

681.5
A22

8
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

34

621349
ВЫПУСК

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ**

Республиканский межведомственный тематический
научно-технический сборник

Выпуск 34

Редактор *Л. Ф. Кизилова*
Обложка художника *И. Ф. Крисоручко*
Технический редактор *Г. П. Александрова*
Корректор *Л. П. Пиленко*

Сдано в набор 11/XI 1974 г. Подписано в печать 20/III 1975. Формат 60×90^{1/16}.
Бумага типографская № 3. Усл.-печ. л. 11,5. Уч.-изд. л. 11,1. Тираж 2000.
Заказ 4-2355. ВЦ 50085. Цена 74 коп.

Издательство издательского объединения «Вища школа» при
Харьковском государственном университете.
310003, Харьков, 3, Университетская, 16.

Отпечатано с матриц книжной фабрики «Коммунист» Республи-
канского производственного объединения «Полиграфинга»
Госкомиздата УССР в Харьковской городской типографии № 16
Областного управления по делам издательства, полиграфии
и книжной торговли, Харьков-3, Университетская, 16. Зак. 1357.

Статистический характер одной из основных задач управления производством — принятие решений — предопределяет появление определенных проблем в реализации функции управления. Используемые в настоящее время эвристические методы принятия решений, базирующиеся только на опыте и квалификации руководителя, не могут обеспечить высокую экономическую эффективность производства.

В данной работе рассматривается задача определения оптимальной вероятности P_{opt} безотказного функционирования системы с двухуровневой иерархической структурой управления производством в части принятия решения [1]. Под вероятностью безотказного функционирования системы понимается вероятность рационального принятия решения руководителем, которое характеризуется минимизацией потерь производства и дополнительных затрат на обработку задержанной руководителем информации.

Вероятность рационального принятия решения руководителем определяется выражением

$$P = P_1 \cdot P_2, \quad (1)$$

где P_1 — вероятность того, что руководитель переработает всю информацию, поступающую ему от техаппарата;

$P_1 = const$ для конкретного руководителя (по материалам статистической обработки данных);

P_2 — вероятность того, что техаппарат выдает руководителю объем информации $q_b < V_{max}$ [2], причем события с вероятностями P_1 и P_2 независимы.

В настоящей работе для упрощения принимаем $P_1 = 1$, тогда

$$P = P_2. \quad (2)$$

В исследуемой системе управления производством руководитель производства — подсистема верхнего уровня. Подсистема нижнего уровня — техаппарат руководителя.

Функционирование подсистемы верхнего уровня описывается следующим образом:

$$F_b = M [F; C] \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$P(F < B_{cs}) \geq \beta, F > 0, 0 < \beta < 1, \quad (4)$$

где $M[F, C]$ — математическое ожидание случайных величин; F — частота возвращения к принятию решения, определяющая тот интервал времени, через который возникает необходимость в коррекции решения (по набранной статистике F — нормально распределенная случайная величина);

C — дополнительные затраты на обработку задержанной руководителем информации;

V_{z_1} — значение частоты возвращения к принятию решения в статическом режиме.

Подсистема нижнего уровня:

$$F_n = M[C_0, (q_T - q_p)] \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$P_2(q_p < V_{\max_p}) \geq \alpha, \quad q_T, q_p > 0, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (6)$$

где $M[C_0, (q_T - q_p)]$ — математическое ожидание случайных величин q_T, q_p ;

C_0 — дополнительные затраты на обработку одного задержанного руководителем документа;

q_T, q_p — случайные величины количества информации в дискретные моменты времени, поступающие техаппарату и руководителю соответственно;

V_{\max_p} — максимальный объем информации, который руководитель в состоянии обработать в силу ограниченности психофизиологических возможностей человека (по материалам статистической обработки данных V_{\max_p} — нормально распределенная случайная величина).

В верхний уровень передается информация об оптимальном функционировании подсистемы нижнего уровня. Вектор состояния верхнего уровня формируется по информации, находящейся в подсистеме верхнего уровня, и информации об оптимальном функционировании подсистемы нижнего уровня, т. е.

$$Z_i = (kF + C).$$

Введем следующее предположение и проведем анализ свойств системы, описываемой условиями (3)–(6), которая удовлетворяет вводимому предположению.

Пусть преобразование Z такое, что функция распределения случайной величины $Z - F_Z$ зависит от P_2 следующим образом:

$$F(Z, P_2), D_Z(P_2) \geq D_Z(P_2'), \text{ если } P_2 < P_2',$$

где D_Z — дисперсия Z .

Из этого предположения следует, что чем более жесткие требования предъявляются к выдерживанию ограничений подсистемой, тем меньше вероятность появления ошибок в ее функционировании [3].

Отметим свойства системы, описываемой (3)–(6), которая удовлетворяет введенному предположению. Ограничения (6) вы-

секают в пространстве переменных q_p множество Q_p , зависящее от значений вероятности P . Введем функцию

$$\varphi(P_2) = \min F(q_p)$$

Тогда справедливо следующее утверждение.

Функция $\varphi(P_2)$ — монотонно неубывающая функция P_2 при $P_2 \in [0, 1]$. Доказательство утверждения приведено в работе [3]. Следовательно, при увеличении вероятности P_2 подсистема нижнего уровня несет потери за счет увеличения функции $\varphi(P_2)$, что подтверждается на практике, так как дополнительные затраты техаппарата (5) на организацию функционирования системы с заданной вероятностью безотказной работы, т. е. дополнительные затраты на обработку задержанной (необработанной) руководителем информации, растут с увеличением P_2 . С другой стороны, при уменьшении P_2 подсистема верхнего уровня несет потери за счет увеличения частоты возвращения к принятию решения, т. е. функция потерь подсистемы верхнего уровня — монотонно убывающая функция.

Таким образом, создается конфликтная ситуация, решение которой заключается в выборе такого значения вероятности рационального принятия решения P_{2opt} , при котором минимизируются потери во всей системе в целом [1]. Сформулированная задача решается методами параметрического программирования.

Применительно к нашей задаче исследуемая система запишется так. Подсистема нижнего уровня:

$$F_n = M[G_0; (q_T - q_p)] \rightarrow \min, \quad (5a)$$

$$P_2(q_p < V_{max_p}) \geq \alpha, q_p > 0. \quad (6a)$$

Пусть

$$y(P_2) = \min_{q_p} F_n, \quad (7)$$

$$Z = kF + y(P_2), \quad (8)$$

где kF — потери подсистемы верхнего уровня за счет изменения частоты возвращения к принятию решения;

kF — нормально распределенная случайная величина с

$$M[kF] = k\bar{F}(P_2), \quad \sigma[kF] = k^2\bar{F}(1 - P_2),$$

так как F — нормально распределенная случайная величина по условию. Таким образом, преобразование Z удовлетворяет введенному предположению.

Подсистема верхнего уровня:

$$F_p = M[Z] \rightarrow \min, \quad (9)$$

$$P(Z < C_{non}) \geq \beta_1, Z > 0, 0 < \beta_1 < 1. \quad (10)$$

Выражение (9) описывает критерий функционирования всей системы в целом. Преобразуем вероятностное ограничение (6a) к детерминированному виду

$$q_p < \bar{V}_{max_p} + \mu(P_2) \sigma[V_{max_p}], \quad (11)$$

где:

$$V_{\max_p} = M[V_{\max_p}],$$

$\mu(P_2) = \Phi^{-1}(1 - P_2)$, Φ — интеграл Лапласа.

Пусть $\psi(\rho) = \min F_n$. Тогда для задачи параметрического линейного программирования (5а) — (6а) с учетом (11) справедлива теорема из работы [4]. Так как известны статистические характеристики Z , то с учетом этого преобразуем условия задачи (9) — (10):

$$M[Z] = k\bar{F}(P_2) + \varphi(P_2) \rightarrow \min. \quad (12)$$

Вследствие выпуклости функций $k\bar{F}(P_2)$ и $\varphi(P_2)$ согласно теореме [4] критерий (12) является выпуклым по P_2 .

Преобразуем ограничения (10) согласно работе [4]:

$$\begin{aligned} P(Z \leq C_{\text{доп}}) = P\{kF + \varphi(P_2) \leq C_{\text{доп}}\} = \\ = P\{\varphi(P_2) - C_{\text{доп}} \leq -kF\} > \beta_1. \end{aligned} \quad (13)$$

После перехода от вероятностных ограничений к детерминированным с учетом (8) получим

$$[kF + \varphi(P_2)] - C_{\text{доп}} \leq k\sqrt{[k^2F(1 - P_2)]^2}, \quad (14)$$

где $k = \Phi^{-1}(1 - \beta_1)$.

Таким образом, для определения оптимального значения $P_{2\text{опт}}$ надо решить выпуклую задачу детерминированного программирования (12) — (14), используя известные методы.

Знание руководителем V_{\max_p} , статистических данных по руководству производством, потерь C и kF позволяет определить методом параметрического линейного программирования $P_{\text{опт}}$.

Определение $P_{\text{опт}}$ -оптимальной вероятности рационального принятия решения позволяет обеспечить рациональную информационную загрузку руководителя с целью повышения эффективности управления, а также построить алгоритм управления формированием массивов информации для руководителя техническим аппаратом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курьян И. В. Оценка эффективности и оптимизация АСКУ. М., «Сов. радио», 1971. 294 с.
2. Курьян И. В., Бурко Н. Г., Мирошниченко В. Т. Количественная оценка полного объема информации, необходимого для принятия решения руководством. — Сб.: Вопросы диагностики. Вып. 10. ТРТИ, Таганаг, 1973, с. 61—66.
3. Лавриненко В. П. «Кибернетика и вычислительная техника», вып. 19. Киев, «Наукова думка», 1973, с. 9—13.
4. Гольмштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., «Сов. радио», 1966. 457 с.

Конфликтная ситуация в экономике, как правило, исчерпывается не сразу. Игроки, предвидя развязку конфликта, пытаются использовать имеющиеся в их распоряжении время и резервы для обеспечения благоприятных условий, в которых будет протекать игра. Мероприятия, направленные на создание таких условий, состоят для каждого игрока в повышении эффективности своих стратегий. Этого можно достичь за счет резервов, которыми располагают игроки и могут распоряжаться по своему усмотрению.

Описанная ситуация представляет собой двухэтапную игру. Первый этап заключается в распределении резервов между мероприятиями, направленными на улучшение тех или иных стратегий с учетом выигрыша, полученного в результате реализации второго этапа игры, т. е. реализации конфликтной обстановки, сложившейся после того, как будут израсходованы все резервы. Эту же задачу можно трактовать как игру в игре, и мы условно назовем первый этап (распределение резервов) первичной игрой, а второй — (реализацию окончательно сложившейся обстановки) — вторичной игрой.

Поэтапная конструкция задачи подсказывает подход к решению, который должен быть аналогичен методу динамического программирования, т. е. сперва решается вторичная игра, затем первичная, в результате чего получается оптимальное значение платы, и только после этого выясняется оптимальное поведение.

В данной работе решается следующая задача: максимизирующий игрок A обладает резервом X , а минимизирующий B — резервом Y ; вторичная игра является игрой 2×2 , и игрок A использует количество x резерва на улучшение своей первой стратегии и $X - x$ — на улучшение второй. Аналогично игрок B дробит свой резерв на y и $Y - y$. До распределения резервов платежная матрица игры имеет стандартный вид (рис. 1, а), после распределения и использования этих резервов — вид, представленный на рис. 1, г. Использование резервов игроком A приводит к увеличению элементов платежной матрицы, прямо пропорциональному вложенным ресурсам (коэффициенты пропорциональности представлены матрицей на рис. 1, б). Аналогично использование ресурсов B приводит к уменьшению элементов платежной матрицы.

Таким образом, первичная игра является бесконечной игрой, стратегией A является $0 < x < X$, стратегией B — $0 < y < Y$. Плата определяется оптимальным решением вторичной игры. Предположим, что в первичной игре обоим игрокам известно

поведение противника, т. е. задача является игрой с полной информацией.

а		
	B_1	B_2
A_1	a'	b'
A_2	c'	d'

б		
	B_1	B_2
A_1	a_1	a_2
A_2	a_3	a_4

в		
	B_1	B_2
A_1	β_1	β_2
A_2	β_3	β_4

	B_1	B_2
A_1	$a = a' + a_1x - \beta_1y$	$b = b' + a_2x - \beta_2(Y-y)$
A_2	$c = c' + a_3(X-x) - \beta_3y$	$d = d' + a_4(X-x) - \beta_4(Y-y)$

д		
	B_1	B_2
A_1	4	2
A_2	1	3

е		
	B_1	B_2
A_1	0,8	0,5
A_2	0,4	0,6

ж		
	B_1	B_2
A_1	0,4	0,6
A_2	0,6	0,3

	B_1	B_2
A_1	$4 + 0,8x - 0,4y$	$2 + 0,5x - 0,6(Y-y)$
A_2	$1 + 0,4(X-x) - 0,6y$	$3 + 0,6(X-x) - 0,3(Y-y)$

Рис. 1.

Решение вторичной игры с платежной матрицей (см. рис. 1, ж) осложняется тем, что элементы этой матрицы представляют собой функции объема резервов и предшествующего поведения. В зависимости от этих факторов игра будет иметь седловую точку

или нет, т. е. ценой игры будет либо a, b, c, d при наличии седловой точки, либо

$$v = \frac{ad - bc}{a + d - b - c}. \quad (1)$$

Рассмотрим последний случай, т. е. предположим, что X и Y имеют значения, позволяющие осуществить ситуацию (1). Игрок A максимизирует v при помощи выбора оптимального управления x^* , игрок B минимизирует v при помощи y^* . Исследование на экстремум (1) приводит к двум уравнениям относительно x^* и y^* :

$$(d - c)[\alpha_1(d - b) + \alpha_2(a - c)] - (a - b)[\alpha_3(d - b) + \alpha_4(a - c)] = 0, \quad (2)$$

$$(d - c)[\beta_1(d - b) - \beta_2(a - c)] - (a - b)[-\beta_3(d - b) + \beta_4(a - c)] = 0.$$

Вторые частные производные от цены игры v по x и y при оптимальных значениях x^* и y^* имеют вид

$$v_x'' = 2 \frac{\alpha_2 \alpha_3 - \alpha_1 \alpha_4}{a + d - b - c};$$

$$v_y'' = 2 \frac{\beta_2 \beta_3 - \beta_1 \beta_4}{a + d - b - c}.$$

v как функция x и y представляет собой гиперboloид, который в зависимости от параметров, входящих в (1), той или иной своей частью попадает в допустимую область изменения аргументов (x и y). Если $v_x'' > 0$ или $v_y'' < 0$, то решение достигается на границе изменения x или y соответственно, если же $v_x'' < 0$ и $v_y'' > 0$, то v (как функция x и y , т. е. плата в первичной игре) имеет седловую точку, в которой, возможно, и достигается решение. Рассмотрим последний, наиболее интересный случай.

Уравнения (2) могут быть преобразованы к виду

$$\frac{d - b}{a - c} = z, \quad \frac{d - c}{a - b} = k \quad (3)$$

при условии

$$(\alpha_1 \beta_3 + \alpha_3 \beta_1) z^2 + (\alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_2 - \alpha_1 \beta_4 + \alpha_4 \beta_1) z - (\alpha_2 \beta_4 + \alpha_4 \beta_2) = 0, \quad (4)$$

$$k = \frac{\alpha_2 z + \alpha_4}{\alpha_1 z + \alpha_2} = \frac{-\beta_3 z + \beta_4}{\beta_1 z - \beta_2}.$$

Таким образом, можно сформулировать следующее условие оптимальности: если во вторичной игре 2×2 нет седловой точки, а в первичной игре распределения запасов с полной информацией она достигается, то отношения разностей диагональных элементов платежной матрицы и соседних с ними элементов

инвариантны по отношению к размерам резервов (условия (3)) и определяются матрицами коэффициентов эффективности использования ресурсов (условия (4)).

Равенства (3) легко преобразуются в систему двух линейных алгебраических уравнений относительно x^* и y^* , которые, следовательно, могут быть линейно выражены через X и Y . Чтобы выяснить область существования x^* и y^* , можно построить границу этой области, положив x^* , y^* равными 0 и X , Y соответственно. Оптимальные значения управлений x^* , y^* можно использовать для получения цены игры. Для этого предварительно преобразуем (1) с учетом (2) и получим выражения для v в виде

$$v^* = \frac{\alpha_1 d - \alpha_1 a - \alpha_2 c + \alpha_3 b}{\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4} = \frac{\beta_1 d - \beta_2 a + \beta_3 c - \beta_4 b}{\beta_1 - \beta_2 + \beta_3 - \beta_4}. \quad (5)$$

Подставляя x^* и y^* в (5), получим v^* как линейную функцию резервов X и Y . При этом линии равной цены игры образуют семейство параллельных прямых.

Наряду с описанным поведением, когда игроки стремятся образовать платежную матрицу вторичной игры без седловой точки, необходимо рассмотреть другое поведение, когда размеры резервов позволяют им выйти на седловую точку. При таком поведении один игрок расходует все свои ресурсы на улучшение одной из стратегий, а второй игрок имеющимися в его распоряжении ресурсами не в состоянии так изменить платежную матрицу, чтобы ликвидация седловой точки была бы ему выгодна. Сравнивая величину платы при первой и второй линиях поведения, можно выяснить, какая из них выгоднее игроку, способному выйти на седловую точку во вторичной игре.

Анализируя задачу в плоскости резервов, найдем области, в которых A и B выгоднее применять вторую линию поведения. Эти области определяются следующими неравенствами:

$$\begin{aligned} \text{для } A \quad & \begin{cases} a' + \alpha_1 X - \beta_1 Y > v^*, \\ b' + \alpha_2 X - \beta_2 Y > v^*. \end{cases} \\ \text{или} \quad & \begin{cases} c' + \alpha_3 X - \beta_3 Y > v^*, \\ d' + \alpha_4 X - \beta_4 Y > v^*. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Для } B \quad & \begin{cases} a' + \alpha_1 X - \beta_1 Y < v^*, \\ c' + \alpha_3 X - \beta_3 Y < v^*. \end{cases} \\ \text{или} \quad & \begin{cases} b' + \alpha_2 X - \beta_2 Y < v^*, \\ d' + \alpha_4 X - \beta_4 Y < v^*. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

а границы этих областей — четырьмя равенствами:

$$\begin{aligned} a' + \alpha_1 X - \beta_1 Y - v^* &= 0, \\ b' + \alpha_2 X - \beta_2 Y - v^* &= 0, \\ c' + \alpha_3 X - \beta_3 Y - v^* &= 0, \\ d' + \alpha_4 X - \beta_4 Y - v^* &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Две области (6), как и две области (7), могут пересекаться (см. рис. 2). Тогда возникает вопрос об оптимальном поведении в общей части перечисленных областей, решить который можно путем сравнения платы при использовании граничных значений управлений x^* или y^* . Так, в численном примере (условия см. на рис. 1, д-з) в общей части областей (6) $a - d > 0$, следовательно, A будет применять стратегию $x = X$, а в общей части областей (7) $B - y = Y$. Линии равной цены игры в рассматриваемых областях образуют семейства параллельных прямых.

В той части пространства (X, Y) , где x^* удовлетворяющее (2), отрицательно или больше X , поведение B определяется вторым из уравнений (2), а полное исследование поведения B идентично описанному выше. Аналогично в области, которая на рис. 2 примыкает к оси абсцисс, поведение A определяется первым из уравнений (2).

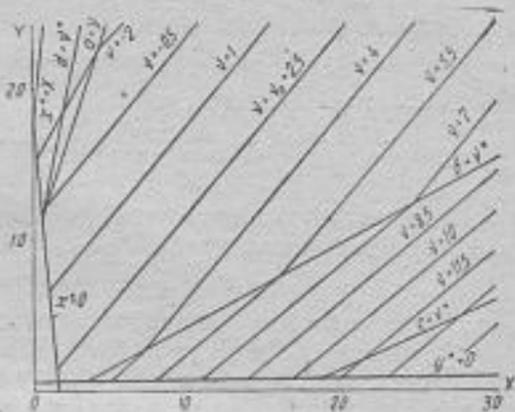


Рис. 2.

УДК 62-505

Е. Я. ИВАНЧЕНКО,
д-р техн. наук,
В. Д. ДОМРИН

**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ
МНОГОСВЯЗНЫМИ СТОХАСТИЧЕСКИМИ
ОБЪЕКТАМИ**

Рассматривается задача синтеза оптимальных управлений многосвязными объектами, подверженными случайным возмущениям. Объекты описываются уравнением

$$\dot{X} + AX = DU + N, \quad (1)$$

где числовые матрицы A и D имеют соответственно размеры $n \times n$, $n \times r$, N — n -мерный вектор случайных возмущений. Ограничивающие условия, накладываемые на синтезируемые управления, заключаются в ограничениях по модулю

$$|u_j| \leq k_j \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

и ограничениях «расходов сигналов» управления

$$\sum_{l=1}^r k_l \int_0^{\infty} M \left| \sum_{k=1}^n d_{ljk} x_k \right| dt = C [x_1(t), \dots, x_n(t)].$$

Из указанного класса управлений необходимо выбрать такие $u(x)$, которые минимизировали бы функционал

$$I = M \int_0^{\infty} \sum_{i,k=1}^n \beta_{ik} x_i x_k dt = M \int_0^{\infty} X T V X dt. \quad (2)$$

Если в уравнении (1) произвести замену

$$DU = V, \quad (3)$$

то согласно [1] можно найти оптимальные управления в виде

$$v_t = -k_t \operatorname{sign} \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} x_k. \quad (4)$$

Постоянные коэффициенты γ_{ik} определяются системой линейных алгебраических уравнений

$$\Gamma A + A \Gamma = B. \quad (5)$$

Для определения истинных оптимальных управлений U необходимо решить систему уравнений (3), решение которой при управлениях (4) является сложной задачей. Поэтому в данной статье предлагается другой подход, который заключается в том, что не следует вводить замену (3).

Рассмотрим квадратичную форму

$$\sum_{i,k=1}^n \gamma_{ik} x_i x_k = X \Gamma X, \quad \gamma_{ik} = \gamma_{ki}.$$

Производная по времени этой квадратичной формы с учетом уравнения (1) при $\dot{N} = 0$ равна

$$\frac{d}{dt} (X \Gamma X) = 2(DU) \Gamma X - X T (\Gamma A + A \Gamma) X. \quad (6)$$

Далее, зададим определенно положительную квадратичную форму

$$\sum_{i,k=1}^n \beta_{ik} x_i x_k = X T V X, \quad \beta_{ik} = \beta_{ki}.$$

Потребуем, чтобы выполнялось соотношение (5), тогда уравнение (6) запишется в виде

$$\frac{d}{dt} (X \Gamma X) = 2(DU) \Gamma X - X T V X. \quad (7)$$

Принтегрировав равенство (7) в пределах от 0 до ∞ и учтя, что для устойчивого стационарного объекта свободное движение с течением времени затухает, получим

$$\int_0^{\infty} X T V X dt = X T(0) \Gamma X(0) + 2 \int_0^{\infty} (DU) \Gamma X dt. \quad (8)$$

Запишем минимизируемый функционал (2) с учетом (7) в скалярной форме

$$I = M \left[\sum_{i,k=1}^n \gamma_{ik} x_i(0) x_k(0) \right] + 2M \int_0^{\infty} \left[u_1 \sum_{i,k=1}^n (d_{1i} \gamma_{ik} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + d_{21}\gamma_{2k} + \dots + d_{l1}\gamma_{lk} + \dots + d_{n1}\gamma_{nk}) x_k + \dots + u_l \sum_{k=1}^n \times \\
 & \times (d_{1l}\gamma_{1k} + d_{2l}\gamma_{2k} + \dots + d_{ll}\gamma_{lk} + \dots + d_{nl}\gamma_{nk}) x_k + \dots + \\
 & \dots + u_2 \sum_{k=1}^n (d_{12}\gamma_{1k} + d_{22}\gamma_{2k} + \dots + d_{l2}\gamma_{lk} + \dots + \\
 & \quad + d_{n2}\gamma_{nk}) x_k \Big] dt.
 \end{aligned}$$

Полученное уравнение запишем в виде

$$I = M \left[\sum_{l,j,k=1}^n \gamma_{lk} x_l(0) x_k(0) \right] + 2M \int_0^T \sum_{j=1}^r u_j \sum_{k=1}^n x_k \sum_{l=1}^n d_{lj} \gamma_{lk} dt, \quad (9)$$

откуда легко получить оптимальные управления

$$u_j = -k_j \operatorname{sign} \sum_{k=1}^n x_k \sum_{l=1}^n d_{lj} \gamma_{lk}. \quad (10)$$

Постоянные коэффициенты γ_{lk} определяются той же системой линейных алгебраических уравнений (5), которая в скалярной форме имеет вид

$$\sum_{p=1}^n (a_{pk}\gamma_{lp} + a_{pl}\gamma_{kp}) = \beta_{lk}, \quad (l, k = 1, 2, \dots, n). \quad (11)$$

Для объектов высокого порядка решение системы (11) затруднительно, поэтому можно применять интегральные квадратичные оценки весовых функций объекта [2, 3].

Рассмотрим действия возмущающих воздействий N на установившийся режим объекта (1). В этом случае уравнение (7) запишем

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \sum_{l,k=1}^n \gamma_{lk} x_l x_k &= - \sum_{l,k=1}^n \beta_{lk} x_l x_k + \\
 & + 2 \left[\sum_{j=1}^r u_j \sum_{k=1}^n x_k \sum_{l=1}^n d_{lj} \gamma_{lk} + \sum_{l=1}^n \gamma_{ll} \sum_{k=1}^n \Gamma_{lk} x_k \right],
 \end{aligned}$$

откуда при оптимальных управлениях (10) имеем

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \sum_{l,k=1}^n \gamma_{lk} x_l x_k &= - \sum_{l,k=1}^n \beta_{lk} x_l x_k - \\
 & - 2 \left[\sum_{j=1}^r k_j \left| \sum_{k=1}^n x_k \sum_{l=1}^n d_{lj} \gamma_{lk} \right| - \sum_{l=1}^n \gamma_{ll} \sum_{k=1}^n \gamma_{lk} x_k \right].
 \end{aligned}$$

Таким образом, при оптимальных управлениях (10) и при соблюдении неравенства

$$\sum_{j=1}^r k_j \left| \sum_{k=1}^n x_k \sum_{l=1}^n d_{lj} \gamma_{lk} \right| > \sum_{l=1}^n \gamma_{ll} \sum_{k=1}^n \gamma_{lk} x_k$$

возмущающие воздействия, H_t , приложенные к объекту, не будут вызывать отклонений фазовых координат. Если дифференциальные уравнения объекта записаны в относительных единицах, то $|u_j| < 1$. В этом случае получим условия невозмущаемости объекта (1) при оптимальных управлениях

$$u_j = -\text{sign} \sum_{k=1}^n x_k \sum_{i=1}^n d_{ij} \gamma_{ik}$$

в виде

$$|\gamma_{it}| \leq d_{i1} + d_{i2} + \dots + d_{in} \quad (12)$$

Следует отметить, что, используя методику [1, 3], полученные результаты можно применить к нестационарным многосвязным, а также к нейтральным объектам.

В качестве примера рассмотрим процесс флотации угля, представленный при некоторых допущениях многосвязным стохастическим объектом [4]:

$$\dot{X} + AX = DU + H, \quad (13)$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} \\ 0 & 0 \\ d_{41} & d_{42} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_2 \\ 0 \\ \gamma_4 \end{bmatrix}$$

Необходимо синтезировать управления u_j ($j = 1, 2$), минимизирующие функционал

$$I = \int_0^{\infty} M \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} x_i^2 dt,$$

управления должны удовлетворять ограничениям

$$|u_j| < 1, \quad 2 \int_0^{\infty} M \left| \sum_{k=1}^4 \gamma_{jk} x_k \right| dt = C. \quad (14)$$

В данном случае уравнение (9) с учетом возмущений имеет вид

$$I = \int_0^{\infty} M \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} x_i^2 dt = M \left[\sum_{k=1}^4 \gamma_{ik} x_i(0) x_k(0) \right] + \\ + 2M \int_0^{\infty} \left[u_1 \sum_{k=1}^4 (d_{21} \gamma_{2k} + d_{41} \gamma_{4k}) x_k + u_2 \sum_{k=1}^4 (d_{22} \gamma_{2k} + \right. \\ \left. + d_{42} \gamma_{4k}) x_k + \gamma_2 \sum_{k=1}^4 \gamma_{2k} x_k + \gamma_4 \sum_{k=1}^4 \gamma_{4k} x_k \right] dt$$

Минимум данного функционала при (14) будет иметь место при управлениях вида

$$u_1 = -\text{sign} \sum_{k=1}^4 (d_{21} \beta_{2k} + d_{41} \beta_{4k}) x_k,$$

$$u_2 = -\text{sign} \sum_{k=1}^4 (d_{22} \beta_{2k} + d_{42} \beta_{4k}) x_k.$$

Решая систему (11) находим коэффициенты $\gamma_{ik} = \gamma_{ki}$

$$\gamma_{11} = -\frac{a_{22}^2 + a_{21}^2 - a_{12}a_{21}}{2a_{12}a_{21}a_{22}}, \quad \gamma_{12} = \frac{1}{2a_{21}}, \quad \gamma_{22} = \frac{1 - a_{21}}{2a_{22}},$$

$$\gamma_{33} = -\frac{a_{44}^2 + a_{43}^2 - a_{34}a_{43}}{2a_{34}a_{43}a_{44}}, \quad \gamma_{34} = \frac{1}{2a_{43}}, \quad \gamma_{44} = \frac{1 - a_{43}}{2a_{44}},$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{14} = \gamma_{23} = \gamma_{24} = 0.$$

Для параметров системы (13), описывающей флотопроецс
 $a_{12} = -1$; $a_{21} = 0,0166$; $a_{22} = 0,266$; $a_{34} = -1$; $a_{43} = 0,0399$;
 $a_{44} = 0,4$; $d_{21} = 0,0152$; $d_{22} = 0,0598$; $d_{41} = 0,0078$; $d_{42} = 0,0244$;
 получены оптимальные управления

$$u_1 = -\text{sign}(0,458x_1 + 1,75x_2 + 0,098x_3 + 0,854x_4), \quad (15)$$

$$u_2 = -\text{sign}(1,801x_1 + 6,884x_2 + 0,306x_3 + 0,795x_4).$$

Условия невозмущаемости (12) при оптимальных управлениях имеют вид

$$|\gamma_{22}| \leq d_{21} + d_{22}, \quad |\gamma_{44}| \leq d_{41} + d_{42}.$$

Случайные возмущения удовлетворяют условию дельта-коррелированности [5], т. е.

$$M\eta_i(t) = 0, \quad M\eta_i(t)\eta_j(t+\tau) \approx B_i\delta(\tau),$$

где

$$B_2 = 2\pi G_{\eta_2, \eta_2, \text{ср}} = 2 \cdot 10^{-4},$$

$$B_4 = 2\pi G_{\eta_4, \eta_4, \text{ср}} = 2,96 \cdot 10^{-5}.$$

Следовательно, случайные возмущения η_i при оптимальных управлениях (15) не будут вызывать отклонений зольности концентрата, флотохвостов и их производных от невозмущенного состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1969. 240 с.
2. Красовский А. А. Интегральные оценки моментов и синтез линейных систем. — «Автоматика и телемеханика», 1967, № 10, с. 53—71.
3. Красовский А. А. Статическая теория переходных процессов в системах управления. М., «Наука», 1969. 240 с.
4. Салига В. И., Хаджикин Н. Р. Решение задачи идентификации стационарных управляемых объектов обогащательной технологии. — *Zbornik Radova Jugosla, Svezak I, Zagreb*, 1970, с. 145—155.
5. Иванченко Е. Я., Салига В. И., Дворин В. П. О возможности аппроксимации возмущающих воздействий процессом флотации дельта-коррелированным случайным сигналом. — «Приборы и системы автоматизации». Вып. 28, 1973, с. 95—97.

Качество многоканального управления можно охарактеризовать различными статистическими критериями. В частности, удобной и распространенной характеристикой качества многоканального двухпозиционного регулирования является средняя частота выходов регулируемого процесса из технологической нормы (допуска). Эта частота распадается на две составляющие, $n = n_1 + n_2$, одна из которых зависит только от амплитуды управляющего воздействия, а другая — только от его временного запаздывания.

В предположении, что нестабилизированный процесс описывается случайной стационарной нормально распределенной функцией времени, имеющей непрерывно дифференцируемые реализации, и контрольная норма располагается по центру технологической нормы, первая, так называемая амплитудная, составляющая n_1 с высокой точностью описывается зависимостью [1]

$$n_1 = n_0 \exp \left\{ \frac{(u + a)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (1)$$

где n_0 — средняя частота пересечений нестабилизированным процессом нулевого уровня

$$n_0 = \frac{u}{\pi}, \quad (2)$$

u — абсолютная величина полуразности технологической и контрольной норм (так называемый запас нормы [2]), a — амплитуда управляющего воздействия, приведенная к выходу объекта управления, σ^2 и $(\dot{\sigma})^2$ — дисперсия процесса и его скорости соответственно

Там же, в работе [1], определена вторая, названная фазовой, составляющая n_2 для идеальной безынерционной системы. Ниже получено аналитическое выражение фазовой составляющей для системы, линейная часть которой содержит запаздывающее звено. С учетом результата работы [3] полученное решение описывает более общий случай функционирования реальной многоканальной системы, подверженной воздействию малых помех.

Пусть τ_0 — цикл опроса регулируемого процесса, а τ_1 — постоянное запаздывание по данному каналу. Фазовую составляющую n_2 можно подсчитать так: проинтегрировать в интервале $(0, \tau_1 + \tau)$ условную плотность вероятности выходов [4] нестабилизированного процесса за технологический уровень, полученный результат усреднить по τ , считая его случайной величиной, равномерно распределенной в интервале цикла опроса $(0, \tau_0)$, и помножить на n_0 .

С точностью до относительной погрешности $\left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^2$ условная плотность вероятности выходов процесса описывается выражением

$$W(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\alpha}{t^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{t^2}\right), \quad (3)$$

интегрирование которого по t в интервале $(0, \tau_1 + \tau)$ дает

$$\int_0^{\tau_1 + \tau} W(t) dt = 1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right), \quad (4)$$

$\Phi(z)$ — интеграл вероятности вида [5]

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-v^2) dv, \quad (5)$$

параметр α равен

$$\alpha = \frac{u}{\sqrt{2\sigma\tau}}.$$

Усредним результат (4) по τ

$$\begin{aligned} I(\tau_0, \tau) &= M_{\tau \in (0, \tau_0)} \left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right) \right] = \\ &= \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right) \right] d\tau = 1 - z_0 \int_{z_1}^{z_+} \frac{\Phi(z)}{z^2} dz. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь z_0 , z_1 и z_+ равны соответственно

$$z_0 = \frac{\alpha}{\tau_0}, \quad z_1 = \frac{\alpha}{\tau_1}, \quad z_+ = \frac{\alpha}{\tau_0 + \tau}.$$

Последний интеграл может быть взят по частям

$$\int_{z_1}^{z_+} \frac{\Phi(z)}{z^2} dz = \frac{\Phi(z)}{z} \Big|_{z_1}^{z_+} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} Ei(-z^2) \Big|_{z_1}^{z_+}, \quad (7)$$

после чего результат усреднения принимает вид

$$I(\tau_0, \tau) = \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_0}\right) \phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau_0}\right) - \frac{\tau_1}{\tau_0} \phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1}\right). \quad (8)$$

Здесь $Ei(-y)$ — интегральная показательная функция типа [6]

$$-Ei(-y) = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} \exp(-v) dv, \quad (9)$$

а $\phi(z)$ — обобщенная функция обтекающего запаздывания [7]

$$\phi(z) = 1 - \Phi(z) + \frac{z}{\sqrt{\pi}} Ei(-z^2). \quad (10)$$

Выражение (8) дает завышенное значение отношения n_2 к n_0 . Положив в нем $\tau_1 = 0$, получим соответствующий результат для многоканальной безынерционной системы [1]

$$I(\tau_0, 0) = \psi\left(\frac{a}{\tau_0}\right). \quad (11)$$

Устремив же τ_0 к нулю и раскрыв неопределенность

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\tau_0} \left[\psi\left(\frac{a}{\tau_0 + \tau_1}\right) - \psi\left(\frac{a}{\tau_1}\right) \right],$$

получим результат для обычной одномерной системы с запаздыванием

$$I(0, \tau_1) = 1 - \Phi\left(\frac{a}{\tau_1}\right). \quad (12)$$

Этот результат следует непосредственно и из соотношения (4).

Итак, рассматриваемый статистический показатель качества системы по одному каналу равен

$$n = n_0 \left[\exp\left(-\frac{(a+a)^2}{2a^2}\right) + \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_0}\right) \psi\left(\frac{a}{\tau_1 + \tau_0}\right) - \frac{\tau_1}{\tau_0} \psi\left(\frac{a}{\tau_1}\right) \right]. \quad (13)$$

Наличие таблиц интеграла вероятности [5] и интегральной показательной функции [6] сводит процедуру расчета этого показателя к простым алгебраическим операциям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гребень И. И., Болмышев А. Д. Расчетные соотношения средней частоты аварийных выбросов управляемого процесса. — «Вестник Киевск. политехн. ин-та, сер. автоматика и электроприборостроения», 1968, с. 17–21.
2. Болмышев А. Д. Централизованный контроль качества. — «Стандарты и качество», 1970, № 11, с. 39–42.
3. Гребень И. И., Болмышев А. Д. Сравнительная оценка влияния чистого и линейного запаздывания на среднюю частоту аварийных выходов управляемого процесса. — В кн.: Отбор и передача информации. Вып. 16. Киев, «Наукова думка», 1968, с. 54–61.
4. Болмышев А. Д. Условная плотность выбросов контролируемого процесса при централизованном управлении. — «Автоматика и телемеханика», 1966, № 4, с. 168–178.
5. Таблицы вероятностных функций. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1970. 301 с.
6. Таблицы интегральной показательной функции. М., Изд-во АН СССР, 1954. 300 с.
7. Гребень И. И., Болмышев А. Д. Централизованный контроль с переменным шагом опроса контролируемых пунктов. ч. I и II. — «Автоматика», 1967, № 6, с. 61–67.

Постановка задачи

При синтезе оптимальной линейной системы фильтрации n -мерного марковского сигнала типа Ито предполагаются заданными модель сигнала [1]

$$\dot{z} = Az + B\zeta \quad (1)$$

и модель наблюдения

$$x = Cz + \xi, \quad (2)$$

где $z = z(t)$; $x = x(t)$; $\zeta = \zeta(t)$; $\xi = \xi(t)$ — соответственно n , l , m l -мерные векторы.

В случае полного задания или информации параметры модели $A = A(t)$, $B = B(t)$, $C = C(t)$ представляют собой матрицы размерностей $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(l \times n)$ соответственно, априори известны, так же, как и ковариационные матрицы $S = S(t)$, $R = R(t)$ взаимно-некоррелированных шумов, ζ и ξ ;

$$\langle \zeta(t) \zeta^T(\tau) \rangle = \delta(t - \tau) S(t);$$

$$\langle \xi(t) \xi^T(\tau) \rangle = \delta(t - \tau) R(t); \quad (3)$$

$$\langle \xi(t) \zeta^T(\tau) \rangle = \langle \zeta(t) \xi^T(\tau) \rangle \equiv 0.$$

В (3) S и R соответственно неотрицательно и положительно определенные матрицы размерностей $(n \times n)$ и $(l \times l)$.

Оптимальная система должна минимизировать функционал качества вида

$$I = \varepsilon^T(t_k) F \varepsilon(t_k) + \int_{t_0}^{t_k} \varepsilon^T(\tau) G(\tau) \varepsilon(\tau) d\tau,$$

где

$\varepsilon(t) = \hat{z}(t) - z(t)$ — вектор ошибки, F , G — весовые матрицы $(n \times n)$

$\hat{z}(t)$ — вектор оценки размерности n .

В практических приложениях часто имеет место случай неполной информации, или неполного задания модели системы. При этом матрицы, характеризующие параметры модели A , B , C , S , R либо все, либо частично неизвестны априори. Решение задачи фильтрации при неполной информации может решаться путем расширения модели сигнала или путем построения адаптивной системы.

При использовании первого способа, если, например, неизвестна матрица $A = (a_{ij})$; $i, j = 1, 2, \dots, n$, или некоторые из

ее элементов a_{ij} , модель сигнала (1) может быть расширена за счет новых компонентов вектора состояния

$$z_{n+i+i} = a_{ij}; \quad i, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

путем добавления линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\dot{z}_{n+k} = a_{n+k, n+k} z_{n+k} + b_{n+k, n+k} \zeta_{n+k}. \quad (4)$$

Параметры дополнительных уравнений (4) $a_{n+k, n+k}$ и $b_{n+k, n+k}$ можно положить априори известными или неизвестными. В первом случае получим новую модель сигнала с увеличенной размерностью. Кроме того, эта модель оказывается нелинейной, а следовательно, задача оптимальной линейной фильтрации с неполной информацией приводится к задаче нелинейной фильтрации. Если при этом параметры дополнительных уравнений $a_{n+k, n+k}$ и $b_{n+k, n+k}$ нельзя считать известными, то необходимо продолжить процесс расширения состояния. Кроме быстрого увеличения размерности модели возникают иные трудности определения начальных условий для дополнительных уравнений и конечных условий для сопряженной системы.

В настоящей статье рассматривается второй способ, использующий адаптивный подход к построению системы фильтрации при неполной информации. Можно показать [2], что неточное задание матриц B, C, S, R в модели сигнала (1) мало сказывается на свойствах оптимальной системы. В то же время погрешности в определении A могут оказать существенное влияние на точность решения задачи оптимизации. Рассмотрим один из возможных способов построения адаптивной системы, способной подстраивать параметры замкнутого контура при помощи корреляционной обратной связи. При неточном задании параметров матрицы A в модели сигнала, корреляционная обратная связь перестраивает параметры системы до тех пор, пока последние не станут равными параметрам модели сигнала. Для построения алгоритма системы с корреляционной обратной связью составляются дифференциальные уравнения адаптивной системы в отклонениях от оптимальной и исследуется устойчивость с помощью второго метода Ляпунова.

Дифференциальные уравнения для оптимальной системы при неизвестной матрице A

Зададим линейную оптимальную систему алгоритмической схемой (см. рис. 1), для которой

$$\dot{\hat{z}} = \hat{K}\hat{z} - \hat{K}G\epsilon + \hat{A}\hat{z}, \quad (5)$$

где $\hat{z} = \hat{z}(t)$ — n -мерный вектор состояния системы фильтрации;

фильтрации. При $\delta A = 0$, т. е. при условии оптимальности системы $U = 0$, кроме того, сигнал U меняет знак при изменении знака δA .

На рис. 2 приведена функциональная схема самонастраивающейся системы фильтрации, использующая условия (10), (11) для настройки матрицы \hat{A} . Контур самонастройки состоит из вспомогательных устройств, вычисляющих матричные переменные

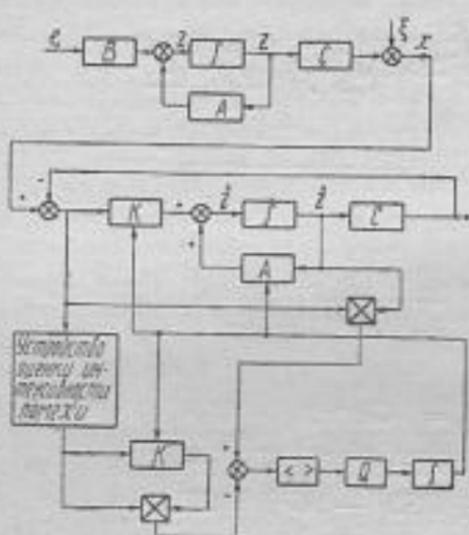


Рис. 2

$\langle e z^T \rangle$ и $\frac{1}{2} KR$, сравнивающего устройства, определяющего матрицу U согласно (11) и исполнительного устройства, в состав которого входит интегратор с матричным коэффициентом Q .

Контур самонастройки на схеме рис. 2 описывается дифференциальным матричным уравнением

$$\frac{d}{dt} \hat{A} = Q \left\{ \langle (x - C\hat{z}) \hat{z}^T \rangle - \frac{KR}{2} \right\}. \quad (12)$$

Для идеальной самонастраивающейся системы

$$\frac{d}{dt} A = Q \left\{ \langle (x - C\hat{z}^*) \hat{z}^{*T} \rangle - \frac{KR}{2} \right\}. \quad (13)$$

Вычитая (13) из (12) и учитывая (5), получим уравнение в отклонениях

$$\frac{d}{dt} \delta A = Q \left\{ \langle \xi \Delta^T \rangle - C \langle e z^T \rangle - \frac{\delta KR}{2} \right\}, \quad (14)$$

где

$$\Delta = e - e^* = \hat{z} - \hat{z}^*. \quad (15)$$

В (12) и (14) предполагается, что действие нахождения математического ожидания, т. е. определение «среднего по множеству» производится абсолютно точно. В реальных схемах, в частности, в исследуемом ниже примере, вместо усреднения по множеству производится усреднение по времени. Такая идеализация усреднения может считаться обоснованной при выполнении двух условий: величина δA является неизвестной заранее, т. е. случайной, но постоянной или медленно меняющейся;

постоянная времени сглаживания схемы усреднения по времени достаточно велика.

Условия, при которых $\delta A = \delta A(t)$ — случайная величина и представима подходящей математической моделью в виде стохастического дифференциального уравнения, в настоящей статье не рассматриваются.

Для полного описания динамики системы необходимо исследовать правую часть уравнения (14).

Прежде всего преобразуем

$$\langle \dot{\xi} \Delta^T \rangle = \langle \dot{\xi} \varepsilon^T \rangle - \langle \dot{\xi} \varepsilon^* T \rangle, \quad (16)$$

где ε и ε^* — решения уравнения (6) и уравнения

$$\dot{\varepsilon}^* = (A - KC) \varepsilon^* + K \dot{\xi} - B \zeta \quad (17)$$

и представимы в виде

$$\varepsilon(t) = v_\varepsilon(t, t_0) \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t v_\varepsilon(t, \tau) \widehat{K}(\tau) \xi(\tau) d\tau - \int_{t_0}^t v_\varepsilon(t, \tau) B(\tau) \zeta(\tau) d\tau, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^*(t) = v_{\varepsilon^*}(t, t_0) \varepsilon^*(t_0) + \int_{t_0}^t v_{\varepsilon^*}(t, \tau) K(\tau) \xi(\tau) d\tau - \\ - \int_{t_0}^t v_{\varepsilon^*}(t, \tau) B(\tau) \zeta(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

где $v_\varepsilon(t, \tau)$ и $v_{\varepsilon^*}(t, \tau)$ — фундаментальные матрицы уравнений (6) и (17) соответственно.

Подставляя (18) и (19) в (16), перепишем (14) в виде

$$\frac{d}{dt} \delta A - QC \langle \varepsilon \varepsilon^T \rangle = 0. \quad (20)$$

Определим дифференциальное уравнение для матричной переменной

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2, \quad (21)$$

где

$$\lambda_1 = \langle \varepsilon \varepsilon^T \rangle; \quad \lambda_2 = \langle \varepsilon \varepsilon^* T \rangle, \quad (22)$$

следовательно,

$$\dot{\lambda}_1 = \langle \dot{\varepsilon} \varepsilon^T \rangle + \langle \varepsilon \dot{\varepsilon}^T \rangle; \quad (23)$$

$$\dot{\lambda}_2 = \langle \dot{\varepsilon} \varepsilon^* T \rangle + \langle \varepsilon \dot{\varepsilon}^* T \rangle$$

Учитывая (1), (3), (5), (14), (15), (17), получим

$$\dot{\lambda}_1 = (A - KC) \lambda_1 + (\delta A - \delta KC) \lambda_1 + \lambda_1 A^T - BSB^T; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_2 = (A - KC) \lambda_2 + \lambda_2 (A - KC)^T + (\delta A - \delta KC) \lambda_2 + \lambda_2 (\delta A - \\ - \delta KC)^T + K R K^T + \delta K R \delta K^T + B S B^T. \end{aligned} \quad (25)$$

Складывая (24) и (25), найдем дифференциальное уравнение для $\dot{\lambda} = \dot{\lambda}_1 + \dot{\lambda}_2$:

$$\dot{\lambda} = (A - KC)\lambda + (\delta A - \delta KC)\lambda + \lambda A - \lambda_2 C^T K^T + \lambda_2 (\delta A - \delta KC)^T + KRK^T + \delta KR\delta K^T. \quad (26)$$

Представляя $\dot{\lambda}_1$ в виде $\dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_1^* + \Delta P$ и учитывая, что $\dot{\lambda}_1^* = 0$, получим уравнение для ΔP ,

$$\Delta \dot{P} = (\delta A - \delta KC)\Delta P + \lambda_2 (\delta A - \delta KC)^T + \delta KR\delta K^T. \quad (27)$$

Представляя λ_2 в виде

$$\lambda_2 = \Gamma + \Delta\Gamma, \quad (28)$$

аналогично находим дифференциальное уравнение для $\Delta\Gamma$:

$$\Delta \dot{\Gamma} = (A - KC)\Delta\Gamma + \Delta\Gamma(A - KC)^T + (\delta A - \delta KC)\Gamma + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T. \quad (29)$$

Исследование устойчивости самонастраивающейся системы фильтрации

Для определения устойчивости самонастраивающейся системы необходимо исследовать систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\delta \dot{A} + Q\delta\Delta P = 0; \quad (30)$$

$$\Delta \dot{P} = (\delta A - \delta KC)\Delta P + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T + \Delta\Gamma(\delta A - \delta KC) + \delta KR\delta K^T; \quad (31)$$

$$\Delta \dot{\Gamma} = (A - KC)\Delta\Gamma + \Delta\Gamma(A - KC)^T + (\delta A - \delta KC)\Gamma + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T. \quad (32)$$

Для уравнения (30) нетрудно определить начальное условие:

$$\delta A|_{t=0} = \delta A_0. \quad (33)$$

Начальные условия для (31), могут быть найдены аналогично.

При исследовании устойчивости (30) — (32) удобно вначале исследовать устойчивость «укороченных» уравнений (30) и (32), полагая

$$\delta K = 0. \quad (34)$$

Если при выполнении условия (34) уравнения динамики устойчивы, то они будут устойчивы при случайных возмущениях $|\delta K| < \infty$. «Укороченная» система уравнений имеет вид

$$\delta \dot{A} + Q\delta\Delta P = 0; \quad (35)$$

$$\Delta \dot{P} = \delta A\Delta P + \Gamma\delta A^T + \Delta\Gamma\delta A^T. \quad (36)$$

Складывая (24) и (25), найдем дифференциальное уравнение для $\dot{\lambda} = \dot{\lambda}_1 + \dot{\lambda}_2$:

$$\dot{\lambda} = (A - KC)\lambda + (\delta A - \delta KC)\lambda + \lambda A - \lambda_2 C^T K^T + \lambda_2 (\delta A - \delta KC)^T + KRK^T + \delta KR\delta K^T. \quad (26)$$

Представляя $\dot{\lambda}_1$ в виде $\dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_1^* + \Delta P$ и учитывая, что $\dot{\lambda}_1^* = 0$, получим уравнение для ΔP ,

$$\Delta \dot{P} = (\delta A - \delta KC)\Delta P + \lambda_2 (\delta A - \delta KC)^T + \delta KR\delta K^T. \quad (27)$$

Представляя λ_2 в виде

$$\lambda_2 = \Gamma + \Delta\Gamma, \quad (28)$$

аналогично находим дифференциальное уравнение для $\Delta\Gamma$:

$$\Delta \dot{\Gamma} = (A - KC)\Delta\Gamma + \Delta\Gamma(A - KC)^T + (\delta A - \delta KC)\Gamma + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T. \quad (29)$$

Исследование устойчивости самонастраивающейся системы фильтрации

Для определения устойчивости самонастраивающейся системы необходимо исследовать систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\delta \dot{A} + Q\delta\Delta P = 0; \quad (30)$$

$$\Delta \dot{P} = (\delta A - \delta KC)\Delta P + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T + \Delta\Gamma(\delta A - \delta KC) + \delta KR\delta K^T; \quad (31)$$

$$\Delta \dot{\Gamma} = (A - KC)\Delta\Gamma + \Delta\Gamma(A - KC)^T + (\delta A - \delta KC)\Gamma + \Gamma(\delta A - \delta KC)^T. \quad (32)$$

Для уравнения (30) нетрудно определить начальное условие:

$$\delta A|_{t=0} = \delta A_0. \quad (33)$$

Начальные условия для (31), могут быть найдены аналогично.

При исследовании устойчивости (30) — (32) удобно вначале исследовать устойчивость «укороченных» уравнений (30) и (32), полагая

$$\delta K = 0. \quad (34)$$

Если при выполнении условия (34) уравнения динамики устойчивы, то они будут устойчивы при случайных возмущениях $|\delta K| < \infty$. «Укороченная» система уравнений имеет вид

$$\delta \dot{A} + Q\delta\Delta P = 0; \quad (35)$$

$$\Delta \dot{P} = \delta A\Delta P + \Gamma\delta A^T + \Delta\Gamma\delta A^T. \quad (36)$$

Уравнение (32) будет устойчивым, если пара матриц A и B полностью управляема, пара матриц A и C полностью наблюдаема, а возмущение δA не делает модель неуправляемой или ненаблюдаемой.

Исследуя устойчивость (35), (36) с помощью второго метода Ляпунова, введем положительно определенную матричную функцию

$$V = 0,5 [\delta A^T L \delta A + \Delta P^T W \Delta P], \quad (37)$$

где L и W — положительно определенные матрицы соответствующих размерностей.

Тогда для устойчивости по Ляпунову необходимо, чтобы производная функции (37) по времени

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \delta A} \frac{d\delta A}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \Delta P} \frac{d\Delta P}{dt} \quad (38)$$

была отрицательно определена. Учитывая (35), (36) получим

$$\dot{V} = -\delta A L Q C \Delta P + \Delta P W \delta A \Delta P + \Delta P W \Gamma \delta A^T + \Delta P W \Delta \Gamma \delta A^T. \quad (39)$$

Полагая $W = (\Gamma + \Delta \Gamma)^{-1}$, транспонируя (39) и обозначая $C^T Q^T L^T = M$, получим условие устойчивости по Ляпунову

$$\det [-\Delta P M \delta A^T + \Delta P \delta A^T \Gamma^{-1} \Delta P + \delta A \Delta P] < 0, \quad (40)$$

что всегда может быть выполнено подбором матрицы M .

Полученный результат свидетельствует о том, что «укороченная» система, т. е. система при $\delta K = 0$ устойчива. Следовательно, если предусмотреть в системе установку оптимального значения K , то последняя будет устойчива по Ляпунову.

Учет возмущения $\delta K \neq 0$ можно выполнить аналогичным способом, при этом в формуле, аналогичной (40), остается неизменным первый член $-\Delta P M \delta A^T$, что позволяет всегда удовлетворить условию устойчивости по Ляпунову.

Экспериментальное исследование самонастраивающегося фильтра второго порядка

Пусть модель полезного сигнала задается линейным уравнением второго порядка, для которого матрица A имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha\beta & -\alpha \end{pmatrix}, \quad (41)$$

где $\alpha\beta = \omega_0^2$ — квадрат собственной частоты недемпфированных колебаний;

$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \eta$ — коэффициент относительного демпфирования.

Учитывая (7), (8) для $C = (1, 0)$, найдем оптимальную матрицу усиления в виде

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_{11} & 0 \\ \kappa_{21} & 0 \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где

$$\kappa_{11} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\beta(1 - \sqrt{1+g})}; \quad (43)$$

$$k_{21} = \alpha^2 - \alpha\beta(1 - \sqrt{1+g}) - \alpha \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\beta(1 - \sqrt{1+g})}; \quad (44)$$

$$g = \frac{s_{11}}{r_{11}} - \text{отношение сигнал/шум}. \quad (45)$$

Полагая в (43), (44)

$$\beta = m\alpha, \quad (46)$$

где $m = \text{const}$, получим

$$k_{11} = \alpha n, \quad k_{21} = \alpha^2 l, \quad (47)$$

здесь

$$n = \sqrt{1 - 2m(1 - \sqrt{1+g})}, \quad (48)$$

$$l = n(n-1) - m(1 - \sqrt{1+g}). \quad (49)$$

При условии (46) для $g = \text{const}$, если в системе фильтрации установлен параметр $\hat{\alpha} = \alpha + \Delta\alpha$, самонастройка параметра α происходит до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\Delta\alpha = 0. \quad (50)$$

При условии (50) одновременно удовлетворяется и (34).

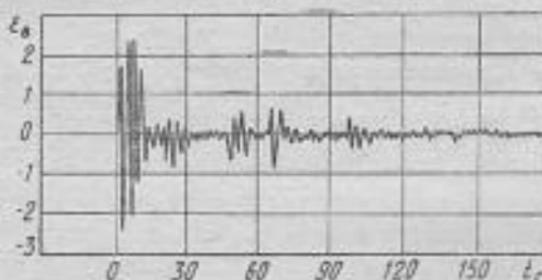


Рис. 3.

На рис. 3 приведены фотографии переходного процесса самонастройки системы фильтрации при $m = 2$, $g = 3$, $Q = q = 1$, причем α и $\hat{\alpha}$ различались до включения контура самонастройки.

При увеличении постоянной времени усреднения время переходного процесса увеличивается, но процесс самонастройки в системе фильтрации приобретает асимптотический характер, а в установившемся режиме $\Delta\alpha = \hat{\alpha} - \alpha$ стремится к нулю.

При малом T_y время переходного процесса мало, но велики случайные отклонения самонастраивающейся системы фильтрации от идеальной оптимальной.

Результаты эксперимента (см. рис. 3) позволяют оценить необходимую величину постоянной времени усреднения при приемлемых длительности переходного процесса и величине случайных отклонений самонастраивающейся системы фильтрации от идеальной оптимальной ($T_y = 2,5$ с).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kalman R. E., Bucy R. C. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory — J. Basic Eng. Vol. 83D, 1961, p. 35—79.
2. Коробов Н. Н., Долгий А. А., Рубцов Б. В. Построение марковской модели полезного сигнала для систем автосопровождения. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1973, № 2, с. 125—132.

УДК 62-501.21

В. П. ДАНИЛЬЧЕНКО,
канд. техн. наук

О СТАТИЧЕСКИХ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В ряде работ [1,2] дан анализ статической погрешности измерительных систем. При анализе обычно принимают параметры элементов и коэффициенты передачи отдельных блоков измерительных систем неизменными. При такой постановке задачи невозможно выявить причины возникновения погрешностей измерительных систем.

Фактически точностные характеристики измерительных систем (погрешность, вариации, нечувствительность, порог чувствительности и непостоянство показаний) формируются путем воздействия на элементы систем всевозможных случайных внешних возмущающих факторов, возникающих в процессе их производства, хранения и эксплуатации. К таким внешним возмущающим факторам можно отнести изменения температуры, влажности, запыленности, загазованности, электрических, магнитных, радиационных полей и т. д.

В данной работе не рассматриваются изменения статических точностных характеристик, связанные со случайными характеристиками входного сигнала и погрешности типа «наводок», а делается попытка определить их изменения от воздействия внешних возмущающих факторов и процесса старения на элементы измерительных систем. Причем параметры элементов систем и передаточные коэффициенты блоков рассматриваются как случайные величины. Это означает, что если измерительная система содержит элементы $S_1, \dots, S_j, \dots, S_m$, то в результате действия на них внешних возмущающих факторов $\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_p$ и процесса старения, номинальные значения элементов могут изменяться и будут представлять функцию истинного значения элемента при нормальных условиях S_{j0} , возмущений $\theta_1, \dots, \theta_p$ и времени t [3, 4]:

$$S_j = S_j(S_{j0}, \theta_1, \dots, \theta_p, t). \quad (1)$$

Изменение номинального значения элемента со временем и от воздействия внешних возмущающих факторов приводит к изменению выходного параметра измерительной системы

$$P_c = P_c(S_1, \dots, S_j, \dots, S_m). \quad (2)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Kalman R. E., Bucy R. C. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory — J. Basic Eng. Vol. 83D, 1961, p. 35—79.
2. Коробов Н. Н., Долгий А. А., Рубцов Б. В. Построение марковской модели полезного сигнала для систем автосопровождения. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1973, № 2, с. 125—132.

УДК 62-501.21

В. П. ДАНИЛЬЧЕНКО,
канд. техн. наук

О СТАТИЧЕСКИХ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В ряде работ [1,2] дан анализ статической погрешности измерительных систем. При анализе обычно принимают параметры элементов и коэффициенты передачи отдельных блоков измерительных систем неизменными. При такой постановке задачи невозможно выявить причины возникновения погрешностей измерительных систем.

Фактически точностные характеристики измерительных систем (погрешность, вариации, нечувствительность, порог чувствительности и непостоянство показаний) формируются путем воздействия на элементы систем всевозможных случайных внешних возмущающих факторов, возникающих в процессе их производства, хранения и эксплуатации. К таким внешним возмущающим факторам можно отнести изменения температуры, влажности, запыленности, загазованности, электрических, магнитных, радиационных полей и т. д.

В данной работе не рассматриваются изменения статических точностных характеристик, связанные со случайными характеристиками входного сигнала и погрешности типа «наводок», а делается попытка определить их изменения от воздействия внешних возмущающих факторов и процесса старения на элементы измерительных систем. Причем параметры элементов систем и передаточные коэффициенты блоков рассматриваются как случайные величины. Это означает, что если измерительная система содержит элементы $S_1, \dots, S_j, \dots, S_m$, то в результате действия на них внешних возмущающих факторов $\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_p$ и процесса старения, номинальные значения элементов могут изменяться и будут представлять функцию истинного значения элемента при нормальных условиях S_{j0} , возмущений $\theta_1, \dots, \theta_p$ и времени t [3, 4]:

$$S_j = S_j(S_{j0}, \theta_1, \dots, \theta_p, t). \quad (1)$$

Изменение номинального значения элемента со временем и от воздействия внешних возмущающих факторов приводит к изменению выходного параметра измерительной системы

$$P_c = P_c(S_1, \dots, S_j, \dots, S_m). \quad (2)$$

Разброс истинных значений элементов и отклонений их от номинальных значений в результате действия внешних возмущений и процесса старения, как правило [5—7], в производственной и эксплуатационной практике невелик, поэтому функция в правой части выражения (1) может быть линеаризована в окрестности S_j и нормальных значений возмущений $\theta_1, \dots, \theta_p$ [3, 4]:

$$S_j = S_j(\bar{S}_j, \bar{\theta}_1, \dots, \bar{\theta}_p, t_0) + \frac{\partial S_j}{\partial S_j} (S_{j0} - S_j) + \sum_{i=1}^p \frac{\partial S_j}{\partial \theta_i} (\theta_i - \bar{\theta}_i) + \frac{\partial S_j}{\partial t} (t - t_0), \quad (3)$$

где $S_j(\bar{S}_j, \bar{\theta}_1, \dots, \bar{\theta}_p, t_0) = \bar{S}_j$ — номинальное значение элемента при нормальных условиях;
 t_0 — момент измерения параметра элемента.

Так как частные производные в выражении (3) берутся в точке, где значения аргументов равны их нормальным величинам, то $\frac{\partial S_j}{\partial S_j} = 1$, а выражение (3) примет вид

$$S_j = k_{jr} \bar{S}_j. \quad (4)$$

где k_{jr} — чувствительность элемента к условиям производства, хранения, транспортировки и эксплуатации;

$$k_{jr} = 1 + k_{j\Delta} + k_{j\theta_i} + k_{jt}; \quad (5)$$

$k_{j\Delta} = \frac{\Delta S_j}{\bar{S}_j}$ — чувствительность элемента к процессу производства (к производственному допуску);

$k_{j\theta_i} = \frac{\sum_{i=1}^p \delta_{j\theta_i} S_j}{\bar{S}_j}$ — чувствительность элемента к воздействию внешних возмущений;

$k_{jt} = \frac{\delta_{jt} S_j}{\bar{S}_j}$ — чувствительность элемента к воздействию процесса старения;

ΔS_j — погрешность параметра элемента S_j , полученная в процессе производства при нормальных условиях;

$\sum_{i=1}^p \delta_{j\theta_i} S_j$ — приращение параметра элемента S_j от воздействия возмущения θ_i ;

$\delta_{jt} S_j$ — приращение параметра элемента S_j от воздействия процесса старения.

Как видно из выражений (4) и (5), отклонение значения элемента S_j в момент времени t от номинального, указанного в паспорте, состоит из производственного допуска и приращений параметра, вызванных действием возмущений и времени.

Подставляя выражение (4) в формулу (2) и линеаризуя P_c в окрестности нормальных значений аргументов, получим

$$P_c = \bar{P}_c + \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jS} \bar{S}_j + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{j\theta_i} \bar{S}_j + \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jT} \bar{S}_j, \quad (6)$$

где \bar{P}_c — номинальное значение выходного параметра измерительной системы при нормальных условиях.

Произведя ряд математических преобразований, получим выражение для относительной погрешности измерительной системы с учетом производственного допуска, влияния внешних возмущающих факторов и процесса старения:

$$\Delta\psi_{nc} = \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jS} \bar{S}_j + \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{j\theta_i} \bar{S}_j + \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jT} \bar{S}_j, \quad (7)$$

или

$$\Delta\psi_{nc} = \Delta\psi_{nc} + \sum_{i=1}^p \delta_{\theta_i} \psi_{nc} + \delta_T \psi_{nc}, \quad (8)$$

где $\Delta\psi_{nc} = \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jS} \bar{S}_j$ — относительная погрешность системы, полученная в процессе производства при нормальных условиях;

$\sum_{i=1}^p \delta_{\theta_i} \psi_{nc} = \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{j\theta_i} \bar{S}_j$ — относительное приращение погрешности системы от воздействия внешних возмущающих факторов на ее элементы;

$\delta_T \psi_{nc} = \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} k_{jT} \bar{S}_j$ — относительное приращение погрешности системы от воздействия процесса старения на ее элементы.

Измерительные системы используются в различных условиях эксплуатации, обычно отличающихся от нормальных, поэтому θ_j и $\Delta\theta_j$ являются случайными величинами. Как показали экспериментальные исследования, коэффициенты $k_{j\theta_j}$, $k_{j\theta_{jt}}$, а следовательно, и $k_{j\theta}$ являются также случайными величинами. Время t тоже может рассматриваться как случайная величина. Это означает, что рассмотрение элемента S_j может происходить в любой момент времени, выбранный случайным образом. Следовательно, и $\Delta\psi_{nc}$ будет величиной случайной, характеризующейся математическим ожиданием и дисперсией. Математическое ожидание $\Delta\psi_{nc}$ определяет погрешность, которая возникает при изменении средних значений возмущений

$$M(\Delta\psi_{nc}) = \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} \bar{S}_j M k_{j\theta_{jt}} + \frac{1}{\bar{P}_c} \sum_{i=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_i} k_{j\theta} \bar{S}_i \quad (9)$$

Выражение (9) получено из формулы (7) при замене случайных аргументов их математическими ожиданиями. При этом член в выражении (7), учитывающий относительную погрешность системы, полученную в процессе производства при нормальных условиях, обращается в нуль, если

$$M(k_{j\theta}) = 0.$$

Используя теорему о дисперсиях функции независимых случайных величин и выражение (7), получим

$$D(\Delta\psi_{nc}) = \frac{1}{\bar{P}_c^2} \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial P_c}{\partial S_j} \bar{S}_j \right)^2 DK_{j\theta} + \frac{1}{\bar{P}_c^2} \sum_{i=1}^p \left(\sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} \bar{S}_j \right)^2 Dk_{j\theta_{jt}} \quad (10)$$

В основном для всех измерительных систем перед пуском их в эксплуатацию предусматривается наладка ($k_{j\theta_{jt}} = M k_{j\theta_{jt}}$), поэтому первое слагаемое в (10) обращается в нуль, а выражение (10) приобретает следующий вид:

$$D(\Delta\psi_{nc}) = \frac{1}{\bar{P}_c^2} \sum_{i=1}^p \left(\sum_{j=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial S_j} \bar{S}_j \right)^2 Dk_{j\theta_{jt}} \quad (11)$$

Аналогично определяются и остальные точностные характеристики измерительной системы — вариация показаний, нечувствительность и порог чувствительности. Что же касается непостоянства показаний, то необходимо учитывать значение параметров элементов для начала контролируемого периода (t_1):

$$S_{H_1} = k_{j\theta t_1} \bar{S}_j \quad (12)$$

и для конца контролируемого периода (t_2):

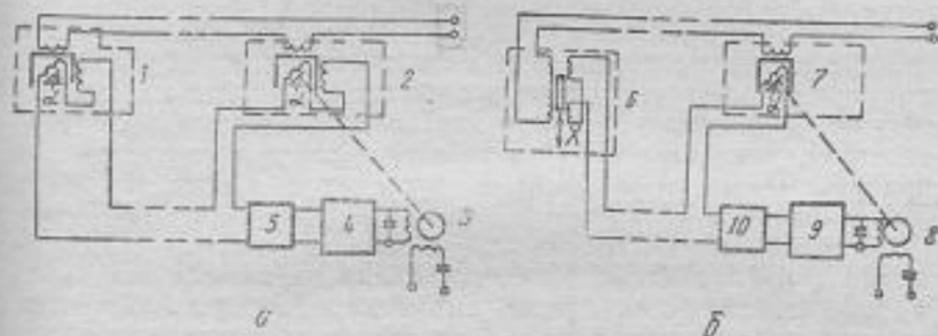
$$S_{H_2} = k_{j\theta t_2} \bar{S}_j \quad (13)$$

Здесь $k_{f, \mu}$ определяется по формуле (5), а $k_{f, \mu}$ по формуле

$$k_{f, \mu} = k_{f, \mu} + k_{f, \mu} \quad (14)$$

где $k_{f, \mu}$ — чувствительность элемента S_i к нестабильности своих параметров за контролируемый период.

Подход к статическим точностным характеристикам измерительных систем, применяемый в данной работе, может быть использован для исследования ферродинамических, дифференциально-трансформаторных, реостатных, частотных и других измерительных систем. Результаты работы показывают, что достаточно полное описание точностных свойств измерительных систем



Ферродинамические измерительные автокомпенсационные схемы: а — с измерителем ферродинамическим преобразователем; б — с дифференциально-трансформаторным преобразователем; 1, 2, 7 — ферродинамические преобразователи; 3, 8 — электродвигатели; 4, 9 — электронные усилители; 5, 10 — делители напряжения.

может быть получено на основании сравнительно небольшого числа статических характеристик их элементов, а также можно выяснить, какие именно характеристики являются необходимыми. Точностные характеристики измерительных систем могут быть получены и в предположении, что внешним возмущениям и процессу старения элементов подвержены только первичные или вторичные приборы измерительной системы. Кроме того, применяемый подход к исследованию работы системы позволяет независимо от конкретных значений вероятностных характеристик предложить некоторые схемные методы улучшения метрологических свойств измерительных систем и в ряде случаев оценить эффективность этих улучшений, а также производить сравнение различных систем.

В качестве примера использования описанного метода рассмотрим определение точностных характеристик для ферродинамических измерительных автокомпенсационных схем (см. рисунок).

Как для любой автокомпенсационной измерительной системы, так и для ферродинамической перед определением статических

точностных характеристик необходимо найти уравнение покоя системы, которое определяется из уравнения баланса моментов [3]:

$$|N| < |N_m|, \quad (15)$$

где N — пусковой момент двигателя;

N_m — момент трения в системе, приведенной к валу двигателя.

Значения N и N_m определяются по известным выражениям [3]. В результате получаем зависимость

$$M_e = f(\alpha), \quad (16)$$

где M_e — взаиминдуктивность;

α — угол поворота рамки ферродинамического преобразователя.

Используя выражения (15), (16) и параметры элементов схем (см. рисунок), произведя ряд математических преобразований, получим уравнения покоя ферродинамической системы с измерительным ферродинамическим и дифференциально-трансформаторным преобразователями, представленными в таблице. Если в этих уравнениях принять $\sigma = 0$, то получим и достаточное уравнение покоя (см. таблицу).

Погрешность. Исходя из определения для погрешности, принимая соответствующие обозначения для параметров элементов и рассматривая левые части выражения для условий покоя системы как функцию многих переменных, разложив в ряд Тейлора сначала по степеням погрешностей параметров, а затем по степеням малых приращений погрешности от воздействия на элементы внешних возмущений и процесса старения, вычитая из полученных выражений начальные условия, получим выражения для погрешности ферродинамических автокомпенсационных схем (см. таблицу).

Вариация показаний. Исходя из определения для вариации показаний, очевидно, что для прямого хода необходимо принять: для автокомпенсационной измерительной системы с измерительным ферродинамическим преобразователем

$$\alpha_1 = \alpha'; \quad \text{sign } \Omega = 1; \quad \sigma = 1;$$

и с измерительным дифференциально-трансформаторным преобразователем

$$x_1 = x'; \quad \text{sign } \Omega = 1; \quad \sigma = 1,$$

а для обратного хода соответственно

$$\alpha_1 = \alpha''; \quad \text{sign } \Omega = -1; \quad \sigma = 1;$$

$$x_1 = x''; \quad \text{sign } \Omega = -1; \quad \sigma = 1.$$

Тогда получим по два уравнения покоя для прямого и обратного хода. Вычитая соответственно из первых вторые и произведя ряд математических преобразований, получим выражения для относительного значения вариации показаний с учетом допуска на производство, влияние внешних возмущений и процесса старения на элементы системы (см. таблицу).

Наименование характеристики	Система с измерительным ферродинамическим преобразователем	Система с измерительным дифференциально-трансформаторным преобразователем
1	2	3
Условия покоя системы	$k_{M_1} \bar{M}(x) \cos k_{\gamma_1} \bar{\gamma}_1 - k_{M_2} \bar{M}(x) \times$ $\times \cos k_{\gamma_2} \bar{\gamma}_2 + \frac{k_{Z_1} \bar{Z}_1}{k_{\omega \omega}} k_{U_{01}} \bar{U}_{01} =$ $= \frac{ak_{Z_1} \bar{Z}_1}{k_{\omega \omega}} \left[-k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} \operatorname{sign} N + \right.$ $\left. + (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) \operatorname{sign} \Omega \right]$	$k_{M_1} \bar{M}(x) \cos k_{\gamma_{102}} \bar{\gamma}_{102} - k_{M_2} \bar{M}(x) \times$ $\times \bar{M}(x) \cos k_{\gamma_2} \bar{\gamma}_2 + \frac{k_{Z_2} \bar{Z}_2}{k_{\omega \omega}} \times$ $\times k_{U_{02}} \bar{U}_{02} + k_{M_n} \bar{M}_n \times$ $\times \cos k_{\gamma_{02}} \bar{\gamma}_{02} = \frac{ak_{Z_2} \bar{Z}_2}{k_{\omega \omega}} \times$ $\times \left[-k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} \operatorname{sign} N + (k_{n_{ma}} \times \right.$ $\times \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) \operatorname{sign} \Omega \left. \right]$
Достаточные условия покоя системы	$k_{M_1} \bar{M}(x) \cos k_{\gamma_1} \bar{\gamma}_1 - k_{M_2} \bar{M}(x) \times$ $\times \cos k_{\gamma_2} \bar{\gamma}_2 + \frac{k_{Z_1} \bar{Z}_1}{k_{\omega \omega}} k_{U_{01}} \bar{U}_{01} =$ $= 0$	$k_{M_1} \bar{M}(x) \cos k_{\gamma_{102}} \bar{\gamma}_{102} - k_{M_2} \bar{M}(x) \times$ $\times (x) \cos k_{\gamma_2} \bar{\gamma}_2 + \frac{k_{Z_2} \bar{Z}_2}{k_{\omega \omega}} k_{U_{02}} \times$ $\times \bar{U}_{02} + k_{M_n} \bar{M}_n \cos k_{\gamma_{02}} \bar{\gamma}_{02} = 0$
Погрешность системы	$\Delta \psi_{\text{вкл}} = \Delta \psi_{\text{вкл}} + \sum_{i=1}^p \delta_{a_i} \psi_{\text{вкл}} +$ $+ \delta_t \psi_{\text{вкл}} = \left[k_{m_{10}} \bar{m}_{10} (1 - k_{\Delta \gamma_2} \times \right.$ $\times \Delta \gamma_1 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1) \cos \bar{\gamma}_1 +$ $+ \frac{k_{Z_1} \bar{Z}_1}{k_{\omega \omega} \bar{A} \bar{M}'(x)} (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} -$ $\left. - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg} \operatorname{sign} \Omega_{\text{вкл}}) \right] \times$ $\times \sec \bar{\gamma}_2 : (1 - k_{\Delta \gamma_2} \Delta \gamma_2 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_2) -$ $- k_{m_{20}} \bar{m}_{20}$	$\Delta \psi_{\text{вкл}} = \left[k_{m_{120}} \bar{m}_{120} (1 - \right.$ $- k_{\Delta \gamma_{102}} \Delta \bar{\gamma}_{102} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) \cos \bar{\gamma}_{102} +$ $+ \frac{k_{Z_2} \bar{Z}_2}{k_{\omega \omega} \bar{A} \bar{M}'(x)} (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \times$ $\left. \times \bar{n}_{mg} \operatorname{sign} \Omega_{\text{вкл}}) \right] \sec \bar{\gamma}_{202} : (1 -$ $= k_{\Delta \gamma_{102}} \Delta \bar{\gamma}_{102} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) -$ $- k_{m_{20}} \bar{m}_{20}$
Вариация показаний	$\Delta \psi_{\text{вкл}} = \frac{2k_{Z_1} \bar{Z}_1}{k_{\omega \omega} \bar{A} \bar{M}'(x)} (k_{n_{mn}} \times$ $\times \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) : (1 - k_{\Delta \gamma_2} \times$ $\times \Delta \gamma_1 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1) \cos \bar{\gamma}_1$	$\Delta \psi_{\text{вкл}} = \frac{2k_{Z_2} \bar{Z}_2}{k_{\omega \omega} \bar{X} \bar{M}'(x)} \times$ $\times (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) : (1 -$ $- k_{\Delta \gamma_{102}} \Delta \bar{\gamma}_{102} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) \cos \bar{\gamma}_{102}$

Наименование характеристики	Система с измерительным ферродинамическим преобразователем	Система с измерительным дифференциально-трансформаторным преобразователем
1	2	3
Нечувствительность системы	$\Delta\psi_{\text{нел}} = \frac{2k_{Z_1}\bar{Z}_1}{k_{\omega}\bar{\omega}\bar{A}\bar{M}'(x)} k_{n_{mn}} \times$ $\times \bar{n}_{mn} : (1 - k_{\Delta\gamma_1} \Delta\gamma_1 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1) \times$ $\times \cos \bar{\gamma}_1$	$\Delta\psi_{\text{нел}} = \frac{2k_{Z_2}\bar{Z}_2}{k_{\omega}\bar{\omega}\bar{X}\bar{M}'(x)} k_{n_{mn}} \times$ $\times \bar{n}_{mn} : (1 - k_{\Delta\gamma_{102}} \Delta\gamma_{102} \times$ $\times \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) \cos \bar{\gamma}_{102}$
Порог чувствительности	$\Delta\psi_{\text{нел}} = \frac{k_{Z_1}\bar{Z}_1}{k_{\omega}\bar{\omega}\bar{A}\bar{M}'(a)} \times$ $\times (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) : (1 -$ $- k_{\Delta\gamma_1} \Delta\gamma_1 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1) \cos \bar{\gamma}_1$	$\Delta\psi_{\text{нел}} = \frac{k_{Z_2}\bar{Z}_2}{k_{\omega}\bar{\omega}\bar{X}\bar{M}'(x)} \times$ $\times (k_{n_{mn}} \bar{n}_{mn} - k_{n_{mg}} \bar{n}_{mg}) : (1 -$ $- k_{\Delta\gamma_{102}} \Delta\gamma_{102} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) \cos \bar{\gamma}_{102}$
Непостоянство показаний	$\delta_{\Delta\gamma} \psi_{\text{нел}} = \left\{ [\delta_{\Delta\gamma} m_1(\psi) - k_{m_1} \times$ $\times \bar{m}(\psi) \delta_{\Delta\gamma} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1] \cos \bar{\gamma}_1 +$ $+ k_{m_2} \bar{m}(\psi) \delta_{\Delta\gamma} \sin \bar{\gamma}_1 +$ $+ \frac{k_{Z_1} \bar{Z}_1 \delta_{\Delta\gamma} U_{01} + k_{U_{01}} \bar{U}_{01} \times}{k_{\omega}\bar{\omega}} \times$ $\times \frac{\delta_{\Delta\gamma} \bar{Z}_1}{k_{\omega}\bar{\omega}} \right\} : \cos \bar{\gamma}_1 (1 - k_{\Delta\gamma_1} \times$ $\times \Delta\gamma_1 \operatorname{tg} \bar{\gamma}_1) - \delta_{\Delta\gamma} m_2(\psi) -$ $- k_{\Delta\gamma_{\text{нел}}} \Delta\psi_{\text{нел}}$	$\delta_{\Delta\gamma} \psi_{\text{нел}} = \left\{ [\delta_{\Delta\gamma} m_{12}(\psi) -$ $- k_{m_{12}} \bar{m}(\psi) \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}] \cos \bar{\gamma}_{102} +$ $+ k_{m_2} \bar{m}(\psi) \delta_{\Delta\gamma} \sin \bar{\gamma}_{102} +$ $+ \frac{k_{Z_2} \bar{Z}_2 \delta_{\Delta\gamma} U_{02} + k_{U_{02}} \bar{U}_{02} \times}{k_{\omega}\bar{\omega}} \times$ $\times \frac{\bar{U}_{02} \delta_{\Delta\gamma} \bar{Z}_2}{k_{\omega}\bar{\omega}} \right\} : \cos \bar{\gamma}_{102} (1 -$ $- k_{\Delta\gamma_{102}} \Delta\gamma_{102} \operatorname{tg} \bar{\gamma}_{102}) -$ $- \delta_{\Delta\gamma} m_2(\psi) - k_{\Delta\gamma_{\text{нел}}} \Delta\psi_{\text{нел}}$

Нечувствительность. Исходя из определения для нечувствительности, необходимо принять для нижней границы покоя системы для автокомпенсационной измерительной системы с измерительным ферродинамическим преобразователем

$$\alpha_1 = \alpha'; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1$$

и с измерительным дифференциально-трансформаторным преобразователем

$$x_1 = x'; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1$$

и для верхней границы покоя соответственно,

$$\alpha_1 = \alpha''; \quad \text{sign } N = -1; \quad \sigma = 1;$$

$$x_1 = x''; \quad \text{sign } N = -1; \quad \sigma = 1.$$

Тогда получим для каждой системы по два уравнения покоя: одно для нижней границы, а второе для верхней.

Вычитая выражения для нижней границы из выражений для верхней и произведя ряд математических преобразований, получим выражения для относительной нечувствительности рассматриваемых автокомпенсационных систем (см. таблицу).

Порог чувствительности. Чтобы найти порог чувствительности автокомпенсационных схем, необходимо сначала принять для автокомпенсационной измерительной системы с измерительным ферродинамическим преобразователем

$$\alpha_1 = \alpha'; \quad \text{sign } \Omega = 1; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1$$

и с измерительным дифференциально-трансформаторным преобразователем

$$x_1 = x'; \quad \text{sign } \Omega = 1; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1,$$

а затем соответственно

$$\alpha_1 = \alpha''; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1;$$

$$x_1 = x''; \quad \text{sign } N = 1; \quad \sigma = 1.$$

Тогда получим по два уравнения покоя для каждой системы. Вычитая из первых вторые, произведя ряд математических преобразований, получим выражения для относительного значения порога чувствительности рассматриваемых систем (см. таблицу).

Непостоянство показаний. Если рассматривать время как один из внешних факторов, воздействующих на систему в целом и на ее элементы, а неустойчивость их параметров — как результат воздействия, то, используя (1), можем записать значение параметра элемента для начала контролируемого периода (t_1):

$$S_{\mu_1}(\Delta, \theta, t_1) = k_{\mu_1} S_{\mathcal{I}}, \quad (17)$$

и для конца контролируемого периода (t_2):

$$S_{\mu_2}(\Delta, \theta, t_2, \Delta t) = \bar{S}_{\mathcal{I}}(k_{\mu_1} + k_{\mathcal{I}\Delta t}). \quad (18)$$

Используя выражения для необходимого и достаточного условия покоя системы, учитывая при этом (17) и (18), произведя ряд математических преобразований, получим выражения для относительного изменения показаний системы со временем (см. таблицу).

Математические ожидания и дисперсии точностных характеристик измерительной системы определяются по формулам (9) и (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. Сотсков Б. С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М., «Высшая школа», 1970. 272 с.
2. Галинkevич Т. А. Оценка надежности сложных технических систем в процессе их производства. — В сб.: О надежности сложных технических систем. М., «Сов. радио», 1966, с. 223—232.
3. Данильченко В. П. Анализ статических точностных характеристик автокомпенсационных измерительных схем ферродинамической системы. — В сб.: Вопросы автоматического контроля и управления в нефтедобыче. Вып. 2, Казань, 1972, с. 156—167.
4. Данильченко В. П. Метрологические вопросы технического проектирования, производства и эксплуатации контрольно-измерительной аппаратуры. — В сб.: Повышение технического уровня изделий и эффективность производства. М., Изд-во стандартов, 1971, с. 119—125.
5. Данильченко В. П. Надійність виробництва та експлуатації приладів і пристроїв частотно-ферродинамічної системи. — В зб.: Надійність та вік машин. Харків, «Прапор», 1967, с. 69—121.
6. Данильченко В. П. Основные статические характеристики колокольных дифманометров. — В сб.: Приборы и системы автоматики. Вып. 25, Харьков, с. 15—28.
7. Данильченко В. П. Основные статические характеристики мембранных дифманометров. — В сб.: Приборы и системы автоматики. Вып. 25, Харьков, 1973, с. 94—110.

УДК 519.87
В. К. МАРИГОДОВ,
канд. техн. наук

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ ПРЕДЫСКАЖЕНИЯ И КОРРЕКТИРОВАНИЯ В КАНАЛЕ С ОБЩИМИ ЗАМИРАНИЯМИ

Эффективность работы системы автоматического управления предсказывающим и корректирующим устройствами исследована в работе [1]. При этом рассматривался канал с общими замираниями и аддитивным белым шумом. Эффективность работы регулируемого предсказателя в канале с «чистой» мультипликативной помехой исследована [2].

Интересно рассмотреть возможность применения аппарата теории игр для оценки эффективности системы регулируемый предсказатель — регулируемый корректор в канале с общими замираниями и аддитивной помехой. При таком исследовании можно определить потенциальные возможности стратегий двух

партнеров: «связиста», заинтересованного в передаче информации с наименьшей среднеквадратической ошибкой, и «источника мультимпликативных помех», настроенного антагонистически.

Пусть информация передается по каналу с общими замираниями и аддитивной помехой. Блок-схема включения регулируемых устройств в системе передачи информации изображена на рис. 1. Полезный сигнал с энергетической спектральной плотностью $G(\omega)$ от источника поступает в канал через регулируемый плотностью (посредством обратного канала связи) предсказывающий фильтр с коэффициентом передачи

$K_1(\omega, \nu)$. В канале действует мультимпликативная помеха, зависящая от значения ν случайной величины коэффициента замирания [1]. Предполагается, что частота процесса замираний достаточно мала по сравнению с частотой полезного сигнала. На выходе канала с общими (медленными) замираниями условно показан источник аддитивной помехи с энергетической спектральной плотностью $N(\omega)$. На приемной

стороне системы передачи информации включен регулируемый корректирующий фильтр с передаточной функцией $K_2(\omega, \nu)$, который регулируется в соответствии с характером процесса замираний, известном на приеме. Регулировка частотной характеристики предсказателя возможна, если замирания изменяются весьма медленно.

В этой условно полагаемой антагонистической игре стратегией «связиста» является выбор характеристик $K_1(\omega, \nu)$ и $K_2(\omega, \nu)$, а стратегия «источника мультимпликативных помех» — выбор законов распределения замираний $p(\nu)$ — вероятность того, что случайная величина (коэффициент замираний) примет значение ν . В качестве платежной функции примем величину среднеквадратической ошибки, усредненную по распределению замираний [1]:

$$\varepsilon^2(K, \nu) = \int_0^{\infty} \frac{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)}{\nu^2 |K_1(\omega, \nu)|^2 G(\omega) k^2 + N(\omega) W(\omega)} d\omega, \quad (1)$$

где $\varepsilon^2(K, \nu)$ — среднеквадратическая ошибка; $W(\omega)$ — весовая функция, характеризующая спектральные свойства приемника; k^2 — постоянный коэффициент, учитывающий затухание трассы ($k^2 \ll 1$).

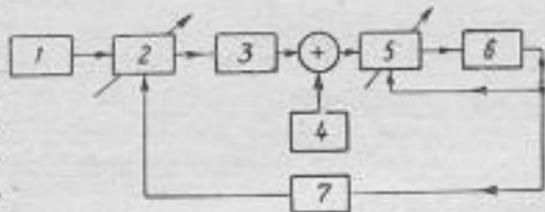


Рис. 1. Блок-схема системы с регулируемым предсказателем и корректором: 1 — источник сигнала; 2 — регулируемый предсказатель; 3 — канал с общими замираниями; 4 — источник аддитивных помех; 5 — регулируемый корректор; 6 — приемник; 7 — канал обратной связи.

Из очевидных соображений игрового подхода должно выполняться неравенство

$$\min_K \max_v \varepsilon^2(K, v) \geq \max_v \min_K \varepsilon^2(K, v). \quad (2)$$

С учетом работы [1] имеем

$$\min_K \varepsilon^2(K, v) = \frac{\left(\int_0^\infty V \overline{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)} d\omega \right)^2}{v^2 P_{cp} k^2 + P_n}, \quad (3)$$

где $P_n = \int_0^\infty N(\omega) W(\omega) d\omega$ — средняя взвешенная мощность аддитивных помех на выходе канала.

Поскольку необходимо усреднить полученную величину среднеквадратической ошибки по произвольному распределению замираний $p(v)$, то

$$\min_K \varepsilon^2(K, \bar{v}) = \min_K \int \varepsilon^2(K, v) dp(v). \quad (4)$$

Находим максимум правой части неравенства (2)

$$\max_v \min_K \varepsilon^2(K, v) = \max_v \left[\frac{\left(\int_0^\infty V \overline{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)} d\omega \right)^2}{v^2 P_{cp} k^2 + P_n} \right].$$

Применяя к числителю правой части (3) неравенство Буяковского—Коши

$$\int_0^\infty G(\omega) k^2 d\omega \cdot \int_0^\infty N(\omega) W(\omega) d\omega \geq \left(\int_0^\infty V \overline{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)} d\omega \right)^2,$$

получаем

$$\max_v \left(\frac{P_c \cdot P_n}{v^2 P_{cp} k^2 + P_n} \right) = \max_v \left(\frac{P_c}{1 + \frac{P_{cp} k^2}{P_n}} \right),$$

где

$$P_c = \int_0^\infty G(\omega) k^2 d\omega, \quad P_{cp} = \int_0^\infty G(\omega) |K_1(\omega, v)|^2 d\omega.$$

Если рассматривать относительную среднеквадратическую ошибку, то можно записать

$$\max_v \left[\min_K \frac{\varepsilon^2(K, \bar{v})}{P_c} \right] = \max_v \int \frac{dP(v)}{1 + v^2 q}, \quad (5)$$

где $q = \frac{P_{cp} k^2}{P_n}$ — отношение средней мощности полезного сигнала к средней мощности взвешенной аддитивной помехи (на выходе канала).

Поскольку регулировка предсказателя и корректора производится при известном на приеме характере замираний, то «связисту» известен ход партнера, и игра при этом получается вполне определенной. Легко показать, что минимакс левой части неравенства (2) становится равным выражению (5), неравенство (2) превращается в равенство, а цена игры U получается равной

$$U = \max_v \int \frac{dp(v)}{1 + v^2 q} \quad (6)$$

Зная вероятность распределения $p(v)$, можно определить с помощью формулы (6) цену игры для различных законов распределения замираний. Замирания обычно подчиняются релейскому или обобщенному релейскому закону. Более медленные случайные колебания уровня сигнала следуют логарифмически нормальному закону распределения. Рассмотрим эффективность применения предсказаний (цену игры) для релейского и обобщенного релейского законов распределения замираний.

Для релейского закона

$$dp(v) = \frac{v}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_0^2}\right) dv \quad \text{при } v > 0,$$

где σ_0^2 — средняя мощность рассеянной (случайной) составляющей флуктуирующего сигнала.

Используя формулу (6), находим

$$U = \max \left[-\frac{1}{2q\sigma_0^2} \exp\left(\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right) \text{Ei}\left(-\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right) \right], \quad (7)$$

где $\text{Ei}(-x)$ — интегральная показательная функция, равная [3]

$$-\text{Ei}(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt > 0.$$

Исследуем выражение (7). При больших значениях $x = \frac{1}{2q\sigma_0^2}$ получается, что

$$U = \max_v \left[\min_K \frac{e^2(K, \bar{v})}{\rho_c} \right] = 1.$$

Таким образом, при небольших q и σ_0^2 ($x \gg 1$) предсказания не эффективны, так как минимальный средний квадрат ошибки сравнивается с мощностью самого полезного сигнала. При $x \ll 1$ (большие значения q и σ_0^2) эффективность предсказаний увеличивается. На рис. 2 показана зависимость цены игры от средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала (при $q = 1 = \text{const}$).

Для обобщенного релейского закона

$$dp(\nu) = \frac{\nu}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{\nu^2 + \alpha_0^2}{2\sigma_0^2}\right) I_0\left(\frac{\nu\alpha_0}{\sigma_0^2}\right) d\nu \text{ при } \nu \geq 0,$$

где α_0 — среднее значение регулярной составляющей флуктуирующего сигнала; $I_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка

При $\nu \approx \alpha_0$ и $\frac{\alpha_0}{\sigma_0} \gg 1$, а также после замены функции Бесселя асимптотическим разложением, получаем [4]

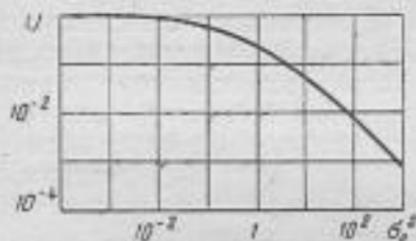


Рис. 2. Зависимость цены игры от средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала (релейский закон распределения).

$$dp(\nu) \approx \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\nu - \alpha_0)^2}{2\sigma_0^2}}$$

Последняя зависимость справедлива также для нормального закона распределения с параметрами α_0 и σ_0 . На основании применения для данного случая формулы (6), находим

$$U \approx \max \left(\frac{e^{-\frac{\alpha_0^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \left\{ \frac{\pi\sqrt{q}}{2} e^{-2\sigma_0^2 q} \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2q\sigma_0}}\right) \right] + \frac{\sigma_0}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{1}{2q\sigma_0^2}} \text{Ei}\left(-\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right) + \frac{\sigma_0^2 \sqrt{2\pi}}{\sigma_0^3} - \frac{\alpha_0^2 \pi}{4\sqrt{q\sigma_0^2}} e^{-2\sigma_0^2 q} \left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2q\sigma_0}}\right) \right] \right\} \right), \quad (8)$$

где $\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности.

Исследуем формулу (8). Если принять $\frac{\alpha_0}{\sigma_0} = 4$, что близко к нормальному закону распределения [4], то при $q = 1 = \text{const}$ из формулы (8) получаем

$$U \approx \max \left(\frac{1,3 \cdot 10^{-4}}{\sigma_0} \left\{ 1,57 e^{-2\sigma_0^2} \left[1 - \Phi\left(\frac{0,68}{\sigma_0}\right) \right] + \frac{8}{\sigma_0} e^{-\frac{0,5}{\sigma_0^2}} \text{Ei}\left(-\frac{0,5}{\sigma_0^2}\right) + \frac{10}{\sigma_0} - \frac{12,5}{\sigma_0^2} e^{-2\sigma_0^2} \left[1 - \Phi\left(\frac{0,68}{\sigma_0}\right) \right] \right\} \right). \quad (9)$$

Структура формулы (9) такова, что наибольшее значение цены игры получается при $\sigma_0^2 \rightarrow 0$. При увеличении σ_0^2 цена игры уменьшается, следовательно, уменьшается и относительная среднеквадратическая ошибка, т. е. увеличивается эффективность применения предсказаний. На рис. 3 изображена зависимость цены игры от величины средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала. При уменьшении регулярной составляющей σ_0 закон распределения приближается к релевскому ($\sigma_0 \rightarrow 0$) и цена игры определяется формулой (7).

Таким образом, рассмотренная игра имеет вполне определенный характер. Для увеличения эффективности автоматической регулировки предсказателя и корректора в соответствии с процессом замирания необходимо наиболее полно из приема использовать мощность рассеянного в канале сигнала (по времени и по частоте). Для этого, например, можно применять разнесенный прием с использованием в каждой ветви регулируемого корректора.

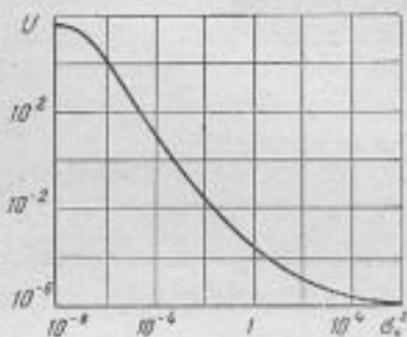


Рис. 3. Зависимость цены игры от σ_0^2 (обобщенный релевский закон распределения).

ЛИТЕРАТУРА

1. Обсевич И. А., Пинскер М. С. Предсказание и корректирование в канале с замираниями.—Иzv. АН СССР. Энергетика и автоматика, № 3, 1960, с. 40—46.
2. Маригодов В. К. Эффективность предсказаний при мультипликативной помехе.—Сб. «Отбор и передача информации». Киев, ФМИ АН УССР, вып. 29, 1971, с. 26—31.
3. Янке Е., Эмде Ф., Липс Ф. Специальные функции. М., «Наука», 1968. 240 с.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Сов. радио», 1969. 160 с.

УДК 62—505.001.24

Н. Н. КОРОБОВ, канд.
техн. наук,
А. А. ДОЛГИЙ, канд.
техн. наук,
Б. В. РУБЦОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СИСТЕМ
ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ К ИЗМЕНЕНИЮ
ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ПАРАМЕТРОВ
КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ

Постановка задачи

Насколько изменение внешних воздействий или параметров контура управления ухудшает точность системы фильтрации представляет интерес. Существенно важным является решение задачи о целесообразности применения в каждом конкретном случае адаптивных к изменению внешних воздействий систем [1].

При синтезе систем часто бывает необходимо оценить точность, с которой следует задавать параметры моделей воздействий. Ответы на перечисленные вопросы следует искать в теории чувствительности. Однако математический аппарат этой теории использует линейное приближение оценок чувствительности, справедливое только для малых отклонений параметров от оптимальных значений. В настоящей статье исследуется чувствительность систем фильтрации при больших отклонениях характеристик внешних воздействий и параметров системы от оптимума.

Оптимальная система фильтрации, обеспечивающая несмещенную оценку \hat{z} сигнала z

$$\langle z - \hat{z} \rangle = 0 \quad (1)$$

и минимальную квадратичную ошибку

$$(\varepsilon^T \varepsilon)^* = \min \text{Sp} \langle [z - \hat{z}] [z - \hat{z}]^T \rangle \quad (2)$$

описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{\hat{z}} = A^* \hat{z} + K^* C [x - \hat{z}], \quad (3)$$

где $z = z(t)$ — задается в виде n -мерного марковского процесса [2],

$$\dot{z} = A^* z + B^* \zeta; \quad (4)$$

$x = x(t)$ — наблюдаемый сигнал, поступающий на вход системы в смеси с аддитивным шумом

$$x = Cz + \xi; \quad (5)$$

$A^* = A^*(t)$; $B^* = B^*(t)$; $C = C(t)$ — прямоугольные матрицы размерностей $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(l \times n)$ соответственно; $K^* = K^*(t)$ — оптимальная матрица усиления $(n \times l)$.

Ковариационные матрицы $\zeta = \zeta(t)$ и $\xi = \xi(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \langle \zeta \zeta^T \rangle &= S^* \delta(t - \tau); \\ \langle \xi \xi^T \rangle &= F^* \delta(t - \tau); \\ \langle \zeta \xi^T \rangle &= \langle \xi \zeta^T \rangle \equiv 0; \end{aligned} \quad (6)$$

K^* в (3) определяется по формуле

$$K^* = \Gamma^* C F^{*-1}, \quad (7)$$

где $\Gamma^* = \Gamma^*(t)$ — ковариационная матрица ошибки в оптимальной системе

$$\Gamma^* = \langle [z - \hat{z}] [z - \hat{z}]^T \rangle \Big|_{K=K^*} \quad (8)$$

представляет собой решение матричного уравнения Риккати:

$$\dot{\Gamma}^* = A^* \Gamma^* + \Gamma^* A^{*T} + B^* S^* B^{*T} - \Gamma^* C^T F^{*-1} C \Gamma^*. \quad (9)$$

Для $C = [10 \dots 0]$ и установившегося решения (9) элементы K^* имеют вид

$$k_{ij}^* = \gamma_{ij}^* f_{ij}^{*-1} \quad (10)$$

В случае модели сигнала (4), соответствующей последовательному соединению n интеграторов, нетрудно получить

$$k_{ij}^* = d_{ij} q^{\frac{i+j-1}{n}}, \quad (11)$$

где

$$q = [s_{ii}^* f_{ii}^{*-1}]^{\frac{1}{2}}; \quad d_{ij} = 2^{0.5(i+j-1)(n+1-i-j)} \quad (12)$$

γ_{ij}^* , f_{ij}^* , s_{ij}^* — элементы матриц Γ^* , F^* , S^* .

Для модели сигнала, соответствующей последовательному соединению n апериодических звеньев с постоянными времени $T_i = \frac{1}{\alpha_i}$ наибольшую трудность составляет определение одного из

коэффициентов k_{ij}^* , представляющего собой для установившегося режима решение алгебраического уравнения порядка $2n$.

Можно показать, что достаточно точное приближение решения (7), (9) дает формула

$$k_{ij}^* = -\sum_{i=1}^n \alpha_i + \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 + d_{ij} \sqrt{\prod_{i=1}^n \alpha_i^2 + q^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

где

$$\alpha_i = a_{ii}^*$$

d_{ij} , q определяются из (12). Полагая в (13) соответствующие $\alpha_i = 0$, можно получить формулы оптимальных значений k_{ij}^* для модели сигнала, соответствующей последовательному соединению нескольких интеграторов и апериодических звеньев.

Вывод основных формул чувствительности

Дифференциальное уравнение для ковариационной матрицы неоптимальной системы фильтрации, дающей несмещенную оценку $\hat{z}(t)$, имеет вид

$$\dot{\Gamma} = [A - KC]\Gamma + \Gamma[A - KC]^T + BSB^T + KFK^T \quad (14)$$

Определим чувствительность оптимальной системы фильтрации к изменению параметров системы. Возмущенные значения параметров и дисперсии в квазиоптимальной системе запишем в виде

$$A = A^* + \Delta A, \quad K = K^* + \Delta K, \quad B = B^* + \Delta B, \quad \Gamma = \Gamma^* + \Delta \Gamma \quad (15)$$

Здесь A^* и B^* — матрицы, входящие в модель сигнала, для которой определены оптимальные значения K^* и Γ^* ; ΔA , ΔB , ΔK ,

$\Delta\Gamma$ — отклонения соответствующих матриц от оптимальных значений. Подставляя (15) в (14) и вычитая почленно (9), получим уравнение для $\Delta\Gamma$:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\Gamma} = & [A - KC]\Delta\Gamma + \Delta\Gamma [A - KC]^T + \\ & + \Gamma^* \Delta A^T + \Delta A \Gamma^* + BSB^T - B^*S^*B^{*T} + \Delta K \Gamma^* \Delta K^T. \end{aligned} \quad (16)$$

Используя обозначения

$$\begin{aligned} A - KC &= -R, \\ \Delta A \Gamma^* + \Gamma^* \Delta A^T &= W_{\Delta A}, \\ BSB^T - B^*S^*B^{*T} &= W_{\Delta B}, \\ \Delta K \Gamma^* \Delta K^T &= W_{\Delta K}, \end{aligned} \quad (17)$$

перепишем (16) в виде

$$\Delta\dot{\Gamma} + R\Delta\Gamma + \Delta\Gamma R^T = W_{\Delta A} + W_{\Delta B} + W_{\Delta K} = W. \quad (18)$$

Решение неоднородного матричного уравнения (18) имеет вид

$$\Delta\Gamma(t) = \Theta(t, 0) \Delta\Gamma \Theta^T(t, 0) + \int_0^t \Theta(t, \tau) W(\tau) \Theta^T(t, \tau) d\tau, \quad (19)$$

где $\Theta(t, \tau)$ — фундаментальное решение для (18). Для стационарного случая $R(t) = R$ решение (18) может быть найдено с помощью интеграла свертывания:

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma(t) = & \exp\{-Rt\} \Delta\Gamma(0) \exp\{-Rt\} + \exp\{-Rt\} \times \\ & \times \left[\int_0^t \exp\{R\tau\} W(\tau) \exp\{R^T \cdot \tau\} d\tau \right] \exp\{-R^T t\}, \end{aligned} \quad (20)$$

В установившемся режиме $\Delta\dot{\Gamma}(t) = 0$, следовательно, из (18) имеем

$$R(t) \Delta\Gamma(t) + \Delta\Gamma(t) R^T(t) = W(t). \quad (21)$$

В общем случае, задавая возмущенные значения параметров в виде (15), получим

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma(t) = & [A - KC]\Delta\Gamma + \Delta\Gamma [A - KC]^T + [\Delta A - \Delta KC] \Gamma^* + \\ & + \Gamma^* [\Delta A - \Delta KC]^T + [\Delta A - \Delta KC] \Delta\Gamma + \Delta\Gamma [\Delta A - \Delta KC]^T + \\ & + \Delta K F^* K^{*T} + K^* F^* \Delta K^T + \Delta K \Delta F K^{*T} + K^* \Delta F \Delta K^T + K^* \Delta F K^{*T} + \\ & + \Delta K F \Delta K^T + \Delta K \Delta F \Delta K^T + \Delta B S^* \Delta B^T + B^* S^* \Delta B^T + \\ & + \Delta B \Delta S B^{*T} + B^* \Delta S \Delta B^T + B^* \Delta S B^{*T} + \Delta B \cdot S^* \cdot B^T + \Delta B \Delta S \Delta B^T. \end{aligned} \quad (22)$$

Практическое использование (22) связано со значительными вычислительными трудностями даже для систем первого и второго порядков. Поэтому представляет интерес получить рекуррентное соотношение, позволяющее при вычислениях переходить от формул для систем с низшей размерностью к формулам для систем с более высокой размерностью.

Представляя модель сигнала согласно схеме рис. 1 и производя синтез оптимальной системы последовательно для $n = 1, 2, \dots$, по индукции определим систему линейных уравнений для вычисления элементов $\Delta\gamma_{ij}$ матрицы $\Delta\Gamma^*$,

$$\Delta\gamma_{ij} = \Delta\gamma_{ji} = \gamma_{ij} - \dot{\gamma}_{ij}, \quad (23)$$

в виде

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\gamma}_{ij} = & -K_{ji}\Delta\gamma_{ij} - K_{ij}\Delta\gamma_{ji} - (\alpha_i + \alpha_j)\Delta\gamma_{ij} - \\ & - (\Delta\alpha_i + \Delta\alpha_j)\dot{\gamma}_{ij} - \Delta k_{ij}\dot{\gamma}_{ij} - \Delta k_{ji}\dot{\gamma}_{ji} + \Delta\gamma_{i+1,j} + \\ & + \Delta\gamma_{j,i+1} + [\Delta k_{ji} + \Delta k_{ij}k_{ji}^*] \dot{f}_{ij} + k_{ij}^*k_{ji}^* \Delta f_{ij} + \\ & + \delta(i, n)\delta(j, n) \times \left\{ \left[\prod_{k=1}^n b_k^2 - \prod_{k=1}^n b_k^{*2} \right] s_{ij} + \prod_{k=1}^n b_k \Delta s_{ij} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

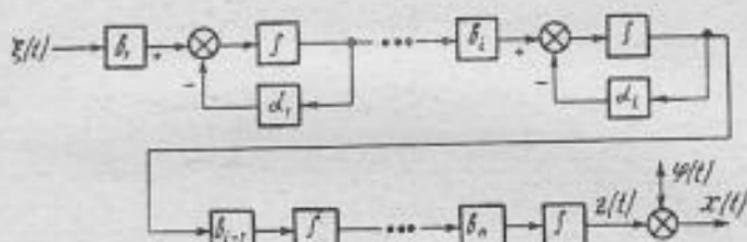


Рис. 1.

Здесь

$$\delta(l, k) = \begin{cases} 0, & l \neq k \\ 1, & l = k \end{cases} \quad (25)$$

символ Кронекера; $b_k = \alpha_k m_k$, m_k — коэффициент усиления k -го инерционного звена или интегратора. Полагая в (24) $\Delta\dot{\gamma}_{ij} = 0$, нетрудно получить систему линейных уравнений первого порядка для вычисления $\Delta\gamma_{ij}$. Решение (24) в установившемся режиме для $n = 1$ имеет вид

$$\Delta\gamma_{11} = \frac{c_{11}}{2(k_{11} + \alpha_1)}. \quad (26)$$

Для $n = 2$

$$\Delta\gamma_{11} = \frac{k_{21} + \alpha_2(k_{11} + \alpha_1 + \alpha_2)c_{11} + 2\alpha_2 c_{12} + c_{22}}{2(k_{11} + \alpha_1 + \alpha_2)[k_{21} + \alpha_2(k_{11} + \alpha_1)]}, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} c_{ij} = & -(\Delta\alpha_i + \Delta\alpha_j)\dot{\gamma}_{ij} - \Delta k_{ij}\dot{\gamma}_{ij} - \Delta k_{ji}\dot{\gamma}_{ji} + \\ & + [\Delta k_{ji}k_{ij} + \Delta k_{ij}k_{ji}^*] \dot{f}_{ij} + k_{ij}^* \Delta f_{ij} + \\ & + \delta(i, n)\delta(j, n) \left\{ \left[\prod_{k=1}^n b_k^2 - \prod_{k=1}^n b_k^{*2} \right] s_{ij} + \prod_{k=1}^n b_k \Delta s_{ij} \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Применение уравнений чувствительности

При оценке чувствительности оптимальных систем необходимо исследовать влияние изменения одного или нескольких параметров модели сигнала или системы. В этом случае в общих уравнениях чувствительности (16), (23) следует положить возмущения всех параметров, кроме исследуемого, равными нулю. Рассмотрим примеры, когда модель полезного сигнала при проектировании системы определена ошибочно. Эта ошибка может быть в случаях, если допущена погрешность при построении модели полезного сигнала или модель намеренно изменена с целью получить более простые формулы при синтезе.

Оценим чувствительность простейшей оптимальной системы для модели сигнала, соответствующей одному интегратору. Для рассматриваемого случая имеем согласно (16), (23)

$$\Delta\gamma_{11} = -2k_{11}^* \Delta\gamma_{11} + \Delta k_{11}^2 f_{11}^* \quad (29)$$

следовательно,

$$\Delta\gamma_{11} = \Delta\gamma_{11}(0) \Delta k_{11}^2 f_{11}^* + \frac{\Delta k_{11}^2 f_{11}^*}{2k_{11}^*} (1 - e^{-2k_{11}^* t}). \quad (30)$$

В установившемся режиме, т. е. при $t \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta\gamma_{11}^*}{\gamma_{11}^*} = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\Delta k_{11}^*}{k_{11}^*}\right)^2}{1 + \frac{\Delta k_{11}^*}{k_{11}^*}} \quad (31)$$

График зависимости $\frac{\Delta\gamma_{11}^*}{\gamma_{11}^*} = f\left(\frac{\Delta k_{11}^*}{k_{11}^*}\right)$ приведен на рис. 2. Оптимальная система первого порядка оказывается мало чувствительной к изменению коэффициента усиления. Так, при изменении k_{11} менее чем на 20% точность оптимальной системы практически не изменяется.

Пример 1. Модель полезного сигнала представляет собой последовательное соединение двух интеграторов. Определим чувствительность оптимальной системы к изменению коэффициента усиления. Для установившегося режима из (24) получим

$$2k_{11} \Delta\gamma_{11} - 2\Delta\gamma_{12} = f_{11}^* \Delta k_{11}^2, \quad (32)$$

$$k_{11} \Delta\gamma_{12} + k_{21} \Delta\gamma_{11} - \Delta\gamma_{22} = \Delta k_{11} \Delta k_{21} f_{11}^*,$$

$$2\Delta\gamma_{12} k_{21} = \Delta k_{21}^2 f_{11}^*.$$

Решая систему относительно $\Delta\gamma_{11}$, имеем

$$\Delta\gamma_{11} = \frac{f_{11}^* \Delta k_{21}^2}{2(k_{21}^* + \Delta k_{21}^*)}, \quad (33)$$

$$\Delta\gamma_{11} = \frac{\Delta k_{11}^2 f_{11}^*}{2k_{11}^*} + \frac{f_{11}^* \Delta k_{21}^2}{2k_{11}^* k_{21}^*}.$$

Нормированное отклонение дисперсии определится по формуле

$$\frac{\Delta \gamma_{11}^*}{\gamma_{11}^*} = \frac{n^2}{2(1+n)} \left[1 + \frac{0,5m^2}{n^2(1+m)} \right], \quad (34)$$

где введены обозначения

$$n = \frac{\Delta k_{11}}{k_{11}^*}, \quad m = \frac{\Delta k_{21}}{k_{21}^*}.$$

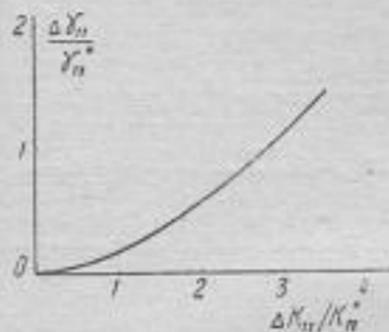


Рис. 2.

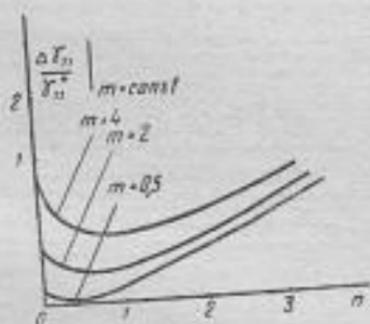


Рис. 3.

График зависимости $\frac{\Delta \gamma_{11}^*}{\gamma_{11}^*} = f(n, m)$ приведен на рис. 3. Ис-

следуя графики, отметим, что чувствительность системы второго порядка к изменению коэффициентов выше за счет изменения k_{21} . Однако заметное влияние на величину $\Delta \gamma_{11}$ отклонения k_{21} от оптимального значения имеет место при $m \gg 1$. При $m < 1$ чувствительность системы второго порядка практически совпадает с чувствительностью систем первого порядка и формула (34) переходит в (31).

Пример 2. Оценим чувствительность оптимальной системы второго порядка к изменению характеристик внешних воздействий. Для модели сигнала примера 1 получим

$$\begin{aligned} \Delta \gamma_{11}(t) &= 2 [\Delta \gamma_{12} - k_{11}^* \Delta \gamma_{11}] + k_{11}^2 \Delta f_{11}, \\ \Delta \dot{\gamma}_{12}(t) &= \Delta \gamma_{22} - k_{11}^* \Delta \gamma_{12} - k_{21}^* \Delta \gamma_{11} + k_{11}^* k_{21}^* \Delta f_{11}, \\ \Delta \dot{\gamma}_{22}(t) &= -2k_{11}^* \Delta \gamma_{12} + k_{21}^* \Delta \gamma_{11} + b_1^2 b_2^2 \Delta s_{11}. \end{aligned} \quad (35)$$

Для установившегося режима из (35) имеем

$$\Delta \gamma_{11} = \frac{k_{21}^* k_{11}^* \Delta f_{11} + k_{21}^* \Delta f_{11} + b_1^2 b_2^2 \Delta s_{11}}{2k_{11}^* k_{21}^*}; \quad (36)$$

при $b_1 = b_2 = 1$

$$\frac{\Delta \gamma_{11}^*}{\gamma_{11}^*} = 0,75 \frac{\Delta f_{11}}{f_{11}} + 0,125 \frac{\Delta s_{11}}{s_{11}}. \quad (37)$$

Аналогичные расчеты для системы первого порядка с моделью, соответствующей одному интегратору, дают

$$\frac{\Delta \gamma_{11}}{\gamma_{11}} = 0,5 \frac{\Delta f_{11}}{f_{11}} + 0,5 \frac{\Delta s_{11}}{s_{11}}. \quad (38)$$

Таким образом, с ростом порядка модели сигнала чувствительность ошибки растет по отношению к изменениям мешающего сигнала и падает по отношению к величине спектральной плотности шума, возбуждающего модель сигнала. Это обстоятельство имеет решающее значение при проектировании оптимальных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коровов Н. Н. Оценка эффективности систем автоматического управления с самонастройкой по входному сигналу.—«Техническая кибернетика», 1966, № 1, с. 118—123.
2. Коровов Н. Н., Долгий А. А., Рубцов Б. В. Построение марковской модели полезного сигнала для систем автосопровождения.—«Техническая кибернетика», 1973, № 2, с. 125—132.

УДК 621.316.722.1
В. Д. ОСТРОУХОВ,
канд. техн. наук,
А. В. ДИКАНЬ

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧАСТОТЫ АВТОКОЛЕБАНИЙ ИМПУЛЬСНЫХ ДВУХПОЗИЦИОННЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ

Позиционные стабилизаторы являются по существу релейными системами автоматического регулирования, в которых регулирующий орган занимает конечное число положений (обычно их два), соответствующих максимальному и минимальному регулируемому воздействию. Характерной особенностью таких систем является то, что при отсутствии внешнего периодического воздействия они работают в автоколебательном режиме. В этой связи важным представляется определение параметров рабочего режима стабилизаторов. Решению этого вопроса посвящена данная статья.

Функциональную схему релейного стабилизатора представим как соединение непрерывной части и релейного элемента РЭ (рис. 1). В непрерывную часть НЧ входят все элементы за исключением релейного.

Разомкнем систему на входе релейного элемента. В такой системе в отличие от замкнутой на входную величину не накладывается никаких ограничений, и она может быть в общем случае произвольной. Предположим, что входная величина релейного элемента изменяется периодически. Очевидно, выходная величина релейного элемента будет представлять периодическую последовательность прямоугольных импульсов постоянной высоты

и длительности, зависящей от величины порога релейного элемента. Введем обозначения для периодически изменяющихся величин $\tilde{x}(t)$; $\tilde{y}(t)$; $\tilde{z}(t)$ в отличие от произвольно меняющихся $x(t)$; $y(t)$; $z(t)$. Таким образом, задача сводится к определению реакции непрерывной части на периодическую последовательность прямоугольных импульсов и отысканию их параметров удовлетворяющих условиям существования автоколебаний.

В релейных стабилизаторах нелинейный элемент обладает несимметричной характеристикой [Щыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования, М., Гостехиздат, 1955. 167 с.]

Выходная величина релейного элемента представляет собой периодическую последовательность импульсов длительности γT и частоты $f = \frac{1}{T}$ (рис. 2), где $\gamma = \frac{t_1}{T}$ — относительная длительность импульсов.

Управляющее воздействие $\tilde{y}(t)$ можно представить как сумму постоянного воздействия y_0 и последовательности несимметричных импульсов $\tilde{y}_1(t)$.

Реакция непрерывной части на постоянную составляющую в установившемся режиме равна

$$z_0 = y_0 h(\infty) = y_0 W_0(0),$$

где $W_0(0)$ — передаточная функция непрерывной части при $p = 0$.

Реакция непрерывной части на несимметричную последовательность импульсов $\tilde{z}_1(t)$ определится как

$$\tilde{z}_1(t) = K_p \left\{ (2\gamma - 1) W_0(0) + \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{W_0(r\omega)}{r} \sin \gamma r \pi \cos [r\omega t - r\gamma \pi + \theta(r\omega)] \right\}. \quad (1)$$

Суммарная реакция $\tilde{z}(t)$ будет

$$\tilde{z}(t) = z_0 + \tilde{z}_1(t). \quad (2)$$

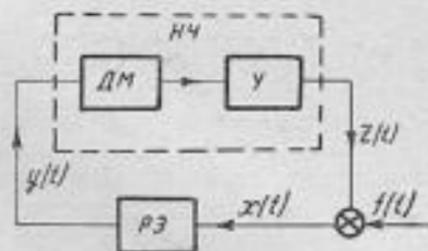


Рис. 1. Функциональная схема релейного стабилизатора.

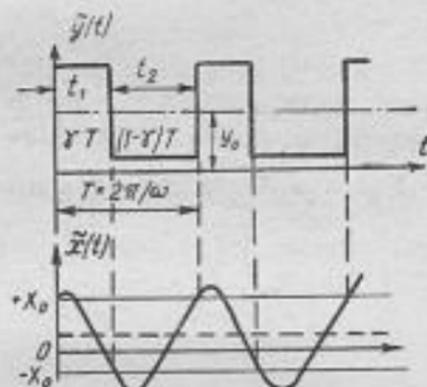


Рис. 2. Управляющий сигнал и управляющее воздействие.

Если в системе существуют автоколебания, то периодически изменяющиеся величины $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$, $\tilde{z}(t)$ должны удовлетворять уравнению замкнутой релейной системы. Условием замыкания в этом случае будет

$$\dot{\tilde{x}}(t) = f_n - \tilde{z}(t), \quad (3)$$

где f_n — постоянное воздействие $f_n = f(t)$, приложенное ко входу релейного элемента.

Условимся, что управляющий сигнал $\tilde{x}(t) = f_n - \tilde{z}(t)$ проходит впервые пороговое значение, уменьшаясь, т. е. $\dot{\tilde{x}}(t) < 0$. Это предположение не ограничивает общности рассмотрения, а связано с выбором знака условия надлежащего направления переключения. Тогда, исходя непосредственно из рис. 2, можно записать условия существования несимметричных автоколебаний.

Условия надлежащих моментов переключения

$$\dot{\tilde{x}}\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = \chi_0; \quad (4)$$

$$\dot{\tilde{x}}\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) = -\chi_0.$$

Условия надлежащего направления переключения

$$\dot{\tilde{x}}\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) > 0; \quad (5)$$

$$\dot{\tilde{x}}\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) < 0.$$

Используя выражения (2) и (3), условия существования несимметричных автоколебаний можно представить в виде

$$\tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = f_n - \chi_0 - y_0 W_0(0); \quad (6)$$

$$\tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) = f_n + \chi_0 - y_0 W_0(0)$$

и

$$\tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) < 0; \quad (7)$$

$$\tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) > 0.$$

Полученные выражения (6) и (7) определяют значения частот автоколебаний ω и относительной длительности импульсов γ двухпозиционных стабилизаторов.

Для фактического определения ω и γ воспользуемся понятием релейных характеристик, определяемых как

$$J(\omega) = -\frac{1}{\omega} \tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) - jz_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right); \quad (8)$$

$$J_\gamma(\omega) = -\frac{1}{\omega} \tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) - jz_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right).$$

На основании выражений (8) строим семейства J -голографов характеристик для различных γ и ω , изменяющихся от 0 до ∞ .

Точки пересечения семейства $J(\omega)$ с прямой $\text{Im} J(\omega) = -f_n + X_0 + y_0 W_0(0)$ и семейства $J_\gamma(\omega)$ с прямой $\text{Im} J_\gamma(\omega) = -f_n - X_0 + y_0 W_0(0)$ определяют частоты автоколебаний при соответствующих значениях γ . Это следует из условий переключения (6) и (7) и соотношений (8).

Определив ω для ряда значений γ , можно подстроить графики $\gamma = \Gamma(\omega)$ и $\gamma = \Gamma_\gamma(\omega)$ соответственно для $J(\omega)$ и $J_\gamma(\omega)$. Точка пересечения этих графиков и даст искомые значения частоты ω и относительной длительности γ .

Выражения для $\tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ и $\tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right)$, входящие в соотношения (8), могут быть представлены на основании (1) в виде суммы бесконечного ряда, что однако, неудобно для практических расчетов.

Если известна передаточная функция непрерывной части и могут быть найдены ее полюсы, то $\tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ и $\tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right)$ могут быть определены не в виде ряда, а в конечной форме. В случае простых полюсов

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) &= 2K_p \sum_{v=1}^n C_{v_s} \left[\frac{1 - e^{-\rho_v(1-\gamma)\frac{2\pi}{\omega}}}{1 - e^{-\rho_v\frac{2\pi}{\omega}}} - \frac{1}{2} \right], \\ \tilde{z}_1\left(\gamma \frac{2\pi}{\omega}\right) &= 2K_p \sum_{v=1}^n C_{v_s} \left[\frac{e^{\rho_v\frac{2\pi}{\omega}} - 1}{1 - e^{-\rho_v\frac{2\pi}{\omega}}} + \frac{1}{2} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда выражения для $J(\omega)$ и $J_\gamma(\omega)$ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} J(\omega) &= 2K_p \left\{ \frac{1}{\omega} \sum_{v=1}^n C_{v_s} \frac{1 - e^{-\rho_v(1-\gamma)\frac{2\pi}{\omega}}}{1 - e^{-\rho_v\frac{2\pi}{\omega}}} + \right. \\ &\quad \left. + j \sum_{v=1}^n C_{v_s} \left[\frac{1 - e^{-\rho_v(1-\gamma)\frac{2\pi}{\omega}}}{1 - e^{-\rho_v\frac{2\pi}{\omega}}} - \frac{1}{2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$J_{\gamma}(\omega) = -2K_p \left\{ \frac{1}{\omega} \sum_{v=1}^n C_{v_1} \frac{e^{p_v \gamma \frac{2\pi}{\omega}} - 1}{1 - e^{p_v \frac{2\pi}{\omega}}} + \right. \\ \left. + j \sum_{v=1}^n C_{v_2} \left[\frac{e^{p_v \gamma \frac{2\pi}{\omega}} - 1}{1 - e^{p_v \frac{2\pi}{\omega}}} + \frac{1}{2} \right] \right\},$$

где

$$C_{v_1} = \frac{P(p_v)}{Q'(p_v) p_v}; \quad C_{v_2} = \frac{P(p_v)}{Q'(p_v)}.$$

Обычно непрерывная часть рассматриваемых стабилизаторов представляет звено второго порядка с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\sigma p + \omega_0^2}, \quad (11)$$

имеющей два простых полюса (p_1 и p_2). В этом случае выражения для $J(\omega)$ и $J_{\gamma}(\omega)$ можно привести к виду

$$J(\omega) = -E \left\{ \frac{\omega_0^2}{(p_1 - p_2)\omega} \left(\frac{1 - e^{p_1 t_1}}{1 - e^{p_1 T}} - \frac{1 - e^{p_2 t_1}}{1 - e^{p_2 T}} \right) + \right. \\ \left. + j \left[\frac{1}{p_1 - p_2} \left(p_2 \frac{1 - e^{p_1 t_1}}{1 - e^{p_1 T}} - p_1 \frac{1 - e^{p_2 t_1}}{1 - e^{p_2 T}} \right) + \frac{1}{2} \right] \right\}; \\ J_{\gamma}(\omega) = -E \left\{ -\frac{\omega_0^2}{(p_1 - p_2)\omega} \left(\frac{1 - e^{p_1 t_1}}{1 - e^{p_1 T}} - \frac{1 - e^{p_2 t_1}}{1 - e^{p_2 T}} \right) + \right. \\ \left. + j \left[-\frac{1}{p_1 - p_2} \left(p_2 \frac{1 - e^{p_1 t_1}}{1 - e^{p_1 T}} - p_1 \frac{1 - e^{p_2 t_1}}{1 - e^{p_2 T}} \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (12)$$

где

$$2K_p = E; \quad t_1 = \gamma T; \quad t_2 = (1 - \gamma) T; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Если корни p_1 и p_2 комплексно-сопряженные, то после ряда преобразований действительную и мнимую части релейных характеристик также можно привести к вещественной форме.

При практическом определении рабочей частоты ω и относительной длительности импульсов γ двухпозиционных стабилизаторов удобнее пользоваться не полными релейными характеристиками $J(\omega)$ и $J_{\gamma}(\omega)$, а отдельно мнимыми и вещественными частями.

Следует, однако, учесть, что в импульсных релейных стабилизаторах постоянная составляющая, входящая в выражение $z_1(t)$, на несколько порядков превышает переменную составляющую, что практически исключает возможность определения ω

Таблица 1

ω	$\gamma = 0,1$		$\gamma = 0,2$		$\gamma = 0,3$		$\gamma = 0,4$		$\gamma = 0,5$	
	Re $J(\omega)$	Im $J(\omega)$								
10^{-4}	0,111	0,146	0,213	0,226	0,303	0,244	0,375	0,212	0,425	0,141
$2 \cdot 10^4$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^{-2}$	$5,4 \cdot 10^{-2}$	$0,9 \cdot 10^{-2}$	$5,3 \cdot 10^{-2}$	0,105	$4 \cdot 10^{-2}$	0,115	$1,9 \cdot 10^{-2}$
$4 \cdot 10^4$	$9,7 \cdot 10^{-3}$	$9,1 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$2,7 \cdot 10^{-2}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$
$6 \cdot 10^4$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$7,1 \cdot 10^{-4}$
$8 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$7,3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$
10^5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
$1,5 \cdot 10^{+5}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$8,6 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$
$2 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$9,8 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$

Продолжение табл. 1

ω	$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0,7$		$\gamma = 0,8$		$\gamma = 0,9$	
	Re $J(\omega)$	Im $J(\omega)$						
10^5	0,444	$4,8 \cdot 10^{-2}$	0,423	$-4,5 \cdot 10^{-2}$	0,351	$-0,109$	0,216	$-0,109$
$2 \cdot 10^5$	0,115	$-5,4 \cdot 10^{-3}$	0,104	$-2,7 \cdot 10^{-2}$	$8,3 \cdot 10^{-2}$	$-3,8 \cdot 10^{-2}$	$4,9 \cdot 10^{-2}$	$-3,2 \cdot 10^{-2}$
$4 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$-3,6 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$-8,6 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$-1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$-8,5 \cdot 10^{-3}$
$6 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$-2 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$-4,1 \cdot 10^{-3}$	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$-4,9 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$-3,8 \cdot 10^{-3}$
$8 \cdot 10^5$	$7,1 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-3}$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	$-2,4 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$-2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$-2,2 \cdot 10^{-3}$
10^6	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$-8 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$-1,5 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$-1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$
$1,5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-3}$	$-3,8 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$-7 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$-8,2 \cdot 10^{-4}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$-6,2 \cdot 10^{-4}$
$2 \cdot 10^6$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$-2,2 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$-4 \cdot 10^{-4}$	$7,6 \cdot 10^{-4}$	$-4,6 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$-3,5 \cdot 10^{-4}$

ω	γ = 0,1		γ = 0,2		γ = 0,3		γ = 0,4		γ = 0,5	
	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)
10 ⁴	-0,216	0,109	-0,351	0,109	-0,423	4,5 · 10 ⁻²	-0,444	-4,8 · 10 ⁻²	-0,425	-0,141
2 · 10 ⁴	-4,9 · 10 ⁻²	3,2 · 10 ⁻²	-8,3 · 10 ⁻²	3,8 · 10 ⁻²	-0,104	2,7 · 10 ⁻²	-0,115	5,4 · 10 ⁻³	-0,115	-1,9 · 10 ⁻²
4 · 10 ⁴	-1,1 · 10 ⁻²	8,5 · 10 ⁻³	-2 · 10 ⁻²	1,1 · 10 ⁻²	-2,6 · 10 ⁻²	6,6 · 10 ⁻³	-2,9 · 10 ⁻²	3,6 · 10 ⁻³	-2,9 · 10 ⁻²	-2,4 · 10 ⁻²
6 · 10 ⁴	-5 · 10 ⁻³	3,8 · 10 ⁻³	-8,7 · 10 ⁻³	4,9 · 10 ⁻³	-1,1 · 10 ⁻²	4,1 · 10 ⁻³	-1,3 · 10 ⁻²	2 · 10 ⁻³	-1,3 · 10 ⁻²	-7,1 · 10 ⁻⁴
8 · 10 ⁴	-2,8 · 10 ⁻³	2,2 · 10 ⁻³	-4,8 · 10 ⁻³	2,5 · 10 ⁻³	-6,3 · 10 ⁻³	2,4 · 10 ⁻³	-7,1 · 10 ⁻³	1,2 · 10 ⁻³	-7,3 · 10 ⁻³	-3 · 10 ⁻⁴
10 ⁵	-1,7 · 10 ⁻³	1,4 · 10 ⁻³	-3,1 · 10 ⁻³	1,8 · 10 ⁻³	-4 · 10 ⁻³	1,5 · 10 ⁻³	-4,6 · 10 ⁻³	8 · 10 ⁻⁴	-4,7 · 10 ⁻³	-1,5 · 10 ⁻⁴
1,5 · 10 ⁵	-7,7 · 10 ⁻⁴	6,2 · 10 ⁻⁴	-1,4 · 10 ⁻²	8,2 · 10 ⁻⁴	-1,8 · 10 ⁻³	7 · 10 ⁻⁴	-2 · 10 ⁻³	3,8 · 10 ⁻⁴	-2,1 · 10 ⁻³	-4,6 · 10 ⁻⁶
2 · 10 ⁵	-4,3 · 10 ⁻⁴	3,5 · 10 ⁻⁴	-7,6 · 10 ⁻⁴	4,7 · 10 ⁻⁴	-10 ⁻³	4 · 10 ⁻⁴	2,2 · 10 ⁻³	2,2 · 10 ⁻⁴	-1,2 · 10 ⁻³	-1,9 · 10 ⁻⁵

Продолжение табл. 2

ω	γ = 0,6		γ = 0,7		γ = 0,8		γ = 0,9	
	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)	Re J _γ (ω)	Im J _γ (ω)
10 ⁴	-0,376	-0,212	-0,303	-0,245	-0,213	-0,226	-0,111	-0,146
2 · 10 ⁴	-0,105	-4 · 10 ⁻²	-8,9 · 10 ⁻²	-5,3 · 10 ⁻²	-6,5 · 10 ⁻²	-5,4 · 10 ⁻²	-3,5 · 10 ⁻²	-3,7 · 10 ⁻²
4 · 10 ⁴	-2,7 · 10 ⁻²	-8,1 · 10 ⁻³	-2,4 · 10 ⁻²	-1,2 · 10 ⁻²	-1,7 · 10 ⁻²	-1,3 · 10 ⁻²	-9,7 · 10 ⁻³	-9,1 · 10 ⁻³
6 · 10 ⁴	-1,2 · 10 ⁻²	-3,3 · 10 ⁻³	-1,1 · 10 ⁻²	-5,1 · 10 ⁻³	-8 · 10 ⁻³	-5,5 · 10 ⁻³	-4,4 · 10 ⁻³	-4 · 10 ⁻³
8 · 10 ⁴	-7 · 10 ⁻³	-1,7 · 10 ⁻³	-6 · 10 ⁻³	-2,8 · 10 ⁻³	-4,6 · 10 ⁻³	-3,1 · 10 ⁻³	-2,5 · 10 ⁻³	-2,2 · 10 ⁻³
10 ⁵	-4,5 · 10 ⁻³	-1,1 · 10 ⁻³	-3,9 · 10 ⁻³	-1,8 · 10 ⁻³	-2,9 · 10 ⁻³	-1,9 · 10 ⁻³	-1,6 · 10 ⁻³	-1,4 · 10 ⁻³
1,5 · 10 ⁵	-2 · 10 ⁻³	-4,6 · 10 ⁻⁴	-1,7 · 10 ⁻³	-7,7 · 10 ⁻⁴	-1,3 · 10 ⁻³	-8,6 · 10 ⁻⁴	-7,4 · 10 ⁻⁴	-6,4 · 10 ⁻⁴
2 · 10 ⁵	-1,1 · 10 ⁻³	-2,5 · 10 ⁻⁴	-9,8 · 10 ⁻⁴	-4,3 · 10 ⁻⁴	-7,4 · 10 ⁻⁴	-4,8 · 10 ⁻⁴	-4,2 · 10 ⁻⁴	-3,6 · 10 ⁻⁴

и γ вышеизложенным методом. В этом случае из выражений (9) следует вычесть величину $K_p(2\gamma - 1)W_0(0)$, что позволяет выражения для мнимых частей релейных характеристик представить в виде

$$\operatorname{Im} J(\omega) = -E \left[\frac{1}{\rho_2 - \rho_1} \left(\rho_2 \frac{1 - e^{\rho_1 t_2}}{1 - e^{\rho_1 T}} - \rho_1 \frac{1 - e^{\rho_2 t_2}}{1 - e^{\rho_2 T}} \right) + 1 - \gamma \right], \quad (13)$$

$$\operatorname{Im} J_\gamma(\omega) = -E \left[-\frac{1}{\rho_2 - \rho_1} \left(\rho_2 \frac{1 - e^{\rho_1 t_2}}{1 - e^{\rho_1 T}} - \rho_1 \frac{1 - e^{\rho_2 t_2}}{1 - e^{\rho_2 T}} \right) - \gamma \right].$$

Тогда с учетом (6) в плоскости $\operatorname{Im} J(\omega)$ следует проводить прямую $\gamma E - f_n + \chi_0$, а в плоскости $\operatorname{Im} J_\gamma(\omega)$ прямую $\gamma E - f_n - \chi_0$, где f_n — постоянное воздействие (в стабилизаторах это обычно опорное напряжение $U_{\text{оп}}$).

В общем случае в зависимости от схемного решения величины, входящие в правую часть выражений (6), должны вычисляться с учетом коэффициента деления n_d входного делителя схемы сравнения. Здесь рассмотрен частный случай при $n_d = 1$.

Пример расчета частоты автоколебаний ω и относительной длительности импульсов γ дан в приложении.

Приложение. Определение параметров автоколебательного режима двухпозиционного стабилизатора.

Найдем частоту автоколебаний ω и относительную длительность импульсов γ стабилизатора с непрерывной частью, имеющей следующие параметры:

$$E = 20; \omega_0^2 = \frac{1}{LC} = 3 \cdot 10^4; \alpha = 2 \cdot 10^3.$$

Полюсы передаточной функции, вычисленные для заданных параметров НЧ, имеют параметры $\rho_1 = -1000$; $\rho_2 = -3000$.

Используя выражения (12) и (13), вычисляем релейные характеристики $J(\omega)$ и $J_\gamma(\omega)$ в предполагаемом диапазоне рабочих частот стабилизатора. Вычисленные значения действительных и мнимых частей этих характеристик приведены в табл. 1 для $J(\omega)$ и табл. 2 для $J_\gamma(\omega)$.

Графики для мнимых частей характеристик релейной системы приведены на рис. 3. Проведем в плоскости $\operatorname{Im} J(\omega)$ прямую $\gamma E - U_{\text{оп}} + \chi_0$, а в плоскости $\operatorname{Im} J_\gamma(\omega)$ прямую $\gamma E - U_{\text{оп}} - \chi_0$, задаваясь величинами $\gamma E - U_{\text{оп}}$ и χ_0 . Первая представляет уставку стабилизатора, вторая — величину порога релейного элемента. В данном случае величины $\gamma E - U_{\text{оп}} + \chi_0 = 0,005$; $\gamma E - U_{\text{оп}} - \chi_0 = -0,02$.

Точки пересечения этих прямых с $\operatorname{Im} J(\omega)$ и $\operatorname{Im} J_\gamma(\omega)$ следует брать на плоскости $\operatorname{Im} J(\omega)$ в диапазоне частот, где выполняется неравенство $\operatorname{Re} J(\omega) > 0$, а на плоскости $\operatorname{Im} J_\gamma(\omega)$ — неравенство $\operatorname{Re} J_\gamma(\omega) < 0$. Точка пересечения кривых $\gamma = \Gamma(\omega)$ и $\gamma = \Gamma_\gamma(\omega)$, построенных в системе координат γ, ω и изображенных на рис. 4, определит частоту автоколебаний ω и относи-

тельную длительность импульсов γ при заданном значении порога релейного элемента. В приведенном примере $\omega = 2,3 \cdot 10^4$; $\gamma = 0,54$.

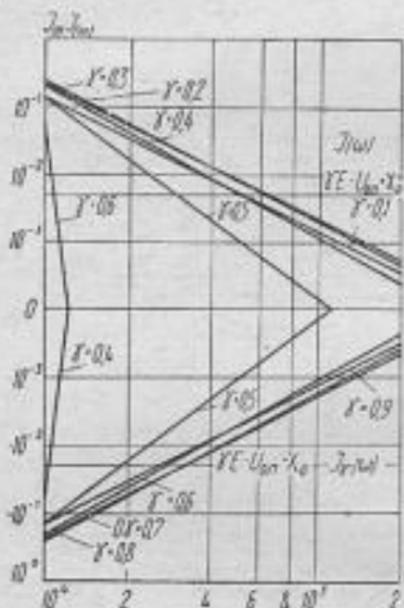


Рис. 3. Минимые части релейных характеристик при различных значениях γ .

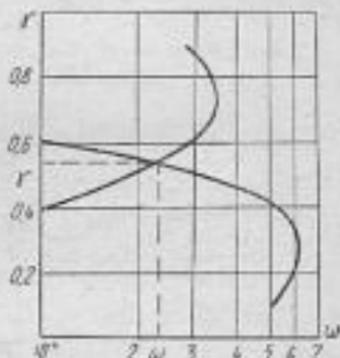


Рис. 4. Определение ω и γ по кривым $\Gamma(\omega)$ и $\Gamma_{\gamma}(\omega)$ при заданном значении порога релейного элемента.

УДК 62—525

Ю. И. КЕЛЛЕРМАН,
О. Г. СЕМЕНОВА

**МЕТОД СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА
ПНЕВМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
(ПСУ)**

Синтез ПСУ состоит из трех этапов: составление формализованного описания СУ по словесному описанию; преобразование формализованного описания СУ в математическое (составление логических уравнений); построение схемы ПСУ по математическому описанию СУ.

Для формализованного описания СУ используется язык ЛСА (логических схем алгоритмов) (Лазарев В. Г., Пийль Е. И. Синтез управляющих алгоритмов, М., «Энергия», 1970. 400 с.), где выполнению оператора ставится в соответствие формирование на определенном выходе СУ единичного (нулевого) сигнала. В связи с тем, что пневматические исполнительные устройства обычно имеют два (включающий и выключающий) управляющих входа (например, пневмоцилиндры, воздухораспределители и т. п.), выделено два типа операторов — включения (A_2^1) и отключения (A_2^R).

Операторы, выполняемые одновременно, заключаются в скобки. Логические условия (ЛУ) интерпретируются как сигналы от датчиков и переключателей, причем ЛУ содержит информацию о выполнении предыдущего оператора. Отсутствие стрелки перехода справа от логического условия означает переход от выполнения оператора $A_{z_{n-1}}$ к оператору A_{z_n} при истинности ЛУ. Невыполнение такого ЛУ означает остановку цикла.

Выполнение оператора (или группы одновременно выполняемых операторов) характеризуется в СУ ситуацией, которая определяется состоянием входных, промежуточных и выходных переменных.

Следующий этап синтеза начинается с деления полученной ЛСА на макроситуации. Термином «макроситуация» обозначена часть алгоритма, не содержащая одновременно операторы включения и выключения одного и того же исполнительного устройства.

Деление ЛСА на макроситуации производится при помощи прямых вертикальных линий, слева от которых подставляется номер макроситуации:

$$U = A_0 x_n (A_{z_1}^S, A_{z_2}^S) \downarrow^1 x_{z_2} A_{z_2}^S x_{z_3} \uparrow^1 | A_{z_2}^R \\ x_{z_3} (A_{z_1}^R, A_{z_2}^R) x_{z_2} A_{z_2}^S x_{z_1} \uparrow^2 | A_{z_1}^S x_{z_2} A_{z_2}^R x_{z_2} A_{z_2}^S \uparrow^{111} | \quad (1)$$

Каждой макроситуации в СУ соответствует состояние элементов памяти (ЭП). Количество ЭП определяется числом макроситуаций ЛСА и выбранным кодом. Состояние элементов памяти в каждый данный момент времени определяет внутреннее состояние системы. Если в качестве ЭП использовать двустабильный пневматический элемент (воздухораспределитель, триггер), то наиболее экономичную СУ позволяет получить код 1 из 1n1.

Обозначим: Y_i — выход ЭП; S_i и R_i — включающий и отключающий входы ЭП (где $i \in \{1, 2, \dots, n\}$); Z_j^S и Z_j^R — включающий и отключающий входы исполнительного устройства ($j \in \{1, 2, \dots, m\}$); x_n — логическое условие пуска СУ; x_i — логическое условие, проверяемое перед выполнением оператора A_{z_i} ($i \in \{1, 2, \dots, q\}$); x_h — логическое условие, проверяемое после выполнения последнего оператора ($i-1$) или j -й макроситуации ($h \in \{1, 2, \dots, q\}$); x_0 — ЛУ исходного положения. Система уравнений имеет вид:

$$S_i = x_n \cdot x_0 + Y_{i-1} x_h + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_j x_h, \quad (2)$$

$$R_i = Y_{i+1} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_j, \quad (3)$$

$$Z_i = \sum_{r=1}^n Y_r x_i. \quad (4)$$

Для операторов, стоящих в начале макроситуации, уравнение (4) может быть записано

$$Z_i = \sum_{r=1}^p y_r. \quad (4')$$

Например, по ЛСА (1) система уравнений, описывающих СУ сверлильного станком, принимает вид

$$\begin{aligned} S_I &= x_a \cdot x_b + Y_{II}x_{42}; & S_{II} &= Y_Ix_{43}; & S_{III} &= Y_{II}x_{12}; \\ R_I &= Y_{II}; & R_{II} &= Y_{III}; & R_{III} &= Y_I; \\ Z_1^S &= Y_I + Y_{II}; & Z_2^S &= Y_{II}x_{22}; & Z_3^S &= Y_I + Y_{II}x_{22}; & Z_4^S &= Y_Ix_{42}; \\ Z_1^R &= Z_3^R = Y_{II}x_{13}; & Z_2^R &= Y_{II}x_{23}; & Z_4^R &= Y_{II}. \end{aligned}$$

По полученным логическим уравнениям строим схему ПСУ.

УДК 681.142.62
А. В. ДАБАГЯН,
д-р техн. наук,
В. В. КАТРУК

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ
ДВИЖУЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА С ПОМОЩЬЮ ЕГО
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Для автоматизации процессов проектирования в различных областях техники, создания тренажеров необходимо иметь возможность представления на экране электроннолучевой трубки трехмерных объектов, имеющих шесть степеней свободы относительно точки наблюдения. Это достигается путем построения перспективных изображений — аксонометрических проекций.

Существует два метода выведения изображений: физическое и математическое моделирование.

В первом случае имеется физическая модель объекта, которая помещается перед передающей телевизионной камерой. В камере путем построчного сканирования проекции изображения на светочувствительной мишени электронным лучом яркостная информация об объекте преобразуется в видеосигнал. Последний передается в приемник, в котором он трансформируется в видимое изображение. Изменение проекции изображения на экране приемной ЭЛТ осуществляется изменением относительного положения модели и передающей камеры. Однако физическое моделирование отличается большой стоимостью и из-за наличия механических узлов имеет малую надежность и приводит к динамическим ошибкам отработки моделью команд управления. Кроме того, в случае использования моделей больших размеров возникает ряд трудностей, связанных с ограниченной глубиной резкости и минимальным фокусным расстоянием объектива телевизионной камеры. Достоинством метода физического моделирования является возможность представления на экране объектов какой угодно сложности.

Во втором случае имеется математическая модель объекта, т. е. уравнения поверхности объекта и дифференциальные уравнения движения его относительно точки наблюдения. Вычислительная машина решает эти уравнения и выдает соответствующую информацию на устройство построения изображений. Преимуществом метода является отсутствие физической модели, а следовательно, и всех присущих физическому моделированию недостатков. Однако при этом методе появляются значительные сложности, возникающие при выведении изображений сложных объектов.

В данной работе рассматривается метод построения изображений объектов, состоящих из совокупности цилиндров, конусов и плоскостей, с использованием математических моделей. Для получения перечисленных фигур по заданным цифровым кодам используется принцип простейших фигур Лиссажу. Построение изображения объекта осуществляется путем последовательного построения изображений отдельных элементов его.

Напряжения, подаваемые на горизонтально и вертикально отклоняющие пластины электроннолучевой трубки, определяются выражениями

$$\begin{aligned} U_x &= U_{0x} + U_{\Phi x} \sin \omega_1 t + U_{\rho x} \sin (\omega_2 t - k_1 \pi), \\ U_y &= U_{0y} + U_{\Phi y} \sin (\omega_1 t - \alpha) + U_{\rho y} \sin (\omega_2 t + k_2 \pi), \end{aligned} \quad (1)$$

где U_{0x} , U_{0y} — напряжения, определяющие координаты центра начала изображения на экране;

$U_{\Phi x}$, $U_{\Phi y}$ — амплитуды формирующих напряжений горизонтального и вертикального каналов;

$U_{\rho x}$, $U_{\rho y}$ — амплитуды развертывающих напряжений горизонтального и вертикального каналов;

ω_1 , ω_2 — круговые частоты формирующего и развертывающего напряжений;

α — угол сдвига фаз между $U_{\Phi x}$ и $U_{\Phi y}$;

k_1 , k_2 — коэффициенты, определяющие положение оси фигуры (k_1 , $k_2 = 0, 1$).

Формирование изображения цилиндра или конуса таким методом основано на перемещении светового пятна на экране трубки по винтовой линии, шаг которой определяется соотношением частот формирующего и развертывающего напряжений ω_1 и ω_2 . Чем сильнее неравенство $\omega_1 \gg \omega_2$, тем меньше шаг винтовой линии. Когда величина шага и диаметр светового пятна становятся соизмеримыми, витки винтовой линии сливаются и на экране получается изображение цилиндра или конуса. Построение изображения плоскости осуществляется перемещением светового пятна по треугольному закону. Соотношение между частотами ω_1 и ω_2 выбирается из условия непрерывности поверхности изображения

$$\omega_1 > 4 \frac{1}{d} \omega_2, \quad (2)$$

ПКН2 величины U_{0x} , U_{0y} . Аналогичным образом коды U_{px} , U_{py} преобразуются в синусоидальные сигналы $U_{px} \sin \omega_2 t$, $U_{py} \sin \omega_2 t$ по каналам ПКН5, Ф3 и ПКН6, Ф4 и подаются на усилители с инверсными выходами У1, У2 и У3, У4. Преобразователи ПКН5, ПКН6 запитываются прямоугольными импульсами частотой ω_2 , полученными путем деления частоты ω_1 в делителе Д. Подключение того или иного усилителя в каждой паре У1, У2 и У3, У4 осуществляется дешифратором ДШ, управляемым параметром δ . Построение изображения каждого элемента объекта производится за время, соответствующее $1/4$ волны развертывающего напряжения, расположенной в интервале от $-\frac{\pi}{4}$ до $+\frac{\pi}{4}$ или наоборот. Коммутация усилителей У1...У4 дает возможность получать любое из четырех сочетание волн развертывающих напряжений, а следовательно, располагать ось изображаемого элемента в любом из четырех квадрантов. Сигналы с выходов У1...У4 поступают на ΣX , ΣY , осуществляющие операцию суммирования согласно выражениям (1). Аналогичным образом производится построение изображения плоскости (в этом случае α принимает значения 0 или π).

При построении конуса МУУ подает разрешающие сигналы на Кл1, Кл2 и импульсы с выходов преобразователей код — частота ПКЧ1, ПКЧ2 поступают на счетчики Сч1, Сч2, работающие на вычитание. Частоты этих импульсов равны

$$f_1 = \frac{4U_{\Phi x}}{T}, \quad f_2 = \frac{4U_{\Phi y}}{T},$$

где T — период развертывающего напряжения U_p .

За время построения конуса на вход счетчиков поступают количества импульсов

$$N_1 = f_1 \frac{T}{4} = U_{\Phi x}, \quad N_2 = f_2 \frac{T}{4} U_{\Phi y},$$

так что к концу построения счетчики оказываются в нулевом состоянии и на выходе Φ_1 , Φ_2 получаются синусоидальные сигналы, модулированные по линейному закону от значений $U_{\Phi x}$ и $U_{\Phi y}$ до 0. Для стирания невидимой части изображения на модулятор трубки подаются запирающие импульсы с частотой ω_1 и некоторым фазовым сдвигом φ относительно $U_{\Phi x}$. Импульсы преобразователя код — фаза ПКФ2, сдвинутые по фазе на угол φ , поступающий на вход ПКФ2, управляют триггером 1. Последний через клапан Кл3, открываемый потенциалом МУУ, подает запирающие импульсы на модулятор трубки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безродный М. С. Основы построения устройств оперативного вывода информации. М., «Энергия», 1973. 120 с.
2. Пудя Г. Основные методы и системы индикации. Л., «Энергия», 1969. 407 с.

В технике проводной связи находят все большее применение дуплексные усилители мостового типа, выполненные на отрицательных сопротивлениях [1]. В настоящее время такие усилители используются преимущественно на городских и пригородных телефонных сетях. Их можно применять в каналах телемеханики, а также для организации прямых низкочастотных каналов связи на дальние расстояния подобно усилителям с дифференциальными системами. Имеется некоторый опыт использования мостовых усилителей в групповых каналах связи на кабельных линиях железнодорожного транспорта [2]. Одним из наиболее важных качественных показателей канала связи является его устойчивость. При проектировании и настройке канала связи с дуплексными усилителями количественно устойчивость канала связи характеризуется запасом устойчивости усилителей.

Устойчивости мостовых усилителей посвящено немало работ, в частности, [3], где устойчивость максимально допустимого усиления обосновывается теоретически. Практическая реализация полученных решений вызывает ряд затруднений — прежде всего определение коэффициентов несогласованности и характеристических параметров усилителя.

В настоящее время хорошо разработана и широко применяется методика расчета запаса устойчивости каналов связи с дифференциальными системами, в том числе и дуплексных усилителей с дифференциальными системами [4]. Эта методика вполне приемлема для расчета запаса устойчивости мостовых усилителей. Однако для этого необходимо иметь значения затухания несогласованности между входными сопротивлениями усилителя и участками проводной линии, включенными в качестве нагрузки на его входе и на выходе.

Определение затухания несогласованности с помощью измерений известными методами из техники измерений в проводной связи сопряжено с некоторыми трудностями — введение элементов измерительной аппаратуры в канал с мостовым усилителем может привести к нарушению устойчивости усилителя. В данной работе предлагается методика определения затухания несогласованности по результатам настройки усилителя в канале связи.

Рассмотрим наиболее характерные случаи включения усилителей в цепь.

Применение усилителей в качестве промежуточных, вносимое усиление S и параметр ΔP , характеризующий несогласованность между входным сопротивлением проводной линии и усилителя, определяются соответственно по схемам (рис. 1, 2). При этом на

противоположных концах линии нагружаются на согласованные сопротивления. Генератор включается в схему через дополнительные сопротивления $R \gg |z_1|, |z_2|, |z_{вх}|$.

Вносимое усиление $S = P_1 - P_2$, где P_1, P_2 — соответственно показания указателя уровня в 1 и 2 положениях переключателя Π (рис. 1).

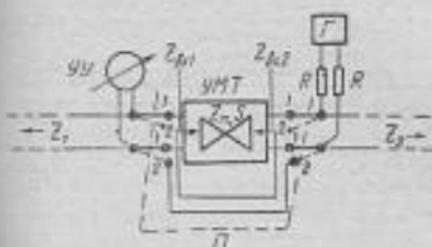


Рис. 1.

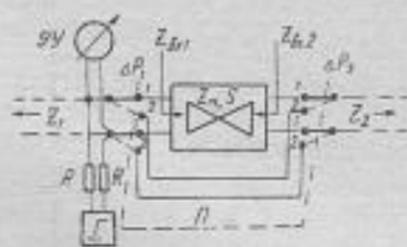


Рис. 2.

В соответствии с рис. 2

$$\Delta P_1 = P_1 - P_2 = \ln \left| \frac{z_{вх1} (z_1 + z_2)}{z_2 (z_1 + z_{вх1})} \right|, \quad (1)$$

где P_1, P_2 — соответственно показания указателя уровня в 1 и 2 положениях переключателя Π ;

$z_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}$, $z_2 = Z_2 e^{j\varphi_2}$ — входные сопротивления линии слева и справа от усилителя, равные характеристическим;

$z_{вх1} = Z_{вх1} e^{j\varphi_{вх1}}$ — входное сопротивление усилителя слева при подключенной нагрузке.

При настройке усилителя добиваются минимального значения ΔP . Линии по своим параметрам обычно отличаются незначительно, поэтому можно положить $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{вх1}$.

В связи с этим в дальнейшем будем оперировать модулями сопротивлений. Из (1) имеем

$$e^{\Delta P_1} = \frac{Z_{вх1} (Z_1 + Z_2)}{Z_2 (Z_1 + Z_{вх1})},$$

откуда

$$Z_{вх1} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 e^{\Delta P_1}}{Z_1 + Z_2 - Z_2 e^{\Delta P_1}}. \quad (2)$$

Затухание несогласованности слева усилителя (на его входе) через входное сопротивление с учетом (2) равно

$$a_{вх} = \ln \left| \frac{Z_1 + Z_{вх1}}{Z_1 - Z_{вх1}} \right| = \ln \left| \frac{(Z_1 - Z_2) Z_1}{Z_1^2 + Z_1 \cdot Z_2 (1 - 2e^{\Delta P_1})} \right|. \quad (3)$$

Аналогично затухание несогласованности справа усилителя:

$$a_{\text{сп}} = \ln \left| \frac{(Z_1 + Z_2) Z_2}{Z_2^2 + Z_1 Z_2 (1 - 2e^{\Delta P_2})} \right|. \quad (4)$$

Однородные линии или линии, для которых можно положить $Z_1 = Z_2 = Z_c$, имеют вид $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P$. Тогда, из последних выражений

$$a_{\text{сп}} = a_{\text{сл}} = -\ln |1 - e^{\Delta P}|. \quad (5)$$

Кроме того, это же затухание несогласованности, выраженное через затухание несогласованности a_n на выходе усилителя и усиление усилителя равно

$$a_{\text{сп}} = a_{\text{сл}} = a_n - 2S, \quad (6)$$

где

$$a_n = \ln \left| \frac{Z_c + Z_u}{Z_c - Z_u} \right|.$$

Z_u — модуль характеристического сопротивления усилителя.

Из (5) и (6) находим

$$a_n = 2S - \ln(1 - e^{\Delta P}). \quad (7)$$

Из выражения (7) запас устойчивости одиночного усилителя равен

$$\sigma = a_n - S = S - \ln(1 - e^{\Delta P}).$$

При каскадном включении усилителей в цепь запас устойчивости с известными значениями a_n определяется по методике [4].

Если линии слева и справа от усилителя по своим характеристическим сопротивлениям различны, т. е. $Z_1 \neq Z_2$, то для определения затуханий несогласованности $a_{\text{сп}}$, $a_{\text{сл}}$ необходимо дополнительно иметь значения этих сопротивлений.

Используя зависимости (3), (4), справа усилителя имеем

$$a_{\text{сп}} = a_{\text{сл}} + 2S = 2S + \ln(Z_1 + Z_2) - \ln(Z_1 + Z_2 - 2Z_2 e^{\Delta P_2}) \quad (8)$$

и слева

$$a_{\text{сл}} = a_{\text{сп}} + 2S = 2S + \ln(Z_1 + Z_2) - \ln(Z_1 + Z_2 - 2Z_1 e^{\Delta P_1}). \quad (9)$$

При использовании оконечных усилителей затухание несогласованности между характеристическими сопротивлениями линии и усилителя определяются по рис. 3. Линия с противоположного конца нагружается на сопротивление, равное характеристическому и при настройке усилителя добиваются минимального значения ΔP . Допущения, аналогичные тем, какие были сделаны для случая промежуточного усилителя, можно записать

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \ln \frac{Z_{\text{отл}}}{Z_c}, \quad (10)$$

откуда

$$Z_{вх1} = Z_c e^{\Delta P}.$$

Здесь P_1 , P_2 показания указателя уровня в 1 и 2 положениях переключателя П.

Затухание несогласованности между характеристическим сопротивлением линии Z_c и входным сопротивлением усилителя с учетом (10) равно

$$a_{вх} = \ln \left| \frac{Z_{вх1} + Z_c}{Z_{вх1} - Z_c} \right| = \ln \left| \frac{e^{\Delta P} + 1}{e^{\Delta P} - 1} \right|. \quad (11)$$

Кроме того,

$$a_{н. вх} = a_{н. м} - 2S, \quad (12)$$

где

$$a_{н. м} = \ln \left| \frac{Z_c + Z_m}{Z_c - Z_m} \right|. \quad (13)$$

Затухание несогласованности между характеристическими сопротивлениями усилителя и линии находим из (11) и (12)

$$a_{нм} = 2S + \ln \left| \frac{e^{\Delta P} + 1}{e^{\Delta P} - 1} \right|. \quad (14)$$

Канал связи с оконечными усилителями в критическом режиме устойчивым будет при отключенной нагрузке. При этом входное сопротивление усилителя $Z_{вх2}$ со стороны линии будет иметь отрицательное значение и равно

$$Z_{вх2} = -Z_m \operatorname{cth} S = -Z_m \frac{e^{2S} + 1}{e^{2S} - 1}.$$

Затухание несогласованности $a_{но}$ между входным сопротивлением усилителя $Z_{вх2}$ и характеристическим сопротивлением линии Z_c равно

$$a_{но} = \ln \left| \frac{Z_c + Z_{вх2}}{Z_c - Z_{вх2}} \right| = \ln \left| \frac{Z_c (e^{2S} - 1) - Z_m (e^{2S} + 1)}{Z_c (e^{2S} - 1) + Z_m (e^{2S} + 1)} \right|. \quad (15)$$

Характеристическое сопротивление усилителя Z_m находим из (13) и (14), подставив их в (15), после преобразований получим

$$a_{но} = \ln \left| \frac{e^{2S} - e^{a_{нм}}}{e^{2S + a_{нм}} - 1} \right| = \ln \left| \frac{-2e^{2S}}{e^{1S} (e^{\Delta P} + 1) - e^{\Delta P} + 1} \right|. \quad (16)$$

При хорошей настройке усилителя, когда допустимо принять $e^{\Delta P} \approx 1$, выражение (16) упрощается:

$$a_{но} = \ln \left| -\frac{1}{e^{2S}} \right| = -2S. \quad (17)$$

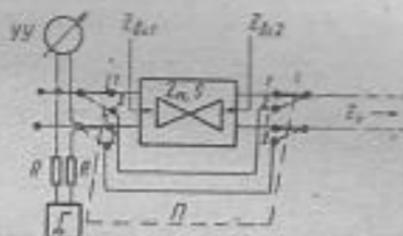


Рис. 3.

При включении на выходе усилителя транзитного удлини-
теля с затуханием $a_{\tau y}$ выражение (17) принимает вид

$$a_{no} = 2(a_{\tau y} - S).$$

Таким образом, затухание несогласованности имеет отрица-
тельную величину, что совпадает с аналогичными результатами
для дуплексных усилителей с дифференциальными системами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Другов В. М., Дралкин Л. М. Телефонные усилители мостового типа. М., «Связь», 1965. 48 с.
2. Зражевский Г. Н., Зорько А. П., Корovin П. М. Каналы избирательной связи с усилителями мостового типа. — «Автоматика, телемеханика и связь», 1970, № 12, с. 6—9.
3. Другов В. М. Устойчивость усилителей мостового типа. — «Электросвязь», 1964, № 2, с. 47—53.
4. Аволиц И. А., Басик П. В., Резяков А. П., Юдин А. П. Дальняя связь. М., «Связь», 1962. 614 с.

УДК 621.317.084.2
И. К. ФОМИН

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЕРВИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ХЕМОТРОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ ПОТОКОВ ПУЛЬП

Хемотронные измерители скорости потоков пульп и других электропроводных жидкостей находят применение в составе автоматических систем регулирования, технологии контроля и измерений на шахтах и обогатительных фабриках. Дальнейшее совершенствование и разработка измерителей связаны с определением аналитических зависимостей для обоснованного выбора параметров и метрологических характеристик первичного хемотронного преобразователя, а также условий, обеспечивающих необходимое качество измерения. В настоящее время эти вопросы решены недостаточно полно, что затрудняет синтез приборов и их широкое внедрение в измерительную практику.

Для решения поставленной задачи были проведены теоретические и экспериментальные исследования первичного преобразователя прибора. Его физическая модель приведена на рис. 1, 2 и представляет собой электролитическую ячейку, состоящую из трубопровода, заполненного электролитом, контрольного электрода 1, электрода сравнения 2, компенсационного электрода 3, электрически изолированных между собой и включенных в плечи измерительного моста постоянного тока. Механизм происходящего физического процесса, положенного в основу принципа преобразования, следующий. После включения напряжения, в результате эффекта электронного обмена ионов на поверхности электродов, на выходе преобразователя возникает электрический ток. С тече-

нием времени при неподвижном электролите концентрация ионов у поверхности электродов C_0 уменьшается, что вызывает уменьшение выходного сигнала. При движении электролита к поверхности электродов принудительно в количестве, пропорциональном скорости потока, доставляются ионы, что приводит к увеличению

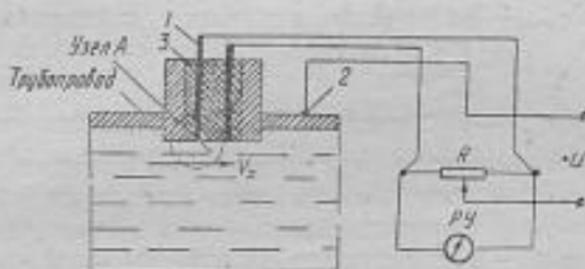


Рис. 1

тока в цепи. Удаление продукта реакции из активной зоны происходит за счет его растворения, молекулярной диффузии при достижении необходимого градиента концентрации, а также путем выноса частиц вещества из зоны движущимся электролитом. Поступление реагента в приэлектродное пространство осуществляется за счет молекулярной и конвективной диффузии.

Необходимо определить в статическом и динамическом режимах работы преобразователя аналитическое выражение, связывающее между собой скорость потока жидкости на входе V_x и электрический ток I_0 на выходе, произвести оценку точности преобразования, установить его свойства и условия, при которых наблюдается воспроизводимость статической характеристики. При исследовании приняты следующие допущения: молекулярная диффузия ионов в направлении оси x отсутствует, градиентов скорости потока и концентрации ионов в направлении оси z не существует, концентрация ионов на поверхности электродов равна нулю, а в глубине потока постоянна, толщина диффузионного и пограничного слоев у поверхности электрода равны между собой.

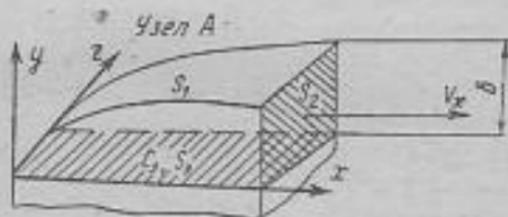


Рис. 2

Исходя из общих законов гидродинамики, диффузионной кинетики и закона сохранения массы для принятых условий получена следующая математическая формулировка технической задачи

$$m = m_k + m_g, \quad (1)$$

где m — результирующее количество реагирующего вещества, поступившего к поверхности электродов;

$m_k = q_k S_2$ — количество вещества, приходящего из глубины потока через поверхность S_2 в приэлектродное пространство за счет конвективной диффузии;

$m_z = q_z S_2$ — количество вещества, поступившего к поверхности S_2 электрода за счет молекулярной диффузии;

$q_z = D \frac{\partial}{\partial y} C_z(y, t)$ — массовая скорость вещества, обусловленная молекулярной диффузией через поверхность S_2 ;

$q_k = V_x C_k(x, t)$ — массовая скорость вещества, обусловленная конвекцией;

$C_z(y, t)$ — концентрация ионов, обусловленная молекулярной диффузией вдоль оси y ;

$C_k(x, t)$ — концентрация ионов, обусловленная конвекцией потока вдоль оси x ;

D_i — коэффициент диффузии;

V_x — скорость движения потока;

t — время.

Для вывода уравнения преобразования требуется найти зависимость, устанавливающую изменение величин $C_z(y, t)$ и $C_k(x, t)$ во времени и в пространстве. Принимая градиенты концентрации $\frac{\partial}{\partial y} C_z(y, t)$, $\frac{\partial}{\partial x} C_k(x, t)$ как линейные функции от переменных x , y , получим уравнение вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} C_k(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} C_z(y, t) = \\ = D_i \frac{\partial}{\partial y^2} C_z(y, t) + V_x \frac{\partial}{\partial x} C_k(x, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\frac{\partial}{\partial t} C_k(x, t)$; $\frac{\partial}{\partial t} C_z(y, t)$ — скорость изменения концентрации вещества в приэлектродном пространстве.

Используя решение уравнения (2), произведенное методом преобразования Лапласа для начального условия $C_z(y, 0) = 0$; $C_k(x, 0) = C_{k0}$ и граничного условия $C_z(0, t) = C_{z0}$; $C_k(0, t) = 0$, а также первый закон Фарадея для электролиза, из уравнения (1) получено выражение

$$\int_0^t I_0 dt = \frac{FD_i}{E_x S_2} \left(\frac{2C_{z0}}{h} - \frac{C_{z0}}{\sqrt{\pi t}} + \frac{y^2}{6\sqrt{\pi t}} \right) + \frac{F}{E_x S_2} V_x C_{k0} (t + \tau) \quad (3)$$

где F — число Фарадея;

E_x — электрохимический эквивалент вещества;

C_{z0} — концентрация реагирующего вещества в глубине потока;

τ — время транспортного запаздывания;

x — размер электрода в направлении оси X ;

$C_{zn}; C_{zn}$ — начальная концентрация ионов по диффузионной и конвективной составляющей тока, устанавливающие связь между входной и выходной координатами хемостатического преобразователя.

Для статического режима работы преобразователя уравнение (3) преобразуется к виду

$$i_0 = k_{zn} \left(V_x - V_x^{0.5} X^{0.5} y^{-0.5} \frac{D_1 S_2}{S_1} \right), \quad (4)$$

где $k_{zn} = \frac{FC_n S_2}{E_x S_1}$ — коэффициент преобразования;

ν — кинематическая вязкость жидкости.

Анализ выражения (4) показывает, что диапазон преобразования входного сигнала преобразователя неограничен. Это объясняется принятым допущением бесконечно большой скорости электродной реакции. В реальных условиях скорость реакции ограничена временем релаксации ионов, поэтому верхний предел преобразования входной величины должен быть также ограничен. Его предельное значение определяется условиями равенства скорости реакции i_p и скорости конвективной диффузии i_0 .

При условии $i_p > i_0$ электрохимический процесс будет сдерживаться отсутствием реагирующего вещества в зоне реакции и при $i_p < i_0$ лимитироваться ее скоростью. В первом случае скорость электрохимического процесса зависит от изменения конвективной диффузии, во втором — не зависит. Основным условием физической реализуемости метода является случай $i_p > i_0$.

Определим предельное значение входной величины. Для этого найдем скорость реакции из уравнения

$$i_p = k^0 C_n \exp\left(\frac{\alpha \Delta \varphi n}{RT}\right),$$

где k^0 ; α — постоянные электродной реакции;

$\Delta \varphi$ — сдвиг потенциала на электроде от равновесного;

R — газовая постоянная;

T — температура электролита;

n — валентность ионов реагирующего вещества.

Для предельного уровня входного сигнала справедливо уравнение

$$k^0 C_n \exp\left(\frac{\alpha \Delta \varphi n}{RT}\right) = k_{zn} \left(V_x - V_x^{0.5} X^{0.5} y^{-0.5} \frac{D_1 S_2}{S_1} \right).$$

Решение уравнения относительно $V_{x \max}$ дает значение корней

$$V_{x \max} = \frac{2\sqrt{C}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{C}}{2} - A\right)^2 - C};$$

$$A = k_{zn} \frac{D_1 S_2}{S_1}; \quad A = \frac{D_1 S_2}{S_2} x^{-0.5} y^{-0.5} \sqrt{C} = \frac{k^0 C_n}{K_{zn}} \exp\left(\frac{\alpha \Delta \varphi n}{RT}\right). \quad (5)$$

Выражение (5) имеет смысл в том случае, когда увеличение скорости реакции приводит к увеличению диапазона преобразования входного сигнала. Это справедливо, если

$$V_{x \max} = \frac{2\sqrt{C} - A^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{C} - A^2}{2}\right)^2 - C}.$$

Из (4), (6) следует, что верхний предел преобразования скорости зависит от напряжения питания электродов, их физической поверхности, вязкости среды. Нижний предел входной величины равен нулю, что характеризует отсутствие гистерезистых явлений в характеристике преобразователя.

Как следует из (3), выходной сигнал преобразователя находится в сложной и неоднозначной зависимости от скорости потока. Его величина и характер зависят от коэффициента диффузии, концентрации ионов в потоке, поверхности электродов, физических и химических свойств жидкости. Поэтому он может служить показателем скорости только в том случае, когда переменные, входящие в уравнение, будут стабилизированы, либо их влияние сведено к допустимому уровню.

В связи с тем, что температура, физические и химические свойства измеряемой среды, величина и состояние поверхности электродов в процессе эксплуатации приборов могут изменяться, это обстоятельство приводит к возникновению дополнительной погрешности измерения. Значение суммарной погрешности преобразования, полученное из (3), по указанным переменным составляет значительную величину, поэтому применение преобразователя в рабочем интервале изменения переменных требует компенсации погрешности. Введение поправок в результат измерения затруднено тем, что на входе преобразователя одновременно воздействует ряд помех. Разработанная схема компенсации погрешности позволяет исключить либо свести ее к допустимому уровню. Для этого в преобразователе предусмотрен компенсационный электрод, выходной сигнал которого направлен встречно сигналу контрольного электрода. При этом их площади контактных поверхностей с измеряемой средой значительно различаются. В схеме применяется два преобразователя, расположенных в точках сечения потока с разными местными скоростями его движения. Над выходными сигналами преобразователей с помощью функционального устройства производится математическая операция их деления друг на друга, чем исключается влияние указанных переменных.

Для подтверждения справедливости полученных выводов и уравнений были проведены экспериментальные исследования преобразователя. Изучено влияние рН среды, плотности тока Δ на электродах, электропроводности γ и твердой среды ρ в потоке на точность преобразования. Диапазон указанных переменных составил

$$\text{pH} = 1 \div 8, \Delta = 0,05 \div 0,5 \text{ ма/мм}^2;$$

$$\gamma = (1 \div 8) 10^{-3} \text{ см} \cdot \text{см}^{-1}; \rho = 300 \text{ г/л.}$$

Результаты исследований показали, что влияние pH среды и твердой фазы на точность преобразования незначительно (дополнительная погрешность не превышает 0,3% на весь диапазон изменения переменных); увеличение плотности тока на электродах приводит к росту верхнего предела преобразования входной величины и уменьшению чувствительности. Такое явление наблюдается до $\Delta < 0,5 \text{ ма/мм}^2$. Дальнейшее увеличение плотности не оказывает заметного влияния на эти параметры.

Для повышения точности измерения необходимо выполнять следующие условия:

электрохимический процесс на электродах должен проводиться при строго определенном потенциале, равном потенциалу реагирования выбранного иона, что обеспечивает селективный отбор вида реагирующего иона и позволяет распространить метод на многокомпонентные растворы;

стабилизация состояния поверхности рабочего электрода должна быть выполнена путем ее анодного растворения;

плотность электрического тока на электродах должна быть равной $\Delta = 0,08 \text{ ма/мм}^2$, при которой наблюдается воспроизводимость статической характеристики.

Параметры преобразования зависят от геометрических размеров, напряжения питания электродов и могут варьироваться в широких пределах конструктивными мерами.

Влияние температуры, вязкости и удельной электропроводности рабочей среды на точность преобразования значительно и требует компенсации погрешности. Принятая схема компенсации позволяет свести это влияние к допустимому уровню.

УДК: 62-83:621+531.395

Д. А. КАМИНСКАЯ,

канд. техн. наук,

Б. Е. КОРОТЕНКО,

канд. техн. наук,

А. Г. ГРИНЧЕНКО

**АНАЛИЗ ДЕМПФИРУЮЩЕГО ДЕЙСТВИЯ
МЕХАНИЗМА И ЭЛЕКТРОПРИВОДА
ПРИ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ
МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ**

Рассмотрим колебания машинного агрегата с упругой связью и электрическим приводом при воздействии на механизм случайной внешней нагрузки. Структурная схема электромеханической системы приведена на рис. 1. Силы трения в механизме и электрический привод вызывают рассеивание энергии колебаний машинного агрегата, что приводит к их демпфированию.

Структурной схеме (рис. 1) соответствуют следующие передаточные функции системы при входной величине-моменте M_n и выходных величинах-моменте в упругой связи механизма M_1 , скорости механизма ω_2 и моменте двигателя M_d :

$$W_1(p) = \frac{M_1(p)}{M_n(p)} = \frac{B_1(p)}{A(p)}, \quad (1)$$

$$W_2(p) = \frac{w_2(p)}{M_n(p)} = \frac{1}{J_2 \omega_0} \cdot \frac{B_2(p)}{A(p)}, \quad (2)$$

$$W_3(p) = \frac{M_n(p)}{M_n(p)} = \frac{B_3(p)}{A(p)}, \quad (3)$$

где

$$B_1(p) = p_1 K_2 + K_2 \psi;$$

$$B_2(p) = p_1^2 + p_1 [\psi + \psi_{\text{тр}} (1 - K_2)] + (1 - K_2);$$

$$B_3(p) = p_1 \psi \psi_{\text{тр}} K_2 + K_2 \psi;$$

$$A(p) = p_1^3 + p_1^2 (\psi + \psi_{\text{тр}}) + p_1 (1 + K_2 \psi \psi_{\text{тр}}) + K_2 \psi;$$

$$p_1 = \frac{p}{\omega_0};$$

p — оператор дифференцирования;

$\omega_0 = \sqrt{C J_3^{-1}}$ — частота собственных колебаний механизма;

$\psi = \frac{K_A}{J_1 \omega_0}$ — степень электрического демпфирования [1];

$\psi_{\text{тр}} = \frac{K_{\text{тр}}}{J_3 \omega_0}$ — степень механического демпфирования;

$$K_2 = \frac{J_1}{J_1 + J_2}$$

$$J_3 = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}$$

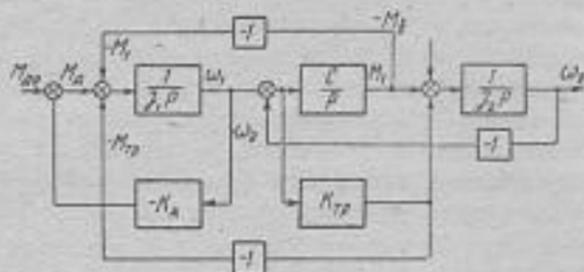


Рис. 1. Структурная схема электромеханической системы; J_1 ; J_2 — моменты инерции привода и механизма; C — жесткость упругой связи; K_A — коэффициент жесткости механической характеристики; $K_{\text{тр}}$ — коэффициент механического трения; $M_{\text{тр}}$ — момент сил трения в механизме.

Передаточным функциям (1) — (3) отвечают выражения для дисперсии выходных величин при случайной внешней нагрузке механизма M_n , аппроксимируемой белым шумом со спектральной плотностью S_n :

$$\sigma_1^2 = \frac{S_n \omega_0}{2} \cdot \frac{\psi_{\text{тр}} B_{11} + B_{01}}{\psi_{\text{тр}}^2 A_{21} + \psi_{\text{тр}} A_{11} + A_{01}}; \quad (4)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{S_n}{2 J_2 \omega_0^2} \cdot \frac{\psi_{\text{тр}}^2 B_{22} + \psi_{\text{тр}} B_{21} + B_{02}}{\psi_{\text{тр}}^2 A_{22} + \psi_{\text{тр}} A_{12} A_{02}}; \quad (5)$$

$$\sigma_3^2 = \frac{S_2 \omega_0}{2} \cdot \frac{\psi_{\text{ТР}}^2 B_{23} + \psi_{\text{ТР}} B_{13} + B_{03}}{\psi_{\text{ТР}}^2 A_{23} + \psi_{\text{ТР}} A_{13} + A_{03}} \quad (6)$$

где σ_1^2 — дисперсия момента в упругой связи механизма M_1 ;

σ_2^2 — дисперсия скорости механизма ω_2 ;

σ_3^2 — дисперсия момента двигателя M_d ;

$$B_{11} = K_2 \psi,$$

$$B_{01} = K_2 (\psi^2 + K_2),$$

$$B_{22} = \psi K_2 (1 - K_2)^2,$$

$$B_{12} = \psi^2 K_2 (2 - K_2) + (1 - K_2)^2,$$

$$B_{02} = (1 - 3K_2 + 3K_2^2) \psi + K_2 \psi^3,$$

$$B_{23} = K_2^2 \psi^2,$$

$$B_{13} = K_2 \psi,$$

$$B_{03} = K_2 \psi^2,$$

$$A_{21} = A_{12} = K_2 \psi,$$

$$A_{11} = A_{13} = 1 + K_2 \psi^2,$$

$$A_{01} = A_{03} = \psi (1 - K_2),$$

$$A_{22} = \psi^2 K_2^2,$$

$$A_{12} = K_2 \psi (1 + K_2 \psi^2),$$

$$A_{02} = K_2 \psi^2 (1 - K_2).$$

Уравнению (4) соответствует следующая зависимость для оптимальной степени электрического демпфирования — $\psi_{\text{опт}}$, при которой обеспечивается минимизация дисперсии момента M_1 :

$$\psi_{\text{опт}} = \sqrt{K_2 + K_2 \psi_{\text{ТР}}^2 (1 + K_2) - \psi_{\text{ТР}} (1 + K_2)}.$$

Минимизация дисперсии скорости ω_2 при заданных параметрах механизма обеспечивается при жесткости механической характеристики электропривода, соответствующей оптимальной степени демпфирования — $\psi_{2\text{опт}}$, определяемой уравнением

$$\left. \frac{\partial \sigma_2^2}{\partial \psi} \right|_{\psi = \psi_{2\text{опт}}} = 0.$$

Как показывает исследование динамики электромеханических систем подъемно-транспортных машин и экскаваторов, в ряде случаев основное демпфирующее действие на колебания машинного агрегата оказывает электрический привод, а влияние сил механического трения является незначительным и им можно пренебречь [2]. В связи с этим представляет интерес определение зависимостей между обобщенными параметрами машинного агрегата — K_2 , ψ , $\psi_{\text{ТР}}$, при которых расчет случайных колебаний

может выполняться без учета сил трения в механизме. Отношение дисперсии σ_1^2 при $\psi_{тр} = 0$ к дисперсии с учетом сил механического трения обозначим коэффициентом γ_1 . Граничное значение степени механического демпфирования — $\psi_{тр. гр.}$, при котором отношение дисперсии колебаний в упрощенной системе (при $\psi_{тр} = 0$) к точному ее значению (рассчитанному с учетом демпфирующего влияния сил трения в механизме) равно заданному значению γ_1 , определяется в соответствии с уравнениями (4) — (6) зависимостью

$$\psi_{тр. гр.}^2 \left(\gamma_1 \frac{A_{01}}{B_{01}} B_{21} - A_{21} \right) + \psi_{тр. гр.} \left(\gamma_1 \times \right. \\ \left. \times \frac{A_{01}}{B_{01}} B_{11} - A_{11} \right) + A_{01} (\gamma_1 - 1) = 0. \quad (7)$$

На рис. 2 приведены зависимости между обобщенными параметрами машинного агрегата — K_2 , ψ и $\psi_{тр. гр.}$, при которых среднеквадратичные отклонения — M_1 , ω_2 и M_d увеличиваются при пренебрежении силами механического трения на 10%. Эти зависимости рассчитаны по уравнению (7) при значениях коэффициента $\gamma_1 = 1,21$. Кривые 1а—4а получены для момента механизма M_1 ; кривые 1б—4б — для скорости ω_2 ; кривые 1в—4в — для момента двигателя M_d .

Как следует из приведенных зависимостей, граничные значения степени механического демпфирования для M_1 , ω_2 и M_d весьма близки. По мере увеличения коэффициента K_2 значения $\psi_{тр. гр.}$ уменьшаются, так как при этом наблюдается снижение демпфирующей способности электропривода и соответственно повышается влияние сил механического трения [1, 2].

При значениях степени механического демпфирования $\psi_{тр} < \psi_{тр. гр.}$ расчет случайных колебаний машинного агрегата может выполняться без учета сил механического трения. Оптимальные значения степени электрического демпфирования определяются при этом с помощью зависимостей, полученных в [3].

При степени электрического демпфирования ψ , существенно повышающей оптимальные значения $\psi_{опт}$, демпфирующее действие электрического привода резко ослабляется и может оказаться незначительным по сравнению с силами механического трения.

По мере увеличения степени электрического демпфирования (при $\psi > \psi_{опт}$) динамические качества рассматриваемой электро-механической системы приближаются к качествам одномассовой, односвязной механической системы, имеющей момент инерции $J_1 = \infty$ [2]. Определим граничные значения степени электрического демпфирования — $\psi_{тр.}$, при которых вместо исходной двухмассовой расчетной схемы механизма с электрическим приводом при расчете случайных колебаний момента M_1 и скорости ω_2 может рассматриваться упрощенная одномассовая механическая система с моментом инерции привода J_1 , равным бесконечности.

Отношение дисперсии σ_1 при $J_1 = \infty$ к дисперсии с учетом демпфирующего влияния электропривода обозначим коэффициентом γ_2 .

Граничные значения степени электрического демпфирования $\psi_{гг}$ при которых отношение дисперсии колебаний скорости ω_2 упрощенной системы (при $J_1 = \infty$) к точному ее значению (расчитанному с учетом демпфирующего действия электрического

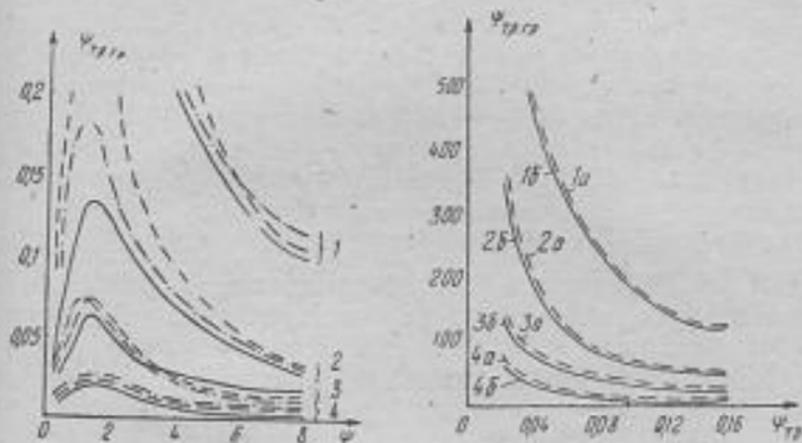


Рис. 2. Зависимость граничных значений степени электрического демпфирования от параметров машинного агрегата. Кривые 1а, 1б, 1в — при коэффициенте $K_2 = 0,2$; 2а, 2б, 2в — $K_2 = 0,4$; 3а, 3б, 3в — $K_2 = 0,6$; 4а, 4б, 4в — $K_2 = 0,8$.

Рис. 3. Зависимость граничных значений степени механического демпфирования от параметров машинного агрегата. Кривые 1а, 1б — при коэффициенте $K_2 = 0,2$; 2а, 2б — $K_2 = 0,4$; 3а, 3б — $K_2 = 0,6$; 4а, 4б — $K_2 = 0,8$.

привода) составляет заданную величину γ_2 , определяется зависимостью

$$\psi_{гг}^3 (\gamma_2 K_2 \psi_{гг} A_4 - E_4) + \psi_{гг}^2 (\gamma_2 K_2 \psi_{гг} B_4 - Ж_4) + \psi_{гг} (\gamma_2 K_2 \psi_{гг} C_4 - M_4) + \gamma_2 K_2 \psi_{гг} D_4 = 0, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= K_2; \\ B_4 &= \psi_{гг} K_2 (2 - K_2); \\ C_4 &= (1 - 3K_2 + 3K_2^2 + \psi_{гг} K_2 (1 - K_2)^2); \\ D_4 &= \psi_{гг} (1 - K_2)^2; \\ E_4 &= K_2^2 \psi_{гг}; \\ Ж_4 &= K_2 (1 - K_2) + K_2^2 \psi_{гг}^2; \\ M_4 &= K_2 \psi_{гг}. \end{aligned}$$

Граничные значения степени электрического демпфирования $\psi_{гр}$, для дисперсии момента M_1 могут быть рассчитаны с помощью уравнения

$$\psi_{гр}^2 (\gamma_2 \psi_{гр} A_5 - D_5) + \psi_{гр} (\gamma_2 \psi_{гр} B_5 - E_5) + (\gamma_2 \psi_{гр} C_5 - Ж_5) = 0, \quad (9)$$

где

$$A_5 = K_2;$$

$$B_5 = K_2 \psi_{гр};$$

$$C_5 = K_2^2;$$

$$D_5 = K_2 \psi_{гр};$$

$$E_5 = 1 - K_2 + K_2 \psi_{гр}^2;$$

$$Ж_5 = \psi_{гр}.$$

На рис. 3 приведены зависимости для $\psi_{гр}$, рассчитанные по уравнениям (8), (9) при значении коэффициента γ_2 , равном 1,21, что соответствует увеличению среднеквадратичных отклонений момента M_1 и скорости ω_2 на 10% при пренебрежении демпфирующим действием электропривода и переходе к упрощенной схеме механизма с $J_1 = \infty$.

Кривые 1а — 4а соответствуют $\psi_{гр}$ для момента M_1 ; кривые 1б — 4б — значениям $\psi_{гр}$ для скорости ω_2 . Граничные значения степени электрического демпфирования для момента и скорости механизма практически совпадают.

В подъемно-транспортных машинах и экскаваторах значение степени механического демпфирования — $\psi_{гр}$ составляет обычно 0,03—0,1 (что соответствует логарифмическому декременту затухания $\lambda = 0,1—0,3$).

Оценка возможности перехода к упрощенной динамической системе (с $J_1 = \infty$) может быть выполнена при этом с помощью неравенства

$$\psi > (0,83 - 0,98K_2) \cdot 10^3, \quad (10)$$

полученного в результате аппроксимации зависимостей рис. 3 при $\psi_{гр} = 0,03$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каминская Д. А. Анализ вынужденных колебаний машинного агрегата с электрическим приводом. — «Изв. вузов. Машиностроение», 1970, № 11, с. 28—32.
2. Волков Д. П., Каминская Д. А. Динамика электромеханических систем экскаватора. М., «Машиностроение», 1971. 382 с.
3. Каминская Д. А., Гринченко А. Г. Анализ колебаний машинного агрегата с электроприводом при случайных внешних возмущениях. — «Приборы и системы автоматика». Вып. 23, Харьков, 1972, с. 52—57.

Для интервального регулирования движения поездов с фиксированными блок-участками на железных дорогах нашей страны широко применяется числовая кодовая автоблокировка. В этой системе передача информации о показании напольных светофоров и состоянии впереди лежащих блок-участков производится числовым кодом. Дешифрирующие устройства обуславливают жесткие требования к временным параметрам отдельных элементов кодового сигнала. Наиболее сложная и ответственная задача в данной системе — исключить появление более разрешающего показания на светофоре при коротком замыкании изолирующих стыков. Это достигается за счет асинхронной работы генераторов кодовых сигналов в смежных рельсовых цепях с различной длительностью кодового цикла и управления дешифратором в зависимости от передачи кодового сигнала в смежную рельсовую цепь.

Воспринимаемые кодовые сигналы из собственной рельсовой цепи поступают на дешифратор, но расшифровываются только те кодовые сигналы, которые приняты во время межциклового интервала в смежной рельсовой цепи. Контроль подачи кодового сигнала в смежную рельсовую цепь и управление работой дешифратора осуществляется с помощью дополнительных реле ВР и ПТР [1]. Числовая кодовая автоблокировка с дешифраторами ДЯ-ЗБ имеет следующие недостатки:

наличие в тракте передачи кодового сигнала значительного числа элементов, вносящих временные искажения [2];

возможность появления на светофоре более разрешающего показания при непрерывном поступлении в смежную рельсовую цепь сигнального тока от своего источника и перемежающемся коротком замыкании в изолирующих стыках;

невозможность применения бесконтактного кодирования, так как в схеме включения дешифратора используется два контакта трансмиттерного реле.

В связи с этим предлагается другой вариант технической реализации этого способа защиты от появления более разрешающего показания на светофоре при коротком замыкании изолирующих стыков. Контроль подачи кодовых сигналов в смежную рельсовую цепь и управление работой дешифратора осуществляется с помощью дополнительных защитных контактов ПТ и ПТ1 генератора кодовых сигналов КПП [3]. Работой этих контактов управляют дополнительные кодовые шайбы, устанавливаемые взамен промежуточных между существующими. С технической точки зрения переделка КПП не вызывает затруднений и особенно легко осуществима на трансмиттерах КИТШ. Временная

Проведены лабораторные испытания предлагаемой схемы при исправных и поврежденных изолированных стыках, различных сочетаниях кодовых сигналов и чередовании КПП в рельсовых цепях. Установлено, что схема надежно защищена от появления более разрешающего показания на светофоре и обеспечивает нормальную работу при всех критических значениях внешних факторов.

Кодирование рельсовой цепи 25 Гц осуществляется непосредственно контактами КПП. Исследования коммутируемой мощности контактами КПП в этом случае показали, что максимальная мощность не превышает 90—100 ВА. Кроме этого, разработка эффективных средств защиты коммутирующих контактов от эрозии позволило исключить трансмиттерное реле и осуществить кодирование рельсовой цепи непосредственно контактами КПП. Защита коммутирующего контакта от эрозии осуществляется конденсаторами $C1 = 2,0 \text{ мкф}$ и $C2 = 2,0 \text{ мкф}$ с последовательно включенным резистором $R1 = 14 \text{ Ом}$ (рис. 2).

В случае применения рельсовых цепей с частотой сигнального тока 50 Гц кодирование их осуществляется специальным коммутирующим устройством на тиристоре.

Положительными качествами предлагаемой схемы являются: устранение искажения кодовых сигналов за счет ликвидации промежуточных элементов в тракте их передачи;

защищенность от появления более разрешающего показания при непрерывном питании рельсовой цепи от своего источника и перемежающемся коротком замыкании в изолирующих стыках;

сокращение числа элементов (ВР, ПТР, ТР), способствующее повышению эксплуатационной надежности автоблокировки, сокращению капитальных и эксплуатационных затрат;

возможность применения бесконтактного кодирования рельсовой цепи.

С августа 1972 г. проводятся эксплуатационные испытания предложенной системы интервального регулирования движения поездов на двух перегонах Южной железной дороги. Получены положительные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брылев А. М., Ефимов К. Г., Можалев С. С. Кодовая автоблокировка переменного тока с ячейкой ДЯ-ЗБ. — «Автоматика, телемеханика и связь», № 6, 1963, с. 3—7.
2. Куртов Г. М. Исследования условий работы однопоточных рельсовых цепей 25 Гц. — «Труды ХИИТа», вып. 112, 1969, с. 31—37.
3. Капустин А. С. Повышение надежности кодовых трансмиттеров. — Сб. «Приборы и системы автоматизации». Вып. 19, Харьков, Изд-во ХГУ, 1971, с. 130—134.

Современное производство непрерывного типа представляет собой комплекс технологических объектов, объединенных единой целью функционирования, связанных между собой материальными и энергетическими потоками, а также информационными связями.

Большое количество взаимосвязанных объектов, многочисленность управляющих и возмущающих воздействий характеризуют производство непрерывного типа как сложную управляемую систему.

Управление сложными системами, как известно, связано с трудностями, для преодоления которых необходимы особые методы теории сложных систем, в частности, использование многоуровневых структур принятия решения в системе управления [2].

В соответствии с принципом декомпозиции производство непрерывного типа как сложную управляемую систему можно представить в виде совокупности более простых взаимосвязанных подсистем

$$P = \{P_i\}, \quad i \in \Omega, \quad (1)$$

каждая из которых формально определяется локальной функцией цели

$$\varphi_i = F(\bar{M}_i, \bar{X}_i, \bar{Z}_i) \quad (2)$$

и вектор-функцией выходных координат

$$\bar{Y}_i = \bar{\psi}(\bar{M}_i, \bar{X}_i, \bar{Z}_i, \bar{U}_i), \quad (3)$$

где \bar{M}_i — вектор управляющих воздействий;

\bar{X}_i — входной вектор взаимодействия, отражающий влияние на i -ю со стороны других подсистем;

\bar{Z}_i — вектор возмущающих воздействий, отражающий влияние окружающей среды;

\bar{U}_i — сопутствующий вектор.

Векторы взаимодействия подсистем отражают материальные и энергетические потоки, а также другие связи подсистем. Среди них можно выделить однонаправленные, отражающие влияние одной подсистемы на другую только в одном направлении, и двунаправленные, влияющие на обе взаимодействующие подсистемы.

Сопутствующим будем называть такой вектор взаимодействия, который слабо влияет на ход производственного процесса и который не учитывают при координации подсистем. Компоненты

сопутствующих векторов целесообразно рассматривать как возмущающие воздействия по отношению к подсистемам, для которых они являются входными переменными.

Общая задача управления сложной системой может быть разложена на ряд более простых подзадач оптимизации подсистем P_i по локальным критериям (2) при постоянных взаимодействиях и координации взаимодействия этих подсистем с целью достижения экстремума глобального критерия [1].

Формирование управляемых подсистем P_i следует производить таким образом, чтобы для каждой из подсистем можно было сформулировать локальные критерии эффективности, удовлетворяющие следующим принципам, которые вытекают из методологии системного анализа [4].

1. Локальные критерии должны учитывать все существенные факторы, отражающие влияние подсистем на величину глобального критерия эффективности.

2. Функции цели подсистем соответствующих локальных критериев должны удовлетворять требованиям координируемости и совместимости подзадач (1) оптимизации подсистем по локальным критериям. Этот принцип сводится к условию аддитивности глобального критерия [1, 2],

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (4)$$

3. Значения локальных критериев подсистем являются оценкой эффективности функционирования системы на интервалах принятия решения, поэтому переменные, включаемые в критерий, должны быть приведены к соответствующим временным интервалам [3].

4. Величины, включаемые в критерий, должны быть соизмеримы. Поскольку факторы, учитываемые критерием, обычно описываются величинами различной физической природы, при их оценке необходимо использовать весовые (стоимостные) коэффициенты.

На основании изложенных принципов в качестве локальных критериев эффективности целесообразно принять минимум технологической составляющей себестоимости, так как этот критерий удовлетворяет условию (4).

Локальные критерии, построенные на основе технологической составляющей себестоимости, как показано в [5], должны учитывать следующие факторы:

затраты, отражающие сырьевые, товарные и теряемые материальные потоки E_{Π} ;

затраты, связанные с потоками энергий E_{Σ} ;

амортизационные затраты $E_{\text{р}}$ с учетом потерь продукции из-за простоя за время ремонта.

Потоки сырья, продукции и потерь в соответствии со вторым принципом должны быть отнесены к единице времени и выражаться в виде соответствующих расходов G_{Σ} , $G_{\text{р}}$, G_{Π} . Используя

весовые коэффициенты, учитывающие соотношение стоимостей включаемых величин, первые два фактора можно оценить:

$$E_{\Pi} + E_s = \sum_{j \in J} G_{\tau j} C_{\tau j} + \sum_{l \in L} Q_{\tau l} C - \sum_{i \in I} G_{c i} C_{c i} - \\ - \sum_{i \in L} G_{n i} C_{n i} - \sum_{i \in I} Q_{c i} C - \sum_{i \in L} Q_{n i} C, \quad (5)$$

где I, J, L — соответственно множества порядковых индексов сырьевых, товарных и теряемых потоков;

Q_{τ}, Q_c, Q_{Π} — количества тепловых энергий, которыми обладают соответственно G_{τ}, G_c, G_{Π} ;

C — стоимость единицы тепловой энергии.

Третий из указанных факторов проявляется один раз на протяжении межреомонтного срока $T_{\text{ур}}$ или при возникновении аварийных ситуаций. Исходя из третьего принципа, эти затраты необходимо учитывать в виде соотношения $\frac{E_p}{T_{\text{ур}}}$.

Локальные критерии эффективности с учетом всех трех факторов будут иметь вид

$$\varphi_i = \sum_{j \in J} G_{\tau j} C_{\tau j} + \sum_{l \in L} Q_{\tau l} C - \sum_{i \in I} G_{c i} C_{c i} - \\ - \sum_{i \in L} G_{n i} C_{n i} - \sum_{i \in I} Q_{c i} C - \sum_{i \in L} Q_{n i} C - E_p / T_{\text{ур}} \quad (6)$$

при $\Pi_{\phi} \geq \Pi_{\text{пл}}$.

где $\Pi_{\phi}, \Pi_{\text{пл}}$ — соответственно фактическая и плановая производительность.

Цель функционирования системы иногда определяется максимальной производительностью при заданной себестоимости продукции. В этом случае локальные критерии целесообразно формировать без учета затрат, отражающих сырьевые потоки

$$\varphi_i = \sum_{j \in J} G_{\tau j} C_{\tau j} + \sum_{l \in L} Q_{\tau l} C - E_p / T_{\text{ур}} \quad (7)$$

при $N_{\phi} < N_{\text{пл}}$.

где $N_{\phi}, N_{\text{пл}}$ — фактическая и плановая себестоимости.

Максимальная производительность непрерывного производства обычно лимитируется одной или несколькими подсистемами (узкими местами), поэтому критерий типа (7) целесообразно использовать только для этих подсистем. Остальные же подсистемы должны функционировать по критерию минимизации технологической составляющей себестоимости с целью снижения общей себестоимости продукции.

Как указано выше, общая задача оптимизации системы решается путем решения подзадач оптимизации локальных подсистем $\{R\}$ и координации D .

Систему управления, решающую n -уровневую иерархическую структуру задач, можно представить символическим выражением

$$S = \{D, \{D_{I_1} (D_{I_2}, \dots, \{D_{I_k, \dots, p_{r1}}, \{R_{I_k, \dots, p_{r1}}, P_{I_1}\} \dots)\} \dots)\},$$

$$I \in I, I_k \in I_1, \dots, I_k, \dots, p_{r1} \in I_{k, \dots, p_{r1}},$$

$$I_k, \dots, p_{r1} \in I_{k, \dots, p_{r1}},$$
(8)

где $I, I_1, \dots, I_{k, \dots, p_{r1}}, I_{k, \dots, p_{r1}}$ — множества порядковых индексов,

подсистем n -го, $(n-1)$ -го, ..., 2-го, 1-го уровней соответственно

Здесь множество управляющих подсистем $\{R_{I_k, \dots, p_{r1}}\}$, решающих задачи оптимизации $\{P_{I_1}\}$ совместно образуют множество подсистем 1-го уровня $\{S_{I_k, \dots, p_{r1}}\}$.

Любая совокупность подсистем $\{S_{I_k, \dots, p_{r1}}\}$ совместно с координатором $D_{I_k, \dots, p_{r1}}$, осуществляющим их согласование, образуют систему 2-го уровня

$$S_{I_k, \dots, p_{r1}} = \{D_{I_k, \dots, p_{r1}}, S_{I_k, \dots, p_{r1}}\}.$$
(9)

В свою очередь, множество $\{S_{I_k, \dots, p_{r1}}\}$ совместно с координатором $D_{I_k, \dots, p_{r1}}$ может рассматриваться как подсистема 3-го уровня

$$S_{I_k, \dots, p_{r1}} = \{D_{I_k, \dots, p_{r1}}, S_{I_k, \dots, p_{r1}}\},$$
(10)

и т. д.

Число вариантов, сформированных таким образом структур в общем случае может быть большим, и эффективность функционирования системы будет зависеть от выбора варианта. Рациональную структуру можно получить, если систему сформировать так, чтобы координатор более низкого уровня решал задачу согласования взаимодействий наиболее тесно связанных подсистем.

Оценка связности при этом определяется сложностью решения задач координации, частотой изменения векторов взаимодействий и возмущений, степенью влияния их на значение локальных

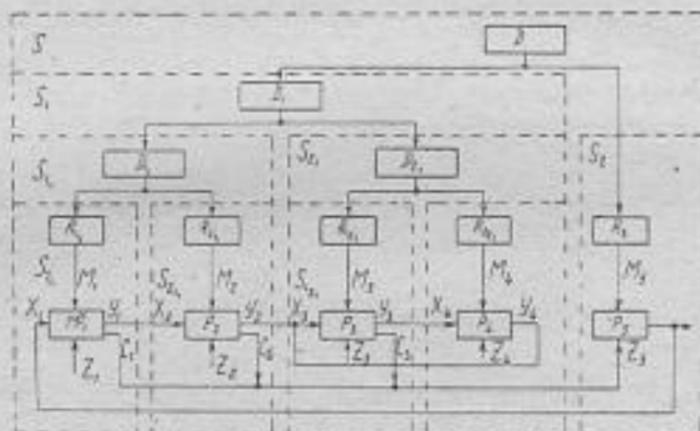
критериев эффективности, а также числом составляющих векторов взаимодействий.

Построенная система обладает преимуществами многоуровневых систем, которые, в частности, позволяют:

большую многомерную задачу представить в виде ряда подзадач, каждую из которых решает отдельная подсистема;

формализовать глобальную функцию цели через локальные;

повысить оперативность управления при изменении состава оборудования или при изменении внешних условий, влияющих на систему;



при решении различных локальных задач оптимизации можно использовать разные методы, наиболее подходящие в том или ином случае.

Изложенная методика использована при разработке многоуровневой структуры системы управления цехом производства аммофоса (см. рисунок). Цех производства аммофоса включает значительное число технологических объектов, подверженных влиянию возмущающих и управляющих воздействий, объединенных единой целью функционирования.

Указанные особенности производственного процесса позволяют рассматривать этот цех как сложную управляемую систему и обуславливают необходимость применения многоуровневой структуры управляющей системы.

В соответствии с принципом декомпозиции цех аммофоса целесообразно представить в виде совокупности управляемых подсистем

$$P = \{P_i\} \quad i = \overline{1,5}. \quad (11)$$

Здесь P_1 — первая ступень нейтрализации, представляющая собой сатуратор-нейтрализатор, в котором в результате реакции фосфорной кислоты и аммиака образуется пульпа;

- P_2 — вторая ступень нейтрализации, служащая для доведения параметров пульпы до заданных;
- P_3 — участок грануляции, объединяющий аммонизатор-гранулятор, в котором происходит формирование гранул заданных размеров, и сушильный барабан, служащий для получения заданных параметров гран — состава аммофоса;
- P_4 — участок подогрева воздушного потока для сушильного барабана;
- P_5 — участок абсорбции, служащий для улавливания аммиака, выделяющегося на участках нейтрализации и грануляции.

Цели функционирования цеха аммофоса могут быть сформулированы в виде двух критериев.

В период увеличенного спроса на аммофос цель функционирования цеха состоит в обеспечении максимальной производительности при себестоимости не ниже плановой. В период, когда выходной продукт в основном поступает на склад, цель функционирования состоит в минимизации технологической составляющей себестоимости продукта при заданной производительности.

Для выделенных подсистем цеха выражения (2), (3), соответствующие критерию оптимизации переменной составляющей себестоимости и продукции, будут иметь вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & G_{n1} H_1 \Pi_{n1} - G_k C_k \Pi_k - G_{A1} \Pi_A - G_{r1} C_{A1} \Pi_A + G_{n2} H_2 \Pi_{n2} + \\ & + (\Theta_{B1} - \Theta_{P2}) \Pi_0 - E_{p1} / T_{mp1}, \\ \bar{M}_1 = & \{G_k, G_{A1}, t_{A1}\}, \\ \bar{Y}_1 = & \{H_1, G_{n1}, W_1\}, \\ \bar{X}_1 = & \{G_{n2}, H_2, W_2\}, \\ \bar{Z}_1 = & \{C_k, t_k\}, \\ \bar{U}_1 = & \{G_{r1}, C_{A1}\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где G_{n2} , H_2 , W_2 , G_{n1} , H_1 , W_1 — расход, кислотность и влажность пульпы на входе и выходе подсистемы соответственно;

G_{A1} , t_{A1} — расход и температура поступающего аммиака;

C_k , t_k — концентрация и температура фосфорной кислоты;

G_{r1} , C_{A1} — расход и концентрация выделенного аммиака;

Π_{n1} , Π_k , Π_A , Π_0 , Π_{n2} — весовые коэффициенты, выражающие стоимостные зависимости компонент;

E_{p1} , T_{mp1} — стоимость ремонта и межремонтный срок оборудования;

Θ_{B1} , Θ_{B2} — расходы входного и выходного потоков тепловой энергии;

$$\begin{aligned} \varphi_2 = & G_{n2} (H_2 - H_1) \Pi_{n1} - (G_{A2} + G_{A2}^l) \Pi_A - \\ & - G_{r2} C_{A2} \Pi_A + (\Theta_{B3} - \Theta_{B4}) \Pi_0 - E_{p2} / T_{mp2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_2 &= \{G_{A2}, G_{A2}^1, t_{A2}\}, \\ \bar{Y}_2 &= \{H_2, G_{n2}, W_2\}, \\ \bar{X}_2 &= \{H_1, G_{n1}, W_1\}, \\ \bar{U}_2 &= \{G_{T2}, G_{A2}\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где G_{n2} , H_2 , W_2 — расход, кислотность и влажность выходной пульпы, соответственно;

C_{A2} , G_{A2}^1 , t_{A2} — расходы и температура аммиака, поступающего на второй и третий сатуратор-нейтрализатор;

G_{T2} , C_{A2} — расход и концентрация выделяемого аммиака; E_{p2} , T_{mp2} — стоимость и межремонтный срок оборудования второго участка;

Δ_{B3} , Δ_{B4} — расходы тепловых энергий на втором участке;

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= G_R \Pi_R - G_R^0 \Pi_R^0 - Q_B G_B \Pi_B - \\ &- G_{n2} H_2 \Pi_{n2} - G_{A3} \Pi_A - E_{p3} / T_{mp3}, \\ \bar{M}_3 &= \{G_{A3}, G_{T4}, G_{R1}\}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\bar{Y}_3 = \{G_R, G_R^0, G_{R1}\},$$

$$\bar{X}_3 = \{G_B, t_B, W_B, H_2, G_{n2}, W_2\},$$

$$\bar{U}_3 = \{C_{A4}, t_{T4}\}, \quad \bar{Z} = t_{A3},$$

где G_R , G_R^0 — расходы потоков ретурна товарной фракции и требующего дробления;

G_B , Q_B , t_B — расход, энергия и температура поступающего в сушильный барабан воздушного потока;

Π_R , Π_B , Π_R^0 , Π_{n2} — весовые коэффициенты;

E_{p3} , T_{mp3} — стоимость и межремонтный срок оборудования;

$$\begin{aligned} \varphi_4 &= \{G_B \theta t_B / (G_{T1} + G_{T2}) Q_T\} \Pi_T, \\ \bar{M}_4 &= \{G_{T1}, G_{T2}, t_B\}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{Y}_4 = \{G_B, W_B\},$$

где G_{T1} , G_{T2} — расходы воздушных потоков, поступающие в топку;

Q_T — тепловая энергия, которой обладает $(G_{T1} + G_{T2})$;

θ — теплоемкость G_B ;

$$\varphi_5 = G_{n0} H_0 \Pi_0 - G_{k2} C_{k2} \Pi_k - G_{B3} \Pi_B - G_{n3} \Pi_{n3} - E_{p5} / T_{mp5},$$

$$\bar{M}_5 = \{G_{B3}, G_{n3}, G_{k2}\},$$

$$\bar{Y}_5 = \{G_{n2}, H_0, W_3\}, \quad (16)$$

$$\bar{Z} = \{G_{T1}, G_{T2}, C_{A1}, C_{A2}, C_{A4}\}, \quad (17)$$

где $G_{ав}$, $G_{из}$ — расходы воды и известкового раствора на участках абсорбции;

$G_{к2}$, $C_{к2}$ — расход и концентрация фосфорной кислоты;
 Π_k , $\Pi_{на}$, Π_v , $\Pi_{из}$ — весовые коэффициенты;

$E_{рб}$, $T_{мрб}$ — стоимость и межремонтный срок оборудования.

В соответствии с изложенным методом сформулирована четырехуровневая структура системы управления цехом производства аммофоса, показанная на рисунке, которая представляет собой совокупность подсистем первого уровня:

$$S_{11} = \{R_{11}, P_1\}, \quad (18)$$

$$S_{21} = \{R_{21}, R_2\}, \quad (19)$$

$$S_{12} = \{R_{12}, P_3\}, \quad (20)$$

$$S_{22} = \{R_{22}, P_4\}, \quad (21)$$

$$S_2 = \{R_2, P_5\}; \quad (22)$$

подсистем второго уровня:

$$S_{11} = \{D_{11}, S_{11}, S_{21}\}, \quad (23)$$

$$S_{21} = \{D_{21}, S_{12}, S_{22}\}; \quad (24)$$

подсистемы третьего уровня

$$S_1 = \{D_1, S_{11}, S_{21}\}; \quad (25)$$

подсистемы четвертого уровня:

$$S = \{D, S_1, S_2\}. \quad (26)$$

Структуру системы управления цехом, используя выражения (20)–(26), можно представить:

$$S = \{D, \{D_1 \{D_{11}, \{R_{11}, P_1\}, \{R_{21}, P_2\}\}, \{D_{12}, \{R_{12}, P_3\}, \{R_{22}, P_4\}\}, \{R_2, P_5\}\}\}. \quad (27)$$

При условии (4) критерии эффективности выделенных подсистем будут иметь вид

$$V_{11} = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (28)$$

$$V_{21} = \varphi_3 + \varphi_4, \quad (29)$$

$$V_1 = V_{11} + V_{21}, \quad (30)$$

$$V = V_1 + \varphi_5, \quad (31)$$

где V_{11} , V_{21} , V_1 , V — критерии эффективности функционирования подсистем S_{11} , S_{21} , S_1 , S соответственно.

Использование описанной структуры позволяет реализовать указанные выше преимущества с целью повышения эффективности функционирования цеха производства аммофоса.

1. Месарович М., Мако Д., Такагара Н. Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973. 344 с.
2. Шостак В. Ф. Оптимизация сложных объектов в автоматизированных системах управления с иерархической структурой. — В кн.: Материалы семинара. Децентрализованные методы управления. М., МДНТП, 1972, с. 141—148.
3. Шостак В. Ф. Об информационной оценке сложных систем управления. — В кн.: Материалы II Всесоюз. семинара. Информационные методы в системах управления и контроля. Владивосток, Дальневосточный научный центр АН СССР, 1972, т. I, с. 25—31.
4. Чеснат Г. Техника больших систем. М., «Энергия», 1969. 489 с.
5. Островский Г. М., Волин Ю. М. Методы оптимизации сложных химико-технологических схем. М., «Химия», 1970. 358 с.

УДК 62:50:62—505

В. В. МАЛЫЙ,

В. М. МИХАЙЛЕНКО,

канд. техн. наук

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ
ОДНИМ КЛАССОМ СЛОЖНЫХ СЕТЕВЫХ
СИСТЕМ

Ограничимся рассмотрением таких сетевых систем, топологическая структура которых адекватна связанному ориентированному графу Y . Каждому элементу графа поставлены в соответствие две переменные состояния $x = \{q_i; h_i; i \in \{I\}\}$, один управляющий параметр $u = \{\gamma_i; i \in \{I\}\}$, которые удовлетворяют следующим условиям:

1. Значения динамической функции состояния $x^*(t)$ не выходят за пределы области $\Omega[x(t)]$, зависящей от характера квазистационарной функции состояния $x(t)$ в момент времени t , т. е.

$$x^*(t) \in \Omega[x(t)], \quad \forall t \in [t_i; t_k], \quad (1)$$

где

$$\Omega[x(t)] = \{x(t) : x^n(t) < x(t) < x^e(t)\};$$

$$x^n(t) = x(t) - [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx(t)}{dt} \right|;$$

$$x^e(t) = x(t) + [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx(t)}{dt} \right|.$$

2. Значения квазистационарной функции $x(t)$ в любой момент времени t удовлетворяют трем постулатам сетей

$$f_i^I = f_i^I[q(t)] = 0, \quad j \in I_I;$$

$$f_j^{II} = f_j^{II}[h(t)] = 0, \quad j \in I_{II}; \quad (2)$$

$$f_j^{III} = f_j^{III}[q(t); h(t); \gamma(t)] = 0, \quad j \in I_{III}.$$

В работе [1] показано, что задача управления выделенным классом сетей сводится к рекуррентной последовательности под-

задач, соответствующих временным интервалам, в пределах которых произведена линейная аппроксимация математической модели. Каждая такая подзадача формулируется следующим образом: необходимо минимизировать функцию цели $P(\tau)$ при условии, что переменные

$$\begin{aligned} & \partial t(\tau), \partial q(\tau), \partial h(\tau), \partial \gamma(\tau), \\ & \partial \varphi(\tau), \partial \psi(\tau), \Delta \varphi(\tau), \Delta \psi(\tau) \end{aligned}$$

удовлетворяют системе ограничений

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{i \in \{I\}} \left(\frac{\partial f_i^I}{\partial q_i} \right)^* \partial q_i = 0, \quad j \in I_I, \\ & \sum_{i \in \{I\}} \left(\frac{\partial f_i^I}{\partial h_i} \right)^* \partial h_i = 0, \quad j \in I_{II}, \\ & \sum_{i \in \{I\}} \left(\frac{\partial f_i^{III}}{\partial q_i} \right)^* \partial q_i + \sum_{i \in \{I\}} \left(\frac{\partial f_i^{III}}{\partial h_i} \right)^* \partial h_i + \\ & + \sum_{i \in \{I\}} \left(\frac{\partial f_i^{III}}{\partial \gamma_i} \right)^* \partial \gamma_i = 0, \quad j \in I_{III}; \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \partial t(\tau) C_\varphi + \partial t(\tau) \Delta \varphi(\tau) + [\text{diag } a_i] |\partial x(\tau)| = 0, \\ & \partial t(\tau) C_\psi + \partial t(\tau) \Delta \psi(\tau) + [\text{diag } a_i] |\partial x(\tau)| = 0, \\ & \partial \varphi(\tau) + \partial x(\tau) = 0, \\ & \partial \psi(\tau) - \partial x(\tau) = 0; \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \Delta \varphi(\tau) + \partial \varphi(\tau) \geq A_\varphi, \quad \Delta \varphi(\tau) \geq A_\varphi; \\ & \Delta \psi(\tau) + \partial \psi(\tau) \geq A_\psi, \quad \Delta \psi(\tau) \geq A_\psi; \\ & Z^-(\tau) < \partial \gamma(\tau) < Z^+(\tau), \\ & \partial t(\tau) > 0, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где значения векторов C_φ , A_φ , C_ψ , A_ψ определяются по результатам решения предыдущей задачи:

$$\begin{aligned} C_\varphi & \equiv C_\varphi(\tau-1) = \varphi(\tau-1) + \partial \varphi(\tau-1) + \\ & + x(\tau-1) + \partial x(\tau-1) - x^+, \\ A_\varphi & \equiv A_\varphi(\tau-1) = -\varphi(\tau-1) - \partial \varphi(\tau-1), \\ C_\psi & \equiv C_\psi(\tau-1) = \psi(\tau-1) + \partial \psi(\tau-1) - \\ & - x(\tau-1) - \partial x(\tau-1) + x^+, \\ A_\psi & \equiv A_\psi(\tau-1) = -\psi(\tau-1) - \partial \psi(\tau-1), \end{aligned} \quad (6)$$

а рекуррентный переход осуществляется по формулам

$$\begin{aligned} t_{\tau+1} & = t_\tau + \partial t(\tau), \\ x(\tau+1) & = x(\tau) + \partial x(\tau), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \gamma(\tau + 1) &= \gamma(\tau) + \partial\gamma(\tau), \\ \varphi(\tau + 1) &= \varphi(\tau) + \partial\varphi(\tau) + \Delta\varphi(\tau + 1), \\ \psi(\tau + 1) &= \psi(\tau) + \partial\psi(\tau) + \Delta\psi(\tau + 1). \end{aligned}$$

Если номинальный режим работы системы определяется равенствами

$$\begin{aligned} q_i &= q_i^*, \quad i \in \{I\}^I, \\ h_i &= h_i^*, \quad i \in \{I\}^P, \end{aligned} \quad (8)$$

то целевая функция $P(\tau)$ принимает вид

$$\begin{aligned} P(\tau) &= \partial t(\tau) \left[\sum_{i \in \{I\}^I} b_i^q |q_i(\tau) + \partial q_i(\tau) - q_i^*| + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i \in \{I\}^P} b_i^h |h_i(\tau) + \partial h_i(\tau) - h_i^*| \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Покажем, что в этом случае сформулированная выше задача сводится к задаче математического программирования с ограничениями в виде равенств одно- и двухсторонней ограниченностью переменных, к которой применим дифференциальный алгоритм Уайлда [3].

С помощью замены

$$Y = \Delta\varphi(\tau) - C; \quad X = \partial x(\tau) - [C - A_\varphi] \quad (10)$$

и введения вспомогательной переменной $\xi \geq 0$ системы (4), (5) преобразуются в систему равенств

$$F(\eta; X; Y) \equiv N\eta + Y\eta + [\text{diag } a_i] |X + M| = 0, \quad (11)$$

$$f(\xi; X; Y) \equiv X - Y + \xi = 0, \quad (12)$$

переменные которой удовлетворяют неравенствам

$$0 \leq Y \leq -N, \quad (13)$$

$$\xi \geq 0,$$

$$\eta > 0,$$

где $C \equiv C(\tau - 1) = \max\{A_\varphi; (C_\varphi + A_\varphi - C_\varphi)\}$,

$$N = C + C_\varphi, \quad M = C - A_\varphi,$$

$$\eta = \partial t(\tau),$$

$$Z = \partial\gamma(\tau).$$

Статическая подсистема (3) после установления взаимно-однозначного соответствия между множествами I_I, I_{II}, I_{III} и множеством индексов ветвей $\{I\}$ с учетом (10) принимает вид

$$F^I(X^q) \equiv W^I X^q - L^q = 0,$$

$$F^{II}(X^h) \equiv W^{II} X^h - L^h = 0, \quad (14)$$

$$F^{III}(X, Z) \equiv W_q^{III} X^q + W_h^{III} X^h + W_\gamma^{III} Z - L^\gamma = 0,$$

где W^1 — матрица главных сечений графа Y , составленных по отношению к дереву K^Q ;

W^{11} — матрица фундаментальных циклов, опирающихся на антидерево \bar{K}^H ;

$$\begin{aligned} L^g &= -W^1 M^g; \\ L^h &= -W^{11} M^h; \end{aligned} \quad (15)$$

$$L^1 = -(W^g M^g + W^h M^h).$$

Так как элементы $\left(\frac{\partial f_j^{111}}{\partial q_i}\right)$, $\left(\frac{\partial f_j^{111}}{\partial h_i}\right)$, $\left(\frac{\partial f_j^{111}}{\partial \gamma_i}\right)$ матриц W^g , W^h , W^1 , определяемые с помощью дифференцирования систем

$$\begin{cases} f_j^{111} \equiv \gamma_j - \alpha_j |q_j| - \beta_j |q_j|^2 - |h_j| = 0, \\ \text{sign } h_j = -\text{sign } q_j \quad (j \in \{I\}^g); \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} f_j^{111} \equiv \gamma_j |q_j|^{\gamma_j} - |h_j| = 0, \\ \text{sign } h_i = \text{sign } q_i \quad (j \in \{I\} \setminus \{I\}^g), \end{cases} \quad (17)$$

зависят от знака компонент последовательной переменной $q = (q_i)$, то для того, чтобы математическая модель (3)–(6) имела смысл, необходимо потребовать выполнения условий:

$$\begin{aligned} I_q^+(\tau) \cup I_q^0(\tau) &= \text{const}, \\ I_q^-(\tau) \cup I_q^0(\tau) &= \text{const} \end{aligned} \quad (18)$$

для каждого интервала τ , что эквивалентно дополнительным ограничениям

$$\begin{aligned} X_i^g &> [-M_i^g - q_i(\tau)], \quad i \in I_q^+, \\ X_i^g &< [-M_i^g - q_i(\tau)], \quad i \in I_q^-. \end{aligned} \quad (19)$$

Ограничимся таким классом управлений, для которого справедливы утверждения

$$[q_i(t^*) = \hat{q}_i, \quad t^* \in [t_u; t_k]] \Rightarrow [q_i(t) = \hat{q}_i, \quad t \in [t^*; t_k]] \quad (i \in \{I\}^g);$$

$$[h_i(t^*) = \hat{h}_i, \quad t^* \in [t_u; t_k]] \Rightarrow [h_i(t) = \hat{h}_i, \quad t \in [t^*; t_k]] \quad (i \in \{I\}^g);$$

Тогда для $\forall \tau$:

$$\begin{aligned} X_i &> S_i, \quad i \in J_+(\tau); \\ X_i &= S_i, \quad i \in J_0(\tau); \\ X_i &< S_i, \quad i \in J_-(\tau), \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$X = (X_i) = \begin{Bmatrix} X_i^g \\ X_i^h \end{Bmatrix}, \quad S = (S_i) = \begin{Bmatrix} S_i^g \\ S_i^h \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

Целевая функция (9) с учетом (10) и ограничений (20) преобразуется к виду

$$P(\tau) = \eta \left[\sum_{i \in J_+^g} b_i^g (X_i^g - S_i^g) + \sum_{i \in J_-^g} b_i^g (S_i^g - X_i^g) + \sum_{i \in J_+^h} b_i^h (X_i^h - S_i^h) + \sum_{i \in J_-^h} b_i^h (S_i^h - X_i^h) \right]. \quad (22)$$

Совместное рассмотрение (13), (19), (20) приводит к системе ограничений

$$\begin{aligned} x_\mu &\leq (x_\mu^+)^*, & \mu \in \{\mu\}^+; \\ x_\mu &\geq (x_\mu^-)^*, & \mu \in \{\mu\}^-; \\ (x_\mu^-)^* &\leq x_\mu \leq (x_\mu^+)^*, & \mu \in \{\mu\}^0; \\ x_\mu &> 0, & \mu \in \{\mu\}^s; \\ x_\mu &= (x_\mu)^*, & \mu \in \{\mu\}^0 \end{aligned} \quad (23)$$

относительно компонент x_μ общего вектора \bar{x} переменных, имеющего блочную структуру

$$\bar{x} \equiv [\bar{x}_j] = [X^g | X^h | Z | \xi^g | \xi^h | Y^g | Y^h | \eta]. \quad (24)$$

Установим взаимно-однозначное соответствие между подмножествами $\{\mu_j\}_{j=1, \dots, 8}$ множества $\{\mu\}$ индексов компонент вектора \bar{x} и множеством $\{l\}$ индексов ветвей графа сети

$$\begin{aligned} \{\mu_j\} &= \{(j-1)l + l : l \in \{l\}\}, & j = 1, \dots, 7; \\ \{\mu_j\} &= \mu_{7l+1}, & j = 8. \end{aligned}$$

Это дает возможность представить матрицу Якоби W вектор-функции

$$\begin{aligned} \bar{f}(\bar{x}) &= \{f, (\bar{x})\}, \\ \bar{f}(\bar{x}) &\equiv [\bar{f}_k] = [\bar{f}_I | \bar{f}_{II} | \bar{f}_{III} | \bar{f}_{IV} | \bar{f}_V | \bar{f}_{VI} | \bar{f}_{VII}] \end{aligned}$$

с компонентами, имеющими индексы

$$v \in \{v\}, \quad \{v\} = \bigcup_k \{v_k\},$$

в каноническом виде, учитывающем топологическую взаимозависимость переменных сетевой системы, если

$$\begin{aligned} \{v_k\} &= \begin{cases} \{l : l \in \{l(K^q)\}\}, & k = I, \\ \{(l+i) : l \in \{e(\bar{K}^{II})\}\}, & k = II, \\ \{(k-1)l + l : l \in \{l\}\}, & k = III, \dots, VII; \end{cases} \\ \bar{f}_I &\equiv W^I \bar{x}_1 - L^g = 0; \\ \bar{f}_{II} &\equiv W^{II} \bar{x}_2 - L^h = 0; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_{III} &\equiv W_a^{III} \bar{x}_1 + W_b^{III} \bar{x}_2 + W_c^{III} \bar{x}_3 - L^T = 0; \\ \bar{f}_{IV} &\equiv N^a \bar{x}_6 + \bar{x}_6 \bar{x}_6 + [\text{diag } a_l^a] |\bar{x}_1 + M^a| = 0; \\ \bar{f}_{V} &\equiv N^b \bar{x}_8 + \bar{x}_7 \bar{x}_8 + [\text{diag } a_l^b] |\bar{x}_2 + M^b| = 0; \\ \bar{f}_{VI} &\equiv \bar{x}_1 - \bar{x}_6 + \bar{x}_3 = 0; \\ \bar{f}_{VII} &\equiv \bar{x}_2 - \bar{x}_7 + \bar{x}_5 = 0, \end{aligned}$$

где $\bar{x}_8 \equiv x_{7l+1}$,
Тогда

$$W = \left[\frac{\partial f_k}{\partial x_l} \right]_{k=1, \dots, VII}^{l=1, \dots, VII} = \left[\left(\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_{\mu}} \right)_{l \in \{e\}} \right]_{k=1, \dots, VII}^{l=1, \dots, VII} \quad (26)$$

К полученной задаче математического программирования с ограничениями-равенствами (25) одно- и двухсторонней ограниченностью переменных (23) применим дифференциальный алгоритм Уайлда [3]. Суть его состоит в определении допустимого вектора, удовлетворяющего необходимым условиям минимума функции (22):

- 1) $x_{\mu} = (x_{\mu}^{-})^*$, $\left(\frac{\partial P}{\partial x_{\mu}} \right) \geq 0$,
 $\mu \in (\{\mu\}^{-} \cup \{\mu\}^{\pm}) \cap \{\mu\}_d$;
 - 2) $x_{\mu} = (x_{\mu}^{+})^*$, $\left(\frac{\partial P}{\partial x_{\mu}} \right) \leq 0$,
 $\mu \in (\{\mu\}^{+} \cup \{\mu\}^{\pm}) \cap \{\mu\}_d$;
 - 3) $x_{\mu} < (x_{\mu}^{+})^*$, $\left(\frac{\partial P}{\partial x_{\mu}} \right) = 0$,
 $\mu \in (\{\mu\}^{+} \cup \{\mu\}^{\pm}) \cap \{\mu\}_d$,
 $x_{\mu} > (x_{\mu}^{-})^*$, $\left(\frac{\partial P}{\partial x_{\mu}} \right) = 0$,
 $\mu \in (\{\mu\}^{-} \cup \{\mu\}^{\pm}) \cap \{\mu\}_d$;
- $$x_{\mu} > 0, \left(\frac{\partial P}{\partial x_{\mu}} \right) = 0, \quad \mu \in \{\mu_6\} \cap \{\mu\}_d,$$

путем разбиения вектора \bar{x} на вектор переменных состояния $\bar{x}_s = \{x_{\mu} : \mu \in \{\mu\}_s\}$ и вектор переменных решения $\bar{x}_d = \{x_{\mu} : \mu \in \{\mu\}_d\}$ и формирования на базе (26) матриц условных частных производных

$$\left[\frac{\partial P}{\partial x_d} \right] = \frac{\partial P}{\partial x_s} \left[\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial x_d} \right] + \frac{\partial P}{\partial x_d}; \quad (28)$$

$$\left[\frac{\partial \bar{x}_d}{\partial x_d} \right] = -W_s^{-1} W_d, \quad (29)$$

где

$$W_s = \left[\frac{\partial f_\nu}{\partial x_\mu} \right]_{\mu \in \langle \mu \rangle_s}^{\nu \in \langle \nu \rangle_s}, \quad |W_s| \neq 0,$$

$$W_d = \left[\frac{\partial f_\nu}{\partial x_\mu} \right]_{\mu \in \langle \mu \rangle_d}^{\nu \in \langle \nu \rangle_s} = \left[\frac{\partial f_\nu}{\partial x_\mu} \right]_{\mu \in \langle \mu \rangle_s}^{\nu \in \langle \nu \rangle_s} / \langle \mu \rangle_s.$$

Значения элементов матрицы $\left[\frac{\partial P}{\partial x_d} \right]$ в некоторой допустимой точке \bar{x} определяют ту переменную решения x_μ , $\mu \in \langle \mu \rangle_d$, которая должна уменьшить целевую функцию на данном этапе итерационного процесса. Шаг изменения этой переменной определяется в результате анализа возможности выхода одной из компонент вектора \bar{x}_s за пределы допустимой области (23) или обращения в нуль производной $\left(\frac{\partial P}{\partial x_\mu} \right)$. Исходной информацией для

такого анализа служат значения элементов матрицы $\left[\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial x_d} \right]$ и характеристики допустимой области (23).

Таким образом, управление рассматриваемым классом сетевых систем определяется в виде рекуррентной последовательности управляющих воздействий $\gamma(\tau)$, $\tau = 1, \dots$, каждый элемент которой находится в результате решения задачи математического программирования (22), (23), (25) методом Уайлда, разработанным в [2].

Принятые обозначения:

I_a^+ , I_a^- , I_a^0 — множества индексов ветвей, которым соответствуют положительные, отрицательные и нулевые значения последовательной переменной;

J_+ , J_- , J_0 — множества индексов ветвей, определенных следующим образом:

$$J_+ = \begin{bmatrix} J_+^c \\ J_+^h \end{bmatrix}, \quad J_- = \begin{bmatrix} J_-^c \\ J_-^h \end{bmatrix}, \quad J_0 = \begin{bmatrix} J_0^c \\ J_0^h \end{bmatrix},$$

где

$$J_+^c = \{i \in \{I\}^c : q_i > q_i^*\};$$

$$J_+^h = \{i \in \{I\}^c : h_i > h_i^*\}$$

(аналогично определяются оставшиеся множества с той лишь разницей, что знак $>$ заменяется соответственно на $<$ или $=$)

$\{\mu\}^+$, $\{\mu\}^-$, $\{\mu^\pm\}$ — множества индексов компонент вектора $\{x_k\}$, имеющих соответственно верхние, нижние и двухсторонние ограничения;

$\{I(K^Q)\}$, $\{I(\bar{K}^H)\}$ — множества индексов ветвей дерева K^Q графа Y , соответствующего первому постулату сетей и антидерева \bar{K}^H , соответствующего второму постулату сетей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мамы́ В. В., Мила́денко В. М. Математическая модель процесса управления в переходных режимах одного класса сложных сетевых систем. — В сб.: Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Вып. 33. Харьков, «Вища школа», 1975, с. 45—49.
2. Ефодимко А. Г. Разработка методов исследования и проектирования сложных инженерных сетей с применением ЦВМ. Автореф. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук. Харьков, 1972, 20 с.
3. Beightler C. S., Wilde D. I. Foundations of Optimization. PREN — TICE — HALL, 1967, 78 p.

УДК 53.088.52:534.647
 А. Е. БОЖКО, д-р техн. наук,
 В. И. САВЧЕНКО,
 И. Д. ПУЗЬКО

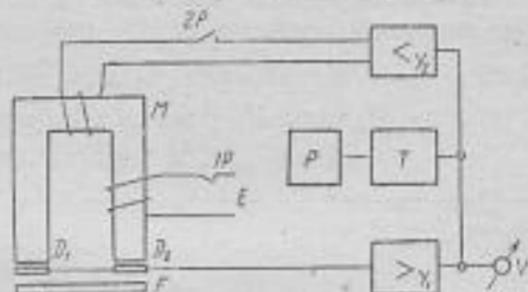
ПОВЫШЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СХЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВИБРАЦИЙ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ

В современной виброизмерительной технике широко применяются измерители вибраций с датчиками Холла [1—3]. Рассматриваемая схема измерения позволяет повысить чувствительность благодаря наличию положительной обратной связи, хотя и не требуется селективность по отношению к отдельным гармоническим компонентам анализируемого процесса.

При анализе эффективности функционирования предполагается отсутствие фазовых искажений и равномерность частотной характеристики по спектру анализируемого процесса. Не учитывается также изменение постоянной Холла при изменении магнитной индукции и наличие вторичной э. д. с. Холла, температурная нестабильность, неэквипотенциальное расположение и выпрямляющее действие контактов.

Величина сопротивления нагрузки и датчика Холла подобраны таким образом, что при приемлемой нелинейности достигается достаточно высокий коэффициент передачи по мощности.

Схема измерения вибраций ферромагнитных тел представлена на рисунке,



где D_1, D_2 — измерительные датчики Холла;

F — ферромагнитное тело;

M — магнитопровод;

E — источник питания;

Y_1, Y_2 — электрошные (или транзисторные) усилители;

T — триггер;

P — коммутирующее реле;

V — регистрирующий прибор.

Источник питания E создает магнитное поле в зазорах I при отсутствии вибраций ферромагнитного тела F . При возникновении вибраций срабатывает реле P , включенное на выходе триггера T . Контакт $1P$ размыкается, отключая обмотку W_1 от источника питания E , контакт $2P$ замыкается, подключая обмотку W_2 к выходу усилителя Y_2 , т. е. оказывается замкнутой цепь обратной связи.

В общем виде выходное напряжение датчика Холла определяется выражением [1]

$$U = R B i_v \frac{1}{d} = c B i_v, \quad (1)$$

где R — постоянная Холла;

d — толщина проводящей пластины датчика;

B — индукция магнитного поля;

i_v — ток управления датчиком.

Выходное напряжение усилителя Y_1 в случае идентичности D_1 и D_2

$$U_1 = 2U \cdot k_1, \quad (2)$$

где k_1 — коэффициент усиления усилителя Y_1 . При возникновении вибраций соотношение (1) принимает вид

$$U = c i_v (B + \Delta B). \quad (3)$$

Учитывая (3), для U_1 получаем выражение

$$U_1 = 2c i_v k_1 (B + \Delta B). \quad (4)$$

Напряжение на выходе усилителя Y_2 с коэффициентом усиления k_2

$$U_2 = U_1 \cdot k_2. \quad (5)$$

Ограничиваясь рассмотрением линейного участка характеристики $B = f(H)$, можно записать

$$B = U_2 \beta = U_1 \cdot k_2 \beta, \quad (6)$$

где β — коэффициент, учитывающий связь между напряжением U_2 на выходе усилителя Y_2 и намагничивающими ампервитками $I\omega$ в обмотке W_2 . После преобразования (4) с учетом (6) получим следующее выражение для выходного напряжения усилителя Y_1 :

$$U_1 = \frac{2c i_v k_1 \Delta B}{1 - 2c i_v k_1 k_2 \beta}, \quad (7)$$

или

$$U_1 = A \cdot \Delta B, \quad (8)$$

где

$$A = \frac{2\alpha_{\nu} k_1}{1 - 2\alpha_{\nu} k_1 k_2 \beta}. \quad (9)$$

При определенных выбранных значениях величин параметров, входящих в выражение (9), величина коэффициента A может быть сделана довольно значительной, а выходной эффект схемы пропорционален ΔB .

Используем известное соотношение между намагничивающими ампервитками и магнитным потоком

$$I\omega = \frac{\Phi}{G} = \frac{B \cdot l}{\mu_0}, \quad (10)$$

где G — магнитная проводимость воздушного зазора l , или

$$B = \frac{\mu_0 I \omega}{l}. \quad (11)$$

Тогда выражения для начального значения B_0 магнитной индукции в зазоре l_0 и значения магнитной индукции B_l в некоторый момент времени t_l при возникновении перемещений ферромагнитного тела имеют вид

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0 \omega}{l_0}, \quad (12)$$

$$B_l = \frac{\mu_0 I_l \omega}{l_l}. \quad (13)$$

Принимаем

$$I_l = I_0 + \Delta I; \quad l_l = l_0 + \Delta l. \quad (14)$$

Учитывая (12), (13) и (14), найдем аналитическое выражение для ΔB

$$\begin{aligned} \Delta B = B_l - B_0 &= \frac{\mu_0 (I_0 + \Delta I) \omega}{l_0 + \Delta l} - \frac{\mu_0 I_0 \omega}{l_0} = \\ &= \mu_0 \omega \left(\frac{\Delta I}{l_0 + \Delta l} - \frac{\Delta l}{l_0} \cdot \frac{I_0}{l_0 + \Delta l} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

При линейной зависимости $B = f(H)$, ΔI можно представить

$$\Delta I = k_1 k_2 k_3 \Delta B = k \cdot \Delta B. \quad (16)$$

Учитывая (15) и (16), выражение для ΔB принимает вид

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I_0 \omega}{l_0} \cdot \frac{1}{\mu_0 \omega k - (l_0 + \Delta l)} \cdot \Delta l. \quad (17)$$

Обычно $\mu_0 \omega k > l_0$ и $\Delta l < l_0$. Тогда из (17) получим приближенное выражение для ΔB

$$\Delta B = \frac{l_0}{k \cdot l_0} \Delta l. \quad (18)$$

Обозначим

$$Q = \frac{I_0}{kI_0} = \text{const},$$

тогда

$$\Delta B = Q \cdot \Delta I \quad (19)$$

и выражение (8) для выходного напряжения усилителя Y_1 принимает вид

$$U_1 = A Q \Delta I, \quad (20)$$

т. е. показания регистрирующего прибора при указанных предположениях и ограничениях пропорциональны величине изменения воздушного зазора ΔI , причем значение коэффициента $AQ \gg 1$.

Предлагаемый вариант схемы измерения вибраций может быть использован при решении задач выявления периодических компонент в анализируемом вибрационном процессе путем линейных селективных преобразований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богомолов В. Н. Устройства с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. М., Госэнергоиздат, 1961. 168 с.
2. Измерительные преобразователи постоянного тока. Под ред. Л. А. Синицкого, Киев, Изд-во АН УССР, 1965. 497 с.
3. Илюкович А. М. Эффект Холла и его применение в измерительной технике. — «Измерительная техника», 1960, № 7, с. 18—21.

УДК 621.327.22

В. А. ДИКАРЕВ, канд.

физ.-мат. наук,

Н. Г. САРНАВСКИЙ

канд. техн. наук,

И. В. НАУМЕЙКО

К РАСЧЕТУ МНОГОЖИЛЬНЫХ ДЛИННЫХ КАБЕЛЕЙ МЕТОДОМ ВКБ ПРИБЛИЖЕНИЙ

В настоящее время все более широкое применение в технике получают многожильные длинные линии. Поскольку любая реальная линия неоднородна, ее расчет сводится к решению системы дифференциальных уравнений длинной линии с переменными коэффициентами и краевыми условиями:

$$\vec{u}(0, t) = \vec{u}_0(t); \quad \vec{i}(0, t) = \vec{i}_0(t);$$

k -е компоненты векторов \vec{u} и \vec{i} являются соответственно напряжением и током в k -й ветви.

Рассмотрим полуограниченный кабель, содержащий n ветвей. Нашей целью является получение расчетных формул для тока и напряжения в любой точке линии.

Пусть компоненты вектора $\vec{x} = (u_1, \dots, u_n, i_1, \dots, i_n)^m$ абсолютнo интегрируемы [1]. Тогда преобразование Фурье приводит сис-

тему уравнений многожильной длинной линии к обобщенному телеграфному уравнению

$$\frac{d\vec{X}}{dx} = (A + \omega B) \vec{X} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\vec{X}(\omega, x)|_{x=0} = \vec{X}^0, \quad (2)$$

\vec{X}^0 — образ Фурье вектора \vec{x}_0 ;

A и B — квадратные матрицы взаимодействий между цепями кабеля:

$$A = - \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & R_1 & \dots & r_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & r_{n1} & \dots & R_n \\ G_1 & \dots & g_{1n} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & \dots & G_n & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix},$$

$$B = -i \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & L_1 & \dots & m_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & m_{n1} & \dots & L_n \\ C_1 & \dots & c_{1n} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & C_n & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$$

В работах [2, 3] предложен метод ВКБ приближения для решения уравнений вида (1), который состоит в следующем. Решение ищется в виде асимптотического ряда

$$\vec{X}(x, \omega) = e^{\omega \int_0^x b(t) dt} \left\{ \vec{Z}_0(x) + \dots + \frac{\vec{Z}_n(x)}{\omega^n} \right\}, \quad (3)$$

$b(x)$ — собственное значение матрицы B . Предполагается, что все ее собственные значения попарно различны. Тогда Z_m ищется в виде

$$\vec{Z}_m(x) = \vec{Z}_m(x) + \varphi_m(x) \vec{u}(x),$$

где $\vec{u}(x)$ — собственный вектор матрицы B , соответствующий собственному значению $b(x)$; $\varphi_m(x)$ получаем из уравнения

$$\varphi_m(x) (\vec{U}(x), \vec{Y}(x)) + \varphi_m(x) (\vec{U}'(x), \vec{Y}(x)) - \varphi_m(x) (A \vec{U}(x), \vec{Y}(x)) = \\ = (A \vec{Z}_m(x), \vec{Y}(x)) - (\vec{Z}_m(x), \vec{Y}(x)), \quad (4)$$

а функцию $\vec{Z}_m(x)$ — из рекуррентной формулы

$$[B - Eb] \vec{Z}_m(x) = \vec{Z}_{m-1}(x) - A \vec{Z}_{m-1}(x), \quad (5)$$

причем вектор

$$\vec{Y}(x) \neq 0 \text{ и } [B^* - E\bar{b}] \vec{Y} = 0.$$

Рассмотрим теперь общий вид m -го ВКБ приближения решения уравнения (1), а также его прообраз \vec{x}_m . Так как по предположению все собственные значения матрицы B различны и каждому соответствует свое m -е ВКБ приближение, то $\vec{X}_m(\omega, x)$ имеет вид

$$\vec{X}_m(\omega, x) = \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega) e^{i\omega P_j(x)} \left[\sum_{k=0}^m \frac{\vec{Z}_{jm}(x)}{\omega^k} \right], \quad (6)$$

где

$$P_j(x) = -i \int_0^x b_j(t) dt;$$

$C_j(\omega)$ — постоянная, зависящая от \vec{X}^0 .

Найдем $C_j(\omega)$,

$$\begin{aligned} \vec{X}^0(\omega) &= \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega) \left[\vec{Z}_{j0}(0) + \dots + \frac{\vec{Z}_{jm}(0)}{\omega^m} \right]; \\ \omega^m \vec{X}^0(\omega) &= \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega) \vec{Q}_j^m(\omega), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\vec{Q}_j^m(\omega)$ — многочлен m -й степени с комплексными коэффициентами

Поскольку все собственные значения матрицы B различны, векторы $\vec{Z}_{j0}(\omega)$, являющиеся собственными векторами (так как $\vec{Z}_{j0}^0(\omega) \equiv 0$), линейно независимы. Значит, линейно независимы векторы $\vec{Q}_j^m(\omega)$, и уравнение (7) решается однозначно относительно $C_j(\omega)$:

$$C_j(\omega) = \frac{1}{D^{2n-m}(\omega)} \sum_{k=1}^{2n} \tilde{R}_{kj}^{(2n-1)m}(\omega) \cdot X_k(\omega) \cdot \omega^m; \quad (8)$$

$\tilde{R}_{kj}^{(2n-1)m}(\omega)$ и $D^{2n-m}(\omega)$ — многочлены степеней $(2n-1)m$ и $2nm$ соответственно.

Отсюда

$$\vec{X}_m(\omega, x) = \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{\tilde{R}_{jk}^{(2n-1)m}(\omega)}{D^{2nm}(\omega)} \vec{Q}_j^m(\omega, x) X_k(\omega) e^{i\omega P_j(x)}. \quad (9)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} \rho_{jk}^{2nm}(\omega, x) &= \tilde{R}_{jk}^{(2n-1)m}(\omega) \vec{Q}_j^m(\omega, x), \\ \frac{\rho_{jk}^{2nm}(\omega, x)}{D^{2nm}(\omega)} &= \tilde{M}_{jk}(x) + \frac{\tilde{R}_{jk}^{2n-m-1}(\omega, x)}{D^{2n-m}(\omega)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, (9) представляет собой общее ВКБ приближение решения уравнения (1). Найдем соответствующий ему оригинал.

Известно (см. [1, 4]), что

$$F_1(\omega) \hat{F}_2(\omega) \doteq V \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau, \quad (11)$$

если f_1 и f_2 принадлежат T_0 -классу абсолютно интегрируемых функций и $f_1'(t) \in T_0$ или $f_2'(t) \in T_0$;

$$\frac{D_1(\omega)}{D(\omega)} \doteq \sum_{l=1}^n A_l e^{a_l t}, \quad (12)$$

где $D(\omega)$ — многочлен степени n , $D_1(\omega)$ — многочлен степени $n_1 < n$, A_l и a_l — некоторые комплексные числа. Поскольку колебания в линии затухают с увеличением расстояния от источника, будем считать $\text{Re } a_l < 0$, $\forall l$.

Из (9) — (12) имеем

$$\begin{aligned} \vec{x}_m(t, x) = & \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \vec{M}_{jk}(x) \cdot x_k^*(t - P_j(x)) + \\ & + V \sqrt{2\pi} \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \sum_{l=1}^{2n-m} A_{jkl}(x) [e^{a_l t} * x_k^*(t - P_j(x))]. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой прообраз m -го ВКБ приближения решения (1) и является приближенным решением системы уравнений многопроводной неоднородной длинной линии [2].

Поскольку форма сигнала (его δ -разрывы, разрывы производных и т. д.) определяются высшими гармониками, т. е. ω достаточно велико, то вполне можно ограничиться первым ВКБ приближением.

Ниже будут выведены расчетные формулы первого ВКБ приближения для широко применяемых в технике неоднородных длинных линий, состоящих из двух цепей. Их вид не зависит от способа технической реализации этих цепей. Известно, что в матрицах A и B

$$\begin{aligned} m_{11} = m_{21} = m; & \quad c_{12} = c_{21} = c; \\ g_{12} = g_{21} = g; & \quad r_{12} = r_{21} = r. \end{aligned} \quad (14)$$

Также естественно положить

$$\begin{aligned} L_1 = L_2 = L; & \quad C_1 = C_2 = C; \\ G_1 = G_2 = G; & \quad R_1 = R_2 = R. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда преобразованная согласно Фурье система уравнений длинной линии имеет вид

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_x = [A + \omega B] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$A = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & R & r \\ 0 & 0 & r & R \\ G & g & 0 & 0 \\ g & G & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = -i \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & L & m \\ 0 & 0 & m & L \\ C & c & 0 & 0 \\ c & C & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Раскрыв вековой определитель, найдем все четыре собственных значения матрицы B ;

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm i \sqrt{(C-c)(L-m)}; \\ \lambda_{3,4} &= \pm i \sqrt{(C+c)(L+m)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнений

$$[B - \lambda_i E] \cdot \vec{U}_i = 0; \quad [B^* - \bar{\lambda}_i E] \vec{Y}_i = 0$$

найдем векторы, соответствующие λ_i :

$$\begin{aligned} \vec{U}_{1,2} &= \begin{bmatrix} -\sqrt{L-m} \\ \sqrt{L-m} \\ \pm \sqrt{C-c} \\ \mp \sqrt{C-c} \end{bmatrix}, \quad \vec{U}_{3,4} = \begin{bmatrix} \sqrt{L+m} \\ \sqrt{L+m} \\ \pm \sqrt{C+c} \\ \mp \sqrt{C+c} \end{bmatrix}; \\ \vec{Y}_{1,2} &= \begin{bmatrix} -\sqrt{C-c} \\ \sqrt{C-c} \\ \pm \sqrt{L-m} \\ \mp \sqrt{L-m} \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_{3,4} = \begin{bmatrix} \sqrt{C+c} \\ \sqrt{C+c} \\ \mp \sqrt{L+m} \\ \mp \sqrt{L+m} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

Так как $\vec{Z}_{-1}(x) \equiv 0$, то из (5) следует $\vec{Z}_0(x) \equiv 0$,

$$\vec{Z}_0(x) = \varphi_0(x) \cdot \vec{U}(x).$$

Для каждого λ_i найдем соответствующие скалярные функции из уравнения (4):

$$(\vec{U}_{1,2}, \vec{Y}_{1,2}) = 4 \sqrt{(L-m)(C-c)}, \quad (19)$$

$$(\vec{U}_{3,4}, \vec{Y}_{3,4}) = 4 \sqrt{(L+m)(C+c)}. \quad (20)$$

Тогда уравнение (4) имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi'_{01,2} + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{L'-m'}{L-m} + \frac{C'-c'}{C-c} \right) \mp \frac{1}{2} \times \right. \\ \left. \times \frac{(G-c)(R-r) + (L-m)(G-g)}{\sqrt{(L-m)(C-c)}} \right] \varphi_{01,2} = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \varphi'_{03,4} + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{L'+m'}{L+m} + \frac{C'+c'}{C+c} \right) \mp \frac{1}{2} \times \right. \\ \left. \times \frac{(C+c)(R+r) + (L+m)(G+g)}{\sqrt{(L+m)(C+c)}} \right] \varphi_{03,4} = 0. \end{aligned}$$

Его решение:

$$\begin{aligned} \varphi_{01,2} &= [(L-m)(C-c)]^{-\frac{1}{4}} \times \\ &\times \exp \left\{ \pm \frac{1}{2} \int_0^x \frac{(R-r)(C-c) + (G-g)(L-m)}{V(C-m)(C-c)} d\tau \right\}; \\ \varphi_{03,4} &= [(L+m)(C+c)]^{-\frac{1}{4}} \times \\ &\times \exp \left\{ \pm \frac{1}{2} \int_0^x \frac{(R+r)(C+c) + (G+g)(L+m)}{V(L+m)(C+c)} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Все параметры линии являются некоторыми интегрируемыми функциями от x .

Обозначим

$$\begin{aligned} Q_1(x) &= \frac{1}{2} \int_0^x \frac{(R-r)(C-c) + (G-g)(L-m)}{V(L-m)(C-c)} d\tau, \\ Q_2(x) &= \frac{1}{2} \int_0^x \frac{(R+r)(C+c) + (G+g)(L+m)}{V(L+m)(C+c)} d\tau. \end{aligned} \quad (23)$$

Из рекуррентного соотношения (5) определим $\vec{Z}_i(x)$.

Правая часть (5) имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{Z}_{01,2}(x) - A\vec{Z}_{01,2}(x) &= \varphi_{01,2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{L'-m'}{L-m} - \frac{C'-c'}{C-c} \right) \mp \right. \\ &\left. \mp \frac{1}{2} \frac{(C-c)(R-r) - (L-m)(G-g)}{V(L-m)(C-c)} \right] \vec{W}_{1,2} = \varphi_{01,2} \cdot N_{1,2} \cdot \vec{W}_{1,2}, \\ \vec{Z}_{03,4}(x) - A\vec{Z}_{03,4}(x) &= \varphi_{03,4} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{L'+m'}{L+m} - \frac{C'+c'}{C+c} \right) \mp \right. \\ &\left. \mp \frac{1}{2} \frac{(C+c)(R+r) - (L+m)(G+g)}{V(L+m)(C+c)} \right] \vec{W}_{3,4} = \varphi_{03,4} N_{3,4} \vec{W}_{3,4}, \end{aligned}$$

где

$$\vec{W}_{1,2} = \begin{bmatrix} -V\overline{L-m} \\ V\overline{L-m} \\ \mp V\overline{C-c} \\ \pm V\overline{C-c} \end{bmatrix}; \quad \vec{W}_{3,4} = \begin{bmatrix} V\overline{L+m} \\ V\overline{L+m} \\ \pm V\overline{C+c} \\ \pm V\overline{C+c} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

В соответствии с процедурой, предложенной в [2, 3], φ_{0i} выбрано таким образом, чтобы уравнение

$$[B - bE] \vec{Z}_{1i}(x) = \varphi_{0i}(x) N_i(x) \vec{W}_i(x) \quad (25)$$

имело решение. Так как $\det [B - bE] = 0$, то одна из компонент решения может быть выбрана произвольной (например, нулевой). Тогда решение имеет вид

$$\vec{Z}_{11,2}^* = i\varphi_{01,2} N_{1,2} \frac{1}{\sqrt{L-m}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\vec{Z}_{13,4} = i\varphi_{03,4} N_{3,4} \frac{1}{\sqrt{L+m}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Скалярную функцию $\varphi_{1i}(x)$ определим из (4). Поскольку собственный вектор $\vec{U}_i(x)$ определяется с точностью до некоторого скалярного множителя, то можно в качестве такового использовать вектор $\vec{Z}_{0i}(x)$, который подобран так, чтобы $(\vec{Z}_{0i} - A\vec{Z}_{0i}, \vec{Y}_i) = 0$ (см. [2]).

Тогда (4) примет вид

$$\varphi_{1i}(x) (\vec{Z}_{0i}(x), \vec{Y}_i(x)) = (A\vec{Z}_{0i}^*(x), \vec{Y}_i(x)) - (\vec{Z}_{0i}^*(x), \vec{Y}_i(x)). \quad (27)$$

Поскольку

$$(\vec{Z}_{0i}, \vec{Y}_i) = 4\sqrt{(C \mp c)(L \mp m)},$$

в $C > c$, $L > m$, то уравнение (27) всегда имеет решение:

$$\varphi_{1i}(x) = \int_0^x \frac{(A\vec{Z}_{0i}^*, \vec{Y}_i) - (\vec{Z}_{0i}^*, \vec{Y}_i)}{(\vec{Z}_{0i}, \vec{Y}_i)} d\tau. \quad (28)$$

Расписывая выражение для \vec{Z}_{1i}^* , производя упрощения, получим

$$(A\vec{Z}_{11,2}^*, \vec{Y}_{1,2}) - (\vec{Z}_{11,2}^*, \vec{Y}_{1,2}) = -2i\varphi_{01,2} \left\{ \left[\frac{1}{2} \times \right. \right.$$

$$\times \frac{(C-c)(R-r) - (L-m)(G-g) \pm \frac{3}{4} \frac{L'+m'}{L-m} \pm \left. \pm \frac{1}{4} \frac{C-c'}{C-c} \right] N_{1,2} \mp N_{1,2}' \Big\};$$

$$(A\vec{Z}_{13,4}^*, \vec{Y}_{3,4}) - (\vec{Z}_{13,4}^*, \vec{Y}_{3,4}) = -2i\varphi_{03,4} \left\{ \left[\frac{1}{2} \times \right. \right.$$

$$\times \frac{(C+c)(R+r) - (L+m)(G+g) \pm \frac{3}{4} \frac{L'+m'}{L+m} \pm \left. \pm \frac{1}{4} \frac{C'+c'}{C+c} \right] N_{3,4} \mp N_{3,4}' \Big\}.$$

Обозначая здесь удвоенную величину в фигурных скобках, взятую со знаком «-», через $\vec{D}_k(x)$ получим

$$\varphi_{1k}(x) = i \int_0^x \varphi_{0k} \frac{\vec{D}_k(\tau)}{(\vec{Z}_{0k}, \vec{V}_i)} d\tau = i \int_0^x D_k(\tau) d\tau. \quad (29)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \vec{Z}_{1k}(x) &= \vec{Z}_{0k}(x) + \varphi_{1k}(x) \cdot \vec{Z}_{0k}(x), \\ \vec{X}_1(\omega, x) &= \sum_{j=1}^4 C_j e^{i\omega P_j(x)} \left[\varphi_{0j} \vec{U}_j + \frac{\vec{Z}_{1j} + \varphi_{1j} \vec{Z}_{0j}}{\omega} \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Из (26) и (29) имеем

$$\begin{aligned} \vec{X}_1(\omega, x) &= \sum_{j=1}^4 C_j e^{i\omega P_j(x)} \cdot \varphi_{0j} \left[\vec{U}_j + \frac{i}{\omega} \times \right. \\ &\times \left. \left(\vec{U}_j \int_0^x D_j(\tau) d\tau + N_j \frac{1}{\sqrt{L^2 + m^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mp 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

При $x \rightarrow \infty$ $\vec{X}_1(\omega, x)$ должно быть ограничено. Это возможно лишь в том случае, если $C_1 \equiv C_3 \equiv 0$, поскольку $Q_j(x)$ в (23) неотрицательно $\forall x$. Из начальных условий определим $C_2(\omega)$ и $C_4(\omega)$:

$$\vec{X}^0(\omega) = [U_{10} \ U_{20} \ I_{10} \ I_{20}]^T;$$

$$\begin{aligned} U_{10}(\omega) &= -C_2(\omega) \cdot [(L^0 - m^0)(C^0 - c^0)]^{-\frac{1}{4}} \sqrt{L^0 - m^0} + \\ &+ C_4(\omega) [(L^0 + m^0)(C^0 + c^0)]^{-\frac{1}{4}} \sqrt{L^0 + m^0}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} U_{20}(\omega) &= C_2(\omega) [(L^0 - m^0)(C^0 - c^0)]^{-\frac{1}{4}} \sqrt{L^0 - m^0} + \\ &+ C_4(\omega) [(L^0 + m^0)(C^0 + c^0)]^{-\frac{1}{4}} \sqrt{L^0 + m^0}. \end{aligned}$$

Пусть

$$\begin{aligned} a(x) &= \left(\frac{L-m}{C-c} \right)^{\frac{1}{4}}, \\ b(x) &= \left(\frac{L+m}{C+c} \right)^{\frac{1}{4}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Из (32) и (33) после сокращения получим

$$\begin{aligned} U_{10}(\omega) &= -C_2(\omega) \cdot a(0) + C_4(\omega) \cdot b(0), \\ U_{20}(\omega) &= C_2(\omega) \cdot a(0) + C_4(\omega) \cdot b(0). \end{aligned} \quad (34)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} C_2(\omega) &= \frac{U_{20}(\omega) - U_{10}(\omega)}{2a(0)}, \\ C_4(\omega) &= \frac{U_{20}(\omega) + U_{10}(\omega)}{2b(0)}. \end{aligned} \quad (35)$$

Обозначим вектор, стоящий в (31) в круглых скобках, через \vec{V}_i . Подставив (35) в (31), имеем

$$\begin{aligned} \vec{X}_1(\omega, x) &= \frac{U_{20}(\omega) - U_{10}(\omega)}{2a(0)} \exp\{-i\omega P_1(x) - Q_1(x)\} \times \\ &\times T_1(x) \cdot \left[\vec{U}_2(x) + \frac{i}{\omega} \vec{V}_2(x) \right] + \frac{U_{20}(\omega) + U_{10}(\omega)}{2b(0)} \times \\ &\times \exp\{-i\omega P_2(x) - Q_2(x)\} T_2(x) \cdot \left[\vec{U}_4(x) + \frac{i}{\omega} \vec{V}_4(x) \right]. \end{aligned}$$

При $t \geq 0$ перейдем к преобразам, учитывая (11):

$$\begin{aligned} \vec{x}_1(t, x) &= \frac{T_1(x) e^{-Q_1(x)}}{2a(0)} \{ [u_{20}(t + P_1(x)) + u_{10}(t + P_1(x))] \vec{U}_2(x) - \\ &- \vec{V}_2(x) [1 * u_{20}(t + P_1(x)) + 1 * u_{10}(t + P_2(x))] \} + \\ &+ \frac{T_2(x) e^{-Q_2(x)}}{2b(0)} \{ [u_{20}(t + P_2(x)) + u_{10}(t + P_1(x))] \cdot \vec{U}_4(x) - \\ &- \vec{V}_4(x) [1 * u_{20}(t + P_2(x)) + 1 * u_{10}(t + P_2(x))] \}; \end{aligned} \quad (36)$$

$$T_{1,2}(x) = [(L \mp m)(C \mp c)]^{-\frac{1}{4}}.$$

Поскольку $t \geq 0$, т. е. процесс передачи сигнала по линии имеет начало, то интеграл-свертка примет вид $\forall if_i(t) \equiv 0$, при $t < 0$;

$$f_1(t) * f_2(t) = \sqrt{2\pi} \int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t - \tau) d\tau,$$

$$1 * u_{i0} = \sqrt{2\pi} \int_0^t u_{i0}(t + P_i(x) - \tau) d\tau. \quad (37)$$

Таким образом, получена достаточно обзримая расчетная формула для приближенного решения системы уравнений, описывающих неоднородную длинную линию.

Все интегралы, входящие в (36) могут быть вычислены аналитически [6], что также позволяет производить по этой формуле анализ процессов передачи сигналов по линии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болнер С. Лекции об интегралах Фурье. М., ФМ, 1962. 358 с.
2. Дикарев В. А. Многопроводные длинные линии с изменяющимися по длине параметрами.—В сб.: Радиотехника. Вып. 31. Харьков, «Выща школа», 1974, с. 20—23.
3. Дикарев В. А. Преобразование сигналов многопроводной неоднородной линии связи.—В сб.: Радиотехника. Вып. 32. Харьков, «Выща школа», 1974, с. 25—27.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1973. 828 с.
5. Кляев П. И. Интегральные преобразования. Минск, «Высшая школа», 1969. 193 с.
6. Смолянский М. Л. Таблица неопределенных интегралов. М., ФМ, 1963. 110 с.

УДК 681.335
 Н. Я. КАКУРИН,
 канд. техн. наук,
 А. К. БАРИНОВ

МНОГОЗНАЧНЫЕ ЦИФРОВЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Назначением цифровых функциональных преобразователей является реализация определенных функциональных зависимостей

$$-y = \sin x; z = x + y; y = \log_2 x \text{ и т. п.}$$

Различают три вида цифровых функциональных преобразователей (ЦФП): арифметические, табличные и цифро-аналоговые.

Арифметическим ЦФП свойственна значительная начальная стоимость элементов, медленно возрастающая с увеличением сложности задач [1]. Табличные ЦФП строят на основе постоянных запоминающих устройств [2], поэтому расчленение задачи в табличных ЦФП останавливается на более высоком уровне функций одной и двух переменных.

Функции большего числа переменных реализуются путем суперпозиции. С помощью табличных ЦФП трудно получить такую же универсальность, как с помощью арифметических ЦФП.

Зато эквивалентное быстроедействие табличных ЦФП в случае использования одних и тех же элементов больше на один-два порядка по сравнению с арифметическими ЦФП. Это объясняется тем, что одно функциональное преобразование эквивалентно большому количеству элементарных операций. Высокое быстроедействие, экономичность, повышенная надежность и помехоустойчивость табличных ЦФП обусловлены особенностями их основных узлов — цифровых функциональных преобразователей.

Структура ЦФП существенно зависит от вида записи и в случае фиксированной запятой значительно проще.

В отличие от двоичных ЦФП [1], у которых независимая переменная и функция представляются двоичными числами, рас-

смотрим способы построения и оценки аппаратурных затрат многозначных ЦФП, построенных на многозначных запоминающих и логических элементах.

МЦФП функции одной переменной для случая фиксированной запятой

Пусть функция одной переменной $y = f(x)$ представлена в числовой форме таким образом, что x и y меняются в пределах k и l m -ричных разрядов.

Функцию можно записать в m -ричной системе исчисления в виде

$$y_l \dots y_2 y_1 = f(x_k, \dots, x_2, x_1), \quad (1)$$

где x_k и y_l — старшие разряды x и y , x_1 и y_1 — младшие разряды x и y .

Каждый разряд y в общем случае зависит от всех разрядов x , поэтому левую часть формулы следует записать так:

$$y_l(x_k, \dots, x_2, x_1) \cdot \dots \cdot y_2(x_k, \dots, x_2, x_1) \times \\ \times y_1(x_k, \dots, x_2, x_1) = f(x_k, \dots, x_2, x_1). \quad (2)$$

Поскольку в m -ричной системе исчисления разряды x , как и разряды y , могут принимать m значений, то каждому из разрядов y_l в формуле (2) отвечает определенная моделирующая этот разряд многозначная логическая функция (МЛФ) $\varphi_l = \varphi_l(u_k, \dots, u_2, u_1)$ от k аргументов. Что касается разрядов x , то очевидно, что любому коду $x_k \dots x_2 x_1$ всегда можно поставить в соответствие набор многозначных аргументов u_k, \dots, u_2, u_1 , который совпадает с этим кодом.

Таким образом, нахождение разряда y_l сводится к нахождению МЛФ φ_l , моделирующей разряд y_l функции $f(x_k \dots x_2 x_1)$.

Представив МЛФ в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) в системе Россера — Тьюкетта, получим в общем случае следующую формулу для

$$y_l = \bigvee_{j=0}^{m^k-1} F_j \cdot f(a_k, \dots, a_2, a_1), \quad (3)$$

где $F_j = \varphi_{a_k}(x_k) \dots \varphi_{a_2}(x_2) \varphi_{a_1}(x_1)$;

$\varphi_{a_i}(x_i)$ — характеристическая функция системы Россера-Тьюкетта;

$f(x_k, \dots, x_2, x_1)$ — значение функции $y_l = f(x_k \dots x_2 x_1)$ на наборе аргументов $a_k \dots a_2 a_1$.

Пример. Записать формулу, моделирующую функциональное преобразование $Y = F(X)$, заданное табл. 1. Значность логики $n = 10$.

Таблица 1

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	0	1	1	2	2	3	3	3	3	4	4

Таблица 2

x_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
x_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
y_1	0	1	1	2	2	3	3	3	3	4	4

Так как аргумент X изменяется в пределах $0 \leq X < 10$, а $0 \leq Y < 4$, то для представления X достаточно иметь два десятичных разряда x_2 и x_1 , а для представления функции $F(X)$ — один десятичный разряд y_1 (табл. 2).

В системе многозначных логических операций Россера-Тьюкетта y_1 запишется в виде

$$y_1 = 1\varphi_0(x_2)\varphi_1(x_1) \vee 1\varphi_0(x_2)\varphi_2(x_1) \vee \\ \vee 2\varphi_0(x_2)\varphi_3(x_1) \vee 2\varphi_0(x_2)\varphi_4(x_1) \vee \\ \vee 3\varphi_0(x_2)\varphi_5(x_1) \vee 3\varphi_0(x_2)\varphi_6(x_1) \vee \\ \vee 3\varphi_0(x_2)\varphi_7(x_1) \vee 3\varphi_0(x_2)\varphi_8(x_1) \vee \\ \vee 4\varphi_0(x_2)\varphi_9(x_1) \vee 4\varphi_1(x_2)\varphi_0(x_1).$$

Для записи y_1 можно использовать и минимальные дизъюнктивные нормальные формы МЛФ, но и формула (3) является уже конструктивной, позволяющей определить структуру преобразователя.

Устройство, предназначенное для реализации совокупности булевых функций (3), будем называть многозначным функциональным преобразователем для функции одного аргумента (МЦФП 1).

Структура МЦФП полностью определяется формулой (3). В МЦФП (рис. 1) входит набор элементов, реализующих все характеристические функции $\varphi_i(x)$, и логическая сеть (ЛС), состоящая из конъюнктивной (КЧ) и дизъюнктивной (ДЧ) частей.

Разряды входной переменной x поступают на вход МЦФП. Характеристические функции подаются на вход КЧ, где образуются конъюнкции характеристических функций F_i . В дальнейшем в ДЧ образуются дизъюнкции конъюнкций вида (3). Блок констант БК необходим для образования выражений вида $F_{ij}^k(x_k, \dots, z_2, z_1)$.

Для оценки различных структур МЦФП будем использовать на уровне структурного синтеза верхние математические оценки сложности структур.

Эти оценки определяются возможным количеством K переменных, связанных знаком конъюнкции, количеством D дизъюнктивных членов, объединенных знаком дизъюнкции, и количеством X характеристических функций, необходимых для реализации совокупности МЛФ. Формула (3) и рис. 1 дают возможность оценить сложность структуры МЦФП.

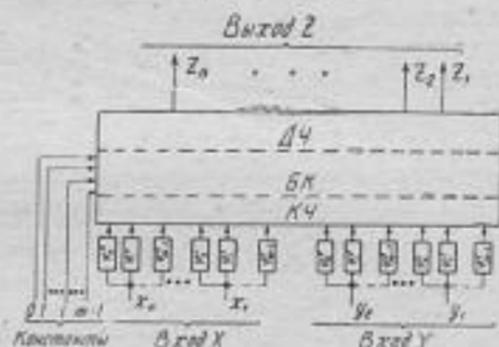


Рис. 1.

Заметим прежде, что в системе Россера-Тьюкетта нет необходимости в реализации нулевых значений функций. Примем, что вероятность реализации любого из m значений функций одинакова. Это тем более справедливо, чем большее количество функций необходимо реализовать, т. е. чем больше l .

Таким образом, в среднем количество дизъюнктивных членов в одной функции равно $\frac{m-1}{m} m^k = (m-1) m^{k-1}$. Поэтому $D = l(m-1) m^{k-1}$.

Количество конъюнктивных членов определяется из тех соображений, что для реализации совокупности МЛФ могут потребоваться все возможные m^k конъюнкций.

Однако в БК не требуется реализовать нулевые значения функции. Таким образом, средняя математическая оценка МЦФП составляет

$$\left. \begin{aligned} K &= k \cdot m^k + 2l(m-1) m^{k-1}; \\ D &= l(m-1) m^{k-1}; \\ X &= m \cdot k. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Верхние математические оценки получим из условия, что любая из функций y_l не принимает нулевых значений. Тогда

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= km^k + 2lm^k \\ D_0 &= lm^k; \\ X_0 &= mk. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) очевидно, что сложность МЦФП зависит от l , m и особенно от k .

МЦФП2 функции двух переменных

Функцию двух переменных (см. рис. 2) $Z = f(x, y)$, представленную так, что x , y и Z изменяется в пределах соответственно k , l и l m -ричных разрядов, можно записать в m -ричной системе счисления в виде

$$Z_n \dots Z_2 Z_1 = f(x_k \dots x_2 x_1, y_l \dots y_2 y_1). \quad (6)$$

Наибольшее возможное количество значений Z_l и нулевое, равно $m^k m^l = m^{k+l}$. Это значит, что каждый разряд Z_l состоит из m^{k+l} элементов, принимающих значения $0, 1, \dots, m-1$. Такое же количество элементов имеют МЛФ от $k+l$ аргументов.

Аналогично формуле (3) МЛФ Z_l любого разряда Z можно записать так

$$Z_l = \bigvee_{j=0}^{l=m^{k+l}} \Phi_j f(x_k, \dots, x_2, x_1, a_l, \dots, a_2, a_1). \quad (7)$$

где

$$\Phi_j = \varphi_{x_k}(x_k) \dots \varphi_{x_2}(x_2) \varphi_{x_1}(x_1) \varphi_{a_l}(y_l) \dots \varphi_{a_2}(y_2) \varphi_{a_1}(y_1).$$

Устройство, предназначенное для реализации МЛФ вида (7) или любого другого вида, который модулирует функцию (6), называется многозначным цифровым функциональным преобразователем для функции двух аргументов (МЦФП2).

Сравнивая формулы (3) и (7), нетрудно убедиться в идентичности структур МЦФП1 и МЦФП2.

Разница состоит в большем количестве входных переменных. По аналогии с МЦФП1 для МЦФП2 получим средние математические оценки в виде

$$K = (k + l) m^{k+l} + 2n(m - 1) m^{k+l-1};$$

$$D = n(m - 1) m^{k+l-1}; \quad (8)$$

$$X = m(k + l).$$

Верхние математические оценки МЦФП2 запишем следующим образом:

$$K_b = (k + l) m^{k+l} + 2nm^{k+l};$$

$$D_b = nm^{k+l}; \quad (9)$$

$$X_b = m(k + l).$$

Очевидно, что многозначными функциями и аргументами принципиально возможно промоделировать функцию любого числа аргументов. Однако возможность такого моделирования ограничивает то обстоятельство, что количество m -ричных аргументов и длина МЛФ возрастают с увеличением числа переменных. Поэтому на каждый аргумент для $m = 2$ можно отнести не более 4—5 разрядов ($k = l = 4 \div 5$).

Таким образом, точность введения в МЦФП2 независимых переменных невысока и, следовательно, невысокой будет точность вычисления Z .

Все же этот метод можно использовать на практике, так как часто по условию задачи одна из переменных принимает только несколько значений, тогда как вторую можно ввести с достаточной точностью.

Для моделирования Z можно использовать МЛФ от количества аргументов, не превышающего количества разрядов x или y . В основе этого метода лежит отображение функции двух аргументов семейством функций одного аргумента. Если значение $y = y_1$ постоянно, то функция двух аргументов превращается в функцию одной переменной $Z = f(x, y_1)$.

Заставляя y принимать все m^l значений, получим семейство из m^l кривых, полностью отображающих функцию двух аргументов. Так как каждая функция зависит от одной переменной x , то для ее моделирования используют МЛФ от k аргументов,

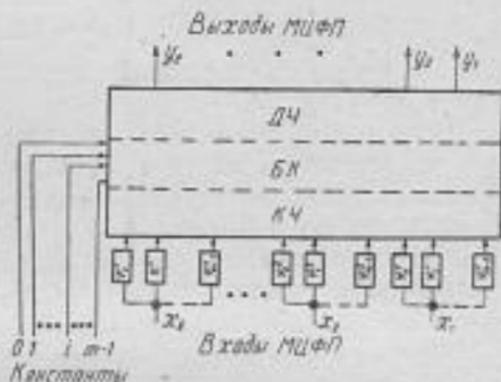


Рис. 2.

Рассмотрим структуру МЦФП2, построенного по данному способу.

Многозначную логическую функцию, тождественную $m-1$, условно можно считать зависящей от всех k аргументов x_k, \dots, x_2, x_1 и записать в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) в виде дизъюнкции всех m^k многозначных конститuent:

$$Z = f(x, y) = F_0 \vee F_1 \vee \dots \vee F_i \vee \dots \vee F_{m^k-1} = m-1, \quad (10)$$

где $F_i = \varphi_{x_k}(x_k) \dots \varphi_{x_2}(x_2) \varphi_{x_1}(x_1)$ — многозначная конститuenta (индекс i при F_i m -ричный эквивалент набора, на котором F_i равна $m-1$).

Если в (10) исключить некоторые многозначные конститuent, то тождество перейдет в функцию, равную нулю на наборах исключенных конститuent. Исключенным конститuent можно получить любую МЛФ.

Если исключение конститuent проводить с помощью второго аргумента y , то тем самым будет решена задача выбора МЛФ, необходимых для моделирования разрядов Z .

Введем ряд функций $\tau_{j_0}, \tau_{j_1}, \dots, \tau_{j_{m^k-1}}$, зависящих от y_1, \dots, y_2, y_1 . Функции имеют следующую особенность: $\tau_{j_0} = Z_j$ только на тех наборах, на которых конститuenta F_0 является импликантой j -го разряда Z ; $\tau_{j_1} = Z_j$ на наборах, где конститuenta F_1 является импликантой Z_j и т. д.

Тогда МЛФ Z_j можно записать

$$Z_j = F_0 \tau_{j_0} \vee F_1 \tau_{j_1} \vee \dots \vee F_i \tau_{j_i} \vee \dots \vee F_{m^k-1} \tau_{j_{m^k-1}} = \bigvee_{i=0}^{m^k-1} F_i \tau_{j_i}. \quad (11)$$

МЛФ τ_{j_i} запишем в дизъюнктивной нормальной форме в системе Россера-Тьюкетта;

$$\begin{aligned} \tau_{j_i} &= \bigvee_{j=0}^{m^i-1} \varphi_{y_1}(y_1) \dots \varphi_{y_2}(y_2) \varphi_{y_1}(y_1) Z_j(x_i, \sigma_j) = \\ &= \bigvee_{j=0}^{m^i-1} L(j) Z_j(x_i, \sigma_j), \end{aligned} \quad (12)$$

где $L(j)$ — многозначная конститuenta y_1, \dots, y_2, y_1 ; j — номера наборов соответственно y_1, \dots, y_2, y_1 и x_2, \dots, x_2, x_1 , на которых $L(j) = m-1$; x_i, σ_j — наборы аргументов; $Z_j(x_i, \sigma_j)$ — значение функции Z_j на наборах x_i, σ_j .

Воспользовавшись формулами (11) и (12), запишем Z_j в следующем виде

$$Z_j = \bigvee_{i=0}^{m^k-1} F_i \left[\bigvee_{j=0}^{m^i-1} L_j Z_j(x_i, \sigma_j) \right]. \quad (13)$$

Структура МЦФП2, построенного по формуле (13), приведена на рис. 3.

Из формулы (13) и рис. 3 можно получить верхнюю математическую оценку сложности структуры МЦФП2. Легко видеть, что блоки F_i и L_j являются полными многозначными дешифраторами. Будем считать, что они выполнены по матричному способу. Блок БК необходим для образования многозначных конъюнкций вида $L_j Z_j(\alpha_i, \sigma_j)$; $Z_j(\alpha_i, \sigma_j)$ может принимать m различных значений от 0 до $m-1$. Так как функции $Z_j(\alpha_i, \sigma_j)$ и $Z_n(\alpha_i, \sigma_j)$, моделирующие различные разряды Z , в общем случае различны, то в блоке БК необходимо образовывать всевозможные конъюнкции L_j и константы 0, 1, ..., $m-1$. Учитывая, что $0 \leq y \leq m^l - 1$, получим сложность блока БК

$$K_{БК} = 2m^l m = 2m^{l+1}. \quad (14)$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} K_b &= km^k + lm^l + 2m^{l+1} + nm^k; \\ D_b &= n(m^{k+l} + m^k); \\ X_b &= m(k+l). \end{aligned} \quad (15)$$

Оценку (15) можно уменьшить, если учесть, что в блоке БК достаточно образовать произведение каждого из выходов блока L_j не на m , а на $m-2$ константы.

Вследствие известных тождеств многозначной логики $0 \cdot x = 0$ и $(m-1)x = x$ нет необходимости в образовании произведений констант 0 и $(m-1)$ на члены L_j .

С учетом этого получим

$$K_b = km^k + lm^l + 2(m-2)m^l + nm^k.$$

Оценки D_b и X_b не изменяются.

Сравнивая формулы (15) и (9), легко заметить преимущество МЦФП2, построенного по формуле (15), перед МЦФП2, построенного по формуле (9). Например, для $k=l=n=3$ и $m=4$

$$\frac{K_b(9)}{K_b(15)} \approx 45; \quad \frac{D_b(9)}{D_b(15)} = 0,98; \quad \frac{X_b(9)}{X_b(15)} = 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобраницкий Ю. П., Олофер Ф. П. Цифрові функціональні перетворювачі. Київ. «Техніка», 1971. 116 с.
2. Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура цифровых вычислительных машин. Л., «Машиностроение», 1970. 480 с.

При разработке АСУ для машинно- и приборостроительных предприятий сложилась тенденция первоочередного проектирования и внедрения подсистемы оперативного управления основным производством (ОУОП). Основная цель автоматизированной подсистемы ОУОП заключается в совершенствовании методов и в повышении качества управления, а следовательно, и в повышении эффективности функционирования управляемых объектов-предприятий, цехов, участков, рабочих мест. Это достигается решением принципиально новых задач управления, а также организацией самой подсистемы ОУОП, неизменными компонентами которой являются человек и ЭВМ. Организованный и целенаправленный характер функционирования такого рода систем непосредственно зависит от их структуры и регламентации функций человека и машины при совместной работе.

Указанные обстоятельства подчеркивают важность системного подхода к проектированию подсистемы ОУОП, который предполагает три основные стадии деятельности проектировщиков: анализ, оценка и синтез (разработка).

В процессе анализа подробно изучаются и формируются цели (текущие, ближайшие, перспективные) подсистемы вместе с предъявляемыми к ней требованиями, которые должны учитываться при любых предполагаемых изменениях в ее функционировании (вместе с объектом управления). Необходимо при этом достигнуть понимания общих целей подсистемы ОУОП, непротиворечащих целям других подсистем, т. е. определить состав, организационную структуру и относительные границы подсистемы. Этот вопрос представляет большой интерес, так как единых взглядов о подсистеме ОУОП в теории и практике построения АСУП еще не выработано. Некоторый опыт [3, 4] показывает, что в настоящее время возможно создание достаточно универсальных подсистем ОУОП, функции которых выходят за пределы основного производства. Это объясняется тем, что разработка «специфичных» подсистем в каждом конкретном случае приводит к существенному увеличению затрат и удлинению сроков внедрения АСУП за счет согласования и увязки пересекающихся в различных подсистемах задач управления.

В соответствии с результатами анализа и оценки целей строится организационно-экономическая модель (ОЭМ) автоматизированной подсистемы ОУОП и определяется комплекс задач, которые должны обеспечить полноту, своевременность и оптимальность [1] принимаемых в подсистеме решений согласно поставленным целям. Теперь автоматизированную подсистему ОУОП удобно рассматри-

вать с системно-технических позиций [2] как задачно-решающую систему [ЗРС], функционирование которой сводится к решению задач и применению результатов решения для воздействия на объект управления (ОУ).

Задачно-решающую систему можно считать моделью ОУ, так как она отражает его свойства и структуру на языке задач. Любое свойство объекта, отражаемое в ЗРС, расценивается только с точки зрения поставленной задачи. В то же время ОУ своими конкретными характеристиками определяет состав множества задач ЗРС, т. е. ОУ также активен по отношению к ЗРС.

Структура ЗРС выражается посредством отношений между задачами, поэтому непосредственному синтезу структуры и изучению принципов функционирования ЗРС в процессе решения задач управления предшествует определение понятия задачи.

Формальное описание и классификация задач

При решении задачи для ЗРС известно некоторое начальное множество объектов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, которые по терминологии теории управления [5] назовем состояниями. Кроме того, можно выделить два других множества $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ и $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, элементы которых называются отображениями (управлениями) и целевыми состояниями. Тогда, если задано некоторое состояние, то необходимо определить последовательность таких управлений, которые приводят к целевому состоянию. Если реальные задачи формулировать в таких абстрактных терминах, то часто возникают трудности, так как не все управления можно применить ко всем возможным состояниям.

В реальных задачах множества состояний и управлений обладают некоторыми дополнительными свойствами. Эти дополнительные свойства приводят к тому, что элементы множества управлений $f_i \in F$ порождаются не только множеством состояний, а еще и некоторым дополнительным множеством. Практически это множество указывает ЗРС, что необходимо сделать с множеством начальных состояний. Назовем такое множество множеством целевых указаний и обозначим его через $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_l\}$.

Тогда задачу на языке элементов пространства состояний [5, 6] можно представить как совокупность четырех множеств:

X начальных состояний;

Q целевых указаний;

F отображений, преобразующих начальные состояния в целевые;

Y целевых состояний.

Четверка $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$ определяет задачу и может использоваться как общее формальное описание ее. Однако для постановки и решения конкретных задач общее описание может оказаться недостаточным, так как оно все еще не определяет свойств задачи. Чтобы сделать четверку $\langle X, Q, F, Y \rangle$ более содержательной и придать ей конкретный смысл, необходим

описательный язык. Рассуждая неформально, можно считать, что такой язык должен состоять из некоторых предположений относительно множеств четверки T . Множества X, Q, F, Y комбинируются в предложения с помощью логических связок.

Определение 1. Задачей называется четверка $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$, если для нее определено одно из следующих предложений:

$$P1. (X \wedge Q) \vdash F \Rightarrow Y$$

$$P2. (X \wedge Q \wedge Y) \vdash F$$

$$P3. (X \wedge Q \wedge F) \Rightarrow Y.$$

Символы \wedge, \Rightarrow читаются соответственно как «и», «влечет», а символ \vdash означает, что « F есть следствие...».

В соответствии с [7] элементы множества X, Q в $P1$ и X, Q, Y в $P2$, соединенные логической связкой \wedge , можно назвать посылками для поиска отображений $f_i \in F$.

Определение 2. Пусть дана задача $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$ и элемент $x_0 \in X$. Решением для x_0 называется такая последовательность отображений $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$, что $\forall_i (f_i \in F)$ и $f_n(f_{n-1} \dots (f_1(x_0))) \in Y$, где \forall — квантор общности, а n — длина решения.

Нетрудно видеть, что определение 2 справедливо для каждого из предложений $P1 - P3$.

Определим теперь более точно смысл множества Q целевых указаний. Интуитивно мы уже отмечали, что Q некоторым образом определяет действия ЗРС по поиску отображений $f_i \in F$. Более формально это означает, что с помощью Q задано отображение

$$s: Q \rightarrow F, \quad (1)$$

которое называется стратегией решения, если

$$s(x) = f \Rightarrow x \in X_f \quad (2)$$

и X_f — множество состояний, для которых отображение f допустимо.

Тогда можно утверждать следующее:

$$\forall_i \exists s(f_{i+1} = s(f_i | f_{i-1}, \dots, f_1(x_0))), \quad (3)$$

где $1 < i < n$, $x_0 \in X$, а \exists — квантор существования.

Из выражения (3) ясно, что решение задачи T можно построить, если известно множество целевых указаний Q и определяемые им стратегии $s(1-2)$.

Для практического использования понятия стратегии необходимо ответить на вопрос: в каком же виде она должна представляться в ЗРС? Из изложенного выше (1-3) следует, что ответ нужно искать в описании множества Q .

Самым очевидным здесь будет предположение о том, что на множестве Q определено разбиение на непересекающиеся подмножества, т. е.

$$Q = \bigcup_{i \in I} Q_i. \quad (4)$$

Каждое подмножество Q_i в этом разбиении должно иметь достаточно простое описание, чтобы стратегия была практически осуществимой. Разбиение множества Q на подмножества равносильно разложению исходной задачи на подзадачи, т. е. равносильно редукции задачи [6]. Собираясь использовать подход, основанный на редукции задачи, мы должны указать пути его применения в наших целях. Вначале будем требовать, чтобы для ЗРС было достаточно конкретно (в смысле определения 1) определено множество задач $\Gamma = \{T_i\}$, где $i = 1, 2, \dots, n$ и T_i — есть задача. Множество Γ само по себе также является подлежащей решению задачей, состоящей из n подзадач.

Назовем такую задачу глобальной и обозначим через T_0 . Пусть $T_0 = \langle X, Q, F, Y \rangle$ и $(X \wedge Q) \vdash F \Rightarrow Y$. Имеется много способов разложить T_0 на подзадачи. Однако в силу (4) реальная трудность заключается в том, чтобы скоординировать подмножества Q_i в рамках $Q \in T_0$. Формально это выглядит так: $T_i \in \Gamma$, тогда и только тогда, когда $Q_i \in \cup Q_j = Q$, где $Q_i \in T_i$, а $Q \in T_0$.

Такой процесс редукции будем связывать с формированием структуры ЗРС. Ключевой проблемой в этом случае является координация задач относительно Q глобальной задачи.

Определение 3. Разложение глобальной задачи T_0 на подзадачи $T_i \in \Gamma$ с координацией их относительно $Q \in T_0$ называется структурной редукцией ЗРС.

Будем различать задачи первого и второго рода.

Определение 4. Четверка $T_1 = \langle X, Q, F, Y \rangle \mid P1 \vee P2$ называется задачей первого рода.

Определение 5. Четверка $T_2 = \langle X, Q, F, Y \rangle \mid P3$ называется задачей второго рода.

Поскольку мы исследуем человеко-машинную ЗРС, то необходимо более содержательно описать и множество F . Из определения 2 следует, что последовательность отображений $f_i \in F$ является алгоритмом перевода начального состояния задачи в целевое. Ясно также и то, что если ЗРС располагает таким алгоритмом, то он может быть представлен в следующих видах:

1) F^P — программа для машины, т. е. алгоритм реализован на языке программирования;

2) F^A — инструкция алгоритмического характера для человека, т. е. алгоритмическое предписание;

3) F^H — известный алгоритм, но не реализованный для данной ЗРС ни в виде программы, ни в виде алгоритмического предписания.

Тогда задачи второго рода можно классифицировать так:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_2^P, \text{ если } F = F^P, \\ T_2 &= T_2^A, \text{ если } F = F^A, \\ T_2 &= T_2^H, \text{ если } F = F^H. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть в результате обследования существующей подсистемы ОУОП установлено некоторое конечное множество решаемых

задач $\Gamma_0 = \{T_1, T_2, \dots, T_k\}$, причем T_i ($T_i \in \Gamma_0$) представлены только задачами второго рода:

$$\forall T_i (T_i = T_2^A \vee T_2^H), \quad (6)$$

где символ \vee обозначает операцию разделительное «или». Функционирование ЗРС пусть заключается в решении конечного множества задач $\Gamma = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ такого, что

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma) \Rightarrow T_i = T_2^A \vee T_2^H). \quad (7)$$

Переход от множества Γ_0 к множеству Γ осуществляется непосредственно, а через множество $\Gamma_1 = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$, которое формируется в результате анализа и оценки Γ_0 . Множество Γ_1 удовлетворяет следующим условиям:

$$\Gamma_0 \cap \Gamma_1 \neq \emptyset, \quad (8)$$

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma_0 \cap \Gamma_1) \Rightarrow T_i = T_2^A \vee T_2^H), \quad (9)$$

$$\Gamma_1 - \Gamma_0 \neq \emptyset, \quad (10)$$

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma_1 - \Gamma_0) \Rightarrow T_i = T_1 \vee T_2^H). \quad (11)$$

Доказательство условий (8)–(10) очевидно. Так, условие (8) показывает, что проектируемая ЗРС включает и задачи существующей подсистемы; условие (9) следует из предложения (6); условие (10) свидетельствует о том, что множество Γ_1 включает новые задачи управления [1], а условие (11) классифицирует новые задачи.

Теоретико-множественная модель ЗРС

Пусть множества Γ_0 , Γ_1 , Γ определены в евклидовом пространстве E^n . Зададим на множестве Γ бинарное отношение R непосредственного вхождения как подмножество декартова произведения $\Gamma \times \Gamma$

$$R \subset \Gamma \times \Gamma. \quad (12)$$

Определение 6. Задача T_i входит в задачу T_j (задача T_j включает в себя задачу T_i), если результат решения T_i используется при решении T_j .

Это отношение будем обозначать $T_i R T_j$ или $T_i \rightarrow T_j$ и называть пару (T_i, T_j) парой, приведенной в отношение. Согласно [8, 9] левой областью D_A отношения R называется множество всех первых элементов (задач) пар $(T_i, T_j) \in R$; правой областью D_n — множество вторых элементов этих пар. Сумму $F(R)$ этих областей определим как поле отношения R :

$$F(R) = D_A \cup D_n. \quad (13)$$

Определение 7. Бинарное отношение R называется структурным отношением непосредственного вхождения на множестве Γ тогда и только тогда, когда для каждой пары множеств Γ_1 и Γ_2 , $\Gamma_1 \neq \emptyset$, $\Gamma_2 \neq \emptyset$ выполняются соотношения $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$,

$\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$ и существуют задачи $T_i \in \Gamma_1$, $T_j \in \Gamma_2$, для которых справедливо по крайней мере одно из соотношений $T_i \rightarrow T_j$ или $T_j \rightarrow T_i$.

Определение 8. Бинарное структурное отношение « \leftrightarrow » на множестве Γ в евклидовом пространстве E^n будем называть теоретико-множественной ЗРС. Пары $(T_i, T_j) \in R$ называются элементами ЗРС.

Из определения 8 следует, что ЗРС не должна содержать изолированных задач, т. е. каждая задача $T_i \in \Gamma$, $i = 1, 2, \dots, n$ должна состоять в отношении « \leftrightarrow » по крайней мере еще с одной задачей. Следовательно, множество Γ служит полем структурного отношения R и $\Gamma = F(R)$.

Задачи $T_i \in \Gamma$ являются вершинами ЗРС. Каждая вершина принадлежит одной из областей поля D_a или D_n . Покажем, что наша теоретико-множественная ЗРС обладает вполне конкретными свойствами. Для этого потребуем, чтобы структурное отношение, введенное определением 7, удовлетворяло следующим условиям:

антирефлексивности, т. е.

$$\neg \exists T_i ((T_i, T_i) \in R); \quad (14)$$

антисимметричности, т. е.

$$\forall T_i \forall T_j ((T_i, T_j) \in R \Rightarrow (T_j, T_i) \in R); \quad (15)$$

транзитивности, т. е.

$$\exists T_i \exists T_j \exists T_k ((T_i \rightarrow T_j) \wedge (T_j \rightarrow T_k) \Rightarrow (T_i \rightarrow T_k)). \quad (16)$$

Определение 9. Вершины ЗРС называются входами (выходами), если они представляют собой только начала (концы) ее элементов. Соответственно и задачи называются начальными и конечными.

Определение 10. Начальные и конечные задачи ЗРС образуют множество граничных задач, остальные задачи называются промежуточными. Множество граничных задач называется границей ЗРС.

Определение 11. ЗРС является относительно обособленной системой, так как она имеет начальные и конечные задачи, а, значит $D_a - D_n \neq \emptyset$ и $D_n - D_a \neq \emptyset$.

Топологическая (графовая) модель ЗРС

Определение 12. Под топологической ЗРС, определенной на структурном отношении R будем понимать связное множество одномерных ориентированных симплексов [9] с концами в точках T_i и T_j .

Очевидно, что ориентированная топологическая система всегда представляет собой связный ориентированный граф [10]:

$$G = (\Gamma, R) \text{ или } G = (\Gamma, U), \quad (17)$$

где Γ — множество вершин (задач), U — множество дуг.

Отметим без доказательств некоторые свойства графа (17), вытекающие из свойств теоретико-множественной ЗРС.

Свойство 1. Граф G не содержит контуров.

Свойство 2. Граф G имеет мнимые контуры, т. е. транзитивные замыкания в соответствии с условием (16). Мнимый контур превращается в контур после изменения ориентации некоторых дуг графа.

Определение 13. Граф G называется структурным графом ЗРС, если его вершины (задачи) распределены по уровням так, что выполняются условия:

- 1) $\bigcap \exists T_i, \bigcap \exists T_j (T_i \in \Gamma^x) \wedge (T_j \in \Gamma^x) \Rightarrow (T_i \rightarrow T_j) \vee (T_j \rightarrow T_i)$;
- 2) $\bigcap_x \Gamma^x = \emptyset$;
- 3) $\bigcup_x \Gamma^x = \Gamma$,

где Γ^x — множество задач x -уровня.

Принадлежность задачи T_i x -уровню графа G будем обозначать T_i^x . Если $T_i \in \Gamma^1$, то она является начальной; конечные задачи могут принадлежать любому уровню $x \geq 2$.

Построим оценки статуса каждой задачи структурного графа ЗРС. Для этого введем понятия ранга [11] и степени сложности задачи.

Определение 14. Рангом задачи T_i^x называется целое число R_i , указывающее на количество задач, расположенных на последующих $x + v$ уровнях, $v = 1, 2, \dots$, и связанных между собой отношением « \rightarrow ».

Определение 15. Степенью сложности задачи T_i^x называется целое число C_i , указывающее на количество задач, расположенных на предыдущих $x - v$ уровнях, $v = 1, 2, \dots$, и связанных между собой отношением « \rightarrow ».

Легко видеть, что для определения R_i и C_i любой задачи ЗРС необходимо выделить соответствующие подмножества задач $\Gamma_R(T_i^x)$ и $\Gamma_C(T_i^x)$ и подсчитать число задач, принадлежащих этим подмножествам. Если в эти подмножества включать и задачу, для которой определяются оценки R_i и C_i , то

$$R_i = |\Gamma_R(T_i^x)|, \quad C_i = |\Gamma_C(T_i^x)|. \quad (18)$$

Отметим, что все начальные задачи имеют $C_i = 1$, а для всех конечных задач $R_i = 1$.

Определение 16. Подграф $D_i = (\Gamma_C(T_i^x), U_i)$, порожденный множеством $\Gamma_C(T_i^x) \in \Gamma$, где $T_i^x \in \Gamma_C(T_i)$ и $x \neq 1$, назовем структурным деревом (псевдодеревом) решения задачи T_i^x , если он не содержит (содержит) мнимые контуры и $U_i \subset U$.

Сформулируем еще одно свойство структурного графа ЗРС.

Свойство 3. Для любой задачи $T_i^x \in \Gamma$, $x \neq 1$ существует одно и только одно структурное дерево (псевдодерево) решения D_j .

Существование D_j доказывается тем, что структурный граф ЗРС не содержит изолированных вершин (задач) по определению 8. Единственность D_j следует из определений 15 и 16.

Структурный граф $G = (\Gamma, U)$ содержит $k = n - g$ деревьев решений, где $n = |\Gamma|$, а $g = |\Gamma^1|$. Получение всех деревьев D_j , $j = 1, 2, \dots, k$ назовем разложением ЗРС на деревья решений.

Определение 17. Два структурных дерева (псевдодерева) решений D_j и D_k будем считать подобными, записывая $D_j \sim D_k$, если порождающие их множества $\Gamma_c(T_j)$ и $\Gamma_c(T_k)$ содержат одни и те же задачи (за исключением корня) и $U_j = U_k$. Из определений 14 и 15 следует соотношение

$$D_j \sim D_k \Rightarrow C_j = C_k, \quad (19)$$

т. е. задачи с подобными деревьями решения имеют и равные степени сложности. Обратное соотношение в общем случае несправедливо.

Ранги задач T_j и T_k , для которых $D_j \sim D_k$, различны, если задачи не являются конечными.

Теоретико-множественная и топологическая модели позволяют формировать структуру конкретной ЗРС оперативного управления с помощью ЭВМ, используя в качестве входной информации массив задач, каждой из которых ставится в соответствие список непосредственно входящих в нее задач.

Работа со структурой, проводимая в режиме диалога «человек — ЭВМ», позволяет решить ряд практически важных задач для синтеза и функционирования автоматизированной подсистемы ОУОИ:

- 1. оптимизировать структуру ЗРС;
- 2. увязать в единый график решение автоматизированных и ручных задач;
- 3. построить график работы ИВЦ;
- 4. наметить порядок создания информационных массивов;
- 5. создать паспорта задач для общения пользователей с ИВЦ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушakov В. М. Введение в АСУ. Киев. «Техніка», 1972. 308 с.
2. Черняк Ю. И. Закономерности целеобразования в экономических системах. В сб. Информационные модели структур управления. М., «Наука», 1972, с. 13—30.
3. Жаменков Е. А., Каменев В. А. Основные направления развития автоматизированной подсистемы ОУОИ. — В кн. Докл. II Всесоюз. научн.-техн. конф. Проблемы научной организации управления социалистической промышленностью. Сб. № 7, М., 1972, с. 139—152.
4. Ту Ю. Современная теория управления. М., «Машиностроение», 1971. 460 с.
5. Нильсон Н. Искусственный интеллект. М., «Мир», 1973. 232 с.
6. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М., «Наука», 1971. 320 с.
7. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. М., «Мир», 1970. 416 с.
8. Беллерт С., Возняцкий Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. М., «Мир» 1972. 332 с.
9. Берж К. Теория графов и ее применение. М., ИЛ, 1962. 312 с.
10. Чумаченко Н. Г., Аблоян Ю. А., Грозь В. Е. Классификация задач автоматизации управления производством. — «Экономика и математические методы», 1968, т. IV, вып. 1, с. 108—112.

При проектировании сравнивающих устройств (СУ) особое внимание уделяется подбору комплектующих элементов, так как их параметры во многом определяют качественные показатели СУ. В связи с этим представляет интерес оценка степени влияния параметров элементов на показатели СУ.

В настоящей статье производится анализ зависимости напряжения смещения нуля двухкаскадного быстродействующего СУ [1] от разбаланса в схеме.

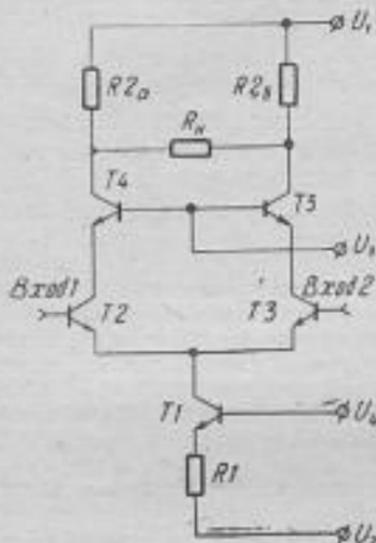


Рис. 1. Принципиальная схема каскада сравнивающего устройства.

Принципиальная схема одного каскада СУ представлена на рис. 1, где транзистор T_1 является генератором тока, а транзисторы $T_2 - T_3$ образуют каскадный дифференциальный усилитель. На входах СУ действуют напряжения U_{1a} и U_{1b} , а на коллекторах транзисторов $T_4, T_5 - U_{2a}$ и U_{2b} соответственно. Нагрузкой является аналогичный каскад СУ, включенный между коллекторами транзисторов T_4, T_5 (на схеме нагрузка представлена R_{11}).

Так как схема симметрична, а рассматриваемый режим работы СУ является активным, то для ее анализа применим метод бисекции [2].

В рамках бисекционного анализа в качестве двух независимых входных и двух независимых (друг от друга) выходных переменных используются соответствующие синфазные (СФ) и паразитные (ПФ), или дифференциальные, напряжения:

$$U_{1СФ} = \frac{1}{2}(U_{1a} + U_{1b}),$$

$$U_{1ПФ} = \frac{1}{2}(U_{1a} - U_{1b}),$$

$$U_{2СФ} = \frac{1}{2}(U_{2a} + U_{2b}),$$

$$U_{2ПФ} = \frac{1}{2}(U_{2a} - U_{2b}).$$

Каскад СУ (рис. 1) представляется двумя эквивалентными полусхемами для синфазных и парафазных сигналов (рис. 2, 3), в которых реально существующий разбаланс из-за разброса параметров симметричных элементов схемы учитывается с помощью генераторов взаимодействия. На этих схемах

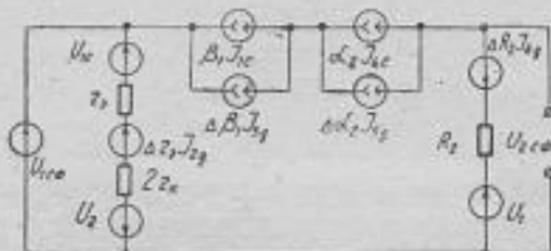


Рис. 2. Эквивалентная полусхема каскада сравнивающего устройства для синфазных сигналов.

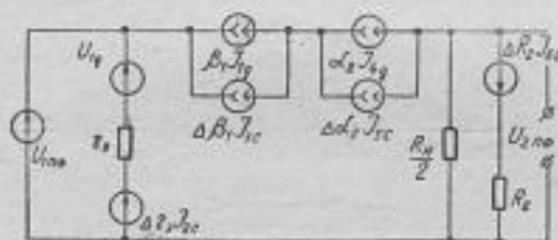


Рис. 3. Эквивалентная полусхема каскада сравнивающего устройства для парафазных сигналов.

I_{1c} и I_{1d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов базы T_2 и T_3 реальной схемы;

I_{2c} и I_{2d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов эмиттера T_2 и T_3 идеально сбалансированной схемы;

I_{3c} и I_{3d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов базы T_2 и T_3 идеально сбалансированной схемы;

I_{4c} и I_{4d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов эмиттера T_4 и T_5 реальной схемы;

I_{5c} и I_{5d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов эмиттера T_4 и T_5 идеально сбалансированной схемы;

I_{6c} и I_{6d} — синфазная и дифференциальная составляющие токов через R_{2a} и R_{2b} идеально сбалансированной схемы;

$\Delta r_3 = r_{e2} - r_{e3}$ — разность сопротивлений эмиттерных переходов транзисторов T_2 и T_3 ;

r_k — сопротивление закрытого коллекторного перехода транзистора T_1 ;

U_{1c} и U_{1d} — синфазная и дифференциальная составляющие напряжения база-эмиттер транзисторов T_2 и T_3 ;

$$\Delta R_2 = R_{2a} - R_{2b};$$

$$\Delta \beta_1 = \beta_{T2} - \beta_{T3};$$

$$\Delta \alpha_2 = \alpha_{T4} - \alpha_{T5}.$$

В результате анализа каждой из схем (рис. 2, 3) с учетом характерных для СУ допущений, $\frac{R_n}{2} \gg R_2$, $r_k \gg r_a$, получены выражения для синфазных и паразитных выходных напряжений:

$$U_{2пф} = -A_{11}[U_{1пф} - A_{12}(U_{1сф} + U_{1c} + U_2) - U_{1d}], \quad (1)$$

$$U_{2сф} = -A_{21}[U_{1сф} - A_{22}(U_{1пф} + U_{1d}) - A_{23}U_1 - U_{1c} - U_2], \quad (2)$$

где

$$A_{11} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 R_2}{r_k};$$

$$A_{12} = \frac{r_a}{2r_k} \left[\frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta r_a}{r_a} + (1 - \alpha_1) \frac{\Delta \beta_1}{\beta_1} + \frac{\Delta \alpha_2}{\alpha_2} \right];$$

$$A_{21} = \frac{\alpha_1 \alpha_2 R_1}{2r_k};$$

$$A_{22} = -\frac{\Delta r_a}{r_a} + \frac{2r_k}{r_a} \left[\frac{\Delta R_2}{R_2} + (1 - \alpha_1) \frac{\Delta \beta_1}{\beta_1} + \frac{\Delta \alpha_2}{\alpha_2} \right];$$

$$A_{23} = \frac{2r_k}{\alpha_1 \alpha_2 r_a}.$$

Для второго каскада $U_{2пф}$ и $U_{2сф}$ являются входными сигналами. Используя выражения (1) и (2), можно определить паразитную составляющую на выходе второго каскада:

$$U_{3пф} = A_{31}[U_{1пф} - U_{1d} - A_{32}(U_{1сф} + U_{1c}) - A_{33}U_{2д} - A_{34}U_{2с} - A_{35}U_1 - A_{36}U_2], \quad (3)$$

где

$$A_{31} = A_{11}^2 \left(1 + \frac{A_{12} A_{21} A_{22}}{A_{11}} \right);$$

$$A_{32} = \frac{A_{11} + A_{21}}{A_{22} \left(\frac{A_{11}}{A_{12} A_{22}} + A_{22} \right)};$$

$$A_{33} = \frac{1}{A_{12} A_{22} \left(\frac{A_{11}}{A_{12} A_{22}} + A_{22} \right)};$$

$$A_{34} = \frac{1}{A_{22} \left(\frac{A_{11}}{A_{12}A_{22}} + A_{21} \right)},$$

$$A_{35} = \frac{A_{21}A_{22}}{A_{22} \left(\frac{A_{11}}{A_{12}A_{22}} + A_{21} \right)},$$

$$A_{36} = \frac{A_{11} + A_{21} - 1}{A_{12} \left(\frac{A_{11}}{A_{12}A_{22}} + A_{21} \right)}.$$

Напряжение смещения нуля U_{CM} определяется из условия равенства нулю парафазной составляющей выходного сигнала.

Для одного каскада СУ это напряжение равно:

$$U_{CM1} = 2[U_{1д} + A_{12}(U_{1с} + U_{1сф} + U_2)],$$

для двух каскадов

$$U_{CM2} = 2[U_{1д} + A_{32}(U_{1с} + U_{1сф}) + A_{33}U_{2д} + A_{34}U_{2с} + A_{35}U_1 + A_{36}U_2], \quad (4)$$

где $U_{2с}$ и $U_{2д}$ — синфазная и дифференциальная составляющие напряжения база-эмиттер транзисторов T_2 и T_3 второго каскада СУ.

Анализ выражения (4) для реальной схемы СУ (1) на кремниевых транзисторах показывает, что на напряжение смещения нуля существенным образом оказывает влияние только дифференциальная составляющая напряжений база-эмиттер транзисторов T_2 и T_3 первого каскада. Парафазная составляющая напряжений база-эмиттер аналогичных транзисторов второго каскада пересчитывается на вход через коэффициент A_{33} , т. е. ее влияние ослаблено в число раз, примерно равное величине дифференциального коэффициента усиления первого каскада. Зависимостью напряжения смещения нуля от 10%-ного разбаланса симметричных элементов схемы (R_2 , r_2) и коэффициентов β_1 , α_2 можно пренебречь.

Таким образом, при построении СУ на основе дифференциальных пар с транзисторными генераторами тока необходимо уменьшать разность напряжений база-эмиттер транзисторов T_2 и T_3 (рис. 1) первого каскада (например, применять парные транзисторы, выращенные на одной подложке). Другие симметричные элементы схемы допускают значительный разбаланс и не нуждаются в тщательном подборе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джидез, Силз. Точный быстродействующий компаратор. — «Электроника», 1972, № 21, с. 54–62.
2. Анализ и расчет интегральных схем. Под ред. Д. Линна, Ч. Мейера и Д. Гамальтона. Ч. 1. М., «Мир», 1969. 372 с.

В связи с созданием позиционных многоустойчивых элементов, сложность которых слабо зависит от основания системы счисления, возрос интерес к синтезу комбинационных и последовательностных схем в многозначном структурном алфавите [1]. Это объясняется тем, что применение многозначных элементов в ряде дискретных устройств автоматики, измерительной и вычислительной техники дает определенный экономический эффект.

Избирательные схемы или дешифраторы являются наиболее распространенными узлами вычислительной техники.

В настоящей работе проведен анализ структурных свойств многозначного пирамидального дешифратора и определены его основные параметры для произвольного коэффициента объединения k многозначных элементов.

К основным параметрам дешифраторов относятся:

- а) общие аппаратные затраты N , т. е. количество логических элементов для построения дешифратора (ДШ);
- б) удельные аппаратные затраты, представляющие собой отношение общих аппаратных затрат к полному числу выходов $M = m^n$;
- в) коэффициенты объединения k и разветвления k_r логических элементов;
- г) разрядность n преобразуемого m -значного слова;
- д) количество выходов $M = m^n$;
- е) число каскадов l дешифратора, которое оказывает существенное влияние на его быстродействие.

К другим характеристикам ДШ относятся входные и выходные сопротивления, длительность фронтов и сигнала, отношение сигнал-помеха и т. д.

Последние характеристики определяются в основном электрическими параметрами используемой системы многозначных элементов, в то время как параметры а) — е) зависят в основном от структурных (логических) свойств дешифратора.

В [2] рассмотрен синтез многозначных ДШ и определены два параметра — общие и удельные аппаратные затраты при использовании многозначных элементов с коэффициентом объединения $k = 2$ для системы теоретико-множественных операций объединения $X \vee Y$ и пересечения $X \cdot Y$, констант $0, 1, 2, \dots, m - 1$ и характеристических функций

$$\varphi_i(x) = x^i = \begin{cases} i, & x \neq \emptyset \\ \emptyset, & x = \emptyset \quad (i \in E_m), \end{cases}$$

где \emptyset — пустое множество.

В [3] показано, что любая многозначная логическая функция (МЛФ) $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, принимающая, как и ее аргументы, значения из множества $E_m = \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$, может быть представлена в виде

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{\text{по всем } \bar{x}} (a_1 x_1)^{i_1} \cdot (a_2 x_2)^{i_2} \cdot \dots \cdot (a_n x_n)^{i_n},$$

где « \cdot » и « \bigvee » — символы операций пересечения и объединения, а i_n — значение функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на наборе \bar{x} .

В системе Россера-Тьюкетта любая многозначная функция [3] может быть представлена в следующем виде:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{\text{по всем } \alpha} F_j \cdot f(a_1, a_2, \dots, a_n),$$

где $F_j = \varphi_{j_1}(x_1) \cdot \varphi_{j_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \varphi_{j_n}(x_n)$ является m -значной конъюнкцией характеристических функций $\varphi_{ij}(x_j)$, а $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ — значение функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на наборе $\alpha = a_1 a_2 \dots a_n$.

Под символами « \cdot » и « \bigvee » в системе Россера-Тьюкетта следует понимать операции многозначной конъюнкции и дизъюнкции соответственно.

Достоинством обеих систем многозначных логических операций является сравнительная простота реализации этих операций при использовании фазоимпульсного принципа кодирования информации.

Полным многозначным дешифратором для n -многозначных входных переменных называют комбинационную схему с n -входами и m^n -выходами, реализующую все функции вида

$$Y_i(\vec{a}, \vec{x}) = \begin{cases} a, & \vec{x} = a_i, \\ b, & \vec{x} \neq a_i, \end{cases}$$

где $a_i = a_1 a_2 \dots a_n$; $\vec{x} = \varphi_{j_1}(x_1) \cdot \varphi_{j_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \varphi_{j_n}(x_n)$; $a, b, a_j, x_j \in E_m$.

Если считать, что a для обеих систем равно $m-1$, а b, \bar{b} и 0 для системы теоретико-множественных операций и системы Россера-Тьюкетта соответственно, то функции i -го выхода ДШ структурно идентичны:

$$Y_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi_{a_1}(x_1) \cdot \varphi_{a_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \varphi_{a_n}(x_n).$$

Отличие состоит в смысле логических операций и характеристических функций. Поэтому анализ однотипных структур многозначных ДШ для обеих систем многозначных логических операций приводит к одинаковым результатам.

Дешифратор пирамидального типа строится по методу каскадов. В двоичной логике при использовании элементов с коэффициентом объединения $k=2$ первый каскад пирамидального ДШ состоит из четырех схем, образующих на выходах все четыре конституенты единицы от двух переменных:

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2, \bar{x}_1 x_2, x_1 \bar{x}_2, x_1 x_2.$$

При реализации m -значного пирамидального ДШ k -входными конъюнкторами в первом каскаде образуют m^k конъюнкций характеристических функций от $\varphi_{i_1}(x_1)$ до $\varphi_{i_k}(x_k)$. Для этого потребуется m^k k -входных конъюнкторов, на входы которых подается k характеристических функций.

Во втором каскаде на один из k -входов подается выход одного из элементов первой ступени и $(k-1)$ новые характеристические функции от $\varphi_{i_{k+1}}(x_{k+1})$ до $\varphi_{i_{2k-1}}(x_{2k-1})$.

В общем случае потребуется p таких каскадов, вплоть до последней ступени, для которой число новых характеристических функций τ может оказаться в пределах $0 \leq \tau < k-1$.

Целые числа p и τ определяют из соотношения $n - k = p(k-1) + \tau$.

Общие аппаратные затраты многозначного пирамидального ДШ устанавливаются следующей теоремой.

Теорема. Полный многозначный пирамидальный ДШ реализуется элементами, число которых определяется формулой

$$N_2 = \begin{cases} \frac{m^k [m^{(k-1)(p+1)} - 1]}{m^{k-1} - 1} + m^\tau + m \cdot n, & \text{при } \tau \neq 0, \\ \frac{m^{k-1} (m^n - m)}{m^{k-1} - 1} + m \cdot n, & \text{при } \tau = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Доказательство. Выпишем количества конъюнкторов различных каскадов, начиная с первого:

$$m^k + m^k m^{k-1} + m^k m^{k-1} m^{k-1} + \dots + \underbrace{m^k m^{k-1} \dots m^{k-1}}_p + \underbrace{m^k m^{k-1} m^{k-1} \dots m^{k-1} m^\tau}_p$$

Все члены этого выражения, за исключением последнего, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = m^{k-1}$.

Число конъюнкторов последнего каскада равно m^τ , так как p и τ удовлетворяют соотношению

$$n = k + p(k-1) + \tau.$$

Найдем сумму членов геометрической прогрессии. В нашем случае $a_1 = m^k$; $l = p + 1$; $q = m^{k-1}$.

Тогда

$$S = \frac{m^k [m^{(k-1)(p+1)} - 1]}{m^{k-1} - 1}.$$

Для нахождения общих аппаратных затрат необходимо учесть последний каскад и характеристические элементы $m \cdot n$ -входного каскада.

Следствие 1. Для случая $k = n$ в многозначном пирамидальном ДШ имеем один каскад конъюнкторов, а общие аппаратные затраты составляют

$$N_2 = m^n + m \cdot n.$$

Эта формула совпадает с выражением для общих аппаратурных затрат матричного многозначного ДШ при $k = n$. Это свидетельствует о том, что при $k = n$ пирамидальный ДШ вырождается в матричный.

Следствие 2. Для случая $k = 2$ и $m = 2$ имеем $\tau = 0$ и

$$N_2 = \frac{2^2(2^{n-1} - 1)}{2^{2-1} - 1} = 2^{n+1} - 2^2 = 2(2^n - 2).$$

Последний член выражения (1), представляющий собой количество характеристических элементов $m \cdot n$, при $m = 2$ не учитывается, так как вместо двух характеристических элементов на каждую входную переменную в двоичной логике можно использовать нулевой и единичный выходы триггеров хранящих код дешифрируемого слова.

Для качественной оценки влияния различных параметров на общие аппаратурные затраты пирамидального многозначного ДШ построены графики (см. рис. 1 и 2).

Увеличение коэффициента объединения элементов k , как и в предыдущем случае, снижает аппаратурные затраты пирамидального ДШ.

Характер зависимости $\log N_2 = f(k)$ сохраняется и для другой значности логики m . Следует только иметь в виду, что при увеличении $m > 3$ семейство кривых проходит выше, чем показано на рис. 1, а при $m < 3$ — ниже.

Последнее обстоятельство подтверждается графиками $\log N_2 = f(n)$ (рис. 2) построенными для фиксированного значения коэффициента объединения $k = 2$.

При оценке влияния коэффициента объединения k на общие аппаратурные затраты следует учитывать также то, что при увеличении k , наряду со снижением общего числа элементов для всего ДШ, происходит некоторое усложнение самого многозначного элемента за счет увеличения числа входов k .



Рис. 1.

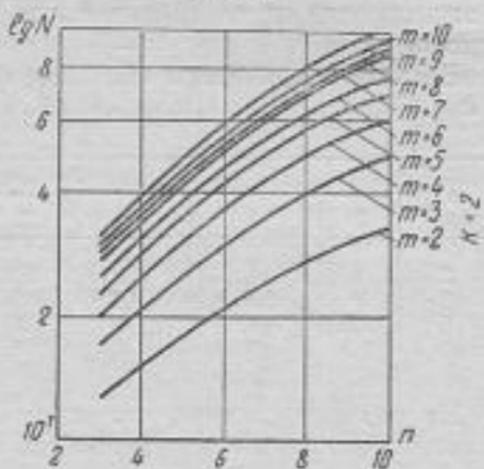


Рис. 2

Это уточнение, однако, следует использовать дифференцированно, в зависимости от применяемого многозначного базиса и технических особенностей схемного решения многозначных конъюнктов. Если многозначные конъюнкты выполнены на основе позиционных многоустойчивых элементов, то при увеличении k путем увеличения числа входных диодов сложность схемы элементов изменяется незначительно и ее можно считать постоянной.

При использовании пассивных диодно-реостатных схем в базе теоретико-множественных операций увеличение сложности схемы многозначного элемента необходимо учитывать.

Для теоретико-множественного базиса и пассивных элементов затраты диодов N_d оцениваются первым членом в формуле (1), умноженным на число входов элемента k .

Тогда

$$N_d = \frac{km^{k-1}m^{n+1}}{m^{k-1}-1}.$$

Так как при $u = m = \text{const}$ и $m^n - n = \text{const}$, представляет интерес поведение функции

$$\psi = \frac{km^{k-1}}{m^{k-1}-1}$$

в зависимости от изменения k для логик с различной значимостью m .

В табл. 1 приведены значения функции ψ для различных m и k .

Таблица 1

m	k								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	4	4,7	5,3	6	7	8	9	10
3	3	3,36	4,15	5	6	7	8	9	10
5	2,5	3,13	4	5	6	7	8	9	10
10	2,2	3	4	5	6	7	8	9	10

Из таблицы следует, что использование двухвходовых и трехвходовых элементов для двоичного пирамидального ДШ дает одинаковые аппаратные затраты, а для многозначных пирамидальных ДШ ($m > 2$) в базе теоретико-множественных операций увеличение коэффициента объединения k пассивных конъюнктов свыше $k = 2$ нецелесообразно.

Использование элементов с $k = 3$ для двоичных пирамидальных ДШ позволяет значительно увеличить быстродействие ДШ за счет сокращения числа каскадов вдвое.

Действительно, из принципа построения пирамидального ДШ нетрудно установить, что

$$l_2 = l_1 = \left[\frac{n-1}{k-1} \right].$$

Тогда при $k=2$ и $k=3$ имеем соответственно $l_2 = [n-1]$ и $l_2' = \left[\frac{n-1}{2} \right]$.

Определим удельные аппаратные затраты многозначного пирамидального ДШ. После преобразований получим

$$N_2^{YA} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{N_2}{M} = \lim \left[\frac{m^k m^{n-1}}{(m^{k-1} - 1) m^n} - \frac{m^k}{(m^{k-1} - 1) m^n} + \frac{m \cdot n}{m^n} \right] =$$

$$= \frac{m^{k-1}}{m^{k-1} - 1} = \frac{M^{\frac{k-1}{n}}}{M^{\frac{k-1}{n}} - 1}.$$

В табл. 2 приведены значения N_2^{YA} для значности логики $m = 2 \div 10$ и $k = 2, 3$.

Таблица 2

k	m									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	2	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	
3	4/5	9/8	16/15	25/24	36/35	1	1	1	1	

При увеличении k свыше трех N_2^{YA} практически равно единице. Рассматривая график, приведенный на рис. 3, можно сделать вывод, что с ростом значности логики m удельные аппаратные затраты многозначного пирамидального ДШ уменьшаются от двух до одного элемента на один выход, а при увеличении коэффициента объединения k , N_2^{YA} стремятся к единице.

Коэффициент разветвления конъюнкторов в пирамидальном ДШ определим, воспользовавшись симметрией структуры ДШ по отношению числа элементов в смежных каскадах.

Это отношение является постоянной величиной для любых смежных каскадов и равно

$$k_p^y = \frac{m^k m^{k-1}}{m^k} = m^{k-1}.$$

Исключение составляет только последний каскад при $\tau \neq 0$. Таким образом, коэффициент разветвления конъюнкторов в пирамидальном ДШ больше, чем в матричном.

Коэффициент разветвления характеристических элементов, в противоположность коэффициенту разветвления конъюнкторов, не остается постоянной величиной, а зависит от номера каскада Z_i , на который поступает сигнал с выхода характеристического элемента.

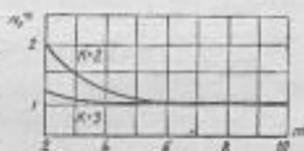


Рис. 3.

Чем дальше от входа находится каскад, тем большее количество конъюнкторов он содержит, тем выше требования к нагрузочной способности характеристического элемента.

Зависимость коэффициента разветвления k_p^v от номера каскада Z_i , считая со стороны входа, можно выразить следующей формулой:

$$k_p^v = m^{(k-1) \cdot Z_i}.$$

Отсюда наибольшая нагрузочная способность требуется от характеристических элементов, нагруженных на конъюнктеры последнего каскада.

В этом случае $Z_i = (Z_i)_{\max} = l_2 = \left[\frac{n-1}{k-1} \right]$, а $k_p^v = m^{n-1}$, т. е. многозначный пирамидальный ДШ обладает несимметрией с точки зрения нагрузки на источники входных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сиворский В. П., Денбовецкий С. В. Многоустойчивые элементы и их применение в устройствах обработки информации. — В сб.: Многоустойчивые элементы и их применение. М., «Сов. радио», 1971, с. 5—23.
2. Корнейчук В. Н., Романкевич Д. М. Реализация k -значных дешифраторов. — В сб.: Вопросы теории ЭЦММ. Вып. 2. Киев, «Наукова думка», 1967, с. 88—97.
3. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. М., «Энергия», 1968. 323 с.

УДК 681.3.053

А. А. БОРИСЕНКО,
Ю. Ю. ЗАВИЗИСТУП,
канд. техн. наук,
Л. К. ШТЕЦ

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧИСЕЛ,
ВЫРАЖЕННЫХ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ
КЛАССОВ, В ИХ ПОЗИЦИОННОЕ
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Из известных преобразователей системы остаточных классов (СОК) в позиционный код наиболее прост в техническом отношении преобразователь с применением двоичных вычитающих счетчиков с коэффициентами пересчета P_1, P_2, \dots, P_k , соответствующими основаниями СОК, и суммирующего счетчика, работающего в требуемой позиционной системе счисления [1]. В основу такого преобразования положен метод промежуточного перехода от кода в СОК к унитарному коду и перевода его в заданную позиционную систему. Недостатком такого устройства является необходимость последовательного перебора всех целых положительных чисел, начиная с единицы, до получения позиционного кода числа, соответствующему коду в СОК, что увеличивает время его преобразования.

В данной работе предлагается устройство, повышающее быстродействие преобразования по сравнению с предложенным в [1] за счет замены операции перебора чисел в СОК, отличающихся на единицу, отличающихся перебором чисел, на величину одного

из оснований, что осуществляется последовательным вычитанием этого основания из переводимого числа. Определим числа, подлежащие перебору, представив переводимое число A через положительные целые основания P_1, P_2, \dots, P_k в виде

$$A = N_1 P_1 + a_1, A = N_2 P_2 + a_2, \dots, A = N_k P_k + a_k, \quad (1)$$

где N_1, N_2, \dots, N_k — неполные частные от деления A соответственно на P_1, P_2, \dots, P_k , а a_1, a_2, \dots, a_k — остатки, при этом

$$0 < a_1 < P_1, 0 < a_2 < P_2, \dots, 0 < a_k < P_k.$$

Единственность представления целого числа в данном виде доказывается в [2].

После переноса остатков a_1, a_2, \dots, a_k в левую часть уравнения (1) и представления их в СОК получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} (a_1, a_2, \dots, a_k) - (e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1k}) &= N_1 P_1, \\ (a_1, a_2, \dots, a_k) - (e_{21}, e_{22}, \dots, e_{2k}) &= N_2 P_2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$(a_1, a_2, \dots, a_k) - (e_{k1}, e_{k2}, \dots, e_{kk}) = N_k P_k,$$

где $e_{11}, e_{12}, \dots, e_{1k} = a_1; e_{21}, e_{22}, \dots, e_{2k} = a_2;$
 $e_{k1}, e_{k2}, \dots, e_{kk} = a_k; a_1, a_2, \dots, a_k = A.$

Очевидно, что

$$e_{11} = a_1, e_{22} = a_2, \dots, e_{kk} = a_k.$$

Уравнения (1), (2) показывают, что задачу перевода из СОК в позиционную систему счисления можно свести к последовательному вычитанию из разности $(a_1, a_2, \dots, a_k) - (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik})$ основания P_i , представленного в СОК, где $i = 1, 2, \dots, k$, до получения остатков по всем основаниям, равных нулю, одновременно накапливая при этом сумму оснований P_i в позиционном коде. Конечный результат этой суммы является позиционным представлением числа $(A - a_i)$. При этом в процессе преобразования перебираются все числа меньше A или равные ему из диапазона $Q = \prod_{i=1}^k P_i$, кратные основанию P_i . Количество итераций преобразования по сравнению с методом промежуточного преобразования в унитарный код, который соответствует описываемому методу при $P_i = 1$, уменьшается и равно

$$B_i = \frac{A}{N_i + 1} = \frac{A}{\frac{A - a_i}{P_i} + 1} = \frac{A P_i}{A_i + P_i - a_i}. \quad (3)$$

На рис. 1 представлена функциональная схема, реализующая один из возможных вариантов преобразователя из СОК с основаниями $P_1 = 3, P_2 = 5, P_3 = 7$ в позиционный код.

Преобразователь состоит из регистров 1, 2, в которые через дешифраторы 35, 36 сборки 37—44 и поступают остатки a_1, a_2 ; вычитающих матриц по основаниям $P_1 = 3, P_2 = 5$; преобразователей 11, 12 остатка из позиционной системы в СОК; вентилях 3—10 и 13—20, стробируемых устройством управления (УУ); регистров 21, 22, в которые записывается результат вычитания;

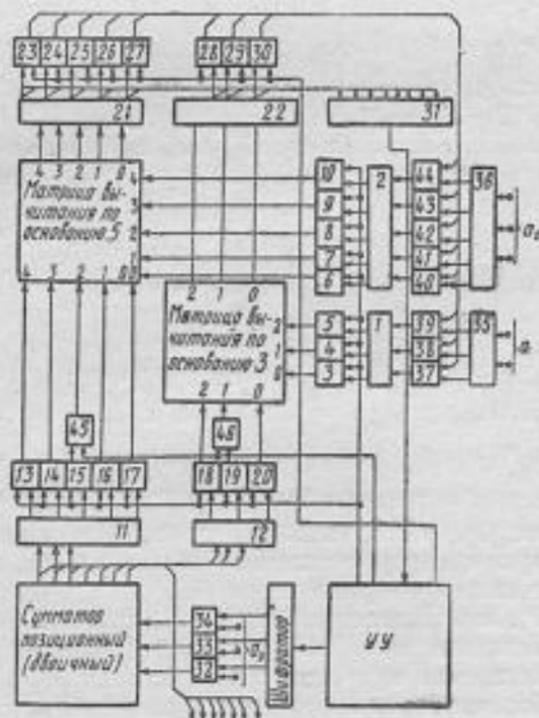


Рис. 1.

вентилей перезаписи 23—30 информации с регистров 21, 22 в регистры 1, 2; схемы обнуления 31, выдающей сигнал об окончании процесса преобразования; двоичного сумматора, в котором накапливается результат преобразования; шифратора и сборки 32—34 для записи основания $P_3 = 7$ и остатка a_3 в двоичный сумматор.

Вычитающая матрица выполнена в виде матрицы из элементов конъюнкции, при этом выходы, выдающие одинаковые результаты вычитания, объединяются элементами дизъюнкции (рис. 2). Достоинством такой матрицы по сравнению с матрицей, синтез которой рассмотрен в [2], является ее однородность, а значит возможность составления матрицы по любому основанию из имеющихся базовых. Если на реализацию каждого входа

матрицы идет один условный элемент, то количество элементов для реализации такой матрицы, как это видно из рис. 2, равно $2P^2$.

Рассмотрим работу преобразователя на следующем примере: преобразовать число $A = [1, 4; 5]$, записанное в СОК с основаниями $P_1 = 3, P_2 = 5, P_3 = 7$ в двоичный код.

1. Остатки $a_1 = 1, a_2 = 4$ в двоичном коде поступают на дешифраторы 35, 36 с которых сигналы через сборки 37, 44 поступают на регистры 1, 2 соответственно. Остаток $a_3 = 5$ заносится в двоичный сумматор, с выхода которого он через преобразователи из двоичного кода в СОК 11, 12 по основаниям P_1 и P_2 и по разрешающему сигналу с устройства управления через схемы совпадения 19—20 поступает на суммирующие матрицы по основаниям 3 и 5. Одновременно разрешающий потенциал поступает на вентили 3—10, на вторые входы которых поступают сигналы с регистров 1, 2. При этом происходит вычитание остатка a_3 , представленного в СОК от остатков a_1 и a_2 и занесение результата в регистры 21, 22: $(1,4) - (2,0) = (2,4)$.

2. По управляющему сигналу производится перепись разности, полученной в результате вычитания, при условии, что она не равна нулю, с регистров 21, 22 через вентили 28—30 в регистры 1, 2.

3. Затем УУ последовательно вычитает основание P_3 , представленное в СОК, подавая для этого сигналы на сборки 45 и 46, до получения сигнала о равенстве нулю всех остатков со схемы обнуления 31, одновременно складывая в каждом цикле в двоичном сумматоре предыдущий результат с позиционным представлением основания P_3 .

$$I. (2,4) - (1,2) = (1,2)$$

$$N_3 = 1,$$

$$5 + 1 \cdot 7 = 12;$$

$$II. (1,2) - (1,2) = (0,0)$$

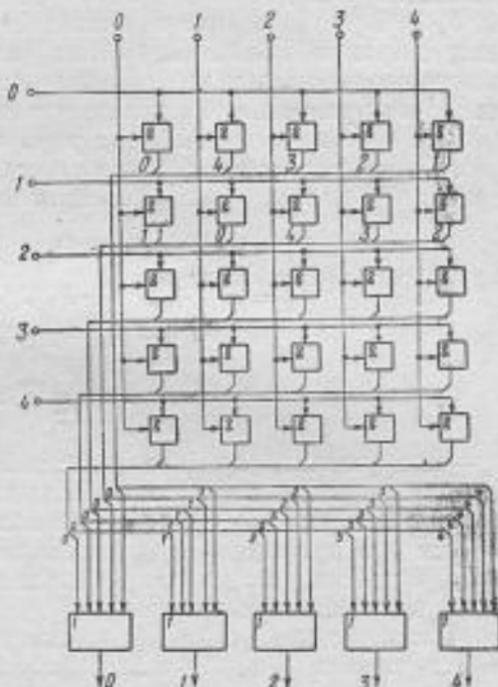


Рис. 2.

$$N_3 = 2, \\ 5 + 2 \cdot 7 = 19.$$

На этом процесс преобразования заканчивается.

В предложенном примере преобразование идет по основанию 7, которое не является единственным. В общем случае преобразование, как это следует из уравнений (2), может идти по любому основанию из данной СОК, в нашем примере это 1, 3, 5, 7. В связи с этим представляет интерес оценка аппаратурных затрат и количества тактов (итераций) в зависимости от величины основания, по которому ведется преобразование. Как видно из уравнения (3), количество тактов уменьшается с увеличением основания P_i . Аппаратурные затраты X также зависят от этого основания и могут быть определены, исходя из потребных затрат Y_i для каждого основания отдельно, как их сумма:

$$Y_1 = 2P_1^2 + 8P_1 + P_1 [lg_2 P_1] + 2ZP_1; \\ Y_2 = 2P_2^2 + 8P_2 + P_2 [lg_2 P_2] + 2ZP_2; \\ Y_3 = (3 + P_2 + P_1) [lg_2 P_3] + 4; \\ X = \sum_{i=1}^3 Y_i, \quad (4)$$

Z — коэффициент, приводящий стоимость элемента регистра к стоимости условного элемента матрицы сложения. Из уравнений (4) следует, что минимальное количество аппаратуры потребуется при проведении преобразования по наибольшему основанию. Очевидно, что данная тенденция сохраняется и для большего количества оснований.

Рассмотренное устройство также решает задачу определения знака числа в СОК. Известно, что для этого необходим переход к позиционному представлению определяемого числа, например, к полиадической системе счисления [1]. В данном устройстве знак представляется количеством итераций и при превышении их заданной базовой величины меняется на противоположный. Для приведенного выше примера, если ввести еще одно основание $P_4 = 2$, числа от 0 до 104 принять положительными, а от 105 до 209 отрицательными, базовое число равно 16.

Подсчет итераций можно производить двоичным счетчиком, вследствие чего отпадает необходимость в сумматоре. Переполнение этого счетчика свидетельствует о переходе в диапазон отрицательных чисел и окончании процесса определения знака чисел.

Таким образом, рассмотренное устройство перевода чисел из СОК в позиционный код на вычитающих матрицах по основаниям P_1, P_2, \dots, P_k дает возможность увеличить быстродействие при сравнительно небольших аппаратурных затратах, причем с увеличением основания аппаратурные затраты умень-

шаются, а быстродействие увеличивается, кроме того, данное устройство эффективно работает также при определении знака числа в СОК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Толстяков В. С. Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах. М., «Сов. радио», 1972. 168 с.
2. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М., «Наука», 1972. 168 с.
3. Соборников Ю. П. Синтез комбинационных схем реализующих арифметические операции в системе остаточных классов — «Изв. АН СССР Техническая кибернетика», 1966, № 2, с. 49—58.

УДК 681.3.001.019.3
А. А. МЕТЕШКИН,
канд. техн. наук

ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ЦВМ

В настоящее время оценка надежности ЦВМ производится на основе широко распространенных характеристик [1, с. 71—100]: функций распределения времени безотказной работы $P(T < t)$, функции времени восстановления $P_e(T < t)$, наработки на отказ T_0 , среднего времени восстановления T_s , коэффициента готовности K_T и т. д. Эти характеристики хорошо описывают надежность обычных ЦВМ, которые можно отнести к простым системам. Для этих систем, как правило, выход из строя одного элемента приводит к выходу из строя всей системы. Следовательно, возможны только два исключаящие друг друга состояния: отказ или работоспособность.

Многопроцессорные ЦВМ (МП ЦВМ) нельзя отнести к простым системам, так как они, имея ряд взаимозаменяемых процессоров, могут находиться в нескольких возможных состояниях, различающихся производительностью. Под производительностью π в соответствии с [2, с. 129] будем понимать среднее количество задач, решаемых машиной в единицу времени и выход из строя одного или даже нескольких процессоров лишь снижает ее возможности по переработке информации.

При оценке надежности сложной системы МП ЦВМ главной особенностью является то, что она может находиться в одном из нескольких возможных состояний с различной производительностью. Перечисленные выше характеристики нельзя непосредственно использовать для оценки надежности МП ЦВМ, поэтому возникает задача выявления таких характеристик, которые бы достаточно полно описывали надежность МП ЦВМ как сложных систем. Известно [5, с. 7], что наиболее общей характеристикой любых технических средств является эффективность. Понятие эффективности включает в себя понятие надежности. Для

простых систем эти два понятия можно рассматривать независимо друг от друга. Для сложных систем характеристики надежности сближаются с эффективностью и четкую грань между ними не всегда можно провести.

В настоящее время в качестве характеристики надежности сложной системы обычно используют коэффициент снижения эффективности [3, с. 22; 5, с. 8].

$$K_W = W_0 - W \text{ или } K_W = \frac{W}{W_0},$$

где W_0 , W — эффективности идеальной и реальной системы соответственно.

Этот коэффициент не дает полного представления о надежности сложной системы, однако показывает, что система может находиться в нескольких возможных состояниях с различной эффективностью.

Введем характеристики надежности МП ЦВМ, рассматривая ее как сложную систему, а под эффективностью понимая ее производительность.

Предполагаем, что надежность не зависит от внешних условий работы ЦВМ (интенсивности потока задач, времени решения задач, потребного объема памяти и т. д.), а характеристики производительности зависят от внешних условий. Такое разделение соответствует сложившимся представлениям о надежности и производительности современных ЦВМ. Введем следующие допущения.

1. МП ЦВМ является восстанавливаемой системой и непрерывно включена в контур управления или непрерывно решает задачи.

2. Характеристики надежности рассмотрим на стационарном участке эксплуатации МП ЦВМ, т. е. при $t \rightarrow \infty$.

Пусть R — множество возможных состояний машины мощностью $m+1$ с определенной производительностью МП ЦВМ. Предположим, что МП ЦВМ может находиться в одном из состояний $H_i \in R$, которому соответствует производительность $\bar{\pi}_i$ ($i = 0, 1, \dots, m$), причем для каждого состояния соблюдается условие $\bar{\pi}_{i-1} < \bar{\pi}_i < \bar{\pi}_{i+1}$.

Для оценки надежности используем понятие приведенной потенциальной производительности $\Pi = \frac{\bar{\Pi}}{\bar{\pi}_m}$, где $\bar{\Pi}$ — случайная величина, имеющая возможные значения $\bar{\pi}_0, \bar{\pi}_1, \dots, \bar{\pi}_m$ с вероятностями p_0, p_1, \dots, p_m соответственно. Замена потенциальной производительности $\bar{\pi}$ приведенной π позволяет свести диапазон изменения производительности к стандартному для всех машин (0, 1), благодаря чему удобно сравнивать надежность свойства различных МП ЦВМ.

Рассмотрим случайную величину Π , принимающую возможные значения $\pi_0 = \frac{\pi_0}{\pi_m}$, $\pi_1 = \frac{\pi_1}{\pi_m}$, ..., $\pi_m = 1$ с вероятностями p_0, p_1, \dots, p_m соответственно. Введем характеристики надежности МП ЦВМ.

Функция распределения приведенной производительности $F_{\Pi}(\pi)$ — это вероятность того, что МП ЦВМ имеет приведенную потенциальную производительность Π меньше заданной величины π

$$F_{\Pi}(\pi) = \frac{P(\Pi < \pi) + P(\Pi \leq \pi)}{2}$$

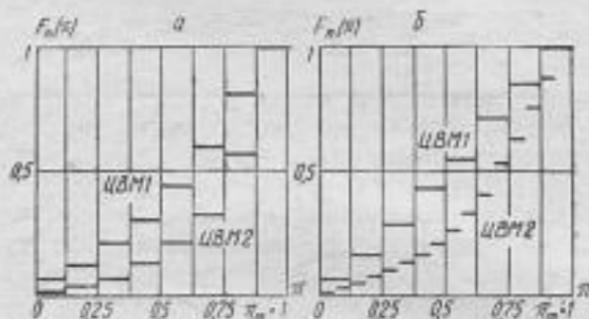


Рис. 1

Функция определена на отрезке $(0,1)$ и на его концах принимает значения $F_{\Pi}(0) = 0$, $F_{\Pi}(1) = 1$. Так как множество возможных состояний МП ЦВМ конечно, то $F_{\Pi}(\pi)$ имеет ступенчатый вид. На рис. 1, а представлены функции $F_{\Pi}(\pi)$ для двух МП ЦВМ с одинаковыми мощностями множеств R , а на рис. 1, б — с различными. Сравнивая функции $F_{\Pi}(\pi)$, замечаем, что в обоих случаях ЦВМ 1 обладают меньшей надежностью, так как вероятность пребывания их в состояниях с малой производительностью больше, чем ЦВМ 2.

Если количество различных состояний МП ЦВМ велико, то приближенно функцию $F_{\Pi}(\pi)$ можно рассматривать как непрерывную.

Дифференциальная функция (плотность вероятности) распределения приведенной производительности $f_{\Pi}(\pi)$. Чтобы получить единое обобщенное понятие плотности вероятности для непрерывных и для прерывных случайных величин Π , используем понятие δ -функции [4, с. 36].

Известно, что δ -функция есть четная функция, равная нулю всюду, кроме начала координат, где она обращается в бесконечность и удовлетворяет условию

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta(x) dx = 1, \quad \varepsilon > 0.$$

Дифференциальная функция распределения связана с функцией распределения следующими соотношениями:

$$f_{\Pi}(\pi) = \frac{dF_{\Pi}(\pi)}{d\pi}; \quad F_{\Pi}(\pi) = \int_0^{\pi} f_{\Pi}(\pi) d\pi.$$

Как показано в работе [4, с. 36], применение приведенных выше соотношений для прерывных случайных величин приводит к формулам

$$f_{\Pi}(\pi) = \sum_{l=0}^m p_l \delta(\pi - \pi_l),$$

$$F_{\Pi}(\pi) = \sum_{l=0}^m p_l \int_{-\infty}^{\pi} \delta(\pi - \pi_l) d\pi = \sum_{\pi_l < \pi} p_l.$$

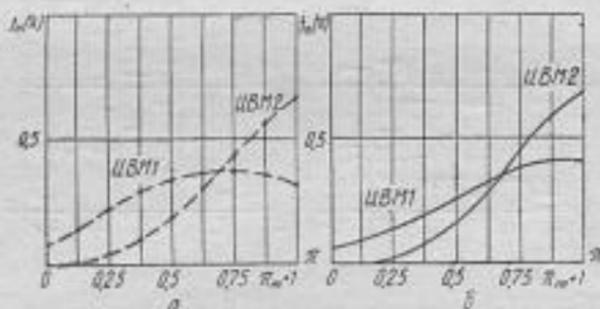


Рис. 2.

где $p_l = P(\Pi = \pi_l)$ — вероятность того, что случайная величина Π принимает значение, равное π_l ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, m$). Впредь не будем различать прерывные и непрерывные случаи, полагая, что случайная величина Π всегда имеет плотность вероятности.

Функция $f_{\Pi}(\pi)$ показывает, с какой вероятностью МП ЦВМ находится в состояниях с производительностью от π до $\pi + d\pi$.

На рис. 2 показаны дифференциальные функции распределения приведенной производительности для случая прерывной (а) и непрерывной (б) величины Π . Вероятность пребывания ЦВМ 2 в состояниях, обладающих большей производительностью, больше, чем ЦВМ 1. Можно сделать вывод о большей надежности ЦВМ 2 по сравнению с ЦВМ 1.

По существу функция $f_{\Pi}(\pi)$ показывает, какова вероятность пребывания МП ЦВМ в произвольный момент времени в состоянии с определенной производительностью. В этом смысле она имеет одинаковый физический смысл с коэффициентом готовности однопроцессорной ЦВМ (простой системы).

Коэффициент снижения потенциальной производительности $K_{\Pi\Pi}$ — это коэффициент снижения эффективности, $K_{\Pi\Pi}$ — отно-

шение среднего значения потенциальной производительности МП ЦВМ к максимальному,

$$K_{\text{ПП}} = \frac{\bar{\pi}_{\text{ср}}}{\pi_m} = \pi_{\text{ср}},$$

где $\pi_{\text{ср}} = \int_0^1 \pi f_{\Pi}(\pi) d\pi$ или для непрерывного случая —

$$\pi_{\text{ср}} = \sum_{l=0}^m \pi_l p_l.$$

Рассмотренные характеристики позволяют достаточно полно описать надежность МП ЦВМ, однако нельзя учесть время пребывания ЦВМ в отдельных состояниях.

Целесообразно поэтому ввести следующие характеристики. *Функция среднего времени пребывания* МП ЦВМ в различных состояниях $T_{\text{ср}}(\pi)$ устанавливает соответствие между величиной среднего непрерывного времени пребывания МП ЦВМ в различных состояниях и производительностью, а также характеризует частоту перехода МП ЦВМ из одного состояния в другое. На основании анализа функций $T_{\text{ср}}(\pi)$ можно сравнить различные МП ЦВМ по времени пребывания в каждом из состояний. На рис. 3 показаны функции $T_{\text{ср}}(\pi)$ для двух МП ЦВМ с одинаковыми функциями распределения $F_{\Pi}(\pi)$.

Анализируя эти функции, приходим к заключению, что для данного примера ЦВМ-1 в среднем в два раза чаще, чем ЦВМ-2 переходит из одного состояния в другое. Для повышения надежности необходимо стремиться, чтобы значения $T_{\text{ср}}(\pi)$ при малых π были малы, а при больших — велики.

Функция среднего времени восстановления с заданного уровня производительности максимальной потенциальной производительности $T_{\delta}(\pi)$ показывает величину среднего времени, которое необходимо для перевода МП ЦВМ в состояние H_m , начиная с момента ее попадания в состояние H_l . Чем меньше значения $T_{\delta}(\pi)$ при различных π , тем лучшими восстанавливающими свойствами обладает ЦВМ. Из рис. 4, на котором представлены функции $T_{\delta}(\pi)$ для двух ЦВМ, видно, что ЦВМ1 обладает лучшей способностью к восстановлению, поскольку быстрее восстанавливается с любого заданного уровня.

Определение введенных выше характеристик требует трудоемких вычислений, поэтому в ряде случаев можно пользоваться упрощенными характеристиками надежности. Их вычисление относительно несложно, однако они менее полно описывают надежные свойства МП ЦВМ.

Рассмотрим некоторые из этих характеристик.

Готовность МП ЦВМ к работе с полной производительностью K_r — вероятность того, что в любой произвольный момент времени МП ЦВМ будет находиться в состоянии максимальной по-

тенциальной производительности. Связь K'_r с $f_{\Pi}(\pi)$ определяется соотношением

$$K'_r = \int_{1-\varepsilon}^1 f_{\Pi}(\pi_m) d\pi, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Готовность МП ЦВМ к работе с производительностью больше заданной $K_r(\pi_2)$ — это вероятность того, что в любой произвольный момент времени МП ЦВМ будет находиться в одном из состояний с производительностью более заданного порога π_2 .

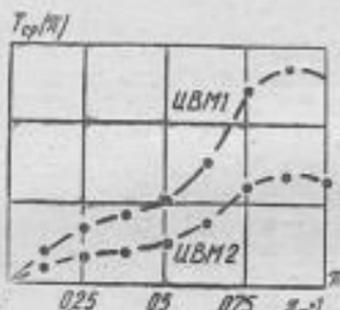


Рис. 3.

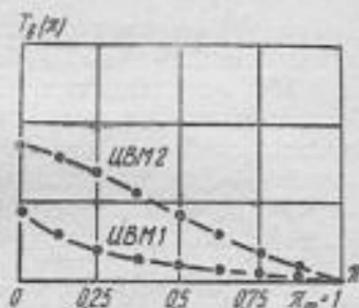


Рис. 4.

Величина $K_r(\pi_2)$ связана с дифференциальной функцией распределения производительности соотношением

$$K_r(\pi) = \int_{\pi_2}^1 f_{\Pi}(\pi) d\pi.$$

Среднее время пребывания МП ЦВМ в состояниях с максимальной и минимальной потенциальной производительностью $T_{0 \max}$, $T_{0 \min}$. Эти характеристики легко находятся из функции $T_{ср}(\pi)$. Могут быть использованы и другие частные характеристики надежности МП ЦВМ, например, среднее время между отказами от заявок на решение задач при заданных характеристиках их потока, среднее время пребывания в состояниях недостаточной производительности машины и т. д.

Введенные характеристики надежности МП ЦВМ зависят от надежности отдельных устройств, способа их соединения между собой (т. е. от структуры МП ЦВМ), качества технического обслуживания (количества ремонтных бригад, их квалификации, способов обнаружения факта и места отказа, способов устранения последствий сбоев и т. д.), но они не зависят от параметра потока задач, решаемых на ЦВМ, так как эти параметры были взяты типовыми.

Вычисление конкретного вида отдельных характеристик может быть произведено на основе построения и исследования специальных надежностных моделей МП ЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шишовок Н. А., Репкин В. Ф., Бароинский Л. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной аппаратуры. М., «Сов. радио», 1964. 550 с.
2. Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., «Сов. радио», 1972. 280 с.
3. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968. 356 с.
4. Прудков В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Гостехтеоретиздат, 1957. 659 с.
5. Цветков А. Г. Принципы количественной оценки эффективности радиоэлектронных средств. М., «Сов. радио», 1971. 200 с.
6. Калинин К. К., Липсов В. В. Проектирование алгоритмов управляющих ЦВМ. М., «Сов. радио», 1970. 343 с.

УДК 681.326

А. И. ДОЛГОВ,
 докт. техн. наук,
 В. Н. ЧУРКИН,
 канд. техн. наук,
 А. Г. ХАЛИТОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СОЗДАНИЯ ОПРЕДЕЛЕННЫХ НАБОРОВ СИГНАЛОВ НА ВХОДАХ КОМПОНЕНТОВ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

В вычислительной технике находят широкое применение устройства с разветвляющимися и объединяющимися связями составляющих их компонентов. В таких устройствах значения сигналов, действующих на входах некоторого подмножества компонентов, оказываются функциями общих переменных. Это накладывает определенные ограничения на возможности создания тех или иных наборов сигналов на входах соответствующих компонентов. В ряде случаев, например, при построении контролирующих и диагностических тестов возникает необходимость учета таких ограничений, что делает актуальной задачу отыскания способов их нахождения и компактного описания. Один из путей решения такой задачи предлагается в настоящей статье.

Ниже рассматриваются так называемые логические сети комбинационного типа, в которых выход любого компонента, не являющийся выходом сети, подключен ко входам других компонентов, расположенных на одном из последующих ярусов. Совокупность компонентов, для каждого из которых хотя бы один из входов подключен к выходу компонента j -го яруса (а другие входы могут быть выходами компонентов, расположенных в ярусах с номерами меньшими, чем j) образуют j -й ярус сети. Компонентами могут быть любые комбинационные блоки, имеющие один выход. В общем случае l -й компонент j -го яруса имеет $r(j, l)$ входов $x(j, l, i)$, где $i \in [1, r(j, l)]$.

Представим логическую сеть с помощью ориентированного линейного графа G , в котором каждому компоненту $K(j, l)$ соответствует узел $K(j, l)$, а связям между входами и выходами компонентов — ветви. Если в линейном графе G между двумя узлами $K(j, l)$ и $K(j', l')$, расположенными в различных ярусах

($j' < j$) имеется путь, то компонент $K(j, l)$ называется приемником $K(j', l')$, а $K(j', l')$ — предшественником $K(j, l)$. Компонент, соответствующий узлу графа, имеющий две или более исходящие ветви, называется узлом разветвления. Узлы разветвления, являющиеся предшественниками некоторого узла $K(j, l)$, называются подчиненными компоненту $K(j, l)$. Если к узлу от некоторого подчиненного узла имеется два или более пути, то компонент $K(j, l)$ называется узлом объединения. Под логической сетью с разветвлениями понимается сеть с хотя бы одним узлом разветвления.

В дальнейшем рассматриваются логические сети, содержащие узлы разветвления и объединения. В таких сетях специфика связей обуславливает взаимозависимость сигналов, действующих на входах и выходах различных компонентов, что существенно усложняет решение вопроса обеспечения μ -й ($\mu = \{0, 2^{r(j, l)} - 1\}$)

комбинации сигналов $\Gamma_{\mu} = \prod_{i=1}^{r(j, l)} \varepsilon(j, l, i)$ на входах компонента

$K(j, l)$, где $\varepsilon(j, l, i)$ — конкретное булево значение сигналов на i -ом входе компонента. Например, в результате преднамеренного назначения некоторой совокупности комбинаций сигналов на входах компонентов можно прийти к противоречивой ситуации, когда на одном и том же выходе узла разветвления для разных ветвей (соответствующих различным путям в графе G) потребуются разные сигналы. Поэтому в общем случае в результате подачи полного перечня (H) наборов на входы сети некоторое подмножество N наборов входных сигналов различных компонентов оказывается не реализованным. Набор входных сигналов $\Gamma_{\mu}(j, l)$ компонента, входящего в подмножество N ($\Gamma_{\mu} \in N$), в дальнейшем называется недостижимым. Допустимость создания тех или иных наборов входных сигналов на входах компонентов определяется некоторым набором данных (кортежем), характеризующим структуру логической сети.

Упомянутый кортеж в простейшем случае может, например, представлять собой полную совокупность тех и только тех входных наборов сети, реализация каждого из которых приводит к созданию на входах компонента $K(j, l)$ μ -й комбинации входных сигналов $\Gamma_{\mu}(j, l)$. Перечень таких кортежей удобно представлять с помощью табл. 1. Строки таблицы соответствуют всевозможным входным наборам сети. Каждая из колонок таблицы отвечает μ -му набору входных сигналов $\Gamma_{\mu}(j, l)$ компонента $K(j, l)$ и задает информацию о кортеже данной проверки: в кортеж входят лишь те входные наборы сети H_i , для которых в колонке указаны единицы. Так в конкретном примере, иллюстрируемом табл. 1, наборы H_1 и H_2 входят в кортеж набора $\Gamma_1(1, 1)$, а набор H_3 — не входит. Если в некоторой колонке таблицы отсутствуют единицы, то это, очевидно, означает, что соответствующий набор входных сигналов компонента является недостижимым.

Табл. 1 должна содержать 2^r строк и $\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^{g_j} m(j, l)$ столбцов, т. е. количество информации (в битах), равное

$$2^r \cdot \sum_{j=1}^n \cdot \sum_{l=1}^{g_j} m(j, l), \quad (1)$$

где r — количество входов сети;
 n — количество ярусов рассматриваемой логической сети;
 g_j — число компонентов, расположенных на j -м ярусе;
 $m(j, l) = 2^{r(j, l)} - 1$ — число всевозможных наборов входных сигналов l -го компонента j -го яруса.

Из выражения (1) следует, что такой способ описания возможностей наборов входных сигналов требует обработки и хранения значительного массива информации, и для сетей, представляющих практический интерес, обсуждаемая идея оказывается нереализуемой.

Выше показано, что источниками появления противоречивых ситуаций для различных входов одного компонента при создании набора входных сигналов являются подчиненные узлы разветвления. Это позволяет включать в кортежи более ограниченное количество информации, а именно, совокупности комбинаций значений входных сигналов подчиненных узлов разветвления, при которых на входах компонента $K(j, l)$ не может быть создана соответствующая комбинация $\Gamma_p(j, l)$ входных сигналов.

Подмножество подчиненных компоненту $K(j, l)$ узлов разветвления обозначим через $R(j, l)$ и введем ряд новых определений.

Кортеж набора входных сигналов $\Gamma_p(j, l)$ есть множество всевозможных различных комбинаций значений выходных сигналов подмножества узлов $R(j, l)$, при которых возможно создание на входах компонента $K(j, l)$ конкретной p -й комбинации сигна-

лов $\Gamma_{p(j, l)}$. В любую комбинацию кортежа для каждого из компонентов $K(j', l') \in R(j, l)$ может входить лишь одно из значений $\delta(j', l')$ выходного сигнала, принадлежащее перечню 0 и 1, обозначаемое (в целях отличия от значений сигналов других узлов разветвления) соответственно через $O(j', l')$ и $I(j', l')$.

В дальнейшем для нахождения кортежей наборов входных сигналов будет также использовано понятие о кортеже значений $\delta(j, l)$ сигнала на выходе $y(j, l)$ компонента $K(j, l)$ как множества комбинаций значений выходных сигналов подмножества узлов $R(j, l)$, при которых возможно создание на выходе $y(j, l)$ сигнала с конкретным значением $\delta(j, l)$. Впредь применяются соответственно следующие обозначения для кортежа конкретных значений сигнала на выходе $y(j, l)$, а также для кортежа p -го

Таблица 1

H_c	$K_{1,1}$			$K_{1,2}$			$K_{0,1}$		
	$\Gamma_1(1,1)$	$\Gamma_2(1,1)$	$\Gamma_m(1,1)$	$\Gamma_1(1,2)$	$\Gamma_2(1,2)$	$\Gamma_m(1,2)$	$\Gamma_1(n,1)$	$\Gamma_2(n,1)$	$\Gamma_m(n,1)$
H_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
H_2	0	0	0	1	0	0	1	1	1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
H_2	1	0	0	1	0	1	0	1	0

набора входных сигналов $\Gamma_\mu(j, l): Q\{j, l\}, Q\{\Gamma_\mu(j, l)\}$.

Рассмотрим связь между введенными кортежами конкретных значений выходных сигналов некоторого преобразователя $K(j, l)$ и всех его непосредственных предшественников $K(j_i, l_i)$, каждый из которых имеет подчиненные узлы разветвления, либо сам является узлом разветвления и связан с i -м входом компонента $K(j, l)$ ($i \in \{1, r_j\}$, $r_j < (j, l)$). Требуемые соотношения удобно описать аналитически в терминах математического аппарата теории множеств (2) с помощью операции объединения и декартового произведения. Принимая, однако, во внимание алгебро-логическую природу элементов, составляющих множество рассматриваемого вида (элементами кортежей являются комбинации булевых величин), целесообразно упомянутые операции наделять следующими свойствами: если a и b — булевы величины, то

$$\{ab, a\bar{b}\} = \{a\};$$

$$\{ab\} \vee \{a\} = \{ab, a\bar{b}\};$$

$$\{a\} \times \{\bar{a}\} = \emptyset; \quad (2)$$

$$\{a\} \times \{a\} = \{a\};$$

$$\{ab\} \times \{a\} = \{ab\}.$$

Из этих соотношений вытекают важные с точки зрения дальнейшего использования индуктивные обобщения на случай, когда произвольное число элементов, представляющих собой различные комбинации любого вполне определенного количества булевых величин (каждая из которых обязательно входит в элемент с отрицанием или без него):

$$Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_i = Q_i,$$

$$Q_1 \times Q_2 = Q_3,$$

где при $Q_1 \supseteq Q_2$, $Q_3 = Q_2$.

С целью упрощения аналитических выражений полезно для множеств ввести условную форму записи:

$$Q/a = \begin{cases} Q, & \text{если } a = 1, \\ \emptyset, & \text{если } a = 0 \end{cases} \quad (3)$$

при этом справедливы следующие соотношения:

$$(Q/a_1)/a_2 = Q/a_1 a_2; \quad (4)$$

$$\text{если } Q = \bigcup_i (Q_i/a_i), \text{ то } Q = Q/\bigvee_i a_i;$$

$$\text{если } Q = \prod_i (Q_i/a_i), \text{ то } Q = Q/\bigwedge_i a_i. \quad (5)$$

Из сформулированных выше определений следует, что кортеж набора входных сигналов $\Gamma_\mu(j_\mu, l_\mu)$ должен представлять собой декартово произведение кортежей тех значений $\delta(j_i, l_i)$ входных сигналов, непосредственно связанных с компонентом $K(j_\mu, l_\mu)$ предшественников $K(j_i, l_i)$, которые согласуются со значением $\alpha_\mu(j_\mu, l_\mu, i)$ сигнала на i -м входе $x(j_\mu, l_\mu, i)$ в данной (μ -й) проверке. Поэтому, если в дальнейшем для краткости записей обозначить $\delta(j_i, l_i)$ через δ_i ,

$$Q[\Gamma_\mu(j_\mu, l_\mu)] = \prod_{i=1}^{r_\mu} \bigcup_{\delta_i=1}^1 \{Q[\delta_i] \times d_i/a_\mu(\delta_i)\} = \\ = \bigcup_{\delta_1=0}^1 \bigcup_{\delta_2=0}^1 \dots \bigcup_{\delta_{r_\mu(j_\mu, l_\mu)}=0}^1 \left\{ \prod_{i=1}^{r_\mu} Q[\delta_i] \times d_i/\bigwedge_{i=1}^{r_\mu} a_\mu(\delta_i) \right\}, \quad (6)$$

где $d_i = \begin{cases} \delta_i, & \text{если } K(j_i, l_i) \text{ — узел разветвления;} \\ Q[\delta_i] \text{ — в противном случае.} \end{cases}$

Причем для узла $K(j_i, l_i)$ отождествляемого с разветвляющимся входом сети, принимается $Q[\delta_i] = \delta_i$.

Значение выходного сигнала компонента $K(j_\mu, l_\mu)$, равное $\delta(j_\mu, l_\mu)$, справедливо на подмножество лишь тех наборов входных сигналов $\Gamma_\mu(j_\mu, l_\mu)$, для которых имеет место $\delta(j_\mu, l_\mu) = \delta_\mu(j_\mu, l_\mu)$, или $\delta_\mu = \delta_\mu$, в связи с чем

$$Q[\delta_\mu] = \bigcup_{\beta_\mu=1}^{m_\mu} \{Q[\Gamma_\mu(j_\mu, l_\mu)]/\beta_\mu(\delta_\mu)\},$$

где $\beta_\mu(\delta_\mu) = \delta_\mu \delta_\mu + \bar{\delta}_\mu \bar{\delta}_\mu$. Принимая во внимание (6), окончательно получаем

$$Q[\delta_\mu] = \bigcup_{\beta_\mu=1}^{m_\mu} \left\{ \bigcup_{\delta_1=0}^1 \bigcup_{\delta_2=0}^1 \dots \bigcup_{\delta_{r_\mu}=0}^1 \left[\prod_{i=1}^{r_\mu} \left(Q[\delta_i] \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \times d_i/\bigwedge_{i=1}^{r_\mu} a_\mu(\delta_i) \right) \right] / \beta_\mu(\delta_\mu) = \bigcup_{\delta_1=0}^1 \bigcup_{\delta_2=0}^1 \dots \bigcup_{\delta_{r_\mu}=0}^1 \left\{ \prod_{i=1}^{r_\mu} \left(Q[\delta_i] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times d_i/\bigvee_{\mu=1}^{m_\mu} \bigwedge_{i=1}^{r_\mu} a_\mu(\delta_i) \beta_\mu(\delta_\mu) \right) \right\}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что любой кортеж в общем случае представим неоднозначно. Среди всевозможных представлений есть такое, которое содержит наименьшее число элементов. Такое (минимизированное) представление всегда может быть получено в результате реализации следующего алгоритма:

1. A — перечень переменных, входящих в элементы кортежа (с отрицанием или без него).

2. a — очередная переменная из A .

3. Разложить элементы кортежа Q на два множества Q_0 и Q_1 , таких, что $Q_0 \cup Q_1 = Q$;

$$Q_0 \times Q_1 = \emptyset; \quad Q_0 = \tilde{Q}_0 \times \bar{a};$$

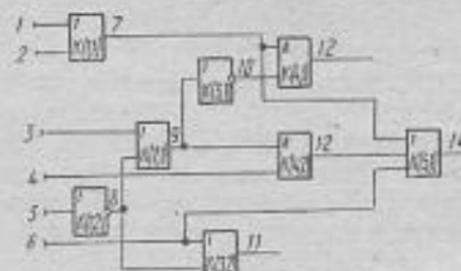
$$Q_1 = \tilde{Q}_1 \times a.$$

4. Если $\tilde{Q}_0 = \tilde{Q}_1$, то $Q =$

$$\tilde{Q}_0.$$

5. Если не все переменные из A просмотрены, то перейти к 2.

6. Конец.



Будем в дальнейшем говорить, что кортежи $Q[\delta(j, l)]$ определены на значении $\delta(j, l)$ выходного сигнала узла разветвления $K(j_p, l_p)$, если в комбинации хотя бы одного из минимизированных кортежей $Q[\delta(j, l)]$ входит $\delta(j_p, l_p)$, в противном случае кортежи $Q[\delta(j, l)]$ не определены на значении $\delta(j_p, l_p)$.

С целью экономии памяти целесообразно кортежи фиксировать в минимальном представлении.

Пользуясь формулами (6) и (7), можно рассчитать кортежи наборов входных сигналов для всех компонентов произвольной логической сети. Очевидно, в случае, если $Q[\Gamma_p(j, l)] = \emptyset$ набор $\Gamma_p(j, l)$ оказывается недостижимым, т. е. невозможно создать на входе данного компонента совокупность сигналов, соответствующую набору $\Gamma_p(j, l)$.

На рисунке представлен расчет неминимизированных кортежей для логической сети. Данные о кортежах $Q[\Gamma_p(j, l)]$ и $Q[\delta(j, l)]$ указаны в табл. 2—9, расположенных в последовательности, соответствующей порядку вычисления. Для удобства чтения вместо обозначения $\delta(j, l)$ использовано δ , (а также $(0 \vee 1)$, $= 0, \vee 1$, где ν — порядковый номер выхода компонента $K(j, l)$ в принятой сквозной нумерации (см. рисунок). Для компонента $K(1, 1)$ кортежи не определяются (соответствует отсутствию ограничений), поскольку он не имеет подчиненных узлов разветвления. В целях сокращения записей укажем подмножество:

$$Q = 0_0 0_1 1_2 \vee 1_0 1_1 0_2 \vee 1_0 0_1 1_2 \vee 1_1 1_0 0_2 \vee 1_0 0_1 0_2 \vee \\ \vee 0_0 0_1 1_0 \vee 1_1 1_1 0_0 \vee 1_0 0_1 1_0 \vee 0_0 0_1 1_0 \vee 1_0 1_1 1_1 \vee 1_0 0_1 1_1.$$

Таблица 2

K (1,1)	Вход		Выход	Q [Γ _μ (1,1)]
	1	2		
	Γ ₁ (1,1)	0	0	
Γ ₂ (1,1)	0	1	1	1 ₇
Γ ₃ (1,1)	1	0	1	1 ₇
Γ ₄ (1,1)	1	1	1	1 ₇
Q [0 (1,1)]				0 ₇
Q [1 (1,2)]				1 ₇

Таблица 3

K (1,1)	Вход		Выход	Q [Γ _μ (1,2)]
	5	8		
Γ ₁ (1,2)	0	1	1	1 ₈
Γ ₂ (1,2)	1	0	0	0 ₈
Q [0 (1,2)]				0 ₈
Q [1 (1,2)]				1 ₈

Таблица 4

K (2,1)	Вход		Выход	Q [Γ _μ (2,1)]
	3	8		
Γ ₁ (2,1)	0	0	0	0 ₉ 0 ₈
Γ ₂ (2,1)	0	1	1	1 ₉ 1 ₈
Γ ₃ (2,1)	1	0	1	1 ₉ 0 ₈
Γ ₄ (2,1)	1	1	1	1 ₉ 1 ₈
Q [0 (2,1)]				0 ₉ 0 ₈
Q [1 (2,1)]				1 ₉ 1 ₈ ∨ 1 ₉ 0 ₈

Таблица 5

K (3,1)	Вход		Выход	Q [Γ _μ (3,1)]
	9	10		
Γ ₁ (3,1)	0	1	1	0 ₉ 0 ₈
Γ ₂ (3,1)	1	0	0	1 ₉ 1 ₈ 1 ₉ 0 ₈
Q [0 (3,1)]				1 ₉ 1 ₈ ∨ 1 ₉ 0 ₈
Q [1 (3,1)]				0 ₈

Таблица 6

K (3,2)	Вход		Выход	Q [Γ _μ (3,2)]
	6	8		
Γ ₁ (3,2)	0	0	0	0 ₉ 0 ₈
Γ ₂ (3,2)	0	1	1	0 ₉ 1 ₈
Γ ₃ (3,2)	1	0	1	1 ₉ 0 ₈
Γ ₄ (3,2)	1	1	1	1 ₉ 1 ₈
Q [0 (3,2)]				0 ₉ 0 ₈
Q [1 (3,2)]				0 ₉ 1 ₈ ∨ 1 ₉ 0 ₈ ∨ 1 ₉ 1 ₈

Таблица 7

K (4,1)	Вход		Выход	Q [Г _к (4,1)]
	7	10	12	
Г ₁ (4,1)	0	0	0	1 ₀ 1 ₀ 0 ₇ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₇
Г ₂ (4,1)	0	1	0	0 ₀ 0 ₀ 0 ₇
Г ₃ (4,1)	1	0	0	1 ₀ 1 ₀ 1 ₇ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₇
Г ₄ (4,1)	1	1	1	0 ₀ 0 ₀ 0 ₇ 1 ₇
Q [0 (4,1)]				1 ₀ 1 ₀ 0 ₇ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₇ ∨ 0 ₀ 0 ₀ 0 ₇ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 1 ₇ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₇
Q [1 (4,1)]				0 ₀ 0 ₀ 1 ₇

Таблица 8

K (4,2)	9	Вход	Выход	Q [Г _к (4,2)]
		4	13	
Г ₁ (4,2)	0	0	0	0 ₀ 0 ₀
Г ₂ (4,2)	0	1	0	0 ₀ 0 ₀
Г ₃ (4,2)	1	0	0	1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀
Г ₄ (4,2)	1	1	1	1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀
Q [0 (4,2)]				0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀
Q [1 (4,2)]				1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀

Таблица 9

K (5,1)	Вход			Выход	Q [Г _к (5,1)]
	7	13	6	14	
Г ₁ (5,1)	0	0	0	0	0 ₀ 0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 0 ₀
Г ₂ (5,1)	0	0	1	1	0 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 1 ₀
Г ₃ (5,1)	0	1	0	1	1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 0 ₀
Г ₄ (5,1)	0	1	1	1	1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 1 ₀
Г ₅ (5,1)	1	0	0	1	0 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 0 ₀
Г ₆ (5,1)	1	0	1	1	0 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 1 ₀
Г ₇ (5,1)	1	1	0	1	1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 0 ₀
Г ₈ (5,1)	1	1	1	1	1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ 1 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 1 ₀ 1 ₀
Q [0 (5,1)]				0 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ ∨ 1 ₀ 0 ₀ 0 ₀ 0 ₀	
Q [1 (5,1)]				Q	

Рассмотренный метод позволяет строго описывать возможности создания наборов сигналов на входах компонентов комбинационных устройств. Метод реализуется с помощью формальных процедур, удобных для автоматизации их на универсальной ЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Долгов А. И., Чуркин В. Н. Построение контролирующих тестов устройств методом совмещения тестов компонентов. — В сб.: Приборы и системы автоматки. Вып. 24. Харьков, 1972, с. 89—99.
2. Мелихов А. Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. М., «Наука», 1972. 280 с.

УДК 62—504.4
В. Ф. КАНАРСКИЙ,
канд. техн. наук,
Н. И. САМОЙЛЕНКО,
О. П. АЛЕКСЕЕВ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ОРГАНИЗАЦИИ РАЦИОНАЛЬНОГО АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОИСКА

В производственном процессе человек может и должен выполнять разнообразные функции. Часть их относится к цикловым и требует вмешательства человека в каждый рабочий цикл.

Если какие-либо из цикловых функций не автоматизированы, то человек прикован к машине, которая в данном случае играет роль вспомогательного орудия для выполнения работы [1].

Наиболее часто в условиях функционирования АСУ в качестве цикловой функции выступает задача определения состояния объекта по характеризующим его признакам. Эту задачу можно решать на ЭЦВМ при помощи организации распознавания состояния объекта по графу — дереву, что позволит значительно снизить затраты машинного времени, а также вручную способом перебора всех возможных комбинаций признаков и возможных состояний объекта.

Еще рациональней является организация распознавания состояния объекта по дереву поиска, минимизированному методом меток [2].

В данной статье предлагается новый метод определения минимального дерева поиска.

Пусть дан объект, который может находиться в состояниях $L = \{0, 1, \dots, k-1\}$. Каждое состояние характеризуется конечным множеством признаков $X = \{x_i\}$, где $x_i \in \{0, 1\}$, а $i = 1, 2, \dots, n$. Задана таблица истинности $L(X)$.

Наша задача — организовать такую систему поиска (распознавания) состояния объекта по имеющимся признакам, которая за минимальное число шагов (сравнений) могла бы определить состояние объекта.

Функция $L(X)$ является логической функцией аргументов x_i . Полагаем, что логическая функция $L(X)$ принимает значения 0

или 1. Однако все положения предлагаемого метода могут быть показаны и для k -значной логической функции $L(X)$.

Теоретически оптимальный поиск для систем, оперирующих с командами сравнения типа «да—нет», соответствует графу, построенному по минимальной дизъюнктивной нормальной форме (МДНФ) логической функции $L(X)$.

Практически, если имеется МДНФ некоторой логической функции, то мы сталкиваемся с двумя трудностями при построении дерева (графа) поиска. Во-первых, одной МДНФ соответствует некоторое конечное множество графов, и не известно, на каком из них следует остановить наш выбор. Во-вторых, в большинстве случаев графы будут несвязными. Следовательно, мы вообще не сможем организовать поиск.

Чтобы построить связный граф-дерево, мы вынуждены доопределить МДНФ до не минимального дизъюнктивного нормального логического выражения, но позволяющего построить дерево поиска.

МДНФ имеет вид

$$l_{\min}(X) = \sum_{i=1}^r l_{i\min}; \quad r \leq 2^n; \quad (1)$$

$$l_{i\min} = \prod_{i=1}^m x_i; \quad m \leq n. \quad (2)$$

$$i = q, q+p, q+k, \dots, m; \quad (3)$$

$$q > 1; \quad q < q+p < q+k < \dots < m. \quad (4)$$

Для построения связного графа-дерева необходимо, чтобы для выражения (2) удовлетворялось следующее условие:

$$i = 1, 2, 3, \dots, m; \quad m \leq n, \quad (5)$$

т. е. мы вынуждены вводить в МДНФ (1) ранее упрощенные переменные. Это достигается путем вставления в конъюнкции (2) скобочных выражений вида $(\bar{x}_i + x_i)$, где i — индексы, которые необходимо вставить в выражение (3) для преобразования его в выражение (5).

Чтобы число вводимых переменных было минимальным, а следовательно, минимальным будет и дерево поиска, мы должны предварительно, проведя анализ МДНФ и присвоить приоритеты логическим переменным x_i по частоте их участия в МДНФ. Чем чаще переменная x_i входит в МДНФ, тем выше ее приоритет. Затем, согласно приоритетам преобразовать МДНФ таким образом, чтобы во всех конъюнкциях (2) переменные располагались согласно их приоритету. Кроме того, необходимо поменять индексацию логических переменных. Переменной с большим приоритетом соответствует меньший индекс i .

Переиндексация переменных вовсе не означает, что мы нарушаем общепринятую индексацию логических переменных, отраженную в таблице истинности. Наоборот, не игнорируя, а утверждая

общепринятую кодировку, система распознавания производит рациональный поиск, начиная с анализа переменной с высшим приоритетом.

Построение дерева поиска необходимо начинать с конъюнктивных форм, входящих в доопределенное МДНФ, которые содержат минимальное количество логических переменных.

На основании изложенного выше задача синтеза дерева поиска включает пять этапов:

- определение МДНФ;
- анализ МДНФ и присвоение приоритетов переменным x_i ;
- преобразование МДНФ согласно приоритетам переменных;
- доопределение МДНФ до логического выражения, позволяющего построить дерево поиска;
- построение дерева поиска.

Рассмотрим по этапам предлагаемый метод построения дерева поиска по МДНФ логической функции на конкретном примере.

Наша задача — организовать рациональную автоматическую систему контроля наличия информационного массива в памяти ЭЦВМ, если каждый массив характеризуется четырьмя признаками x_1, x_2, x_3, x_4 (см. таблицу).

Если информационный массив имеется в памяти машины, то $L(X) = 1$, если отсутствует — $L(X) = 0$.

I этап. Определение МДНФ. Так как в нашем случае число логических переменных равно четырем, то определяем МДНФ логической функцией $L(X)$ методом карт Вейча [3],

$$l_{\min}(X) = x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_3 x_4 + x_2 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3. \quad (6)$$

II этап. Анализ МДНФ и присвоение приоритетов переменным: $h_{x_1} = 2$; $h_{x_2} = 3$; $h_{x_3} = 3$; $h_{x_4} = 3$, где h_{x_i} — приоритет переменной x_i .

III этап. Преобразование МДНФ согласно приоритетам. Анализируя полученные приоритеты, приходим к выводу, что переменная x_1 должна находиться в конъюнктивных формах МДНФ на последнем месте, а остальные переменные могут находиться на любом из первых трех мест. Поменяем местами переменные x_1 и x_4 (7) и произведем переиндексацию переменных (8):

$$L_{\min}(X) = \bar{x}_4 \bar{x}_2 x_3 x_1 + x_4 \bar{x}_3 + x_4 x_2 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_1; \quad (7)$$

$$L_{\min}(X) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_3 + x_1 x_2 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4. \quad (8)$$

IV. этап. Доопределение МДНФ:

$$L'(X) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 (\bar{x}_2 + x_2) \bar{x}_3 + x_1 x_2 + (\bar{x}_1 + x_1) \bar{x}_3 \bar{x}_4; \quad (9)$$

$$L'(X) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4. \quad (10)$$

V этап. Построение дерева поиска (рис. 1). Конечные вершины дерева соответствуют значению функции $L(X)$, а индексация ребер — значению переменной x_i , где $i = 1, 2, 3, 4$.

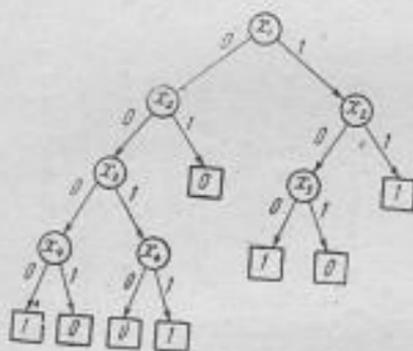


Рис. 1. Дерево поиска.

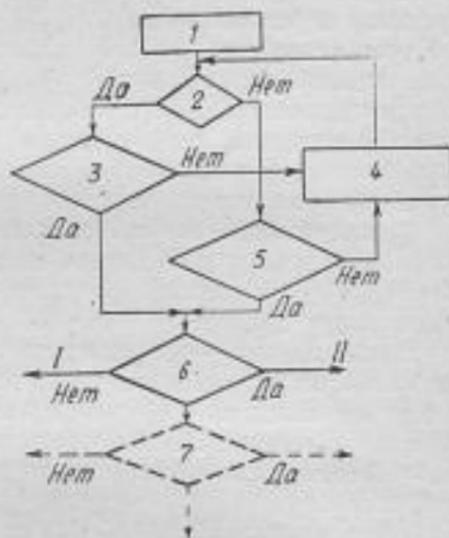


Рис. 2. Машинный алгоритм контроля: ответ I — информационного массива нет; ответ II — информационный массив есть; 1 — прием кода информационного массива; 2 — $x_2 = 0$?; 3 — ребро $x_2 = 0$ входит в конечную вершину?; 4 — увеличение индекса переменной x_1 на единицу; 5 — ребро $x_1 = 0$ входит в конечную вершину?; 6 — конечная вершина $L_1 = 1$?; 7 — конечная вершина $L_1 = 2$?

По построенному дереву поиска легко составляется машинный алгоритм контроля наличия информационного массива в памяти ЭЦВМ (см. рис. 2). На рис. 2, пунктиром показано, как изменится алгоритм контроля, если $L(X)$ будет k -значной функцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович А. Н. Системы управления автоматических машин. Киев. «Техника», 1973. 352 с.
2. Василенко Ю. А. Многозначные структуры. Изд-во Ужгородск. ун-та, 1972. 148 с.
3. Алексенко А. Г. Основы микросхемотехники. М., «Сов. радио», 1971. 352 с.

При формировании информационных массивов в условиях функционирования АСУ актуальной задачей является поиск путей формализации процессов создания и обработки информационных массивов с целью минимизации затрат машинного времени. Представляя процесс обработки информационных массивов как конечный автомат [1], поставим задачу разработки элементов синтеза конечных автоматов с заданной логикой. Для построения логической структуры автомата с минимальным количеством логических элементов необходимо минимизировать логическую функцию автомата.

Известные методы минимизации логических функций позволяют сравнительно легко произвести синтез автоматов, на вход которых поступает небольшое число переменных. В частности, простой и распространенный метод карт Вейча, обладающий большой наглядностью, позволяет получить минимальную дизъюнктивную нормальную форму логической функции не более чем от четырех переменных [2, 3]. Если число переменных будет порядка десяти и более, то минимизация логических функций по существующим методам требует значительных затрат сил и времени. Необходимо искать новые методы получения минимальной дизъюнктивной нормальной формы логических функций.

Рассмотрим конечный автомат с двоичной входной логикой, определяемой конечным множеством входных переменных $X = \{x_i\}$, где $x_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, \dots, n$ и выходной k -значной логической функции

$$L(X) = [L_0(X), L_1(X), \dots, L_{k-1}(X)]. \quad (1)$$

Полагая, что логическая функция принимает значения 0 или 1,

$$L(X) = [L_0(X) = 0, L_1(X) = 1]. \quad (2)$$

Однако все положения предлагаемого метода определения минимальной дизъюнктивной нормальной формы могут быть показаны и для k -значной выходной логической функции.

Для построения логической структуры автомата целесообразно рассматривать выражение (2) в виде

$$L(X) = [L_0(X) = 0] \quad (3)$$

или

$$L(X) = [L_1(X) = 1]. \quad (4)$$

Условимся логическую функцию $L(x)$ называть функцией первого порядка, $L(x_1, x_2)$ — второго порядка, а в общем случае для $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — n -го порядка.

Сущность предлагаемого метода заключается в построении графа-дерева по заданной логической функции и дальнейшей минимизации логической функции способом «склеивания» конечных вершин дерева. Основой метода является то, что каждой логической функции соответствует только одно дерево и наоборот [4].

Дерево (рис. 1) включает $(n + 1)$ ярусов. Каждый ярус состоит из одноименных вершин, причем вершины 1, 2, 3, 4, ..., n -го ярусов соответствуют переменным, а вершины $(n + 1)$ -го яруса соответствуют значениям логической функции, которые на дереве

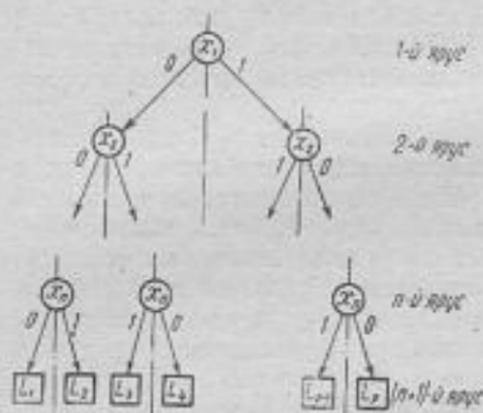


Рис. 1.

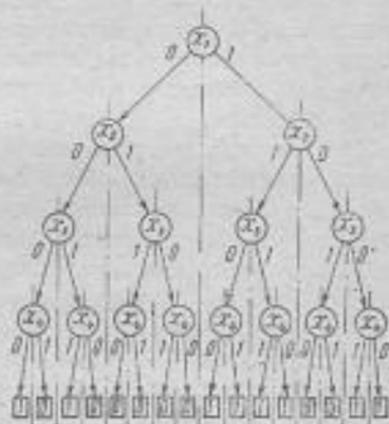


Рис. 2.

изображены квадратами. Из каждой конечной вершины x_i выходят две стрелки (ребра графа), которые в соответствии со значением переменной x_i получают индекс 0 или 1. Такая индексация стрелок проставляется строго относительно осевой симметрии. Стрелки, выходящие из вершины x_i ($i = 2, 3, \dots, n$), индексируются относительно оси, проходящей через вершину x_{i-1} , при этом все крайние левые стрелки дерева имеют индекс 0.

Путь от начальной вершины до конечной по направлению стрелок соответствует определенному набору переменных. Дерево исчерпывает все возможные наборы переменных.

После построения дерева переходим непосредственно к процессу «склеивания» всех конечных вершин со значением логической функции 1. Правом «склеиться» обладают те «единичные» вершины, которые имеют симметрию относительно осей, проходящих через узловых вершины. Узловой вершиной для двух конечных является вершина, в которой расходятся пути от начальной вершины дерева к рассматриваемым конечным. Так, вершина L_1 может быть «склеена» с вершинами $L_2, L_4, \dots, L_{2^m}, \dots, L_p$, где $m = 1, 2, \dots, \log_2 p$, а $p = 2^n$.

Логическое выражение для «склеенных», или симметричных вершин упрощается. Оно не будет содержать переменной x_l , где $l = 1, 2, \dots$. Этой переменной на дереве соответствует одноименная вершина x_l , через которую проходит ось симметрии.

Для дальнейшего упрощения логического выражения нужно проверить наличие осевой симметрии уже для двух «склеенных» вершин. Если такая симметрия окажется, то логическое выражение упростится еще на одну переменную и т. д.

Рассмотрим метод осевого «склеивания» на примере минимизации конкретной логической функции четвертого порядка.

Пусть задана логическая функция (см. таблицу). Совершенная дизъюнктивная нормальная форма данной логической функции, согласно выражению (4), имеет вид

$$L(X) = \sum_{j=1}^8 l_j(X) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4. \quad (5)$$

Дерево для данной логической функции изображено на рис. 2.

Процесс «склеивания» рекомендуется начинать с крайнего левого квадрата проверкой на наличие «1». Затем (при наличии «1») проверяем его осевую симметрию остальным «единичным» квадратам относительно осей, проходящих через вершины, которые входят в обратный путь «проверяемый квадрат — начальная вершина дерева».

В нашем случае крайний левый квадрат содержит «1» и имеет симметрию относительно оси, проходящей через вершину x_1 . Следовательно, этот квадрат имеет право на «склеивание» с симметричным ему квадратом. «Склееным» квадратам соответствует минимизованное логическое выражение

$$l_{1min} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4. \quad (6)$$

Рассмотренное «склеивание» двух конечных вершин дерева идентично упрощению, которое мы можем получить при помощи формул упрощения логических выражений:

$$l_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 (x_1 + \bar{x}_1);$$

$$x_1 + \bar{x}_1 = 1;$$

$$l_{1min} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4. \quad (7)$$

Следующий «единичный» квадрат не имеет осевой симметрии. Логическое выражение для данного квадрата имеет вид

$$l_{2\min} = l_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_2 x_4. \quad (8)$$

Очередной «единичный» квадрат имеет симметрию относительно оси, проходящей через вершину x_2 . Теперь проверяем осевую симметрию для двух симметричных квадратов и обнаруживаем ее относительно оси, проходящей через вершину x_3 . В данном случае мы имеем право «склеить» четыре квадрата. Получим следующее логическое выражение:

$$l_{3\min} = x_1 x_2. \quad (9)$$

Аналогично

$$l_{4\min} = x_1 \bar{x}_3. \quad (10)$$

Теперь имеется возможность записать минимизированную логическую функцию в следующем виде:

$$L_{\min}(X) = \sum_{i=1}^4 l_{i\min} = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_3.$$

Таким образом, получена минимальная дизъюнктивная форма логической функции (11), которая значительно упрощена относительно исходного выражения (5).

Аналогично данному примеру метод осевого «склеивания» можно рассмотреть на примерах минимизации логических функций более высокого порядка. Предложенный метод минимизации логических функций обладает следующими преимуществами:

наглядность;

алгоритм минимизации логических функций не зависит от порядка минимизируемой функции;

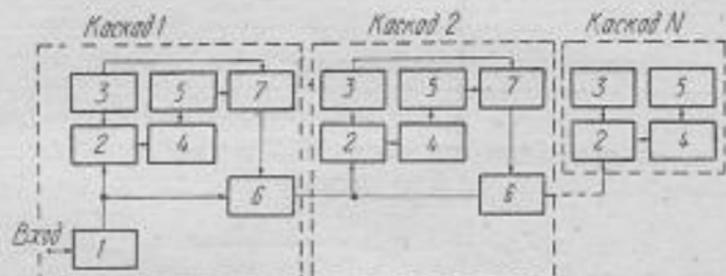
на дереве указаны все возможные наборы переменных, что позволяет устранить процесс запоминания значений переменных при расстановке значений логической функции или составления добавочных таблиц соответствия;

предложенный метод реализуется на ЭВМ, причем одна программа может быть использована для минимизации логических функций любого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Темников Ф. Е. и др. Теоретические основы информационной техники. М., «Энергия», 1971. 424 с.
2. Рабинович А. Н. Системы управления автоматических машин. Киев, «Техника», 1973. 440 с.
3. Алексенко А. Г. Основы микросхемотехники. М., «Сов. радио», 1971. 352 с.
4. Василенко Ю. А. Многозначные структуры. Изд-во Ужгородск. ун-та, 1972. 148 с.

Одним из факторов, ограничивающих чувствительность цифровых приемных устройств, являются собственные шумы преобразователей «напряжение — код» (ПНК), включенных в их тракты. В связи с этим особой важность приобретает количественная оценка шумов ПНК.



Структурная схема N -каскадного параллельно-последовательного ПНК: 1 — устройство выборки и запоминания; 2 — блок сравнивающих устройств; 3 — блок опорных напряжений; 4 — кодирующее устройство; 5 — регистр выходного кода; 6 — дифференциальный усилитель; 7 — преобразователь «код — напряжение».

В настоящей статье рассматривается методика определения коэффициента шума ПНК на примере преобразователя параллельно-последовательного типа по известным шумовым характеристикам комплектующих функциональных узлов.

Структурная схема N -каскадного ПНК представлена на рисунке. В этом преобразователе все каскады, за исключением первого и последнего, идентичны; $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ — соответственно мощности собственных шумов устройства выборки и запоминания, входного сопротивления блока сравнивающих устройств, преобразователя «код — напряжение» (ПНК), блока опорных напряжений, дифференциального усилителя, блока сравнивающих устройств;

$K_{\rho 1}, \Delta F_1; K_{\rho 2}, \Delta F_2; K_{\rho 3}, \Delta F_3$ — коэффициенты усиления по мощности и шумовые полосы пропускания устройства выборки и запоминания, дифференциального усилителя, блока сравнивающих устройств соответственно.

Для обеспечения возможности использования математического аппарата анализа линейных цепей при вычислении коэффициента шума ПНК (Крейнгель Н. С. Шумовые параметры радиоприемных

устройств. Л., «Энергия», 1969. 168 с.) необходимо сделать следующие допущения.

1. Среднеквадратическое значение собственных шумов ПНК в любой его части значительно меньше величины логического перепада в цифровых устройствах преобразователя.

2. В регистрах ПНК зафиксирован такой код, при котором мощность собственных шумов ПНК максимальна.

3. Все сравнивающие устройства и устройство выборки и запоминания находятся в активном режиме.

4. Входные сопротивления ($R_{вх}$) блоков сравнивающих устройств и дифференциальных усилителей одинаковы, а выходное сопротивление ($R_{вых}$) устройства выборки и запоминания равно выходному сопротивлению дифференциального усилителя.

5. Амплитудно-частотная характеристика дифференциального усилителя близка к П-образной, и полоса пропускания этого усилителя не отличается от шумовой полосы (ΔF) всего ПНК.

Используя принятые допущения, можно определить коэффициенты шума отдельных каскадов ПНК и всего преобразователя.

Коэффициент шума первого каскада (Π_1) равен

$$\Pi_1 = 1 + \frac{2 \left\{ K_{\rho 2} \left[\frac{P_2}{2} + P_3 + \frac{R_{вых}}{R_{вых} + R_{вх}} (P_2 + P_4) \right] + P_5 \right\}}{kT_0 \Delta F K_{\rho 1} K_{\rho 2}}, \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана; $T_0 = 290^\circ \text{К}$.

Для i -го каскада ($i = 2, 3, \dots, N-1$) коэффициент шума (Π_i) можно выразить следующим образом:

$$\Pi_i = 1 + \frac{2 \left\{ \left[\frac{R_{вых}}{R_{вых} + R_{вх}} (P_2 + P_4) + P_5 \right] K_{\rho 2} + P_5 \right\}}{kT_0 \Delta F K_{\rho 2}}. \quad (2)$$

Для N -го каскада

$$\Pi_N = 1 + \frac{P_5 K_{\rho 3} + P_6}{kT_0 \Delta F K_{\rho 3}}. \quad (3)$$

Коэффициент шума ПНК ($\Pi_{\text{ПНК}}$) определяется на основании (1) — (3)

$$\Pi_{\text{ПНК}} = \Pi_1 + \sum_{k=2}^N \frac{\Pi_k - 1}{K_{\rho 1} K_{\rho 2}^{(k-1)}}.$$

Используя рассмотренную в данной статье методику, можно определить коэффициент шума ПНК любого типа и тем самым оценить степень влияния этого преобразователя на чувствительность приемника.

Сложность решения задач оптимизации систем управления непрерывными технологическими процессами определяется большой размерностью задач, взаимосвязанностью технологических параметров участков и агрегатов, наличием локальных критериев функционирования подсистем и другими факторами, присущими сложным системам.

Математическое описание непрерывных процессов, представляющих собой комплекс последовательно соединенных агрегатов, часто приводит к следующей задаче линейного программирования со ступенчатой структурой матрицы ограничений: максимизировать линейную форму

$$Z = p_1^T x_1 + p_2^T x_2 + \dots + p_N^T x_N \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} A_1 x_1 + A_2 x_2 &< a_1; \\ \bar{A}_2 x_2 + A_3 x_3 &< a_2; \\ \dots &\dots \\ \bar{A}_{N-1} x_{N-1} + A_N x_N &< a_N; \end{aligned} \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots x_N \geq 0, \quad (3)$$

где A_i — матрицы коэффициентов, которые определяются моделью объекта;

x_i — векторы, характеризующие параметры материальных потоков (величина потока, концентрация, температура и т. д.);

p_i^T — вектор-строки безразмерных весовых коэффициентов выражающих стоимостные зависимости параметров материальных потоков;

a_i — вектор-столбцы, определяющие конструктивные, технологические и др. ограничения;

N — число агрегатов в технологическом комплексе;

$i = \overline{1, N}$.

Ступенчатость матрицы ограничений обусловлена тем, что параметры материального потока на выходе одного комплекса (агрегата) являются основной составной частью входных параметров для последующего комплекса.

Переменные, являющиеся общими для двух соседних матриц ограничений, представляют собой векторы взаимодействия между соответствующими комплексами (агрегатами).

Эффективным методом решения сложных задач большой размерности является, как известно, метод разложения (декомпози-

ции) большой задачи на ряд относительно простых подзадач оптимизации подсистем первого уровня и координации этих подсистем на втором уровне. В качестве управляемых подсистем первого уровня могут рассматриваться отдельные агрегаты или совокупности агрегатов.

При этом необходимо выполнять условия постулата совместности подзадач, сформулированного в работе [1], и условия аддитивности общего критерия эффективности функционирования системы по отношению к локальным критериям подсистем

$$Z = \sum_{i=1}^N Z_i. \quad (4)$$

В результате декомпозиции задача (1) — (3) может быть представлена в виде совокупности следующих подзадач первого уровня:

максимизировать линейную форму

$$Z_i = p_i^T x_i + p_{i+1}^{*T} x_{i+1} \quad (5)$$

при ограничениях

$$A_i x_i + A_{i+1} x_{i+1} \leq a_{i+1} \quad (6)$$

$$x_i \geq 0; x_{i+1} \geq 0, i = \overline{1, (N-1)},$$

где p_{i+1}^{*T} определяется из соотношения

$$p_i^T = p_i^{*T} + p_{i+1}^{*T}. \quad (7)$$

Каждая из таких подзадач соответствует выделенной при декомпозиции подсистеме, для которой (5) является локальной функцией цели, а (6) — ограничениями, накладываемыми на переменные i -й подсистемы.

Геометрически каждую подзадачу можно представить в виде многогранника, определяющего область допустимых решений данной подзадачи. Область, образованная пересечением многогранников подзадач, представляет собой также многогранник и является областью допустимых решений общей задачи.

Подзадача координации состоит в согласовании векторов взаимодействия подсистем первого уровня, найденных в результате решения подзадач оптимизации.

Подзадачи координации и оптимизации подсистем образуют, как показано в [1, 2], иерархическую двухуровневую структуру.

Решение подзадач первого уровня может быть получено известными методами линейного программирования, так как размерность этих задач относительно невелика.

Методы решения подзадачи координации линейных подсистем в настоящее время разработаны недостаточно. Широко известный метод декомпозиции Данцига-Вольфа, как указано в [2], не использует иерархическую структуру решения подзадач, что не позволяет реализовать существенные достоинства этой структуры.

Координация линейных подзадач имеет существенные отличия по сравнению с нелинейными задачами [1], которые можно сформулировать следующим образом.

Решение задачи координации всегда находится на границах многогранников, соответствующих допустимым областям решения подзадач первого уровня.

В случае, если области допустимых решений выпуклы, то значение Z_{\max} , соответствующее общему решению задачи, всегда меньше или равно сумме значений $z_{i\max}^*$ в решениях первого уровня

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^{N'} z_{i\max}^* \quad (8)$$

Общее решение задачи может быть получено из решений подзадач первого уровня, если области допустимых решений выпуклы и векторы взаимодействия x_k подсистем согласуются путем перемещения по l_r -м граням, удовлетворяющим условиям

$$\min_{\substack{r \in R_i \\ i \in \overline{1, N}}} \left| \frac{\partial z_i}{\partial l_r} \cdot \frac{\partial l_r}{\partial x_k} \right|, \quad (9)$$

где R_i — множество сторон многогранника, ограничивающего область допустимых решений i -й подзадачи первого уровня.

На основании изложенных особенностей координации линейных подзадач можно построить двухуровневый алгоритм решения линейных задач оптимизации сложных объектов большой размерности.

1. Исходя из матрицы ограничений (2), выделяются подзадачи первого уровня (5)–(7).

2. Производится решение подзадач первого уровня по правилам симплекс-метода.

3. Вычисляются значения рассогласования переменных взаимодействия подзадач первого уровня.

4. Выделяются ограничения (грани многогранников), которые содержат координаты взаимодействия и проходят через вершины многогранников, соответствующие решениям подзадач первого уровня.

5. Производится упорядочение ограничений, выделенных в п. 4, по величине

$$\left| \frac{\partial z_i}{\partial l_r} \cdot \frac{\partial l_r}{\partial x_k} \right|.$$

6. На грани, удовлетворяющей условию (9), вычисляется крайняя точка многогранника, ближайшая к решению соответствующей локальной подзадачи.

7. Вычисляется норма рассогласования соответствующих координируемых переменных в крайней точке п. 6.

8. Сравниваются нормы вектора рассогласований координируемых переменных п. 3 и п. 6. Если значение нормы в п. 6 меньше, чем в п. 3 и все знаки составляющих этих векторов одинаковы, то крайняя точка, найденная в п. 6, рассматривается в качестве нового решения подзадачи и осуществляется переход к п. 5 с учетом этой точки.

Если значение нормы в п. 6 больше чем в п. 3 и все знаки векторов одинаковы, то рассмотренное ограничение вычеркивается из рассмотрения и производится переход к п. 5. Если все знаки векторов рассогласования п. 3 и п. 6 различны, то в качестве решения принимается точка рассогласования грани при значениях взаимодействия, найденных при решении соседних подзадач и осуществляется переход к п. 5 с учетом этой точки.

9. Сравнивается норма рассогласования координируемых переменных с величиной допустимой погрешности расчета.

Если все нормы рассогласований лежат в допустимых пределах, то производится печать результатов и останов.

Основные преимущества рассмотренного алгоритма состоят в том, что решение общей задачи получается в результате решения ряда относительно простых подзадач первого уровня и координации их переменных взаимодействий. Подзадачи первого уровня могут решаться независимо и одновременно.

Изложенный алгоритм существенно отличается от алгоритмов Данцига-Вольфа тем, что производится декомпозиция общей функции цели, а также переменных векторов взаимодействия, координация которых производится на втором уровне.

Найти

$$\max Z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

при ограничениях

$$\left. \begin{array}{l} x_1 - 2x_2, \quad -1 > 0, \\ -2x_1 + x_2, \quad +6 > 0, \\ -x_1 + x_2, \quad +2,5 > 0, \end{array} \right\} I$$

$$\left. \begin{array}{l} 6x_2 - x_3 - 1 > 0, \\ -4x_2 - x_3 + 8 > 0, \end{array} \right\} II$$

$$x_1 > 0; \quad x_2 > 0; \quad x_3 > 0.$$

Выделить локальные функции подсистем

$$z_1 = x_1 + x_2; \quad z_2 = x_2 + x_3.$$

Решение подзадачи I блока;

$$x_1^I = 3\frac{2}{3}; \quad x_2^I = 1\frac{1}{3}; \quad \max z_1 = 5.$$

Решение подзадачи II блока;

$$x_2^{II} = 0,9; \quad x_3^{II} = 4,4; \quad \max z_2 = 5,3.$$

Рассогласование координируемого воздействия,

$$\delta_1 = 1\frac{1}{3} - 0,9 = 0,4.$$

Выделить ограничения, проходящие через точки решения,

$$I \begin{cases} l_1 = x_1 - 2x_2 - 1 > 0, \\ l_2 = -2x_1 + x_2 + 6 > 0, \end{cases} \quad \text{II} \begin{cases} l_4 = 6x_2 - x_3 - 1 > 0, \\ l_5 = -4x_2 - x_3 + 8 > 0. \end{cases}$$

Упорядочение ограничений, выделенных в п. 4 по величине:

$$\left| \frac{\partial z_i}{\partial l_j} \cdot \frac{\partial l_j}{\partial x_k} \right|, \quad l_1 = 3; \quad l_4 = 7; \\ l_2 = 1,5; \quad l_5 = 3.$$

Вычисление координаты крайней точки, ближайшей к решению задачи,

$$x_2^* = 1.$$

Вычисление нормы рассогласования,

$$b_2 = x_2^* - x_2^{\text{II}} = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Сравнение нормы рассогласования,

$$b_1 > b_2 = 0,4 > 0,1.$$

Определить значения переменных, подставляя значение x_2^* (п. 7)

в те ограничения, в которых достигается $\min \left| \frac{\partial z_i}{\partial l_j} \cdot \frac{\partial l_j}{\partial x_k} \right|$

из l_2 определяем x_1 , из $l_5 - x_3$.

$$x_1 = 3,5; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 4.$$

Определить значение общей функции цели,

$$\max Z = 3,5 + 2 \cdot 1 + 4 = 9,5.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Шостак В. Ф. Оптимизация сложных объектов в автоматизированных системах управления с иерархической структурой. — В сб.: «Децентрализованные методы управления». МДНТП, М., 1972, с. 87—94.
2. Месарович М., Махо Д., Тахачара Н. Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973. 344 с.

УДК 519.25

В. А. ПОПОВ, канд.
техн. наук,
М. Л. ЛИТВИНОВ,
А. Л. ЛИТВИНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ С ГИПЕРЭКСПОНЕНЦИ-
АЛЬНЫМ ВХОДНЫМ ПОТОКОМ
И ЭРЛАНГОВСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

При исследовании функционирования сложных автоматизированных систем на основе моделей систем массового обслуживания более тщательный учет вида входного потока и потока обслуживания существенно сказывается на точности получаемых характеристик [1]. Если временные интервалы между приходом соседних заявок входного потока имеют значительный разброс относительно среднего значения, то такие потоки хорошо описываются с помощью гиперэкспоненциального распределения.

Рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания с ожиданием, на которую поступает поток случайных заявок с гиперэкспоненциальной функцией распределения времени m -го порядка

$$A(t) = 1 - \sum_{l=1}^m a_l e^{-\lambda_l t}, \quad \sum_{l=1}^m a_l = 1. \quad (1)$$

Время обслуживания поступающих заявок имеет эрланговское распределение k -го порядка

$$B(t) = 1 - \sum_{i=1}^k \frac{(\mu t)^{i-1}}{(i-1)!} e^{-\mu t}. \quad (2)$$

Пусть

$$\bar{\lambda} = \left[\sum_{l=1}^m \frac{a_l}{\lambda_l} \right]^{-1}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{k}$$

средние интенсивности потоков, описываемых соответственно распределениями (1) и (2), а $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ — преобразования Лапласа — Стильтеса этих распределений.

Если $\bar{\mu} > \bar{\lambda}$, то для установившегося режима рассматриваемой системы существует функция распределения времени ожидания, для нахождения которой используется метод составления интегрального уравнения Линдли [2]. Соответствующее факторизационное уравнение имеет вид

$$\gamma(s) = \frac{K + (s)}{K - (s)} = \alpha(-s)\beta(s) - 1 = \left(\frac{\mu}{\mu + s} \right)^k \sum_{l=1}^m \frac{a_l \lambda_l}{\lambda_l - s} - 1.$$

Заметим, что функция

$$B(s) = \frac{\mu^k}{(\mu + s)^k} = \frac{P_0(s)}{P_k(s)} \quad (3)$$

является отношением двух многочленов, нулевой и k -й степени. Тогда можно записать [3], что преобразование Лапласа — Стильтеса от $F(t)$

$$\varphi(s) = \frac{P_k(0)}{P_k(0) \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{s}{q_i} \right)},$$

где q_i , $i = 1, 2, \dots, k$ — корни уравнения $\gamma(s) = 0$ в левой полуплоскости $\operatorname{Re} s < 0$. (4)

Воспользовавшись (3), получим

$$\varphi(s) = \frac{(\mu + s)^k}{\mu^k \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{s}{q_i} \right)}. \quad (5)$$

Положим $s = \mu(z - 1)$, тогда уравнение (4) переписется

$$\sum_{l=1}^m \frac{a_l \lambda_l}{\lambda_l + \mu(1-z)} - z^k = 0. \quad (6)$$

Докажем, что уравнение (6) имеет k корней в круге $|z| < 1$ (включая кратные). Найдем значения модулей обеих членов уравнения (6) на границе области $|z| = 1 - \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow +0$. Воспользовавшись формулой Тейлора, получим

$$|-z|^k = (1 - \varepsilon)^k = 1 - k\varepsilon,$$

$$\sum_{l=1}^m \frac{a_l \lambda_l}{\lambda_l + \mu(1-z)} = 1 - \mu\varepsilon \sum_{l=1}^m \frac{a_l}{\lambda_l}.$$

Так как $\bar{\mu} > \bar{\lambda}$, то

$$k < \mu \sum_{l=1}^m \frac{a_l}{\lambda_l},$$

т. е. на границе области $|z| = 1 - \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow +0$,

$$|-z^k| > \left| \sum_{l=1}^m \frac{a_l \lambda_l}{\lambda_l + \mu(1-z)} \right|.$$

Тогда, согласно теории Руше, внутри области

$$|z| = 1, \quad (-z^k) \quad \text{и} \quad \left(\sum_{l=1}^m \frac{a_l \lambda_l}{\lambda_l + \mu(1-z)} - z^k \right)$$

имеется одинаковое число нулей, равное k . Обозначим их z_1, z_2, \dots, z_k . Воспользовавшись (5), получим

$$q_i = \mu(z_i - 1), \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Так как $|z_i| < 1$, то q_i лежат в $\text{Re } s < 0$. Окончательно получим

$$\varphi(s) = (\mu + s)^k \prod_{i=1}^k \frac{(z_i - 1)}{[\mu(z_i - 1) - s]}. \quad (7)$$

Взяв обратное преобразование Лапласа—Стилтьеса от (7), получим

$$F(t) = 1 - \sum_{i=1}^k \frac{\prod_{l=1}^k (z_l - 1) z_i^k}{(1 - z_i) \sum_{j=1}^k \frac{\prod_{l=1}^k (z_l - z_j)}{(z_j - z_i)}} e^{-\mu(1-z_i)t}.$$

Среднее время ожидания в очереди

$$\bar{t}_{\text{ож}} = -\varphi'(0) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\mu(1-z_i)} - \frac{k}{\mu}$$

Дисперсия времени ожидания в очереди

$$\sigma_{\text{ож}}^2 = m_2 - \bar{t}_{\text{ож}}^2 \quad (8)$$

где m_2 — второй начальный момент времени ожидания

$$m_2 = \varphi''(0).$$

Найдя m_2 и подставив в (8), после преобразований получим

$$\sigma_{\text{ож}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\mu^2(1-z_i)^2} - \frac{k}{\mu^2}$$

Среднее число требований в очереди

$$L_0 = \bar{t}_{\text{ож}} \bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(1-z_i)} - \frac{k}{\mu}}{\sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i}{\bar{\lambda}_i}}$$

Среднее число требований в системе

$$L = \bar{t}_{\text{ож}} \bar{\mu} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{k(1-z_i)} - 1.$$

ЛИТ Е Р А Т У Р А

1. Чумаченко В. Ф., Попов В. А., Липшиков М. Л. Расчет характеристик цифровых вычислительных систем ХВКИУ, Харьков, 1971. 130 с.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., «Наука», 1966. 420 с.
3. Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания. М., «Наука», 1966. 241 с.

УДК 621.316.5
О. В. ХОМИЦКИЙ,
канд. техн. наук

МЕТОД РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ
ЗАМЫКАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОНТАКТОВ

Качество функционирования приборов и устройств автоматики во многом определяется контактными элементами. Прогнозирование надежности приборов возможно только при наличии удобных инженерных методов расчета параметров контактов. Надеж-

ность замыкания электрических контактов целесообразно рассматривать в два этапа [1]. В большинстве случаев можно ограничиться нахождением вероятности замыкания, т. е. создания металлического или квазиметаллического контакта, что является содержанием первого этапа анализа. Рассмотрим возможный метод расчета, учитывающий только действие механических факторов.

В пределах фактической площади соприкосновения A_{Φ} имеется $n_{\text{эф}}$ точек, которые могут участвовать в создании металлического контакта. Их количество пропорционально A_{Φ} и может быть найдено либо экспериментально, либо из рассмотрения характеристик поверхности и загрязнения. Закон распределения высоты максимального выступа в пределах A_{Φ} , а следовательно, и вероятность замыкания при действии механической силы, может быть найден в соответствии с методами теории: экстремальных значений [2], как

$$Q_N(R_N) = F_{A_{\Phi}}(h_{\text{шм}}) = [F_{A_{\Phi}}(h_{\text{шм}})]^{n_{\text{эф}}}, \quad (1)$$

где $F_{A_{\Phi}}(h_{\text{шм}})$ — функция распределения высоты максимального выступа $h_{\text{шм}}$ в пределах A_{Φ} ;

$F_{A_{\Phi}}(h_m)$ — функция распределения высоты шероховатости в пределах A_{Φ} .

Такой расчет вероятности отказа является наиболее точным. Но сложность распределений и практически только экспериментальный путь нахождения $n_{\text{эф}}$ затрудняют его использование.

В связи с этим, предложим более простой, приближенный метод. Характер расчета вероятности отказа зависит от загрязняющего контактного покрытия. Рассмотрим случай, когда на поверхности имеется мономолекулярный слой, не влияющий на сопротивление, и частицы пыли, препятствующие созданию контакта по металлу.

Так как при сближении поверхностей вначале возникает контакт по частицам пыли и только в дальнейшем вступает в соприкосновение металл, можно считать, что вся сила приложена к непроводящим частицам, которые деформируются и вдавливаются.

Используя зависимости [3; 4], получим

$$N = H_{\text{В пр}} \cdot A_c \left[e^{-\left(\frac{z}{\sigma_z}\right)^{m_z}} - e^{-\left(\frac{z}{\sigma_{\text{ш}}}\right)^{m_{\text{ш}}} \right]}, \quad (2)$$

где N — контактное нажатие;

$H_{\text{В пр}}$ — приведенная твердость деформируемой среды;

A_c — контурная поверхность соприкосновения;

z — расстояние между деформирующей и базовой плоскостями;

$\sigma_z, \sigma_{\text{ш}}, m_z, m_{\text{ш}}$ — параметры распределений Вейбулла, описывающих загрязненную и чистую шероховатую поверхности.

Контакт по металлу возникает тогда, когда условная деформирующая поверхность приближается до уровня наиболее высоких выступов. Это при нормальном распределении высоты шероховатости соответствует примерно $3H_{\text{ср}}$ от базовой плоскости.

Учитывая возможное отклонение характеристик в сторону равновероятного распределения, предельную высоту выступа следует считать величиной случайной, распределенной ориентировочно в пределах $2,5H_{\text{ср}} \div 3H_{\text{ср}}$.

Уравнение (2) исходит из бесконечного распределения шероховатости и размера частиц. Усеченные распределения, усложняющие расчетные зависимости, не дают в данном случае существенного выигрыша в точности.

Выполним следующее преобразование:

$$k_n = e^{-\left(\frac{z}{a_z}\right)^{m_z}} - e^{-\left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w}} = e^{-\left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w}} \cdot \left[e^{-\left(\frac{z}{a_z}\right)^{m_z}} + \left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w} - 1 \right].$$

Так как

$$\left| -\left(\frac{z}{a_z}\right)^{m_z} + \left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w} \right| \ll 1, \\ m_z \approx m_w, \quad a_z = \frac{3H_{\text{ср}} + \bar{h}_r}{b_{m1}}, \quad a_w = \frac{3H_{\text{ср}}}{b_{m2}}, \quad b_{m1} \approx b_{m2},$$

то

$$k_n \approx e^{-\left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w}} \cdot \left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w} \cdot \left[1 - \left(\frac{a_w}{a_z}\right)^{m_w} \right] = \\ = e^{-\left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w}} \cdot \left[1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{\bar{h}_r}{3H_{\text{ср}}}\right)^{m_w}} \right] \cdot \left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w} \approx \\ \approx e^{-\left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w}} \cdot \left(\frac{z}{a_w}\right)^{m_w} \cdot \frac{m_w \cdot \bar{h}_r}{3H_{\text{ср}}}.$$

Если

$$m_w \approx 3,3; \quad b_m = 0,897, \quad z = 6H_{\text{ср}},$$

$$z_M = (0,897 \cdot 2)^{3,3} \cdot \exp[-(0,897 \cdot 2)^{3,3}] \approx 0,007,$$

$$z = 5,5H_{\text{ср}}, \quad z_M = (0,897 \cdot 1,835)^{3,3} \cdot \exp[-(0,897 \cdot 1,835)^{3,3}] \approx 0,029.$$

В среднем, для диапазона $\bar{z} = 0,018$. Поэтому, приближенно

$$k_n = \bar{z}_M \frac{m_w \cdot \bar{h}_r}{3H_{\text{ср}}}.$$

В этом случае

$$N = H_{\text{в пр}} \cdot A_c \cdot z_M \cdot \frac{m_w \cdot \bar{h}_r}{3\sigma_z}. \quad (3)$$

Уравнение (3) связывает силу, которая необходима для создания контакта по металлу, что определяется величиной z_M , и

среднюю толщину загрязнения h_r в пределах фактической поверхности соприкосновения. Так как $\Lambda_\Phi \ll \Lambda_c$, и часть поверхности, покрытая пылью, составляет малую долю контурной, то можно считать, что толщина загрязнения является величиной случайной. Следовательно, согласно [4] можно получить распределение нажатия, обеспечивающего контакт по металлу.

Для более точного расчета можно по законам распределения входящих в (3) величин, найти распределение $f(h_r^*)$ — толщины слоя h_r^* , который будет деформирован заданной силой для получения контакта по металлу.

Теперь можно найти композицию распределений

$$f(h_p) = f(h_r) * f(h_r^*), \quad (4)$$

где

$$h_p = h_r - h_r^*.$$

Вероятность отказа будет равна

$$Q_N(R_N) = \int_0^{\infty} f(h_p) dh_p. \quad (5)$$

В тех случаях, когда дисперсия h_r значительно превосходит дисперсию h_r^* , последнюю можно считать величиной неслучайной.

Учитывая положения [4], получим

$$\begin{aligned} q_n = 1 - F_2(h_r) &= \frac{\Lambda_{nm}}{\Lambda_c} - \int_{d_{en}}^{h_r} \frac{\pi}{4} n_{s1m} d_e d_{en} l \frac{d_e - d_{en}}{a_r} d(d_e) = \\ &= \frac{\pi}{4} n_{s1m} \cdot a_r^2 \cdot d_{en} \cdot e^{-\frac{h_r - d_{en}}{a_r}} \left(1 + \frac{h_r}{a_r}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

После подстановки n_{s1m}

$$q_n = \frac{n_{0r}}{k_{np} + n_{0r}} \cdot \frac{a_r + h_r}{a_r + d_{en}} \cdot e^{-\frac{h_r - d_{en}}{a_r}}. \quad (7)$$

Вероятность отказа при замыкании поверхностей равна

$$Q = 1 - (1 - q_n)^2 \approx 2q_n. \quad (8)$$

Так как $k_{np} \gg n_{0r}$, то

$$Q = 2 \cdot k_{np}^{-1} \cdot n_{0ru} \cdot \frac{a_r + h_r}{a_r + d_{en}} \cdot e^{-\frac{h_r - d_{en}}{a_r}},$$

$$h_r > d_{en}.$$

Вероятность отказа контактов будет равна

$$Q_N(R_N) = 2k_{np}^{-1} n_{0ru} \frac{a_r + h_r^*}{a_r + d_{en}} e^{-\frac{h_r^* - d_{en}}{a_r}}. \quad (9)$$

Если величина h_r^* весьма мала, или даже $h_r^* < d_{\text{сн}}$, расчет по (9) невозможен. В этом случае можно найти \bar{h}_r , σ_r и по (2) характеристики силы, необходимой для создания контакта по металлу. По этим данным и силе сжатия контактов может быть найдена оценка вероятности отказа, например, способами, рассмотренными в [5].

Пример. Расчет вероятности отказа контактов при нажатии, не превышающем единиц миллиграммов.

Используем экспериментальные данные, приведенные в [6]. Так как не все параметры, необходимые для расчета, имеются в работе, то выполним только проверку правильности функционирования полученных расчетных зависимостей. Недостающие величины выберем, исходя из типичных условий.

Исходные данные для расчета:

а) согласно [6] —

контактная пара: сфера (радиусом $0,0254 \pm 0,01225$ мм) — плоскость;

материал контактов: платино-золото-серебряный сплав (PGS); испытания выполнялись в сушилке при изменяющейся концентрации пыли и контактом нажатии;

минимальная измеряемая частица $d_{\text{сн}} = 0,5$ мк;

б) принятые —

радиус сферического контакта $R_{\text{сф}} = 78 \cdot 10^{-4}$ см;

раствор контактов, $l_{\text{к}} = 1$ см;

время движения контактов при замыкании, $t_{\text{ср}} = 1$ сек;

частота срабатывания контактов, $f = \frac{1}{100} \frac{1}{\text{час}}$;

плоский контакт шероховатый, 9-й класс чистоты поверхности $H_{\text{сн}} = 0,4$ мк, $r_s = 800$ мк;

сферический контакт гладкий;

$d_{\text{с}} = 10^{-4}$ см; $m_r = 1$; $d_{\text{сн}} = 10^{-5}$ см;

$k_{\text{вп}} = 10^6$ шт/см³;

$\gamma_{\text{д2}} = 1$ г/см³;

$\gamma_2 = 181 \cdot 10^{-6}$ пуаз;

$D = 2,74 \cdot 10^{-7}$ см²/сек;

твердость пыли $H_{\text{п}} = 10^5$ кг/см²;

твердость металла (Au — 60%; Ag — 25%; Pt — 6%)

$H_{\text{м}} = 1,12 \cdot 10^4$ кг/см² [7];

модуль упругости золота $E_{\text{Au}} = 8 \cdot 10^6$ кг/см².

Рассчитаем вероятность отказа при замыкании.

Можно показать, что зыбление в данном случае определяется диффузией. Другими процессами можно пренебречь.

Контурная поверхность соприкосновения равна

$$A_{\text{с}}^1 = 2\pi R_{\text{сф}} h_{\text{сн}} = 2\pi \cdot 78 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 10^{-4} = 1,175 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2.$$

Шероховатость суммарной поверхности

$$\sigma_z = 2,3H_{\text{сн}} = 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ см}.$$

Среднюю толщину пылевого покрытия найдем по [4], учитывая, что запыляются обе поверхности:

$$\bar{h}_r = 2n_{орн} \frac{a_r}{k_{сп} \left(1 + \frac{d_{сш}}{a_r}\right)} e^{-\frac{d_{сш}-d_{сш}}{a_r}} \left(2 + 2\frac{d_{сш}}{a_r} + \frac{d_{сш}^2}{a_r^2}\right) = 5,5 \cdot 10^{-10} \cdot n_{орн}$$

Вероятность незамыкания найдем из условия отсутствия контакта по металлу.

Исходя из нормального распределения высоты шероховатости при его приближенной замене распределением Вейбулла, получим $m_{ш} = 3,3$.

Приведенная твердость равна

$$\frac{1}{H_{всп}} = \frac{1}{10^3} + \frac{2}{1,12 \cdot 10^4}; H_{всп} = 850 \text{ кг/см}^2$$

Средняя величина нажатия, необходимая для создания контакта по металлу, равна

$$\bar{N} = A_0 H_{всп} \cdot 0,018 \frac{3,3 \cdot 5,5 \cdot 10^{-10}}{3 \cdot 2} \cdot n_{орн} = 11,8 \cdot 10^{-10} n_{орн}$$

Оценим вероятность отказа при замыкании в случае различной концентрации пыли:

$$Q \leq q_0 + \frac{\bar{N}}{2N}$$

где q_0 — вероятность отказа, соответствующая нулевой концентрации;

N — контактное нажатие.

Результаты расчетов приведены на рис. 1 (сплошная линия — расчет, штриховая — эксперимент) и в табл. 1.

Таблица 1

$n_{орн}$ (шт/см ²)	0	200	400	600	800	1200
$N = 1,8 \text{ мк}$ (рис. 1)						
Q	0,32	0,39	0,45	0,52	0,58	0,71
$N = 12,6 \text{ мк}$ (рис. 2)						
Q	0,256	0,265	0,275	0,28	0,296	0,31

Оценим вероятность отказа при изменяющемся нажатии и постоянной запыленности. Так как данные [6] содержат результирующую вероятность отказа Q вследствие действия пленок $d_{пл}$ и пыли q_n , выделим долю «пылевых» отказов, как

$$q_n \approx Q - q_{пл}$$

Оценку проведем по формуле

$$q_n < \frac{N}{2N}$$

Результаты расчетов приведены на рис. 2 и в табл. 2.

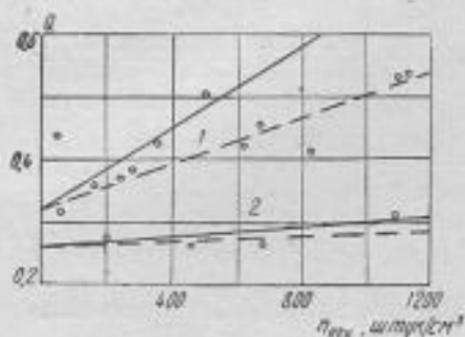


Рис. 1.

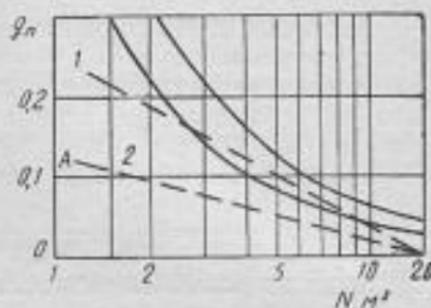


Рис. 2.

Таблица 2

$N, \text{мг}$	1,5	2,0	3,0	5,0	7,0	10,0	15,0
----------------	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

$n_{\text{соч}} = 1100 \text{ шт/см}^2$ (Рис. 1)

Q	0,434	0,325	0,217	0,13	0,093	0,065	0,0434
-----	-------	-------	-------	------	-------	-------	--------

$n_{\text{соч}} = 740 \text{ шт/см}^2$ (Рис. 2)

Q	0,291	0,218	0,145	0,0975	0,0625	0,0437	0,0291
-----	-------	-------	-------	--------	--------	--------	--------

ЛИТЕРАТУРА

1. Хомицкий О. В. О расчете интенсивности отказов при замыкании контактов реле. — В сб.: Приборы и системы автоматики. Вып. 20, 1971, с. 48—52.
2. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики, М., «Наука», 1965. 511 с.
3. Хомицкий О. В. Метод расчета фактической площади соприкосновения поверхностей электрических контактов. — В сб.: Приборы и системы автоматики. Вып. 25, 1973, с. 51—59.
4. Хомицкий О. В. Пленки и пыль на поверхности электрических контактов. — НИИЭИР, РИР, № 18, реф. 17.089, 1970, с. 76.
5. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., «Сов. радио», 1969. 487 с.
6. Maddock A. J., Fielding C. S., Batchelor J. H., Jiggins A. H. The effects of dust and force upon certain very light electrical contacts. — British Journal of Applied Physics, vol. 8, December, 1957, p. 471—476.
7. Усов В. В. Металловедение электрических контактов. М., Госэнергоиздат, 1963. 208 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Кузьмин И. В., Бурко Н. Г., Мирошниченко В. Т. Один из методов определения вероятности рационального принятия решения руководителем	3
Горелый А. В. К вопросу о распределении резервов в условиях конфликтной ситуации	7
Иванченко Е. Я., Домрин В. Д. Синтез оптимальных управлений много- связных стохастических объектов	11
Болышевцев А. Д., Быстрицкая Л. Б. Об одном статистическом критерии качества многоканального управления	16
Коробов Н. Н., Рубцов Б. В. Адаптивная система оптимальной филь- трации с корреляционной обратной связью при неполном задании моде- ли полезного входного сигнала	19
Даниловченко В. П. О статических точностных характеристиках изме- рительных систем	27
Маринодов В. К. Оценка эффективности автоматической регуляции предыскажения и корректирования в канале с общими замираниями	36
Коробов Н. Н., Долгий А. А., Рубцов Б. В. Исследование чувствитель- ности систем оптимальной фильтрации к изменению внешних воздей- ствий и параметров контура управления	41
Остроухов В. Д., Дикань А. В. К определению частоты автоколебаний выпуклых двухпозиционных стабилизаторов	48
Келлерман Ю. И., Семенова О. Г. Метод структурного синтеза пневма- тических систем управления (ПСУ)	56
Дабаян А. В., Катрук В. В. Метод получения изображения движущего- ся объекта с помощью его математической модели	58
Зражевский Г. Н. К вопросу устойчивости усилителей мостового типа	62
Фомин Н. К. Исследование свойства первичного преобразователя хими- тропного измерителя скорости потоков пульс	66
Калинская Д. А., Коротенко Б. Е., Гринченко А. Г. Анализ демпфи- рующего действия механизма и электропривода при случайных колеба- ниях машинных агрегатов	71
Кустов Г. М., Капусти А. С. Повышение надежности системы интер- вального регулирования движения поездов	77
Шостак В. Ф., Левицкий Ю. Б., Боржок М. Д. Многоуровневый под- ход в создании сложных систем управления производством непрерыв- ного типа	80
Малый В. В., Михайленко В. М. Алгоритмизация процесса управле- ния одним классом сложных сетевых систем	88
Божко А. Е., Савченко В. И., Пузько И. Д. Повышения чувствитель- ности схемы измерения вибраций ферромагнитных тел	95
Дикарев В. А., Сарновский П. Г., Науменко И. В. К расчету много- жильных длинных кабелей методом ВКБ приближений	98
Какурин Н. Я., Баранов А. К. Многозначные цифровые функциональ- ные преобразователи	107

<i>Варсак М. И., Ловицкий В. А.</i> Вопросы синтеза структуры зада- вающей системы оперативного управления производством. I	114
<i>Жоров Н. Е., Селюков В. К.</i> Анализ напряжения смещения нуля бы- стродействующего сравнивающего устройства	122
<i>Баринин А. К., Какурин Н. Я.</i> Анализ структурных свойств много- значного пирамидального дешифратора	126
<i>Барисенко А. А., Завизистул Ю. Ю., Штец Л. К.</i> Устройство для преобразования чисел, выраженных в системе остаточных классов, в их позиционное представление	132
<i>Метешкин А. А.</i> Характеристика надежности функционирования мно- гопроцессорных ЦВМ	137
<i>Долгов А. И., Чуркин В. Н., Халитов А. Г.</i> Аналитическое описание возможностей создания определенных наборов сигналов на входах ком- понентов комбинационных устройств	143
<i>Комарский В. Ф., Самойленко Н. И., Алексеев О. П.</i> Об одном классе задач организации рационального автоматического поиска	151
<i>Комарский В. Ф., Самойленко Н. И., Алексеев О. П.</i> Применение ме- тода осевого «склеивания» в задачах минимизации логических функций	155
<i>Селюков В. К., Кулешов В. Н.</i> Определение коэффициента шума пре- образователей «напряжение-код»	159
<i>Шостаков В. Ф., Ловицкий Ю. Б., Борячок М. Д.</i> Координация линей- ных подзадач в двухуровневой структуре решения сложной задачи опти- мизации	161
<i>Попов В. А., Литвинов М. Л., Литвинов А. Л.</i> Исследование системы массового обслуживания с гиперэкспоненциальным входным потоком и эрланговским распределением времени обслуживания	165
<i>Хомицкий О. В.</i> Метод расчета вероятности замыкания электрических контактов	168