dots \vee x_{pp} x^{a_p} y^{a_p}) (x_{11}^0 \vee x_{11}^1) \dots \\ & \dots (x_{p1}^0 \vee x_{p1}^1) \dots (x_{1p}^0 \vee x_{1p}^1) \dots (x_{pp}^0 \vee x_{pp}^1). \end{aligned} \quad (3)$$

Если пара букв (x, y) принадлежит отношению X , то формула, стоящая справа от знака равенства в тождестве (3), обращается в единицу, если же не принадлежит, то — в нуль. Для формулы (3) также используем сокращенную форму записи:

$$x X y = \bigvee_{a \in \{a_i, a_j\}} x_i x^{a_i} y^{a_j} y_j, \quad (4)$$

условно рассматривая символы ξ_{ij} не как буквенные, а как булевы переменные.

Матрицы (1) и (2) сокращенно запишем в виде $A = (a_{ij})_1^p$ и $X = (\xi_{ij})_1^p$. Пусть заданы отношения $X = (\xi_{ij})_1^p$ и $Y = (\eta_{ij})_1^p$. Тогда $\bar{X} = (\bar{\xi}_{ij})_1^p$, $X \cup Y = (\xi_{ij} \vee \eta_{ij})_1^p$, $X \cap Y = (\xi_{ij} \wedge \eta_{ij})_1^p$, $X \setminus Y = (\xi_{ij} \wedge \bar{\eta}_{ij})_1^p$, $X \dot{-} Y = (\xi_{ij} \oplus \eta_{ij})_1^p$. Таким образом:

$$(\bar{\xi}_{ij})_1^p = (\bar{\xi}_{ij})_1^p, \quad (5)$$

$$(\xi_{ij})_1^p \cup (\eta_{ij})_1^p = (\xi_{ij} \vee \eta_{ij})_1^p, \quad (6)$$

$$(\xi_{ij})_1^p \cap (\eta_{ij})_1^p = (\xi_{ij} \wedge \eta_{ij})_1^p, \quad (7)$$

$$(\xi_{ij})_1^p \setminus (\eta_{ij})_1^p = (\xi_{ij} \wedge \bar{\eta}_{ij})_1^p, \quad (8)$$

$$(\xi_{ij})_1^p \dot{-} (\eta_{ij})_1^p = (\xi_{ij} \oplus \eta_{ij})_1^p. \quad (9)$$

Отношение равенства и отношение включения отношений X и Y могут быть записаны в виде формул алгебры конечных предикатов:

$$X = Y = \bigwedge_{i,j} (\xi_{ij} \sim \eta_{ij}) = \bigwedge_{i,j} (\xi_{ij} \sim \eta_{ij}), \quad (10)$$

$$X \subseteq Y = \bigwedge_{i,j} (\xi_{ij} \supset \eta_{ij}). \quad (11)$$

Можно образовывать кванторы общности и существования по одной и по двум буквенным переменным бинарного отношения. Пусть $A = (a_{ij})_1^p$, тогда согласно (4) имеем

$$\forall x (xAy) = \bigwedge_{i,j} (\bigvee_{(a_i, a_j)} a_{ij} x^{a_i} y^{a_j}) = \bigwedge_{i,j} (\bigvee_{(a_j)} a_{ij} y^{a_j}). \quad (12)$$

Аналогично находим:

$$\forall y (xAy) = \bigwedge_{i,j} (\bigvee_{(a_j)} a_{ij} x^{a_i}), \quad (13) \quad \exists x (xAy) = \bigvee_{i,j} (\bigvee_{(a_j)} a_{ij} y^{a_j}), \quad (14)$$

$$\exists y (xAy) = \bigvee_{i,j} (\bigvee_{(a_i)} a_{ij} x^{a_i}), \quad (15)$$

$$\forall x \forall y (xAy) = \bigwedge_{i,j} (\bigvee_{(a_i, a_j)} a_{ij} x^{a_i} y^{a_j}) = \bigwedge_{i,j} a_{ij}, \quad (16)$$

$$\exists x \exists y (xAy) = \bigvee_{i,j} a_{ij}, \quad (17) \quad \forall x \exists y (xAy) = \bigwedge_{i,j} \bigvee_{(a_j)} a_{ij}, \quad (18)$$

$$\forall y \exists x (xAy) = \bigwedge_{i,j} \bigvee_{(a_i)} a_{ij}, \quad (19) \quad \exists x \forall y (xAy) = \bigvee_{i,j} \bigwedge_{(a_j)} a_{ij}, \quad (20)$$

$$\exists y \forall x (xAy) = \bigvee_{i,j} \bigwedge_{(a_i)} a_{ij}. \quad (21)$$

Каждое уравнение алгебры логики

$$f(\xi_{11}, \dots, \xi_{1p}, \dots, \xi_{p1}, \dots, \xi_{pp}) = 1, \quad (22)$$

где ξ_{ij} — булевы переменные, задает некоторую систему бинарных отношений на E^2 . Так например, отношение равенства $D = (\xi_{ij})_1^p$ двух букв может быть задано булевым уравнением

$$\xi_{11}\bar{\xi}_{12} \dots \bar{\xi}_{1p}\bar{\xi}_{21}\xi_{22}\bar{\xi}_{23} \dots \bar{\xi}_{2p} \dots \bar{\xi}_{p1} \dots \bar{\xi}_{p,p-1}\xi_{pp} = 1. \quad (23)$$

Согласно этому уравнению матрица отношения равенства D имеет вид

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Отношение принадлежности пары букв (x, y) отношению равенства D содержательно определяется следующим образом:

$$D(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = y, \\ 0, & \text{если } x \neq y. \end{cases} \quad (25)$$

Формально это отношение запишем средствами алгебры конечных предикатов в виде формулы

$$D(x, y) = x D y = x^{a_1} y^{a_1} \vee x^{a_2} y^{a_2} \vee \dots \vee x^{a_p} y^{a_p}. \quad (26)$$

То же самое запишем в сокращенной форме:

$$x = y = \bigvee_{i=1}^p x^{a_i} y^{a_i}. \quad (27)$$

Введем понятие функции или функционального отношения F , определяемого условием

$$\forall x \forall y \forall z (x F y \wedge x F z \supset y = z) = 1. \quad (28)$$

Полагая $F = (\varphi_{ij})_1^p$ и производя подстановку в (28) по формулам (4), (12) и (27), получаем булево уравнение, задающее систему всех функциональных отношений,

$$\bigwedge_{i, j, k} (\varphi_{ij} \vee \bar{\varphi}_{ik}) = 1. \quad (29)$$

В этом уравнении конъюнкция берется по всем наборам значений индексов i, j, k , для которых $1 \leq i, j, k \leq p$ и $j \neq k$.

Рассмотрим два примера, иллюстрирующих применение зависимости (29).

Пример 1. Установить, является ли функцией отношение $F = (\varphi_{ij})_1^p$, $(x, y) \in F$, заданное уравнением $x^{a_1} y^{a_2} \vee x^{a_2} y^{a_1} = 1$?

Решение. Элементы $\varphi_{12}, \varphi_{21}$ матрицы этого отношения согласно определению (4) равны единице, остальные элементы мат-

рицы равны нулю. Подставляем эти значения в левую часть уравнения (29):

$$\begin{aligned} & (\bar{\varphi}_{11} \vee \bar{\varphi}_{12}) (\bar{\varphi}_{11} \vee \bar{\varphi}_{13}) \dots (\bar{\varphi}_{11} \vee \bar{\varphi}_{1p}) (\bar{\varphi}_{12} \vee \bar{\varphi}_{11}) (\bar{\varphi}_{12} \vee \bar{\varphi}_{13}) \dots \\ & \dots (\bar{\varphi}_{12} \vee \bar{\varphi}_{1p}) \wedge (\bar{\varphi}_{21} \vee \bar{\varphi}_{22}) (\bar{\varphi}_{21} \vee \bar{\varphi}_{23}) \dots (\bar{\varphi}_{21} \vee \bar{\varphi}_{2p}) (\bar{\varphi}_{22} \vee \bar{\varphi}_{21}) \times \\ & \times (\bar{\varphi}_{22} \vee \bar{\varphi}_{23}) \dots (\bar{\varphi}_{pp} \vee \bar{\varphi}_{pp-1}) = (\bar{0} \vee \bar{1}) (\bar{0} \vee \bar{0}) \dots (\bar{0} \vee \bar{0}) (\bar{1} \vee \bar{0}) \times \\ & \times (\bar{1} \vee \bar{0}) \dots (\bar{1} \vee \bar{0}) (\bar{1} \vee \bar{0}) (\bar{1} \vee \bar{0}) \dots \\ & \dots (\bar{1} \vee \bar{0}) (\bar{0} \vee \bar{1}) (\bar{0} \vee \bar{0}) \dots (\bar{0} \vee \bar{0}) = 1. \end{aligned}$$

Получили тождество, следовательно заданное отношение F есть функция.

Пример 2. Установить, является ли функцией отношение

$$x^2 y^2 \vee x^2 y^2 z^2$$

Решение. Элементы $\varphi_{11}, \varphi_{12}$ матрицы заданного отношения равны единице, остальные элементы равны нулю. Имеем $\bar{\varphi}_{11} \vee \bar{\varphi}_{12} = \bar{1} \vee \bar{1} = 0$. Следовательно, согласно формуле, приведенной в предыдущем примере, значение левой части уравнения (29) равно нулю. Таким образом, заданное отношение не есть функция.

Введем биекцию или взаимно-однозначную функцию, т. е. отношение F , удовлетворяющее, кроме условия (28), еще и условию

$$\forall x \forall y \forall z (yFx \wedge zFx \supset y = z) = 1. \quad (30)$$

Булево уравнение, задающее систему биекций, имеет вид

$$\bigvee_{\substack{i, j, k \\ i \neq k}} (\bar{\varphi}_{ij} \vee \bar{\varphi}_{ik}) (\bar{\varphi}_{ji} \vee \bar{\varphi}_{ki}) = 1. \quad (31)$$

Введем рефлексивное отношение, т. е. отношение R , удовлетворяющее условию

$$\forall x (xRx) = 1. \quad (32)$$

Из этого условия получаем булево уравнение, определяющее систему всех рефлексивных отношений $R = (p_{ii})_1^n$:

$$\bigwedge_{i \in \Omega} (p_{ii}) = 1. \quad (33)$$

Далее, введем симметричное отношение, т. е. отношение R , удовлетворяющее условию

$$\forall x \forall y (xRy \supset yRx) = 1. \quad (34)$$

Система всех симметричных отношений может быть задана следующим булевым уравнением:

$$\bigwedge_{i, j \in \Omega} (p_{ij} \supset p_{ji}) = 1. \quad (35)$$

Наконец, введем транзитивное отношение R , удовлетворяющее условию

$$\forall x \forall y \forall z (xRy \wedge yRz \supset xRz) = 1. \quad (36)$$

«Для любого отношения эквивалентности R найдется функция F такая, что

$$xRy = D(F(x), F(y)) \quad (45)$$

для любых x и y ».

Решение. В более развернутом виде сформулированная теорема может быть записана следующим образом: «Если произвольно выбранное отношение R рефлексивно, симметрично и транзитивно, то существует отношение F , являющееся функциональным и удовлетворяющее равенству (45)». Та же теорема может быть записана в виде следующей логической формулы:

$$\begin{aligned} & \forall R (\forall x (xRx) \wedge \forall x \forall y (xRy \supset yRx) \wedge \forall x \forall y \forall z (xRy \wedge \\ & \wedge yRz \supset xRz) \supset \exists F (\forall x \forall y \forall z (xFy \wedge xFz \supset yDz) \wedge \\ & \wedge \forall x \forall y (xRy \sim \exists z \exists f (xFz \wedge yFf \wedge zDf))) \end{aligned} \quad (46)$$

Заменяя в формуле (46) входящие в нее предикаты с помощью тождества (4) и пользуясь зависимостями (12)—(15), (29) и (38), получаем формулу алгебры конечных предикатов, описывающую теорему о разбиении:

$$\begin{aligned} & \forall R (\bigwedge_{(i)} (p_{ii} \wedge (p_{ij} \supset p_{ji} \wedge (p_{ik} \supset p_{ik}))) \supset \\ & \supset \exists F (\bigwedge_{\substack{(i, j, k) \\ j \neq k}} (\bar{\varphi}_{ij} \vee \bar{\varphi}_{ik}) \wedge \bigwedge_{(i, j)} (p_{ij} \sim \bigvee_{(k)} (\varphi_{ik} \wedge \varphi_{jk}))) \end{aligned} \quad (47)$$

Пример 4. Полагая $p = 2$, доказать справедливость теоремы о разбиении путем прямого вычисления значения формулы (47).

Решение.

$$\begin{aligned} & \bigwedge_{(i)} (p_{ii} \wedge (p_{ij} \supset p_{ji} \wedge (p_{ik} \supset p_{ik}))) = \\ & = (p_{11} (p_{11} \supset p_{11} (p_{11} \supset p_{11}))) (p_{11} (p_{11} \supset p_{11} (p_{12} \supset p_{12}))) \wedge \\ & \wedge (p_{11} (p_{12} \supset p_{21} (p_{21} \supset p_{11}))) (p_{11} (p_{12} \supset p_{21} (p_{22} \supset p_{12}))) \wedge \\ & \wedge (p_{22} (p_{12} \supset p_{21} (p_{11} \supset p_{21}))) (p_{22} (p_{21} \supset p_{12} (p_{12} \supset p_{22}))) \wedge \\ & \wedge (p_{22} (p_{22} \supset p_{22} (p_{21} \supset p_{21}))) (p_{22} (p_{22} \supset p_{22} (p_{22} \supset p_{22}))) = \\ & = p_{11} (\bar{p}_{12} \vee p_{21}) p_{22} (\bar{p}_{21} \vee p_{12}) = p_{11} p_{22} (p_{12} \sim p_{21}), \\ & \bigwedge_{\substack{(i, j, k) \\ j \neq k}} (\bar{\varphi}_{ij} \vee \bar{\varphi}_{ik}) = (\bar{\varphi}_{11} \vee \bar{\varphi}_{12}) (\bar{\varphi}_{21} \vee \bar{\varphi}_{22}), \\ & \bigwedge_{(i, j)} (p_{ij} \sim \bigvee_{(k)} (\varphi_{ik} \wedge \varphi_{jk})) = (p_{11} \sim (\varphi_{11} \vee \varphi_{12})) (p_{12} \sim (\varphi_{11} \varphi_{21} \vee \\ & \vee \varphi_{12} \varphi_{22})) (p_{21} \sim (\varphi_{21} \varphi_{11} \vee \varphi_{22} \varphi_{12})) (p_{22} \sim (\varphi_{21} \vee \varphi_{22})), \\ & \exists \varphi_{11} \exists \varphi_{12} \exists \varphi_{21} \exists \varphi_{22} (\bigwedge_{\substack{(i, j, k) \\ j \neq k}} (\bar{\varphi}_{ij} \vee \bar{\varphi}_{ik}) \wedge \bigwedge_{(i, j)} (p_{ij} \sim \bigvee_{(k)} (\varphi_{ik} \wedge \varphi_{jk})) = \\ & = \bar{p}_{11} \bar{p}_{12} \bar{p}_{21} \bar{p}_{22} \vee \bar{p}_{11} \bar{p}_{12} p_{21} p_{22} \vee p_{11} \bar{p}_{12} \bar{p}_{21} \bar{p}_{22} \vee p_{11} p_{12} p_{21} p_{22} \vee \end{aligned}$$

$$\vee p_{11}\bar{p}_{12}\bar{p}_{21}p_{22} \vee p_{11}\bar{p}_{12}\bar{p}_{21}\bar{p}_{22} \vee p_{11}\bar{p}_{12}p_{21}p_{22} = \bar{p}_{11}\bar{p}_{12}\bar{p}_{21} \vee \bar{p}_{12}\bar{p}_{21}\bar{p}_{22} \vee \\ \vee p_{11}p_{22} (p_{12} \sim p_{21}).$$

$$\vee R (p_{11}p_{22} (p_{12} \sim p_{21}) \supset (\bar{p}_{11}\bar{p}_{12}\bar{p}_{21} \vee \bar{p}_{12}\bar{p}_{21}\bar{p}_{22} \vee \\ \vee p_{11}p_{22} (p_{12} \sim p_{21}))) = \vee R (1) = 1.$$

При увеличении числа p длина формулы очень быстро растет, так что уже при $p = 10$ вычисления становятся практически недоступными не только для человека, но и для ЭВМ. Отсюда следует, что метод доказательства теорем конечной математики путем прямого вычисления значений соответствующих им предикатов хотя в принципе универсален, но практически неприменим к достаточно сложным теоремам.

Введем *дифункциональное отношение*, т. е. отношение R , удовлетворяющее условию

$$\vee x \vee y \vee z \vee t (xRy \wedge zRy \wedge zRt \supset xRt) = 1. \quad (48)$$

Из этого условия может быть получено булево уравнение, определяющее систему всех дифункциональных отношений:

$$\bigwedge_{(i, j, k, l)} (p_{ij} \wedge p_{kj} \wedge p_{kl} \supset p_{il}) = 1. \quad (49)$$

Пример 5. Записать на языке алгебры конечных предикатов теорему Риге [3]: «Отношение R может быть представлено в виде

$$xRy = D(F_1(x), F_2(y)). \quad (50)$$

где F_1 и F_2 — некоторые функции в том и только том случае, если оно дифункционально».

Решение. Сформулированная теорема может быть записана в виде следующей логической формулы:

$$\vee R (\vee x \vee y \vee z \vee t (xRy \wedge zRy \wedge zRt \supset xRt) \sim \\ \sim \exists F_1 \exists F_2 (\vee x \vee y \vee z ((xF_{1y} \wedge xF_{2z} \supset yDz) (xF_{2y} \wedge xF_{2z} \supset \\ \supset yDz)) \wedge \vee x \vee y (xRy \sim \exists z \exists t (xF_{1z} \wedge yF_{2t} \wedge zDt))). \quad (51)$$

Переходя к языку алгебры конечных предикатов, получаем искомую запись теоремы Риге

$$\vee R (\bigwedge_{(i, j, k, l)} (p_{ij} p_{kj} p_{kl} \supset p_{il}) \sim \exists F_1 \exists F_2 (\bigwedge_{\substack{(i, j, k) \\ j+k}} ((\bar{\varphi}_{1i} \vee \bar{\varphi}_{1k}) \wedge \\ \wedge (\bar{\varphi}_{2j} \vee \bar{\varphi}_{2l})) \wedge (p_{ij} \sim \vee_{(k)} (\varphi_{1k} \varphi_{2j+k}))). \quad (52)$$

Пример 6. Записать на языке алгебры конечных предикатов следующее утверждение:

«Пусть F_1 и F_2 — функции, G — биекция. Тогда для любых x и y

$$D(F_1(x), F_2(y)) = D(G(F_1(x)), G(F_2(y)))^*. \quad (53)$$

Решение. Выпишем условия, при которых выполняется равенство (53):

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y \forall z (x F_1 y \wedge x F_1 z \supset y = z), \\ & \forall x \forall y \forall z (x F_2 y \wedge x F_2 z \supset y = z), \\ & \forall x \forall y \forall z ((x G y \wedge x G z \supset y = z) (y G x \wedge z G x \supset y = z)). \end{aligned} \quad (54)$$

Соединяя посылки (54) и следствие (53) знаком импликации и полагая $F_1 = (\varphi_{1ij})_1^0$, $F_2 = (\varphi_{2ij})_1^0$, $G = (\gamma_{ij})_1^0$, переходим к языку алгебры конечных предикатов. В результате получаем искомую запись:

$$\begin{aligned} & \bigwedge_{\substack{(i, j, k) \\ j \neq k}} ((\bar{\varphi}_{1ij} \vee \bar{\varphi}_{1ik}) (\bar{\varphi}_{2ij} \vee \bar{\varphi}_{2ik}) (\bar{\gamma}_{ij} \vee \bar{\gamma}_{ik}) (\bar{\gamma}_{ji} \vee \bar{\gamma}_{ki})) \supset \\ & \supset (\bigwedge_{(i, j)} \bigvee_{(k)} (\varphi_{1ik} \varphi_{2jk}) \sim \bigwedge_{(i, j)} \bigvee_{(k, l, m)} (\varphi_{1ik} \varphi_{2jl} \gamma_{km} \gamma_{lm})). \end{aligned}$$

Список литературы: 1. Шабанов-Кушнарченко Ю. П. Математическое описание конечных логических объектов. — В кн.: Проблемы бионики. Вып. 23, Харьков, 1979, с. 11—18. 2. Шабанов-Кушнарченко Ю. П. Математическое описание унарных конечных предикатов высших порядков. — В кн.: Проблемы бионики. Вып. 23, Харьков, 1979, с. 48—55. 3. Мальцев А. Н. Алгебраические системы. М., «Наука», 1970. 392 с.

УДК 519.687.8

А. В. КОРОП

Харьковский институт радиоэлектроники

СЕРВИС СВЯЗЕЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ АСВТ-М

Описываемая система сервисных программ предназначена для обслуживания взаимных вызовов программных модулей на ЭВМ М-7000/М-6000. Предполагается, что каждый модуль, пользующийся услугами системы, является «чистой» программой, т. е. не изменяет своих ячеек; область памяти для модифицируемых ячеек резервируется при активизации и освобождается при завершении модуля. Такие области, называемые далее динамическими областями — ДО, адресуются при помощи индексирования по одному из индекс-регистров (на М-6000 индексирование моделируется программно). Повторная активизация модуля, уже имеющего ДО, не запрещается, т. е. программы допускают рекурсию и множественное использование, что особенно ценно в системах многотерминального обслуживания. Сами сервисные программы также обладают этими свойствами.

Во многих приложениях бывает полезной сопрограммная форма вызова некоторых модулей: при вызове сопрограммы, уже имеющей ДО, происходит не новая активизация, как это было бы при вызове подпрограммы, а возобновление исполнения

с точки последней приостановки. Обслуживание сопрограмм также обеспечивается предлагаемой системой.

Техника сопрограмм привлекательна в значительной степени из-за того, что позволяет в каждой из сопрограмм трактовать остальные, как подпрограммы, подчиненные ей. Однако такая трактовка (а также замена подпрограмм сопрограммами и наоборот) допустима лишь при полной унификации вызовов, поэтому служебные действия, зависящие от типа вызываемого модуля, должны выполняться по инициативе самого вызываемого модуля. А именно, требуется, чтобы каждый модуль, пользующийся услугами системы, начинал свою работу с вызова сервисной программы — ВХПП для подпрограмм и ВХСП для сопрограмм.

Программа ВХПП во всех случаях производит новую активизацию обслуживаемого модуля, т. е. создает новую ДО, длина которой передается ей в качестве параметра, и передает управление на первую исполняемую команду обслуживаемой подпрограммы. Программа ВХСП выполняет те же действия при первом вызове обслуживаемого модуля, а при последующих — отыскивает уже имеющуюся ДО и передает управление на команду, следующую за точкой последней приостановки обслуживаемой сопрограммы. При этом возникает две проблемы: как выяснить, есть ли уже у данной сопрограммы ДО; если есть, то где она находится и где обслуживаемая сопрограмма приостановила свое предыдущее выполнение.

Чтобы сделать возможным отыскание ДО сопрограммы по адресу ее начала (точнее, по адресу возврата из ВХСП), в каждой из ДО сопрограмм резервируется ячейка, в которую при создании ДО записывается этот адрес, а также еще одна ячейка, позволяющая все ДО сопрограмм связать в список, указатель на начало которого хранится в области данных сервисных программ. При очередном вызове ВХСП просматривает этот список, сравнивая записанные в него адреса с текущим адресом возврата; если ДО данной сопрограммы не обнаружена, то ДО создается и включается в этот список. Проблема возобновления решается легко, если потребовать, чтобы каждый вызываемый модуль своей первой командой записывал слово состояния вызвавшего модуля в его ДО, а вызов ВХПП или ВХСП был второй командой.

При завершении исполнения некоторого модуля память, занимаемая его ДО, становится ненужной и может быть использована для других целей. Освобождение памяти ДО и возврат в вызвавшую программу (для сопрограмм — в последнюю вызвавшую программу) осуществляется сервисными программами ВЫХПП и ВЫХСП. Последняя, кроме того, исключает удаляемую ДО из своего списка. Для подпрограммы обращение к ВЫХПП — это единственный способ вернуть управление в вызывающую программу, но сопрограмма имеет право сделать

такой возврат и до завершения своего исполнения, что соответствует полусопрограммному откреплению в терминах языка СИМУЛА-67 [1]. Этот вид возврата выполняется при помощи вызова сервисной программы ОТКРЕ.

В связи с тем, что сопрограммы могут возвращать управление, не завершая свое исполнение, а также вызывать другие сопрограммы, порядок занятия-освобождения ДО, вообще говоря не является стековым, хотя и остается близким к стековому в большинстве случаев. Поэтому для управления динамической памятью использован общий алгоритм «помеченных границ» Д. Кнута [2], весьма эффективный в таких условиях. Реализующие его программы РЕЗЕР и ОСВОБ могут использоваться не только сервисными, но и проблемными программами. «Сбор мусора» не применяется.

В некоторых случаях бывает целесообразно при вызове сопрограммы кое о чем позаботиться вызывающей программе. В частности, в задачах обработки данных рекурсивной структуры может возникнуть потребность в рекурсивном использовании сопрограммы, что является невозможным в унифицированной схеме вызовов. Другим важным случаем является множественное использование сопрограммы в рамках одной задачи — это позволяет достигать тех же эффектов, что и техника классов и объектов в языке СИМУЛА-67. Для рекурсивного вызова предусмотрена сервисная программа РЕКСР, вызов которой должен непосредственно предшествовать вызову самой сопрограммы, а для множественного использования вызов сопрограммы предваряется (а в некоторых случаях заменяется) стандартными последовательностями из нескольких команд.

То, что все передачи управления между модулями осуществляются с использованием сервисных программ, позволяет, ничего не меняя в самих модулях, получать трассировку связей, воспользовавшись отладочной версией сервисной системы. Эта версия имеет два режима работы: с трассировкой и без, а также содержит средства гибкого управления режимами.

Система реализована на МНМОКОДе М-7000, имеется также версия на МНМОКОДе М-6000.

Список литературы: 1. Дад У. Н., Хоор К. Иерархические структуры программ. — В сб.: Структурное программирование. М., «Мир», 1975, с. 198—245. 2. Кнут Д. Искусство программирования на ЭВМ, Т. 1. М., «Мир», 1976. 728 с.

В. П. АВРАМЕНКО, канд. техн. наук,
А. В. НИКИТЮК

Харьковский институт радиоэлектроники

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОДНОМЕРНОГО ПОИСКА В ЗАДАЧАХ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Пусть задан некоторый управляемый технологический процесс, характеризующийся набором параметров $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, n}$ и унимодальной целевой функцией $f(X)$. Требуется определить такое состояние X^* , при котором функция $f(X)$ достигает своего безусловного минимума. Решение этой задачи обычно выполняется различными методами спуска: наискорейшего спуска, сопряженных градиентов и др. Любой метод спуска генерирует последовательность допустимых точек $\{X_k\}$ по следующей схеме: 1) в точке X_k выбирается направление спуска $-S_k$; 2) $(k+1)$ -е приближение вычисляется по формуле

$$X_{k+1} = X_k - j_k S_k, \quad (1)$$

где j_k выбирается из условия

$$j_k : f(X_k - j_k S_k) = \min_{j > 0} f(X_k - j S_k). \quad (2)$$

При этом должно выполняться соотношение

$$f(X_{k+1}) < f(X_k). \quad (3)$$

Процедура одномерного поиска (2) строится следующим образом. Движением по j с шагом Δj в направлении $-S_k$ определяется интервал, содержащий j_k , соответствующее условию (2). При этом предполагается, что функция $f(X_k - j S_k)$ — унимодальна.

В полученном начальном интервале I_0 с заданной точностью ϵ_j определяется подынтервал I_n , содержащий j_k , которое приравняется левому или правому концу I_n .

Может показаться, что среди операций схемы итерационного спуска выбор длины шага j_k по заданному направлению $-S_k$ — самая простая. Однако это не так. В последующей точке важно получить значение целевой функции не просто меньшее, а существенно меньшее, чем в предыдущей. В противном случае скорость сходимости уменьшается или вообще процесс перестает сходиться. Таким образом, возникает необходимость повышения точности одномерной минимизации, особенно в окрестности точки минимума. С другой стороны, одномерная минимизация связана с многократным вычислением целевой функции, и чем выше точность, тем большее количество вычислений функции может потребоваться. Наилучшим назовем такой метод одномерной минимизации, в кото-

ром начальный интервал неопределенности сужается до заданного интервала, содержащего точку минимума, за минимальное количество вычислений функции. Некоторые стратегии одномерного поиска, хорошо зарекомендовавшие себя в практических задачах, приведены в работе [1].

На практике часто встречаются ситуации, когда на некоторых итерациях многомерной минимизации при заданной точности одномерного поиска ϵ_1 не выполняется условие (3). Это возможно, когда $-S_k$ не является направлением уменьшения функции или заданная точность одномерного поиска в направлении $-S_k$ является недостаточной. Если известно направление $-S_k$ уменьшения функции, то, задав максимально возможную точность ϵ_1 , можно считать, что при невыполнении условия (3) в точке X_{k+1} вектор $X_k = X^*$ определяет минимальное значение функции $f(X^*) = f(X_k)$. Расчеты показывают, что сходимость вычислительного метода в этом случае резко замедляется. Быстродействие метода увеличивается, если точность одномерного поиска изменяется определенным образом во время многомерной оптимизации от достаточно низкой вдали от точки минимума до максимально высокой в окрестности минимума. Некоторые возможные стратегии изменения точности ϵ_1 в процессе многомерной минимизации рассмотрены в [2]. Ниже излагается иной подход, основанный на изменении точности только на тех итерациях, на которых не выполняется условие (3).

В качестве алгоритма многомерной минимизации возьмем метод сопряженных градиентов Флетчера — Ривза [3]. Условия окончания поиска

$$|f(X_{k+1}) - f(X_k)| < \epsilon_1, \|X_{k+1} - X_k\| < \epsilon_2. \quad (4)$$

На втором этапе процедуры одномерного поиска использован метод золотого сечения. Если на какой-либо итерации многомерной минимизации после проведения одномерного поиска не выполнялось условие (3), то метод восстанавливался; если и в направлении градиента условие (3) не выполнялось, то многомерный поиск прекращался.

В табл. 1 представлены результаты минимизации функции Розенброка $f(X) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$, $X^* = (1, 1)$, $f(X^*) = 0$ методом Флетчера — Ривза при различных параметрах одномерного поиска. Для всех случаев $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-3}$, $X_0 = (-1.2, 1.0)$. Из табл. 1 видно, что поиск под номерами 1, 2, 3 закончился преждевременно вдали от точки минимума, так как на второй (для случая 3 на первой) итерации не выполнялось условие (3). Возможной причиной такого преждевременного окончания поиска является низкая точность ϵ_1 на данных итерациях.

Предлагаемый алгоритм проведения одномерного поиска основан на методе золотого сечения с двумя критериями окон-

чания поиска. Если в методе золотого сечения поиск прекращается при выполнении условия

$$l_n < \varepsilon_f, \quad (5)$$

где l_n — подынтервал, содержащий f_n , полученный после проведения n шагов одномерного поиска, то в предлагаемом алгоритме условиями окончания вычислительной процедуры являются (5), (3). Если после проведения n шагов одномерного поиска выполнилось условие (5), но не выполнилось (3), параметры Δf и ε_f изменяются по формулам $\Delta f^{m+1} = \Delta f^m/R$, $\varepsilon_f^{m+1} = \varepsilon_f^m/R$, где R — заданная константа и поиск проводится повторно с параметрами Δf^{m+1} и ε_f^{m+1} в исходном интервале неопределенности l_0 . Если уменьшение Δf и ε_f производится N раз и условие (3) не выполняется, то одномерный поиск в направлении $-S_k$ прекращается. В данной ситуации естественно предположить, что направление $-S_k$ не является направлением уменьшения функции. Следовательно, после того как одномерный поиск в направлении $-S_k$ положительных результатов не дал, необходимо вычислять новое направление $-S_k$.

Таблица 1

№ в.п.	Параметры одномерного поиска		Количество вычислений градиента	Количество вычислений функции	Характеристики точки минимума		
	Δf	ε_f			$f(X^*)$	x_1^*	x_2^*
1	10^{-1}	10^{-3}	2	37	1,52472	1,48663	2,09658
2	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-3}$	2	28	1,52472	1,48663	2,09658
3	1	10^{-2}	1	25	24,2	-1,2	1
4	10^{-2}	10^{-4}	56	738	$0,1472 \cdot 10^{-6}$	1,000383	1,000768
5	10^{-2}	10^{-6}	61	1374	$0,5295 \cdot 10^{-8}$	1,000073	1,000146
6	10^{-1}	10^{-4}	19	350	$0,4793 \cdot 10^{-7}$	0,99978	0,99956

Параметрами предлагаемого алгоритма являются величины Δf , ε_f , R , N . Первые две величины имеют тот же смысл, что и в методе золотого сечения; R — константа уменьшения Δf и ε_f ; N — количество циклов, в течение которых допускается изменять Δf и ε_f . Данный алгоритм состоит из следующих вычислительных блоков. I. Присвоение начальных значений величинам $\varepsilon_f := \varepsilon_{f0}$, $\Delta f := \Delta f_0$, $\lambda := 0$, $\Phi_p := \Phi_0$, $f_p := f_0$. II. Присвоение рабочих значений величинам $\Phi_1 := \Phi_p$, $j_1 := f_p$. III. Вычислить $f_2 := f_1 + \Delta f$, $\Phi_2 := f(X_k - j_2 S_k)$. IV. Проверка условия: если $\Phi_1 < \Phi_2$, идти к V; если $\Phi_1 > \Phi_2$, идти к VI. V. Присвоение значений величинам $\Phi_p := \Phi_1$, $\Phi_1 := \Phi_2$, $f_p := f_1$. Идти к III. VI. Вычислить $j_1 := f_p$, $j_{21} := j_1 + 0,618(j_2 - j_1)$, $\Phi_2 := f(X_k - j_{21} S_k)$. VII. Вычислить $j_{11} := 0,382 \cdot j_2 + 0,618 \cdot j_1$, $\Phi_1 := f(X_k - j_{11} S_k)$. VIII. Проверка условия: если $(j_{11} = j_1) \vee (j_{11} = j_2)$, то идти к

XIII; если $(j_{11} \neq j_1) \wedge (j_{11} \neq j_2)$, то идти к IX. IX. Проверка условия: если $\Phi_1 < \Phi_2$, идти к X; если $\Phi_1 > \Phi_2$, идти к XI. X. Присвоение значений величинам $\Phi_2 := \Phi_1$, $j_2 := j_{21}$, $j_{21} := j_{11}$. Идти к XII. XI. Присвоение значений величинам $j_1 := j_2$, $j_2 := j_{11}$. XII. Проверка условия: если $|j_2 - j_1| < \epsilon_j$, идти к XIII; если $|j_2 - j_1| > \epsilon_j$, идти к VII. XIII. Проверка условия: если $\Phi_2 < \Phi_0$, идти к XIV; если $\Phi_2 > \Phi_0$, идти к XV. XIV. Присвоение значений величинам $\Phi^* := \Phi_2$, $j_k := j_{21}$. Идти к XVIII. XV. Проверка условия: если $l = N$, идти к XVI; если $l \neq N$, идти к XVII. XVI. Печать сообщения: «Одномерный поиск в направлении $-S_k$ положительных результатов не дал». Идти к XVIII. XVII. Вычислить $l := l + 1$, $\Delta j := \Delta j / R$, $\epsilon_j := \epsilon_j / R$. Идти к II. XVIII. Конец.

В блоках 1—5 реализован 1-й этап процедуры одномерного поиска — определение исходного интервала неопределенности, содержащего j_k ; блоки 6—14 реализуют поиск по методу золотого сечения и критерии окончания поиска (5) и (3); блоки 15—17 реализуют процедуру изменения параметров Δj и ϵ_j .

Таблица 2

№ п. п.	Параметры одномерного поиска				Количество вычислений градиента	Количество вычислений функции	Характеристики точки минимума		
	Δj	ϵ_j	N	R			$f(X^*)$	x_1^*	x_2^*
1	10^{-1}	10^{-3}	1	10	21	310	$0,245 \cdot 10^{-8}$	0,99984	0,99969
2	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-3}$	1	10	48	619	$0,71387 \cdot 10^{-8}$	0,99733	0,99466
3	1	10^{-2}	2	10	43	1093	$0,71387 \cdot 10^{-5}$	0,9868	0,9736
4	10^{-2}	10^{-4}	1	10	56	738	$0,1472 \cdot 10^{-6}$	1,000383	1,000768
5	10^{-2}	10^{-6}	1	10	61	1374	$0,5295 \cdot 10^{-8}$	1,000073	1,000146
6	10^{-1}	10^{-4}	1	10	19	350	$0,4793 \cdot 10^{-7}$	0,99978	0,99956

При повышенной точности одномерного поиска возможно закликивание метода «золотого сечения», заключающееся в том, что, начиная с некоторого шага, j_{11} совпадает с j_1 или j_2 и интервал неопределенности перестает изменяться, оставаясь постоянным на всех последующих шагах одномерного поиска. Причина этого явления заключается в том, что в связи с конечной разрядностью ЭВМ при всех элементарных операциях в машине происходит округление, которое приводит к накоплению погрешности при большом количестве (более 28) шагов поиска по методу золотого сечения. Поэтому в предлагаемом алгоритме введен блок VIII, который в случае совпадения j_{11} и j_1 или j_2 передает управление на блок XIII, т. е. в этом случае предполагается, что критерий (5) выполнен.

В табл. 2 представлены результаты минимизации функции Розенброка при всех условиях, идентичных предыдущим в той

лишь разницей, что одномерный поиск осуществляется предлагаемым алгоритмом. Численные значения констант N и R в общем случае зависят от вида минимизируемой функции и параметров поиска ϵ и Δj . Эксперименты позволяют рекомендовать значения $R = 10$, $N = 1 + 2$.

Заключение. Анализ результатов расчетов, приведенных в табл. 1 и 2, показывает, что предлагаемый алгоритм одномерного поиска способствует повышению эффективности методов многомерной минимизации и может быть рекомендован для использования в релаксационных многопараметрических алгоритмах оптимизации. Данный алгоритм одномерного поиска реализован для ЭВМ «Минск-32» на языке ФОРТРАН.

Список литературы: 1. Батищев Д. Н. Поискные методы оптимального проектирования, М., «Сов. радио», 1975, 160 с. 2. Айда-заде К. Р., Махмудзаде Р. А., Новрузбеков Н. Г. Об адаптивных алгоритмах в оптимизации. — Тезисы II Всесоюз. семинара «Численные методы нелинейного программирования», Харьков, 1975, с. 20—21. 3. Fletcher R., Reeves C. M. Function minimization by conjugate gradients. Comput. J., 1964, vol. 7, p. 149—154.

УДК 62.50

Е. В. БОДЯНСКИЙ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОБ ОДНОМ КОМБИНИРОВАННОМ АЛГОРИТМЕ АДАПТАЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Задача оптимизации технологических объектов при неполной информации может быть решена на основе использования методов адаптации и обучения. Этот класс задач породил в рамках теории планирования экспериментов направление, именуемое адаптационной оптимизацией. Основная цель адаптационной оптимизации — организация на объекте непрерывно действующей эмпирической обратной связи. Среди процедур адаптационной оптимизации широкое распространение получил последовательный симплекс-метод в различных модификациях. Работающий в условиях значительных шумов и большого числа факторов последовательный симплекс-метод вместе с тем не лишен определенных недостатков. Являясь непараметрической процедурой, он практически не учитывает характер оптимизируемой поверхности отклика, что приводит к необоснованному увеличению числа итераций и низкой точности определения точки экстремума. В данной статье рассмотрен построенный на основе одной из модификаций последовательного симплекс-метода алгоритм, у которого смещение центров тяжести последовательности симплексов происходит в направлении градиента с учетом его нормы. Это позволяет устранить блуждание симплекса в пространстве параметров и сократить время поиска.

Рассмотрим последовательный симплексный алгоритм типа Нелдера—Мида [1]

$$\alpha(X - X_0) = X_{k+1} - X, \quad (1)$$

где X_0 — наихудшая (отражаемая) точка симплекса, X_{k+1} — отраженная точка; X — центр отражения; α — управляющий параметр; k — размерность пространства факторов. Потребуем, чтобы на каждом шаге центр тяжести симплекса смещался в градиентном направлении на расстояние, пропорциональное норме градиента (аналогично методу Бокса — Уилсона [2]):

$$\bar{X}_{k+1} = \bar{X}_k + a \nabla_x y, \quad (2)$$

где $\bar{X}_{k+1}$ и $\bar{X}_k$ — центры тяжести отраженного и отражаемого симплексов; a — величина шага; $\nabla_x y$ — вектор-градиент отклика по факторам. Используя информацию, содержащуюся в откликах в вершинах симплекса, можно определить оценку вектора-градиента b . Тогда выражение (2) примет вид

$$\bar{X}_{k+1} = \bar{X}_k + ab. \quad (3)$$

Используя известные соотношения для симплексов [3] из (3), получаем соотношение

$$\frac{\sum_{n=1}^k X_n}{k+1} + \frac{X_{k+1}}{k+1} = \frac{\sum_{n=1}^k X_n}{k+1} + \frac{X_0}{k+1} + ab,$$

где X_n ($n = 1, 2, \dots, k$) — множество вершин симплекса. Тогда алгоритм движения симплекса приобретает вид

$$X_{k+1} = X_0 + a(k+1)b. \quad (4)$$

Определим центр отражения X и управляющий параметр α . Используя (1) и (4), можно записать $\alpha(X - X_0) = X_0 + a(k+1)b - X$, откуда

$$X - X_0 = \frac{a(k+1)}{1+\alpha} b. \quad (5)$$

Потребуем, чтобы центр отражения X принадлежал $(k-1)$ -мерной грани, противолежащей наихудшей вершине. Аналогично [3] это требование можно записать в форме

$$(E_k - P)(X - X_0) = (E_k - P)(X_1 - X_0), \quad (6)$$

где E_k — матрица вершин симплекса $X_1, X_2, \dots, X_k$ размерности $k \times k$, и P — матрица проектирования вектора из k -мерного пространства симплексов в $(k-1)$ -мерное пространство, образованное точками грани. Зададим $(k-1)$ -мерную грань, которой принадлежат точки $X_1, X_2, \dots, X_k$, матрицей $Z = \|X_2 - X_1, X_3 - X_1, \dots, X_k - X_1\|$ размерности $k \times (k-1)$. В этом случае матрица P имеет вид $P = Z(Z^T Z)^{-1} Z^T$. Матрица $(E_k - P)$

является оператором проектирования на нормаль к гиперплоскости, задаваемой матрицей Z . Используя (5) и (6), получаем

$$\alpha (E_k - P) (X_1 - X_0) = \alpha (k+1) (E_k - P) b - (E_k - P) (X_1 - X_0). \quad (7)$$

Умножив (7) слева на матрицу $I_{1,k}$ размерности $1 \times k$, состоящую из единиц, получим выражение для управляющего параметра

$$\alpha = \frac{I_{1,k} [a (k+1) (E_k - P) b - (E_k - P) (X_1 - X_0)]}{I_{1,k} (E_k - P) (X_1 - X_0)}.$$

Рассмотрим различные варианты движения симплекса в зависимости от направления и нормы вектора b . В случае, если норма вектора b достаточно велика (это бывает в точках, удаленных от экстремума, $X_{k+1} - X_0 \gg X - X_0$, что соответствует $\alpha \gg 0$), смещение центра тяжести на каждом шаге значительно. При $X_{k+1} - X_0 > X - X_0$, $\alpha > 0$ движение симплекса происходит аналогично процедуре Нелдера—Мида. При этом соотношение объемов отраженного и отражаемого симплексов $V_{k+1} V_k^{-1} = \alpha$. При $X_{k+1} - X_0 = X - X_0$, $\alpha = 0$ отраженная точка ложится на $(k-1)$ -мерную грань, что приводит к вырождению отраженного симплекса, т. е. $V_{k+1} = 0$. Избежать этого можно соответствующим выбором величины шага α . При дальнейшем уменьшении нормы градиента выполняется неравенство $X_{k+1} - X_0 < X - X_0$. В этом случае управляющий параметр α становится отрицательным и отраженная точка попадает внутрь отраженного симплекса. Симплекс начинает сжиматься аналогично процедуре редукции в алгоритме Нелдера—Мида. В точке экстремума при $\|b\| = 0$, $X_{k+1} - X_0 = 0$, т. е. $\alpha = -1$ и отражаемая и отраженная точки совпадают. Движение симплекса прекращается. Таким образом, данная процедура способна достаточно точно отыскивать точку экстремума. Настоящий алгоритм адаптируется к поверхности отклика, изменяя скорость своего движения в зависимости от ее характера. Во взвешенной форме предлагаемый алгоритм аналогичен одному из алгоритмов Горского—Адлера [3], т. е. $X_{k+1} = -\alpha X_0 + (1+\alpha)(1-\gamma_2-\gamma_3-\dots-\gamma_k)X_1 + (1+\alpha)\gamma_2 X_2 + \dots + (1+\alpha)\gamma_k X_k$, где

$$\begin{bmatrix} \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_k \end{bmatrix} = (Z^T Z)^{-1} Z^T \left[\frac{\alpha (k+1)}{1+\alpha} b + X_0 - X_1 \right].$$

Однако здесь параметр α является перестраиваемым, что обеспечивает алгоритму необходимую гибкость.

Рассмотрим теперь способ построения оценок вектора-градиента b на каждом шаге движения. Вектор b строится, исходя из предположения возможности аппроксимации функции отклика

в окрестности симплекса k -мерной гиперплоскостью. Этот подход аналогичен приему, применяемому в методе Бокса—Уилсона. Аппроксимация функции отклика гиперплоскостью позволяет получить линейное уравнение, коэффициенты которого служат оценками компонент вектора-градиента. Данные оценки могут быть получены решением на каждом шаге системы k нормальных уравнений. Однако решение такой системы на каждой итерации достаточно громоздко и затруднительно. Используя свойство, что на каждом шаге в симплексе заменяется только одна точка, целесообразно прибегнуть к употреблению алгоритма текущих наименьших квадратов [4]. В соответствии с этим алгоритмом на текущем интервале из $(k+1)$ -й точки по измеренным значениям факторов и откликов при помощи метода наименьших квадратов строятся оценки по критерию

$$I = \frac{1}{k+1} \sum_{u=0}^k (\bar{y}_u - \sum_{i=1}^k b_i \bar{x}_{ui})^2,$$

где $u = 0, 1, \dots, k$ — номер вершины симплекса, $i = 1, 2, \dots, k$ — номер фактора;

$$\bar{y}_u = y_u - \frac{1}{k+1} \sum_{u=0}^k y_u, \quad \bar{x}_{ui} = x_{ui} - \frac{1}{k+1} \sum_{u=0}^k x_{ui}.$$

Для каждой вершины симплекса строится матрица

$$C_u = \bar{X}_u \bar{X}_u^T = \begin{vmatrix} \bar{x}_{u1}^2 & \bar{x}_{u1} \bar{x}_{u2} & \bar{x}_{u1} \bar{x}_{u3} & \dots & \bar{x}_{u1} \bar{x}_{uk} \\ \bar{x}_{u2} \bar{x}_{u1} & \bar{x}_{u2}^2 & \bar{x}_{u2} \bar{x}_{u3} & \dots & \bar{x}_{u2} \bar{x}_{uk} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_{uk} \bar{x}_{u1} & \bar{x}_{uk} \bar{x}_{u2} & \dots & \dots & \bar{x}_{uk}^2 \end{vmatrix}$$

размерности $k \times k$. Вводится в рассмотрение матрица C_{ui} , отличающаяся от C_u тем, что i -й столбец в матрице C_u заменен столбцом $\|\bar{x}_{u1}y_u, \bar{x}_{u2}y_u, \dots, \bar{x}_{uk}y_u\|^T$. Тогда оценка компонент вектора-градиента имеет вид

$$b_i = \frac{\left| \sum_{u=0}^k C_{ui} \right|}{\left| \sum_{u=0}^k C_u \right|}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (8)$$

При использовании формулы (8) необходимо помнить, что на каждом шаге у симплекса меняется нумерация вершин по принципу $u' > u''$, если $X_{u'} > X_{u''}$, $u = 0, 1, \dots, k$. Таким образом, наихудшая вершина имеет номер $u = 0$, а наилучшая — $u = k$.

Предлагаемый алгоритм, являясь по сути модификацией последовательного симплекс-метода, осуществляет поиск аналогично градиентным процедурам, причем градиент оценивается по минимально возможному числу точек. Алгоритм работает в реальном масштабе времени, требует малого числа опытов, что особенно важно в задачах экспериментальной оптимизации, и достаточно прост для реализации на управляющей вычислительной машине.

Список литературы: 1. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., «Мир», 1975. 536 с. 2. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965. 340 с. 3. Горский В. Г., Адлер Ю. П. Планирование промышленных экспериментов. М., «Металлургия», 1974. 264 с. 4. Раббан Н. С., Чадеев В. М. Адаптивные модели в системах управления. М., «Сов. радио», 1966. 160 с.

УДК 62—50

В. Ф. ШОСТАК, канд. техн. наук,
А. В. ОНЮШЕВ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОБ АДАПТИВНОЙ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ АЛГОРИТМОВ ОПЕРАТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА

Решение задачи оперативной оптимизации сложных объектов управления, например, технологических комплексов современных производств, энергосистем и т. п., во многих случаях связана со значительными трудностями вследствие большой размерности задачи, наличия многочисленных зависимостей между переменными и других особенностей, присущих сложным системам.

Эти трудности вызваны, в частности, и тем, что решение задачи должно быть получено в течение короткого временного интервала, поскольку результаты решения реализуются в определенный момент времени в виде управляющих воздействий на объекте.

Эффективным подходом к решению сложных задач оптимизации является многоуровневый, при котором решаемая задача представляется в виде иерархической системы более простых подзадач, решение которых адекватно решению общей задачи [1].

Для сложного объекта управления обычно можно построить большое количество вариантов структуры подзадач, значительно отличающихся числом уровней иерархии, количеством подзадач на каждом уровне и временем решения общей задачи.

Оптимальный вариант структуры подзадач по критерию минимума времени решения задачи оперативной оптимизации

конкретного объекта управления с помощью заданных технических средств АСУ зависит от характеристик управляемого объекта, которые обычно изменяются в процессе функционирования системы и определяются в результате решения задачи идентификации. Следовательно, оптимальная нерархическая система алгоритмов решения подзадач в общем случае должна изменяться в процессе функционирования АСУ. Процесс изменения оптимальной структуры алгоритмов можно рассматривать как процесс адаптации системы алгоритмов в условиях изменяющихся характеристик управляемого объекта.

Таким образом, возникает задача построения адаптивной нерархической системы алгоритмов, которая предусматривает на первом этапе решения задачи оперативной оптимизации адаптацию (выбор оптимальной структуры подзадач), исходя из конкретных параметров решаемой задачи, а на втором — непосредственное решение задачи на основе полученной оптимальной структуры. Процесс адаптации с одной стороны несколько усложняет решение общей задачи, а с другой — значительно его упрощает.

Адаптивная система алгоритмов, очевидно, соответствует принципу минимальной сложности систем управления, поскольку дает возможность решить задачу оперативной оптимизации с минимальными затратами ресурсов управляющей системы [2, 3].

В соответствии с принципом декомпозиции объект управления как сложную управляемую систему можно представить в виде совокупности элементарных управляемых подсистем $P = \{P_i\}$, $i \in \Omega$, где Ω — множество порядковых индексов элементарных подсистем. Под элементарной понимается управляемая подсистема минимальной размерности, для которой еще можно сформулировать локальный критерий эффективности $\varphi_i = \varphi_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i)$, аддитивной по отношению к общему критерию φ .

$$\varphi = \sum_{i \in \Omega} \varphi_i. \quad (1)$$

Здесь $\bar{m}_i, \bar{z}_i$ — соответственно векторы управляющих и возмущающих воздействий i -й элементарной подсистемы; $\bar{x}_i$ — вектор входных переменных.

Элементарные подсистемы связаны между собой материальными, энергетическими и информационными потоками. Каждая из них описывается вектор-функцией выходных переменных

$$\bar{y}_i = \bar{y}_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{z}_i), \quad i \in \Omega, \quad (2)$$

и системой ограничений (3), учитывающих конструктивные и технологические особенности

$$\bar{x}_i \in X_i, \quad \bar{m}_i \in M_i, \quad (3)$$

Задача оперативной оптимизации сложных объектов управления состоит в определении и реализации оптимальных управляющих воздействий, соответствующих экстремуму общего критерия эффективности при выполнении условий согласования подсистем

$$\bar{y}_i - \bar{x}_i = 0, \quad i, j \in \Omega, \quad \bar{y}_i = \{\bar{y}_{ij}\}, \quad j \in \Omega, \quad \bar{x}_i = \{\bar{x}_{ik}\}, \quad k \in \Omega, \quad (4)$$

ограничений (3) и заданных в текущий момент времени t возмущающих воздействиях $\bar{z}_i = \bar{z}_i(t)$, $i \in \Omega$.

Сформулированную выше задачу в классе двухуровневых иерархических структур можно представить в виде множества подзадач оптимизации подсистем по локальным критериям $^{(1)}R_i$, $i \in \Omega$ (на первом уровне иерархии) и подзадачу координации $^{(2)}D$ (на втором)

$$^{(2)}R = \{^{(2)}D, \{^{(1)}R_i\}, \quad i \in \Omega\}. \quad (5)$$

Решение иерархической структуры подзадач (5) целесообразно проводить на основе координации по принципу прогнозирования взаимодействий, который позволяет наглядно представить физический смысл подзадач первого уровня и при реализации его на основе аппарата неопределенных множителей Лагранжа обеспечивает сходимость процесса координирования к ближайшему локальному экстремуму общего критерия (1) в случае невыпуклых характеристик объекта управления [3].

В этом случае подзадача $^{(1)}R_i$ состоит в нахождении $\bar{m}_i$ из условий

$$\max_{\bar{m}_i} \varphi_i \quad (6)$$

при $\bar{y}_i = \bar{y}_i^*$, $\bar{x}_i = \bar{x}_i^*$, $\bar{m}_i \in M_i$, где $\bar{y}_i^*$ и $\bar{x}_i^*$ — векторы, определяемые в подзадаче координации.

Решение задачи координации целесообразно проводить на основе итерационного алгоритма

$$\bar{x}^{(n+1)} = \bar{x}^{(n)} + \gamma^{(n)} \frac{\partial F(\bar{m}^{(n)}, \bar{\lambda}^{(n)}, \bar{x}^{(n)})}{\partial \bar{x}^{(n)}}, \quad (7)$$

где $F(\bar{m}, \bar{\lambda}, \bar{x}) = \sum_{i \in \Omega} \varphi_i + \sum_{i \in \Omega} \sum_{j \in \Omega} \bar{\lambda}_{ij}^T (\bar{y}_{ij} - \bar{x}_{ij})$; γ — коэффициент изменения взаимодействий; $\bar{\lambda}$ — вектор множителей Лагранжа; $\bar{m}^{(n)}$, $\bar{\lambda}^{(n)}$ — решение подзадач $^{(1)}R_i$, $i \in \Omega$ на n -й итерации координирования.

Варианты двухуровневых структур подзадач соответствуют различным вариантам объединения Ω в подмножества. Процесс формирования нового варианта двухуровневой структуры подзадач состоит в том, что некоторые связанные между собой подсистемы $i, j \in \Omega$ объединяются в одну путем исключения пере-

менных взаимодействия $\{\bar{x}_i, \bar{x}_j, \bar{y}_i, \bar{y}_j\}$, которые выражаются через $\bar{m}_i, \bar{m}_j, \bar{x}_i, \bar{x}_j$ из системы уравнений:

$$\bar{y}_i = \bar{y}_i(\bar{m}_i, \bar{x}_i, \bar{x}_j), \bar{y}_j = \bar{y}_j(\bar{m}_j, \bar{x}_j, \bar{x}_i), \bar{y}_i = \bar{x}_i, \bar{y}_j = \bar{x}_j. \quad (8)$$

Здесь $\bar{x}_i = \{\bar{x}_i, \bar{x}_j\}$, $\bar{x}_j = \{\bar{x}_j, \bar{x}_i\}$.

Локальный критерий эффективности объединенной подсистемы равен сумме критериев φ_i и φ_j .

Критерием сложности двухуровневой структуры подзадач, в частности, может служить оценка

$$^{(2)}v = (^{(1)}k + 1) \sum_{i \in \Omega} ^{(1)}v_i, \quad (9)$$

которая характеризует количество вычислительных операций, необходимых для решения задачи оперативной оптимизации с погрешностью не выше заданной. Здесь $^{(1)}k$ — число итераций при координировании подсистем 2-го уровня по алгоритму (7); $^{(1)}v_i$ — количество вычислительных операций, необходимых для решения подзадачи $^{(1)}R_i$.

Таким образом, задача адаптации состоит в формировании двухуровневой иерархической структуры подзадач, при которой достигается локальный минимум критерия (9).

Алгоритм адаптации строится в предположении, что у объектов управления выходные переменные подсистем $\bar{y}_i$ могут быть достаточно точно аппроксимированы линейными функциями, локальные функции цели φ_i — квадратичными, а ограничения (3) не оказывают существенного влияния на выбор оптимальной структуры подзадач.

В этом случае верхняя оценка количества итераций необходимых для получения решения с заданной точностью δ имеет вид [4]

$$^{(1)}k < \frac{\lg \| \alpha \| - \lg (1 - \| \alpha \|) - \lg \| \beta \|}{-\lg \| \alpha \|}, \quad (10)$$

где α — квадратная матрица, а β — вектор, полученные при использовании параметров зависимостей (1), (2).

Оценки сложности $^{(1)}v_i$, $i \in \Omega$ для подзадач первого уровня, представляющих собой линейные системы уравнений, решаемые, например, по схеме единственного деления, имеют вид [5]

$$^{(1)}v_i = n_i(n_i^2 + n_i - 1), \quad i \in \Omega, \quad (11)$$

где n_i — размерность решаемой линейной системы.

Синтез вариантов структуры основан на использовании метода экстремальной группировки с использованием в качестве признака близости сложность координирования переменных взаимодействий.

Сложностью координирования будем называть количественную оценку, характеризующую число итераций при координировании

вектора переменных взаимодействия по алгоритму (7) с погрешностью не выше заданной.

Для объектов указанного класса в качестве оценки сложности координирования целесообразно использовать значение S_{ij} .

$$S_{ij} = \|a\| - \|a_{ij}\|, \quad (12)$$

где матрица a_{ij} получается из a путем вычеркивания элементов, соответствующих $\{\bar{x}_{ij}, \bar{x}_{ji}\}$.

В соответствии с введенными понятиями принцип формирования улучшенного по критерию (9) варианта двухуровневой структуры подзадач состоит в том, чтобы в первую очередь объединялись такие элементы подсистемы $i, j \in \Omega$, у которых переменные взаимодействия характеризуются наибольшей оценкой сложности координирования.

Объединение подсистем продолжается до тех пор, пока не достигается локальный минимум критерия сложности (9). Возможность существования локального минимума критерия (9) вытекает из того, что объединение подсистем на основе указанного выше принципа с одной стороны упрощает задачу координации, а с другой стороны усложняет решения соответствующих подзадач нижнего уровня вследствие увеличения размерности подсистем.

На основании изложенного выше работу адаптивной двухуровневой системы алгоритмов решения задачи оперативной оптимизации объектов управления рассматриваемого класса можно представить в виде взаимодействия двух алгоритмов: алгоритма адаптации и алгоритма оптимизации.

Алгоритм адаптации имеет следующий вид:

1. Задаем исходные данные.
2. Формируем исходную двухуровневую структуру подзадач.
3. Формируем матрицу a и вектор β .
4. Вычисляем оценки сложности S_{ij} , $i, j \in \Omega$ в соответствии с выражением (12).
5. Вычисляем критерий сложности n -го варианта двухуровневой структуры, используя (9), (10), (11).
6. Если $n = 1$, т. е. производилась оценка сложности исходного варианта двухуровневой структуры, то переходим к пункту 8. В противном случае — к пункту 7.
7. Сравнение критерия сложности $(2)_{\sqrt{n}}$ n -го варианта с критерием сложности $(2)_{\sqrt{n-1}}$ $(n-1)$ -го варианта. Если $(2)_{\sqrt{n}} < (2)_{\sqrt{n-1}}$, то переходим к пункту 8. Если $(2)_{\sqrt{n}} > (2)_{\sqrt{n-1}}$, то переходим к пункту 10.
8. Определяем $\max_{i, j \in \Omega} S_{ij}$.
9. Формируем новый вариант двухуровневой структуры подзадач путем объединения тех подсистем, которым соответствует максимальная оценка сложности. Далее переходим к пункту 3.
10. Останавливаем вычислительный процесс, поскольку сформировали двухуровневую структуру подзадач, доставляющую локальный минимум критерия сложности (9).

Алгоритм оптимизации представляется следующей последовательностью операций.

1. Задаем начальное значение $\bar{x}_i^0, i \in \Omega^q$. Элементам множества Ω^q соответствуют непересекающиеся подмножества ω_i множества Ω , для которых выполняется условие $\bigcup_{i \in \Omega^q} \omega_i = \Omega$.

Такое объединение элементарных подсистем получено в результате формирования оптимальной структуры подзадач, которое происходило в алгоритме адаптации.

2. Решаем задачи первого уровня (6).

3. Вычисляем значения производных функции Лагранжа по переменным взаимодействия $\frac{\partial E}{\partial x_i^{(n)}}, i \in \Omega^q$.

4. Если $\left| \frac{\partial E}{\partial x_i^{(n)}} \right| > \bar{\delta}_i, i \in \Omega^q$, то вычисляем новые значения переменных взаимодействия по алгоритму (7) и переходим к пункту 2. Если $\left| \frac{\partial E}{\partial x_i^{(n)}} \right| \leq \bar{\delta}_i, i \in \Omega^q$,

где $\bar{\delta}_i$ — задаваемая точность решения, то переходим к пункту 5.

5. В качестве решения задачи оперативной оптимизации принимаем значения $\bar{m}_i^{(n)}, i \in \Omega^q$, полученные при решении задач (6) на n -й итерации координирования по алгоритму (7) и значения $x_i^{(n)}, i \in \Omega^q$. После этого останавливаем вычислительный процесс.

Описанная адаптивная иерархическая система алгоритмов программно реализована с использованием алгоритмического языка ФОРТРАН в виде пакета программ, состоящего из управляющей программы и системы программных модулей.

Управляющая программа производит ввод и вывод информации, организует работу модулей в соответствии с поставленной задачей. Каждый из программных модулей представляет собой независимую программу и реализует отдельную логически законченную часть адаптивной системы. Программные модули оформлены в виде подпрограмм, использующих массивы с переменными размерностями, что позволяет использовать данный пакет программ без перестройки для различных объектов управления рассматриваемого класса.

Для проверки работы пакета программы рассмотрим решение задачи оперативной оптимизации объекта управления, представленного на рис. 1.

Выходная переменная y_i каждой из подсистем представляется в виде $y_i = a_i m_i + b_i x_i + c_i$. Все коэффициенты $a_i, b_i, c_i, i = \overline{1, 25}$ выходных переменных рассматриваемого объекта управления представлены в табл. 1.

Локальные функции цели φ_i для всех подсистем имеют вид $\varphi_i = (p_i m_i + q_i x_i + s_i)^2$.

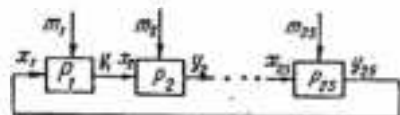


Рис. 1.

Коэффициенты $p_i, q_i, s_i, i = 1, 25$ представлены в табл. 1.

Процесс синтеза оптимальной двухуровневой структуры подзадач для объекта управления, представленного на рис. 1, показан на рис. 2. На вертикальных осях точками обозначены элементарные подсистемы и подсистемы, полученные в результате объединения нескольких элементарных подсистем.

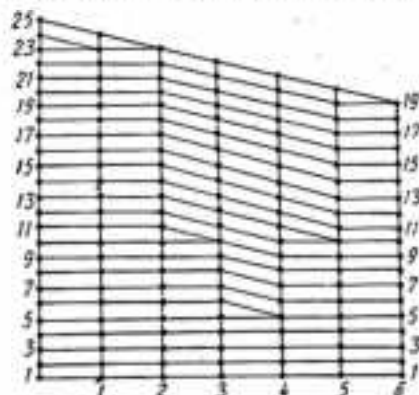


Рис. 2.

При этом номера подсистем, начиная с $(j+1)$ -го, уменьшаются на 1.

Числовые характеристики процесса синтеза помещены в табл. 2.

Таблица 1

Подсистема	α_i	β_i	γ_i	ρ_i	q_i	s_i
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1
3	0,98	1,03	1,13	0,94	0,98	1,5
4	0,91	0,98	1,2	0,9	0,96	1,3
5	0,87	0,85	1,2	0,83	0,9	1,4
6	0,82	0,9	1,1	0,88	0,95	1,25
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1
9	1,03	1,11	0,9	1,08	1,15	0,8
10	1,04	1,06	0,9	0,97	1,08	0,75
11	1,03	1,12	0,75	1,07	1,14	0,6
12	0,95	1,06	1,10	0,98	1,04	0,8
13	0,99	1,07	1,2	0,92	1	0,95
14	0,94	1,02	1,15	0,88	0,97	1,06
15	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1
17	1,1	1,2	0,97	1,06	1,13	0,9
18	1,03	1,08	1,25	0,98	1,03	1,3
19	0,99	1,03	1,17	0,92	0,98	1,2
20	0,94	0,99	1,18	0,87	0,95	1,1
21	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1
23	0,9	0,97	1,7	1,2	1,75	0,7
24	0,83	0,85	1,5	2	1,25	0,9
25	0,83	0,91	1,12	0,9	1,4	1,5

Через $C_{теор}$ и $C_{эксп}$ обозначены соответственно теоретическая и экспериментальная оценки сложности вариантов двухуровневых структур, через t — время решения варианта двухуровневой структуры подзадач на ЭВМ «Минск-32».

Анализ табл. 2 и рис. 2 показывает, что оптимальная двухуровневая

Таблица 2

Итерация	$C_{теор}$	$C_{эксп}$	t
0	48 500	4000	7 мин 40 с
1	5522	1757	3 16
2	1855	1590	2 50
3	1602	1335	2 20
4	1340	1072	2
5	807	807	1 30
6	608	608	1 5
7	610	610	1 5

структура подзадач образуется после 6 итераций, в результате которых рассматриваемый объект управления представляется в виде 19 подсистем. Общее время решения задачи оперативной оптимизации рассматриваемого объекта управления с учетом времени синтеза оптимальной структуры подзадач составляет 2,5 минуты.

Полученный результат показывает целесообразность использования разработанной адаптивной иерархической системы алгоритмов для решения задачи оперативной оптимизации объектов управления рассматриваемого класса.

Список литературы: 1. Месарович М. Д., Мако Д., Такахара Н. Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973, 344 с. 2. Солодовников В. В., Ленский В. Л. Синтез систем управления минимальной сложности. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1966, № 2, с. 11—18. 3. Шостак В. Ф. О построении многоуровневой иерархической структуры минимальной сложности (в приложении к задачам оптимизации сложных объектов управления непрерывного типа). — В сб.: Сложные системы управления. Киев, ИК АН УССР, 1976, с. 83—96. 4. Шостак В. Ф., Захарченко В. Ф. Исследование многоуровневых вычислительных процессов в задачах оптимизации сложных систем. — В кн.: Автоматизированные системы и приборы автоматизации, вып. 31. Харьков, 1974, с. 101—108. 5. Дымарский Я. С. Справочник программиста. Т. 1, Л., Судпромгиз, 1963, 473 с. 6. Шостак В. Ф. Синтез многоуровневой иерархической структуры принятия решений в задачах оптимизации сложных объектов управления. Реф. докл. VI Всесоюз. совещ. по проблемам управления. М., «Наука», 1974, с. 237—240.

УДК 658.527

В. Ф. ШОСТАК, канд. техн. наук,
Н. А. ЛЫСЕНКОВ

Харьковский институт радиоэлектроники

О ФОРМАЛЬНОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ОПЕРАТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

В задачах оперативной оптимизации сложными объектами часто необходимо рассматривать множество различных критериев оптимальности режимов функционирования, таких как себестоимость, производительность, качество продукции и др. Достижение оптимума по всем этим критериям одновременно, как правило, оказывается невозможным. Поэтому в качестве решения задачи оптимизации по векторному критерию $\bar{\varphi} = \{\varphi_i\}$, $i = (\bar{1}, n)$ принимается точка компромисса, наименее удаленная от идеальных решений по каждому из критериев φ_i .

В настоящее время сформировались четыре основных подхода к решению задач векторной оптимизации [1].

1. Оптимизация на основе ранжировки критериев эффективности [2, 3].

2. Оптимизация по одному наиболее важному критерию с переводом других критериев в ограничения [3].

3. Оптимизация по обобщенному критерию, полученному в результате свертывания частных критериев [4].

4. Поиск решений, которые соответствуют точке пространства критериев, минимально удаленной от оптимальных значений частных критериев [1].

Первые два из указанных подходов предполагают упорядочивание частных критериев по их важности, которое производится обычно на основе экспертных оценок. Поиск решения осуществляется путем определения всех оптимумов φ_i . Таким образом, процесс оптимизации с использованием рассматриваемых подходов, с одной стороны, связан с значительным объемом вычислений, а с другой стороны, найденное решение зависит от эвристических предположений, вводимых при упорядочивании частных критериев. Третий подход состоит в формировании обобщенного критерия, зависящего от всех частных критериев эффективности. При этом задача сводится, в частности, к скалярной оптимизации критерия [4]:

$$\max_{x \in X} \varphi = \sum_{i=1}^{l+m} \alpha_i \varphi_i \quad (1) \quad \text{при } 0 < \alpha_i < 1, \quad \sum_{i=1}^{l+m} \alpha_i = 1, \quad (2)$$

где α_i — весовой коэффициент, характеризующий относительную важность критерия φ_i ; X — область допустимых значений переменных x .

Свертывание частных критериев, очевидно, дает возможность упростить задачу векторной оптимизации, но решение в этом случае зависит от коэффициентов α_i , выбираемых обычно эвристическим путем. Таким образом, рассматриваемый подход так же как и два предыдущих предполагает введение элементов экспертной оценки.

Наиболее обоснованным можно считать четвертый подход к решению задачи векторной оптимизации, при котором находится решение, наилучшим образом приближающееся в пространстве критериев к множеству несовместимых оптимумов частных критериев. Здесь целесообразно использовать квадратичную метрику [1]

$$\min_{x \in X} \left(\sum_{i=1}^{l+m} [\varphi_i(x) - \varphi_i^*]^2 \right), \quad (3)$$

где φ_i^* — оптимальное значение i -го частного критерия, получаемого при решении подзадачи (4);

$$\varphi_i = \text{extremum}_{x \in X}. \quad (4)$$

Этот подход характеризуется наиболее строгой и полной формализацией задачи, но требует значительного объема вычислений при ее решении.

Задача оперативной оптимизации сложных технологических комплексов состоит в определении и реализации управляющих воздействий x , оптимальных по принятым критериям оптимальности $\varphi(x, z)$ при заданных возмущающих воздействиях z . Решение этой задачи производится многократно в реальном времени работы управляемого объекта, поэтому важным вопросом при разработке алгоритмов оперативной оптимизации является уменьшение вычислительной сложности и в конечном счете времени решения задачи. В связи с этим возникает необходимость разработки таких алгоритмов решения рассматриваемой задачи, которые бы сочетали в себе достоинства третьего подхода (оптимизации по скалярному критерию) и строгость решения, соответствующего четвертому из рассмотренных подходов.

Проблема создания алгоритмов, удовлетворяющих указанным требованиям, формально сводится к определению таких весовых коэффициентов α_i , при которых решение $x_0^{(1)}$ задачи (1) совпадает с решением задачи (3):

$$x_0^{(1)} = x_0^{(3)}. \quad (5)$$

Согласно условию (5) весовые коэффициенты α_i в точке должны удовлетворять, помимо условия нормирования (2), уравнению (6), которое определяет точку экстремума в задаче (1), если лежит внутри допустимой области X :

$$\frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^{l+m} \alpha_i \frac{\partial \varphi_i^{(0)}}{\partial x_j} = 0, \quad j = (\overline{1, m}), \quad (6)$$

где m — число компонент вектора x ; $\frac{\partial \varphi_i^{(0)}}{\partial x_j}$, $\frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial x_j}$ — производные в точке $x = x_0^{(3)}$. Уравнение (6) содержит частные производные $\varphi_i(x)$ только в одной точке $x_0^{(3)}$, в то время как α_i для выполнения условия (5) в процессе периодического решения задачи оперативной оптимизации должны характеризовать удаление от оптимума φ_i в пространстве критериев. В связи с этим возникает необходимость аппроксимации реальных зависимостей $\varphi_i(x)$ монотонными выпуклыми функциями и определение усредненных оценок α_i в результате многократных решений системы уравнений (6) на основе моделирования рассматриваемого объекта.

Система однородных уравнений (6) относительно α_i имеет только один нулевой корень, а с учетом условия нормирования (2) при наличии двух или более линейно-независимых векторов $\left\{ \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right\}$, $j = (\overline{1, m})$ оказывается несовместной. В связи с этим задачу определения α_i представим в форме минимизации функции невязок

$$\min_{\alpha_i} \sum_{j=1}^{l+m} (\varepsilon_j)^2, \quad (7)$$

где невязка e_i определяется из выражения (8)

$$\alpha_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} + \dots + \alpha_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_1} = e_i. \quad (8)$$

На основании изложенного формального подхода алгоритм определения весовых коэффициентов α_i можно представить следующим образом.

1. Производится аппроксимация в заданной области $X \times Z$ определения реальных функций цели $\varphi_i(x, z)$ выпуклыми непрерывными зависимостями (Z — область возможных возмущений z).

2. В результате решения задач (4) определяются оптимальные значения частных критериев для множества возмущений $z \in Z$.

3. Для множества $z \in Z$ из пункта 2 определяются оптимальные значения вектора x_0 в результате решения задачи (3).

4. Производится выбор точек $x_0(z_i)$, лежащих внутри области X . Если количество этих точек недостаточно (из условия охвата области Z), то переходим к пункту 6.

5. Для каждой точки $z \in Z$ из задачи (7) определяются коэффициенты $\alpha_i(z)$ и их усредненные оценки на множестве всех точек.

6. Решается задача пункта 3 без ограничений, на которых лежат точки x_0 , найденные ранее в пункте 3, и осуществляется переход к пункту 4.

Приведенный алгоритм позволяет формальным путем определить весовые коэффициенты α_i и благодаря этому свести задачу векторной оптимизации (3) к задаче оптимизации по скалярному критерию (1).

С целью иллюстрации изложенного алгоритма рассмотрим численные примеры определения весовых коэффициентов и решение задачи векторной оптимизации.

Таблица 1

Номер примера	a_{q1}	b_{q1}	a_{q2}	b_{q2}	a_{q3}	b_{q3}	a_{q4}	b_{q4}	a_{q5}	b_{q5}	a_{q6}	b_{q6}	a_{q7}	b_{q7}
1	2	3	2	3	4				4	1	5			
2	2	3	8	6	3				7	4	-4			
3			8	7	5	4	5	20	3	4	6	10	7	3
4			8	-7	-6	4	5	-7	3	-4	-6	10	7	-2
5			8	7	6	4	5	20	-3	4	6	-10	-7	2
6			9	8	7	5	3	2	19	21	16	14	11	15

Пусть векторный критерий $\bar{\varphi}_q$ включает два частных критерия

$$\bar{\varphi}_q = \{\varphi_{q1}, \varphi_{q2}\}, \quad (9)$$

где q — порядковый номер рассматриваемого примера. Частные критерии описываются зависимостями (10), (11) при $q = (1, 2)$:

$$\varphi_{q1} = -k_{q1} [(x_1 - a_{q1})^2 + (x_2 - a_{q2})^2] + a_{q3}; \quad (10)$$

$$\varphi_{q2} = -k_{q2}[(x_1 - b_{q2})^2 + (x_2 - b_{q2})^2] + b_{q3}, \quad (11)$$

и зависимостями (12), (13) при $q = (3, 6)$:

$$\varphi_{q1} = a_{q1}x_1^2 + a_{q2}x_2^2 + a_{q3}x_1x_2 + a_{q4}x_1 + a_{q5}x_2 + a_{q6}; \quad (12)$$

$$\varphi_{q2} = b_{q1}x_1^2 + b_{q2}x_2^2 + b_{q3}x_1x_2 + b_{q4}x_1 + b_{q5}x_2 + b_{q6}. \quad (13)$$

Область допустимых значений переменных x_1, x_2 во всех примерах применялась равной $(-20 \div 20)$, а значение возмущений z постоянным. Численные величины коэффициентов k_q, a_q, b_q приведены в табл. 1, результаты решений — в табл. 2. Из табл. 2 видно, что в процессе решений полученных оптимальные значения переменных $x_{01}^{(1)}, x_{02}^{(1)}$ в результате оптимизации по обобщенному критерию с использованием формально полученных a_i , достаточно точно совпадают с оптимальными значениями переменных $x_{01}^{(2)}, x_{02}^{(2)}$, полученными в результате решения векторной задачи оптимизации (3).

Экспериментальная проверка подтвердила правильность наложенных рассуждений и возможность формального получения весовых коэффициентов для решения задач оперативной оптимизации по векторному критерию.

Список литературы: 1. Кафаров В. В., Лазарев Г. Б., Ахмед В. И. Метод решения многокритериальных задач управления сложной химико-технологической системой. — «Докл. АН СССР», 1971, т. 198, № 1, с. 62. 2. Подиновский В. В., Газрилов В. М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям. М., «Сов. радио», 1975. 92 с. 3. Абдуллаев А. А., Алиев Р. А., Уланов Г. М. Принципы построения автоматизированных систем управления предприятием. М., «Энергия», 1975. 438 с. 4. Бураляев Л. Ф., Кафаров В. В., Кузин Р. Е., Нетушил А. В. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», 1976, № 4, с. 196—197.

Таблица 2

Исходные данные задачи	$x_{01}^{(1)}$	$x_{02}^{(1)}$	a_1	a_2	$x_{01}^{(2)}$	$x_{02}^{(2)}$	φ_1^*	φ_2^*	x_{21}^*	x_{22}^*	x_{12}^*	x_{11}^*
1	3,135	1,85	0,467	0,533	3,13	1,86	4	5	1	4	3	2
2	7,433	4,866	0,465	0,534	7,432	4,868	3	1	4	7	6	8
3	-0,713	-0,202	0,657	0,343	-0,716	-0,2	18,87	-8,58	1,5	3,166	-0,206	-0,139
4	-0,4139	1,071	0,892	0,108	-0,4125	-0,0263	-6,2	-0,0263	1,274	-0,452	0,4	-0,1
5	0,249	-0,192	0,349	0,651	0,212	0,0119	18,978	0,0119	1,216	-0,45	-0,298	-0,138
6	-0,285	-0,125	0,476	0,524	-0,287	-0,125	1,263	12,051	0,144	-0,307	-0,0795	-0,246

О. Г. РУДЕНКО, канд. техн. наук,
Е. В. БОДЯНСКИЙ

Харьковский институт радиоэлектроники

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В ЗАДАЧАХ С ЦЕЛЕВЫМИ НЕРАВЕНСТВАМИ

Широкий круг технических проблем, таких как идентификация, адаптивное управление, планирование эксперимента при поиске оптимальных условий формально может быть сведен к решению системы неравенств вида

$$\varphi_i(X) > 0, \quad i = 1, \dots, l, \quad (1)$$

где X — m -мерный вектор в факторном пространстве R^m ; $\varphi_i(X)$ — некоторая вещественная функция-отклик. Такая постановка задачи особенно характерна при разработке АСУ ТП и оптимизации технологических режимов, когда необходимо поддерживать параметры, характеризующие качество процесса, на уровне не ниже некоторых заданных значений. В рамках теории планирования эксперимента подобная постановка задачи не рассматривается, а методы нахождения оптимальных режимов (Бокса—Уилсона, последовательный симплекс-метод, эволюционное планирование) не приспособлены к решению задач типа неравенств с несколькими откликами. В статье развивается подход к решению системы неравенств как на основе непосредственного экспериментирования на объекте, так и с применением ЭВМ. Системы нелинейных неравенств решаются косвенными методами, например, сведением исходной задачи к задаче нелинейного программирования, в то время как для решения систем линейных неравенств существует достаточно мощный математический аппарат [1, 2]. В данной работе решение систем неравенств рассматривается как итерационный процесс, порождаемый конечно сходящимся алгоритмом [3, 4], что позволяет отыскивать вектор X^* , удовлетворяющий (1), непосредственно на объекте с помощью определенным образом спланированного эксперимента. Конечно, сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств подразумевают построение последовательности вида

$$X_n = f(n, X_{n-1}, S_n), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

где S_n — последовательность векторов $S_n \in S \subset R^m$, определяющая направление движения к искомому решению X^* , причем существует такое число n_0 , что $X_{n_0} = X_{n_0+1} = \dots = X^*$. В работах [3, 4] предложен конечно сходящийся алгоритм вида

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi(X_n) > 0 \\ X_{n-1} + \alpha_n S_n, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (3)$$

где α_n — некоторая последовательность параметров, определяющая скорость движения в направлении S_n . Если функция $\varphi(X)$ задана, вектор S_n может быть определен аналитически, если же вид $\varphi(X)$ неизвестен, то направление S_n может быть определено с помощью метода Бокса-Уилсона. В этом случае координаты вектора S_n аппроксимируются коэффициентами уравнения, задающего гиперплоскость, касательную к $\varphi(X)$ в точке X_{n-1} . Для этого в точке X_{n-1} должен быть реализован полный или дробный факторный эксперимент и построена линейная модель $y = B_{n-1}^T X$, (4), где T — символ транспонирования. Вектор-столбец B_{n-1} и является оценкой S_n .

Наиболее важным с практической точки зрения является использование таких процедур типа (3), которые бы обеспечивали максимальную скорость сходимости последовательности X_n к X^* . Эту задачу можно решить соответствующим выбором параметров α_n .

Рассмотрим процесс отыскания последовательности α_n в случае одного неравенства. Пусть в точке X_n $\varphi(X_n) < 0$. Тогда (3) можно представить в виде $\theta_n = \theta_{n-1} - \alpha_n S_n$, (5), где $\theta_i = X^* - X_i$ — ошибка решения на i -ом шаге итерационного процесса. Целесообразно ввести некоторую выпуклую функцию от ошибок $\psi(\theta_n, \theta_{n-1})$ и определять α_n из условия экстремума этой функции. В качестве такой функции можно взять $\psi_n = \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2$ и потребовать ее максимизации на каждом шаге, т. е.

$$\psi_n = \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2 \rightarrow \max_{\alpha_n} \quad (6)$$

Таким образом, α_n определяется из условия

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \alpha_n} = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) позволяет получить значения параметра α_n , обеспечивающие максимальную скорость сходимости процедуры (5)

$$\alpha_n^{\text{opt}} = \frac{(S_n, \theta_{n-1})}{\|S_n\|^2} = \frac{S_n^T \theta_{n-1}}{\|S_n\|^2}, \quad (8)$$

где (S_n, θ_{n-1}) — скалярное произведение векторов S_n и θ_{n-1} , а $\|S_n\|$ — евклидова норма вектора S_n . С учетом (8) процедура (3) приобретает вид

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi(X_n) > 0 \\ X_{n-1} + \frac{(S_n, \theta_{n-1})}{\|S_n\|^2} S_n & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (9)$$

Как видно, алгоритм (9) практически совпадает с алгоритмом Качмажа [5]. Поскольку в процессе решения мы не можем конт-

ролировать ошибку θ_{n-1} , то в (9) вместо α_n^{opt} целесообразно воспользоваться оценкой

$$\alpha_n > \frac{\varphi^* - \varphi(X_{n-1})}{\|S_n\|^2}, \quad (10)$$

принимая во внимание, что [6]

$$(S_n, \theta_{n-1}) = (S_n, X^* - X_{n-1}) > \varphi^* - \varphi(X_{n-1}), \quad (11)$$

где $\varphi^* > 0$ — число, определяющее точность решения и выбираемое из технологических соображений.

Введем некоторый параметр β такой, что

$$\alpha_n = \beta \frac{(S_n, \theta_{n-1})}{\|S_n\|^2} \quad (12)$$

и определим границы его варьирования, исходя из требования монотонного убывания ψ_n . Тогда

$$\psi_n = \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2 = \beta(2 - \beta) \frac{(S_n, \theta_{n-1})^2}{\|S_n\|^2}, \quad (13)$$

откуда следует, что неравенство $\psi_n > 0$ удовлетворяется при $0 < \beta < 2$ (14). Таким образом, последовательность X_n , порождаемая алгоритмом (9) с $\beta \in (0, 2)$ является конечной, т. е. этот алгоритм будет конечно сходящимся.

Рассмотрим теперь систему двух неравенств

$$\varphi_1(X) > 0, \quad \varphi_2(X) > 0, \quad (15)$$

решение которой будем искать в виде

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi_1(X_n) > 0, \varphi_2(X_n) > 0, \\ X_{n-1} + \alpha_n^1 S_n^1 + \alpha_n^2 S_n^2 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (16)$$

где α_n^1 и α_n^2 — параметры, определяющие скорость движения по направлениям S_n^1 и S_n^2 . Записывая этот алгоритм относительно ошибок θ_n , получим

$$\begin{aligned} \psi_n = \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2 = & -(\alpha_n^1)^2 \|S_n^1\|^2 - (\alpha_n^2)^2 \|S_n^2\|^2 + \\ & + 2\alpha_n^1 (\theta_{n-1}, S_n^1) + 2\alpha_n^2 (\theta_{n-1}, S_n^2) - 2\alpha_n^1 \alpha_n^2 (S_n^1, S_n^2), \end{aligned} \quad (17)$$

откуда определим α_n^1 и α_n^2 , решая систему уравнений

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \alpha_n^1} = 0, \quad \frac{\partial \psi_n}{\partial \alpha_n^2} = 0. \quad (18)$$

После несложных преобразований можно записать

$$\begin{aligned} \alpha_n^{\text{opt}1} &= \frac{(\theta_{n-1}, S_n^1) \|S_n^2\|^2 - (\theta_{n-1}, S_n^2) (S_n^1, S_n^2)}{\|S_n^1\|^2 \|S_n^2\|^2 - (S_n^1, S_n^2)^2}, \\ \alpha_n^{\text{opt}2} &= \frac{(\theta_{n-1}, S_n^2) \|S_n^1\|^2 - (\theta_{n-1}, S_n^1) (S_n^1, S_n^2)}{\|S_n^1\|^2 \|S_n^2\|^2 - (S_n^1, S_n^2)^2} \end{aligned} \quad (19)$$

или с учетом (10)

$$\begin{aligned} \alpha_n^1 &> \frac{[\varphi_1^* - \varphi_1(X_{n-1})] \|S_n^2\|^2 - [\varphi_2^* - \varphi_2(X_{n-1})] (S_n^1, S_n^2)}{\|S_n^1\|^2 \|S_n^2\|^2 - (S_n^1, S_n^2)^2}, \\ \alpha_n^2 &> \frac{[\varphi_2^* - \varphi_2(X_{n-1})] \|S_n^1\|^2 - [\varphi_1^* - \varphi_1(X_{n-1})] (S_n^1, S_n^2)}{\|S_n^1\|^2 \|S_n^2\|^2 - (S_n^1, S_n^2)^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вводя в (16) по аналогии с (12) параметр β , т. е. записав алгоритм в виде

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi_1(X_n) > 0, \varphi_2(X_n) > 0 \\ X_{n-1} + \beta (\alpha_n^1 S_n^1 + \alpha_n^2 S_n^2) & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (21)$$

получим, что требование $\varphi_n > 0$ удовлетворяется при выполнении условия (14).

Перейдем к наиболее общему случаю решения системы l неравенств вида

$$\varphi_l(X) > 0, \quad l = 1, \dots, k, \dots, l. \quad (22)$$

Рассмотрим следующий алгоритм решения этой системы:

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi_l(X_n) > 0, \quad l = 1, \dots, l \\ X_{n-1} + \sum_{k=1}^l \alpha_n^k S_n^k = X_{n-1} + S_n^T A_n & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (23)$$

Здесь $S_n = (S_n^1, \dots, S_n^l)$ — матрица размерности $m \times l$, а $A_n = (\alpha_n^1, \dots, \alpha_n^l)^T$. Функция φ_n в этом случае определяется выражением

$$\begin{aligned} \varphi_n &= 2 \sum_{k=1}^l \alpha_n^k (\theta_{n-1}, S_n^k) - \sum_{k=1}^l (\alpha_n^k)^2 \|S_n^k\|^2 - \\ &\quad - 2 \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^l (\alpha_n^k S_n^k, \alpha_n^i S_n^i), \end{aligned} \quad (24)$$

а искомые коэффициенты α_n^k , определяемые в результате решения системы уравнений

$$\begin{aligned} \alpha_n^1 \|S_n^1\|^2 + \alpha_n^2 (S_n^1, S_n^2) + \dots + \alpha_n^l (S_n^1, S_n^l) &= (\theta_{n-1}, S_n^1) \\ \alpha_n^1 (S_n^2, S_n^1) + \alpha_n^2 \|S_n^2\|^2 + \dots + \alpha_n^l (S_n^2, S_n^l) &= (\theta_{n-1}, S_n^2) \\ \vdots \\ \alpha_n^1 (S_n^l, S_n^1) + \alpha_n^2 (S_n^l, S_n^2) + \dots + \alpha_n^l \|S_n^l\|^2 &= (\theta_{n-1}, S_n^l), \end{aligned} \quad (25)$$

могут быть записаны в следующей матричной форме:

$$A_n^{\text{opt}} = (S_n^T S_n)^{-1} V_{n-1}, \quad (26)$$

где $V_{n-1} = ((\theta_{n-1}, S_n^1), \dots, (\theta_{n-1}, S_n^l))^T$. Таким образом, алгоритм (23) примет вид

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi_l(X_n) > 0, \quad l = 1, \dots, l, \\ X_{n-1} + S_n^T (S_n^T S_n)^{-1} V_{n-1} & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (27)$$

при этом справедлива оценка

$$A_n > (S_n^T S_n)^{-1} \Phi(X_{n-1}), \quad (28)$$

где $\Phi(X_{n-1}) = (\varphi_1^* - \varphi_1(X_{n-1}), \dots, \varphi_l^* - \varphi_l(X_{n-1}))^T$. Вводя параметр β в (27), окончательно получим

$$X_n = \begin{cases} X_{n-1}, & \text{если } \varphi_l(X_n) > 0, \quad l = 1, \dots, l, \\ X_{n-1} + \beta S_n^T (S_n^T S_n)^{-1} V_{n-1} & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (29)$$

Нетрудно убедиться, что при $\beta \in (0, 2)$ алгоритм (29) будет конечно сходящимся.

Поскольку значение S_n^* измеряется с некоторой ошибкой ϵ , максимальная скорость сходимости алгоритмов обеспечивается при $\beta < 1$ и зависящем от статистических свойств этой ошибки.

Список литературы: 1. Рыбашов М. В., Дудников Е. Е. Градиентные методы решения линейных равенств, неравенств и задач линейного программирования на аналоговых вычислительных машинах. М., «Сов. радио», 1970. 144 с. 2. Солодовников А. С. Системы линейных неравенств. М., «Наука», 1969. 80 с. 3. Якубович В. М. Рекуррентные конечно сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств. — Докл. АН СССР, 1966, т. 166, № 4, с. 1308—1311. 4. Якубович В. М. Конечно сходящиеся алгоритмы решения счетных систем неравенств и их применение в задачах синтеза адаптивных систем. — Докл. АН СССР, 1969, т. 189, № 3, с. 495—498. 5. Руденко О. Г. Метод решения систем неравенств в задачах синтеза адаптивных систем. 21. Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau Vortragsreihe «Steuerung Komplizierter Systeme», 1976, S. 71—73. 6. Срагович В. Г. Теория адаптивных систем. М., «Наука», 1976. 320 с.

УДК 681.5

В. В. СВИРИДОВ, д-р техн. наук,
Б. И. МОРОЗ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОБСЛУЖИВАНИЯ СВЯЗНЫМ ПРОЦЕССОРОМ ВХОДНЫХ ПОТОКОВ ИН- ФОРМАЦИИ В СЕТИ ЭВМ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОЛЬ- ЗОВАНИЯ

В сетях ЭВМ наряду с центральным вычислительным комплексом во многих случаях целесообразно использовать так называемый связной процессор на базе мини-ЭВМ средней производительности [1, 2]. Связной процессор в сети ЭВМ позволяет повысить производительность центральной ЭВМ. Разгрузка основного процессора центральной ЭВМ при использовании связного процессора происходит за счет уменьшения потерь времени основного процессора на управление сетью. Связной процессор, построенный на мини-ЭВМ, примерно в 20

раз дешевле, чем центральная ЭВМ, поэтому увеличение общей вычислительной мощности в этом случае может быть достигнуто при сравнительно небольшом удорожании всей системы. Особенно заметно возрастает роль связанного процессора в том случае, когда в сети должен функционировать банк данных, а выделение индивидуальных вычислительных мощностей для него представляется или невозможным, или нецелесообразным.

Рассмотрим вопрос организации предварительной обработки информации связным процессором перед выдачей ее в центральный вычислительный комплекс. В этом случае работу связанного процессора можно организовать как систему массового обслуживания с ограниченным или неограниченным числом мест в очереди. При этом процесс поступления потока информации в связной процессор будем считать случайным, представляющим собой поток однородных или неоднородных событий, которые поступают через случайные промежутки времени. Для определения основных характеристик такой системы, как правило, используют вероятностные модели, что объясняется, с одной стороны, случайным характером потоков событий, а с другой — принципиальной возможностью получения аналитических решений моделей обслуживания при пуассоновских потоках событий. Однако при стремлении к нулю дисперсии времени между соседними сообщениями работу связанного процессора можно рассматривать как систему обслуживания с детерминированными потоками. Допустим, что сообщения, имеющие предписание поступать через равные интервалы времени длины a , подвержены случайным возмущениям. Точнее предположим, что k -е сообщение, которому предписано поступить в момент времени ka , фактически поступит в момент $ka + \sigma_k$, где $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ и т. д. являются независимыми случайными величинами, распределение которых характеризует вид возмущений. Если σ_j ($j = 1, 2, \dots$ и т. д.) имеют нулевое среднее значение, то в среднем нет тенденции к опережению или опозданию по графику. В общем случае, если дисперсия σ_j ($j = 1, 2, \dots$ и т. д.) мала по сравнению с a , то влияние возмущений будет незначительным. Это и позволит нам в случае, когда $\sigma_j \rightarrow 0$, работу связанного процессора рассматривать как детерминированный процесс.

Пусть в связной процессор поступает h видов информации. Каждому виду соответствует свое пороговое значение времени ожидания в очереди начала обработки $T_{\text{порог } i}$. Сообщения потоков $P_1, P_2, P_3, \dots, P_h$ с интенсивностями $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_h$ приходят через интервалы времени a_i и выстраиваются в очереди каждого потока в свою. Обработка сообщений связным процессором происходит следующим образом: связной процессор обрабатывает сообщения каждой очереди поочередно, отдавая каждому i -му виду информации квант времени t_{hi} , за который можно обработать 1, 2, 3, ... и т. д. сообщений i -й очереди, т. е. $t_{hi}/b_i - 1, 2, 3, \dots$ и т. д.

Здесь

$$b_i = \int_0^{\infty} t dB_i(t), \quad (1)$$

где $B_i(t)$ — функция распределения времени обработки сообщений. Обозначим через $T_k = \{t_{k1}, t_{k2}, \dots, t_{kA}\}$ вектор квантов времени по каждой очереди. Нетрудно видеть, что такая дисциплина обра-

ботки сообщений может быть сделана регулируемой (или даже адаптивной) при изменениях соотношения пороговых значений времени ожидания в очереди $T_{\text{порог } i}$ и интенсивностей потоков сообщений λ_i . При этом в качестве управляющего вектора может быть использован вектор $T_k = \{t_{k1}, t_{k2}, \dots, t_{kA}\}$.

Остановимся на определении функции времени ожидания обработки для i -й очереди, обозначив ее через $W_i(t)$. Она равна времени, которое затратит на ожидание обработки сообщение, поступившее в момент времени t ($t=0$ соответствует началу процесса).

Введем понятие времени цикла обработки для i -й очереди $t_{\text{ци}}$ (см. рисунок)

$$\begin{aligned} t_{\text{ци}} &= t_{k1} + t_{k2} + \dots + t_{kA} = \\ &= \sum_{i=1}^A t_{ki}; \quad t_{\text{ци}} = t_{\text{ци}1} = \dots = t_{\text{ци}A}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$t_{\text{непр } i} = t_{\text{ци}} - t_{ki}, \quad (3)$$

где $t_{\text{непр } i}$ — непроизводительное время цикла для i -й очереди. Обозначим через $t_{\text{непр } i}$ — непроизводительное время перед началом 1-го цикла для i -й очереди,

$$t_{\text{непр } i} = t_{k(i-1)} + t_{k(i-2)} + \dots + t_{k1} + t_{\text{непр } i}, \quad (4)$$

$t_{\text{непр } i}$ в нормальном режиме равно нулю, однако может быть больше нуля в случае задержки начала 1-го цикла для i -й очереди (1-й цикл для i -й очереди всегда начинается с производительного времени)

$$t_{\text{ок.ци}}^{(n)} = t_{\text{непр } i} + t_{\text{ци}} \cdot n_i, \quad (5)$$

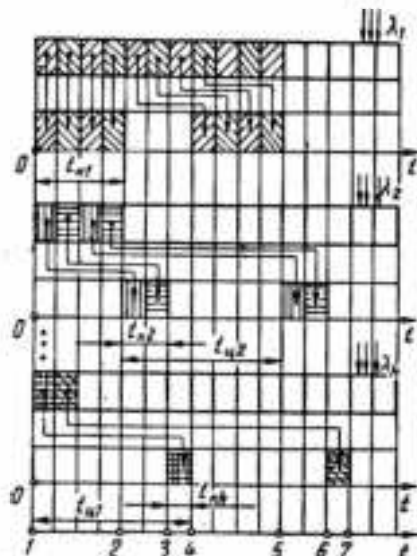


Схема обработки входных потоков информации связным процессором:

1 — начало 1-го цикла для 1-й очереди; 2 — начало 1-го цикла для 2-й очереди; 3 — начало 1-го цикла для A-й очереди; 4 — 2 — непроизводительное время перед началом 1-го цикла для 2-й очереди; 5 — 3 — непроизводительное время перед началом 1-го цикла для A-й очереди; 6 — окончание 1-го цикла для 1-й очереди; 7 — окончание 2-го цикла для 2-й очереди; 8 — начало 2-го цикла для A-й очереди.

где $t_{ок.цл}^{(n)}$ — время окончания n -го цикла для i -й очереди; n_i — порядковый номер цикла i -й очереди; $n_i = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ и т. д.

Количество полных циклов n_{ii} на момент времени t будет равно:

$$n_{ii} = \frac{t - t_{непр.цл}}{t_{цл}} \quad (6)$$

$n_{ii} = 1, 2, 3, 4, \dots$ и т. д.

Время начала n -го цикла для i -й очереди

$$t_{нач.цл}^{(n)} = t_{ок.цл}^{(n)} - t_{цл} \quad (7)$$

Время начала непроизводительного времени перед 1-ым циклом для i -й очереди

$$t_{нач.непр.цл} = t_{нач.цл}^{(1)} - t_{непр.цл} \quad (8)$$

Время начала непроизводительного времени n -го цикла i -й очереди

$$t_{нач.непр.цл}^{(n)} = t_{ок.цл}^{(n)} - t_{непр.цл} \quad (9)$$

Время окончания непроизводительного времени n -го цикла i -й очереди

$$t_{ок.непр.цл}^{(n)} = t_{нач.непр.цл}^{(n)} + t_{непр.цл}, \quad t_{ок.непр.цл}^{(n+1)} = t_{нач.цл}^{(n+1)} \quad (10)$$

Время начала производительного времени n -го цикла i -й очереди

$$t_{нач.пр.цл}^{(n)} = t_{нач.цл}^{(n)} \quad (11)$$

Время окончания производительного времени n -го цикла i -й очереди

$$t_{ок.пр.цл}^{(n)} = t_{нач.цл}^{(n)} + t_{цл}, \quad t_{ок.пр.цл}^{(n+1)} = t_{нач.непр.цл}^{(n+1)} \quad (12)$$

Воспользовавшись полученными соотношениями, выведем функции времени ожидания для первой очереди и всех последующих очередей соответственно:

$$W_1(t) = \left[\left(r_1 - \frac{t}{b_1} + \frac{t_{непр.цл} n_{11}}{b_1} + \frac{t - t_{нач.непр.цл}^{(n_{11})}}{b_1} \right) + \left(\frac{t}{a_1} - 1 \right) \right] \times b_1; \quad (13)$$

$$W_i(t) = \left[\left(r_i - \frac{t}{b_i} + \frac{t_{непр.цл} n_{ii}}{b_i} + \frac{(t - t_{нач.непр.цл}^{(n_{ii})}) d}{b_i} + \frac{t_{непр.цл} d_1}{b_i} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{t - t_{нач.непр.цл}^{(n_{ii})}}{b_i} \right) + \left(\frac{t}{a_i} - 1 \right) \right] \times b_i, \quad (14)$$

где r_i — начальное состояние очередей;

$$d = \begin{cases} 0, & t > t_{нач.цл}^{(1)} \\ 1, & t < t_{нач.цл}^{(1)} \end{cases}, \quad d_1 = \begin{cases} 0, & t < t_{нач.цл}^{(1)} \\ 1, & t > t_{нач.цл}^{(1)} \end{cases}$$

Легко заметить, что выражение (13) является частным случаем (14).

Таким образом, получены простые зависимости для определения функций времени ожидания обработки входных сообщений связным процессором. Описанная выше дисциплина обслуживания входных потоков информации может быть применена в сетях ЭВМ коллективного пользования.

Список литературы: 1. Бедрина Г., Голосов О., Чернин Э. Вычислительные системы для обработки учетной информации. М., «Финансы», 1977. 63 с. 2. Позин И. Л., Щербо В. К. Телеобработка данных в автоматизированных системах. М., «Статистика», 1976. 154 с. 3. Литвинов М. Л. Характеристика детерминированной системы в режиме перегрузки. — «Кибернетика», 1977, № 3, с. 132—133. 4. Кокс Д. Р., Смит У. Л. Теория очередей. М., «Мир», 1966. 218 с. 5. Тёрнер Д. Вероятность, статистика и исследование операций. М., «Статистика», 1976. 431 с. 6. Бронштейн О. И., Духовный И. М. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах. М., «Наука», 1976. 219 с.

УДК 681.5

В. В. СВИРИДОВ, д-р техн. наук,
Б. И. МОРОЗ

Харьковский институт радиоэлектроники

К ВОПРОСУ ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ОБМЕНА ИНФОРМАЦИЕЙ В СЕТИ ЭВМ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ

Одной из характерных особенностей сети ЭВМ коллективного пользования является то, что вычислительные ресурсы распределены по всей сети и для решения задач могут быть привлечены ресурсы любого участка. Соответствующие операции по обработке данных могут выполняться в абонентских пунктах или устройствах управления группой таких пунктов, в дистанционных концентраторах, в устройствах управления каналами связи, в центральной или локальных ЭВМ. Варианты конфигураций вычислительных сетей описаны в [1]. Эффективность функционирования сети ЭВМ определяется рациональным распределением работ между центральным вычислительным комплексом и периферийными процессорами. Центральные ЭВМ должны хранить библиотеки программ, банк данных пользователей и предоставлять вычислительные ресурсы для наиболее сложных задач.

Одним из режимов работы сети является сбор информации центральным банком данных (при этом используются вычислительные мощности центрального вычислительного комплекса) от локальных ЭВМ. Этот режим можно описать следующим образом. Пусть имеется n локальных ЭВМ. Все локальные ЭВМ соединены с центральной ЭВМ устройствами межмашинного

обмена. Центральная ЭВМ последовательно опрашивает локальные ЭВМ и при наличии необходимости передачи сообщения осуществляет его прием. Связь центральной ЭВМ с локальными ЭВМ может осуществляться и через связной процессор. Информация перед передачей проходит в локальной ЭВМ предварительную обработку, затем некоторое время ожидает, пока центральная ЭВМ закончит работу с другими локальными ЭВМ и после этого происходит ее передача.

Определим производительность работы сети ЭВМ в указанном режиме.

Формально работу сети в данном случае можно представить как работу системы массового обслуживания, в которой имеется две фазы обслуживания: первая — локальная ЭВМ, вторая — центральная ЭВМ. На первой фазе имеется n приборов, на которые поступают независимые потоки. Введем следующее ограничение на очередь между фазами: в очереди должно находиться не более одного сообщения с каждой локальной ЭВМ. Если с k -й локальной ЭВМ в очереди находится сообщение, то следующее сообщение k -го потока, приходящее в это время, становится в очередь на первой фазе.

Пропускная способность системы может быть определена из характеристик выходного потока информации при полной загрузке системы, т. е. при условии неограниченной очереди сообщений в каждой локальной ЭВМ. Под выходным потоком информации в данном случае будем понимать поток информации, проходящей через центральную ЭВМ в результате сбора информации. После очередной передачи сообщения с локальной ЭВМ тот час же начинается предварительная обработка следующего сообщения, которая продолжается время $t_i^{обр}$, затем сообщение ожидает начала передачи в течение времени $t_i^{ожид}$ и наконец передается за время $t_i^{пер}$. Величины $t_i^{обр}$, $t_i^{ожид}$ и $t_i^{пер}$ случайны. Цикл сбора, таким образом, $T_i^{сб} = t_i^{обр} + t_i^{ожид} + t_i^{пер}$ (1).

Величина $t_i^{ожид}$ зависит от процесса обслуживания центральным вычислительным комплексом локальных ЭВМ. Характеристики этого процесса можно описать с помощью математической модели замкнутой системы массового обслуживания [2].

Распределение величины $t_i^{пер}$ зависит от величины сообщения передаваемой информации, считая, что скорость передачи постоянна. Объемы сообщений по каждому виду информации определяются заранее.

Распределение $t_i^{пер}$ $F(t) = P(t_i^{пер} \leq t)$ — распределение дискретной случайной величины, которая может принимать значение V_j с вероятностью P_j , где V_j — объем сообщения информации j -го типа; ε — доля времени на передачу единицы информации.

$$P_j = \frac{J_j}{J}, \quad (2)$$

где J_j — количество сообщений информации j -го типа за сеанс сбора; J — общее количество сообщений за сеанс сбора.

Функции $F(t)$ могут принимать самый различный вид. Для реальной системы по косвенным оценкам (для примера взята сеть ЭВМ Минчермета УССР) при работе центрального вычислительного комплекса с несколькими относительно одинаковыми типами информации (от 2 до 5) $t_i^{пер}$ практически постоянно, с увеличением количества типов информации распределение $F(t)$ приближается к экспоненциальному, что подтверждает выводы, сделанные в [3].

Распределение $D(t) = P(t_i^{обр} < t)$ также приближается к экспоненциальному, что подтверждено большим набором статистики для той же реальной системы.

Пропускная способность системы

$$C = \sum_{k=1}^n R_k = n \cdot R = \frac{n}{T^{сб}}, \quad (3)$$

где R_k — пропускная способность k -й локальной ЭВМ; R — среднее значение пропускной способности локальных ЭВМ; $T^{сб}$ — математическое ожидание цикла сбора.

Далее,

$$P(t_i^{обр} > t) = e^{-\sigma t}, \quad P(t_i^{пер} > t) = e^{-\sigma t};$$

$$T^{сб} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{n}{1 - p_0}, \quad (4)$$

где p_0 — вероятность того, что центральная ЭВМ не занята, т. е. все n локальных ЭВМ производят предварительную обработку информации; $p_0 = \frac{P(n, a)}{S(n, a)}$, где $a = \frac{\sigma}{\alpha}$, $P(n, a) = \frac{\alpha^n}{n!} e^{-\alpha}$, $S(n, a) = \sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} e^{-\alpha}$ — распределение Пуассона.

Тогда

$$C = \frac{n}{T^{сб}} = \sigma(1 - p_0). \quad (5)$$

Если α и σ постоянны, величина p_0 убывает до нуля с увеличением n , а C приближается к пропускной способности центральной ЭВМ. При уменьшении числа n p_0 возрастает и при $n = 1$ максимальна и равна:

$$p_0 = \frac{\sigma}{\alpha + \sigma}. \quad (6)$$

Таким образом, зная характеристики потоков можно определить производительность системы.

Список литературы: 1. Бедрина Г., Голосов О., Черник Э. Вычислительная система для обработки учетной информации. М., «Финансы», 1977. 63 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций. М., «Сов. радио», 1972. 562 с.

«Лилин Ю. Н., Михов А. И. Система массового обслуживания с несколькими очередями.—Труды НИИУМС». Вып. IX, Пермь, 1973, с. 82—90.
4. Новиков О. А., Петухов С. И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. М., «Сов. радио», 1969. 400 с.

УДК 621.369

В. А. ЗАБРОДСКИЙ, канд. техн. наук,
П. А. ИВАЩЕНКО

Харьковский государственный университет

ПОНЯТИЕ [а, л]-УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОНОМИКО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

При исследовании свойств экономико-производственных систем (ЭПС), в которых присутствуют элементы самоорганизации [1], рассматривать понятие устойчивости, отпавляясь лишь от пространства внутренних состояний, недостаточно. Кроме пространства внутренних состояний необходимо знать (и учитывать) цель ЭПС и способы достижения ее. Поэтому введем определения плановой ситуации и ситуации функционирования ЭПС, которые основаны на уже имеющихся определениях ситуации. Приведем некоторые из них.

Под ситуацией в [3] понимается совокупность событий, которые развиваются во времени и пространстве и имеют определенные последствия. Предполагается, что эти последствия могут быть четко сформулированы и имеют важное значение для ЭПС.

Ситуация состоит из трех частей: обстановки, зафиксированной в какой-то момент времени или состояния, процессов, которые могут происходить в дальнейшем, и результата или последствий [3].

Пара $\{S, C\}$ (система и среда) или множество взаимодействующих систем $S = \bigcup_i S_i$ образуют надсистему, имеющую функциональное, морфологическое, информационное описание [2]. Частным случаем надсистемы является ЭПС. Для надсистемы $\{S, C\}$ в [2] вводится понятие ситуации.

Пусть Q_0 — совокупность параметров ЭПС, зафиксированная в момент $t = 0$. При изменении t (в процессе развития ситуации) в результате взаимодействия между S и C , а также подсистем $S_i \subset S$, параметры изменяются. Считаем, что диапазоны значений Q представляют собой фиксированную область Ω в пространстве значений параметров R^n . Предполагается, что ЭПС S имеет множество целей $Z = \{Z_i\}$, $Z_i \in \Omega$. Перспективы ЭПС оцениваются множеством исходов ζ , $\zeta \in \Omega$. Если при реальном исходе ζ_1 ЭПС достигает каких-то целей, то $Z = \zeta_1$ означает, что все цели достигнуты.

Ситуацией Γ называется тройка:

$$\Gamma = \{Q_0, Q, (t), \zeta(t)\}, \quad (1)$$

где $Q_s(t)$ — закон возможных изменений параметров ЭПС S ; $\zeta(t)$ — возможные исходы в момент t_1 .

Под плановой ситуацией Γ^{na} будем понимать четверку:

$$\Gamma^{na} = \{Q_0, Q_s(t), \zeta(t_1), \Xi\},$$

где первые три символа те же, что и в (1), а Ξ — отношение эмерджентности, связывающее $Q_0, Q_s(t), \zeta(t_1)$.

Пусть в момент времени t_1 ЭПС S оказалась в ситуации

$$\Gamma^* = \{Q_0, \tilde{Q}_s(t), \tilde{\zeta}(t_1), \tilde{\Xi}\},$$

где $\tilde{Q}_s(t) \neq Q_s(t), \tilde{\zeta}(t_1) \neq \zeta(t_1)$; Γ^* , естественно, называть ситуацией функционирования.

Рассмотрим область $\Theta = \Omega \times [0, T]$ фазового пространства $R^m \times [0, \infty)$. Зададим семейство плановых ситуаций

$$\Gamma_{t, t_1 \in [0, T]}^{na} = \{Q_0, Q_s(t), \zeta(t_1), \Xi\}_{t, t_1 \in [0, T]}.$$

Семейство плановых ситуаций $\Gamma_{t, t_1 \in [0, T]}^{na}$ определяет динамику изменения целей ЭПС на период функционирования $[0, T]$.

Иерархичность ЭПС требует разбиения области Θ на подобласти (области компетентности). Примерами таких подобластей могут служить области целевых, допустимых, возможных и т. д. состояний. Методы построения разбиений зависят от конкретных параметров и задач планирования ЭПС. Например, область возможных состояний ЭПС может быть определена (и довольно точно) экспертным путем (в плановом отделе). Область целевых конечных состояний ЭПС (в момент времени T) строится путем решения задач математического программирования. Область целевых состояний ЭПС на период времени $[0, T]$ можно конструировать методами теории оптимального управления [5]. В данной статье будем считать, что задание семейства плановых ситуаций $\Gamma_{t, t_1 \in [0, T]}^{na}$ для ЭПС определяет тот или иной способ разбиения области Θ на подобласти. В соответствии с этим представим область Θ в виде объединения конечного числа непересекающихся попарно смежных областей Θ_i , т. е. $\Theta = \bigcup_{i=1}^n \Theta_i, \forall i \neq j \Theta_i$ смежна с Θ_{i+1} ; Θ_i несмежна с Θ_j для $j < i-1, j > i+1$; $\Theta_i \cap \Theta_j = \partial_{\Theta} \Theta$, где для каждого $t \in [0, T], \partial_{\Theta} \Theta$ — общая граница для областей Θ_i, Θ_j . Рассмотрим односвязные множества, образованные из множеств $\Theta_{-n}, \Theta_{-n+1}, \dots, \Theta_n$ и допускающие представление $\Lambda \Theta_i = \bigcup_{k=-n}^i \Theta_k, -n < k < i < n$. Очевидно, $\Gamma_{t, t_1=0}^{na} = \{Q_0\}$, т. е. плановая ситуация в начальный момент времени целиком определяется множеством начальных состояний.

Рассмотрим семейство ситуаций функционирования

$$\Gamma_{t, t_1 \in [0, T]}^* = \{Q_0, \tilde{Q}_s(t), \tilde{\zeta}(t_1), \tilde{\Xi}\}_{t, t_1 \in [0, T]}.$$

где закон возможных изменений параметров ЭПС $\tilde{Q}_s(t)$ будем понимать как реализацию некоторого векторного случайного процесса.

Экономико-производственную систему S назовем $[k, l]$ -устойчивой относительно совокупности

$$(\Gamma_{t, t_0}^{aa}, \Gamma_{t, t_0}^{ab}, [0, T]),$$

где $-n \leq k \leq l \leq n$, если для каждой реализации $\tilde{Q}_s(t)$, $\forall \epsilon > \epsilon_0$, где $-0 < \epsilon_0 < 1$, $\forall \tau \in [0, T]$,

$$P \{ \tilde{Q}_s(t) |_{t \leq \tau} \in {}_k\Theta_1^l \} > 1 - \epsilon, \quad (2)$$

Здесь ${}_k\Theta_1^l = \bigcup_{i=k}^l \Theta_i(\tau)$.

Определение $[k, l]$ -устойчивости относительно совокупности $(\Gamma_{t, t_0}^{aa}, \Gamma_{t, t_0}^{ab}, [0, T])$ явно содержит в себе следующее.

Процесс удовлетворяет начальному условию $\tilde{Q}_s(0) \in Q^0$ и предполагается, что должно удовлетворяться условие $\tilde{Q}_s(t_1) \in \zeta(t_1)$.

К необходимости введения $[k, l]$ -устойчивости приводит то, что ЭПС является многоуровневой иерархической системой. Каждую подсистему, уровень иерархии системы и т. д. можно исследовать в терминах устойчивости. Однако для различных подсистем, уровней иерархии смысл понятия устойчивости (окраска, градация) различен. Очевиден тот факт, что устойчивое функционирование подсистем уровня может не обеспечивать устойчивость уровня, а неустойчивость в поведении отдельных подсистем может компенсироваться большой степенью устойчивости всей системы, что приведет к устойчивому функционированию системы в целом. Практически важным моментом является также формальное определение градаций устойчивости. Принимая область целевых состояний Z за отправную точку, кажется естественным насаживать сверху и снизу области функционирования ЭПС S , отражающие (формализующие) картину возможностей системы и позволяющие выбирать методы (а также исполнителей) устранения величины отклонения параметров ЭПС от плановых, т. е. осуществлять регулирование. Такой подход позволяет проводить оценку отклонений и ранжировать их. Наконец приведенное определение является рабочим, удобным для исследования устойчивости ЭПС, имеющих иерархическую структуру.

Необходимость введения именно $[k, l]$ -устойчивости вызвана еще тем, что из-за присутствия в системе неформализуемых параметров, законов мы не можем формально указать кривые и тем более дифференциальные (интегральные) зависимости, которым они удовлетворяют. Если же осуществима идентифика-

ция моделей системы, то это может привести к необозримой с точки зрения численной реализации модели.

Представляется вполне реальным указывать (с заданной точностью) области, в которых могут меняться параметры изучаемой системы. При этом можно добиться учета и неформальных моментов, присутствующих в системе. Поиск законов, которым удовлетворяют параметры, можно заменить построением областей функционирования, разбиением областей функционирования в соответствии с ситуациями на области $[k, l]$ -устойчивости и проверку реального функционирования системы на $[k, l]$ -устойчивость с выдачей рекомендаций (плана оргтехмероприятий), способных ликвидировать отклонения.

Уточним, в каком отношении находится приведенное определение с уже установившимися определениями устойчивости.

Если предположить, что закон возможных изменений параметров ЭПС $\tilde{Q}_i(t)$ детерминирован, то условие (2) принимает более простой вид

$$\forall t, \tau \in [0, T], t < \tau, \tilde{Q}_i(t) \in {}^*\theta_i^+. \quad (3)$$

Для определенности приведем необходимые определения [4].

Под линией поведения ЭПС понимается конкретный график изменения параметров, отражающий поведение ЭПС в данном периоде функционирования $[0, T]$. Поле ЭПС — это трубка линий поведения, т. е. множество возможных (допустимых) в данном периоде линий поведения ЭПС. Поле ЭПС называется устойчивым относительно данной области, если все образующие его линии поведения устойчивы относительно этой области (т. е. поле целиком содержится в этой области). ЭПС является устойчивой относительно данной области фазового пространства, если поле ЭПС устойчиво относительно этой области.

Поле ЭПС назовем устойчивым относительно ${}^*\theta_i^+$ ($[k, l]$ -устойчивым) на данном интервале функционирования $[0, T]$, если все его образующие линии поведения $[k, l]$ -устойчивы относительно ${}^*\theta_i^+$ на интервале $[0, T]$. ЭПС является $[k, l]$ -устойчивой относительно ${}^*\theta_i^+$ на интервале $[0, T]$, если ее поле $[k, l]$ -устойчиво относительно ${}^*\theta_i^+$ на интервале $[0, T]$. Запись $[k, l]$ -устойчивость означает, что выполнено условие (3).

Из определения $[k, l]$ -устойчивости для детерминированных процессов непосредственно следует, что $[0, 0]$ -устойчивость — это обычная устойчивость в смысле [4].

Основная трудность для практического применения условий $[k, l]$ -устойчивости типа (2), (3) заключается в указании множеств $\theta_i, i = -n, \dots, n$.

Приведем утверждения, описывающие устойчивость ЭПС.

Утверждение 1. Если ЭПС S не является $[0, 0]$ -устойчивой относительно совокупности $(\Gamma_{i_1, i_2}^{na}, \Gamma_{i_1, i_2}^a, \Gamma_{i_1, i_2}^b(0, T))$, то

она, по крайней мере, $[-n, n]$ -устойчива относительно совокупности $(\Gamma_{t, t_0 \in [0, T]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [0, T]}^{\theta}, [0, T])$.

Доказательство следует из того, что условие ${}_k\theta_i^* \subseteq \theta^*$, $-n < k < l < n$, приводит к неравенству

$$P[Q_s(t) \in \theta^*] > P[Q_s(t) \in {}_k\theta_i^*].$$

Утверждение 2. Пусть ЭПС $S[k', l']$ -устойчива относительно совокупности $(\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_1]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [0, t_1]}^{\theta}, [0, t_1])$ и $[k'', l'']$ -устойчива относительно совокупности $(\Gamma_{t, t_0 \in [t_1, t_2]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [t_1, t_2]}^{\theta}, [t_1, t_2])$. Тогда $S[\min(k', k''), \max(l', l'')]$ -устойчива относительно совокупности $(\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_2]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [0, t_2]}^{\theta}, [0, t_2])$.

Доказательство. Докажем сначала, что семейства ситуаций $\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_1]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [0, t_1]}^{\theta}, \Gamma_{t, t_0 \in [t_1, t_2]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [t_1, t_2]}^{\theta}$ полностью определяют семейства ситуаций $\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_2]}^{\pi n}, \Gamma_{t, t_0 \in [0, t_2]}^{\theta}$. Действительно, $[0, t_2] = [0, t_1] \cup [t_1, t_2]$. Закон возможных изменений $\bar{Q}_s(t)$ определим следующим образом:

$$\bar{Q}_s(t) = \begin{cases} Q_{s1}(t), & t \in [0, t_1]; \\ Q_{s2}(t), & t \in (t_1, t_2], \end{cases}$$

где $Q_{s1}(t), Q_{s2}(t)$ законы возможных изменений ЭПС S на промежутках $[0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ соответственно.

Закон возможных изменений $\bar{Q}_s(t)$ определяется аналогично:

$$\bar{Q}_s(t) = \begin{cases} \bar{Q}_{s1}(t), & t \in [0, t_1]; \\ Q_{s2}(t), & t \in (t_1, t_2]. \end{cases}$$

Множество возможных (планируемых) исходов $\bar{\zeta}(t_1)$ строим так:

$$\bar{\zeta}(t_1) = \begin{cases} \zeta_1(t_1), & t_1 \in [0, t_1], \\ \zeta_2(t_1), & t_1 \in (t_1, t_2]. \end{cases}$$

где $\zeta_1(t_1)$ -однопараметрическое множество возможных исходов семейства ситуаций $\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_1]}^{\pi n}$; $\zeta_2(t_1)$ -однопараметрическое множество возможных исходов семейства ситуаций $\Gamma_{t, t_0 \in [t_1, t_2]}^{\pi n}$.

Множество реальных исходов $\bar{\zeta}(t_1)$ семейства ситуаций $\Gamma_{t, t_0 \in [0, t_2]}^{\theta}$ определим как

$$\bar{\zeta}(t_1) = \begin{cases} \bar{\zeta}_1(t_1), & t_1 \in [0, t_1], \\ \bar{\zeta}_2(t_1), & t_1 \in (t_1, t_2]. \end{cases}$$

где $\bar{\zeta}_1(t_1), \bar{\zeta}_2(t_1)$ -однопараметрические множества реальных исходов на интервалах $[0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ соответственно.

В силу такого определения множества планируемых и реальных исходов заключаем, что множество начальных условий $\bar{Q}_i = \bar{\zeta}_i(\xi_i)$.

Наконец, отношение эмерджентности $\bar{\Xi}$, определяющее семейства ситуаций $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_2]}^{\text{пл}}$, $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_2]}^{\text{р}}$ можно, очевидно, построить как

$$\bar{\Xi} = \left\{ \Xi_1, t, t_1 \in [0, t_1], \right. \\ \left. \Xi_2, t, t_1 \in (t_1, t_2] \right\},$$

где Ξ_1 , Ξ_2 — отношения эмерджентности, связывающие составляющие семейств ситуаций $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{пл}}$, $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{р}}$ и $\Gamma_{i, t_1 \in (t_1, t_2]}^{\text{пл}}$, $\Gamma_{i, t_1 \in (t_1, t_2]}^{\text{р}}$ соответственно.

Построенное семейство плановых ситуаций

$$\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_2]}^{\text{пл}} = \{Q_0, \bar{Q}_i(t), \bar{\zeta}_i(t_1), \bar{\Xi}\}_{i, t_1 \in [0, t_2]}$$

определяет способ разбиения области $\Theta^* = (\Omega_1 \times [0, t_1]) \cup (\Omega_2 \times [t_1, t_2])$ на подобласти (например, область целевых состояний Θ_0 и области допустимых состояний Θ_{-1} и Θ_1). При этом на каждом из интервалов $[0, t_1]$ и $[t_1, t_2]$ подобласти Θ_i , $i \in \{-1, \dots, n\}$ совпадают с соответствующими подобластями, которые были построены исходя из семейств ситуаций $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{пл}}$, $\Gamma_{i, t_1 \in [t_1, t_2]}^{\text{пл}}$.

Считаем, что нумерация подобластей в разбиении области Θ^* на подобласти согласована с нумерациями подобластей при разбиениях областей на подобласти в соответствии с последовательностями ситуаций $\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{пл}}$, $\Gamma_{i, t_1 \in [t_1, t_2]}^{\text{пл}}$. Тогда

$$\Theta_i^{*r} \subseteq \min(k', k'') \Theta_{\max(l', l'')}^r,$$

где $\Theta_i^{*1} = \Omega_1 \times [0, t_1]$, $\Theta_i^{*2} = \Omega_2 \times [t_1, t_2]$, $r \in \{k', k''\}$, $\delta \in \{l', l''\}$, $\varphi = 1, 2$. Отсюда и следует $\{\min(k', k''), \max(l', l'')\}$ -устойчивость ЭПС S относительно совокупности

$$(\Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{пл}}, \Gamma_{i, t_1 \in [0, t_1]}^{\text{р}}, [0, t_1]).$$

Замечание 1. Утверждение 1 характеризует в некотором смысле полноту градаций устойчивости для ЭПС. Утверждение 2 описывает «непрерывное» изменение градаций устойчивости ЭПС во времени.

Замечание 2. Упоминалось, что область Θ в соответствии с плановой ситуацией разбивается на подобласти, из которых, как оказалось, легко сконструировать области $[k, l]$ -устойчивости ЭПС. Эта связь позволяет исследовать ЭПС в терминах $[k, l]$ -устойчивости с учетом возможностей ситуационного управления, как элемента теории принятия решений [6].

Список литературы: 1. Лялюков А. А., Яблонский С. В. Теоретические проблемы кибернетики. — В сб.: Проблемы кибернетики. Вып. 9, М., Физматгиз, 1963, с. 5—22. 2. Дружинин В. В., Конторов Д. С. Проблемы системологии. М., «Сов. радио», 1976. 296 с. 3. Дружинин В. В., Конторов Д. С.

Идея, алгоритм, решение. М., Воениздат, 1972. 328 с. 4. Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. М., «Экономика», 1975. 700 с. 5. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем. М., «Наука», 1975. 528 с. 6. Трухачев Р. Н., Лернер В. С. Динамические модели процессов принятия решений. Кишинев, «Штиинца», 1974. 260 с.

УДК 658.05

С. А. КАНЦЕДАЛ, канд. техн. наук,
О. Н. МАЛЫХ

Харьковский институт радиоэлектроники

КЛАССЫ РАСПИСАНИЯ И АЛГОРИТМЫ ИХ ПОСТРОЕНИЯ

Рассмотрим задачу построения оптимального (по быстродействию) расписания обслуживания требований множества $I = \{i | i = \overline{1, n}\}$ приборами множества $Q = \{q | q = \overline{1, m}\}$. Обслуживание каждого требования $i \in I$ состоит в выполнении специфичной для этого требования последовательности операций $O_i = (O_{i1}, \dots, O_{i\alpha_i}, \dots, O_{i\beta_i})$ соответствующими приборами. Каждая операция O_{iq} выполняется прибором $q \in Q$ за заданное время $t_{iq} \in R_0^+$. Начавшаяся выполняться операция не прерывается. Каждый прибор не выполняет одновременно двух операций одного и того же требования и различных, и каждая операция не выполняется одновременно двумя приборами. Время настройки прибора до выполнения операции, переналадки после нее, транспортировки требований от прибора к прибору включается в общее время выполнения операции.

Сформулированная задача является упрощенным вариантом более общей постановки задачи обслуживания, учитывающей такие факторы, как возможность выполнения одной и той же операции группой приборов, представления совокупностей выполняемых операций требований частично упорядоченными множествами, наличия «окон» в работе приборов, задания сроков обслуживания части или всех требований и др. Однако она является ядром, позволяющим с достаточной полнотой изучать основные свойства задачи математического объекта, а также разрабатывать и исследовать методы ее решения.

Основным рабочим инструментом решения задачи рассматриваемого ее варианта и более общего в настоящее время принято считать эвристические методы. Эти методы основаны на логике пошагового конструирования расписания и включают три, циклически повторяющихся, этапа: 1) образование множества ожидающих операций O_T , т. е. тех операций всех требований, непосредственно предшествующие которым уже включены в расписание; 2) выбор из множества ожидающих операций одной O_{it}

для очередного включения в план; 3) вычисление момента начала U'_n и окончания $U''_n = U'_n + t_n$ этой операции. Таким образом, процесс построения расписания окончится тогда, когда исчерпается множество ожидающих операций. А поскольку на втором этапе выбирается одна операция для включения в расписание, то он содержит число циклов, равное числу операций.

Правила, лежащие в основе выбора очередной операции из множества ожидающих, позволяют сформировать три класса расписаний: квазикompактных, компактных и незадерживающих [1]. Введем обозначения: U_q — момент готовности прибора $q \in Q$ к выполнению очередной операции из множества O_T ; $O_T|q = \{O'_i | q \in Q\}$ — разбиение множества O_T по номеру прибора: $U_{\min}^k, U_{\min}^n$ — самое раннее время окончания и начала выполнения операции из множества ожидающих. Тогда алгоритмы получения указанных классов расписаний могут быть представлены следующими последовательностями действий:

Квазикompактные расписания

Шаг 1. Сформировать множество O_T . Если $O_T = \emptyset$, перейти к шагу 2, иначе — к шагу 3.

Шаг 2. Вычислить значение критерия качества расписания и остановиться.

Шаг 3. Выбрать операцию $O_n \in O_T$, тем самым номер прибора $q \in Q$ ее выполняющего, и включить эту операцию в план этого прибора.

Шаг 4. Положить $U'_n = \max(U'_{n-1}, U_q)$, $U''_n = U'_n + t_n$.

Шаг 5. Удалить операцию O_n из множества O_T и перейти к шагу 1.

Компактные расписания.

Шаги 1, 2 выполнить аналогично шагам 1, 2 алгоритма построения квазикompактных расписаний.

Шаг 3. Сформировать разбиение $O_T|q$.

Шаг 4. Положить $U_{\min}^k = \min_{q \in Q} \min_{O'_i \in O'_i|q} [\max(U'_{i-1}, U_q) + t_i]$.

Шаг 5. Выбрать из O_T множество операций O'_i таких, что $O_i \in Q_T, U'_{i-1} < U_{\min}^k$.

Шаг 6. Выбрать операцию $O_n \in O'_i$, тем самым номер прибора $q \in Q$, ее выполняющего, и включить эту операцию в план этого прибора.

Шаги 7, 8 выполнить аналогично шагам 4, 5 алгоритма построения квазикompактных расписаний.

Незадерживающие расписания.

Шаги 1, 2, 3 выполнить аналогично шагам 1, 2, 3 алгоритма построения компактных расписаний.

Шаг 4. Положить $U_{\min}^N = \min_{q \in O_T^*} \min [\max(U_{d-1}^*, U_q)]$, опреде-

лив тем самым множество номеров приборов $\{q\} \subset Q$, которые могут начать выполнять очередные операции раньше других.

Шаг 5. Выбрать из $\{q\} \subset Q$ прибор q , определив тем самым множество O_T^* .

Шаг 6. Выбрать из O_T^* множество операций O_T^* таких, что $\forall O_d \in O_T^* \max(U_{d-1}^*, U_q) = U_{\min}^N$.

Шаг 7. Выбрать операцию $O_d \in O_T^*$ и включить ее в план прибора q .

Шаги 8, 9 выполнить аналогично шагам 7, 8 алгоритма построения компактных расписаний.

Нетрудно заметить, что правила выбора операций, порождающие различные классы расписаний, характеризуются прежде всего тем, выбираются ли операции для включения в расписание из всего множества ожидающих или из его подмножеств O_T^* , O_T^* . При этом, если правило получения множества компактных расписаний строго обосновано [2], в основу правил построения множеств квазикompактных и незадерживающих расписаний, а также конкретных расписаний из множеств компактных и незадерживающих (шаги 6,7 соответствующих алгоритмов) полагают опыт производственного планирования и здравый смысл. Эти атрибуты человеческой деятельности путем обширных и многочисленных экспериментов были воплощены в систему предпочтений, задаваемых как на множествах O_T , O_T^* , O_T^* , так и на множествах всех незапланированных операций, и позволяющих для каждой конкретной задачи однозначно выбирать очередную операцию для включения в расписание. Однако, несмотря на огромные усилия, не удалось создать универсальную систему предпочтений. Ни одно из предложенных правил выбора операций не является инвариантным по отношению к исходным данным задачи и критерию качества расписания. Этот фактор порождает основной недостаток эвристических методов: каждый раз при решении конкретной задачи необходимо экспериментальным путем подбирать наилучшее правило выбора операций.

Объяснить указанное негативное свойство эвристических методов весьма просто. Во-первых, сама техника построения расписания не связывается с критерием качества, во вторых, методы являются числовыми. И выделение множеств O_T , O_T^* , и выбор операций непосредственно опираются на продолжительности их выполнения и сочетания продолжительностей. В силу сказанного вряд ли можно надеяться улучшить качество получаемых расписаний поиском универсальных правил выбора операций.

Более перспективным является ослабление влияния числового фактора. Это позволит расширить сферы положительных исходов

в процессе применения уже известных правил выбора операций. Ниже излагаются результаты, полученные на этом пути.

Известно, что расписание минимальной длины (искомое задачи) принадлежит множеству компактных расписаний [2], а нижней границей этого множества является расписание, характеризующее процессом обслуживания, при котором все требования обслуживаются параллельно [3]. Следовательно, безотносительно к тому, какие продолжительности выполнения операций, степень параллельности их выполнения может быть принята в качестве оценки приближения к точной нижней границе множества компактных расписаний. Таким образом, построение максимального по быстродействию расписания должно осуществляться в классе компактных расписаний и отражать стремление к повышению параллельности выполнения операций.

Рассмотрим задачу в интерпретации [4], т. е. представления ее в виде смешанного графа $G = \langle O, \vec{V}, V \rangle$, где $O, \vec{V}, V$ — множество операций (вершин), дуг и ребер соответственно. Преобразование G в сеть G^* с одновременным вычислением ранних сроков выполнения операций эквивалентно построению расписания и вычисления его длительности (значения максимального пути в G^*). И наоборот, реализация каждого из приведенных алгоритмов построения квазикompактных, компактных и незадерживающих расписаний порождает оргграф G^* , соответствующий этому расписанию. Наличие взаимодвизначного соответствия между конкретным расписанием и G^* позволяет использовать для оценки степени параллельности выполнения операций в расписании уровневую структуру оргграфа, характеризующую количеством операций на уровнях, а следовательно, и числом последних.

Действительно, в силу того, что операции каждого уровня G^* независимы в смысле начала выполнения, их можно трактовать как параллельно выполняемые, если рассматривать каждый уровень изолированно. При этом условии оргграфу G^* с уровневой структурой, для которой число уровней минимально, в связи с чем количество операций на каждом уровне максимально возможно, соответствовало бы расписание с максимальной степенью параллельности выполнения операций, а следовательно, минимальной длительности. На самом же деле степень параллельности выполнения операций в оптимальном расписании определяется не только структурой технологических последовательностей, но и продолжительностью операций, в то время как уровневая структура G^* с минимальным числом уровней определяется лишь структурой технологических последовательностей. Поэтому, используя указанную характеристику для оценки качества расписания, правомерно говорить лишь о наличии корреляции между степенью параллельности выполнения в нем операций и плотностью заполнения уровней оргграфа G^* . При этом из того, что длина максимального пути в невзвешенном

орграфе равна числу его уровней [5], следует увеличение тесноты связи с уменьшением разброса в продолжительностях операций и превращение ее в функциональную зависимость при их равенстве. Для этого случая длительность расписания может быть определена по выражению $L = Kt$, где K — количество уровней орграфа, t — продолжительность операций.

Проведенные рассуждения положены в основу алгоритма, формирующего класс расписаний путем сочетания построения множества орграфов (G^*) в виде разбиений их по уровням и вычисления ранних сроков начала выполнения операций. Алгоритм включает следующие действия.

Шаги 1, 2, 3 выполнить аналогично шагам 1, 2, 3 алгоритма построения незадерживающего расписания.

Шаг 4. Выбрать операцию O_n из каждого O_T^q и включить в план соответствующего прибора.

Шаг 5. Положить $U'_n = \max(U'_{n-1}, U_n)$, $U'_n = U'_n + t_n$ для каждой из выбранных операций.

Шаг 6. Удалить выбранные операции из множества O_T и перейти к шагу 1.

Уровневые структуры орграфов (G^*) , порождаемые данным алгоритмом, характеризуются числом операций каждого уровня, равным числу обслуживающих приборов, т. е. $|O_T^h| = |O_T^h|_q$, где h — номер уровня.

Число приборов каждого уровня для $h > 1$ определяется структурой технологических последовательностей O_i , $i = \overline{1, n}$, и правилами выбора операций из множеств O_T^q , $q \in Q$.

Таким образом, качество расписаний введенного класса не свободно от влияния правил выбора операций. Как алгоритм построения квазикompактных расписаний, так и предлагаемый при удачно подобранных правилах выбор операций позволяют получать компактные и незадерживающие расписания. Тем не менее, поскольку для получения расписаний указанных классов разработаны специальные алгоритмы, целесообразно их объединить с предложенным алгоритмом. Это позволит на множествах приборов, определяемых шагами 5, 4 алгоритмов построения компактных и незадерживающих расписаний, реализовать процедуру максимального заполнения уровней. Алгоритмы включают следующие действия.

Смешанные компактные расписания

Шаги 1—5 выполнить аналогично шагам 1—5 алгоритма построения компактных расписаний.

Шаг 6. Сформировать разбиение O_T^q .

Шаг 7. Выбрать операцию O_n из каждого O_T^q и включить в план соответствующего прибора.

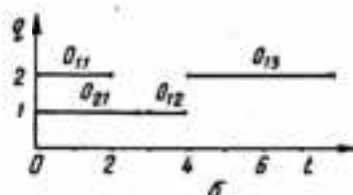
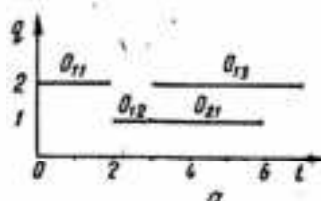
Шаги 8, 9 выполнить аналогично шагам 5, 6 алгоритма максимального заполнения уровней.

Смешанные незадерживающие расписания.

Шаги 1—4 выполнить аналогично шагам 1—4 построения незадерживающих расписаний.

Шаг 5. $\forall q \in \{q\}$ выбрать из O_f^* множество операций O_f^* таких, что $\forall O_{ij} \in O_f^* \max(U_{ij-1}, U_q) = U_{\min}^N$.

Шаг 6. Выбрать операцию O_{ij} из каждого O_f^* и включить в план соответствующего прибора.



Шаги 7, 8 выполнить аналогично шагам 8, 9 алгоритма построения смешанных компактных расписаний.

Введенный класс, а также множества расписаний, получаемые в результате реализации алгоритма построения смешанных компактных расписаний, как и класс незадерживающих расписаний, могут не содержать оптимального расписания. Приводимый ниже пример подтверждает это предположение.

При обслуживании двух требований согласно последовательностям и заданным временам

$$O_1 = (O_{11}(1), O_{12}(2), O_{13}(1)), t_1(2, 1, 4), O_2 = (O_{21}(2)); t_2 = 3$$

оптимальное расписание имеет место тогда и только тогда, когда прибор 1 выполняет операции в последовательности (O_{11}, O_{13}) , а прибор 2 — в последовательности (O_{12}, O_{21}) . Получить же указанные последовательности при помощи алгоритма максимального заполнения уровней не представляется возможным, так как, применяя его, получаем следующие уровни орграфа G^* : $\{O_{11}, O_{21}\}$, $\{O_{12}\}$, $\{O_{13}\}$.

Отсюда последовательности выполнения операций прибором 1 — (O_{11}, O_{13}) , а прибором 2 — (O_{21}, O_{12}) . На рисунке приведены графические изображения расписаний (а — оптимальное; б — неоптимальное).

Экспериментальное опробование алгоритма максимального заполнения уровней осуществлено на ЭВМ «Минск-32». Для оценки качества алгоритма использованы три теста 6×6 , 10×10 , 20×5 с известными значениями минимальных длительностей расписаний, равными 55, 1041 и 1165 единицам времени соответственно [6]. В качестве правила выбора операций для включения в расписание во всех тестах использовался равновероятный выбор. Объем

выборки случайных расписаний составлял 500. Результаты экспериментов приведены в таблице.

Лучшие значения длительностей расписаний получены за 2,8 и 8,1 минут соответственно. При этом заметен малый разброс длительностей. Это характерная особенность расписаний данного класса. Вместе с тем ограниченность данных эксперимента (отсутствие сравнительных характеристик) не позволяет дать полную оценку предложенным алгоритмам. В связи с этим в настоящее время развернуты работы по программированию всех алгоритмов с целью всестороннего их изучения.

Тип задачи	Количество операций	Выборка объема 500	
		минимум из 500	максимум из 500
6×6	36	57	65
10×10	100	1102	1317
20×5	100	1328	1456

Список литературы: 1. Коваль Р. В., Максвелл В. Л., Миллер Л. В. Теория расписаний. М., «Наука», 1975. 359 с. 2. Giffler B., and Thompson G. L. Algorithms for Solving Production Scheduling Problems. — «Oper. Res.», vol. 8, № 4, 1960, p. 487—503. 3. Коваль В. И. Алгоритм построения расписаний минимальной длины. — «Труды ПТНИИ», 1964, вып. 1, с. 142—162. 4. Тонков В. С., Шкурба В. В. Введение в теорию расписаний. М., «Наука», 1975, с. 186—192. 5. Берез К. Теория графов и ее применения. М., ИЛ, 1962. 320 с. 6. Сб. Календарное планирование. М., «Прогресс», 1966. 465 с.

УДК 658.05

С. А. КАНЦЕДАЛ, канд. техн. наук,
О. Н. МАЛЫХ

Харьковский институт радиозлектроники

СЛУЧАЙНЫЙ ПОИСК В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ

Задача теории расписаний в общей ее постановке заключается в следующем. Требования множества $I = \{i | i = \overline{1, n}\}$ должны пройти обработку на приборах множества $Q = \{q | q = \overline{1, m}\}$. Обработка каждого требования i состоит из выполнения множества O_i операций на соответствующих приборах в заданной линейной последовательности, специфичной для этого требования. Каждая операция любого требования выполняется конкретным прибором q за заданное время $t \in R_+^1$. Требуется найти комбинацию $\pi = (\pi_q | q = \overline{1, m})$ загрузки приборов (элементами которой являются перестановки из операций, выполняемых на каждом из m станков), минимизирующую функционал $F(\pi)$ — время окончания обработки всех требований.

Иден. положенные в основу направленного случайного поиска в множестве комбинаций P мощностью $\prod_{q=1}^m p_q!$ (p_q — порядок перестановки π_q), аналогичны идеям организации его в множествах

евклидова пространства. Необходимо построить процесс поиска с вероятностью получения очередного приближения, значительно превосходящей ее значение в процедуре Монте-Карло. С этой целью используется эвристическое предположение об ограничении процесса поиска окрестностью уже полученного «хорошего» решения — стратегия малых шагов. Для реализации указанной стратегии в множестве комбинаций вводится мера близости, при помощи которой задается окрестность комбинации текущего приближения, и считается, что все комбинации, принадлежащие этой окрестности, близки в смысле введенной меры.

Процесс поиска очередного приближения в окрестности текущего может опираться на выборку комбинаций с лучшими значениями функционала, чем текущее его значение, либо идти по пути получения первого лучшего значения функционала. И в том и в другом случае он предусматривает последовательное задание окрестностей очередных приближений. По аналогии с организацией направленного случайного поиска в множествах евклидова пространства, где предусматривается уменьшение длины случайного шага в процессе поиска, в рассматриваемой поисковой схеме должно быть предусмотрено «сужение» окрестности текущего приближения. Если минимальная окрестность не позволяет получить очередное приближение, этот признак может быть принят в качестве правила окончания счета.

Описанный поисковый процесс известен под названием метода локальной оптимизации. От того, по каким правилам выбирается окрестность, зависит упорядочение множества комбинаций в процессе поиска и, таким образом, достижение абсолютного или относительного минимума оптимизируемого функционала. В этой связи техника задания начальной точки, ее окрестности и сужения последней приобретает первостепенную важность для организации эффективной вычислительной процедуры и для получения в результате ее применения качественных решений.

В данной работе излагается простейший метод построения априори выполнимых комбинаций, т. е. таких, которым соответствует расписание. Далее предлагается способ задания их окрестностей. На основании этих двух приемов организуется направленный случайный поиск, сочетающий в себе стремление к сохранению глобальных свойств классической процедуры Монте-Карло и повышению скорости ее сходимости. Описана предпочтительная стратегия локального поиска.

Пусть $O = \{a, b, c, d, \dots\}$ — конечное множество операций, выполняемых приборами множества Q по обслуживанию всех требований множества I . Тогда $O = \bigcup_i O_i = \bigcup_q O_q$, где O_q — множество операций, выполняемых q -ым прибором. На каждом множестве O_i определим отношение линейного строгого порядка $\langle p_i, O_i \rangle$, $p_i \in O_i \times O_i$, описав тем самым заданные порядки выполнения операций каждого требования. Очевидно, что композиция

отношений $\langle p_T, O \rangle$, $p_T = U_i p_i$, описывает заданные порядки обработки всех требований.

Так как любое расписание предполагает задание порядка загрузки каждого из приборов, опишем возможные порядки, задав на каждом из множеств O_q бинарное отношение $\langle \sigma_q, O_q \rangle$, $\sigma_q = \{ \langle a, c \rangle \mid \forall a, c \in O_q, a \neq c, \langle a, c \rangle \in O_q \times O_q \}$, такое, что $a \sigma_q c \leftrightarrow c \sigma_q a$. Тогда композиция $\langle \sigma_n, O \rangle$, $\sigma_n = U_q \sigma_q$, представляет возможные порядки загрузки всех приборов, а $\langle p_T \cup \sigma_n, O \rangle$ характеризует возможный процесс обработки всех требований.

Другой моделью этого процесса является дизъюнктивный орграф $G = \langle O, p_T \cup \sigma_n \rangle$, вершины которого a, b соединены дугой (a, b) , если $a p_T b$, а a, c — дизъюнктивной парой дуг (a, c) , (c, a) , если $a \sigma_q c$.

Задание случайной перестановки операций π_q на каждом из множеств O_q эквивалентно идентификации на каждом из них строгих линейных порядков $\langle \rho_q, O_q \rangle$, $\rho_q \subseteq O_q \times O_q$, $q = \overline{1, m}$, т. е. переходим к композиции отношений $\langle p_T \cup \rho_n, O \rangle$, $\rho_n = U_q \rho_q$. В графовой интерпретации этот процесс сводится к преобразованию дизъюнктивного орграфа G в орграф $G^* = \langle O, p_T \cup \rho_n \rangle$ удалением одной дуги из каждой дизъюнктивной пары дуг.

Если отношение $\langle p_T \cup \rho_n, O \rangle$ строгий порядок, то орграф G^* не содержит контуров. Следовательно, расписание обработки требований при заданных очередностях загрузки приборов может быть легко построено при помощи техники сетевого планирования (вычисления ранних сроков начала и завершения выполнения операций, а также значения длины критического пути), применяемой к сети $\langle O, 0, *, p_T^* \cup \rho_n^*, D, W \rangle$. Здесь $0, *$ — исток и сток; $p_T^* = U_i p_i^*$; $\rho_n^* = U_q \rho_q^*$; $\langle p_i^*, O_i \rangle$, $\langle \rho_q^*, O_q \rangle$ — отношения редукции; D — множество длительностей операций; W — функция $W: O \rightarrow D$.

Таким образом, детерминантом выполнимой комбинации π является бесконтурный орграф G^* , так как только в этом случае представляется возможным построить расписание. Очевидно и обратное утверждение: если комбинация загрузки приборов выполнима, то орграф G^* не содержит контуров.

Процедура. 1. Каждой операции $a \in O$ приписать вес $\xi(a) \in R^+$ так, чтобы цепям $\langle O_i, p_i \rangle$, $i = \overline{1, l}$, орграфа G соответствовали монотонно возрастающие последовательности чисел Ξ_i , $i = \overline{1, l}$, такие, что $\cap_i \Xi_i = \emptyset$. 2. На каждом множестве O_q задать отношение линейного строгого порядка $\langle \rho_q, O_q \rangle$ такое, что $\forall a, c \in O_q$ имеет место $a \rho_q c$, если $\xi(a) < \xi(c)$, т. е. из каждой дизъюнктивной пары дуг (a, c) , (c, a) удалить дугу, заходящую в вершину с меньшим весом.

Утверждение. Процедура реализует построение бесконтурного орграфа G^* .

Перейдем к рассмотрению понятия близости двух перестановок и количественной оценке этой близости.

Пусть $\pi_{q_1} = (a, b, c)$, $\pi_{q_2} = (a, c, b)$ — перестановки, порождаемые отношениями $\rho_{q_1} = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$, $\rho_{q_2} = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, b \rangle \}$. Найдем разности $\rho_{q_1} - \rho_{q_2} = \{ \langle b, c \rangle \}$ и $\rho_{q_2} - \rho_{q_1} = \{ \langle c, b \rangle \}$.

Определение 1. Мерой близости $\gamma(\pi_{q_1}, \pi_{q_2})$ двух перестановок, порождаемых отношениями ρ_{q_1}, ρ_{q_2} , называется число пар в каждом из отношений, отличающихся друг от друга упорядоченностью элементов, т. е. $|\rho_{q_1} - \rho_{q_2}|$.

В приведенном выше примере удаление π_{q_2} от π_{q_1} и, наоборот, π_{q_1} от π_{q_2} равно единице. Это минимальное удаление. Очевидно, что максимальное удаление двух перестановок составляет $\max |\rho_{q_1} - \rho_{q_2}| = |\rho_{q_1}| = |\rho_{q_2}| = \frac{\rho_q(\rho_q - 1)}{2}$. Метричность $|\rho_{q_1} - \rho_{q_2}|$ иллюстративна.

Так как близость двух перестановок определяется числом пар, в которых нарушен порядок следования элементов по отношению к исходному, то очевидным приемом получения различно близких перестановок является изменение порядка следования части элементов в исходной перестановке. Однако удаление двух перестановок зависит не только от числа элементов, порядок следования которых предполагается нарушать в исходной перестановке, но и от того, какие для этого выбраны элементы в исходной перестановке, т. е. от координат элементов.

Пусть $\pi_{q_1} = (a, b, c, d)$, $\pi_{q_2} = (a, c, d, b)$, $\pi_{q_3} = (d, a, b, c)$ — перестановки и $\rho_{q_1} = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, d \rangle \}$, $\rho_{q_2} = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, b \rangle \}$, $\rho_{q_3} = \{ \langle d, a \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle \}$, соответствующие им отношения. Тогда $|\rho_{q_1} - \rho_{q_2}| = 2$, а $|\rho_{q_1} - \rho_{q_3}| = 3$, хотя π_{q_2} и π_{q_3} получены из π_{q_1} изменением порядка следования только одного элемента соответственно b и d . Тем не менее общим приемом получения близких перестановок будем считать изменение порядка следования части элементов в исходной перестановке безотносительно к тому, какие элементы для этого выбраны.

Определение 2. Подмножество перестановок $S(\pi_q, l)$, получаемых из исходной перестановки π_q путем всевозможных изменений порядка следования l ее элементов, называется l -окрестностью перестановки π_q .

Предполагается, что для любой исходной перестановки π_q выполняется условие $\pi_q \in S(\pi_q, l)$. Кроме того, так как выбор изменяющих порядок следования l элементов исходной перестановки фиксирует вполне определенное множество ее элементов, в которых порядок следования не изменяется, то при заданных π_q и l

окрестность $S(\pi_q, l)$ единственная. Следовательно, введенное определение окрестности перестановки отвечает общепринятому аксиоматическому определению.

Рассмотрим вопросы определения мощности $S(\pi_q, l)$ и максимального удаления перестановок, принадлежащих $S(\pi_q, l)$, как функции l . Так как при заданном l число элементов исходной перестановки π_q , не изменяющих порядок следования, равно $(p_q - l)$, то $|S(\pi_q, l)| = \frac{p_q^l}{(p_q - l)!}$. Максимальное удаление составляет $\sum_{j=1}^{p_q-1} (p_q - j) - \sum_{j=1}^{p_q-l-1} (p_q - l - j)$.

Приведенные выражения показывают, что с увеличением числа элементов, изменяющих порядок следования в исходной перестановке π_q , увеличивается мощность окрестностей перестановок и максимальное их удаление. Отсюда получаем подход к сужению окрестностей и, таким образом, сближению перестановок. Необходимо уменьшать число элементов l , изменяющих порядок следования. Вместе с тем при сужении окрестностей монотонно уменьшается только максимальное удаление перестановок. В силу того, что удаление перестановок зависит от местоположения изменяющих порядок следования элементов, может оказаться, что для окрестностей меньшей мощности удаление между перестановками будет больше, чем для более мощных окрестностей.

Распространим теперь полученные результаты на множество комбинаций P .

Определение 3. Мерой близости двух комбинаций π_r, π_k , порождаемых отношениями $r_\pi = \bigcup q r_{q\pi}$, $r_k = \bigcup q r_{qk}$, называется число пар в каждом из отношений, отличающихся порядком следования элементов.

Очевидно, что максимальное удаление двух комбинаций — $\max |r_\pi - r_k| = \sum_q |r_{q\pi} - r_{qk}| = \sum_q |r_{qk}| = \sum_q \frac{p_{qk}(p_{qk} - 1)}{2}$, а минимальное — единица.

Определение 4. Подмножество комбинаций $S(\pi_q, L)$, $L = \sum_{q=1}^m L_q$, получаемых из исходной комбинации $\pi = (\pi_q | q = \overline{1, m})$ путем сочетания всевозможных изменений порядков следования l_q элементов каждой перестановки π_q , называется L -окрестностью комбинации π .

Мощность L -окрестности комбинации π определяется по выражению $|S(\pi, L)| = \prod_{q=1}^m \frac{p_q^{l_q}}{(p_q - l_q)!}$, а максимальное удаление двух комбинаций составляет $\sum_{q=1}^m \left[\sum_{j=1}^{p_q-1} (p_q - j) - \sum_{j=1}^{p_q-l_q-1} (p_q - l_q - j) \right]$. Очевидно уменьшение мощности окрестности и монотонное

убывание максимального удаления комбинаций при уменьшении числа L .

Описанная ранее процедура построения выполнимых комбинаций загрузки приборов может быть легко применена к построению последовательностей сужающихся окрестностей выполнимых комбинаций. Представим вектор последовательностей $(\mathcal{Z}_i | i = \overline{1, n})$ матрицей $\mathcal{Z} = \|\xi_{ij}\|_{n \times \max j_i}$, $j_i = |O_i|$. Для того чтобы задать L -окрестность комбинации π , фиксируется матрица псевдослучайных чисел $\mathcal{E}$, соответствующая исходной комбинации π , определяется сочетание $(i, |v = \overline{1, l})$ над I , $l \leq n$. Поскольку порядок элементов в перестановках определяется соотношениями весов, то генерируя по закону равной вероятности для каждой цепи $\langle O_{i_v}, p_{i_v} \rangle$ новую последовательность $\mathcal{Z}_{i_v}$, получим любую выполнимую комбинацию из $S(\pi, L)$.

Переход к любой другой окрестности выполнимой комбинации π меньшей мощности реализуется изменением элементного состава и редукцией порядка сочетания над I с последующим повторением заданного количества генераций и упорядочений псевдослучайных чисел соответствующих строк матрицы $\mathcal{Z}$.

С использованием изложенной техники построения выполнимых комбинаций и их окрестностей возможна организация различных стратегий локального поиска лучших приближенных решений рассматриваемой задачи. Наиболее предпочтительной стратегией представляется такая, которая наилучшим образом сочетает в себе универсальность классической процедуры Монте-Карло и стремление к увеличению скорости ее сходимости. Так как последнее осуществляется за счет организации поиска в окрестности комбинаций и в то же время введение этого приема снижает глобальные характеристики метода, то способом, в известной степени уравнивающим эти два требования, может быть следующая стратегия, состоящая из двух этапов.

Выбор начальной точки. Используя процедуру построения выполнимых комбинаций, осуществить генерацию заданного их числа, построить для каждой комбинации расписание, выделить расписание минимальной длины и зафиксировать: соответствующую комбинацию π_0 , матрицу псевдослучайных чисел $\mathcal{E}_0$ и значение длины расписания $F_0 = F(\pi_0)$.

Процесс локального поиска. 1. В соответствии с принятым законом редукции числа строк матрицы $\mathcal{E}_0$, состав чисел которых будет подвержен изменениям, положить $l = l_1$, $l_1 \leq n$. 2. Положить $i = 1$. 3. Определить сочетание $C^{(i)} = (i, |v = \overline{1, l})$ над I . 4. Сформировать $\mathcal{Z}^{(i)} = l(\mathcal{E}_0, C^{(i)})$, построить выполнимую комбинацию $\pi^{(i)} \in S(\pi_0, L)$ и вычислить $F^{(i)} = F(\pi^{(i)})$. 5. Если $F^{(i)} < F_0$, то идти к п. 6; иначе, к п. 7. 6. Положить $\mathcal{E}_0 = \mathcal{Z}^{(i)}$, $\pi_0 = \pi^{(i)}$, $F_0 = F^{(i)}$ и перейти к п. 2. 7. Положить $i = i + 1$, если $i \leq \bar{n}$, то идти к п. 3.; иначе, к п. 8. 8. Редуцировать порядок сочетания l и перейти к п. 2.

Повторяя п. 2—8, закончить процедуру тогда, когда исчерпается возможность уменьшать число изменяемых строк матрицы Ξ_0 согласно заданному закону редукции.

Процесс поиска приближенного решения начинается с равновероятного выбора начальной комбинации в P , которая используется в качестве исходной для построения комбинаций из окрестностей, характеризующихся одинаковой верхней оценкой удаления. Для этого фиксируется порядок сочетания l , определяющий мощность окрестностей n , как следствие, максимальное удаление комбинаций от исходной. Элементный состав сочетания S изменяется каждый раз при переходе к построению новой окрестности.

Однако окрестности подробно не исследуются, так как в каждой из них осуществляется построение только одной выполнимой комбинации. Другими словами, реализуется случайный поиск в подмножестве комбинаций, максимальное удаление которых от исходной не превосходит удаления, определяемого l . Если по истечении некоторого числа $\bar{l}$ построений комбинаций очередное приближение не обнаружено, осуществляется редукция порядка сочетания l и процесс продолжается, в качестве исходной используется прежняя комбинация.

Расчет объема выборки $\bar{n}$ использует аппарат порядковых статистик в сочетании с гипотезой о логнормальном распределении значений критерия. Характер редукции числа строк матрицы Ξ_0 , который существенно влияет на быстродействие метода и качество получаемых решений, предлагается определять экспериментальным путем.

Эффективность метода оценивалась с помощью экспериментов на ряде известных (6/6, 10/10, 20/5) и специально подготовленных (50/10, 100/10, 200/10) задач. Исследуемый метод в 6—8 раз эффективнее метода Монте-Карло.

УДК 519.82

В. А. ГОРБАЧЕВ, канд. техн. наук,
Н. В. ФЕДОРОВ

Харьковский институт радиоэлектроники

ОПТИМАЛЬНОСТЬ МИНИМАКСНЫХ ОЦЕНОК В ЗАДАЧЕ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕКТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В навигации, геодезии, практической астрономии часто возникает необходимость определения координат (x_0, y_0) некоторого объекта (S) по результатам измерений азимутов (θ_i) на этот объект из N точек с известными координатами (x_i, y_i) , где $i = 1, N$. Методика и алгоритмы моделирования неопределенности в подобных

задачах, а также доказательство существования и единственности минимаксных оценок приведены соответственно в работах [1, 2]. В настоящей работе найдены условия, при которых минимаксные оценки принадлежат области оптимальных оценок согласно критерию максимального правдоподобия.

Пусть ошибка измерений $\Delta\theta_i$ ($i = \overline{1, N}$) — случайная величина, распределенная по равномерному закону. Функция плотности вероятности такой величины имеет вид [3]:

$$W(\Delta\theta_i) = \begin{cases} \frac{1}{V12\sigma_i}, & \text{если } -V3\sigma_i < \Delta\theta_i < V3\sigma_i, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

0 в противном случае,

Измеряемые на искомую точку углы представляют собой аддитивную смесь полностью детерминированного сигнала со случайным

$$\theta_i = \theta_{i \text{ ист}} + \Delta\theta_i(x, y), \quad (1)$$

где ошибка $\Delta\theta_i(x, y)$ определена в [2], а $\theta_{i \text{ ист}}$ — истинное значение угла на точку (x_0, y_0) из местоположения i -го угломерного прибора.

Случайная величина θ_i имеет функцию условной плотности вероятности:

$$W(\theta_i/\theta_{i \text{ ист}}) = \begin{cases} \frac{1}{V12\sigma_i}, & \text{если } \Delta\theta_i(x, y) < V3\sigma_i, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2)$$

0 в противном случае.

Значение $\theta_{i \text{ ист}}$ зависит от истинных координат объекта x_0, y_0 , которые нам неизвестны. Поэтому заменим их на текущие координаты x, y и запишем (2) так:

$$W(\theta_i/x, y) = \begin{cases} \frac{1}{V12\sigma_i}, & \text{если } \Delta\theta_i^*(x, y) < V3\sigma_i, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

0 в противном случае,

где $\Delta\theta_i^*(x, y)$ вычисляется по формуле (1), в которой x_0, y_0 заменяются на x, y при вычислении $\theta_{i \text{ ист}}$.

Теперь запишем функцию распределения совместной условной плотности вероятности случайных величин

$$W(\theta_1, \dots, \theta_N/x, y) = \begin{cases} \frac{1}{V12\sigma_i}, & \text{если } \bigwedge_{i=1}^N \Delta\theta_i^*(x, y) < V3\sigma_i, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

0 в противном случае.

Апостериорная плотность вероятности гипотезы появления объекта в точке с координатами x, y имеет вид

$$W(x, y/\theta_1, \dots, \theta_N) = \frac{W(x, y) W(\theta_1, \dots, \theta_N/x, y)}{\int_{x, y \in G} W(x, y) W(\theta_1, \dots, \theta_N/xy) dx dy}, \quad (3)$$

где Ω — область возможного появления объекта; $W(x, y)$ — априорная плотность вероятности появления объекта в точке (x, y) .

В условиях нашей задачи $W(x, y) = \frac{1}{S_\Omega}$, где S_Ω — площадь области Ω , поэтому

$$W(x, y/\theta_1, \dots, \theta_N) = \frac{W(\theta_1, \dots, \theta_N)}{\int_{x, y \in \Omega} W(\theta_1, \dots, \theta_N/x, y) dx dy}. \quad (4)$$

По критерию максимальной апостериорной вероятности в качестве оценок координат искомой точки принимаются координаты такой точки, для которой функция апостериорной плотности вероятности принимает максимальное значение. Частным случаем указанного критерия, когда $W(x, y) = \text{const}$ (именно такой случай и рассматривается) является критерий максимального правдоподобия. Согласно этому критерию при наблюдении выборки $\theta_1, \dots, \theta_N$ координаты объекта выбираются те, для которых функция правдоподобия максимальна.

Очевидно, что максимальное значение (4) равно $\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{12}\sigma_i}$ и достигается в точках области Ω , для которых справедливо

$$\bigwedge_{i=1}^N \Delta \theta_i^*(x, y) < \sqrt{3}\sigma_i.$$

Сделаем предположение, что $\sigma_i = \sigma$ ($i = \overline{1, N}$), тогда область Ω состоит из точек, удовлетворяющих

$$\bigwedge_{i=1}^N \Delta \theta^*(x, y) < \sqrt{3}\sigma. \quad (5)$$

В работе [2] доказано, что минимаксные оценки удовлетворяют (5), и поэтому их можно считать оптимальными согласно критерию максимального правдоподобия при равномерном законе распределения ошибок измерений.

Список литературы: 1. Горбачев В. А., Евдокимов А. Г., Матвейченко В. В. К вопросу о создании алгоритма обработки триангуляционных наблюдений с возможным участием оператора в условиях неполной информации. — В кн.: Проблемы бионикки, вып. 11. Харьков, 1973, с. 102—111. 2. Горбачев В. А., Федоров Н. В., Матвейченко В. В. Об одном алгоритме обработки косвенных наблюдений. — В сб. Комбинаторная геометрия и оптимальные размещения. Киев, ИК АН УССР, 1974, с. 34—42. 3. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1969. 576 с.

И. М. КОРОБКО, канд. техн. наук,
Н. Я. СКОВОВ

Киевский филиал ВНИИСТА Миннефтегазострой и АН УССР

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Для решения задачи идентификации динамических характеристик промышленных объектов широко применяются методы исследования без постановки специальных экспериментов. Особую ценность эти методы приобретают при идентификации объектов по неуправляемым входам и при необходимости автоматической адаптации моделей. Основным теоретическим инструментом, используемым при обработке статистического материала пассивного эксперимента с целью получения математической модели объекта, является корреляционно-спектральная теория [1].

Задача исследования объекта с применением корреляционно-спектральной теории распадается на две: определение времени чистого запаздывания объекта; определение передаточной функции объекта с сосредоточенными параметрами через оценки спектральной плотности мощности.

Оценка спектральной плотности мощности рассчитывается с применением преобразования Фурье к оценке корреляционной функции процесса. При этом предполагается, что в рабочем диапазоне объект линейный, накладываемые шумы и помехи на выходной сигнал по частоте не коррелированы с входным сигналом, и исследуемые выходной и входной сигналы относятся к классу стационарных случайных процессов.

Исходные формулы для расчета автокорреляционной (АКФ) и взаимокорреляционной (ВКФ) $K_{xy}(\tau)$ и $K_{yx}(\tau)$ функций по экспериментальным реализациям $x(t)$ и $y(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} K_x(\Delta t\mu) &= \frac{1}{N-\mu+1} \sum_{v=0}^{N-\mu} \Delta x(\Delta t v) \Delta x[\Delta t(v+\mu)], \\ K_{xy}(\Delta t\mu) &= \frac{1}{N-\mu+1} \sum_{v=0}^{N-\mu} \Delta x(\Delta t v) \Delta y[\Delta t(v+\mu)], \\ K_{yx}(\Delta t\mu) &= \frac{1}{N-\mu+1} \sum_{v=0}^{N-\mu} \Delta y(\Delta t v) \Delta x[\Delta t(v+\mu)], \end{aligned} \quad (1)$$

где $t = \Delta t v$ — текущая координата времени; $\tau = \Delta t\mu$ — интервал значений аргумента; $T = \Delta t N$ — интервал наблюдений; $\tau_{\max} = \Delta t M$; $v = 0, 1, 2, \dots, N$; $\mu = 0, 1, 2, \dots, M$; $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$ — центрированные случайные функции $x(t)$ и $y(t)$; $\Delta x(t) = x(t) - m_x$; $\Delta y(t) = y(t) - m_y$, где m_x , m_y — математическое ожидание случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$.

Формулы (1) являются приближенными, точность которых зависит от интервалов T и τ .

Перед тем как применять дискретное преобразование Фурье (ДПФ) к функциям (1) с целью получения спектральных мощностей плотности $S_x(\omega)$ и $S_{xy}(\omega)$, необходимо выделить время запаздывания Z . Значение Z объекта можно определить через разность моментов времени, при которых АКФ и ВКФ становятся отличными от нуля.

Для определения Z производится нормирование функций (1),

$$R_x(\Delta t_\mu) = \frac{K_x(\Delta t_\mu)}{\sigma_x^2}; \quad R_{xy}(\Delta t_\mu) = \frac{K_{xy}(\Delta t_\mu)}{\sigma_x \sigma_y},$$

где σ_x , σ_y — среднеквадратичное отклонение, и усечение их колебательных хвостов

$$R_x^{(n)}(\Delta t_\mu) = \begin{cases} R_x(\Delta t_\mu) & \text{при } \Delta t_\mu < L_x, \\ 0 & \text{при } \Delta t_\mu > L_x; \end{cases}$$

$$R_{xy}^{(n)}(\Delta t_\mu) = \begin{cases} R_{xy}(\Delta t_\mu) & \text{при } \Delta t_\mu < L_{xy}, \\ 0 & \text{при } \Delta t_\mu > L_{xy}. \end{cases}$$

Учитывая симметричность АКФ, интервал от начала возрастания до ее максимума можно заменить интервалом времени спада, и тогда $Z = \Delta t_x - \Delta t_{yx}$, где Δt_x — интервал спада АКФ, Δt_{yx} — интервал от начала возрастания ВКФ до ее максимума; В дискретном выражении

$$Z = \Delta t_z = \Delta t (|-L_x| - |-L_{xy}|).$$

Для определения передаточной функции с сосредоточенными параметрами с помощью функций спектральной плотности мощности через АКФ и ВКФ необходимо функции ВКФ (1) сместить на величину Z ,

$$K_{xy}^*(\tau) = K_{xy}(\tau - Z) = K_{xy}[\Delta t(\mu - Z)].$$

Получить оценки значений $S_x(\omega)$ и $S_{xy}(\omega)$ можно преобразованием Фурье оценок АКФ и ВКФ. Чтобы оценки $S_x(\omega)$ и $S_{xy}(\omega)$ были состоятельными, необходимо произвести сглаживание по частоте. Для этой цели следует воспользоваться корреляционным окном $k(\tau)$ выделяющей функции Хэннинга [1]. Возможно применение других выделяющих функций, однако функция Хэннинга проста в реализации при дискретном методе расчета $S_x(\omega)$ и $S_{xy}(\omega)$, имеет достаточную селективность и небольшие отрицательные боковые экстремумы. Самые большие боковые экстремумы по абсолютной величине не превышают 1% главного максимума.

Спектральные плотности мощности на ЦВМ рассчитывают по следующим формулам.

1. Вычисление оценок $S_x(\omega)$:

$$S_x(i\Delta f) = \Delta f \left[K_x(0) + 2 \sum_{\mu=1}^M K_x(\mu\Delta f) \cos \frac{\pi i \mu}{M} \right],$$

где $f_i = i\Delta f$; $\Delta f = 1/2M\Delta t$; $0 < i < M$; $f_i = \omega_i/2\pi$.

Сглаживание в форме Хэннинга:

$$\hat{S}_x(0) = 1/2 S_x(0) + 1/2 S_x(\Delta f), \quad i = 0;$$

$$\hat{S}_x(i\Delta f) = 1/4 S_x[(i-1)\Delta f] + 1/2 S_x(i\Delta f) + 1/4 S_x[(i+1)\Delta f], \\ i = 1, 2, \dots, M;$$

$$\hat{S}_x(M\Delta f) = 1/2 S_x[(M-1)\Delta f] + 1/2 S_x(M\Delta f), \quad i = M,$$

где $\hat{S}_x(i\Delta f)$ — сглаженные оценки $S_x(\omega)$.

2. Вычисление оценок $S_{xy}(\omega)$:

$$R_i = \text{Re} S_{xy}(i\Delta f) = \Delta f \left[A_0 + 2 \sum_{\mu=1}^{M-1} A_\mu \cos \frac{\pi i \mu}{M} + A_M \cos \pi i \right];$$

$$I_i = \text{Im} S_{xy}(i\Delta f) = \Delta f \left[2 \sum_{\mu=1}^{M-1} B_\mu \sin \pi i \mu / M + B_M \sin \pi i \right],$$

где

$$A_\mu = 1/2 [K_{xy}[(\mu-z)\Delta f] + K_{yx}[(\mu-z)\Delta f]]; \\ B_\mu = 1/2 [K_{xy}[(\mu-z)\Delta f] - K_{yx}[(\mu-z)\Delta f]].$$

Сглаживание оценок R_i и I_i в форме Хэннинга:

$$\hat{R}_0 = 0,5R_0 + 0,5R_1; \quad \hat{I}_0 = 0,5I_0 + 0,5I_1;$$

$$\hat{R}_i = 0,25R_{i-1} + 0,5R_i + 0,25R_{i+1}; \quad \hat{I}_i = 0,25I_{i-1} + 0,5I_i + \\ + 0,25I_{i+1}; \quad \hat{R}_M = 0,5R_{M-1} + 0,5R_M; \quad \hat{I}_M = 0,5I_{M-1} + 0,5I_M,$$

где $i = 0, 1, \dots, M$; $\hat{R}_i, \hat{I}_i$ — сглаженные оценки.

Выясним точность оценок корреляционных функций и спектральных плотностей мощности. Точность вычисления АКФ и ВКФ зависит от длины реализации T , интервала $\tau_{\max}$ и шага дискретизации Δt . Статистическая точность оценок спектральной плотности независимо от метода измерений определяется соотношением

$$\sigma \approx \frac{1}{\sqrt{T\Delta f}}, \quad (2)$$

где Δf — эквивалентная полоса частот спектрального анализа.

Выбор величины $\tau_{\max}$ следует производить по нижней частоте случайного процесса [2]. Интервал $0 < \tau < \tau_{\max}$ не должен быть меньше периода нижней гармоники случайного процесса, т. е.

$$\tau_{\max} > \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{1}{f_n}.$$

Величина шага Δt находится по формуле [3]

$$\Delta t = 1/10f_B = \pi/5\omega_B.$$

Для определения длины реализации T следует воспользоваться выражением (2). Если в интервале усреднения Δf , укладывается q независимых значений периодограмм, то при условии, что смещение оценки мало, получим статистическую точность, примерно такую же, как при усреднении по множеству, но разрешающая способность анализа определится как $\frac{1}{\tau_{\max}}$.

При вычислении $S_x(\omega)$ и $S_{xg}(\omega)$ с использованием окна Хэннинга необходимо выполнить условия:

$$\epsilon^2 = 3/4\tau_{\max}/T; \Delta f_g = 1,33^1/\tau_{\max}; q = 2,66T/\tau_{\max}.$$

Если принять статистическую точность вычисления спектральных оценок $\epsilon = 2\%$, то соотношение между T и $\tau_{\max}$ должно быть $T = 1,9 \cdot 10^3 \tau_{\max}$ или для дискретного ряда $N = 1,9 \cdot 10^3 M$. Значение q соответственно составит $q \approx 5000$ и характеризует число степеней свободы χ^2 -распределения оценки $2T\Delta f_g$.

Зная значения $\hat{S}_x(\omega)$, $Re\hat{S}_{xg}(\omega)$ и $Im\hat{S}_{xg}(\omega)$, легко найти амплитудно-фазовую характеристику, т. е. действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ части амплитудно-фазовой характеристики,

$$P_i = \frac{Re \hat{S}_{xg}(i\Delta f)}{\hat{S}_x(i\Delta f)}; Q_i = \frac{Im \hat{S}_{xg}(i\Delta f)}{\hat{S}_x(i\Delta f)}; i = 1, 2, \dots, M.$$

По данным P_i , Q_i можно построить графики вещественной и мнимой частотных характеристик объекта. Они несут в себе полную информацию об объекте управления, т. е. о виде и численных значениях коэффициентов передаточной функции

$$W(P) = \frac{M(P)}{N(P)} K, \quad (3)$$

где $M(P)$ — полином от P вида $b_m p^m + \dots + b_1 p + 1$; $N(P)$ — полином от p вида $a_n p^n + \dots + a_1 p + 1$; K — коэффициент передачи объекта.

Как показано в [4] и др., большинство реальных технологических процессов может быть достаточно точно описано линейными дифференциальными уравнениями не выше четвертого порядка с правой частью не выше первого порядка. В связи с этим описание алгоритма выбора вида функции $W(P)$ (3) и расчета численных значений коэффициентов K , a_i , b_i ограничено объектами первого — четвертого порядка.

Исследование характера кривых $P(\omega)$ и $Q(\omega)$, а также анализ первых и вторых производных по ω функций $P(\omega)$, $Q(\omega)^*$

* Анализ кривых $P(\omega)$, $Q(\omega)$ и их первых и вторых производных в статье не приводится из-за тривиальности и громоздкости материала.

позволили составить достаточно простые алгоритмы выбора вида функции $W(P)$ и расчета коэффициентов K, a_1, b_1 .

Для распознавания вида $W(P)$ необходимо воспользоваться следующими формальными правилами и параметрами. Количество нулей функции $P(\omega)$ обозначим параметром x_1 , функции $Q(\omega)$ — x_2 ; признак наличия максимума функции $P(\omega)$ — x_3 . Параметр x_4 принимает значение 1 при перемене знака функции $Q(\omega)$ с плюса на минус и значение 0 — при перемене с минуса на плюс. Если $Q(\omega)$ не меняет знака, то для распознавания вида $W(P)$ достаточно рассмотреть параметры x_1 и x_2 . В случае, если $x_1 = x_2 = 0$, вводится параметр x_5 , который принимает значение 1 при

$$P(\infty) > 0,1P(0) \text{ и } 0 \text{ при } P(\infty) < 0,1P(0).$$

Коэффициенты функции $W(P)$ рассчитываются по алгоритму, который включает следующие этапы:

1. Определяется количество нулей x_1 массива P_i .
2. Определяется количество нулей x_2 массива Q_i .
3. Исследуется наличие максимума в массиве P_i . Если максимум имеется, то $x_3 = 1$, если нет — $x_3 = 0$.
4. Исследуется изменение знака чисел Q_i с плюса на минус и наоборот. В первом случае параметру x_4 присваивается 1, во втором — 0.
5. При $x_1 = x_2 = 0$ определяется отношение P_M/P_0 . Если $P_M/P_0 < 0,1$, то $x_5 = 0$, в противном случае $x_5 = 1$.
6. Вычисляется коэффициент передачи объекта $K = P_0$.
7. Если $x_1 = x_2 = x_5 = 0$, передаточная функция имеет вид $W(P) = \frac{K}{a_1 P + 1}$. Для определения a_1 находится минимальное из чисел $Q_i = Q_n = \min$, вычисляется индекс n и частота

$$\omega_n = \Delta\omega \left(n + 0,5 \frac{Q_{n+1} - Q_{n-1}}{2Q_n - Q_{n-1} - Q_{n+1}} \right),$$

затем определяется $a_1 = 1/\omega_n$.

8. Если $x_1 = x_2 = 0$ и $x_5 = 1$, то передаточная функция имеет вид $W(P) = K \frac{b_1 P + 1}{a_1 P + 1}$. Коэффициенты рассчитываются по формулам $a_1 = 1/\omega_n$, $b_1 = \frac{P(\infty)}{P(0)} \cdot \frac{1}{\omega_n}$, где Q_n — наименьшее при отрицательных Q_i и наибольшее при положительных. Частота ω_n определяется согласно уравнению п. 7.

9. При $x_1 = x_4 = 1$ и $x_2 = 0$ объект аппроксимируется функцией вида $W(P) = K \frac{b_1 P + 1}{a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + 1}$. Коэффициенты рассчитываются по методике: находится первое из чисел $P_i = P_i < 0$ и вычисляется $g = j + \frac{P_i}{P_{i-1} - P_i}$, $X_1 = g\Delta\omega$. Далее находится наименьшее из $P_i = P_n < \min$ и вычисляется $x_2 = \Delta\omega (n + 0,5 \times$

$\times \frac{P_{n+1} - P_{n-1}}{2P_n - P_{n-1} - P_{n+1}}$, после чего отыскивается наибольшее из $Q_1 = Q_2 = \max$ и вычисляется $x_3 = \Delta \omega \left(l + \frac{Q_{l+1} - Q_{l-1}}{2Q_l - Q_{l-1} - Q_{l+1}} \right)$. Кроме этого вычисляется $q_0 = 2g_1 - g_2$, где $g_i = \frac{Q_i}{K_{i\Delta\omega}}$ при $i = 1, 2$. Для нахождения коэффициентов задаемся малым числом ϵ и коэффициентом a_1 с шагом h , начиная от 0, после чего решаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} b_1 &= g_0 + a_1; \quad r = \frac{1 + X_1^2 b_1 a_1}{b_1 X_1^4}; \quad S = \frac{-1}{b_1 X_1^2}; \quad A = X_2^4 (X_2^4 S^3 b_1 - \\ &\quad - 6X_2^2 S b_1 + 2X_2^2 S^2 - 2); \quad B = X_2^4 [X_2^4 (5b_1 r S^2 - 3r) + \\ &\quad + X_2^4 (a_1 S - 3a_1 b_1 S^2 + 2b_1 r - 12r + 4rS) + 2a_1 (2 - b_1 - S) - 3S^2]; \\ C &= 2X_2^2 [2a_1 (S - b_1) - b_1 S - X_2^2 [2r (2a_1 + 1.5S - a_2) - \\ &\quad - a_1^2 S (1.5S - b_1)]] + 2X_2^4 [a_1 b_1 S (1 - 2r) - r (3a_1 S^2 + r - \\ &\quad - 2a_2 b_1 S)] + X_2^6 r S (4.5rS + b_1 r - 2b_1)] - 3; \\ D &= a_1 b_1 + 2X_2^2 [a_1^2 (a_1 b_1 - 1) - b_1 r - a_1 X_1^2 [2r (a_2 b_1 + r) - \\ &\quad - a_1 (2b_1 + a_1 S)] + r X_2^4 [a_1 (b_1 r + 5a_1 S) + r (4a_2 r - 3)] - \\ &\quad - r X_2^6 [r (2b_1 + 3a_1 S) + 4a_1 S] - 3r^2 S X_2^2]; \\ E &= \sqrt[3]{\left(\frac{3AC - B^2}{9A^2}\right)^3 + \left(\frac{B^3}{27A^3} - \frac{BC}{A^2} + \frac{D}{2A}\right)^3}; \quad a_3 = r + a_2 \frac{3AC - B^2}{9A^3}; \\ a_2 &= \sqrt[3]{\left(\frac{BC}{A^2} - \frac{B^3}{27A^3} - \frac{D}{2A} + E\right)\left(-\frac{B}{3A}\right) + \sqrt[3]{\frac{BC}{A^2} - \frac{B^3}{27A^3} - \frac{D}{2A} - E}}. \end{aligned}$$

Проверяется выполнение условия:

$$\begin{aligned} \epsilon &> \left| \left[(1 - a_2 X_3^2)^2 + (a_1 - a_3 X_3^2)^2 \frac{1}{X_3^2} \right] [g_0 + 3X_3^2 (a_3 - a_2 b_1)] - \right. \\ &\quad - 2X_3^2 [g_0 + X_3^2 (a_3 - a_2 b_1)] [a_1 - a_3 X_3^2] (a_1 - 3a_3 X_3^2) - \\ &\quad \left. - 2a_2 (1 - a_2 X_3^2) \right| = \delta. \end{aligned}$$

Если условие не выполняется, то расчет системы уравнений повторяется со следующим значением a_1 и так до тех пор, пока не будет выполнено условие $\epsilon > \delta$.

10. При $x_1 = 1$; $x_2 = x_3 = x_4 = 0$ передаточная функция имеет вид $W(P) = \frac{K}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}$. Из условия $P_l = 0$ определяем $a_2 = -\frac{1}{\omega_0^2}$ коэффициент a_1 определяется через

$$\omega_n = \Delta\omega \left(n + 0,5 \frac{p_{n+1} - p_{n-1}}{2p_n - p_{n-1}} \right),$$

где $p_l = p_n = \min$, по уравнению $a_1 = \frac{1}{\omega_0^2} \left[\left(\frac{\omega_n}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right]$.

11. Если $x_1 = 1$, $x_2 = x_4 = 0$, $x_3 = 1$ — передаточная функция имеет вид $W(P) = K \frac{b_1 p + 1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}$. Коэффициенты a_1 , a_2 , b_1 рассчитываются по уравнениям:

$$b_1 = \frac{1}{a_1} \left(a_2 - \frac{1}{\Delta\omega^2 g^2} \right); \quad a_1 = \frac{1}{\Delta\omega n_1 g} \sqrt{g^2 - n_1^2 - g^2 p_{n-1} (1 - a_2 \Delta\omega^2 n_1^2)^2};$$

$$a_2 = \frac{1}{\Delta\omega^2 n_1 n_2} \sqrt{\frac{n_2^2 (1 - p_{n_1}) - n_1^2 (1 - p_{n_2})}{n_2^2 - n_1^2}},$$

где $g = l + \frac{p_l}{p_{l-1} - p_l}$, $P_l = P_l < 0$ — первое из чисел; $P_l = P_{n_1} = \max$; $P_l = P_{n_2} = \min$.

12. При $x_1 = x_2 = 1$, $x_4 = 0$ — $W(P) = \frac{K}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}$. Коэффициенты определяются по уравнениям

$$a_1 = \left| \frac{(g^2 - n^2) f^2}{\Delta\omega g^2 \sqrt{(f^2 - n^2) n^2 - (g^2 - n^2) (f^2 - n^2) (f^2 - 3n^2)}} \right|;$$

$$a_2 = \frac{1}{\Delta\omega^2 g^2}; \quad a_3 = \frac{a_1}{\Delta\omega^3 f^2},$$

где $q = l + \frac{p_l}{p_{l-1} - p_l}$; $P_l = P_l < 0$ — первое из чисел; $f = l + \frac{q_l}{q_{l-1} - q_l}$; $Q_l = Q_l > 0$ — первое из чисел, начиная с Q_2 ; $P_n = P_l = \min$.

13. Если $x_1 = x_2 = x_4 = 1$, то имеем $W(P) = K \frac{b_1 p + 1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}$, коэффициенты которого рассчитываются как

$$a_1 = \sqrt{\left(a_2 - \frac{1}{\Delta\omega^2 g^2} \right) (1 - a_2 \Delta\omega^2 f^2)};$$

$$a_2 = \frac{g^2 - f^2}{\Delta\omega^2 (2n^2 g^2 - f^2 g^2 - n^2)}; \quad b_1 = \frac{a_1}{1 - a_2 \Delta\omega^2 g^2},$$

где $f = l + \frac{Q_l}{Q_{l-1} - Q_l}$; $g = l + \frac{P_l}{P_{l-1} - P_l}$; $Q_l = Q_l < 0$ — первое из чисел, начиная с Q_2 ; $P_l = P_l < 0$ — первое из чисел; $P_n = P_l = \min$.

Если $x_1 = 0$, коэффициенты a_1 , a_2 и b_1 определяются по методике: вычисляются $g = l + \frac{Q_l}{Q_{l-1} - Q_l}$; $f_l = \frac{Q_l}{K \Delta \omega}$ при $l = 1, 2$; $f_0 = 2f_1 - f_2$; $Q_l = Q_l < 0$ — первое из чисел после Q_2 ; $P_n = P_l = \max$. Далее задаются шагом h и требуемой точностью ϵ , после чего определяется $a_l = ih$, где $l = 1, 2, \dots, m$;

$$b_1 = a_1 + f_0; z = a_1 b_1 - a_2; a_2 = \frac{f_0}{b_1 g^2 \Delta \omega^2};$$

$$X = \frac{a_2 (1 + z n^2 \Delta \omega^2)}{\sqrt{b_1^2 - z}}.$$

Проверяется выполнение условия $|a_1 - X_1| < \epsilon$. Если условие не выполняется, то l увеличивается на 1 и решение повторяется.

14. При $x_1 = 2$, $x_2 = 1$ имеем

$$W(P) = \frac{K}{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1}.$$

Для определения коэффициентов находим первое из чисел $P_l = P_l < 0$, вычисляем $g = l + \frac{P_l}{P_{l-1} - P_l}$, где $P_l = P_l > 0$ при $l = j, j + 1$, рассчитываем $r = l + \frac{P_l}{P_{l-1} - P_l}$; далее находим первое из $Q_l = Q_n > 0$ и определяем $S = n + \frac{Q_n}{Q_{n-1} - Q_n}$; $g_l = \frac{Q_l}{K \Delta \omega}$ при $l = 1, 2$; $g_0 = 2g_1 - g_2$. Коэффициенты определяем по уравнениям

$$a_1 = |g_0|; a_2 = \frac{g^2 + r^2}{\Delta \omega^2 g^2 r^2}; a_3 = \frac{a_1}{S^2 \Delta \omega^2}; a_4 = \frac{1}{\Delta \omega^4 g^2 r^2}.$$

15. Результаты расчетов выводятся на печать.

Проверка алгоритма идентификации проведена на ЦВМ Минск-32 согласно следующей методике. С помощью генератора псевдослучайных чисел моделируется случайный процесс $x(t)$, который подается на вход модели объекта и в память модели алгоритма идентификации. Далее, на выходе известной модели объекта управления к случайному сигналу $u(t)$, с помощью генератора псевдослучайных чисел, но генерирующему случайный сигнал $f(t)$ на более высокой частоте, чем сигнал $x(t)$, подмешивалась помеха $f(t)$. В результате на выходе объекта возникал сигнал $y(t)$, который и подавался на модель алгоритма идентификации. Полученные модельные результаты дали хорошее совпадение с оригиналом (моделью объекта). Затем разработанный

алгоритм идентификации был использован для исследования динамических свойств ряда промышленных объектов и дал хорошие результаты. Имеется достаточно удовлетворительное совпадение результатов идентификации по разработанному алгоритму с результатами, полученными постановкой активного

эксперимента с использованием кривых разгона.

На рис. 1, 2 в качестве примера приведены рассчитанные на ЦВМ по данным пассивного эксперимента функции $K_x(\tau)$, $K_{xy}(\tau)$, $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ для одной из стекловаренных печей. Полученная в результате идентификации передаточная функция имеет вид

$$W(P) = \frac{0,448e^{-2,86p}}{0,106p^2 + 1,39p + 1},$$

где коэффициент передачи объекта выражается в град/м³/мин, а временные коэффициенты — в мин. Для этого же объекта постановкой активного эксперимента с последующей обработкой кривых разгона получена передаточная функция

$$W(P) = \frac{0,5e^{-30p}}{0,1p^2 + 1,4p + 1}.$$

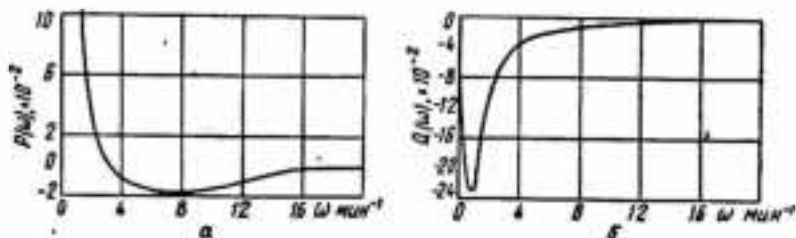


Рис. 2.

Как видно, оба метода дали хорошее совпадение, что подтвердило результаты модельных экспериментов.

Таким образом, описанный алгоритм идентификации динамических характеристик промышленных объектов управления может быть рекомендован для практического использования.

Список литературы: 1. Бендат Дж., Пирсон А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974. 140 с. 2. Теория автоматического регулирования. Кн. 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных

систем автоматического регулирования. Под ред. В. В. Солодовникова. М., «Машиностроение», 1967. 160 с. 3. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М., «Энергия», 1972. 126 с. 4. Стефан Е. П. Основы расчета настройки регуляторов теплосиловых процессов. М., «Энергия», 1972. 140 с.

УДК 681.322:628.1 + 658.011.56

В. М. ТАУБЕ, С. З. ЦАПКО, Г. А. РАБИНОВИЧ,
Г. С. ШУБОВ, Я. И. КЛАЗ

УГПИ «Тяжпромавтоматика»

ВЫБОР ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ СБОРА ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ АСУ ТП ТРУБОПРОВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ КОММУНАЛЬНОГО ХОЗЯЙСТВА

Внедрение автоматизированных систем управления технологическими процессами трубопроводных объектов городского хозяйства обеспечивает высокую эффективность и качество работы коммунальных служб. Системы водо-, тепло- и газоснабжения крупных городов включают в себя большое количество пунктов контроля и управления, рассредоточенных по всей территории города на значительном расстоянии друг от друга, часто измеряемом десятками километров. Выбор для этих объектов необходимого набора устройств передачи и переработки информации, размещение этих устройств, организация связи их между собой, а также с датчиками параметров технологического процесса является одним из основных вопросов, подлежащих решению при разработке автоматизированной системы управления.

Выпускаемые в настоящее время отечественной промышленностью системы телемеханики, применяемые для сбора и передачи информации в АСУ ТП, не полностью отвечают специфическим требованиям трубопроводных объектов коммунального хозяйства города, так как не всегда обеспечивают необходимую дальность передачи информации, ограничены по количеству подключаемых объектов и по объему информации, собираемой с этих объектов.

В связи с этим институтом «Тяжпромавтоматика» совместно с СКБ САУ (г. Харьков) разработана и внедрена комплексная автоматизированная система сбора, передачи, обработки и отображения информации, построенная на базе комплекса технических средств для локальных информационно-управляющих систем (КТС ЛИУС-М).

Система представляет собой совокупность технических средств, объединенных единством задачи и общим алгоритмом функционирования и предназначена для автоматического сбора информации непосредственно от объекта, преобразования ее, измерения, обработки и представления в форме, доступной

для восприятия человеком, и ввода в устройства управления объектом.

В составе КТС ЛИУС-М имеются технические средства для преобразования любых сигналов ГСП, для ввода, коммутации, обработки, хранения информации, передачи ее на расстояние до 30 км, вывода информации для представления оператору и обмена информацией с управляющими вычислительными комплексами М-6000, СМ-1, СМ-2. Предусматривается программное управление функционированием системы. Сбор информации осуществляется автоматически путем опроса по заданной программе или по запросу оператора. Передача информации ведется по выделенным парам городских телефонных сетей любой конфигурации. Разработанная система построена с использованием комплексов централизованного контроля и первичной обработки информации (КМ 2101) и комплексов связи с устройствами вычислительной техники (КМ 2301), входящими в состав КТС ЛИУС-М. Функциональные возможности комплексов позволяют компоновать на их базе системы обработки информации различной емкости с минимальной избыточностью.

Разработанная система обеспечивает оперативное оповещение персонала об отклонении какого-либо параметра технологического процесса от нормы; индикацию и регистрацию по вызову параметров процесса, интересующих оператора в ходе управления объектом, оповещение оператора о производственной ситуации на объекте; регистрацию величины и времени отклонения параметров процесса; обнаружение и индикацию возникновения предаварийных и аварийных ситуаций; периодическую регистрацию измеряемых величин.

В зависимости от количества объектов контроля, их удаленности от центральных пунктов управления и объемов информации могут быть построены одноуровневые, многоуровневые и комбинированные системы сбора и передачи информации.

Рассмотрим трехуровневую систему сбора информации, запроектированную и внедренную на водопроводе г. Харькова (рис. 1). Центральный диспетчерский пункт (верхний уровень) связан с 16-ю промежуточными пунктами (средний уровень). Каждый промежуточный пункт может работать с 16-ю контролируемыми пунктами (нижний уровень). Таким образом, к центральному диспетчерскому пункту можно подключить до 256 контролируемых пунктов. Такая система обладает большой информационной емкостью и позволяет увеличивать количество контролируемых параметров системы без изменения ее структуры.

Система выполняет следующие функции: телеуправление и телерегулирование с ЦДП по командам оператора (ТУ, ТР-Д); телесигнализацию состояния объектов (ТС); телеизмерение текущих значений параметров (ТИТ) с индикацией на цифровых индикаторах, а также индикацию параметров, отклонившихся от заданных значений; телеизмерение интеграль-

ных значений параметров (ТНН); цифро-буквенную регистрацию информации о состоянии объектов и о текущих значениях параметров на широкой ленте для параметров, находящихся в заданных пределах; цифробуквенную регистрацию той же информации на узкой ленте красным цветом для параметров, вышедших за пределы заданных уставок с указанием времени отклонения; цифро-буквенную регистрацию на узкой ленте действий оператора с указанием времени; вызов информации о состоянии объектов на индикацию и регистрацию; обмен информацией с УВК М-6000.

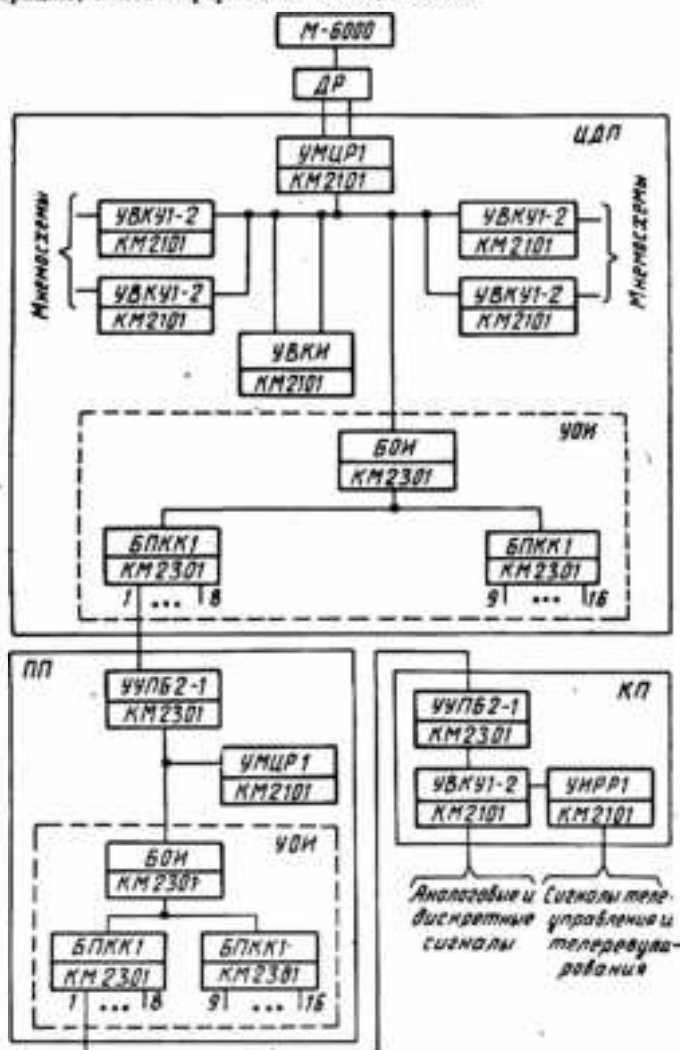


Рис. 1.

На нижней ступени — контролируемых пунктах (КП) — установлены устройства ввода — вывода аналоговой и дискретной информации УВКУ и устройства нормализации УИРР, входящие

в состав комплекса КМ2101, а также устройства преобразования сигналов УУБ2, входящие в состав комплекса КМ2301.

Устройство УВКУ обеспечивает сбор аналоговой и дискретной информации и выполняет функции управления аппаратурой КП по командам, поступающим по двухпроводной линии связи со средней ступени — промежуточных пунктов (ПП). Устройство УИРР служит для воспроизведения команд телеуправления и телерегулирования на объекте управления. Устройство УУБ2 предназначено для преобразования сигналов, поступающих по телефонным линиям связи, в сигналы, воспринимаемые устройствами КТС ЛИУС-М, т. е. в сигналы интерфейса. По поступающим с промежуточных пунктов командам на КП происходит опрос датчиков, при необходимости выдаются управляющие воздействия на исполнительную аппаратуру. На КП формируются и передаются на ПП инициативные сигналы, возникающие при различных нарушениях и изменениях в ходе технологического процесса, включая и изменения положения механизмов.

На средней ступени — промежуточных пунктах установлены устройства УМЦР, входящие в состав комплекса КМ 2101, устройства обмена информацией УОИ для связи с ЦДП, входящие в состав комплекса КМ 2301. Работа аппаратуры промежуточного пункта заключается в обеспечении функционирования КП по заданным программам и обмене информацией с аппаратурой диспетчерского пункта. На ПП осуществляется простейшая обработка информации, усреднение, интегрирование, контроль отклонений. Вся информация, поступающая от КП, заносится в оперативную память устройства УМЦР, в постоянной памяти которого зашита программа функционирования ПП. Выборка информации из оперативной памяти УМЦР и передача информации осуществляется по командам, поступающим с ЦДП.

На верхней ступени — центральном диспетчерском пункте (ЦДП) — производится концентрация и обработка всей поступающей с КП информации, выдача информации на устройства вывода и отображения информации.

На ЦДП устанавливаются следующие устройства комплекса КМ2101: устройства обработки и хранения информации УМЦР; устройства ввода — вывода аналоговых и дискретных сигналов УВКУ; устройство регистрации УВРР; два устройства ввода и представления информации УВКИ, составляющие пульт диспетчера.

Кроме того, на ЦДП размещается устройство обмена информацией УОИ, входящее в состав комплекса КМ2301. Устройство УМЦР осуществляет обработку и хранение информации и управляет функционированием всей системы, посылая команды на опрос промежуточных пунктов, на запись получаемой с ПП информации в оперативную память в соответствии с прошитой в постоянной памяти этого устройства программой.

Кроме того, УМЦР обеспечивает функционирование обмена информацией между вычислительным комплексом и устройства-

ми КТС ЛИУС-М. Устройства УВКУ служат для управления воспроизведением дискретной информации (лампы) и аналоговой информации (цифровые индикаторы) на мнемосхемах.

Устройство регистрации УВРР предназначено для печати алфавитно-цифровой информации на узкой и широкой лентах. Вывод информации на печать производится из оперативной памяти в соответствии с программой по командам УМЦР.

Устройства вывода и представления информации УВКИ используются для размещения приборов воспроизведения информации, коммутирующей аппаратуры управления и блоков управления БВКУ, которые обеспечивают ввод в комплекс команд, задаваемых диспетчером, от наборных полей УВКИ, а также осуществляют управление приборами воспроизведения информации, расположенными на приборной приставке УВКИ.

Для обмена информацией с вычислительным комплексом используется дуплексный регистр, входящий в состав модулей М-6000 и обеспечивающий непосредственный вывод информации из оперативной памяти УМЦР. Устройство обмена информацией (УОИ) обеспечивает организацию обмена информацией между ЦДП и ПП, также обратное преобразование сигналов комплекса КМ2101 (интерфейс ЕИ1) в сигналы, передаваемые по телефонным каналам связи. Так как управление функционированием системы осуществляется программным путем, в системе необходимо установить приоритеты.

Наивысший приоритет установлен для инициативных сигналов, к которым относятся аварийные сигналы и сигналы изменения положения механизмов. Следующий приоритет установлен для телеуправления и телерегулирования, а также для индивидуального опроса, осуществляемого по вызову оператора, а затем — приоритет для программного опроса. Инициативные сигналы возникают на КП, немедленно обрабатываются и передаются на ЦДП. При появлении на КП инициативных сигналов, вызова и телеуправления текущая программа прерывается. После обработки соответствующего запроса происходит возвращение к текущей программе, и она продолжается с того места, где была прервана.

В системах с небольшим количеством КП возможно применение одноуровневой системы, при этом на ЦДП устанавливаются те же устройства, что и при многоуровневой структуре, а КП непосредственно подключаются к ЦДП. Всего к ЦДП может быть подключено до 16 КП (рис. 2).

В тех случаях, когда сбор информации осуществляет М-6000 и имеется несколько удаленных объектов, передача информации с этих объектов может быть осуществлена с помощью комплекса КМ 2301. При этом на объектах устанавливаются устройства для сбора аналоговой и дискретной информации, а на ЦДП устанавливаются устройства организации обмена информацией

УОИ. Руководство сбором информации при этом осуществляется с помощью ЭВМ М-6000. Возможны и комбинированные схемы сбора информации с помощью комплексов КМ2101 и ЭВМ М-6000 (рис. 3).

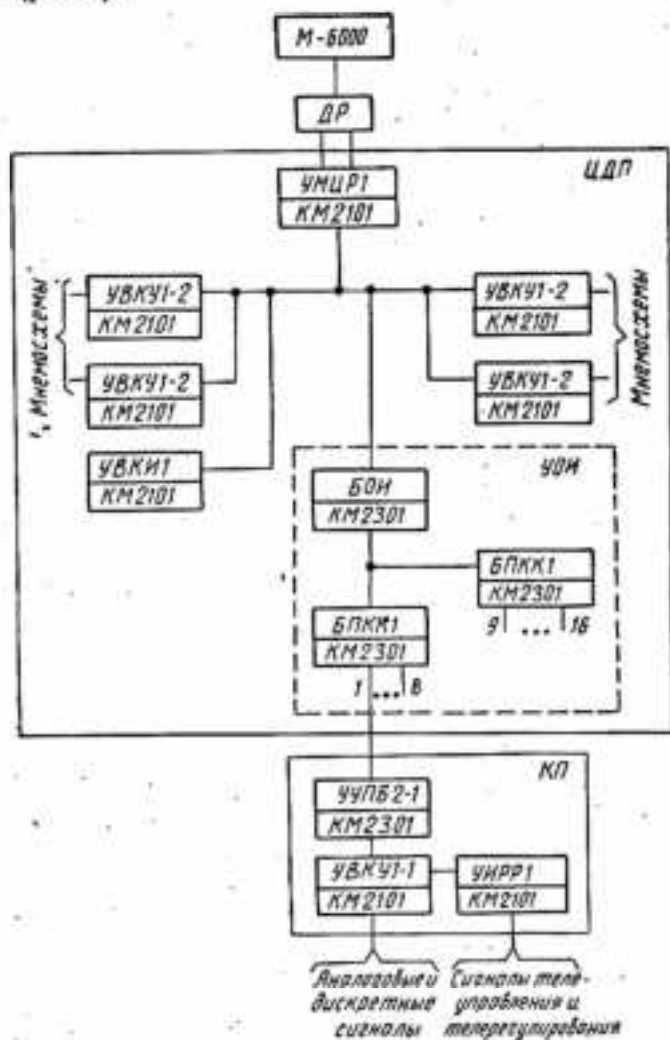


Рис. 2.

Система сбора, передачи и отображения информации, построенная на базе КТС ЛИУС-М, позволяет освободить в необходимых случаях управляющий вычислительный комплекс от функций сбора информации и обладает следующими преимуществами:

возможностью гибкого выбора программы сбора, передачи и отображения информации, что позволяет приспособить ее к любому технологическому процессу; агрегатный принцип построения системы позволяет осуществлять сбор малых объемов информации от большого количества объектов с минимальными затратами; возможностью организации обмена информацией по

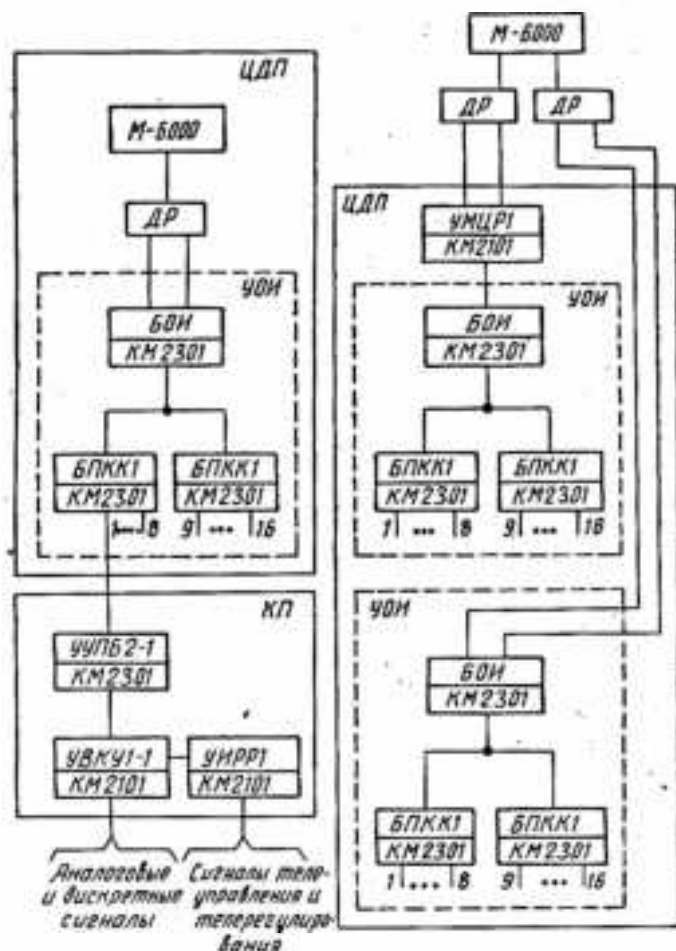


Рис. 3.

линиям связи различной структуры (радиальная, древовидная, комбинированная); практически неограниченными возможностями расширения системы; возможностью организации обмена информацией с управляющим вычислительным комплексом.

Все устройства КТС ЛИУС-М, входящие в систему сбора информации, серийно выпускаются Черновицким объединением «Электронмаш».

В 1976 г. сдана в эксплуатацию описанная выше трехуровневая система сбора информации для АСУ ТП водоснабжения г. Харькова.

Система работает совместно с управляющим вычислительным комплексом на базе процессора М-6000. Опыт эксплуатации системы подтвердил ее высокую надежность и работоспособность, что позволяет сделать вывод о возможности применения систем сбора, передачи и отображения информации на базе КТС ЛИУС-М в качестве комплекса типовых устройств в АСУ ТП трубопроводных объектов коммунального хозяйства городов Советского Союза.

УДК 621.391.193

Г. Ф. КРИВУЛЯ, канд. техн. наук,
А. Н. КУЗНЕЦОВ

Харьковский институт радиозлектроники

РАСПОЗНАВАНИЕ СИГНАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЦВМ

Основная трудность в решении проблемы распознавания сигналов лежит на первом этапе, т. е. на этапе преобразования сигнала с целью формирования пространства его характерных признаков. Преобразование и дальнейшая обработка сигнала должны быть такими, чтобы эффективность признаков, полученных после преобразования, давала при данных условиях максимально возможную достоверность распознавания.

Для распознавания сигналов необходима обучающая выборка, которая может быть сформирована с помощью записи в запоминающее устройство (ЗУ) полностью или частично сигнала $U'(t)$ или $S(\omega)$, либо обучающая выборка, полученная в результате предварительной обработки данных о сигнале, снятых при прямом измерении. Первый путь используется в задачах распознавания сигналов и при отсутствии ограничений на время наблюдения за сигналом и минимальном количестве распознаваемых сигналов дает удовлетворительные результаты. При наличии ограничений на время наблюдения за сигналом и при наличии большого количества распознаваемых сигналов такой путь неприемлем, так как требуется память ЗУ неограниченного объема и сравнительно длительное время для принятия решения. Второй путь — формирование обучающей выборки или пространства характерных признаков с использованием предварительной обработки данных о сигнале, имеет ряд преимуществ. Изложим одну из возможных методик построения обучающей выборки распознаваемого сигнала.

Если на вход распознающей системы поступает случайный сигнал $U(t)$ (музыка, речь и т. п.), то в зависимости от типа преобразователя указанный сигнал можно представить в виде изменяющегося во времени спектра сигнала $S(\omega)$, в виде энергетического спектра $G(\omega)$ или в виде числового ряда значений амплитуды сигнала $U_1(t_1)$, $U_2(t_2)$, ..., $U_N(t_N)$, полученных в дискретные моменты времени t_1 , t_2 , ..., t_N . Каждый тип преобразователя имеет свою погрешность преобразования, свои преимущества и недостатки. На них мы останавливаться не будем, они хорошо освещены в литературе, например в [1, 2].

Пусть с помощью параллельного спектроанализатора в дискретные моменты времени t_j ($j = 1, 2, \dots, N$) получены спектры $S^j(\omega)$ случайного сигнала. Каждый спектр может быть проквантован по уровню (амплитуде) и по частоте (разрешающей способности спектроанализатора) и занесен в ЗУ ЦВМ. В пределах принятого порога по амплитуде ΔU и по частоте $\Delta \omega$ можно запомнить наличие или отсутствие i -й частотной составляющей любого уровня $U_i^{(k)}$ по каждой спектральной картине $S^j(\omega)$.

Обозначим: n_{ω} — количество дискретных значений по оси частот; $n_{\Delta u}$ — количество дискретных значений по оси амплитуд; $U_i^{(k)}$ — значение величины амплитуды k -го уровня i -ой частотной составляющей, где $i = 1, 2, \dots, n_{\omega}$, $k = 1, 2, \dots, n_{\Delta u}$.

Величину амплитуды $U_i^{(k)}$ i -й частотной составляющей по каждой спектральной картине $S^j(\omega)$ определим путем усреднения ее мгновенных значений по всем уровням квантования:

$$U_i^{(j)} = \frac{1}{n_{\Delta u}} \sum_{k=1}^{n_{\Delta u}} U_i^{(k)}.$$

Итак, спектр $S^j(\omega)$ исследуемого сигнала, наблюдаемый в момент времени t_j представляет собой распределение амплитуд $U_i^{(j)}$ по частоте ω . Для случайного сигнала в каждый новый момент времени t_{j+1} спектр $S^{j+1}(\omega)$ отличается от предыдущего $S^j(\omega)$, а в течение времени наблюдения T_n за сигналом образуется трехмерная область, сформированная множеством точек $\{A_i\}$, имеющих координаты (U — амплитуда, ω — частота, t — время). Так как в память ЗУ записываются значения точек ($U_i^{(j)}, \omega_i$) в дискретные моменты времени t_j , то обработка полученной информации ведется в двумерной области исходных данных. Очевидно, что массив обрабатываемой информации даже для одного сигнала оказывается значительный.

Покажем применение одного вычислительного алгоритма для задачи разделения классов сигналов, который позволяет сжать поступающую в ЦВМ информацию о сигнале, что особенно важно при наличии большого количества распознаваемых сигналов.

Суть описываемого и подобных ему алгоритмов заключается в покрытии совокупности точек исходных данных некоторыми гиперповерхностями (гиперсферами, сферами, кругами, эллипсоидами и т. п.). При достижении с помощью задаваемых критериев определенного «подобия» между исходными данными и покрывающей гиперповерхностью в память ЦВМ заносятся теперь или не сами данные, а параметры этой гиперповерхности. Осуществляется идея обработки большой выборки с помощью малой.

Алгоритм покрытия множества точек гиперсферами. Пусть область A_1 состоит из точек $x_1, x_2, \dots, x_i$, где каждая из точек x_i имеет координаты $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$.

Выбираем одним из известных способов меру в нашем пространстве. В частности, расстояние между двумя точками пространства $R^{(n)}$ может быть определено по такой формуле:

$$p(x_i, x_j) = \sqrt{(y_1^{(i)} - y_1^{(j)})^2 + (y_2^{(i)} - y_2^{(j)})^2 + \dots + (y_n^{(i)} - y_n^{(j)})^2}, \quad (1)$$

где $y_1^{(i)}, y_1^{(j)}, \dots, y_n^{(i)}, y_n^{(j)}$ — координаты точек x_i и x_j пространства $R^{(n)}$.

Берем одну из точек множества, например x_1 , и по формуле (1) определяем расстояния до точек $x_2, x_3, \dots, x_r$. Полученные расстояния являются радиусами тех гиперсфер, у которых центром является точка x_1 . Считаем количество точек, попадающих в гиперсферы, и определяем плотность попадания точек в i -ю гиперсферу по формуле $P_i = \frac{A_i}{V_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), где A_i — количество точек в i -й гиперсфере; V_i — объем i -й гиперсферы; n — количество гиперсфер.

Вычисляем среднюю плотность для всех гиперсфер с центром в точке x_1 по выражению

$$P_{1cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Затем берем точку x_2 и, повторив описанные выше вычисления, определяем P_{2cp}, P_{3cp} и т. д. Из полученных значений P_{cp} выбираем P_{kmax} . Гиперсфера с центром в точке x_k будет являться одним из оптимальных покрытий, которые необходимо сделать.

Процесс построения гиперсфер выполняется следующим образом: из рассмотрения исключаются точки, лежащие внутри и на поверхности образованных гиперсфер, а для оставшихся точек процесс покрытия повторяется с начала и до тех пор, пока все точки не окажутся описанными гиперсферами.

Для работы с программной реализацией данного алгоритма необходимо ввести следующие переменные и массивы: $N1$ — размерность пространства; $N2$ — число сигналов; R — массив для занесения значений радиусов гипер-

фер; RO — массив для хранения значений плотности; PI — массив для хранения значений индексов точек, попавших в гиперсферу; NUM — массив для записи номера точки, являющейся центром гиперсферы; RKP — массив для хранения радиусов выбранных гиперсфер.

Кроме того, в программе используются вспомогательные переменные: A — количество точек, попавших в гиперсферу; POS — значение средней плотности; $KMAX$ — промежуточное значение количества точек, попавших в гиперсферу.

Рассмотрим пример использования предложенного алгоритма для покрытия 20 реализаций сигнала $U_1(t)$ в двухмерном пространстве признаков с координатами y_1 и y_2 (см. табл. 1).

Таблица 1

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_1	2	2	3	3	3	3	1	4	4	4	7	7	8	8	8	9	9	9	1	1
y_2	2	3	2	3	4	5	3	4	5	6	6	3	4	5	6	5	6	4	8	9

Таблица 2

№ п/п	Координаты центра	Радиус
1	(3,4)	5
2	(8,5)	2
3	(1,8)	1

Реализация на ЦВМ описанного алгоритма применительно к данным, представленным в табл. 1, привела к покрытию точек тремя кругами, параметры которых сведены в табл. 2. Изложенный пример покрытия кругами областей точек, описывающих сигнал, показан на рис. 1.

Здесь приведен случай удачного сосредоточения точек исходной информации, а также совпадения центров покрывающих кругов с точками реализаций. На практике точки исходной информации реального сигнала могут иметь самый разнообразный разброс, и, как показал эксперимент обработки на ЦВМ реального сигнала, оптимизация радиусов покрывающих кругов по данному алгоритму не достаточно эффективна: покрывающие круги могут быть слишком значительными. А так как обучающая выборка распознаваемого сигнала формируется в памяти ЦВМ из покрывающих кругов, то в эталон сравнения вносится значительная погрешность.

Для двухмерного пространства реализаций описанный выше алгоритм был усовершенствован в части оптимизации радиусов и отыскания центров покрывающих кругов. Усовершенствованный алгоритм приведен ниже.

Алгоритм покрытия множества точек кругами. Имеется массив обрабатываемой информации в виде двухмерной области набора точек с координатами (U_i^j, ω_i) , $i = 1, 2, \dots, n_{\text{эм}}$. Последо-

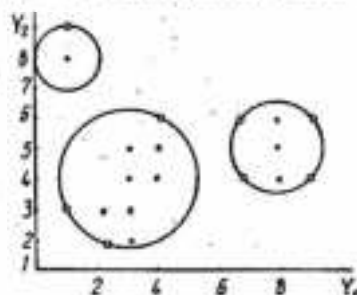


Рис. 1.

вательно вычисляем расстояния между всеми точками множества по формуле

$$\rho_{i,j} = \sqrt{\sum_l \sum_l (U_l^i - U_l^j)^2 + (\omega_i - \omega_j)^2},$$

где $\rho_{i,j}$ — расстояние между i -й и j -й точками; U_l^i , U_l^j , ω_i , ω_j — координаты точек i и j по осям частот и амплитуд.

Результаты вычислений сводим в таблицу расстояний между точками. Получим квадратную симметричную матрицу R размерностью $n \times n$: $R = \|\rho_{ij}\|$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

Анализируем строки (столбцы) матрицы R и выбираем строку (столбец), у которой сумма расстояний между точками является минимальной

$$\sum_{j=1}^n \rho_{ki} = \sum_{j=1}^n \rho_{lj} \rightarrow \min. \quad (2)$$

Выбранная по условию (2) k -я точка находится в месте наибольшего сосредоточения соседних с ней точек, поэтому целесообразно принять ее за центр покрывающего круга. Нахождение радиуса круга связано с определением оптимальной его величины, лежащей в пределах $\rho_{\min} < \rho_{\text{opt}} < \rho_{\max}$.

Минимальное расстояние от центра круга до ближайшей точки $\rho_{\min}$, принятое за радиус, непригодно, поскольку такой круг покрывает очень малое количество точек. Максимальное расстояние от центра круга до наиболее удаленной точки $\rho_{\max}$, принятое за радиус покрывающего круга, непригодно по причине покрытия им слишком большой площади пространства, не заполненной точками.

Таким образом, алгоритм нахождения оптимального радиуса сводится к следующему: находим среднее значение расстояния k -й строки (столбца)

матрицы R по формуле $\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \rho_{kj}$; округляем среднее значение расстояния до ближайшего значения расстояния из k -й строки матрицы R , обозначим его ρ_{kl} ; принимаем расстояние ρ_{kl} от точки k до точки l за радиус покрывающего круга; подсчитываем количество точек m_l , покрытых кругом с центром в точке k и радиусом ρ_{kl} ; определяем плотность точек, покрытых этим кругом, по формуле $P_{kl} = m_l / \pi \rho_{kl}^2$; определяем плотности точек, покрытых концентрическими кругами с центром в точке k и радиусами, равными значениям расстояний, взятых из матрицы R , и сравниваем их с плотностью P_{kl} .

Если сравниваемые плотности меньше P_{kl} , то круги с такими радиусами отбрасываются, если плотность точек оказывается больше плотности P_{kl} , то за оптимальный радиус принимается радиус того круга, который покрывает точки с максимальной плотностью. Итак: $\rho_{\text{opt}} = \rho_{kl}$ при $P_{kl} = P_{\max} > P_{ki}$.

Покажем пример работы алгоритма для покрытия кругами 100 точек реализаций распознаваемого сигнала. В табл. 3 приведены координаты точек исходной информации. Как видно из рис. 2, алгоритм дает картину покрытия точек кругами, которая хорошо согласуется по «подобию» с картиной разброса точек реализаций сигнала. Оценка величины этого «подобия» не входит в задачу настоящей статьи. Описание спектра речевого сигнала с помощью покрывающих его кругов дает весьма удовлетворительные результаты при значительной экономии памяти. В нашем примере экономия объема памяти составляет примерно 30%. Следует при этом подчеркнуть, что в связи со сравнительно малой выборкой входной информации, плотность кругов незначительна, что, естественно, составляет резерв для экономии.

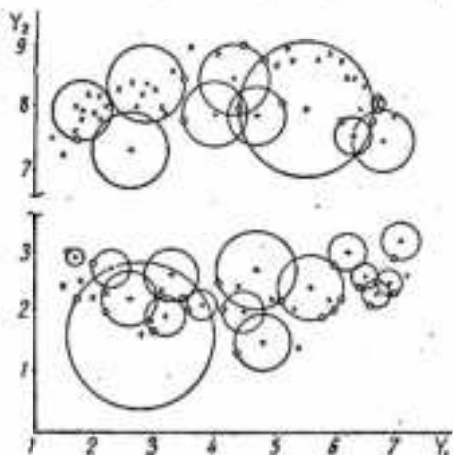


Рис. 2.

Предложенный способ формирования пространства характерных признаков сигнала, а также вычислительный алгоритм сокращения объема входной информации, применяемые для распознавания случайных сигналов, были апробированы на реальных сигналах и дали хорошие результаты.

Таблица 3

КООРДИНАТЫ ТОЧЕК

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1.5	7.2	1.3	7.5	1.7	8.0	1.7	7.6	1.8	7.8	1.9	8.2	2.1	7.8	2.0	7.9	2.2	8.0	2.1	8.2
2.4	8.3	2.6	8.4	2.7	8.0	2.6	7.3	2.8	8.2	3.0	8.3	3.1	8.0	3.0	7.6	3.2	7.9	3.3	8.6
3.5	7.8	3.6	9.0	3.8	8.4	4.0	7.9	4.1	9.0	4.3	8.5	4.4	8.0	4.5	9.1	4.7	7.9	4.8	8.8
5.0	6.7	5.1	8.1	5.2	9.0	5.2	8.9	5.5	8.0	5.7	8.8	5.9	8.9	6.1	7.8	6.2	8.5	6.1	8.8
6.3	7.6	6.4	8.0	6.2	8.5	6.5	8.4	6.7	8.1	6.6	7.8	6.8	7.5	6.7	8.0	6.8	8.2	7.0	7.9
1.5	2.4	1.6	3.0	1.7	2.9	1.8	2.5	1.7	2.2	2.0	2.8	2.0	2.2	2.2	2.3	2.3	2.7	2.2	2.0
2.4	1.8	2.6	2.2	2.8	1.7	2.9	2.8	3.1	2.8	3.2	1.9	3.3	2.6	3.5	2.2	3.6	2.0	3.7	2.4
3.8	2.1	3.0	1.6	4.1	2.5	4.2	2.0	4.4	2.4	4.5	2.0	4.4	1.3	4.7	2.7	4.8	1.5	5.0	2.2
5.1	2.2	5.3	2.0	5.4	1.4	5.6	2.4	5.8	1.9	5.9	2.2	6.0	2.8	6.0	2.0	6.2	3.0	6.1	2.2
6.4	2.4	6.6	2.6	6.8	2.1	6.7	2.3	6.7	2.3	6.9	2.5	7.0	2.9	7.1	3.2	7.2	2.6	7.0	2.3

Список литературы: 1. Семин А. Г. Распознавание случайных сигналов. Новосибирск, «Наука», Сибирское отделение, 1974. 76 с. 2. Миленький А. В. Классификация сигналов в условиях неопределенности. М., «Сов. радио», 1975. 328 с.

В. Н. ЧУРКИН, канд. техн. наук

Харьковский институт радиоэлектроники

ПОСТРОЕНИЕ ТЕСТОВ ДЛЯ УЗЛОВ, ИМЕЮЩИХ n ВЫХОДОВ

Для узла, имеющего n выходов, проверки теста T должны обеспечить чувствительные пути для каждой неисправности ко всем его выходам [1].

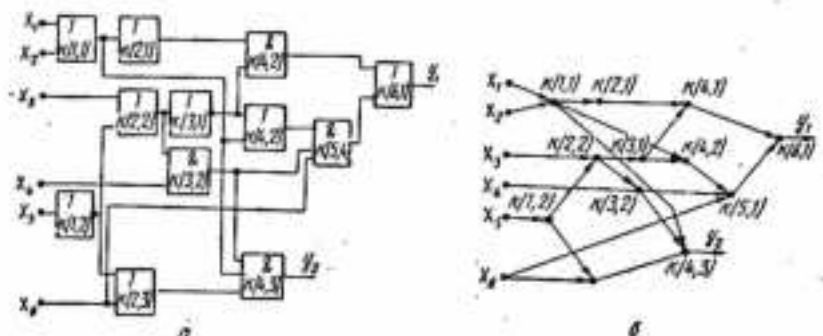


Рис. 1.

Если узел (рис. 1, а) представить в виде ориентированного графа, например, как показано на рис. 1, б, то, очевидно, необходимым условием существования чувствительного пути от места неисправности к i -му выходу является его достижимость до этого места.

Следовательно, проверки, обеспечивающие чувствительные пути к i -му выходу всевозможных неисправностей, можно проводить, рассматривая лишь компоненты, от которых i -й выход является достижимым. Другими словами, рассматривая тест устройства, можно выделить модули, количество которых определяется числом выходов узла. Каждый i -й модуль представляет узел с одним выходом и включает j -й компонент, выход которого является i -м выходом устройства, и все компоненты, от которых этот выход является достижимым при представлении устройства ориентированным графом.

Разбиение устройства на модули с использованием теории графов сводится к выделению в графе, представляющем заданное устройство, n подграфов. В каждый i -й подграф включается j -й узел, отождествляющий в устройстве j -й компонент, выход которого является i -м выходом устройства, а также все вершины вместе с дугами, которые образуют пути от узлов, являющихся начальными вершинами (входами). Найденные подграфы являются графами $G(i)$ модулей, из которых может быть полу-

чен первоначальный граф G путем их объединения, т. е. $G = \bigcup_{i=1}^n G(i)$ (см. рис. 1—3).

Выделение модуля с использованием алгебры логики заключается в записи логического выражения, описывающего функционирование соответствующего модуля.

Получаемые логические выражения учитывают структуру модулей, так как в них учтены все логические элементы, предшествующие элементу, выход которого является выходом устройства. Например, для устройства (рис. 1—3) логические выражения, описывающие функционирование модулей, имеют вид

$$\begin{aligned} y_1 &= \overline{(x_1 \vee x_2)} \overline{(x_3 \vee x_5)} \vee (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5) (x_3 \vee x_5) x_4 x_6, \\ y_2 &= (x_1 \vee x_2) (x_3 \vee x_5) x_4 (\overline{x_5} \vee x_6). \end{aligned} \quad (1)$$

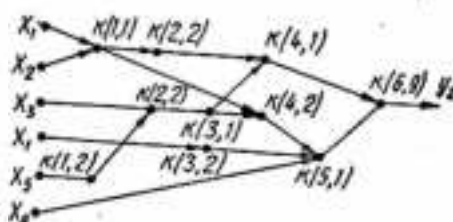


Рис. 2.

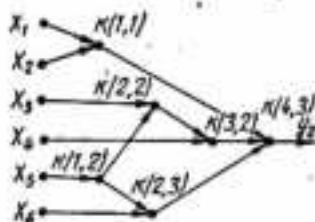


Рис. 3.

Получаемые в результате такого разбиения заданного устройства модули могут содержать одни и те же компоненты, т. е. при представлении их графами выполняется одно из следующих отношений:

$$\bigcap_{i=1}^n G(i) = \emptyset, \quad \bigcap_{i=1}^n G(i) \neq \emptyset.$$

Полные тесты модулей обеспечивают чувствительные пути всевозможных неисправностей ко всем выходам устройства, и, следовательно, объединение их тестов является полным тестом T устройства, т. е. $T = \bigcup_{i=1}^n T_i$.

Таким образом, построение теста устройства с n выходами сводится к решению трех задач.

Первая задача. Разбиение заданного устройства с n выходами на n модулей. Получаемый модуль имеет один выход. Решение этой задачи можно выполнить, используя аппараты теории графов и алгебры логики.

Вторая задача. Построение теста T_i для модулей, получаемых в результате решения первой задачи. Тест T_i i -го модуля может быть построен с использованием любого из известных методов. Метод, описанный в [3, 4], позволяет совмещать про-

цедуры построения тестов нескольких модулей. В соответствии с этим методом тест эквивалентного устройства является тестом заданного устройства. Под эквивалентным устройством понимается устройство, функционирование которого описывается логическим выражением в ДНФ, полный тест которого является полным тестом заданного устройства. Последнее получается из выражения, описывающего функционирование заданного устройства путем выполнения операций открытия скобок, операций «НЕ» и минимизации. Пусть i_1 и i_2 модулям соответствуют эквивалентные устройства, функционирование которых описывается логическими функциями F_1 и F_2 . Функции F_1 и F_2 в алгебре множеств могут быть представлены как объединение конstituент,

$$т. е. R_1 = \bigcup_{i_1=1}^{m_1} K_{i_1}, R_2 = \bigcup_{i_2=1}^{m_2} K_{i_2}.$$

Для устройств, функционирование которых описывается логическими функциями в ДНФ, справедливо.

Утверждение. Если функционирование устройств V_1 и V_2 описывается логическими функциями F_1 и F_2 ДНФ, для которых справедливо отношение $R_1 \subset R_2$, то каждой j -й проверке $t_{1,j}$ устройства V_1 найдется μ -я проверка $t_{2,\mu}$ устройства V_2 , области определения которых взаимосвязаны равенством

$$Q[t_{2,\mu}] = Q[t_{1,j}] \cap \left(\bigcap_{v=n+1}^m Q[0_v, 1] \right), \quad (2)$$

где n — количество конstituент в записи функции F_1 ; m — количество конstituент в записи функции F_2 ; $Q[t_{2,\mu}]$, $Q[t_{1,j}]$ — области определения соответственно μ и j проверок устройств V_2 , V_1 .

Доказательство. Пусть конstituенты функции F_2 расположены таким образом, что первые n конstituент являются конstituентами функции F_1 , и тесты элементов «ИЛИ» устройств V_1 и V_2 заданы в виде табл. 1, 2

Таблица 1

	1 2 ... n	n+1
1	1*0 ... 0	1
2	0 1* ... 0	1
...	...	...
n	0 0 ... 1*	1
n+1	0*0* ... 0*	0

Таблица 2

	1 2 ... n n+1 ... m	m+1
1	1*0 ... 0 0 0	1
2	0 1* ... 0 0 0	1
...	...	...
n	0 0 ... 1* 0 0	1
n+1	0 0 ... 0 1* 0	1
...	...	...
m	0 0 ... 0 0 1*	1
m+1	0*0* ... 0* 0* 0*	0

Область определения μ -проверки элемента «ИЛИ» устройства V_2 определяется

$$Q\{t_2, \mu\} = \left(\bigcap_{v=1}^n Q\{t_{2v}, v\} \right) \cap \left(\bigcap_{v=m+1}^m Q\{t_{2v}, v\} \right), \quad (3)$$

где $Q\{t_{2v}, v\}$ — область определения выходного сигнала элемента «И», соответствующего v -й конституенте логического выражения F_2 , выход которого отождествлен с v -ым входом элемента «ИЛИ».

Область определения j -проверки элемента «ИЛИ» устройства V_1 определяется

$$Q\{t_1, j\} = \bigcap_{v=1}^n Q\{t_{1v}, j\}. \quad (4)$$

Учитывая, что первыми n входами элемента «ИЛИ» устройства V_2 являются выходы элементов «И», соответствующих конституентам функции F_1 , получим

$$\bigcap_{v=1}^n Q\{t_{2v}, v\} = \bigcap_{v=1}^n Q\{t_{1v}, v\}, \quad (5)$$

если $\mu = j = [1, n]$, или когда $\mu = m + 1$, $j = n + 1$.

Так как в первых n и m проверках элементов «ИЛИ» устройств V_1 и V_2 лишь один входной сигнал, равный единице, является чувствительным, а с этим входом отождествлен выход элемента «И», то подмножества (1), (2) являются кортежами проверок устройств V_1 , V_2 . Следовательно, учитывая равенство

(5) в выражении (3) вместо $\bigcap_{v=1}^n Q\{t_{2v}, v\}$ можно подставить $Q\{t_1, j\}$.

Кортежи остальных проверок устройства V_1 находят путем вычисления области определения совместной реализуемости проверок элементов «И» с $(n+1)$ -й проверкой элемента «ИЛИ». Кортежи этих проверок являются расширенными областями совместно реализуемых проверок элементов «И», «ИЛИ» устройства V_2 , так как не учтены ограничения, накладываемые $[n+1, m]$ входами. Учет этих ограничений, например, по правилам, описанным в [4], и подтверждает справедливость утверждения.

В дальнейшем устройство V_1 будем называть базовым устройством V_2 , если функционирование их описывается функциями вида F_1 и F_2 .

Из утверждения следует, что для устройств V_1 и V_2 базовым является устройство V_3 , причем их функционирование описывается логическими выражениями F_1 , F_2 , F_3 ДНФ и $R_3 = R_1 \cap R_2$.

Таким образом, при построении тестов для модулей устройства целесообразна следующая последовательность действий:

1. Находят логические выражения, описывающие функционирование модулей, количество которых определяется числом выходов устройства.

2. Полученные логические выражения преобразуют в ДНФ, применяя правила [3] преобразования и минимизации.

3. Находят логическое выражение F_{i+1} , описывающее функционирование базового модуля, конstituентами которого является множество $R_{i+1} = \bigcap_{l=1}^n R_l$.

4. Строят тест для базового модуля.

5. Строят тесты для i -го модуля ($i = \{1, n\}$).

6. Находят тест T для устройства $T = \bigcap_{i=1}^n T_i$.

В качестве примера построим тест для устройства, показанного на рис. 1. После выполнения операций открытия скобок, инвертирования и минимизации логических выражений y_1 и y_2 , описывающих функционирование модулей (1), получим выражения $f_{1,1}$ ДНФ:

$$f_{1,1} = x_1x_3x_4x_6 \vee x_2x_3x_4x_6 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_5 \vee x_1x_4\bar{x}_5x_6 \vee x_2x_4\bar{x}_5x_6; \quad (6)$$

$$f_{1,2} = x_1x_3x_4x_6 \vee x_2x_3x_4x_6 \vee x_1x_4\bar{x}_5 \vee x_2\bar{x}_5;$$

$$R_1 = \{x_1x_3x_4x_6; x_2x_3x_4x_6; \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_5;$$

$$x_1x_4\bar{x}_5x_6; x_2x_4\bar{x}_5x_6\};$$

$$R_2 = \{x_1x_3x_4x_6; x_2x_3x_4x_6; x_1x_4\bar{x}_5; x_2\bar{x}_5\}.$$

Таблица 3

	Входы					Выход
	1	2	3	4	5	
$t_{1,1}$	1	0	1	1	* 1	1
$t_{2,1}$	0	1	1	1	* 1	1
$t_{3,1}$	0	0	1	1	* 1	0
$t_{4,1}$	1	1	0	1	* 1	0
$t_{5,1}$	1	1	1	0	* 1	0
$t_{6,1}$	1	1	1	1	* 0	0

Так как $R_3 = R_1 \cap R_2 = \{x_1x_3x_4x_6; x_2x_3x_4x_6\}$, то функционирование базового модуля описывается логическим выражением $f_0 = x_1x_3x_4x_6 \vee x_2x_3x_4x_6$.

По методике, описанной в [4], получен тест (табл. 3) для базового модуля. В колонке 5 табл. 3 звездочки указывают на то, что для реализации соответствующих проверок значение сигнала на входе 5 неопределено, т. е. может принимать любое значение.

Области определения шести проверок модулей получены согласно выражению 2 и представлены в виде табл. 4, 5.

В построенных столбцах табл. 4, 5 справа указаны совместно реализуемые проверки элементов «И», функционирование которых описывается конstituентами, не входящими в подмножество конstituент базового модуля. При этом номер элемента «и» соответствует номеру конstituенты в выражении $f_{1,1}$, а i -й проверке элемента «И» соответствует такой набор входных сигналов, когда $(i-1)$ -й входной сигнал равен нулю, а остальные — единицам. Например, для модуля, функционирование которого описывается выражением $f_{1,1}$ (6), первому, второму и т. д. элементу «И» соответствуют конstituенты $x_1x_3x_4x_6$; $x_2x_3x_4x_6$ и т. д.

Для первого элемента набор входных сигналов второй проверки равен 0111, третьей — 1011, четвертой — 1101, пятой — 1110. Совместная реализуемость проверок элементов «И» выявляется по описанным в [4] правилам.

Таблица 4

	Входы					Выход	Совместно реализуемые проверки элементов «И»
	1	2	3	4	5		
$t_{1, M1}$	1	0	1	1	1	1	
$t_{2, M1}$	0	1	1	1	1	1	
$t_{3, M1}$	0	0	1	1	0	0	$t_{4, M2}; t_{2, M2}$
$t_{4, M1}$	1	1	0	1	1	0	$t_{4, M2}; t_{2, M2}$
$t_{5, M1}$	1	1	1	0	0	0	$t_{4, M2}; t_{2, M2}$
$t_{6, M1}$	1	1	1	0	0	0	$t_{4, M2}; t_{2, M2}$

Таблица 5

	Входы					Выход	Совместно реализуемые проверки элементов «И»
	1	2	3	4	5		
$t_{1, M2}$	1	0	1	1	1	1	
$t_{2, M2}$	0	1	1	1	1	1	
$t_{3, M2}$	0	0	1	1	0	0	$t_{2, M1}; t_{2, M1}$
$t_{4, M2}$	1	1	0	1	1	0	$t_{4, M1}; t_{3, M1}$
$t_{5, M2}$	1	1	1	0	1	0	$t_{3, M1}$
$t_{6, M2}$	1	1	1	1	0	0	$t_{4, M1}; t_{3, M1}$

Из табл. 4, 5 видно, что полученные тесты модулей являются неполными, так как реализованы все проверки лишь элементов «И», функционирование которых описывается множеством конститuent базового модуля.

Определение областей проверок тестов модулей, в которых реализуются неучтенные проверки элементов «И», производится выполнением процедур, описанных в [4].

Для рассматриваемого примера полные тесты представлены табл. 6, 7.

Объединение тестов (табл. 6, 7) модулей M1, M2 является полным тестом устройства. В процессе объединения тестов модулей следует учитывать следующие правила.

1. Если область определения $Q[t_{i_1, M1}]$ i_1 -й проверки модуля M1 такова, что для любой i_2 -й проверки $t_{i_2, M2}$ модуля M2 справедливо соотношение

$$Q[t_{i_1, M1}] \cap Q[t_{i_2, M2}] = \emptyset,$$

то i_1 -я проверка включается в тест первоначального устройства.

2. Если $Q[t_{i_1, M1}] \cap Q[t_{i_2, M2}] \neq \emptyset$, то в тест устройства включается проверка, область определения которой равна пересечению областей определения проверок $t_{i_1, M1}$; $t_{i_2, M2}$, причем эти проверки в дальнейшем считаются учтенными.

Таблица 6

	Входы					Выход
	1	2	3	4	5	
$t_{1, M1}$	1	0	1	1	1	1
$t_{2, M1}$	0	1	1	1	1	1
$t_{3, M1}$	0	0	1	1	0	0
$t_{4, M1}$	1	1	0	1	1	0
$t_{5, M1}$	1	1	1	0	0	0
$t_{6, M1}$	1	1	1	0	0	0
$t_{7, M1}$	0	0	0	1	1	1
$t_{8, M1}$	0	1	1	1	0	1
$t_{9, M1}$	0	1	0	1	0	1
$t_{10, M1}$	1	0	0	1	1	0
$t_{11, M1}$	0	1	0	1	1	0
$t_{12, M1}$	0	0	0	1	1	0

Таблица 7

	Входы						Выход
	1	2	3	4	5	6	
$t_{1, m2}$	1	0	1	1	1	1	1
$t_{2, m2}$	0	1	1	1	1	1	1
$t_{3, m2}$	0	0	1	1	0	1	0
$t_{4, m2}$	1	1	0	1	1	1	0
$t_{5, m2}$	1	1	1	0	1	1	0
$t_{6, m2}$	1	1	1	1	1	0	0
$t_{7, m2}$	1	0	0	1	0	*	1
$t_{8, m2}$	0	1	0	*	0	*	1
$t_{9, m2}$	1	*	0	1	1	*	0

Таблица 8

	Входы						Выходы	
	1	2	3	4	5	6	1	2
$t_{1, m1} * t_{1, m2}$	1	0	1	1	1	1	1	1
$t_{2, m1} * t_{2, m2}$	0	1	1	1	1	1	1	1
$t_{3, m1} * t_{3, m2}$	0	0	1	1	0	1	0	0
$t_{4, m1} * t_{4, m2}$	1	1	0	1	1	1	0	0
$t_{5, m1}$	1	1	1	0	0	1	0	
$t_{6, m1}$	1	1	1	1	0	0	0	
$t_{7, m1}$	0	0	0	*	1	*	1	
$t_{8, m1}$	0	1	1	1	1	0	1	
$t_{9, m1} * t_{3, m2}$	0	1	0	1	0	1	1	1
$t_{10, m1} * t_{9, m2}$	1	0	0	1	1	*	0	0
$t_{11, m1}$	0	1	0	*	1	*	0	
$t_{12, m1}$	0	0	0	*	0	*	0	
$t_{5, m2}$	1	1	1	0	1	1		0
$t_{6, m2}$	1	1	1	1	1	0		0
$t_{7, m2}$	1	0	0	1	0	*		1

С учетом этого получен текст первоначального устройства (табл. 8).

Процедуры доопределения значений сигналов на выходах устройства при заданных значениях наборов входных сигналов не представляют трудностей, поэтому здесь не рассматриваются.

Список литературы: 1. Чжен Г., Мэннинг Е., Метц Г. Диагностика отказов цифровых систем. М., «Мир», 1972. 240 с. 2. Мелихов А. Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. М., «Наука», 1972. 280 с. 3. Чуркин В. Н. Модульный способ построения тестов для сложных устройств ЭВМ комбинационного типа. — В кн.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Вып. 50. Харьков, 1978, с. 20—25. 4. Чуркин В. Н. Построение проверяющих тестов для узлов, функционирование которых описывается логическим выражением в ДНФ. — В кн.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Вып. 50. Харьков, 1978, с. 32—35.

УДК 621.391.154

А. А. МЕТЕШКИН, д-р техн. наук,
Н. Д. РЯБУХА, канд. техн. наук

Харьковский институт радиоэлектроники

ОБНАРУЖИВАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ АППАРАТУРНОГО КОНТРОЛЯ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Современные цифровые устройства, как правило, имеют контрольную аппаратуру, главной задачей которой является обнаружение ошибок в работе основной аппаратуры сразу же после их возникновения. Рассмотрим методику определения показателей обнаруживающей способности аппаратурного контроля (АК) цифровых устройств, состоящих из произвольного

количества цифровых узлов — наименьших функционально завершенных частей, каждый из которых рассматривается при контроле как единое целое. Разные узлы могут контролироваться различными способами, а некоторые не контролироваться вообще. Эта специфика построения цифровых устройств, а также тот факт, что в работе основной (контролируемой) и контрольной аппаратуры возможно возникновение ошибок*, должны отразиться в методике определения обнаруживающей способности АК цифровых устройств.

Приведем порядок определения обнаруживающей способности АК цифрового устройства, состоящего из n узлов. Введем вначале, следуя работе [1], показатели обнаруживающей способности АК для одного (i -го) узла ($i = \overline{1, n}$), состоящего из основной и контрольной аппаратуры.

Рассмотрим для i -го узла следующие события:

H_{oi} — ошибка в работе основной аппаратуры узла отсутствует;

H_{ii} — имеет место ошибка в работе основной аппаратуры узла;

H_{oi}^* — контрольная аппаратура выдала сигнал об отсутствии ошибки в работе основной аппаратуры узла;

H_{ii}^* — контрольная аппаратура выдала сигнал ошибки в работе основной аппаратуры узла.

Тогда с точки зрения АК i -й узел может находиться в одном из четырех состояний, характеризующихся следующими основными событиями:

$H_{oi} H_{oi}^*$ — выдан сигнал отсутствия ошибки при ее действительном отсутствии;

$H_{oi} H_{ii}^*$ — выдан сигнал ошибки, обусловленный ошибками в работе только контрольной аппаратуры;

$H_{ii} H_{ii}^*$ — имеющая место ошибка в работе основной аппаратуры узла обнаружена;

$H_{ii} H_{oi}^*$ — ошибка в работе основной аппаратуры узла не обнаружена (пропущена).

Приведенные сложные события составляют полную группу несовместных событий, а их вероятности равны: $P(H_{ii} H_{ii}^*) =$

$$= P(H_{ii}) P(H_{ii}^*/H_{ii}), \quad P(H_{ii} H_{oi}^*) =$$

$$= P(H_{ii}) P(H_{oi}^*/H_{ii}), \quad P(H_{oi} H_{ii}^*) = P(H_{oi}) P(H_{ii}^*/H_{oi}),$$

$$P(H_{oi} H_{oi}^*) = P(H_{oi}) P(H_{oi}^*/H_{oi}).$$

Для краткости обозначим:

$$P(H_{ii} H_{ii}^*) = P_i(\alpha 1) — \text{вероятность обнаружения ошибки};$$

$$P(H_{ii} H_{oi}^*) = P_i(\alpha 2) — \text{вероятность необнаружения ошибки};$$

$$P(H_{oi} H_{oi}^*) = P_i(\alpha 3) — \text{вероятность правильной работы};$$

$$P(H_{oi} H_{ii}^*) = P_i(\alpha 4) — \text{вероятность ложного обнаружения ошибки}.$$

* Под ошибкой понимается неправильное срабатывание аппаратуры, обусловленное сбоями и отказами.

Эти вероятности полностью характеризуют обнаруживающую способность АК цифровых узлов. Поэтому выберем их в качестве показателей обнаруживающей способности аппаратурного контроля одного (i -го) узла.

Для определения количественных значений выбранных показателей необходимо рассчитать или задать безусловную вероятность или безошибочной работы $P(H_{10})$ или возникновения ошибки $P(H_{11}) = 1 - P(H_{01})$. Кроме того, необходимо уметь вычислять условные вероятности $P(H_{11}^*/H_{11})$, $P(H_{01}^*/H_{11})$, $P(H_{11}^*/H_{01})$, $P(H_{01}^*/H_{01})$.

Определение условных вероятностей обнаружения $P(H_{11}^*/H_{11})$ и не обнаружения $P(H_{01}^*/H_{11})$ ошибки производится исходя из предположения, что в основном оборудовании i -го узла с вероятностью, равной единице, возникла ошибка, а контрольная аппаратура либо функционирует нормально, либо в ее работе тоже возникла ошибка.

Определение же условных вероятностей ложного обнаружения ошибки $P(H_{11}^*/H_{01})$ и правильной работы узла $P(H_{01}^*/H_{01})$ необходимо производить в предположении, что ошибка в работе основного оборудования отсутствует, а контрольная аппаратура либо функционирует нормально, либо в ее работе возникла ошибка.

Отсюда следует, что указанные выше условные вероятности связаны между собой соотношениями $P(H_{01}^*/H_{11}) = 1 - P(H_{11}^*/H_{11})$, $P(H_{01}^*/H_{01}) = 1 - P(H_{11}^*/H_{01})$.

Следовательно, для определения вероятностей, характеризующих обнаруживающую способность АК узла, достаточно уметь вычислять три вероятности: безусловную вероятность возникновения ошибки $P(H_{11})$, условную вероятность обнаружения ошибки $P(H_{11}^*/H_{11}) = P_{01}$ и условную вероятность ложного обнаружения ошибки $P(H_{11}^*/H_{01}) = P_{11}$. Методика определения этих вероятностей достаточно полно изложена в работах [2, 3].

Для оценки обнаруживающей способности АК цифровых устройств, состоящих из контролируемых и (или) неконтролируемых узлов, целесообразно применять те же показатели, что и для узлов, т. е. вероятности обнаружения ($P(\alpha 1)$) и не обнаружения ($P(\alpha 2)$) ошибки в устройстве, вероятность правильной работы ($P(\alpha 3)$) и ложного обнаружения ($P(\alpha 4)$) ошибки в работе устройства.

Определение данных вероятностей по методике расчета аналогичных вероятностей применительно к узлам весьма затруднительно. Найдем способ выражения вероятностей $P(\alpha \varphi)$ для устройств через известные вероятности $P_i(\alpha \varphi)$ для узлов, составляющих данное устройство, $\varphi = \overline{1, 4}$; $i = \overline{1, l}$. В общем виде найти зависимость вероятностей $P(\alpha \varphi)$ от вероятностей $P_i(\alpha \varphi)$ при любом $i = \overline{1, l}$ достаточно трудно. Получим поэтому рекуррентные

соотношения, позволяющие решить поставленную задачу путем последовательного учета характеристик отдельных узлов.

Назовем группу из двух первых узлов ($i=1,2$) второй композицией узлов, третьей композицией — объединение второй композиции и третьего узла, и т. д. Вообще, под $i+1$ -й композицией будем понимать объединение i -й композиции узлов и $i+1$ -го узла. Очевидно, устройство в целом можно представить n -й композицией узлов. Рассматривая последовательно композиции узлов в порядке возрастания их номеров, будем выражать значения показателей обнаруживающей способности АК каждой очередной композиции через аналогичные показатели предыдущей композиции и очередного узла. Обозначим через $P_i(\alpha\varphi)$ показатели АК, относящиеся к i -й композиции узлов, а под $P_i(\alpha\varphi)$ по-прежнему будем понимать показатели обнаруживающей способности, относящиеся к i -му узлу. Очевидно, $P_1(\alpha\varphi) = P_1(\alpha\varphi)$, а $P_n(\alpha\varphi) = P(\alpha\varphi)$.

Рассмотрим две полные системы событий.

Первая система событий:

- $A_i(\alpha 1)$ — ошибка в работе i -го узла имеет место и АК фиксирует наличие ошибки;
- $A_i(\alpha 2)$ — ошибка в работе i -го узла имеет место, но АК не фиксирует наличие ошибки;
- $A_i(\alpha 3)$ — ошибка в работе i -го узла отсутствует, АК не фиксирует наличие ошибки;
- $A_i(\alpha 4)$ — ошибка в работе i -го узла отсутствует, но АК фиксирует наличие ошибки.

Вторая система событий:

- $A'_i(\alpha 1)$ — ошибка в работе хотя бы одного узла i -й композиции имеет место и АК хотя бы одного узла i -й композиции фиксирует наличие ошибки;
- $A'_i(\alpha 2)$ — ошибка в работе хотя бы одного узла i -й композиции имеет место, но АК ни одного из узлов этой композиции не фиксирует наличия ошибки;
- $A'_i(\alpha 3)$ — ошибка в работе всех узлов i -й композиции отсутствует и АК ни одного из узлов не фиксирует наличия ошибки;
- $A'_i(\alpha 4)$ — ошибка в работе всех узлов i -й композиции отсутствует, но хотя бы в одном из узлов АК фиксирует наличие ошибки.

Рассмотрев все возможные комбинации событий, относящихся к i -й композиции узлов и к $i+1$ -му узлу, установим связь между событиями $A_i(\alpha\varphi)$, $A_{i+1}(\alpha\varphi)$, $A'_{i+1}(\alpha\varphi)$.

Зададим ее при помощи таблицы.

Отсюда находим выражения, устанавливающие зависимость событий $A'_{i+1}(\alpha\varphi)$ от событий $A_i(\alpha\varphi)$ и $A_{i+1}(\alpha\varphi)$

$$A'_{i+1}(\alpha 1) = A_i(\alpha 1) \cup A_{i+1}(\alpha 1) \cup A_i(\alpha 2) \cup A_{i+1}(\alpha 4) \cup A_i(\alpha 4) \cup A_{i+1}(\alpha 2)^*$$

* События $A_i(\alpha\varphi)$, $A_{i+1}(\alpha\varphi)$ являются пересекающимися при одном и том же значении φ .

События для $i+1$ -го узла	События для i -й композиции			
	$A_i'(a1)$	$A_i'(a2)$	$A_i'(a3)$	$A_i'(a4)$
$A_{i+1}(a1)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a1)$
$A_{i+1}(a2)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a2)$	$A_{i+1}'(a2)$	$A_{i+1}'(a1)$
$A_{i+1}(a3)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a2)$	$A_{i+1}'(a3)$	$A_{i+1}'(a4)$
$A_{i+1}(a4)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a1)$	$A_{i+1}'(a4)$	$A_{i+1}'(a4)$

$$\begin{aligned}
 A_{i+1}'(a2) &= A_i'(a2) \cap \\
 &\cap A_{i+1}'(a2) \cap A_i'(a3) \cap \\
 &\cap A_{i+1}'(a2) \cup A_i'(a2) \cap \\
 &\cap A_{i+1}'(a3); \\
 A_{i+1}'(a3) &= A_i'(a3) \cap \\
 &\cap A_{i+1}'(a3); \quad A_{i+1}'(a4) = \\
 &= A_i'(a3) \cap A_{i+1}'(a4) \cup \\
 &\cup A_i'(a4) \cap A_{i+1}'(a3) \cup \\
 &\cup A_i'(a4) \cap A_{i+1}'(a4). (1)
 \end{aligned}$$

Система событий $A_{i+1}'(a\varphi)$, $\varphi = \overline{1,4}$ образует полную группу несовместных событий, поэтому

$$P_{i+1}'(a1) = P_i'(a1) + P_{i+1}'(a1) - P_i'(a1) P_{i+1}'(a1) + P_i'(a2) P_{i+1}'(a4) + P_i'(a4) P_{i+1}'(a2);$$

$$P_{i+1}'(a2) = P_i'(a2) P_{i+1}'(a2) + P_i'(a3) P_{i+1}'(a2) + P_i'(a2) P_{i+1}'(a3);$$

$$P_{i+1}'(a3) = P_i'(a3) P_{i+1}'(a3); \quad (2)$$

$$P_{i+1}'(a4) = P_i'(a3) P_{i+1}'(a4) + P_i'(a4) P_{i+1}'(a3) + P_i'(a4) P_{i+1}'(a4).$$

При небольшом количестве узлов в составе устройства вычисления по полученным выражениям легко произвести вручную. При большом количестве узлов нетрудно составить программу для решения задачи на ЭВМ.

Таким образом, имея характеристику обнаруживающей способности аппаратного контроля узлов, входящих в состав устройства, путем последовательных вычислений по формулам (1), (2) при $i = 1, \dots, n$ можно вычислить характеристики аппаратного контроля устройства в целом.

Список литературы: 1. Метешкин А. А., Рябуха Н. Д. Показатели для оценки обнаруживающей способности аппаратного контроля узлов и модулей вычислительных систем. — В кн.: Однородные вычислительные системы и среды. Ч. 3. Киев, «Наукова думка», 1975, с. 51—52. 2. Метешкин А. А., Рябуха Н. Д. Оценка эффективности контроля конечного автомата. — В кн.: Приборы и системы автоматизации. Вып. 19. Харьков, 1971, с. 22—27. 3. Пугинцев Н. Д. Аппаратный контроль управляющих цифровых вычислительных машин. М., «Сов. радио», 1966, 424 с.

В. В. ЧЕЛПАНОВ, канд. техн. наук,
В. А. ЛОШАКОВ, канд. техн. наук

Харьковский институт радиозлектроники

ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЦИКЛИЧЕСКИМ КОНТРОЛЕМ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Периодическое проведение контроля работоспособности сложных радиотехнических систем (РТС) является необходимым условием обеспечения их эксплуатационной эффективности. Как правило, для проведения контрольных тестов нужно вывести РТС из рабочего режима в режим контроля. При этом снижается степень готовности аппаратуры РТС к обработке входной информации.

В ряде систем, например в радиолокационных станциях, обработка информации осуществляется по временным циклам, причем режим работы системы на каждый цикл устанавливается в зависимости от наличия входной информации (заявок на обработку) в предыдущем цикле. При этом имеется возможность проведения контроля в свободных циклах работы РТС. При случайном потоке входных заявок на обработку период контроля также будет случайным, зависящим от параметров потока.

В случае пуассоновского потока заявок период контроля определяется величиной интенсивности потока ν . С увеличением периода контроля увеличивается среднее время наличия в аппаратуре РТС скрытой неисправности, а следовательно, снижается степень готовности РТС к работе.

Нами получены зависимости некоторых характеристик надежности РТС в случае пуассоновского потока входных заявок на обработку, которые позволяют оценить эффективность циклического контроля работоспособности и обосновать его целесообразность для различных внешних условий работы системы.

Для определения характеристик надежности РТС необходимо знать параметры закона распределения периода контроля. При пуассоновском потоке заявок имеет место зависимость

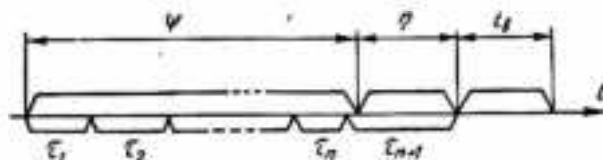
$$P_s(\tau) = \frac{(\nu\tau)^s}{s!} e^{-\nu\tau}, \quad (1)$$

где $P_s(\tau)$ — вероятность того, что за время τ на вход РТС поступит s заявок; ν — плотность потока.

Закон распределения величины периода контроля будет определяться законом распределения количества последовательных циклов работы, в которых поступают заявки на обработку, а также длительностью контроля. Этот закон будет дискретным, так как период контроля принимает значения, кратные длитель-

ности временного цикла работы РТС (τ_u). В случае, если контроль занимает не более одного временного цикла работы РТС, т. е. $\tau_k \leq \tau_u$, величина периода контроля будет подчиняться геометрическому распределению: $P(\tau = n\tau_u) = (1-a)a^{n-1}$, где τ — текущее значение периода контроля; a — вероятность поступления хотя бы одной заявки за время τ_u , $n = 1, 2, \dots, \infty$. Если контроль занимает m временных циклов работы РТС, величина периода контроля будет подчиняться распределению Паскаля:

$$P_m(\tau = n\tau_u) = C_{n-1}^{m-1} (1-a)^m a^{n-m} = C_{n-1}^{m-1} e^{-m\tau_u} (1 - e^{-\tau_u})^{n-m}. \quad (2)$$



Формально можно записать выражения для дискретной функции распределения $Q_m(\tau)$ и плотности распределения $q_m(\tau)$ величины периода контроля:

$$Q_m(\tau) = \sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} e^{-m\tau_u} (1 - e^{-\tau_u})^{i-m} \varepsilon(\tau - i\tau_u), \quad (3)$$

$$q_m(\tau) = \sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} e^{-m\tau_u} (1 - e^{-\tau_u})^{i-m} \delta(\tau - i\tau_u), \quad (4)$$

где $\varepsilon(\tau)$ — единичная функция; $\delta(\tau)$ — дельта-функция, $i \geq m$.

Математическое ожидание $M[\tau]$ и дисперсия $D[\tau]$ величины периода контроля определяются следующим образом:

$$M[\tau] = \sum_{i=m}^{\infty} \tau P_m(\tau = i\tau_u) = m\tau_u e^{-\tau_u}; \quad (5)$$

$$D[\tau] = \sum_{i=m}^{\infty} (\tau - M[\tau])^2 P_m(\tau = i\tau_u) = m\tau_u^2 e^{-\tau_u} (1 - e^{-\tau_u}). \quad (6)$$

Из выражений (5) и (6) следует, что и среднее значение и дисперсия периода контроля зависят от величины интенсивности потока входных воздействий и длительности контроля.

На основе полученных соотношений можно определить характеристики надежности РТС. Временной график одного из этапов работы РТС представлен на рисунке.

Здесь ϕ — случайное время безотказной работы РТС; γ — случайное время наличия скрытого отказа; t_n — случайное время восстановления; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n+1}$ — величины периода контроля (функция распределения запишется в соответствии с выражением (3)).

При рассмотрении характеристик надежности сложной РТС предполагается следующее: величины t_0 , τ_0 , ψ независимы; законы распределения времени безотказной работы $P(t)$ и времени восстановления $H(t)$ РТС являются экспоненциальными, т. е. $P(t) = e^{-\lambda t}$, $H(t) = e^{-\mu t}$, где λ — интенсивность отказов аппаратуры РТС; μ — интенсивность восстановления. Здесь $\lambda = \frac{1}{M[\tau_0]}$,

$\mu = \frac{1}{M[t_0]}$, $M[\tau_0]$, $M[t_0]$ — соответственно среднее время безотказной работы и среднее время восстановления аппаратуры РТС.

В качестве показателя надежности сложной РТС, работающей непрерывно в течение длительного времени, можно использовать коэффициент оперативной готовности $R(\Delta\tau)$,

$$R(\Delta\tau) = K_r P(\Delta\tau), \quad (7)$$

где K_r — коэффициент готовности; $P(\Delta\tau)$ — вероятность отсутствия отказа системы за время обработки входной информации $\Delta\tau$.

Величину коэффициента готовности РТС можно представить как среднюю долю времени пребывания аппаратуры в исправном состоянии [1]:

$$K_r = \frac{M[\tau_0]}{M[\psi + \tau] + M[t_0]}, \quad (8)$$

где $M[\psi + \tau]$ — математическое ожидание суммы случайных величин ψ и τ . При экспоненциальном законе времени безотказной работы РТС $P(\Delta\tau) = e^{-\lambda \Delta\tau}$. Значение $M[\psi + \tau]$ можно записать следующим образом [2]:

$$M[\psi + \tau] = \frac{M[\tau]}{1 - q_{(1)}^*},$$

где $q_{(1)}^*$ — преобразование Лапласа величины $q(\tau)$ для $\tau = \lambda$. Следовательно,

$$K_r = \frac{1 - q_{(1)}^*}{\lambda M[\tau] + \lambda M[t_0] [1 - q_{(1)}^*]}. \quad (9)$$

Найдем величину $q^*(\lambda)$:

$$\begin{aligned} q_{(1)}^* &= \sum_{i=m}^{\infty} P(\tau = i\tau_0) e^{-\lambda i\tau_0}; \\ q_{(1)}^* &= \sum_{i=m}^{\infty} C_{i-1}^{m-1} e^{-m\lambda\tau_0} (1 - e^{-\lambda\tau_0})^{i-m} e^{-\lambda i\tau_0} = \\ &= (e^{-\lambda\tau_0} - 1)^{-k-1} b \sum_{r=0}^{\infty} C_r^k b^r. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $r = i - 1$; $k = m - 1$; $b = (1 - e^{-\lambda\tau_0}) e^{-\lambda\tau_0}$.

Значение суммы в выражении (10) можно вычислить методом математической индукции. При $m = 1$ ($k = 0$)

$$\sum_{r=0}^{\infty} C_r^0 b^r = \sum_{r=0}^{\infty} b^r = \frac{1}{1-b};$$

при $m = 2$ ($k = 1$)

$$\sum_{r=1}^{\infty} C_r^1 b^r = \sum_{r=1}^{\infty} r b^r = \frac{b}{(1-b)^2},$$

при $m = 3$ ($k = 2$)

$$\sum_{r=2}^{\infty} C_r^2 b^r = \sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{2} (r^2 - r) b^r = \frac{b^2}{(1-b)^3},$$

и так далее. В общем случае можно записать

$$\sum_{r=k}^{\infty} C_r^k b^r = \frac{b^k}{(1-b)^{k+1}}. \quad (11)$$

Тогда после преобразований получим $q_{(k)}^* = (1 + e^{(\lambda+\lambda_1)\tau_u} - e^{*\tau_u})^{-m}$. Следовательно, выражение для K_r определяется следующим образом:

$$K_r = \left\{ \frac{\lambda m \tau_u e^{*\tau_u}}{1 - [1 + e^{(\lambda+\lambda_1)\tau_u} - e^{*\tau_u}]^{-m}} + \lambda M [t_k] \right\}^{-1}, \quad (12)$$

где $\tau_u > 0$, $\lambda > 0$, $m > 1$.

Подставляя (12) в формулу (7), получим

$$R(\Delta\tau) = \left\{ \frac{\lambda m \tau_u e^{*\tau_u + \lambda \Delta\tau}}{1 - [1 + e^{(\lambda+\lambda_1)\tau_u} - e^{*\tau_u}]^{-m}} + \lambda M [t_k] e^{\lambda \Delta\tau} \right\}^{-1}. \quad (13)$$

Анализ полученного выражения показывает, что в реальных условиях эксплуатации сложных РТС метод проведения контроля в свободных временных циклах дает определенный выигрыш при обеспечении технической готовности аппаратуры по сравнению с обычными методами контроля.

В ряде случаев решение о работоспособности РТС принимается по l результатам контроля. При этом распределение величины периода контроля может быть записано так:

$$P_{m,l}(\tau = n\tau_u) = C_{n-1}^{m-1} e^{-l m \tau_u} (1 - e^{-\tau_u})^{n-lm}.$$

Соответственно изменятся и величина коэффициента оперативной готовности:

$$R(\Delta\tau) = \left\{ \frac{\lambda m \tau_u e^{*\tau_u + \lambda \Delta\tau}}{1 - [1 + e^{(\lambda+\lambda_1)\tau_u} - e^{*\tau_u}]^{-m}} + \lambda M [t_k] e^{\lambda \Delta\tau} \right\}^{-1}. \quad (14)$$

При повторении контрольных проверок повышается достоверность контроля, однако увеличивается среднее время наличия скрытой неисправности.

При рассмотрении характеристик надежности необходимо учитывать также время формирования контрольных тестов, особенно для систем контроля с электро-механическими элементами перестройки. Обозначим время перестройки перед проведением i -го контрольного теста через t_i , тогда при $t_i = C_{pi}$ распределение величины периода контроля может быть записано

$$P_m(\tau = n\tau_n) = C_{n-c-1}^{m-1} e^{-m\tau_n} (1 - e^{-\tau_n})^{n-c-m},$$

где $n \geq c + m$, $C = \sum_{i=1}^m C_i$.

Среднее значение периода контроля

$$M[\tau] = m\tau_n e^{\tau_n} + C\tau_n. \quad (15)$$

Преобразование Лапласа величины $q(\tau)$ при $\tau = \lambda$ примет вид

$$q(\lambda) = e^{-c\lambda\tau_n} (1 + e^{(\lambda+1)\tau_n} - e^{\tau_n})^{-m}. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в формулу (7), получаем для $R(\Delta\tau)$:

$$R(\Delta\tau) = \left\{ \frac{\lambda (m\tau_n e^{\tau_n} + c\tau_n) e^{\lambda\Delta\tau}}{1 - e^{-c\lambda\tau_n} [1 + e^{(\lambda+1)\tau_n} - e^{\tau_n}]^{-m}} + \lambda M[t_n] e^{\lambda\Delta\tau} \right\}^{-1}. \quad (17)$$

Увеличение времени формирования контрольных тестов приводит к снижению технической готовности аппаратуры, так как увеличивается среднее время наличия скрытой неисправности.

Полученные выражения для величины коэффициента оперативной готовности (13), (14), (17) позволяют оценить надежность РТС с циклическим контролем работоспособности для различных условий функционирования.

Список литературы: 1. Гнеденко Б. В., Белая Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965. 2. Касюков Б. Н. Некоторые стационарные характеристики надежности систем с циклическим контролем работоспособности. — «Вопросы электроники». Сер. 12, 1969, вып. 13, с. 20—25.

УДК 621.317

Г. Ф. КРИЗУЛЯ, канд. техн. наук,
В. П. НЕМЧЕНКО,
Ю. К. КИРЬЯКОВ

Харьковский институт радиоэлектроники

О КОНТРОЛЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ ПО ВЫХОДНЫМ РЕАКЦИЯМ

Широкое применение цифровых устройств в различных областях народного хозяйства привело к необходимости решения задачи контроля и диагностики данных устройств. От решения

этой задачи в большой степени зависит надежность работы устройства вычислительной техники, в том числе цифровых вычислительных машин. Одним из возможных путей решения поставленной задачи является проверка и наладка цифровых устройств в процессе их производства и эксплуатации с использованием проверяющих тестов, которые показывают зависимость между входными воздействиями на контролируемое устройство и его выходными реакциями. Множество тестов определяется обычно опытным путем или реализацией специальных алгоритмов [1].

Пусть для определенного цифрового устройства установлено множество тестов $\{T\}$, причем k -й тест представим как

$$T_k = \{X_k; Y_k\}, \quad (1)$$

где X_k , Y_k — входной и выходной k -й векторы,

$$Y_k = \begin{cases} Z_k & \text{при отсутствии неисправности;} \\ W_k & \text{при наличии неисправности.} \end{cases}$$

Если W_k определено, то тест T_k будет диагностирующим, в противном случае — контролирующим.

Проверка цифровых устройств может вестись двумя методами. Первый метод — на контролирующем устройстве производится ручной набор входного вектора X_k и фиксация выходного вектора Y_k . Если окажется, что $Y_k = Z_k$, то контролируемое устройство исправно, если $Y_k = W_k$, то — неисправно. По заданному значению W_k определяется вид неисправности.

Основным недостатком рассмотренного метода является низкое быстродействие, связанное с необходимостью ручной обработки информации. Кроме того, достоверность проверки часто бывает невысокой в связи с тем, что в системе контроля присутствует такое ненадежное звено, как человек.

Второй метод проверки — метод диагностических карт. На контролируемое устройство с помощью контролирующего устройства, часто ЦВМ, подается множество тестов $\{T\}$, каждый из которых имеет вид (1). Значения выходных векторов Y_k запоминаются. После этого производится обработка результатов проверки.

Если все $Y_k = Z_k$, то схема свободна от неисправностей, если некоторые $Y_k = W_k$, то в контролируемой схеме есть неисправности. Вид неисправностей определяется по диагностическим картам идентификацией выходных векторов W_k .

Недостатком рассмотренного метода является сложность обработки результатов проверки, так как количество тестов T_k резко возрастает при усложнении системы, что приводит к увеличению объема памяти контролирующего устройства и, следовательно, к снижению быстродействия контролирующей системы.

При рассмотренном методе фиксируется и анализируется все множество выходных векторов $\{Y\}$, анализ множества $\{Z\} \in \{Y\}$

излишен. Величина множества $\{W\}$ для реальных схем в несколько раз меньше величины $\{Z\}$.

Рассмотрим один из возможных путей избавления от недостатков, возникающих при проверке цифровых устройств. Как указывалось, исходной информацией при проверке цифровых устройств является множество тестов

$$\{T\} = \{X; Y\}. \quad (2)$$

Разобьем множество (2) на две группы;

$$\{T_0\} = \{X_0; Y_0\}, \quad \{T_1\} = \{X_1; Y_1\}. \quad (3)$$

Разбиение производим предполагая, что контролируемое устройство свободно от неисправности, т. е. $Y_k = Z_k$. Тогда к одной группе будут принадлежать все выходные векторы, равные единице, а ко второй — нулю. Следовательно, $Z_{k_0} = 0$ для всех $X_{k_0} \in \{T_0\}$ и $Z_{k_1} = 1$ для всех $X_{k_1} \in \{T_1\}$, а множества (3) принимают вид

$$\{T_0\} = \{X_0; 0\}, \quad \{T_1\} = \{X_1; 1\}. \quad (4)$$

Если в контролируемой схеме появится неисправность, то во множествах (4) значение выходного вектора изменится на противоположное. Например, если нет неисправности, то $T_{k_0} = \{X_{k_0}; 0\}$ и $T_{k_1} = \{X_{k_1}; 1\}$; при наличии неисправности $T_{k_0} = \{X_{k_0}; 1\}$ или $T_{k_1} = \{X_{k_1}; 0\}$.

Наличие неисправности в схеме легко обнаружить, если множество тестов T_{k_0} и T_{k_1} подавать на схему раздельно. Тогда отпадает необходимость запоминать и анализировать все значения выходного вектора Y , фиксируются только значения выходного вектора $W \in Y$.

Применим изложенный выше метод разбиения тестов на группы по правилу (3) для контроля цифровых схем. Пусть дано цифровое устройство на интегральных микросхемах серии K155, функционирующее по определенному закону. Для проверки устройства задано множество тестов (табл. 1). Сгруппируем тесты согласно правилу (4), при этом надо учесть, что во избежание опасных состязаний необходимо одновременно изменять состояние только одного входа. Этому условию соответствуют так называемые соседние состояния входов (табл. 2). Длительность выходного сигнала, соответствующего единичному (2,4 В) или нулевому (0,4 В) уровням, определяется как

$$t_{\text{вых}} = K \cdot \tau, \quad (5)$$

где K — количество сформированных тестов (единичных или нулевых); τ — длительность воздействия на схему одного теста.

Измеряя амплитуду и длительность выходного сигнала и сравнивая эти параметры с параметрами эталонного сигнала, можно судить о работоспособности контролируемого устройства.



Рис. 1.

Блок-схема устройства контроля выходных реакций по длительности и уровню приведена на рис. 1. Для контроля выходных реакций по длительности используем амплитудно-временное преобразование сигналов, при котором определяются нули функции $U(t)$ на заданных уровнях сигнала. Сущность данного преобразования заключается в квантовании исходного сигнала по уровням и измерении времени существования сигнала на каждом уровне [2]. Число уровней квантования M обратно пропорционально погрешности преобразования δ_M и выбирается исходя из требуемой точности преобразования сигналов:

$$M = \frac{1}{\delta_M} = \frac{U_{\max}}{\Delta V}, \quad (6)$$

где $U_{\max}$ — максимальное значение выходного сигнала; ΔV — величина ступени квантования.

Время существования сигнала на каждом уровне определяется между двумя значениями функции $U_i(t)$, пересекающей текущий уровень i :

$$\Delta t_i = t_2(U_i) - t_1(U_i), \quad (7)$$

где $t_1(U_i)$ определяется из функции $U(t) = U_i$ при $\frac{dU}{dt} > 0$ и $t_2(U_i)$ при $\frac{dU}{dt} < 0$, $i = 1, 2, \dots, \dots, M$.

Измерение длительности временного интервала Δt_i осуществим известными способами цифровой техники, основанными на подсчете числа периодов N_i эталонной частоты f_* , укладывающихся в измеряемом отрезке времени [3], т. е.

Таблица 1

Входы	Выходы
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0	0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0
0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0
0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0
0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1
0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0
0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1

Таблица 2

Входы	Выходы
0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1
0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1
0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1
0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	1 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0
1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0	0 0

$$\Delta f_i = \frac{N_i}{f_s} \quad (8)$$

Точность измерения при этом зависит от величины и стабильности частоты эталонного генератора.

Относительная погрешность измерения определяется как

$$\delta_N = \frac{1}{N}. \quad (9)$$

Используя соотношения (8) и (9), можно определить требуемое значение частоты f_s , обеспечивающей заданную погрешность измерения δ_N интервала времени $t_{\min}$.

$$f_s > \frac{1}{t_{\min} \delta_N}. \quad (10)$$

Подставляя в соотношение (10) значение $t_{\min}$ из (5), можно определить минимальное количество тестов K при заданной длительности одного теста τ

$$K_{\min} = \frac{1}{\tau f_s \delta_N}. \quad (11)$$

Из соотношения (11) следует, что для повышения точности измерения при заданном значении f_s необходимо увеличивать либо количество тестов K , подаваемых на контролируемое устройство, либо длительность действия одного теста τ . Поскольку контроль устройства желательно производить в динамическом режиме, близком к рабочему, то, например при $\tau = 1$ мксек, $f_s = 1$ МГц, $\delta_N = 10^{-2}$, получим $K = 100$.

Полученные для каждого уровня значения Δf_i служат исходной информацией для дальнейшей обработки и анализа контролируемой цифровой схемы на функционирование.

Рассмотрим работу устройства контроля выходных реакций по длительности (рис. 1). Последовательность тестов (табл. 2), сформированная генератором стимулирующих сигналов, подается на вход контролируемого устройства, соответствующий выход которого выбирается блоком коммутации и подключается ко входу компаратора. Эталонные уровни, отличающиеся друг от друга на величину кванта ΔU , подаются на второй вход компаратора.

Компаратор переходит в единичное состояние, когда $\Delta U_k > 0$, причем

$$\Delta U_k = U_{\text{вх}} - U_i, \quad (12)$$

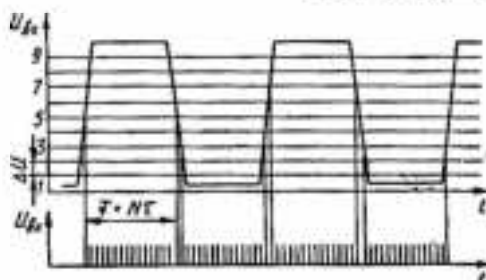


Рис. 2.

где U_i — эталонное значение напряжения; $U_{\text{вх}}$ — амплитуда входного сигнала; ΔU_k — пороговый уровень срабатывания компаратора.

Триггер управления, перебрасываемый в единичное состояние сигналом с компаратора, разрешает прохождение импульсов с эталонного генератора на счетчик.

Счетчик производит подсчет числа импульсов по каждому из M эталонных уровней. Временная диаграмма работы устройства показана на рис. 2.

Усредненное состояние счетчика сравнивается с эталонным значением исправного аналогичного блока. По результату сравнения блок индикации сигнализирует о годности или негодности контролируемого устройства.

Разрешающую способность устройства оценим, подставив (5) в (8) и задавшись конкретными значениями, т. е. получим

$$N = \frac{t_{\text{вх}}}{T_s} = \frac{K_T}{T_s} = 100.$$

При контроле выходных реакций проверяемого устройства по уровням следует учесть, что выходные реакции представляют собой область, в которой можно выделить граничные значения:

$$U_{\text{вых} \rightarrow 1} \rightarrow \max, \quad U_{\text{вых} \rightarrow 1} \rightarrow \min \quad \text{и} \quad U_{\text{вых} \leftarrow 0} \rightarrow \max, \quad U_{\text{вых} \leftarrow 0} \rightarrow \min.$$

При этом $U_{\text{вых} \rightarrow 1} \rightarrow \max$ — максимальное значение выходного сигнала, соответствующего единичному уровню, которое возможно на выходе данного устройства, а $U_{\text{вых} \rightarrow 1} \rightarrow \min$ — соответственно минимальное значение этого сигнала. Значения $U_{\text{вых} \leftarrow 0} \rightarrow \max$ и $U_{\text{вых} \leftarrow 0} \rightarrow \min$ необходимо рассматривать подобным образом, но только для нулевого уровня.

При работе устройства (рис. 1) в режиме контроля выходных реакций по уровням назначение и работа всех блоков аналогично выше рассмотренному режиму контроля выходных реакций по длительности за исключением того, что на второй вход компаратора вместо блока формирователя эталонных уровней подключается преобразователь код — напряжение (ПКН), счетчик импульсов переходит в реверсивный режим и отключается блок усреднения. В счетчик предварительно заносится среднее значение контролируемого (единичного или нулевого) уровня. В зависимости от соотношения между U_x и $U_{\text{пик}}$ компаратор через триггер переводит счетчик в режим сложения или в режим вычитания, так что всегда выполняется соотношение

$$|U_x - U_{\text{пик}}| \leq \Delta U_e, \quad (13)$$

где ΔU_e — величина ступени, соответствующая единице младшего разряда счетчика.

На вход счетчика поступают импульсы с эталонного генератора. Значение счетчика сравнивается с пороговыми значениями проверяемого уровня. Если значения выходных реакций проверяемого блока находятся в допустимых областях соответствующих пороговых уровней, то блок индикации сигнализирует о работоспособности контролируемого устройства, в противном случае — о неработоспособности.

Разрешающую способность устройства контроля выходных реакций по уровням получим, подставляя в (6) конкретные значения выходных напряжений интегральных микросхем серии К155 и задаваясь величиной ступени квантования $\Delta V = 0,1$:

$$N^{(0)} = \frac{U_2^{(0)} - U_1^{(0)}}{\Delta V} = 4,$$

где $U_2^{(0)}$, $U_1^{(0)}$ — соответственно максимальное и минимальное значения пороговых единичного (нулевого) уровней.

Для увеличения разрешающей способности необходимо, чтобы порог чувствительности компаратора был $\Delta U_e \ll \Delta V$. На практике достаточно, чтобы $\Delta U_e < 0,5 \Delta V$. Блок управления предназначен для выдачи дискретных команд управления на все блоки в зависимости от режима работы устройства.

Список литературы: 1. Чжен Г., Меннинг Е., Мелц Г. Диагностика отказов цифровых вычислительных систем. М., «Мир», 1972. 232 с. 2. Кривошап Г. Ф., Кузнецов А. Н., Кузьменко А. Г. Авт. свид. № 568983 Б, 1977, № 30. 3. Гайденов В. С., Жилков Б. К., Крылов С. К. и др. Основы построения автоматизированных систем контроля сложных объектов. Под ред. П. И. Кузнецова. М., «Энергия», 1969. 480 с.

Л. И. РАЙ, Ю. П. ПАКИН

Киевский политехнический институт

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ С СИНХРОННЫМ НАКОПЛЕНИЕМ

В работе [1] рассмотрена система передачи информации, в которой для повышения помехозащищенности передачи используется обнаруживающий ошибки код и метод синхронного накопления. Такая система позволяет исправлять ошибки, обнаруживаемые кодом путем повторения информацион-ной части сообщения.

В данной работе рассматривается система передачи информации, в которой наряду с корректирующим кодом и синхронным накоплением вводится проверка

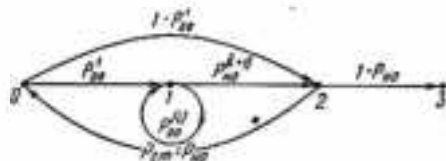


Рис. 1.

сообщения в целом после приема за счет внутренней избыточности. Если в результате данной проверки обнаруживаются искажения, то сообщение «стирается». При этом вероятность необнаружения искаженного сообщения может быть сделана намного меньше вероятности ложного приема кодового слова. «Стертые» сообщения в такой системе схематично изображены на рис. 1. Начальная точка графа (0) определяет начало передачи информации; точка (1) — после передачи всего сообщения на приемном пункте произошло неполное декодирование (отсутствуют кодовые слова с обнаруженными ошибками); точка (2) — сообщение полностью декодировано (приняты все слова сообщения); точка (3) определяет, что все кодовые слова приняты правильно (проведена проверка сообщения в целом).

Обозначения: $P_{0i}^{(k)}$ — вероятность обнаружения (k) кодом ошибки в сообщении из N слов после i передач этого сообщения; $P_{no}^{(i+1)}$ — вероятность необнаружения кодом ошибки в сообщении после передачи; $P_{ст}$ — вероятность стирания всех слов в приемной части системы после проверки принятого сообщения, равная вероятности (P_{no}) необнаружения кодом хотя бы одного искаженного кодового слова.

Определим эффективность передачи E как количество информационных символов в сообщении, деленное на математическое ожидание количества символов, которое необходимо передать, прежде чем произойдет прием сообщения при заданной достоверности передачи. Для систем с синхронным накоплением ин-

формации, но без проверки сообщения в целом после декодирования всех кодовых слов можно записать:

$$E_1 = kN/(jnN + \alpha) M_1, \quad (1)$$

n — длина кодового слова в разрядах; k — количество информационных разрядов в кодовом слове; $\alpha/2$ — количество разрядов в служебной последовательности; j — кратность повторения кодового слова в сообщении за одну передачу; N — количество слов в сообщении; M_1 — математическое ожидание количества передач сообщения, необходимых для полного декодирования сообщения с заданной достоверностью. Если задана допустимая вероятность необнаруженной ошибки при приеме слова длиной l разрядов — $P_{\text{доп}}$, то соотношение между n и k можно определить из граничного соотношения $n - k > (1 - \alpha) \log_2 l + \log_2 P_e - \log_2 P_{\text{доп}}$ (2). Определим величину M_1 для математической модели канала связи, предложенной в работе [2]. Согласно данной модели вероятность искажения кодового слова длиной n разрядов $P(\geq 1, n) = n^{1-\alpha} P_e$ (3), где α — параметр группирования; P_e — вероятность искажения двоичного символа.

Так как искажения данного кодового слова в сообщении в различных передачах — события независимые и равновероятные, то вероятность искажения m -го слова в сообщении ($m = 1, 2 \dots N$) после передач сообщения равна $P_i = [P(\geq 1, n)]^m = [n^{1-\alpha} P_e]^m$ (4). Закон распределения искаженных слов в сообщении можно считать пуассоновским. Следовательно, вероятность неполного декодирования сообщения из N слов после i передач

$$q_i = 1 - \exp(-N_i), \quad (5)$$

где $N_i = NP_i$ — математическое ожидание «стертых» искаженных слов в приемном накопителе после i передач.

Вероятность S_{i+1} декодирования точно после $(i+1)$ -й передачи равна вероятности того, что после i передач остались «стертые» слова в сообщении, умноженной на вероятность того, что N_i слов будут декодированы при $(i+1)$ -й передаче, т. е.

$$S_{i+1} = \theta_i (1 - P_i)^{NP_i}. \quad (6)$$

Тогда математическое ожидание числа передач, необходимых для полного декодирования сообщения запишется следующим образом:

$$M_1 = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \theta_i (1 - P_i)^{NP_i}, \quad (7)$$

а эффективность передачи

$$E_1 = [kN/(jnN + \alpha)] \left[\sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \theta_i (1 - P_i)^{NP_i} \right]. \quad (8)$$

Для систем с повторной проверкой сообщения после декодирования всех кодовых слов $E_2 = kN/(jnN + \alpha) M$ (9), M — математическое ожидание числа передач, необходимых для перехода из точки (0) в точку (3); $M = M_1 M_2$ (10), где M_1 — математи-

ческое ожидание числа передач сообщения, необходимых для перехода из точки (0) в точку (2) графа (рис. 1); M_2 — математическое ожидание числа переходов из (0) в (2), которые необходимо совершить прежде, чем попадем в (3).

Аналогично системе, рассмотренной выше, для системы с повторной проверкой

$$M_1 = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) j [1 - \exp(-N \cdot P_i)] (1 - P_1)^{N P_i}. \quad (11)$$

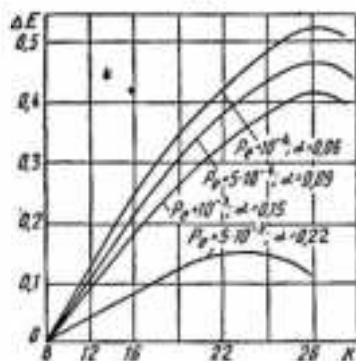


Рис. 2.

Если $P_{\text{пр}}$ — вероятность правильного приема кодового слова; $P_{\text{но}}$ — вероятность необнаружения ошибки в кодовом слове при

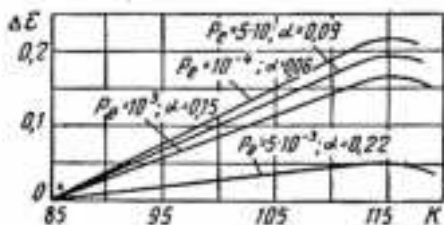


Рис. 3.

условии, что она есть; $P_{\text{оо}}$ — вероятность обнаружения ошибки в кодовом слове при условии, что она есть, то $P_{\text{оо}} + P_{\text{но}} + P_{\text{пр}} = 1$ (12). Очевидно, $P_{\text{оо}} + P_{\text{но}} = P_{\text{сз}}$, где $P_{\text{сз}}$ — вероятность искажения кодового слова. Согласно формулам (2) и (3),

$$P_{\text{сз}} = n^{1-\beta} P_e; \quad P_{\text{но}} < k^{1-\beta} P_e / 2^{n-k}, \quad \text{тогда}$$

$$P_i = [n^{1-\beta} P_e - (k^{1-\beta} P_e / 2^{n-k})]. \quad (13)$$

Как следует из графа (рис. 1),

$$M_2 = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) [1 - \exp(-N P_{\text{оо}})]^i (1 - P_{\text{оо}})^N. \quad (14)$$

На графике (рис. 2, 3) приведены значения $\Delta E = E_2 - E_1$, просчитанные на ЭЦВМ М20 в зависимости от числа информационных символов k в кодовом слове, для различных значений n и k при $P_{\text{доп}} 10^{-6}$; $\sigma = 300$, $j = 1$, $N = 200 - 800$; $n = 31$ (рис. 2), $n = 127$ (рис. 3). Из графика видно, что система с повторной проверкой сообщения лучше по эффективности системы без проверки, причем максимальный выигрыш достигается при определенном значении n и k .

Список литературы: 1. Протопопов О. Г., Пакин Ю. П., Щербакова В. А. Определение оптимальной длины кодового слова и сообщения с накоплением информации. — «Материалы четвертой конференции по теории передачи и кодирования информации». Ташкент, 1969, а. 11—12, 2. Пуртов Л. П., Замдий А. С., Захаров А. Н. Основные закономерности распределения ошибок в дискретных каналах связи. — «Электросвязь», 1967, № 2, с. 1—8.

Ф. А. КАТКОВ, д-р техн. наук,
Ю. П. ЖУРАКОВСКИЙ, канд. техн. наук,
Г. Д. ДЕЩЬ, А. М. КУПРИЕНКО

Киевский политехнический институт

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ УСТРОЙСТВАМИ ДИСКРЕТНОГО ДЕЙСТВИЯ

Развитие современной электронной техники и системотехники обуславливает внедрение в инженерную практику новых способов формирования и анализа электрических сигналов. Совершенствующаяся интегральная технология позволяет разработчикам находить новые прогрессивные методы синтеза электрических сигналов, причем, как показывает опыт, происходит прогрессивное смещение оценок относительной эффективности новых методов.

Рассматриваются сигналы [1, 2], синтез которых проводится по заданной спектральной функции, обладающей специальными характеристиками. Известны также преимущества сложных сигналов, база которых намного больше единицы. Поскольку между частотной и временной формами представления сигналов всегда имеется взаимно-однозначное соответствие, то иногда целесообразно формировать сигнал по форме, обусловленной его спектральными свойствами.

Любую непрерывную функцию можно дискретизировать во времени и по уровню, что позволяет построить синтезатор, который может быть выполнен на интегральных схемах (ИС) дискретного типа. Синтезатор должен генерировать заданный набор функций, точно получать аналитическую форму сигнала, в минимальный срок перестраиваться по управляющему сигналу, обладать стабильностью параметров, высокой технологичностью, экономичностью, надежностью. Дискретное представление сигнала позволяет построить цифроаналоговый преобразователь (ЦАП) параметрического типа, где в качестве параметра может быть выбрана величина постоянного тока, дискретные значения которого задаются источниками тока или набором весовых резисторов.

Заданную форму выходного процесса при выбранном наборе весовых резисторов можно получить несколькими способами: варьировать очередность подключения весовых резисторов или расположить их в соответствии с законом формирования сигнала при постоянной частоте коммутаций, либо, применяя любой из первых способов или их совокупность, изменять период коммутаций. По алгоритму формирования сигнала выбирается конкретная функциональная схема, а функции взаимодействия отдельных блоков определяют ограничения на их внутреннюю структуру. Опыт построения таких генераторов [3, 4] позволил

сконструировать обобщенную функциональную схему (рис. 1), где Т — таймер, формирователь временных интервалов; КГ —

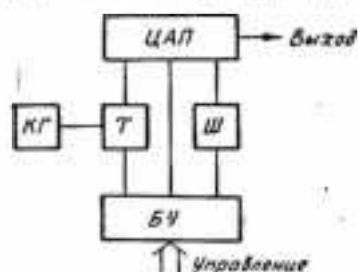


Рис. 1.

кварцевый генератор, обеспечивающий стабильность работы таймера; БУ — блок управления; Ш — шифратор, определяющий порядок следования управляющих воздействий в ЦАП. Такая схема генератора позволяет получить электрические сигналы довольно сложной формы (рис. 2, а).

Для получения колебаний в устройствах передачи данных наиболее перспективны частотные и фазовые способы передачи информации,

поскольку LC и RC генераторы при обеспечении достаточной стабильности громоздки и нетехнологичны, кроме того, управлять фазой колебаний довольно сложно. В связи с этим в многочастотных генераторах с частотной манипуляцией возникали скачки фазы на границах единичных элементов сигнала, а в генераторах фазовых систем применялись сложные фазовращающие устройства.

Применение изложенного выше принципа формирования сигналов успешно решило стоящие проблемы. При необходимости более точной аппроксимации функции ее ступенчато-аппроксимированная производная может быть проинтегрирована, в результате получается кусочно-линейная аппроксимация.

При получении ступенчато-аппроксимированных гармонических функций важным фактором является их амплитудно-частотный спектр. Как видно из рис. 2, б длительность периода $T_0 = (2n - 1)T_q$ (1), где n — число уровней аппроксимации синусоиды; T_q — период дискретизации.

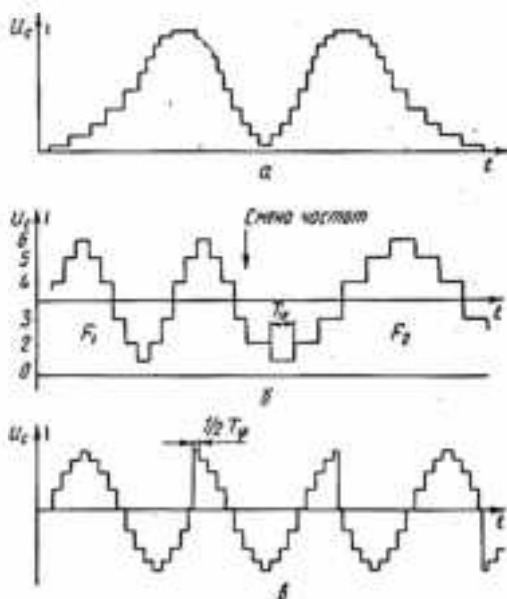


Рис. 2.

Ступенчатую аппроксимацию с хорошим приближением можно интерпретировать как фазовую манипуляцию на угол:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{2n-1}. \quad (2)$$

Частота манипуляции при этом будет составлять

$$F_{\varphi} = \frac{1}{T_{\varphi}} = \frac{2n-1}{T_0} = F_0(2n-1). \quad (3)$$

Спектры фазо- и амплитудно-манипулированных сигналов совпадают, поэтому первая боковая составляющая, обусловленная ступенчатой аппроксимацией гармонического сигнала, появится на частоте $F_{1\delta} = F_0 + F_0(2n-1) = 2nF_0$ (4).

Энергия спектральных составляющих определяется разностью уровней аппроксимации, однако при передаче по телефонным каналам связи можно выбрать число уровней (ступенек) таким, что боковые составляющие будут находиться за пределами полосы пропускания канала связи [4]. Большое число уровней усложняет схемную реализацию, и поэтому оптимальным с точки зрения аппаратуры тонального диапазона частот является $n=6$.

Цифро-аналоговый преобразователь проще всего выполняется в виде реверсивного кольцевого двоичного счетчика (Джонсона), выполненного на Д-триггерах, к прямым выходам которых подсоединяются весовые резисторы, а на входы синхронизации подаются тактовые импульсы (управляющие воздействия) с периодом T_{φ} . Количество разрядов счетчика равно $k-1$, а весовые резисторы в случае формирования синусоиды рассчитываются по формуле

$$R_k = \frac{1}{\frac{8(n-1) \sin \frac{\pi}{2(n-1)} \sin^2 \frac{k\pi}{2(n-1)}} - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{R_i}}, \quad (5)$$

где k — номер разряда счетчика; E — уровень логической единицы; R_n — сопротивление нагрузки; U_m — амплитуда сигнала на выходе ЦАП. При этом неравенство

$$2U_m < E. \quad (6)$$

Для получения заданной сетки частот иногда используют дробные коэффициенты деления частоты кварцевого генератора K_d . В таких случаях возможен подбор частоты кварца, равной наименьшему общему кратному рабочих частот. Однако желаемый результат из-за очень высокой потребной частоты кварца (десятки мегагерц) бывает редко. Найден другой способ реализации дробных коэффициентов [4], который заключается в подборе разных периодов квантования, сумма которых обеспечила бы необходимый период сигнала. Если выбрать коэффициент K_n , равный целой части K_d , то период получится меньше требуемого, поэтому в процессе формирования необходимо использовать неко-

торое количество более «длинных» ступенек, получаемых с коэффициентом $K_s = K_n + 1$ (7).

Очевидно, что общее количество ступенек различной длительности $m_s + m_n = 2(n-1)$ (8), а сумма их длительностей $T_0 = -K_d 2(n-1) T_q$ (9). На основании этого можно составить уравнение $K_d 2(n-1) = K_s m_s + K_n m_n$ (10). Решив совместно (8) и (9) с учетом (7), получим $m_s = K_d 2(n-1) - K_n 2(n-1)$ (11). Значение m_s округляется до большего целого, а из (8) вычисляется m_n .

При формировании синусоиды желательно размещать ступеньки различной длительности так, чтобы достигались минимальные искажения формы. Расположение их в периоде синусоиды определяется по состоянию счетчика ЦАП с помощью комбинационного устройства Ш (рис. 1), присоединенного к выходам триггеров. По сигналам комбинационного устройства в нужный момент переключается коэффициент деления делителя (таймера).

Иногда целесообразно задавать коэффициенты предварительной установкой триггеров цифрового делителя. Так, для реализации коэффициента K_n на единицу меньшего K_n достаточно перед началом формирования нового временного интервала T_q установить первый триггер в состояние 1. Этот способ позволяет реализовать коэффициенты с любой разностью. Для более точного формирования периода синусоиды можно применять три и больше различных временных интервалов.

Таким способом формирования получают сигналы с высокостабильными временными параметрами, одно из главных преимуществ — отсутствие скачка фазы при смене частот, что весьма трудно получить в обычных LC, RC-генераторах тонального диапазона частот.

Поскольку фаза колебаний определяется только состоянием счетчика ЦАП, фазой легко управлять, изменяя в процессе формирования состояние реверсивного счетчика. Для этого на управляющие входы Д-триггеров в нужные моменты подаются управляющие сигналы, что очень удобно при реализации относительной фазовой манипуляции. При управлении фазой с последующим интегрированием сигнала возникает необходимость в дополнительном управлении интегратором, которое заключается в подаче на его вход нормированных по амплитуде и длительности импульсов.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о целесообразности дискретного параметрического синтеза любого сигнала и отметить перспективность данного способа.

Список литературы: 1. Волаернер Н. Ф., Шувалов В. А. Сигналы с одноплюсными спектрами. Киев, «Техніка», 1976. 184 с. 2. Техника передачи данных. Под ред. В. О. Шварцмана. М., «Связь», 1976. 128 с. 3. Катков Ф. А., Дидик Б. С., Стулов В. А. Телемеханика. Киев, «Вища школа», 1974. 248 с. 4. Марьянов В. И. Разработка и исследование методов построения функциональных узлов многочастотной аппаратуры передачи дискретной информации. Дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. 1975. 230 с.

О ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАНСФОРМИРОВАННОЙ ПОГРЕШНОСТИ В УПРАВЛЯЮЩЕЙ ЦВМ

Рассмотрим задачу оценки погрешностей управляющей ЦВМ при следующих предположениях. 1. Мантиссы исходных чисел являются случайными величинами с равномерным законом распределения в интервале $[1/2 - 1]$. 2. Абсолютные ошибки мантисс выражены в единицах разряда и распределены равномерно в интервале $[0 - 1/2\gamma]$, $\gamma = 2^{-k}$, k — разрядность мантиссы. 3. Погрешность результата арифметической операции выражается модулем своего значения в единицах k -го значащего разряда.

Определим законы распределения трансформированной погрешности при реализации типовых арифметических операций.

Методику нахождения законов рассмотрим на примере операции возведения в куб. Если точное значение исходного операнда $A = a + x$ [1], то погрешность его куба представляется выражением $z = 3a^2x + 3ax^2 + x^3 \approx 3a^2x$ (1).

В данном выражении величины a и x являются случайными с известными законами распределения. Необходимо найти закон распределения случайной величины z , выразив ее в единицах k -го значащего разряда.

Введя обозначение $y = 3a^2$, запишем (1) в виде $z = yx$ и сведем задачу к определению вероятностного закона произведения двух случайных величин [3].

Плотность распределения случайной величины y при известной плотности $f(a) = 2$ определим с помощью методики из [2], [4], что дает $f(y) = \frac{1}{\sqrt{3y}}$ при $3 > y > \frac{3}{4}$.

Для выражения величины z в единицах k -го значащего разряда следует предположить, что плотность распределения случайной величины x зависит от количества нулей перед первым значащим разрядом результата. Анализ показывает, что возможны три варианта результата:

1. Результат так же, как и исходное число, является нормализованным. Тогда $\frac{1}{2} > x > 0$ или в единицах k -го значащего разряда $\frac{1}{2} > x > 0$. При этом $f_1(x) = 2$, $3 > y > 3 \cdot 2^{-4/k}$.

2. Результат содержит один нуль перед первым значащим разрядом. Значение k -го значащего разряда уменьшается вдвое по сравнению с первым случаем. Поэтому $1 > x > 0$, $f_2(x) = 1$ при $3 \cdot 2^{-2/k} > y > 3 \cdot 2^{-4/k}$.

3. Результат содержит два нуля перед первым значащим разрядом. По аналогии с п. 2 получаем $f_3(x) = \frac{1}{2}$, $3 \cdot 2^{-\frac{4}{3}} > y > \frac{3}{4}$.

При условии независимости случайных величин x и y найдем их совместную плотность распределения и затем функцию распределения погрешности куба.

Для случая, когда $3 > y > 3 \cdot 2^{-\frac{2}{3}}$, будем иметь $f_1(y, x) = f(y)f_1(x) = \frac{2}{\sqrt{3}y}$, а функцию распределения

$$F_1(z) = P\{(y, x) \in D\} = \iint_D f_1(y, x) dx dy, \quad (2)$$

где D — область возможных значений величин x и y .

Продолжая рассмотрение первого случая, отметим, что здесь функция распределения зависит от величины z . При $\frac{3}{2} 2^{-\frac{2}{3}} > z > 0$ имеем

$$F_1(z) = \frac{2z}{\sqrt{3}} \int_{3 \cdot 2^{-1/3}}^3 \frac{dy}{y \sqrt{y}},$$

что после преобразований дает $F_1(z) = \frac{4z}{3} (2^{\frac{1}{3}} - 1)$. Для $\frac{3}{2} > z > \frac{3}{2} 2^{-\frac{2}{3}}$ выражение (2) запишем в виде

$$F_2(z) = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{3 \cdot 2^{-\frac{2}{3}}}^{2z} \frac{dy}{\sqrt{y}} + \frac{2z}{\sqrt{3}} \int_{2z}^3 \frac{dy}{y \sqrt{y}}.$$

После преобразований $F_2(z) = \frac{8z}{\sqrt{6z}} - 2^{1/6} - \frac{4z}{3}$. Аналогично для случая 2:

$$F_3(z) = \frac{2z}{3} (2^{1/6} - 2^{1/3}) \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/6} > z > 0,$$

$$F_4(z) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{4z}{\sqrt{z}} - 2\sqrt{3} - 2^{1/6} - \frac{2^{1/3}z}{\sqrt{3}} \right) \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/6} > z > 3 \cdot 2^{-1/3}.$$

Для случая 3: $F_5(z) = \frac{z}{3} (2 - 2^{1/6})$ при $\frac{3}{2} > z > 0$, $F_6(z) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times$
 $\times \left(\frac{4\sqrt{z}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} - \frac{z \cdot 2^{1/6}}{\sqrt{3}} \right)$ при $3 \cdot 2^{-1/6} > z > \frac{3}{2}$.

Используя теорему сложения вероятностей на соответствующих интервалах изменения z , получим окончательный вид функции распределения погрешности:

$$\Phi_1(z) = F_1(z) + F_2(z) + F_3(z) = \frac{z}{3} (2^{1/6} + 2^{1/3} - 2)$$

при $3 \cdot 2^{-1/2} > z > 0$,

$$\Phi_2(z) = F_2(z) + F_3(z) + F_6(z) = \frac{z}{3} \left(\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2z}} - 2 - 2^{1/2} + 2^{3/2} \right) - 2^{1/2} \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > 3 \cdot 2^{-3/2};$$

$$\Phi_3(z) = F_2(z) + F_4(z) + F_5(z) = \frac{z}{3} \left(\frac{12(2 + \sqrt{2})}{\sqrt{6z}} - 2 - 2^{1/2} - 2^{3/2} \right) - 2^{1/2} - \frac{2^{3/2}}{\sqrt{3}} - 2 \text{ при } \frac{3}{2} > z > 3 \cdot 2^{-1/2}; \quad (3)$$

$$\Phi_4(z) = F_4(z) + F_6(z) = \frac{z}{3} \left(\frac{12(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{6z}} - 2^{1/2} - 2^{3/2} \right) - 3 - \frac{2^{1/2}}{\sqrt{3}} \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > \frac{3}{2};$$

$$\Phi_5(z) = F_4(z) = z \left(\frac{4}{\sqrt{6z}} - \frac{2^{1/2}}{3} \right) - 1 \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > 3 \cdot 2^{-3/2}. \quad (4)$$

Дифференцируя функцию распределения по z , приходим к выражениям для плотности распределения:

$$P_1(z) = \frac{1}{3} (2^{1/2} + 2^{3/2} - 2) \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > 0;$$

$$P_2(z) = \frac{4}{\sqrt{6z}} - \frac{1}{3} (2 + 2^{1/2} - 2^{3/2}) \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > 3 \cdot 2^{-3/2};$$

$$P_3(z) = \frac{2(2 + \sqrt{2})}{\sqrt{6z}} - \frac{1}{3} (2 + 2^{1/2} + 2^{3/2}) \text{ при } \frac{3}{2} > z > 3 \cdot 2^{-1/2};$$

$$P_4(z) = \frac{2(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{6z}} - \frac{1}{3} (2^{1/2} + 2^{3/2}) \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > \frac{3}{2};$$

$$P_5(z) = \frac{2}{\sqrt{6z}} - \frac{2^{1/2}}{3} \text{ при } 3 \cdot 2^{-1/2} > z > 3 \cdot 2^{-3/2}.$$

Данные выражения позволяют получить дисперсию погрешности $D[z] = \frac{3}{16} \left(\frac{1}{2} - 3 \cdot 2^{-1/2} + 3 \cdot 2^{-3/2} \right)$.

Отсюда среднеквадратичная погрешность $\sigma_z = 0,89\gamma$.

Из (3) получим величину погрешности, вероятность появления которой равна $1/2$: $z_{\text{вер}} = 0,71\gamma$. Рассмотрение (4) дает предельную погрешность $z_{\text{пред}} = 2,4\gamma$.

При использовании изложенной методики получены следующие выражения для плотности распределения трансформированной погрешности операции возведения в квадрат:

$$P_1(z) = \frac{3}{2} \ln 2 \text{ при } \sqrt{\frac{1}{2}} > z > 0;$$

$$P_2(z) = \frac{1}{2} \ln 2 - 2 \ln z \text{ при } 1 > z > \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Для квадратного корня:

$$P_1(z) = \frac{1}{3}(16 - 2^{2/z}) \text{ при } \frac{1}{4} > z > 0;$$
$$P_2(z) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4z^2} - 2^{1/z}\right) \text{ при } \frac{1}{2\sqrt{2}} > z > \frac{1}{4}.$$

Для кубического корня:

$$P_1(z) = \frac{36}{5}(1 - 2^{1/z}) \text{ при } \sqrt{\frac{1}{2}} > z > 0;$$
$$P_2(z) = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{\sqrt{6z^2}} - 9\sqrt[3]{2}\right) \text{ при } \frac{1}{8}2^{2/3} > z > \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Отсюда можно определить среднеквадратичную и предельную ошибки. Для извлечения корней эти оценки не учитывают погрешностей округления, возникающих при машинной реализации этих операций, и потому, видимо, будут заниженными.

Полученные законы распределения позволяют выбирать формат разрядной сетки, исходя из заданных допусков на трансформированную погрешность и вероятности их соблюдения.

Список литературы: 1. Попов В. А. О погрешностях вычислительных устройств для летательных аппаратов. В кн.: Самолетостроение и техника воздушного флота. Вып. 13. Харьков, 1968, с. 44—47. 2. Гурский Е. Н. Теория вероятностей с элементами математической статистики. М., «Высшая школа», 1961. 275 с. 3. Попов В. А., Самойленко В. И., Палагин В. К. Исследование схемной надежности функциональных узлов автоматических систем. — В кн.: Радиоэлектроника летательных аппаратов. Вып. 4. Харьков, 1972, с. 50—54. 4. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1969. 573 с.

УДК 681.325

Н. Я. КАКУРИН, канд. техн. наук,
А. К. БАРИНОВ

Харьковский институт радиоэлектроники

МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДОВ МНОГОЗНАЧНЫХ ТРИГГЕРОВ

В последнее время ряд цифровых измерительных приборов, устройств автоматики и обработки сигналов [1, 2] выполняется с использованием многозначных логических и запоминающих элементов.

Для решения задач структурного синтеза цифровых устройств из многозначных элементов необходимо иметь матрицы переходов многозначных триггеров. Число строк матрицы переходов k -значного триггера равно k^2 , а количество столбцов, как и в двоичном случае, определяется числом логических входов триггера:

$Q(t) \quad Q(t+1)$	x_1	x_2	$\dots$	x_r
0—0	b_{00}^1	b_{00}^2	$\dots$	b_{00}^r
0—1	b_{01}^1	b_{01}^2	$\dots$	b_{01}^r
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
0—(k—1)	$b_{0(k-1)}^1$	$b_{0(k-1)}^2$	$\dots$	$b_{0(k-1)}^r$
1—0	b_{10}^1	b_{10}^2	$\dots$	b_{10}^r
1—1	b_{11}^1	b_{11}^2	$\dots$	b_{11}^r
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
1—(k—1)	$b_{1(k-1)}^1$	$b_{1(k-1)}^2$	$\dots$	$b_{1(k-1)}^r$
(k—1)—0	$b_{(k-1)0}^1$	$b_{(k-1)0}^2$	$\dots$	$b_{(k-1)0}^r$
(k—1)—1	$b_{(k-1)1}^1$	$b_{(k-1)1}^2$	$\dots$	$b_{(k-1)1}^r$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
(k—1)—(k—1)	$b_{(k-1)(k-1)}^1$	$b_{(k-1)(k-1)}^2$	$\dots$	$b_{(k-1)(k-1)}^r$

Любой элемент $b_{Q(t) Q(t+1)}^i$ матрицы переходов может принимать значения из множества M^k , где через M^k обозначено множество всех подмножеств множества $E^k \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$. Следует отметить, что в большинстве случаев значения двух различных коэффициентов $b_{Q(t) Q(t+1)}^i$ и $b_{Q'(t) Q(t+1)}^j$ из одной строки матрицы переходов являются зависимыми друг от друга и нахождение этой зависимости с ростом числа логических входов затрудняется. Установление же точной взаимной зависимости входных переменных является обязательным условием, обеспечивающим возможность максимального упрощения схемы многозначного структурного автомата.

Ниже приводится методика составления матриц переходов многозначных триггеров, базирующаяся на теореме разложения [1] k -значной логической функции $f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ по существенной переменной x_i :

$$f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = \varphi_0(x_i) \cdot f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \vee \vee \varphi_1(x_i) \cdot f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) \vee \dots \vee \varphi_{k-1}(x_i) f(x_1, \dots, x_{i-1}, k-1, x_{i+1}, \dots, x_n), \quad (1)$$

где $f, x_i \in E^k \quad (i = 1, 2, \dots, n)$.

В дальнейшем характеристическую функцию $\varphi_i(x_i)$ системы Россера—Тьюкетта для краткости обозначим x_i^j . Установление взаимной функциональной зависимости входных переменных будем вести итеративно, используя возможность замены правой части выражения (1) левой частью. Методику составления матриц переходов проиллюстрируем примерами для трехзначной логики с последующим обобщением на k -значный случай.

В трехзначной логике каждое из подмножеств множества M^3 можно описать табл. 1.

Для общего случая k -значной логики любой из вариантов описывается выражением вида

$$\sigma_1(x_i) \vee \sigma_1(x_i) \cdot b_i^{*1(x_i)} \vee \sigma_2(x_i) \cdot b_i^{*2(x_i)} \vee \dots \vee \sigma_n(x_i) \cdot b_i^{*n(x_i)}, \quad (2)$$

Таблица 1

N	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0	1	2	01	02	12	012
Описание	0	1	2	$1 \cdot b_i^1$	b_i^2	$1 \cdot b_i^1 \vee b_i^2$	b_i

где $\sigma_1(x_i), \sigma_2(x_i), \dots, \sigma_n(x_i)$ — упорядоченная по возрастанию совокупность значений x_i на конкретном варианте. В том случае, когда $\sigma_1(x_i) = 0$ и (или) $\sigma_n(x_i) = k-1$, на основании тождеств многозначной логики $0 \cdot b = 0$,

$0 \vee b = b$, $(k-1) \cdot b = b$ выражение (2) упрощается.

Рассмотрим алгоритм составления матрицы переходов (рисунок) на примере трехзначного синхронного триггера типа CS. Триггер этого типа имеет два входа: вход синхронизации C и информационный вход установки S . Если $C \neq (k-1)$, то значение сигнала на входе S не изменяет состояние триггера. При $C = (k-1)$ триггер типа CS переходит в состояние, определяемое значением сигнала на логическом входе S .

Таблицей переходов триггера типа CS является табл. 2.

Для осуществления перехода «0 — 0» допустимы следующие комбинации сигналов на CS входах:

$$\begin{array}{c|cccc|cccc} & \text{«0 — 0»} & & & & & & & \\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ S & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

В сокращенном виде с учетом табл. 1 приведенные выше комбинации можно записать так:

$$\begin{array}{c|ccc} C & a_1^0 & a_1^1 & a_1^2 \\ S & a_2 & a_2 & 0 \end{array}$$

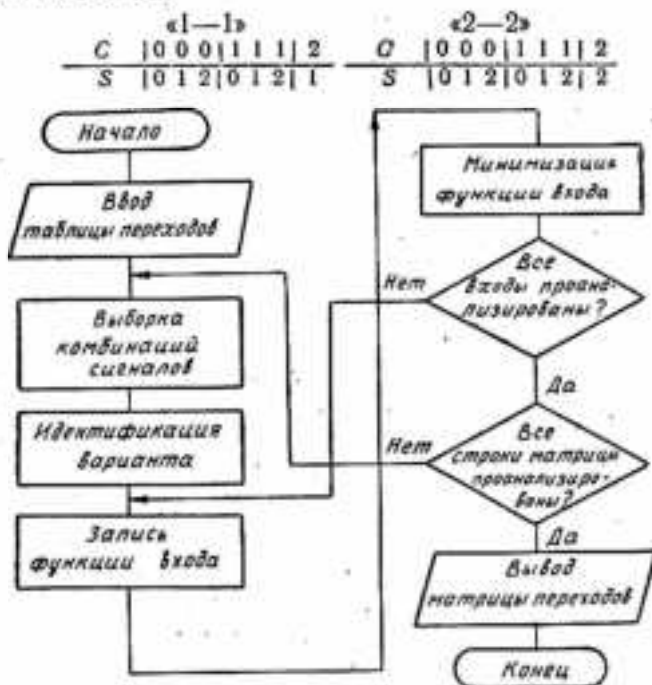
Таблица 2

C	S	Q(t)	$Q \times \begin{matrix} \times (t+1) \\ \times (t+1) \end{matrix}$	C	S	Q(t)	$Q \times \begin{matrix} \times (t+1) \\ \times (t+1) \end{matrix}$
0	0	0	0	1	2	0	0
0	0	1	1	1	2	1	1
0	0	2	2	1	2	2	2
0	1	0	0	2	0	0	0
0	1	1	1	2	0	1	0
0	1	2	2	2	0	2	0
0	2	0	0	2	1	0	1
0	2	1	1	2	1	1	1
0	2	2	2	2	1	2	1
1	0	0	0	2	2	0	2
1	0	1	1	2	2	1	2
1	0	2	2	2	2	2	2
1	1	0	0				
1	1	1	1				
1	1	2	2				

Используя теорему разложения (1), найдем функциональную зависимость переменной S от переменной C :

$$S = a_1^0 a_2 \vee a_1^1 a_2 \vee a_1^2 \cdot 0 = a_1^0 a_2 \vee a_1^1 a_2 = a_2 (a_1^0 \vee a_1^1).$$

Для переходов «1—1» и «2—2» из табл. 2 найдем такие комбинации сигналов:



Перейдем к сокращенной форме записи:

	«1—1»				«2—2»			
C	b_1^0	b_1^1	b_1^2		C	c_1^0	c_1^1	c_1^2
S	b_2	b_2	1		S	c_2	c_2	2

Поступая в дальнейшем аналогично рассмотренному выше переходу «0—0», найдем, что для перехода «1—1» $S = b_2(b_1^0 \vee \vee b_1^1) \vee 1b_1^2$, а для перехода «2—2» $S = c_2(c_1^0 \vee c_1^1) \vee c_1^2$.

На всех остальных переходах допустима подача только одной комбинации сигналов на входы C и S. В результате получим матрицу переходов трюичного CS триггера (3).

Матрицу переходов (3) легко обобщить на случай логики произвольной значности k (матрица (4)).

Подобным методом можно составить матрицы переходов любых типов многозначных триггеров. Наличие матриц переходов многозначных триггеров позволяет свести задачу структурного синтеза многозначного конечного автомата к составлению функций возбуждения входов триггеров, их наиболее выгодному доопределению с учетом взаимной зависимости входных переменных и к минимизации найденных функций в заданном многозначном базисе.

	C	S
0—0	a_1	$a_2 (a_1^0 \vee a_1^1)$
0—1	2	1
0—2	2	2
1—0	2	0
1—1	b_1	$b_2 (b_1^0 \vee b_1^1) \vee 1 \cdot b_1^2$
1—2	2	2
2—0	2	0
2—1	2	1
2—2	c_1	$c_2 (c_1^0 \vee c_1^1) \vee c_1^2$

(3)

В работах [3—5] показано применение графических методов для минимизации многозначных логических функций (МЛФ). Представление МЛФ в виде логического дерева, однозначно определяющего функцию, основано на теореме разложения (1).

	C	S
0—0	a_1	$a_2 (a_1^0 \vee a_1^1 \vee \dots \vee a_1^{k-2})$
0—1	$(k-1)$	1
0—2	$(k-1)$	2
...	...	...
0— $(k-1)$	$(k-1)$	$(k-1)$
1—0	$(k-1)$	0
1—1	b_1	$b_2 (b_1^0 \vee b_1^1 \vee \dots \vee b_1^{k-2}) \vee 1 b_1^{k-1}$
1—2	$(k-1)$	2
...	...	...
1— $(k-1)$	$(k-1)$	$(k-1)$
$(k-1)$ —0	$(k-1)$	0
$(k-1)$ —1	$(k-1)$	1
...	...	...
$(k-1)$ — $(k-1)$	c_1	$c_2 (c_1^0 \vee c_1^1 \vee \dots \vee c_1^{k-2}) \vee c_1^{k-1}$

(4)

Список литературы: 1. Цифровые многозначные элементы и структуры. Киев, «Вища школа», 1976. 166 с. Авт.: К. Г. Самофалов, В. И. Корнейчук, А. М. Романкевич и др. 2. *Иваськин Ю. Л., Тузов В. М.* Цифровые устройства обработки сигналов на многозначных структурах. Киев, «Наукова думка», 1975. 166 с. 3. *Василенко Ю. А.* Графоаналитический метод синтеза схем с многозначным структурным алфавитом. — «Автоматика и вычислительная техника», 1972, № 5, с. 14—16. 4. *Блах А. Ш.* Граф-схемы и их применение. Минск, «Высшая школа», 1975. 302 с. 5. *Барынов А. К., Какурин Н. Я.* О минимизации многозначных граф-схем алгоритмов. — Изв. вузов СССР. «Приборостроение», 1977, № 4, с. 57—61.

Ендокимов А. Г., Тевяшев А. Д. Об одном подходе к проблеме управления системами подачи и распределения воды	3
Ендокимов А. Г., Горбачев В. А., Тевяшев А. Д., Петров А. С. Об одном подходе к идентификации параметров модели потокараспределения в неопроводной сети	10
Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Об уравнениях теории интеллекта	15
Шабанов-Кушнаренко Ю. П. Математическое описание конечных бинарных отношений	22
Короб А. В. Сервис связей программы для ЭВМ АСВТ-М	29
Авраменко В. П., Микитюк А. В. Исследование эффективности одномерного поиска в задачах многопараметрической оптимизации	32
Бодянский Е. В. Об одном комбинированном алгоритме адаптивной оптимизации	36
Шостаков В. Ф., Онушев А. В. Об адаптивной иерархической системе алгоритмов оперативной оптимизации сложных объектов управления одного класса	40
Шостаков В. Ф., Лысенков Н. А. О формальном подходе к задаче векторной оптимизации в оперативном управлении технологическими объектами	47
Рухенко О. Г., Бодянский Е. В. Последовательное планирование эксперимента в задачах с целевыми неравенствами	52
Свиридов В. В., Мороз Б. И. Определение характеристик обслуживания связным процессором входных потоков информации в сети ЭВМ коллективного пользования	56
Свиридов В. В., Мороз В. И. К вопросу об организации обмена информацией в сети ЭВМ коллективного пользования	60
Забродский В. А., Иващенко П. А. Понятие $\{k, l\}$ -устойчивости экономико-производственной системы	63
Князева С. А., Малых О. Н. Классы расписаний и алгоритмы их построения	69
Князева С. А., Малых О. Н. Случайный поиск в задачах теории расписаний	75
Горбачев В. А., Федоров Н. В. Оптимальность минимаксных оценок в задаче местоопределения объекта в условиях неопределенности	81
Коробко И. М., Скобов Н. Я. Алгоритм идентификации произвольных объектов управления	84
Таубе В. М., Чапко С. З., Рабинович Г. А., Шубов Г. С., Клаз Я. И. Выбор технических средств сбора информации для АСУ ТП трубопроводных объектов коммунального хозяйства	93
Кривуля Г. Ф., Кузнецов А. Н. Распознавание сигналов с применением ЦВМ	100
Чуркин В. Н. Построение тестов для узлов, имеющих n выходов	106
Мегешкин А. А., Рябуха Н. Д. Обнаруживающая способность аппаратурного контроля цифровых устройств	112
Челанов В. В., Лошаков В. А. Характеристики надежности радиотехнических систем с циклическим контролем работоспособности	117
Кривуля Г. Ф., Немченко В. П., Кирьяков Ю. К. О контроле функционирования цифровых устройств по выходным реакциям	121
Рай Л. И., Пакин Ю. П. Оценка эффективности систем передачи информации с синхронным накоплением	128
Катков Ф. А., Жураковский Ю. П., Дець Г. Д., Куприенко А. М. Формирование электрических сигналов устройствами дискретного действия	131
Попов В. А. О законах распределения трансформированной погрешности в управляющей ЦВМ	136
Какурин Н. Я., Баринков А. К. Матрицы переходов многозначных триггеров	138

УДК 681.05.015

Об одном подходе к проблеме управления системами подачи и распределения воды. Евдокимов А. Г., Тевяшев А. Д. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 3—10.

Рассмотрен новый подход к решению задачи оперативного управления потокораспределением в системах водоснабжения в условиях неполной информации об управляемом объекте. Список лит.: 3 назв.

УДК 681.05.015

Об одном подходе к идентификации параметров модели потокораспределения в водопроводной сети. Евдокимов А. Г., Горбачев В. А., Тевяшев А. Д., Петров А. С. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 10—15.

Рассматривается задача идентификации параметров математической модели установившегося потокораспределения в водопроводных сетях. Список лит.: 5 назв.

УДК 62.506.2

Об уравнениях теории интеллекта. Шабанов-Кушнаренок Ю. П. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 15—21.

Изучаются канонические уравнения алгебры предикатов, которые могут быть использованы для математического описания интеллектуальной деятельности. Список лит.: 3 назв.

УДК 62.506.2

Математическое описание конечных бинарных отношений. Шабанов-Кушнаренок Ю. П. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 22—29.

Предлагается способ унифицированного представления конечных бинарных отношений средствами алгебры конечных предикатов. Список лит.: 3 назв.

УДК 519.687.8

Сервис связей программы для ЭВМ АСВТ-М. Корон А. В. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 29—31.

Описаны программы, обслуживающие вызовы (возможно рекурсивные) подпрограмм и сопрограмм. Список лит.: 2 назв.

УДК 62—50

Исследование эффективности одномерного поиска в задачах многопараметрической оптимизации. Авраменко В. П., Никитюк А. В. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 32—36.

Рассмотрены алгоритмы одномерного поиска, приведены их сравнительные характеристики. Табл. 2. Список лит.: 3 назв.

УДК 62.50

Об одном комбинированном алгоритме адаптационной оптимизации. Бодянский Е. В. — Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 36—40.

Разработан алгоритм последовательной симплексной оптимизации, в котором движение центров тяжести симплексов осуществляется аналогично градиентному методу. Список лит.: 4 назв.

Об адаптивной иерархической системе алгоритмов оперативной оптимизации сложных объектов управления одного класса. Шостак В. Ф., Онушен А. В.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 40—47.

Рассматривается адаптивная иерархическая система алгоритмов решения задачи оперативной оптимизации сложных объектов управления одного класса. Табл. 2. Ил. 2. Список лит.: 6 назв.

УДК 658.527

О формальном подходе к задаче векторной оптимизации в оперативном управлении технологическими объектами. Шостак В. Ф., Лысенков Н. А.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 47—51.

Рассматривается задача оперативной оптимизации по векторному критерию. Табл. 2. Список лит.: 4 назв.

УДК 519.28

Последовательное планирование эксперимента в задачах с целевыми неравенствами. Руденко О. Г., Бодянский Е. В.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 52—56.

Разработаны процедуры последовательного планирования экспериментов при наличии нескольких функций отклика, когда цель оптимизации задается в виде неравенств. Список лит.: 6 назв.

УДК 681.5

Определение характеристик обслуживания связным процессором входных потоков информации в сети ЭВМ коллективного пользования. Свиридов В. В., Мороз Б. И.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 56—60.

Рассматривается вопрос организации предварительной обработки входных потоков информации связным процессором в сети ЭВМ коллективного пользования. Ил. 1. Список лит.: 6 назв.

УДК 681.5

К вопросу об организации обмена информацией в сети ЭВМ коллективного пользования. Свиридов В. В., Мороз Б. И.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 60—63.

Рассматривается вопрос работы сети ЭВМ коллективного пользования. Список лит.: 4 назв.

УДК 621.369

Понятие $[k, l]$ -устойчивости экономико-производственной системы. Загородский В. А., Иващенко П. А.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 63—69.

На основании понятия плановой ситуации и ситуации функционирования введено определение $[k, l]$ -устойчивости экономико-производственной системы. Список лит.: 6 назв.

УДК 658.05

Классы расписаний и алгоритмы их построения. Канцедая С. А., Малах О. Н.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 69—75.

Излагаются алгоритмы построения квазикомпактных, компактных и незаддерживающих расписаний. Табл. 1. Ил. 1. Список лит.: 6 назв.

УДК 658.05

Случайный поиск в задачах теории расписаний. Канцедая С. А., Ма-

лых О. Н.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 75—81.

Для решения общей задачи составления расписания обработки и требований на m приборах предлагается приближенный метод, основанный на комбинации процедуры Монте-Карло с локальной оптимизацией.

УДК 519.82

Оптимальность минимаксных оценок в задаче местоопределения объекта в условиях неопределенности. Горбачев В. А., Федоров Н. В.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 81—83.

Описаны результаты определения условий, когда минимаксные оценки, применяемые при решении задачи местоопределения объекта в условиях неопределенности, оптимальны. Список лит.: 3 назв.

УДК 62—50

Алгоритм идентификации промышленных объектов управления. Коробко И. М., Скобов Н. Я.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 84—93.

Дается описание алгоритма идентификации динамических характеристик промышленных объектов управления по данным пассивного эксперимента. Ил. 2. Список лит.: 4 назв.

УДК 681.322 : 628.1 + 658.011.56

Выбор технических средств сбора информации для АСУ ТП трубопроводных объектов коммунального хозяйства. Таубе В. М., Цапко С. З., Рабинович Г. А., Шубов Г. С., Клаз Я. И.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 93—100.

Рассмотрены вопросы выбора технических средств для АСУ ТП трубопроводных объектов на базе комплекса технических средств для локальных информационно-управляющих систем (КТС ЛИУС) и вычислительного комплекса М-6000, Ил. 3.

УДК 621.391.193

Распознавание сигналов с применением ЦВМ. Кривуля Г. Ф., Кузнецов А. Н.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 100—105.

Изложена одна из возможных методик построения обучающей выборки для распознавания случайных сигналов с использованием предварительной обработки данных о сигнале. Табл. 3. Ил. 2. Список лит.: 2 назв.

УДК 681.326

Построение тестов для узлов, имеющих n выходов. Чуркин В. Н.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 106—112.

Рассматривается метод построения тестов для комбинационных узлов, имеющих n выходов. Табл. 8. Ил. 3. Список лит.: 4 назв.

УДК 621.391.154

Обнаруживающая способность аппаратного контроля цифровых устройств. Метешкин А. А., Рябуха Н. Д.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вища школа», 1979, с. 112—116.

Излагается методика вычисления показателей обнаруживающей способности аппаратного контроля цифровых устройств. Табл. 1. Список лит.: 3 назв.

УДК 621.396.664

Характеристики надежности радиотехнических систем с циклическим контролем работоспособности. Челпанов В. В., Лошаков В. А.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 117—121.

Рассматриваются характеристики надежности сложных радиотехнических систем (РТС) при случайном периоде контроля, зависящем от параметров потока входной информации. Ил. 1. Список лит.: 2 назв.

УДК 621.317

О контроле функционирования цифровых устройств по выходным реакциям. Кривуля Г. Ф., Немченко В. П., Кирьяков Ю. К.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 121—127.

Рассмотрены способы контроля выходных реакций проверяемого устройства по уровням и по длительности. Табл. 2. Ил. 2. Список лит.: 3 назв.

УДК 621.391.154

Оценка эффективности систем передачи информации с синхронным накоплением. Рай Л. И., Пакин Ю. П.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 128—130.

Предлагается методика оценки эффективности систем передачи информации. Ил. 3. Список лит.: 2 назв.

УДК 621.391.154

Формирование электрических сигналов устройствами дискретного действия. Катков Ф. А., Жураковский Ю. П., Дець Г. Д., Купrienko A. M.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 131—134.

Рассмотрены принципы формирования электрических сигналов заданной формы устройства дискретного действия. Ил. 2. Список лит.: 4 назв.

УДК 681.142.1

О законах распределения трансформированной погрешности в управляющей ЦВМ. Попов В. А.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 135—138.

В предположении случайного характера исходных операндов и их ошибок определяются законы распределения трансформированных погрешностей при реализации элементарных функций на управляющей ЦВМ. Список лит.: 4 назв.

УДК 681.325

Матрицы переходов многозначных триггеров. Какурин Н. Я., Баршнов А. К.— Автоматизированные системы управления и приборы автоматики, вып. 51. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Харьков, издательское объединение «Вншшкола», 1979, с. 138—144.

Алгоритм составления матриц переходов многозначных триггеров (число состояний более двух) иллюстрируется примерами для трехзначной логики с последующим обобщением на случай логики с произвольной значностью. Табл. 2. Ил. 2. Список лит.: 5 назв.

Автоматизированные системы управления и приборы автоматики.

1979, вып. 51, 1 — 142 + 3.

1 р. 40 к.

