

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ**

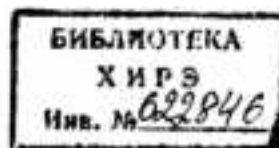
33

ВЫПУСК

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ АВТОМАТИКИ

Республиканский
межведомственный
тематический
научно-технический
сборник

ВЫПУСК 33



83

2081

ИЗДАТЕЛЬСКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ «ВИЩА ШКОЛА»
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
Харьков—1975

Содержатся результаты научных и практических работ, связанных с автоматизацией управления производством и технологических процессов.

Представлены материалы информационного и математического обеспечения АСУ, исследуются построение структур, техническое обеспечение и эксплуатации АСУ, рассмотрены некоторые вопросы практической реализации задач на предприятиях.

Сборник рассчитан на научных работников и специалистов, в области построения автоматизированных систем управления.

Подготовлен редакционной коллегией при Харьковском институте радиоэлектроники.

Редакционная коллегия:

И. В. Кузьмин (отв. редактор), Е. Я. Иващенко (зам. отв. редактора), Н. Ф. Огороднейчук (отв. секретарь), В. Г. Сергеев, Н. Ф. Катларенко, А. В. Добазян, Ф. А. Катков, В. А. Михайлов, В. Ф. Канарский, А. Н. Ефимов, В. В. Свиридов, Э. А. Ледиков, К. Д. Коноваленко, В. П. Оголок, Ю. Г. Стоян.

Ответственный за выпуск *К. Д. Коноваленко*

Адрес редакционной коллегии:
Харьков, ГСП-218, пр. Ленина, 14. Институт радиоэлектроники.

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Газрилова*

31307—215
А М226(04)—75 283—75

© Издательское объединение «Вища школа», 1975 г.

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ОСНАЩЕНИЯ АСУП ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКОЙ

Решается задача об определении оптимального варианта оснащения АСУП вычислительной техникой на предпроектной стадии работ.

Постановка задачи. Предположим, что вычислительные машины полностью укомплектованы средствами сбора, ввода и хранения информации. Кроме того, любая задача АСУП может быть решена на каждой из вычислительных машин. Пусть ряд предприятий можно объединить в одну группу по определенным групповым признакам. На некоторых предприятиях этой группы уже внедрена АСУП, причем каждое предприятие разбивается на k подсистем. Любую i -ю ($i = 1, 2, \dots, k$) подсистему предприятия данной группы, на котором внедрена АСУП, можно охарактеризовать следующими величинами:

- t_i — время обращения к внешним устройствам при решении задач по i -й подсистеме;
- t_p — время, отводимое на решение всех задач АСУП в течение суток.

Введем параметр $a_i = t_i v_{ij}$, где t_i — время работы вычислительной машины при решении задач по i -й подсистеме без учета времени обращения к внешним устройствам; v_{ij} — быстродействие машины j -го типа, использованной для решения задач по i -й подсистеме.

Если отвлечься от качества используемых расчетных алгоритмов, то t_i зависит от быстродействия используемой вычислительной машины, а a_i — от типа задач i -й подсистемы и объема информации, подлежащей обработке. Величина же t_i определяется типом используемых внешних устройств и размером массивов информации по задачам i -й подсистемы. Поскольку в современных вычислительных машинах используются примерно одинаковые внешние устройства, можно считать, что величина t_i от типа вычислительных машин не зависит и полностью

определяется размерностью и особенностями задач i -й подсистемы АСУП.

Располагая приведенными данными предприятий, уже звездивших АСУП и относящихся к одной и той же группе, можем построить уравнение регрессии [1] для a_i и t_i по всем подсистемам предприятий этой группы, считая, что

$$a_i = \sum_{s=1}^{l_i} \alpha_s f_s^i(X), \quad t_i = \sum_{s=1}^{l_i} \beta_s f_s^i(X).$$

Здесь $\alpha_s \beta_s$ — коэффициенты регрессии;

$f_s(X)$ — набор функций, которые задают уравнение регрессии;

X — многомерный вектор переменных, которые являются показателями i -й подсистемы и предприятия в целом.

В вектор X могут входить такие показатели, как численность работающих, номенклатура продукции и т. п. Величина этих показателей может определяться путем непосредственного замера или расчета, а также при помощи экспертных оценок.

Воспользовавшись аппаратом регрессионного анализа, найдем коэффициенты соответствующих уравнений регрессии. Зная же конкретные значения вектора X , которые характеризуют строящееся или существующее предприятие рассматриваемой группы, из [1] получаем величины a_i и t_i .

Пусть имеется возможность выбрать любую из m типов вычислительных машин, каждая из которых может быть охарактеризована так:

C_j — затраты на использование машины j -го типа ($j = 1, 2, \dots, m$) в единицу времени с учетом окупаемости;

v_j — быстродействие машины j -го типа.

Если без учета затрат на техническое оснащение АСУП каждый вариант технического оснащения обеспечивает одну и ту же эффективность функционирования АСУП, то целесообразно принять тот вариант, который требует минимума затрат и обеспечивает быструю окупаемость капитальных вложений. Чтобы при решении задачи на минимум затрат можно было учесть и окупаемость вариантов, приводим затраты C_j к одному сроку службы. В качестве такового может быть взят срок службы самой долговечной из машин.

Тогда

$$C_j = C_j' \frac{T_{\max}}{T_{sj}},$$

где C_j' — затраты, отнесенные к сроку службы машины j -го типа;

T_{sj} — срок службы машины j -го типа;

T_{\max} — срок службы самой долговечной из машин.

Обозначим: x_{ij} — количество машин j -го типа, используемых для решения задач по i -й подсистеме АСУП; $\tau_{ij} = t_p \cdot C_j$ — суточ-

ные затраты на использование машины j -го типа: $\lambda_{ij} = (t_p - t_i) \cdot v_j$ — количество операций, которое может выполнить машина j -го типа за сутки, решая задачи i -й подсистемы АСУП.

В этом случае задачу выбора оптимального варианта технического оснащения АСУП можно записать так:

$$Q = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot \gamma_i \rightarrow \min. \quad (1)$$

$i \in \overline{1, k}, j \in \overline{1, m}$

При ограничениях

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \lambda_{ij} > a_i, \quad i \in \overline{1, k}; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^k x_{ij} = z_j, \quad j \in \overline{1, m}, \quad z_j \in N, \quad (3)$$

где N — множество неотрицательных целых чисел,

$$x_{ij} > 0, \quad i \in \overline{1, k}, \quad j \in \overline{1, m}. \quad (4)$$

Ограничение (2) требует выполнения заданного объема работ. Ограничение (3) показывает, что можно приобретать только целое количество машин или не приобретать их вовсе. Ограничение (4) требует неотрицательности переменных x_{ij} .

Если решается задача не на приобретение вычислительной техники, а на аренду машинного времени, то ограничение (3) перестанет быть ограничением целочисленности, а вместо γ_i будут использоваться $\gamma_i = t_p \cdot C_i$. Задача же запишется следующим образом:

$$Q \rightarrow \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m x_{ij} \gamma_i \rightarrow \min; \quad (5)$$

$i \in \overline{1, k}, j \in \overline{1, m}$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \lambda_{ij} > a_i, \quad i \in \overline{1, k}; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^k x_{ij} = z_j, \quad z_j > 0, \quad j \in \overline{1, m}; \quad (7)$$

$$x_{ij} > 0, \quad i \in \overline{1, k}, \quad j \in \overline{1, m}. \quad (8)$$

Методика решения задачи. Очевидно, что задача (5) — (7) относится к классу задач линейного программирования [2] транспортного типа.

Задача (1) — (4) относится к классу частично целочисленных задач линейного программирования, и ее можно решать, используя алгоритмы дискретного программирования [3]. Для

этого достаточно ввести новую переменную $x_{k+1, j} = z_j$ и привести (1) — (4) к виду

$$Q = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m x_{ij} \Pi_i \rightarrow \min; \\ i \in \overline{1, k}, j \in \overline{1, m}$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \lambda_{ij} > a_i, \quad i \in \overline{1, k};$$

$$\sum_{i=1}^k x_{ij} - x_{k+1, j} = 0, \quad j \in \overline{1, m};$$

$$x_{ij} > 0, \quad i \in \overline{1, k+1}, j \in \overline{1, m};$$

$$x_{k+1, j} = 0, \quad 1, \dots, N, j \in \overline{1, m}.$$

Рассмотрим итерационный метод решения задачи (1) — (4), связанный с ее расчленением на подзадачи. Для этого выделим задачу минимизации по x_{ij} при фиксированных значениях z_j :

$$Q(Z) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m x_{ij} \Pi_i \rightarrow \min, \\ x_{ij} \in X$$

где

$$Z = (z_1, z_2, \dots, z_m).$$

При этом на множество X наложены ограничения (2) — (4). Как уже отмечалось, задача (8) является задачей линейного программирования, и ее решение отыскивается, например, симплекс методом.

Затем будем решать задачу для функционала $Q(Z)$, как задачу целочисленного дискретного программирования:

$$Q(Z) \rightarrow \min; \\ z_j \in \overline{1, m} \quad (9)$$

$$z_j > 0, \quad j \in \overline{1, m}; \quad z_j = 0, \quad 1, \dots, N, \quad j \in \overline{1, m}.$$

Функция $Q(Z)$ является выпуклой и непрерывной по переменной Z , но не обязательно дифференцируемой.

Для решения (9) применим метод обобщенных градиентов [4].

Определим $F(Z)$ — опорный функционал в точке z_1 , для функционала $Q(Z)$:

$$(F(Z_1), Z_1 - Z_2) > Q(Z_1) - Q(Z_2), \quad Z_1, Z_2 \in D(Z),$$

где $D(Z) = \{Z : Z > 0\}$ — неотрицательный ортант.

Тогда (с использованием опорного функционала) метод обобщенного градиента для решения (9) без учета дискретности переменных Z запишется как

$$Z^{n+1} = \pi_Z(Z^n - \gamma_n F(Z^n)), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (10)$$

где π_2 — оператор проектирования на область $D(Z)$, коэффициенты γ_n удовлетворяют условиям

$$\sum \gamma_n = \infty, \quad \lim \gamma_n = 0. \quad (11)$$

При выполнении (11) метод обобщенных градиентов (10) решения (9) сходится к экстремуму Z^* по непрерывным значениям Z .

Найденное непрерывное значение Z^* используется в качестве исходного приближения для последующего поиска по дискретным переменным.

При этом, как в [5], можно строить вокруг Z^* дискретный шар, находить лучшую дискретную точку этого шара, вокруг нее строить другой дискретный шар и т. д., пока не окажется, что в шаре лучшей, чем центр шара, точки не существует. Обычно такое квантование происходит несколько раз и уточненный экстремум по дискретным переменным находится быстро. Ввиду вогнутости такой алгоритм сходится к нужному экстремуму по дискретным значениям. Этот алгоритм следует применять при небольшой размерности вектора Z^* .

Если размерность вектора Z большая, следует использовать более специальные алгоритмы решения задач дискретного программирования типа обеспечения, ветвей и границ и т. д. [3].

Пример решения задачи. Пусть нужно решить задачу выбора вычислительной техники (1) — (4) для предприятия с численностью работающих $X = 3000$ человек. На трех предприятиях этой же группы уже внедрена АСУП и есть возможность собрать статистический материал. Допустим, что предприятия разбивались на две подсистемы. При этом их характеристики были следующими:

$$X_I = 1200 \text{ чел.}; \quad t'_1 = 3 \text{ ч}; \quad t'_2 = 4 \text{ ч}; \quad t_1 = 2 \text{ ч}; \quad t_2 = 4 \text{ ч};$$

$$X_{II} = 2000 \text{ чел.}; \quad t'_1 = 4 \text{ ч}; \quad t'_2 = 5 \text{ ч}; \quad t_1 = 3 \text{ ч}; \quad t_2 = 5 \text{ ч};$$

$$X_{III} = 4000 \text{ чел.}; \quad t'_1 = 4,2 \text{ ч}; \quad t'_2 = 5,6 \text{ ч}; \quad t_1 = 4 \text{ ч}; \quad t_2 = 6 \text{ ч}.$$

Быстродействие применяемых вычислительных машин было одинаковым и $\vartheta_1 = 6000$ опер/сек.

Согласно ранее изложенной методике, строим уравнения регрессии для $a_i = t_i \gamma_{ij}$ и t_i . Вектором переменных будем считать численность работающих X . Тогда, произведя соответствующие вычисления, получим $a_1 = 6,0233 \cdot 10^7 + 8,179 \cdot 10^3 X$; $a_2 = 9,9074 \cdot 10^7 + 2,50523 \cdot 10^3 X$; $t_1 = 2,6218 + 0,0001533 X$; $t_2 = 4,6218 + 0,0001533 X$. На предприятии, для которого мы решаем задачу (1) — (4), $X = 3000$, следовательно,

$$a_1 = 8,4777 \cdot 10^7; \quad a_2 = 10,6589 \cdot 10^7; \quad t_1 = 3,082; \quad t_2 = 5,082.$$

Решаем задачу (1) — (4), производя выбор из двух вычислительных машин с характеристиками $C_1 = 20$ р./ч; $C_2 = 40$ р./ч; $v_1 = 2 \cdot 10^7$ опер/ч; $v_2 = 5 \cdot 10^7$ опер/ч.

Определив величины $\gamma_j = t_p \cdot C_j$ и $\lambda_{ij} = (t_p - t_i) \cdot v_j$, приняв $t_p = 10$ и решив задачу (1)–(4) описанным выше алгоритмом, получим оптимальные значения:

$$x_{11} = 0,8; x_{12} = 1,2; x_{21} = 0; x_{22} = 0; z_1 = 1; z_2 = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965. 237 с.
2. Гольдштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. М., «Наука», 1969. 326 с.
3. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М., «Наука», 1969, с. 28–34.
4. Ермольев Ю. М. О методе обобщенных стохастических градиентов и стохастических квазиферовских последовательностях. «Кибернетика», 1969, № 2, с. 32–36.
5. Мелешко В. И., Песня Р. И. Оптимальный синтез сложных систем методами адаптивной оптимизации при наличии ограничений строгой принадлежности. — Сб. «Приборы и системы автоматизации», вып. 26, Харьков, 1972, с. 15–25.

УДК 658.5

В. Г. НОВИКОВ, д-р техн. наук, М. И. ПЕРКАС, Е. Б. СТАРОДУБЦЕВ

КАЛЕНДАРНО-ПЛАНОВЫЕ РАСЧЕТЫ ЕДИНИЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА ЭВМ С УЧЕТОМ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ

Наиболее распространенными календарно-плановыми моделями процесса производства одного изделия являются модели типа «вилки» Кнеппеля, в которых предусматривается сборка законченных обработкой деталей и последовательное укрупнение сборочных соединений в дальнейшем. В отличие от этого рассматриваемая ниже модель учитывает возможность объединения деталей в сборочные группы лишь на некоторое время с последующей их разборкой, независимой обработкой, объединением в других сочетаниях и т. д. до завершения их обработки и окончательной сборки (без разборки).

Для многономенклатурного производства единичной и мелкосерийной продукции такой, как инструментальная оснастка, нестандартное оборудование и т. п., характерно наличие сложных связей между технологическими процессами различных деталей одного изделия. Сущность таких связей заключается в совместной механической или слесарной обработке деталей, во взаимной их подгонке либо просто в использовании одних деталей для устойчивой фиксации других в ходе их обработки и т. д. С этой точки зрения следует различать два типа детали-

операций: независимые (от каких-либо других деталей) и выполняемые совместно.

Совместные детали-операции (СДО) входят в маршрутную технологию разных деталей одного изделия, но выполняются на одном рабочем месте и совпадают по срокам запуска—выпуска. Длительность цикла их выполнения определяется исходя из суммарной их трудоемкости. Среди множества всех операций, необходимых для производства данного изделия, каждая группа СДО составляет подмножество, на котором пересекаются (во времени и пространстве) технологические маршруты соответствующей группы деталей. Другими словами, группа из l СДО есть пересечение l строго упорядоченных подмножеств операций.

Очевидно, что специальные операции сборки и разборки сопряженных деталей в связи с совместной их обработкой должны тоже оформляться как совместные.

Взаимосвязи между сопряженными деталями можно четко и однозначно задать путем составления отдельного списка для каждой группы СДО либо путем присвоения каждой совместной операции из данной группы общего отличительного признака. Второй способ предпочтительнее из таких практических соображений, как удобство ввода, хранения и корректировки данных в ЭВМ, простота учета технологических связей между операциями при календарно-плановых расчетах, при формировании на ЭВМ сменных заданий и оперативном учете их выполнения. В этом случае для записи отличительных признаков СДО необходимо в форму маршрутной технологии деталей ввести перфорлируемый реквизит операции «Обозначение совместной обработки». В качестве отличительного признака группы СДО целесообразно принять собственное обозначение* одной из них, которая выбирается технологом произвольно и после этого называется узловой. Например, если операция № 12 детали № 7 выбрана в качестве узловой, то обозначение совместной обработки для нее и всех привязанных к ней СДО будет 7—12. В перфорлируемом описании (тексте) узловой операции может быть приведен список остальных СДО из группы. Тогда весь список можно представлять одной узловой операцией как в сменном задании, так и при регистрации производства на машинных носителях данных.

На рис. 1 множество детали-операций одного изделия представлено в том виде, как оно может быть задано в маршрутной технологии деталей, т. е. разбито на непрерывные поддетальные цепочки, каждая из которых упорядочена по номерам операций. При этом каждая группа СДО выделена геометрическими фигурами одинаковой формы; фигуры узловых операций затушеваны. На рис. 2, то же множество показано во времени по

* Т. е. сочетание номера детали и номера операции (Д-О).

поздним допустимым срокам запуска — выпуска операций с учетом совместного выполнения групп СДО. Отсюда видно, что только знание технологических связей позволяет заранее предусмотреть минимально необходимые опережения запуска и меж-

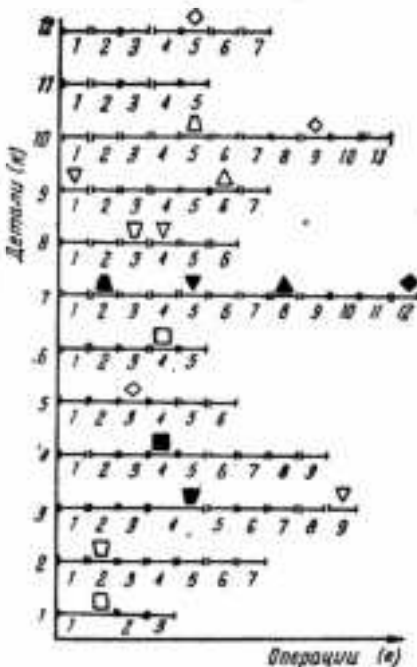


Рис. 1.

операционные пролеживания деталей, чтобы приурочить запуск каждой группы СДО к одному моменту времени. Алгоритм нормативно-плановых расчетов, выполняемых отдельно для каждого изделия при вводе в ЭВМ маршрутной технологии его деталей, состоит из следующих трех блоков.

1. *Построение графа совместных работ*, т. е. формирование вспомогательного массива, записи которого обозначим индексом s . В структуру s -й записи входят: отличительный признак s -й группы СДО, ее ранг r_s , суммарная трудоемкость T_s группы, длительность цикла Π_s и опережение запуска Z_s . На рис. 3 показан граф совместных работ, поясняющий сущность расчета рангов r_s . Конечный узел графа соответствует этапу окончательной сборки и испытания заказа и имеет нулевой

ранг. Остальные узлы — это совместные работы, каждая из которых в рабочем массиве операций данного заказа представлена группой СДО, а во вспомогательном массиве — соответствующей записью. Дуга, связывающая два узла графа, представляет собой подмножество (слой) независимых операций, которое в отдельных случаях может быть и пустым. Общая длительность выполнения слоя операций определяется наиболее продолжительной из образующих его параллельных цепочек. Расчет рангов r_s производится начиная от конечного узла графа совместных работ известным методом «вычеркивания» названных выше дуг, т. е. слоев независимых операций в рабочем массиве. Количество необходимых для этого итераций равно рангу графа совместных работ данного изделия.

2. *Расчет длительности производственного цикла по операциям*. Важной особенностью организации единичного производства с характерной для него сложной предметно-технологиче-

ской расстановкой оборудования является то, что подготовка основной массы работ по сменному заданию и закрепление их за исполнителями должны быть обеспечены к началу рабочей смены. При этом большинство деталей возвращается с производственных участков в пункты регистрации и комплектования

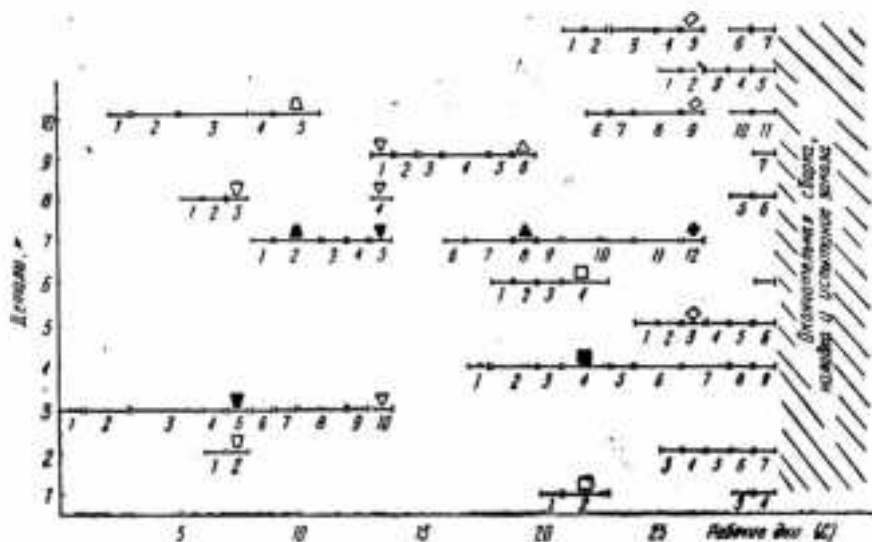


Рис. 2.

лишь к концу смены, когда работы на следующую смену должны быть уже подготовлены. Отсюда следует, что скорость нормального (не аварийного) движения деталей по технологическому маршруту не превышает одной операции в сутки. Все это позволяет ввести важное ограничение в порядок формирования сменных заданий на ЭВМ: любая операция должна включаться в сменное задание не раньше, чем предшествующая ей операция той же детали пройдет стадии выполнения, технического контроля и регистрации на машинном носителе данных. Таким образом, за минимальную единицу времени для измерения длительности операционного цикла можно принять сутки.

а) Для независимых операций длительность цикла в рабочих днях определяется по формулам

$$\Psi_i^{(k)} = E [T_i^{(k)} / T_{\text{сут}} + 1]; \quad (1)$$

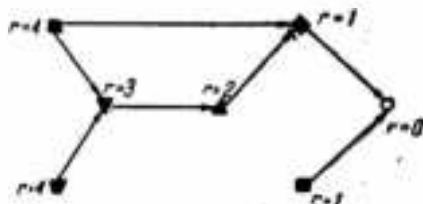


Рис. 3.

$$T_i^k = (t_{n,i})^k + n_i n_k^i (t_{шт})^k, \quad (2)$$

где E — обозначение целой части (*entier*) числа, стоящего в скобках;

T_i^k — трудоемкость i -й операции с учетом количества изделий i -го наименования (n_i) в данном заказе и количества деталей k -го наименования (n_k^i) на одно изделие;

$T_{срт}$ — суточная выработка одного рабочего в среднем по цеху или данному участку в нормо-часах;

$t_{н.з}$ и $t_{шт}$ — нормы подготовительно-заключительного и штучного времени на операцию.

б) Длительность цикла s -й группы операций, выполняемых совместно, определяется исходя из суммарной их трудоемкости T_s :

$$\Pi_s = E [T_s / T_{срт}] + 1; \quad (1')$$

$$T_s = \sum T_{i_s}, \quad (3)$$

где i_s — обозначение СДО из s -й группы.

3. Расчет опережений запуска операций производится от конца к началу маршрутной технологии каждой детали:

$$Z_i^k = \begin{cases} Z_{сб}^i + \Pi_i^k & \text{при } i = L_k; \\ Z_{i+1}^k + \Pi_i^k & \text{при } i < L_k. \end{cases} \quad (4)$$

где L_k — обозначение последней операции k -й детали;

$Z_{сб}^i$ — опережение запуска в окончательную сборку, принимаемое одинаковым для всех деталей и равным суммарному циклу сборки, наладки и испытания заказа.

Расчет представляет собой итерационный процесс, на каждом шаге которого находятся опережения запуска для групп СДО некоторого одного ранга и предшествующего ему слоя независимых операций. Если рассматриваемая i -я операция независима, то опережение ее запуска находится по формулам (4) и записывается в рабочий массив данного заказа с переходом к $(i-1)$ -й операции той же детали. Если рассматриваемая операция совместная, то дальнейшие действия зависят от соотношения между номером (N) текущего шага расчета и рангом (r_s) данной СДО, устанавливаемым путем обращения к вспомогательному массиву по отличительному признаку s -й группы СДО:

а) при $r_s > N$ делается переход к $(k+1)$ -й детали;

б) при $r_s = N$ для данной СДО находится опережение по формулам (4), но не записывается в рабочий массив, а используется для определения

$$Z_s^i = \max_{k_s^i} Z_{i_s}^k \quad (5)$$

где k_i^l — обозначение деталей l -заказа, технологически связанных s -й группой СДО. Текущее значение Z_i^l фиксируется во вспомогательном массиве, а в рабочем массиве делается переход к $(k+1)$ -й детали;

в) при $r_s = N - 1$ для данной СДО из вспомогательного массива переписывается значение Z_i^l , найденное на предыдущем шаге расчета по формуле (5), с переходом к $(l-1)$ -й операции.

Таким образом, общее число шагов равно $r_i + 1$, где r_i — ранг графа совместных работ. В частности, при отсутствии СДО ($r_i = 0$) расчет выполняется за один шаг.

Система управления инструментальным производством (СУИП) базируется на использовании ЭВМ «Минск-32» и состоит из двух информационно увязанных подсистем:

СУИП-1, действуя на внецеховом уровне управления, должна обеспечивать согласование потребностей завода в оснастке с пропускной способностью инструментального производства путем регулярных объемно-календарных расчетов;

СУИП-2 — это система внутрицехового оперативного управления, основные задачи которой заключаются в ежедневном составлении сменных заданий технологическим участкам и оперативном учете их выполнения. Задания конкретизированы по составу работ до детали-операции, по месту их выполнения — до группы взаимозаменяемых рабочих мест.

Непрерывность и гибкость планирования в подсистеме СУИП-2 и тесная ее связь с подсистемой СУИП-1 обеспечиваются следующим методом оценки срочности операций:

$$C_i^{k^l} = C_i - Z_i^{k^l}, \quad (6)$$

где $C_i^{k^l}$ — поздний допустимый срок запуска l -й операции k -й детали i -го заказа на оснастку;

C_i — срок сдачи i -го заказа (расчетное обоснование и текущая корректировка сроков C_i по всему портфелю заказов инструментального производства еженедельно обеспечиваются подсистемой СУИП-1);

$Z_i^{k^l}$ — минимально необходимые опережения запуска операций по отношению к сроку C_i с учетом технологических взаимосвязей между операциями данного заказа.

Неравномерность шкалы времени, возникающая за счет выходных и праздничных дней, устраняется в подсистеме СУИП-2 путем сквозной нумерации рабочих дней всего года. Следовательно, сроки C_i и $C_i^{k^l}$ — это номера рабочих дней.

Наряду с выполнением заказов в установленные сроки важной задачей календарного планирования является обеспечение равномерной загрузки всех видов оборудования. Согласованное

решение обеих этих задач обеспечивается подсистемой СУИП-2 следующим образом. Основной массив информации, упорядоченный по номерам заказов, деталей и операций, хранится на магнитной ленте и ежедневно обновляется за счет включения в него рабочего массива новых заказов и исключения выполняемых операций по данным регистрации производства в цехе. После обновления основного массива из него формируется рабочий массив операций, готовых к запуску. Под готовностью операции к запуску понимается фактическое выполнение всех предшествующих ей операций по маршрутной технологии данной детали. Для первых операций готовность фиксируется рапортом о поступлении комплекта заготовок на заказ. При формировании массива работ, готовых к включению в сменное задание, для них вычисляются поздние допустимые сроки запуска C_i^k по формуле (6). Этот массив рассортировывается на подмассивы однотипных работ соответственно технологическим участкам цеха. Каждый подмассив сортируется по убыванию степени срочности операций, т. е. по возрастанию значений C_i^k . Список первоочередных операций, которые войдут в задание из одного подмассива, ограничивается среднесуточной производительностью соответствующего технологического участка.

Очевидно, что значения C_i^k следует рассматривать не как точные плановые сроки запуска операций, а как средство набора оперативного задания из множества работ, готовых к запуску. Действительные сроки выполнения значительной части операций могут наступить намного раньше, чем C_i^k , даже при подаче комплектов заготовок в поздние допустимые сроки. Именно возможность включения работ в задание по фактической их готовности к запуску (а не по поздним допустимым срокам) обеспечивает необходимую их избыточность как гарантию полной загрузки оборудования в каждую смену. При этом для своевременного выполнения заказов достаточно, чтобы в любой момент времени для избыточных (готовых к запуску, но не попавших в задание) операций еще не наступили поздние допустимые сроки запуска. В свою очередь, выполнение этого условия предполагает объемно-календарную увязку потребностей завода в оснащении с возможностями инструментального производства, т. е. действие подсистемы СУИП-1.

В случае отставания отдельных операций от сроков C_i^k сменное задание является эффективным средством их диспетчирования. Отстающие детали должны обрабатываться в первую очередь и, не ожидая конца смены, передаваться на следующие по технологии участки через пункты регистрации производства. Тем самым достигается значительное превышение нормальной скорости движения деталей в производстве, которая не превышает одной операции в сутки и положена в основу расчета календарно-плановых нормативов.

ОПТИМИЗАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСА ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ЛОКАЛЬНЫХ АСУП

Важным фактором повышения эффективности управления является использование комплекса технических средств локальных АСУП. Повышение эффективности управления непосредственно вызывает повышение эффективности производства, поэтому большое значение имеет решение вопроса наиболее рационального использования различных типов оборудования на имеющихся производственных площадях. Технические средства в основном делятся на типовые группы: устройства для получения информации; устройства контроля и местного регулирования; устройства передачи телемеханических сигналов; устройства переработки первичной информации; ЭВМ; устройства для использования информации. Каждая из этих групп подразделяется на несколько типов оборудования. Эффективность использования комплекса технических средств зависит от его размещения и от вида технических средств. В качестве эффективности использования оборудования можно рассматривать повышение эффективности управления за счет использования комплекса технических средств.

Введем следующие обозначения:

- h — типовая группа оборудования (включая способ установки);
- N — количество всех типовых групп оборудования;
- c_{jA} — прибыль от дополнительно полученной за счет комплекса технических средств единицы продукции j -го вида на k -й производственной площади;
- a_{hjk} — норма потребности в h -й типовой группе оборудования на приросты эффективности управления при производстве продукции j -го вида на единицу на k -й производственной площади;
- x_{jA} — прирост эффективности управления при производстве продукции j -го вида на k -й производственной площади за счет использования комплекса технических средств;
- Q_{jA} — максимально возможный прирост эффективности управления при производстве продукции j -го вида на k -й производственной площади за счет использования комплекса технических средств;
- b_h — количество имеющегося оборудования h -й типовой группы.

Тогда задача оптимизации использования комплекса технических средств в АСУП может быть сформулирована следующим образом:

найти наибольшую прибыль от использования комплекса технических средств АСУП

$$\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^r c_{jk} x_{jk} \rightarrow \max \quad (1)$$

при ограничениях на имеющиеся типовые группы оборудования

$$\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^r a_{h/jk} x_{jk} < b_h \quad (2)$$

и на прирост эффективности управления

$$0 < x_{jk} < Q_{jk} \quad (3)$$

Это задача линейного программирования*.

В тех случаях, когда надо учесть затраты на перевозку оборудования, формируется следующая модель:

найти максимум прибыли

$$\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^r c_{jk} x_{jk} - \sum_{h=1}^n \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^r c_{hpk} x_{hpk} \rightarrow \max, \quad (4)$$

где x_{hpk} — количество оборудования h -го вида перевозимого из p -го пункта изготовления на k -ю производственную площадь;

c_{hpk} — стоимость перевозки единицы h -й типовой группы оборудования из p -го пункта изготовления на k -ю производственную площадь при ограничениях на потребность в оборудовании на каждой производственной площади

$$\sum_{j=1}^i a_{h/jk} x_{jk} = \sum_{p=1}^n x_{hpk} \quad (5)$$

при условиях:

а) количество всего оборудования, вывозимого из каждого пункта изготовления, не должно превышать возможностей:

$$\sum_{k=1}^r x_{hpk} < N_{hp}, \quad (6)$$

где N_{hp} — максимально возможный вывоз h -й типовой группы оборудования из p -го пункта изготовления;

б) количество оборудования определенной типовой группы должно быть в пределах лимита:

$$\sum_{k=1}^r \sum_{p=1}^n x_{hpk} < b_h; \quad (7)$$

* Юдин Д. Б., Гольдштейн Е. Г. Задачи и методы линейного программирования. М., «Советское радио», 1961. 491 с.

оборудование должно устанавливаться в определенных пределах:

$$\begin{aligned} 0 < x_{jk} < Q_{jk}; \\ \sum_{j=1}^n x_{jkk} < b_{kk}. \end{aligned} \quad (8)$$

где b_{kk} — максимально возможное количество оборудования k -й типовой группы, используемого на k -й производственной площадке.

Полученная модель является также задачей линейного программирования.

В целях более детального моделирования процесса использования комплекса технических средств АСУП возможен ввод дополнительных ограничений и факторов в данные модели.

Прибыль c_{jk} , получаемая от использования комплекса технических средств локальной АСУП (при производстве продукции j -го вида) на k -й производственной площадке, равна цене реализации j -й продукции минус затраты на установку оборудования. Величина размера прироста эффективности управления в зависимости от использования оборудования (комплекса технических средств локальной АСУП) может быть рассчитана с использованием экспериментальных данных.

Затраты на установку оборудования должны включать стоимость самого оборудования с учетом его доставки на место и затраты на его установку на местах.

Нормативы в потребности оборудования a_{kj} на единицу прироста эффективности управления за счет использования оборудования (комплекса технических средств АСУ) и максимально возможные количества оборудования и прирост эффективности управления определяются с использованием статистических исходных данных.

Стоимость перевозки оборудования определяется по существующим тарифам.

УДК 681.326

А. И. ДОЛГОВ, канд. техн. наук, В. А. ИЗОСИМОВ

ПОСТРОЕНИЕ КОНТРОЛИРУЮЩИХ ТЕСТОВ ПО ТАБЛИЦЕ ПРОВЕРОК

В практике построения контролирующих тестов широко применяются методы, основанные на нахождении минимальных покрытий таблицы неисправностей [1, 2]. Для сложных устройств таблица неисправностей оказывается исключительно громоздкой. Это ограничивает область использования указанных методов.

Ниже предлагается способ построения контролирующих тестов, основанный на использовании более простой таблицы.

названной таблицей проверок. Показано, что тесты, построенные по таблице проверок, по своим качествам не уступают тестам, построенным по таблице неисправностей. Так как при предлагаемом способе обрабатываемая таблица оказывается более простой, это расширяет область практической применимости метода минимальных покрытий для нахождения тестов более сложных устройств.

В дальнейшем для определенности рассматриваются устройства, выполненные на элементах И, ИЛИ, НЕ.

Как и обычно [3], предполагается, что в устройстве могут иметь место лишь одиночные неисправности логического типа, сводящиеся к закреплению постоянного сигнала (1 либо 0) на входе или выходе одного из элементов. Общее количество n таких неисправностей в любом элементе рассматриваемого типа, имеющем I_j входов и один выход, определяется следующим образом:

$$n_j = 2(I_j + 1). \quad (1)$$

Впредь считается, что на входы устройства по программе можно подавать некоторые комбинации входных сигналов — входные наборы. Соответствующие комбинации выходных сигналов — выходные наборы могут отождествляться с заранее подготовленными (эталонными) данными. При этом, если неисправный элемент устройства не влияет на правильность выходной информации при некотором входном наборе, то этот элемент не проверяется на данном наборе.

Перечень проверочных комбинаций и формируемых при этих комбинациях выходных сигналов для элементов И, ИЛИ, НЕ представлен соответственно в табл. 1, 2, 3, где каждая строка таблиц характеризует одну из проверок рассматриваемого элемента.

Из анализа табл. 1—3 следует, что количество проверок m_j для произвольного (j -го) элемента описывается выражением

$$m_j = I_j + 1. \quad (2)$$

Для любого элемента одиночная неисправность его входа проявляется только на одной соответствующей проверке. Неисправность выхода проявляется либо на первой проверке, либо на остальных I_j проверках, в зависимости от типа неисправности (закрепление 0 или 1).

Для реализации некоторой проверки элемента в составе устройства необходимо с помощью какого-то набора, подаваемого на входы устройства, создать на входах данного элемента соответствующую проверочную комбинацию. При этом искажение сигнала на выходе рассматриваемого элемента, которое вызывается действием неисправности, проявляющейся на данной проверке, должно привести к изменению выходного набора устройства.

Таблица 1

| Тип элемента | № проверки | Значения сигналов на входах с номерами | | | | | | | Значение выходного сигнала |
|--------------|------------|--|-------|-------|-------|-------|---------|-------|----------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | $(l-1)$ | l | |
| И | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ... | 1 | 1 | 1 |
| | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | ... | 1 | 1 | 0 |
| | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | ... | 1 | 1 | 0 |
| | 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | ... | 1 | 1 | 0 |
| | ... | | | | | | | | |
| | l | 1 | 1 | 1 | 1 | ... | 0 | 1 | 0 |
| | $l+1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | ... | 1 | 0 | 0 |

Таблица 2

| Тип элемента | № проверки | Значения сигналов на входах с номерами | | | | | | | Значение выходного сигнала |
|--------------|------------|--|-------|-------|-------|-------|---------|-------|----------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | $(l-1)$ | l | |
| ИЛИ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | 1 |
| | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | 1 |
| | 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | ... | 0 | 0 | 1 |
| | ... | | | | | | | | |
| | l | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 1 | 0 | 1 |
| | $l+1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 1 | 1 |

Основные понятия и определения. Как и обычно [1, 2], под таблицей неисправностей (табл. 4) понимается таблица, строки которой соответствуют различным входным наборам устройства, а столбцы — множеству рассматриваемых неисправностей H , ($v = 1, 2, \dots, N$).

Таблица 3

| Тип элемента | № проверок | Значения сигналов на входах | Значения выходных сигналов |
|--------------|------------|-----------------------------|----------------------------|
| HE | 1 | 0 | 1 |
| | 2 | 1 | 0 |

Таблица 4

| № входных наборов | Входные наборы | | | | | | Признак проявления неисправности | | | | | |
|-------------------|----------------|-------|-----|-------|-----|-------|----------------------------------|-----------|-----|-----------|-----|-----------|
| | x_1 | x_2 | ... | x_j | ... | x_L | H_1 | H_2 | ... | H_v | ... | H_N |
| 1 | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 0 | $n_{1,1}$ | $n_{1,2}$ | ... | $n_{1,v}$ | ... | $n_{1,N}$ |
| 2 | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 1 | $n_{2,1}$ | $n_{2,2}$ | ... | $n_{2,v}$ | ... | $n_{2,N}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| i | 0 | 0 | ... | 1 | ... | 0 | $n_{i,1}$ | $n_{i,2}$ | ... | $n_{i,v}$ | ... | $n_{i,N}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| I | 1 | 1 | ... | 1 | ... | 1 | $n_{I,1}$ | $n_{I,2}$ | ... | $n_{I,v}$ | ... | $n_{I,N}$ |

Элемент таблицы $n_{i,v}$, стоящий на пересечении i -й строки и v -го столбца, определяется следующим образом:

$$n_{i,v} = \begin{cases} 1, & \text{если } v\text{-я неисправность проявляется на } i\text{-м} \\ & \text{входном наборе;} \\ 0 & \text{— в противном случае} \end{cases}$$

($i \in \{1, I\}$, $v \in \{1, N\}$, $j \in \{1, L\}$, I — общее количество рассматриваемых входных наборов, L — количество входов устройства).

Рассмотрим таблицу (табл. 5), строки которой соответствуют различным входным наборам устройства, а столбцы — множеству всевозможных проверок T_μ ($\mu = 1, 2, \dots, M$) отдельных элементов, входящих в состав устройства.

Элемент таблицы $t_{i,\mu}$, стоящий на пересечении i -й строки и μ -го ($\mu \in \{1, M\}$) столбца определим следующим образом:

$$t_{i,\mu} = \begin{cases} 1, & \text{если } \mu\text{-я проверка реализуется на } i\text{-м} \\ & \text{входном наборе;} \\ 0 & \text{— в противном случае.} \end{cases}$$

Таблица 5

| № вход- ных набо- ров | Входные наборы | | | | | | Признак реализации проверки | | | | | |
|-----------------------------------|----------------|-------|-----|-------|-----|-------|-----------------------------|-----------|-----|-------------|-----|-----------|
| | x_1 | x_2 | ... | x_i | ... | x_L | T_1 | T_2 | ... | T_μ | ... | T_M |
| 1 | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 0 | $t_{1,1}$ | $t_{1,2}$ | ... | $t_{1,\mu}$ | ... | $t_{1,M}$ |
| 2 | 0 | 0 | ... | 0 | ... | 1 | $t_{2,1}$ | $t_{2,2}$ | ... | $t_{2,\mu}$ | ... | $t_{2,M}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| i | 0 | 0 | ... | 1 | ... | 0 | $t_{i,1}$ | $t_{i,2}$ | ... | $t_{i,\mu}$ | ... | $t_{i,M}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| I | 1 | 1 | ... | 1 | ... | 1 | $t_{I,1}$ | $t_{I,2}$ | ... | $t_{I,\mu}$ | ... | $t_{I,M}$ |

Таблицу такого вида будем называть таблицей проверок.

Таблицы проверок и неисправностей будем называть соответственными, если они содержат одинаковое количество строк, причем одноименные строки (т. е. строки, имеющие одинаковый номер) соответствуют одному и тому же входному набору устройства.

Весом неисправности H_i на ограниченном множестве R входных наборов с номерами $i_1, i_2, \dots, i_r, \dots, i_{|R|}$ назовем число вида

$$B_R(H_i) = \sum_{r=1}^{|R|} n_{i_r, i} \cdot 2^r. \quad (3)$$

Здесь и в дальнейшем $|R|$ — количество элементов в множестве R .

Весом проверки T_μ на множестве R входных наборов назовем число вида

$$B_R(T_\mu) = \sum_{r=1}^{|R|} t_{i_r, \mu} \cdot 2^r. \quad (4)$$

Множество всех тех проверок, на которых проявляется неисправность H_i , обозначим через M_i . Из содержательного смысла введенных понятий вытекают следующие свойства:

1. Если в i -й строке таблицы проверок $t_{i,\mu} = 1$, где $\mu \in M_i$, то в одноименной строке таблицы неисправностей $n_{i,\mu} = 1$.

2. Если в i -й строке таблицы неисправностей $n_{i, \nu} = 1$, то для одноименной строки таблицы проверок имеет место

$$\sum_{\mu \in M_\nu} t_{i, \mu} = 1.$$

3. Если хотя бы для одного значения $\mu \in M$, имеет место $\sum_{i \in I} n_{i, \mu} = 0$, то существует по крайней мере одно значение ν такое, что

$$\sum_{i \in I} t_{i, \mu} = 0.$$

Теорема 1. Если $B_R(T_\nu) \neq 0$, где $\nu \in \{1, M\}$, то $B_R(H_\nu) \neq 0$, где $\nu \in \{1, N\}$.

Доказательство (от противного). Предположим, при условии теоремы существует $\nu^* \in \{1, N\}$ такое, что $B_R(H_{\nu^*}) = 0$. Тогда, принимая во внимание (3), можно сделать вывод, что $\sum_{i \in I} n_{i, \nu^*} = 0$. Отсюда на основании свойства 3 следует существование по крайней мере одного значения $\mu^* \in \{1, M\}$, удовлетворяющего соотношению $\sum_{i \in I} t_{i, \mu^*} = 0$. Из данного соотношения с учетом (4) видно, что $B_R(T_{\mu^*}) = 0$, что противоречит условию, и, следовательно, теорема доказана.

Теорема 2. (обратная). Если $B_R(H_\nu) \neq 0$, где $\nu \in \{1, N\}$, то $B_R(T_\mu) \neq 0$, где $\mu \in \{1, M\}$. Доказывается аналогично теореме 1.

В терминах известных понятий построение контролирующих тестов по таблице неисправностей сводится к нахождению покрытия, т. е. совокупности входных наборов, которым соответствуют строки таблицы такие, что в каждом из столбцов имеется по крайней мере одна единица.

В терминах введенных понятий построению контролирующих тестов соответствует отыскание такой совокупности входных наборов, на множестве которых веса всех неисправностей оказываются не равными нулю. Из теоремы 1 следует, что эта задача может быть сведена к отысканию совокупности входных наборов, на множестве которых веса всех проверок оказываются не равными нулю. Другими словами, в терминах известных понятий данная задача сводится к нахождению покрытия таблицы проверок.

Покажем, что контролирующие тесты, построенные по таблице проверок и по таблице неисправностей с помощью процедуры отыскания минимального покрытия имеют одинаковое количество проверочных наборов. Действительно, пусть контролирующий тест, найденный по таблице неисправностей, содержит минимально возможное число R проверочных входных наборов, на

множестве которых веса всех неисправностей не равны нулю. Тогда в соответствии с теоремой 2 можно заключить, что на множестве этих же наборов веса всех проверок также не равны нулю. Следовательно, при принятом допущении существует и всегда может быть найдено покрытие таблицы проверок, содержащее R наборов, соответствующих минимальному контролирующему тесту. Контролирующий тест, найденный по таблице проверок, не может содержать $R' < R$ наборов, так как в противном случае, согласно теореме 1, должен существовать контролирующий тест, построенный по таблице неисправностей, имеющий R' наборов, что противоречит принятому выше допущению о минимальности покрытия.

С учетом (1) можно записать следующую формулу для выражения общего количества N одиночных неисправностей устройства, состоящего из Q элементов (И, ИЛИ, НЕ):

$$N = 2 \left(K_p - K_o + \sum_{l=1}^Q (l_l + 1) \right).$$

Здесь K_p — количество разветвляющих входов и выходов* устройства;

K_o — количество выходов-элементов устройства, взаимно однозначно отождествленных со входами его других элементов.

Из (2) следует, что общее количество M проверок элементов устройства определяется выражением

$$M = \sum_{l=1}^Q (l_l + 1).$$

Величины N и M задают соответственно количество столбцов в таблице неисправностей и таблице проверок, поэтому соотношение размерностей упомянутых таблиц можно охарактеризовать величиной

$$\eta = \frac{N}{M} = 2 + \frac{2(K_p - K_o)}{\sum_{l=1}^Q (l_l + 1)}.$$

Очевидно, что $K_p > 0$, а $K_o < Q$, в связи с чем

$$\eta > 2 - \frac{2Q}{\sum_{l=1}^Q (l_l + 1)} > 1,$$

т. е. для любых устройств размерность таблицы проверок меньше размерности таблицы неисправностей.

* Выход устройства называется разветвляющимся в том случае, если он подключен хотя бы к одному входу любого из элементов устройства.

В качестве примеров в табл. 6 сведены результаты расчета N , M и η для ряда произвольно выбранных устройств [3—7]. При выполнении расчетов принимались во внимание все возможности сокращения таблицы неисправностей, в том числе за счет отождествления неисправностей входа и выхода любого инвертора. Соответствующее сокращение таблицы проверок свелось к исключению из ее состава столбцов, отвечающих проверкам инверторов.

Таблица 6

| Расчетные величины | Значения величины для устройств, описанных в литературе | | | | |
|--------------------|---|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| | [3], а. 49, рис. 3, 5 | [4], с. 38, рис. 1, 5 | [5], с. 216, рис. 5, 18 | [6], с. 86, рис. 4 | [7], с. 55, рис. 11, 10 |
| Q | 8 | 7 | 17 | 9 | 156 |
| K_p | 4 | 2 | 5 | 0 | 0 |
| K_o | 6 | 2 | 14 | 6 | 79 |
| N | 48 | 45 | 86 | 42 | 820 |
| M | 26 | 23 | 52 | 27 | 489 |
| η | 1,84 | 2 | 1,65 | 1,55 | 1,67 |

Примечание: Q — количество элементов без инверторов. Принято, что триггеры выполнены на элементах ИЛИ, НЕ.

ВЫВОДЫ

Для сложных устройств, реализованных в базисе И, ИЛИ, НЕ, контролирующие тесты целесообразно строить не по таблице неисправностей, а по таблице проверок, которая всегда оказывается более простой.

При отыскании тестов по таблице проверок и по таблице неисправностей могут быть использованы одни и те же процедуры. Минимальный контролирующий тест, построенный по таблице проверок по своим качествам не уступает минимальному тесту, найденному по таблице неисправностей.

Полученные результаты нетрудно распространить на случай построения контролирующих, а также диагностических тестов для произвольных устройств, реализованных на элементах, имеющих один выход.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля электрических схем. — «Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова», 1958, т. 51, 362 с.
2. Олефир А. К. К вопросу логического контроля цифровых схем. — Сб. «ЦВТ и программирование». Под ред. А. И. Китова, М., «Сов. радио», Вып. 4, 1968, 192 с.

3. Чжен Г. и др. Диагностика отказов цифровых вычислительных систем. М., «Мир», 1972. 232 с.
4. Волков А. Ф. и др. Автоматический поиск неисправностей ЦВМ. М., «Сов. радио», 1968. 152 с.
5. Толстяков В. С. и др. Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах. М., «Сов. радио», 1972. 288 с.
6. Миронов Г. А., Федотова Д. Э. Составление тестов для логических сетей. — Сб. «ЦВТ и программирование». М., «Сов. радио», 1967. 166 с.
7. Путинцев Н. Д. Аппаратный контроль управляющих ЦВМ. М., «Сов. радио», 1966. 424 с.

УДК 62—50

И. В. КУЗЬМИН, д-р техн. наук, *Р. Э. ЛЮБАРСКИЙ*, канд. техн. наук, *Л. В. МИГУНОВА*, *Л. В. ЛЕВЧЕНКО*

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ТРАНСПОРТА НА МАРШРУТЕ

Задачей планирования движением городского общественного транспорта является осуществление наиболее экономичной перевозки пассажиров имеющимися транспортными средствами. При этом большую роль играет правильно составленное расписание и оперативное управление им. Предлагаемая ниже статистическая модель позволяет вносить необходимые коррективы в расписание движения транспорта по его вероятностным характеристикам.

Исходная информация:

m — число остановок на маршруте;

N — вместимость подвижных единиц;

h — средний интервал движения транспорта;

(t_0, T) — временной интервал, на котором рассматривается движение транспорта;

(P_{ji}) — условная матрица распределения, элементы которой означают вероятность того, что пассажир, вошедший на j -й остановке, выйдет на i -й, считая от начала маршрута,

$$\sum_{i=j}^m P_{ji} = 1, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m;$$

a_j, b_j — соответственно числа входящих и выходящих на j -й остановке.

Согласно исследованиям, проведенным М. Р. Боссом, инженером-статистиком «Компани де машин Буль», число пассажиров, подошедших к j -й остановке между интервалами следования транспорта, можно считать пуассоновским со средним значением γ_j , т. е.

$$Y_j^t = \frac{(\gamma_j)^t}{t!} e^{-\gamma_j}.$$

При наличии s совмещенных маршрутов интенсивность входящего пассажиропотока для k -го маршрута γ_j^k , например, можно рассчитать по формуле

$$\gamma_j^k = \gamma_j \frac{q_k}{\sum_{i=1}^s q_i} P(x < l_k), \quad (1)$$

где q_k — число транспортных единиц k -го маршрута;
 $P(x < l_k)$ — вероятность того, что длина поездки по k -му маршруту меньше общей протяженности s маршрутов l_k .

Для получения случайных чисел, имеющих распределение Пуассона

$$P_n = \frac{a^n}{n!} e^{-a}, \quad (2)$$

можно воспользоваться предельной теоремой [2]: если P_n — вероятность наступления события A при одном испытании, то вероятность наступления k событий при n независимых испытаниях, когда $n \rightarrow \infty$ и $P_n \rightarrow 0$ асимптотически приближается к значению, подсчитанному в соответствии с (2). Выберем достаточно большое n такое, чтобы

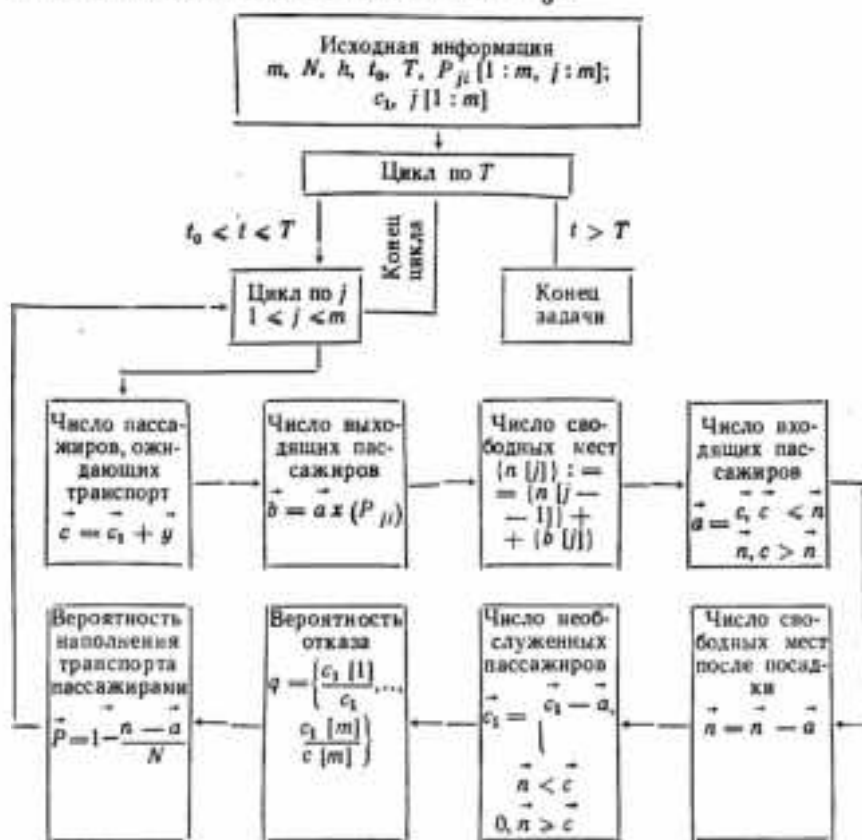
$$P_n = \frac{a}{n}$$

оказалось меньшим единицы. Будем проводить серии по n независимых испытаний, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью P_n , и подсчитывать число случаев фактического наступления события A в серии с номером i . Числа y_i будут приближенно следовать закону Пуассона, причем тем точнее, чем больше n . Практически n должно выбираться таким образом, чтобы P_n было не более 0,1—0,2 [3].

Машинная процедура получения последовательности случайных чисел состоит в следующем. Из совокупности случайных чисел с равномерным распределением в интервале (0,1) выбирается число x_j и сравнивается с P_n . Если $x_j < P_n$, то к содержимому специальной ячейки (которая носит название «счетчик числа событий») прибавляется единица, а если $x_j > P_n$, — прибавляется нуль.

После проведения n испытаний такого рода содержимое счетчика числа событий считывается и используется в качестве случайного числа с законом распределения Пуассона. Использование квазиравномерного распределения случайной величины при реализации алгоритма на электронной цифровой машине при достаточно большой разрядной сетке вычислительной машины приводит к незначительной погрешности, которая может быть учтена согласно правилам, изложенным в работе [2, 3]. Алгоритм (рисунок) реализован на ЭВМ-222 для пуассоновского

закона распределения числа пассажиров, прибывающих к j -й остановке. Интервал движения транспортных средств принят нормально распределенным (на основании обработки статистических данных) со средним значением h , среднеквадратичное отклонение для каждой остановки $\tau_j = \frac{1}{3}$.



Если a_i — число пассажиров, входящих на i -й остановке, то число пассажиров, выходящих на j -й остановке, определялось зависимостью

$$b_j = \sum_{i=1}^j a_i p_{ji}$$

Матрица P_{ji} составлялась на основании статистических данных. Результаты расчетов конкретного маршрута г. Харькова представлены в табл. 1, матрица P_{ji} при различных интенсивностях входящего потока и интервалах следования транспорта — в табл. 2. Результаты усреднены по 20 оборотам транспортных

| № мар- шру- та | T_j | $l = 1,5$ | | | | | | $l = 2$ | | | | | | $l = 2,5$ | | | | | |
|--------------------------|-------------------------|---|----------|-------|----------------------|----------|-------|----------------------|----------|-------|----------------------|----------|-------|----------------------|----------|-------|----------------------|----------|-------|
| | | $P_m < P_{cp} < P_M$ | | | $q_m < q_{cp} < q_M$ | | | $P_m < P_{cp} < P_M$ | | | $q_m < q_{cp} < q_M$ | | | $P_m < P_{cp} < P_M$ | | | $q_m < q_{cp} < q_M$ | | |
| | | P_m | P_{cp} | P_M | q_m | q_{cp} | q_M | P_m | P_{cp} | P_M | q_m | q_{cp} | q_M | P_m | P_{cp} | P_M | q_m | q_{cp} | q_M |
| 1 | 8 | 0,08 | 0,14 | 0,19 | 0 | 0 | 0 | 0,12 | 0,18 | 0,21 | 0 | 0 | 0 | 0,17 | 0,22 | 0,24 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 7,5 | 0,19 | 0,26 | 0,35 | 0 | 0 | 0 | 0,25 | 0,36 | 0,39 | 0 | 0 | 0 | 0,33 | 0,40 | 0,44 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 6,5 | 0,29 | 0,36 | 0,45 | 0 | 0 | 0 | 0,38 | 0,47 | 0,50 | 0 | 0 | 0 | 0,48 | 0,51 | 0,57 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 15 | 0,46 | 0,52 | 0,59 | 0 | 0 | 0 | 0,60 | 0,71 | 0,82 | 0 | 0 | 0 | 0,80 | 0,889 | 0,94 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 3 | 0,47 | 0,63 | 0,66 | 0 | 0 | 0 | 0,65 | 0,77 | 0,88 | 0 | 0 | 0 | 0,88 | 0,93 | 0,99 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 10 | 0,55 | 0,70 | 0,79 | 0 | 0 | 0 | 0,82 | 0,87 | 1,00 | 0 | 0 | 0,17 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,43 | 0,81 | 0,98 |
| 7 | 7 | 0,62 | 0,77 | 0,85 | 0 | 0 | 0 | 0,87 | 0,97 | 1,00 | 0,1 | 0,14 | 0,47 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,44 | 0,90 | 0,97 |
| 8 | 6 | 0,60 | 0,71 | 0,77 | 0 | 0 | 0 | 0,86 | 0,84 | 0,98 | 0 | 0 | 0 | 0,94 | 0,99 | 1,00 | 0,603 | 0,12 | 0,32 |
| 9 | 5 | 0,55 | 0,58 | 0,66 | 0 | 0 | 0 | 0,70 | 0,78 | 0,86 | 0 | 0 | 0 | 0,78 | 0,85 | 0,90 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 5 | 0,46 | 0,51 | 0,59 | 0 | 0 | 0 | 0,61 | 0,72 | 0,80 | 0 | 0 | 0 | 0,74 | 0,80 | 0,84 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 5 | 0,36 | 0,42 | 0,44 | 0 | 0 | 0 | 0,55 | 0,63 | 0,67 | 0 | 0 | 0 | 0,64 | 0,67 | 0,79 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 1 | 0,20 | 0,26 | 0,29 | 0 | 0 | 0 | 0,36 | 0,41 | 0,44 | 0 | 0 | 0 | 0,43 | 0,44 | 0,50 | 0 | 0 | 0 |
| $\frac{\sum_{j=1}^n}{n}$ | $\sum_{j=1}^n T_j = 79$ | $P_{1,5} = \frac{\sum_{j=1}^{12} P_{cp}}{n} = 0,49$ | | | | | | $P_2 = 0,64$ | | | | | | $P_{2,5} = 0,75$ | | | | | |
| \bar{q} | | $q_{1,5} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{12} q_{cp} = 0$ | | | | | | $q_2 = 0,03$ | | | | | | $q_{2,5} = 0,15$ | | | | | |

единиц. В таблице указаны пределы изменения вероятностей наполнения транспорта и вероятностей отказа пассажиру в обслуживании для каждой остановки маршрута. Счет варианта 10 сек. используются датчики случайных чисел нормального и пуассоновского законов распределения.

Таблица 2

| № маршрута | P_{jt} | | | | | | | | | | | | |
|------------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,07 | 0,02 | 0,06 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,15 | 0,06 | 0,06 | 0,10 |
| 1 | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,07 | 0,02 | 0,06 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,15 | 0,06 | 0,06 | 0,10 |
| 2 | 0 | 0,01 | 0,06 | 0,04 | 0,07 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,15 | 0,08 | 0,06 | 0,08 | |
| 3 | | 0 | 0,01 | 0,01 | 0,03 | 0,10 | 0,25 | 0,20 | 0,15 | 0,10 | 0,05 | 0,10 | |
| 4 | | | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,07 | 0,25 | 0,30 | 0,08 | 0,08 | 0,10 | 0,10 | |
| | | | | 0 | 0,01 | 0,07 | 0,25 | 0,25 | 0,15 | 0,09 | 0,08 | 0,10 | |
| 6 | | | | | 0 | 0,01 | 0,05 | 0,20 | 0,19 | 0,30 | 0,10 | 0,15 | |
| 7 | | | | | | 0 | 0,01 | 0,04 | 0,25 | 0,30 | 0,20 | 0,20 | |
| 8 | | | | | | | 0 | 0,10 | 0,10 | 0,30 | 0,30 | 0,20 | |
| 9 | | | | | | | | 0 | 0,10 | 0,10 | 0,50 | 0,30 | |
| 10 | | | | | | | | | 0 | 0,10 | 0,20 | 0,70 | |
| 11 | | | | | | | | | | 0 | 0,20 | 0,80 | |
| 12 | | | | | | | | | | | 0 | 1 | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | 1 |

Оптимальный интервал следования транспортных единиц должен выбираться из условий соответствия нормам провозной способности и допустимой вероятности отказа пассажиру в обслуживании. Так, при средней загрузке транспорта не менее 60% и средней вероятности отказа пассажиру в обслуживании за рассматриваемое время $q_j < 0,2$ в табл. 1 выделен интервал следования транспорта как оптимальный. Таким образом, предложенный алгоритм позволяет оптимальным способом определять количество требуемых транспортных единиц в зависимости от вероятности наполнения подвижного состава и вероятности отказа пассажиру в обслуживании в процессе движения. В случае поступления сведений об изменении потока пассажиров по данному алгоритму можно исследовать необходимость изменения расписания движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятности и математическая статистика в технике (общая часть). М., Гостехиздат, 1955. 323 с.
2. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и приложения. М., «Мир», 1965. 287 с.
3. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968. 362 с.

УДК 681.142.5

В. М. ПЕРЕЛЬМУТЕР, канд. техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Корреляционный анализ случайных процессов играет важную роль при исследовании функционирования объектов управления, в статистической теории связи, при построении самонастраивающихся систем регулирования, при идентификации систем и т. д. Использование соотношения $\tilde{K}_x(\tau) = (T - \tau)^{-1} \int_0^{T-\tau} x(t + \tau)x(t)dt$, где волнистая черта означает оценку величины, требует довольно сложной аппаратуры и большого времени для проведения вычислений. В то же время корреляционные функции часто определяются с помощью простой аппаратуры, практически в реальном масштабе времени.

Одним из возможных способов решения этой задачи является параметризация корреляционной функции. При этом предполагается, что корреляционная функция известна с точностью до нескольких параметров, подлежащих определению. Наиболее распространенным является представление корреляционной функции ее разложением в ряд по системе ортонормированных функций [1, 2] и нахождение коэффициентов разложения. На практике, однако, этот метод также приводит к сложным вычислениям, так как число членов разложения может оказаться довольно большим. Другой метод определения параметров корреляционной функции предложен в [2—4]. В соответствии с этим методом необходимо задать аналитическим выражением для корреляционной функции $K_x(\tau) = D_x f(a_1, \dots, a_n)$, где a_i — искомые параметры. Пропустим центрированный случайный сигнал $x_0(t) = x(t) - m_x$ (на вопросах центрирования случайных процессов останавливаться не будем) через n линейных динамических звеньев с передаточными функциями $W_i(p)$ и найдем оценки дисперсий сигналов $x_i(t)$ на выходе этих звеньев, а также оценку дисперсий

$$x_0(t) : \tilde{d}_i = T^{-1} \int_0^T x_i^2(t) dt \quad (i = \overline{0, n}).$$

Пользуясь известными формулами статистической динамики, возможно вычислить величины $c_i = d_i/d_0$ как функции параметров a_i . Таким образом, получаем систему n уравнений $c_i = \varphi_i(a_1, \dots, a_n)$, в которые в качестве известных коэффициентов входят параметры $W_l(p)$. Решив эти уравнения относительно a_i , получаем соотношения $a_i = \psi_i(c_1, \dots, c_n)$. Подставляя в эти соотношения вместо c_i их экспериментально найденные оценки $\bar{c}_i = \bar{d}_i/\bar{d}_0$, находим искомые параметры. Передаточные функции W_l следует выбирать такими, чтобы сигналы $x_i(t)$ были бы линейно независимыми, а уравнения $c_i = \varphi_i(a_1, \dots, a_n)$ легко разрешимыми.

В [2—4] описанный метод рассмотрен для некоторых корреляционных функций. В настоящей статье этот метод применяется к большому числу типов корреляционных функций, а также рассмотрены мало затронутые в [2—4] вопросы точности метода и даются рекомендации по выбору $W_l(p)$ с точки зрения уменьшения погрешностей оценок.

Для анализа оценок величин a_i разложим функции φ_i в ряд относительно c_i , возведем в квадрат и найдем математические ожидания величин. Получим

$$D a_i = \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^n A_m^{(i)} A_k^{(i)} \overline{\Delta c_m \Delta c_k}. \quad (1)$$

Здесь $A_l^{(i)}$ — производные от φ_i по c_l , $\Delta c_l = \bar{c}_l - c_l$ — ошибка в определении c_l , черта сверху означает усреднение. В свою очередь, $\Delta c_l \approx d^{-1}(\Delta d_l - c_l \Delta d_0)$, откуда

$$\overline{\Delta c_m \Delta c_k} = d_0^{-2} (\overline{\Delta d_m \Delta d_k} - c_k \overline{\Delta d_m \Delta d_0} - c_m \overline{\Delta d_k \Delta d_0} + c_m c_k \overline{\Delta d_0^2}). \quad (2)$$

Основным источником ошибок определения a_i является конечность времени наблюдения T . Асимптотически при больших T

$$\overline{\Delta d_m \Delta d_k} \approx \frac{2}{T} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} W_m(p) W_m(-p) W_k(p) W_k(-p) S_x^2(p) dp, \quad (3)$$

где $S_x(p)$ — спектральная плотность $x_0(t)$. Из других источников ошибок рассмотрим следующие:

а) ошибки, величина которых не зависит от величин d_m , например погрешности квантования или дрейф нуля интеграторов. Эти ошибки можно рассматривать как независимые случайные величины с одинаковыми дисперсиями σ_0^2 . Тогда $\overline{\Delta c_m \Delta c_k} = 0$ при $m \neq k$ и

$$\overline{\Delta c_k^2} = \frac{\sigma_0^2}{d_0^2} (1 + c_k^2); \quad (4)$$

б) ошибки, величина которых примерно пропорциональна величинам d_m , например ошибки из-за неточной установки постоянных времени интегрирования. В этом случае $\Delta d_m = b_m d_m$, где

b_m — независимые случайные величины с одинаковыми дисперсиями σ_1^2 . Тогда $\overline{\Delta c_m \Delta c_k} = 0$ при $k \neq m$ и

$$\Delta c_m^2 = 2\sigma_1^2 c_m^2; \quad (5)$$

в) ошибки, вызываемые неточным представлением $K_x(\tau)$ с помощью принятого выражения $f(a_i)$, а также действием помех. При рассмотрении такого рода ошибок примем, что измеряемый сигнал $x(t)$ равен $x_0(t) + \Delta x(t)$, где $\Delta x(t)$ не зависит от $x_0(t)$ и является широкополосным процессом с постоянной спектральной плотностью $D_{\Delta x} \pi / \omega_0$. Тогда смещение оценок, вызываемое действием $\Delta x(t)$, можно найти из соотношений

$$\overline{\Delta a_i} = \sum_{m=1}^n A_m^{(i)} \overline{\Delta c_m}; \quad \overline{\Delta c_m} = \frac{1}{D_x} (\overline{\Delta d_m} - c_m \overline{\Delta d_0}); \quad (6)$$

$\overline{\Delta d_i} = M[\Delta x_i^2]$, где Δx_i — результат прохождения сигнала $\Delta x(t)$ через $W_i(p)$. Будем предполагать, что ω_0 намного превосходит частотный диапазон $x_0(t)$.

Некоторые результаты расчетов для ряда $K_x(\tau)$ представлены в таблице. В седьмой графе приведены формулы для дисперсии оценок, вызываемой конечностью времени усреднения, а в восьмой — формулы для смещения оценок, вызываемого действием помехи «в». В таблице также приведены необходимые данные для расчета ошибок, вызываемых действием помех «а» и «б», по формулам (4) и (5). В последней графе даны рекомендуемые параметры $W_i(p)$. По этому поводу сделаем следующие замечания. Условия для выбора $W_i(p)$ в целях получения минимальной ошибки, вызываемой конечностью времени усреднения, а также помехами «а», «б», «в», в значительной мере противоречивы. В связи с этим оптимальные величины параметров $W_i(p)$ можно найти из условия минимума суммарной ошибки, однако для этого требуется высокий уровень априорной информации. Приведенные в таблице значения параметров $W_i(p)$ обеспечивают близкие к минимальным ошибки, вызываемые помехами «а» и «б», причем ошибка, вызываемая конечностью времени усреднения, возрастает незначительно. Что касается помехи «в», то параметры $W_i(p)$, обеспечивающие ее минимальное влияние, в большинстве случаев соответствуют большим ошибкам, вызываемым конечностью времени усреднения, и наоборот. В связи с этим, если помеха «в» имеет значительную интенсивность, может оказаться необходимым изменить параметры $W_i(p)$ по сравнению со значениями, даваемыми в таблице. Эти параметры можно выбрать, например, из условия минимума $D_{a_T} + \Delta a^2$, где D_{a_T} — дисперсия ошибки, вызываемой конечностью времени усреднения.

Дадим некоторые дополнительные комментарии к таблице. Для спектральных плотностей 1 и 2 при $y \ll 1$, $z \ll 1$ предлагаемые оценки приближаются к оценкам с минимальной дисперсией.

| | 1 | a) | 2 | b) |
|---------------------------------------|---|--|--|--|
| $S_2(p)$ | $\frac{D_2^{2\beta}}{-p^2 + \beta^2}$ | | $\frac{D_2^{4\alpha\gamma^2}}{(p^2 + 2\alpha p + \gamma^2)(p^2 - 2\alpha p + \gamma^2)}$ | |
| W_i | $W_1 = \frac{T_{1p} + 1}{T_{1p} + 1}$ | $W_1 = T_0^p$ | $W_2 = \frac{T_{1p} + 1}{T_{1p}}$ | $W_3 = \frac{T_{1p}}{1 + T_{1p}}$ |
| c_i | $c_1 = \frac{\beta T_1^2 + T_2}{T_1^2(1 + \beta T_2)}$ | $c_1 = T_0^{2\alpha}$ | $c_2 = \frac{1 + 2\alpha T_2 + T_1^2}{F_2}$ | $c_i = \frac{T_1^2}{F_i} \quad (i=1, 2) \quad F_i = 1 + 2\alpha T_i + T_1^2$ |
| $\tilde{\alpha}_i$ | $\tilde{\beta} = \frac{T_2(\alpha - 1)}{T_1^2 - T_2^2 c_1}$ | $\tilde{\alpha} = \frac{(1 + T_2^2) c_2 - 1 - T_1^2}{2T_2(1 - c_2)}$ | $\tilde{\gamma} = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1 T_2 [(T_1 - T_2) - (c_1^{-1} T_1 - c_2^{-1} T_2)]}$ | $\tilde{\alpha} = \frac{\tilde{\gamma}^2 T_1 (1 - c_1) - 1}{2c_1}$ |
| $A_i^{(p)}$ | $A_1 = \frac{T_2(1 + \beta T_1)^2}{T_1^2 - T_2^2}$ | $A_1^{(a)} = \frac{1 + 2\alpha T_2}{2T_2 T_0^{2\alpha}}$ | $A_2^{(a)} = \frac{F_2^2}{2T_2 \gamma^2 (T_2^2 - T_1^2)}$ | $A_1^{(b)} = \frac{F_2^2 T_1}{T_1^2 (T_1 - T_2)}$ |
| | | $F_2 = 1 + 2\alpha T_2 + T_2^2$ | | $A_3^{(a)} = \frac{F_2^2 (1 + 2\alpha T_1)}{2\gamma^2 T_1^2 (T_1 - T_2)}$ |
| $\frac{D_{\alpha\beta}}{d_1^{\beta}}$ | $\frac{D_{\beta}}{\beta^2} = \frac{2(1 + \gamma)}{\beta^2}$ ($\gamma = \beta T_2$) | $\frac{D_2}{\alpha^2} = \frac{1 + 2\gamma}{\alpha^2}$ | $\frac{D_1^2}{\gamma^4} = \frac{4}{2\alpha^2 \gamma}$ | $\frac{D_2}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha^2} (1 + 2\gamma) (1 + 2\alpha\gamma) \left(1 + \frac{2\gamma^2}{1 + \gamma}\right)$ $\frac{D_1^2}{\gamma^4} = \frac{4}{\alpha^2 \gamma} \left(1 + \frac{2\alpha^2 \gamma^2}{1 + \gamma}\right)$ $\gamma = \alpha T_2, \quad z = \frac{T_1}{T_2}, \quad u = \frac{1}{\alpha}$ |

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|--|---|--|---|
| $\frac{\Delta \bar{x}}{\alpha_i}$ (кас) | $\frac{\Delta \bar{x}}{\beta} = \frac{D_A(1+p)}{D_A} \cdot \psi$ ($\omega_0 T_3 \gg 1$) | $\frac{\Delta \bar{x}}{\alpha} = \frac{D_A(1+2p)}{D_A \beta \psi^2 \omega^2} (\varphi^2 \psi^4 - 6\psi - 6\omega^2 \psi^4 - 3)$ $\psi = \frac{\omega_0}{\alpha}$ | $\frac{\Delta \bar{x}}{\alpha} = \frac{D_A(1+2p)}{D_A} (1 + 2p) \frac{(1+x+2pz)}{2y^2 \omega^2 z^2}$ | |
| параметры $W_i(p)$ | $\varphi = 0.2 + 0.5 \frac{T_1}{T_3} = 5$ | $\psi = \frac{1.2 + 1.5}{\omega} \frac{T_1}{T_3} = 5$ $\omega_0 T_3 \gg 1 \quad \frac{T_1}{T_3} > 1$ | $\frac{T_1}{T_3} = 0.2 \quad \gamma T_3 = 1$ | |
| $S_s(p)$ | | $\frac{2\alpha(p+\gamma)(-p+\gamma)}{(p^2+2\alpha p+\gamma^2)(p^2-2\alpha p+\gamma^2)}$ | | $D_A \alpha (-p^2)$ |
| W_i | | $W_1 = \frac{T_{1D}}{1+T_{1D}} \quad W_2 = \frac{T_{2D}}{1+T_{2D}}$ | | $W_1 = \frac{T_{1D}}{1+T_{1D}} \quad W_2 = \frac{T_{2D}}{1+T_{2D}}$ |
| α_i | | $\alpha_i = \frac{T_I(\alpha + T_I \gamma^2)}{F_i} \quad (i=1,2)$ | | $\alpha_i = \frac{T_I(2\alpha + T_I \gamma^2)}{F_i} \quad (i=1,2)$ |

| | 3 | 4 |
|--------------------------------------|---|---|
| \bar{a}_1 | $\bar{y}^3 = \frac{T_1 c_3 (2c_3 - 1) - T_2 c_3 (2c_3 - 1)}{T_1 (c_3 - 1) (2c_3 - 1) - T_2 (c_3 - 1) (2c_3 - 1)} \frac{1}{T_1 T_2}$ $\bar{z} = \frac{c_3 (1 + \bar{y}^2 T_1^2) - T_1^2 \bar{y}^2}{T_1 (1 - 2c_3)}$ | $\bar{y}^3 = \frac{c_3 (c_3 - 1)^{-1} - 2c_3 (c_3 - 1)^{-1}}{(1 - z) z T_2^2}$ $z = \frac{T_1}{T_2}$ $\bar{z} = \frac{x^2 c_3 (c_3 - 1)^{-1} - c_3 (c_3 - 1)^{-1}}{2 T_1 z (1 - z)}$ |
| $A_1^{(0)}$ | $A_1^{(0)} = \frac{F_1^2 (1 - \bar{y}^2 T_1^2)}{T_1 (T_1 - T_2) F_{1,2}} \quad A_1^{(1)} = \frac{-F_2^2 (1 - \bar{y}^2 T_1^2)}{T_2 (T_1 - T_2) E_{1,2}} \quad F_{1,2} = 1 + \alpha T_1 + \alpha T_2 + \bar{y}^2 T_1 T_2$ $A_1^{(2)} = \frac{F_1^2 T_2 (1 + \alpha T_2)}{T_1 (T_1 - T_2) F_{1,2}} \quad A_1^{(3)} = -\frac{F_2^2 T_1 (1 + \alpha T_1)}{T_2 (T_1 - T_2) F_{1,2}}$ | $A_1^{(0)} = -\frac{F_1^2 T_2}{2 T_1 (T_1 - T_2)}$ $A_1^{(1)} = \frac{F_1^2}{T_1 (T_1 - T_2)}$ $A_1^{(2)} = \frac{F_1^2 T_1}{2 T_2 (T_1 - T_2)} \quad A_1^{(3)} = \frac{-F_2^2}{T_2 (T_1 - T_2)}$ |
| $\frac{D_{a_1}}{a_1^2}$ | $\frac{D_{a_1}}{a_1^2} = \frac{1 + 4y + 8y^2 + 2\alpha^2 y (1 + 3y + 4y^2) + \alpha^4 y^4 + 2\alpha^2 y^2 (2 + 2y + \alpha^2 y^2)}{(1 + y) (1 + \alpha^2) + \alpha^4 y^2 (1 + y)^2}$ $D_{a_1} = \frac{0.5 \alpha T_1 y^2 (1 + y)^2}{\alpha T_1^2 (\alpha^2 (1 + y))}$ | $\frac{D_{a_1}}{a_1^2} = \frac{1}{y} \frac{1}{1 + \alpha^2} \left(1 + \frac{2yz}{1 + z} \right)$ $D_{a_1} = \frac{4[2 + \alpha^2 y (1 + z)]}{y} = \frac{\alpha T_1 \alpha^2 y (1 + z)}{y}$ |
| $\frac{\Delta a_1}{a_1} (\text{вс})$ | $\frac{\Delta \bar{a}_1}{\bar{a}_1} = -\frac{D_{a_1} (1 + yz) (1 + z + 2yz)}{D_{a_1} F_{1,2} y z}$ $\frac{\Delta \bar{y}^3}{\bar{y}^3} = \frac{D_{a_1} - 1 + 2y^2 (1 + y^2 \alpha^2) + \alpha^2 y^2 (1 + z) (\alpha y z + 1 + z)}{D_{a_1} F_{1,2} \alpha^2 y^2 z^2}$ | $\frac{\Delta \bar{a}_1}{\bar{a}_1} = -\frac{D_{a_1} (1 + z + 2yz)}{D_{a_1} F_{1,2} y z}$ $\frac{\Delta \bar{y}^3}{\bar{y}^3} = \frac{D_{a_1} \alpha^2 y^2 z - 1}{D_{a_1} \alpha^2 y^2 z}$ |
| параметры $W, (\sigma)$ | $\frac{T_1}{T_2} = 0.1 + 0.3 \quad T_2 = 1 + 1.5$ | $\frac{T_1}{T_2} = 0.2 \quad \alpha T_2 = \frac{4.5 \alpha^2}{y}$ |

| | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--|--|--|---|---|
| $S_x(\rho)$ | $\frac{D_x \pi}{\beta}$ при $ \omega < \beta$, 0 при $ \omega > \beta$ | $D_x \frac{2\omega}{\pi} \sin \frac{2\omega}{2\alpha}$ | $D_x \frac{2\omega}{\pi} e^{-\frac{ \omega }{\alpha}}$ | $\rightarrow R$ |
| W_l | $W_1 = T_{10}$ | $W_1 = \frac{T_{10}}{T_{20} + 1}$ | $W_1 = T_{10}$ | $W_l = \frac{1}{T_{10} + 1}$ |
| c_l | $c_1 = \frac{T_{10}^2}{3}$ | $c_1 \approx \frac{\beta T_1^2 (5 - 3\beta^2 T_2^2)}{\beta T_2^2 (15 - 3\beta^2 T_2^2)}$ $\beta T_2 < 0,5$ | $c_1 = 2\alpha^2 T_1^2$ | $c_{1l} = \frac{r_{1l}}{2T_1}$ |
| $\tilde{\alpha}_l$ | $\beta = \frac{1}{T_1} \sqrt{3c_1}$ | $\beta = \frac{1}{T_2} \sqrt{0,833 - \sqrt{0,694 - \frac{5c_1}{2\alpha}}}$ $\alpha = \frac{T_1}{T_2}$ | $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2} T_1} \sqrt{c_1}$ | $r_{1l} = 2T_1 c_{1l}$ |
| $A_l^{(0)}$ | $A_1 = \frac{1,5}{\beta T_1^2}$ | $A_1 = \frac{1,25}{\beta T_1^2 (0,833 - \beta T_2^2)}$ | $A_1 = \frac{1}{4\alpha T_1^2}$ | $A_{1l} = 2T_1$ |
| $\frac{D_{\alpha l}}{\alpha_l^2}$ | $\frac{D_1}{\beta^2} \approx \frac{1,26}{\beta T_1}$ | $\frac{D_1}{\beta^2} \approx \frac{1,26}{\beta T_1}$ | $\frac{D_1}{\alpha^2} \approx \frac{16\alpha^2}{\alpha T_1}$ $\alpha = \alpha T_2$ | $\frac{D_1 r_{1l}}{r_{1l}^2} = \frac{T_1}{r_{1l}} \left(1 + \frac{r_{1l}^2}{r_{1l}}\right)$ |
| $\frac{\Delta \alpha_l}{\alpha_l} (\text{вс})$ | $\frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{D_1 (\alpha_0^2 - \beta^2)}{2D_1 \beta^2}$ | $\frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{1,25}{\beta^2 (0,833 - \beta^2)} \left(1 - \frac{\beta^2}{3} - \frac{0,5\pi}{\beta}\right)$ $\alpha = \beta T_2$, $\varphi = \frac{\alpha_0}{\beta}$ | $\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{D_1}{D_2} \left(1 - \frac{\alpha}{\varphi}\right)$ $\varphi = \frac{\alpha_0}{\alpha}$ | $\frac{\Delta r_{1l}}{r_{1l}} = \frac{D_{\alpha l}}{\alpha_l r_{1l}} - \frac{r_{1l}}{\alpha_l} = 0$ $(l \neq 1)$ |
| параметры $W_l(\rho)$ | $T_{10} \approx 2$ | $T_{10} \approx 2$, $T_{20} \approx 0,3$ | $\alpha T_1 = 1 \rightarrow 1,5$ | $\alpha T_1 = 1 \rightarrow 1,5$ |

Для спектральной плотности 3 полные выражения для D_x и D_{τ} весьма сложны и здесь же приводятся. В таблице даны приближенные формулы, если $z \ll 1$, $y < 1$, $u < 10$. Спектральная плотность 4 соответствует процессу, имеющему нулевую мощность при $\omega = 0$. Требования к выбору величин T_1 и T_2 с точки зрения уменьшения $D_{x,T}$ и $D_{\tau,T}$ противоречивы. Приведенная в таблице формула получена из условия минимума суммы $D_{x,T}/\alpha^2 + D_{\tau,T}/\alpha$. Для спектральной плотности 5 (вариант б) предполагается, что априорная информация достаточна для того, чтобы обеспечить выполнение условия $\beta T_2 < 0,5 \div 0,6$. Спектральная плотность 6 соответствует корреляционной функции $K_x(\tau) = -D_x(1 - \alpha|\tau|)$ при $\alpha|\tau| < 1$ и $K_x(\tau) = 0$ при $\alpha|\tau| > 1$. Предполагается, что априорная информация достаточна для выполнения условия $\alpha T_2 > 2$. Можно получить формулы для оценки α , имеющие большую эффективность, если не ограничиваться условием $\alpha T_2 > 2$, однако при этом необходимо решать трансцендентное уравнение, как это следует из формулы для ϵ_1 . Спектральной плотности 7 соответствует корреляционная функция $K_x(\tau) = -D_x/1 + \alpha^2\tau^2$. Рассматривается только «чистое» дифференцирование, так как в противном случае интегралы в элементарных функциях не берутся.

В восьмой строке рассматривается оценка корреляционной функции случайного вектора $\vec{x}(t)$ с элементами $x^{(i)}(t)$ ($i = \overline{1, n}$), причем эта корреляционная функция аппроксимируется белым шумом. Корреляционная матрица $\vec{R} \vec{z}(\tau)$ положительно определена и имеет элементы $r_{ij} = x^{(i)}(t) x^{(j)}(t)$. Такая задача возникает в широко распространенной теории фильтрации Калмана. В этом случае $\vec{r} = T^{-1} \int_0^T x^{(i)}(t) x^{(j)}(t) dt$, где индексом «ф» обозначены сигналы $x^{(i)}(t)$ на выходе звеньев $W_i(p)$. Для уменьшения ошибки, вызываемой конечностью времени усреднения, а также помехой «а», необходимо уменьшать T_1 . При этом, однако, следует учитывать ограниченность диапазона вычислительных устройств. Кроме того, нужно иметь в виду следующее обстоятельство. Реально белых шумов не существует, и ими аппроксимируются шумы, полоса которых значительно шире полосы основного сигнала. Пусть, например, реальный шум имеет полосу ω_0 и дисперсию D_x , т. е. $S_x = \pi D_x / \omega_0$. Естественно предположить, что эквивалентный белый шум должен иметь спектральную плотность S_x . Пропустим реальный шум через апериодическое звено и вычислим оценку \vec{r} интенсивности белого шума. Имеем

$$\vec{r} = \frac{2}{\pi} S_x \operatorname{arctg} \omega_0 T_1.$$

Если $\omega_0 T_1 \gg 1$, то $\vec{r} = S_x$. Отсюда можно найти границу снизу для величины T_1 ($\omega_0 T_1 > 6 \div 7$).

В заключение сделаем замечание относительно применения приведенных в статье соотношений. Для правильного выбора параметров $W_i(\rho)$ необходимо знать параметры корреляционной функции, которые, естественно, до эксперимента точно не известны. В ряде случаев априорная информация достаточна для выбора параметров $W_i(\rho)$, близких к оптимальным. Если же полученные в результате расчетов величины $\hat{a}_{i(0)}$ значительно отличаются от принятых при выборе параметров $W_i(\rho)$, можно рекомендовать повторное определение \hat{a}_i при новых параметрах $W_i(\rho)$, полученных на основании $\hat{a}_{i(0)}$. В других случаях грубое представление о характере корреляционной функции, достаточное для выбора $W_i(\rho)$, можно получить, определив среднее число нулей процесса [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., «Сов. радио», 1968. 255 с.
2. Горбачевич Е. Д. Коррелометры с аппроксимацией. М., «Энергия», 1971. 96 с.
3. Горбачевич Е. Д., Пышкина Э. П. Метод определения параметров одного вида корреляционных функций. — «Приборы и системы управления», 1969, № 2, с. 8—10.
4. Перельмутер В. М. Об идентификации объектов методом максимального правдоподобия. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1971, № 3, с. 450—458.

УДК 519.28

В. А. ПОПОВ, канд. техн. наук,
М. Л. ЛИТВИНОВ, А. Л. ЛИТВИНОВ

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ЭРЛАНГОВСКИМ ВХОДНЫМ ПОТОКОМ И ГИПЕРЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

При анализе и оценке эффективности сложных управляющих и вычислительных систем используются различные вероятностные модели [1]. В качестве таких моделей особенно широко применяются системы массового обслуживания [2].

Рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания с ожиданием, входной поток заявок для которой задан эрланговской функцией распределения времени k -го порядка:

$$A(t) = 1 - \sum_{i=1}^k \frac{(kt)^{i-1}}{(i-1)!} \cdot e^{-kt}, \quad (1)$$

а время обслуживания имеет гиперэкспоненциальную функцию распределения m -го порядка:

$$B(t) = 1 - \sum_{i=1}^m b_i e^{-\nu_i t}, \quad \sum_{i=1}^m b_i = 1. \quad (2)$$

Пусть

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{k} \quad \text{и} \quad \bar{\mu} = \left[\sum_{i=1}^m \frac{b_i}{\nu_i} \right]^{-1}$$

— средние интенсивности потоков, описываемых соответственно распределениями (1) и (2), а $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ — преобразования Лапласа — Стильтьеса этих распределений.

Если $\bar{\mu} > \bar{\lambda}$, то для установившегося режима рассматриваемой системы существует функция распределения времени ожидания $F(t)$, для нахождения которой можно составить интегральное уравнение Линдли [3]. Решение находится посредством факторизации преобразования Лапласа — Стильтьеса ядра интегрального уравнения. Соответствующее факторизационное уравнение имеет вид

$$\gamma(s) = \frac{K_+(s)}{K_-(s)} = \alpha(-s)\beta(s) - 1 = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s} \right)^k \sum_{i=1}^m \frac{b_i \nu_i}{\nu_i + s} - 1.$$

Замечим, что функция

$$\beta(s) = \frac{\sum_{i=1}^m b_i \nu_i \prod_{l=1}^m (\nu_l + s)}{\prod_{i=1}^m (\nu_i + s)} = \frac{P_{m-1}(s)}{Q_m(s)} \quad (3)$$

является отношением двух многочленов, причем степень числителя меньше степени знаменателя. Тогда можно записать [4], что преобразование Лапласа — Стильтьеса от $F(t)$

$$\varphi(s) = \frac{Q_m(s)}{Q_m(0) \prod_{i=1}^m \left(1 - \frac{s}{q_i} \right)},$$

где q_i ($i = 1, 2, \dots, m$) — корни уравнения

$$\gamma(s) = 0. \quad (4)$$

Используя (3), получим в левой полуплоскости $\text{Re } s < 0$

$$\varphi(s) = \prod_{i=1}^m \frac{(\nu_i + s)}{\nu_i \left(1 - \frac{s}{q_i} \right)}.$$

Положив $s = \lambda(1 - z)$, уравнение (4) запишем в виде

$$\sum_{l=1}^m \frac{b_l \mu_l}{\mu_l + \lambda(1 - z)} - z^k = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет k корней в круге $|z| = 1$ (считая их кратности).

Для доказательства этого факта, найдем значения модулей обеих слагаемых (5) на границе области

$$\begin{aligned} |z| &= 1 + \varepsilon, \quad \varepsilon \rightarrow +0; \\ |-z|^k &= (1 - \varepsilon)^k. \end{aligned} \quad (6)$$

Разложив правую часть (6) по формуле Тейлора и отбросив члены более высокого порядка малости чем первый, получим

$$|-z^k| = 1 - k\varepsilon.$$

Аналогично

$$\left| \sum_{l=1}^m \frac{b_l \mu_l}{\mu_l + \lambda(1 - z)} \right| = 1 - \lambda\varepsilon \sum_{l=1}^m \frac{b_l}{\mu_l}.$$

Так как $\bar{\mu} > \bar{\lambda}$, то

$$k > \lambda \sum_{l=1}^m \frac{b_l}{\mu_l},$$

т. е. на границе области $|z| = 1 + \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow 0$

$$|-z^k| > \left| \sum_{l=1}^m \frac{b_l \mu_l}{\mu_l + \lambda(1 - z)} \right|.$$

Тогда, согласно теореме Руше, внутри области $|z| = 1$ и на ее границе $(-z^k)$ и

$$\left(\sum_{l=1}^m \frac{b_l \mu_l}{\mu_l + \lambda(1 - z)} - z^k \right)$$

имеется одинаковое число нулей, равное k . Остальные m нулей уравнения (5) лежат вне области $|z| = 1$. Обозначим их как z_i ($i = 1, 2, \dots, m$). Функция

$$\gamma_1(z) = \sum_{l=1}^m \frac{b_l \mu_l}{\mu_l + \lambda(1 - z)} - z^k$$

мероморфная, с полюсами в точках $1 + \frac{\mu_i}{\lambda}$ ($i = 1, 2, \dots, m$), между которыми находится, по крайней мере, по одному нулю. Так как всего полюсов m и в $|z| > 1 - \frac{\mu_m}{\lambda}$ нули отсутствуют, то

$$1 < z_1 < 1 + \frac{\mu_1}{\lambda} < z_2 < \dots < 1 + \frac{\mu_{k-1}}{\lambda} < z_k < 1 + \frac{\mu_k}{\lambda} \dots z_m < 1 + \frac{\mu_m}{\lambda}. \quad (7)$$

Выразим q_i через z_i :

$$q_i = \lambda(1 - z_i), \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Так как $|z_i| > 1$, то q_i лежат в левой полуплоскости $\operatorname{Re} s < 0$. Окончательно получим

$$\varphi(s) = \lambda^m \prod_{i=1}^m \frac{(\mu_i + s)(1 - z_i)}{(\mu_i [\lambda(1 - z_i) - s])}. \quad (8)$$

Взяв обратное преобразование Лапласа — Стильтеса от (8), найдем

$$F(t) = 1 - \sum_{i=1}^m \frac{\prod_{l=1}^m (1 - z_l) (\mu_l + \lambda - \lambda z_l) e^{-\lambda(z_l - 1)t}}{(z_i - 1) \prod_{l=1}^m \mu_l \sum_{k=1}^m \frac{\prod_{k=1}^m (z_i - z_k)}{(z_i - z_k)}}.$$

Среднее время ожидания в очереди

$$\bar{t}_{ож} = -\varphi'(0) = \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{\lambda(z_i - 1)} - \frac{1}{\mu_i} \right].$$

Дисперсия времени ожидания в очереди

$$\sigma_{ож}^2 = m_2 - \bar{t}_{ож}^2, \quad (9)$$

где m_2 — второй начальный момент времени ожидания.

Найдя m_2 и подставив в (9) $\bar{t}_{ож}^2$ и m_2 , после преобразований получим

$$\sigma_{ож}^2 = \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{\lambda^2 (z_i - 1)^2} - \frac{1}{\mu_i^2} \right].$$

Запишем $t_{ож}$ и $\sigma_{ож}$ в виде

$$t_{ож} = \sum_{i=1}^m \int_{\psi_i^2}^{\psi_i^2} x^{-\frac{1}{2}} dx, \quad \sigma_{ож} = \int_0^{\sum_{i=1}^m (\psi_i^2 - \psi_i^2)} x^{-\frac{1}{2}} dx,$$

где

$$\psi_i = \frac{1}{\lambda(z_i - 1)}, \quad \psi_i = \frac{1}{\mu_i}.$$

Перепишем $\sigma_{ож}$ как

$$\sigma_{ож} = \int_0^{\psi_{m-1}^2 - \psi_m^2} x^{-\frac{1}{2}} dx + \sum_{i=1}^{m-1} \int_{\psi_{i-1}^2}^{\psi_{m-1}^2 - \psi_{m-1}^2} x^{-\frac{1}{2}} dx,$$

можно доказать, используя (7), что

$$\int_{\psi_{i-1}^2}^{\psi_{m-1}^2 - \psi_{m-1}^2} x^{-\frac{1}{2}} dx > \int_{\psi_i^2}^{\psi_i^2} x^{-\frac{1}{2}} dx, \quad \int_0^{\psi_{m-1}^2 - \psi_m^2} x^{-\frac{1}{2}} dx > \int_{\psi_m^2}^{\psi_m^2} x^{-\frac{1}{2}} dx,$$

т. е. $\sigma > \bar{t}_{ож}$ или отношение среднеквадратического отклонения времени ожидания к среднему значению времени ожидания больше единицы.

Зная $\bar{t}_{ож}$, $\bar{\lambda}$ и $\bar{\mu}$, можно определить среднее число требований в очереди L_q и в системе L .

Соответственно

$$L_q = \bar{t}_{ож} \bar{\lambda} = \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{k(z_i - 1)} - \frac{\lambda}{k\mu_i} \right];$$

$$L = \bar{t}_{ож} \bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{\lambda(z_i - 1)} - \frac{1}{\mu_i} \right]}{\sum_{i=1}^m \frac{B_i}{\mu_i}}.$$

1. Кузьмин И. В. Оценка эффективности и оптимизации АСКУ. М., «Сов. радио», 1971. 240 с.
2. Чумаченко В. Ф., Попов В. А., Литвинов М. Л. Расчет характеристик цифровых вычислительных систем. ХВКИУ, Харьков, 1971. 130 с.
3. Гнеденко В. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., «Наука», 1966. 420 с.
4. Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания. М., «Наука», 1966. 241 с.

УДК 658.5

В. В. СВИРИДОВ, канд. техн. наук,
В. М. ЛЕВЫКИН, О. К. ИЛЮНИН, канд. техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ РАБОТ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ВРЕМЕНИ ИХ ВЫПОЛНЕНИЯ

Предприятию и его подразделениям выдаются плановые задания, выполнение которых строго ограничено во времени. Однако в реальных условиях, из-за действия различных причин случайного характера, план выполняется неравномерно.

В любой момент времени t вероятность выполнения плана определяется выражением

$$P_t(A > A_t) = P_t(V > V_{\text{тp}}) = \int_{V_{\text{тp}}}^{\infty} p(V) dV, \quad (1)$$

где $p(V)$ — закон распределения плотности вероятности скорости работы подразделения;

$V_{\text{тp}}$ — требуемая скорость;

A_t — фактически выполненный объем работы.

Для расчета по (1) необходимо знать вид закона распределения скорости выполнения плана. Исследования, проведенные на отдельных подразделениях, позволяют утверждать, что скорость выполнения плана распределена по нормальному закону [1, 2].

Выполнение плана является сложным процессом, требующим согласованности всех элементов производства, но в результате действия различных отрицательных факторов (срыв поставок материалов, комплектующих изделий, выход из строя оборудования и т. п.) время выполнения работы сокращается. Если плановое время $t_{\text{пл}}$ остается без изменения, то используется нормальный закон распределения с параметрами m_V , σ_V . Если же $t_{\text{пл}}$ меняется на какую-то определенную величину, то параметры m_V и σ_V на оставшийся отрезок времени будут иными.

В данной работе ставится задача: определить изменение параметров закона распределения в зависимости от изменения времени выполнения планового задания.

Как указывается в [1], время выполнения планового задания есть величина случайная, связанная с объемом $A_{пл}$, скоростью $V_{пл}$ и имеет плотность распределения

$$f(t) = \frac{A_{пл}}{\sigma_V t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{A_{пл}}{\sigma_V t} - \frac{m_V}{\sigma_V} \right)^2 \right] \quad (2)$$

при $t_1 < t < t_2$, где $t_1 = \frac{A_{пл}}{V_1}$; $t_2 = \frac{A_{пл}}{V_2}$.

После соответствующих обозначений и подстановок

$$\beta = \frac{A_{пл}}{\sigma_V}; \quad \alpha = \frac{m_V}{\sigma_V}$$

имеем

$$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right], \quad (3)$$

где α — коэффициент однородности исполнителей; β — относительный объем работ.

При

$$\Theta = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A_{пл}}{m_V} \quad (4)$$

имеем другую форму записи:

$$f(t) = \frac{\Theta \alpha}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{\Theta}{t} - 1 \right)^2 \right], \quad (5)$$

где Θ — характеристическое время выполнения работы. При изменении времени выполнения изменяются параметры m_V и σ_V . Из уравнения (3) найдем значение моды, при которой плотность распределения максимальна:

$$\frac{df(t)}{dt} = 0; \quad t_m = \frac{\alpha \Theta}{4} \sqrt{\alpha^2 + 8} - \alpha. \quad (6)$$

Используя параметры закона распределения, находим значение t_m при $\Theta = 1$. Из выражений (4), (6) видно, что мода t_m прямо пропорциональна θ , а α остается постоянной при неизменных параметрах закона распределения. Но из (4) θ , кроме того, прямо пропорциональна β и обратно пропорциональна α , поэтому, если мы изменяем θ , то изменяется на такую же величину и β . На основании этих рассуждений для различных значений θ можно найти параметры m_V и σ_V при $A_{пл} = \text{const}$. Например, при $\theta = 1$ имеем m_V^1 и σ_V^1 :

$$\Theta^1 = \frac{1}{2}; \quad \beta^1 = \frac{1}{2}; \quad \sigma_V^1 = \frac{A_{пл}}{\beta^1}; \quad m_V^1 = \sigma_V^1 \alpha.$$

Естественно, если Θ изменяется не на $\frac{1}{2}$, а на любую другую величину, то, проделывая подобные операции над исходными параметрами m_V и σ_V , получим их новые значения. Задаваясь различными значениями величины Θ , можно построить график зависи-

мостей m_V и σ_V от Θ при определенных величинах α и β . Полученные зависимости m_V и σ_V от Θ дают возможность определять с помощью графика новые значения m_V^* и σ_V^* при изменении Θ . Таким образом, чтобы получить параметры закона распределения, в связи с изменением времени выполнения плана необходимо:

- 1) определить параметры закона распределения для начального $t_{пл}$, т. е. m_V ; σ_V ; β ; α ;
- 2) рассчитать значения m_V и σ_V для различных значений Θ и построить график зависимостей $m_V = f(\theta)$, $\sigma_V = f(\theta)$;
- 3) при изменении значений θ , используя график, определить значения m_V^* и σ_V^* .

ЛИТЕРАТУРА

1. Дружинин Г. В. Распределение времени выполнения работ. — «Изв. АН СССР. Техн. кибернетика», № 6, 1963, с. 39—47.
2. Свиридов В. В. Система оперативного контроля выполнения планового задания на промышленном предприятии. — «Проблема создания АСУ экономическими процессами на промышленных предприятиях». Материалы конференции. Донецк, 1970, с. 59—61.

УДК 622.458

Б. Д. ЯЛОВКИН

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКАМИ В СЕТЯХ

Сетью назовем любую систему, представленную в виде связанного графа, элементам которого поставлены в соответствие некоторые физические величины. К элементам графа отнесем любые подмножества вершин или ребер (дуг) графа. Будем рассматривать сети, для которых справедливы первый и второй постулаты (законы Кирхгофа для электрических цепей). Каждой дуге ориентированного связанного графа поставлены в соответствие активные и пассивные элементы и две переменные величины, связанные между собой аналитической зависимостью (закон Ома для линейных электрических сетей). Таким образом, рассматриваются сети с установившимися потоками.

В статье приводится аналитическое описание задачи оптимизации энергозатрат в сети при неполностью заданном потокораспределении, которое представлено в виде единого неравенства. Такое аналитическое описание дает возможность применить метод детерминированного поиска при решении задачи оптимального выбора системы регулирующих органов, к которой и сводится задача оптимизации управления потоками в сетях.

Под оптимальной системой регулирующих органов будем понимать такую систему, которая обеспечит минимальные энергозатраты на получение заданного потокораспределения в сети.

Таким образом, сформулированная задача сводится к нахождению точки $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$ в m -мерной области Γ_1 , задаваемой системой неравенств (3), в которой функция цели (1) принимает наименьшее значение.

Представление аналитического описания задачи в виде единого неравенства. Пусть $X_1 \in \Gamma_1$ и значение функции цели в этой точке $S_1^* = \Phi(X_1)$. Тогда функцию цели можно представить в виде [3]

$$S(X, S_i^*) = S_i^* - \Phi(X) \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots). \quad (4)$$

Обозначим область, определяемую (4), через Γ_2 . Очевидно, если $S_i^* > \min \Phi(X)/X \in \Gamma_1$, то $\Gamma = \Gamma_1 \cap \Gamma_2 \neq \emptyset$, если $S_i^* < \min \Phi(X)/X \in \Gamma_1$, $\Gamma = \emptyset$, следовательно, в случае оптимального решения

$$S_i^* = \min \Phi(X)/X \in \Gamma_1; \quad S(X, S_i^*) = 0.$$

Пусть $\exists X_1 \in \Gamma_1$ и $\Phi(X_1) = S_1$. Если $\Phi(X_1) = \min \Phi(X)$, то $S_1^* = S_1 = \Phi(X_1)$ и $S(X_1, S_1^*) = 0$. Если $\Phi(X_1) = S_1 \neq \min \Phi(X)$, то приняв $S_1^* = S_1 - \Delta_1$ (Δ_1 — некоторое произвольное положительное число), согласно (4), $S(X_1, S_1^*) < 0$. Найдем $S(X_2, S_1^*)$ $0/X_2 \in \Gamma_1$. Если $\Phi(X_2) \neq \min \Phi(X)$, то, приняв $S_2 = \Phi(X_2)$ и взяв $S_2^* = S_2 - \Delta_2$, определим $S(X_2, S_2^*)$ $0/X_2 \in \Gamma_1$ и так далее, пока не получим $\Phi(X_i) = \min \Phi(X)$.

С помощью операции R конъюнкции, введенной в [4], система неравенств (3) может быть представлена в виде

$$f(X) = f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_n \geq 0. \quad (5)$$

Семейство гиперповерхностей $f(X) = c$ при $c = 0$ включает границу Ω области Γ_1 , при $c > 0$ располагается внутри области Γ_1 и при $c < 0$ — вне этой области.

Область Γ может быть описана следующим образом:

$$G(X, S_i^*) = f(X) \wedge S(X, S_i^*) \geq 0. \quad (6)$$

Предполагается, что она ограничена, а функции $f(X)$ и $S(X, S_i^*)$ определены и непрерывны. Некоторые дифференциальные свойства семейства вида $f(X) \wedge S(X, S_i^*) = c$, определяются теоремой 7, приведенной в работе [4], в которой утверждается, что если f_1 и f_2 (в нашем случае $f(X)$ и $S(X, S_i^*)$) есть функции, всюду определенные и непрерывные вместе с частными производными первого порядка, то функция $f_1 \wedge f_2$ ($-1 < \alpha < 1$) всюду, за исключением, может быть, точек, где $f_1 = f_2 = 0$, определена и непрерывна вместе с частными производными

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (f_1 \wedge f_2) \quad (i = \overline{1, n}). \quad (7)$$

Действительно, производную по направлению l от функции $f \equiv f_1 \wedge_\alpha f_2$ можно найти по формуле [4]:

$$\frac{\partial}{\partial l} (f_1 \wedge_\alpha f_2) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{f_1 - \alpha f_2}{\sqrt{(f_1 - \alpha f_2)^2 + (1 - \alpha^2) f_2^2}} \right) \times \\ \times \frac{\partial f_1}{\partial l} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{f_2 - \alpha f_1}{\sqrt{(f_2 - \alpha f_1)^2 + (1 - \alpha^2) f_1^2}} \right) \frac{\partial f_2}{\partial l}. \quad (8)$$

Выражение (8) определено и непрерывно всюду, за исключением точек, где $f_1 = f_2 = 0$. Отсюда следует непрерывность частных производных (7). Из формулы (8) также следует, что производная $\frac{\partial}{\partial l} (f_1 \wedge_\alpha f_2)$ при $-1 < \alpha < 1$, взятая по любому направлению, может обратиться в нуль лишь в случаях, если

- а) $f_1 > 0, f_2 = 0$ и $\frac{\partial f_2}{\partial l} = 0$;
 б) $f_2 > 0, f_1 = 0$ и $\frac{\partial f_1}{\partial l} = 0$;
 в) $\frac{\partial f_1}{\partial l} = 0$ и $\frac{\partial f_2}{\partial l} = 0$;
 г) $\frac{\partial f_1}{\partial l} \neq 0, \frac{\partial f_2}{\partial l} \neq 0$, но $\frac{\partial f_1}{\partial l} = -k^2 \frac{\partial f_2}{\partial l}$,

где

$$k^2 = \frac{\sqrt{f_1^2 - f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2 - f_2 + \alpha f_1}}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2 - f_1 + \alpha f_2}}. \quad (9)$$

Случай а) и б) могут быть лишь на границе области, т. е. при $c = 0$.

Условие в) означает совпадение стационарных точек функций f_1 и f_2 , что в большинстве случаев может рассматриваться как редкое исключение. Случай г) также встречается очень редко [4].

На основании приведенных положений можно утверждать, что функция $G(X)$ и частные производные $\frac{\partial}{\partial x_i} G(X) (i = \overline{1, m})$ определены и непрерывны, за исключением, быть может, конечного числа точек.

При $S_i^* > \min \Phi(X)/X \in \Gamma$ функция $G(X)$ достигает максимума в силу ограниченности области Γ и $G(X) > 0$, если $S_i^* < \min \Phi(X)$, то $X \notin \Gamma$ и $G(X) < 0$.

Следовательно, необходимым условием того, что получен $\min \Phi(X)$, будет выполнение равенства

$$G(X) = \min_{X \in K_m} G(X, S_i^*) = 0. \quad (10)$$

Для нахождения точки $X(X_1, X_2, \dots, X_m)$ в m -мерной области Γ_1 , в которой функция цели $\Phi(X)$ принимает наименьшее значе-

ние, при котором справедливо равенство (10), был использован метод детерминированного поиска.

Метод детерминированного поиска лег в основу алгоритма решения рассмотренной задачи, по которому была составлена программа в кодах ЭЦВМ М-20 и проведены расчетные работы для нескольких вариантов шахтной вентиляционной сети.

Алгоритм метода и результаты решения одного из вариантов приведены в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Стоян Ю. Г., Яловкин Б. Д. Оптимальный выбор системы регулирующих органов. — «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», М., «Наука», 1971, № 3.
2. Волков А. А., Евдокимов А. Г. Математическое описание и дискретное моделирование на ЭВМ установившихся процессов потокораспределения в гидравлических ГОСИНТИ, 1964.
3. Ющенко Е. Л. Адресное программирование. Киев, «Наукова думка», 1966.
4. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев, «Техніка», 1967.

УДК 519.14

Р. Т. ВОЛКОЛУПОВА, канд. техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПУТИ КРАТЧАЙШЕЙ ДЛИНЫ НА ГРАФЕ

Рассмотрим одну из экстремальных топологических задач на графе, моделирующем сетевую систему: задачу о пути кратчайшей длины.

Задача. Каждой дуге u данного графа $G = (X, U)$ отнесем число $l(u) > 0$, называемое «длиной» дуги u ; требуется найти путь p , ведущий из данной вершины x_i в данную вершину x_j и такой, чтобы его полная длина $\sum_{u \in p} l(u)$ была наименьшей.

Условие задачи предполагает определение пути наименьшей длины на ориентированном графе, однако рассмотренный ниже метод позволяет находить цепи наименьшей длины и на неориентированном графе без каких-либо изменений.

Рассмотрим метод и алгоритм решения данной задачи.

Пусть некоторый моделирующий граф $G = (X, U)$ задан сетевым множеством смежностей [1]

$$A = \{K_1, K_2, \dots, K_n, \dots, K_n\},$$

где $n = |X|$, а K_x — подмножество, состоящее из элементов множества вершин X :

$$K_x = \{x_1, \dots, x_l, \dots, x_m\},$$

где $x_1, \dots, x_l, \dots, x_m$ — вершины, в которые из вершины x идут дуги.

Каждая дуга u , описана парой вершин (x_1, x_2) , где x_1 — вершина, из которой дуга u выходит, а x_2 — вершина, в которую дуга u входит, такой паре вершин (x_1, x_2) установлена длина $l(u)$.

Заданы вершины x_i и x_j , между которыми требуется найти путь минимальной длины.

В основу предлагаемого метода поиска пути минимальной длины положен принцип теории динамического программирования [2]. Поиск пути, состоящего из некоторой совокупности дуг, является многошаговым процессом, так как при выборе очередной дуги приходится принимать решение только на одном шаге. Критерием качества процесса выбора оптимального пути служит длина

$$L = \sum_{u \in \mu} l(u).$$

Тогда задача о пути кратчайшей длины может быть сформулирована как задача динамического программирования следующим образом.

Пусть имеется некоторая сетевая система, представленная графом $G = (X, U)$. Планируется операция поиска пути, распадающаяся на m последовательных шагов или этапов. В начале каждого i -го шага нужно определить некоторые параметры w_i , совокупность которых образует управление на этом шаге. Как нужно выбрать управление w_1, w_2, \dots, w_m , чтобы критерий

$$L = L(w_1, w_2, \dots, w_m) = \sum_{u \in \mu} l(u) = \min?$$

Процесс поиска минимального пути разворачивается от вершины x_i к вершине x_j . Количество шагов у каждого графа различно, однако вполне конкретно и заранее определено. Управление в вершине x_i приравнивается нулю ($w_i = 0$). На каждом шаге от некоторой вершины x_i к вершинам x_k, \dots, x_r , с которыми вершина x_i связана, выбираются условные оптимальные управления w_k, \dots, w_r , как $w_k = w_i + l(x_i x_k), \dots, w_r = w_i + l(x_i, x_r)$. Если одной и той же вершине выбираются различные условные оптимальные управления, то закрепляется за ней меньшее по величине. Взаимосвязь вершин, необходимую для определения числа шагов m , а также количества w на каждом шаге, для обратного процесса задает транспонированное множество смежностей. По окончании обратного процесса управления в начальной вершине x_i находим значение критерия L , т. е. минимально возможную длину пути. Каждой вершине графа, расположенной между вершинами x_i и x_j , поставлено в соответствие условное оптимальное управление w . Аналитически получаем массив чисел, каждое из которых определяет условное оптимальное управление, полученное на некотором шаге. Порядковый номер числа из этого массива определяет номер вершины, которой поставлено в соответствие рассматриваемое условное оптимальное управление.

Для нахождения пути с установленной минимальной длиной процесс повторяется в прямом направлении: от вершины x_i к x_j . Взаимосвязь вершин при этом определяется множеством смежностей A . На каждом шаге из всей совокупности условных оптимальных управлений выбирается оптимальное управление. Например, если на некотором шаге, начинающемся в вершине x_i имеются условные оптимальные управления w_k, \dots, w_r , так как вершина x_i связана с вершинами x_k, \dots, x_r , то выбираем среди них оптимальное, например, w_r , управление. Следующий рассматриваемый шаг будет начинаться с вершины x_r и т. д. до достижения вершины x_j . Таким образом, в результате обратного процесса прохождения путей от вершины x_j к вершине x_i , мы нашли минимум критерия качества L , т. е. минимальную длину возможного пути на графе $G = (X, U)$. В результате прямого процесса прохождения путей от вершины x_i к вершине x_j мы определили сам путь найденной минимальной длины.

Для реализации этого метода на электронной цифровой вычислительной машине разработан алгоритм, состоящий из следующих основных операторов.

1. Транспонирование множества смежностей [1] (для неориентированных графов этот оператор можно обойти).

2. Засылка номера начальной вершины пути в счетчик α_1 и номера конечной вершины пути в счетчик α_2 .

3. Очистка массива условных оптимальных управлений.

4. Анализ z на равенство с содержимым счетчика α_1 . Выбор подмножества K_z на рабочее поле, где z равно первому элементу счетчика α_2 . В случае равенства — засылка в оператор 6 вместо передачи оператору 13, передачу оператору 14.

5. Выбор w_s .

6. Анализ подмножества K_s на наличие в нем элементов. В случае отсутствия — передача управления оператору 13.

7. Выбор первого элемента подмножества K_s , равного $x_k (x_k \in K_s)$, запись его в счетчик α_2 , затирание его в подмножестве K_s .

8. Выбор длины дуги (x_i, x_k) , которая может быть описана и как (x_k, x_i) .

9. Вычисление $w_k = w_s + l(x_i, x_k)$.

10. Анализ w_k из массива условных оптимальных управлений на нуль. В случае неравенства — передача управления оператору 12.

11. Присвоение вычисленного значения w_k вершине x_k (т. е. запись полученного нового значения w_k в массив условных оптимальных управлений). Передача управления оператору 6.

12. Сравнение вычисленного значения w_k с имеющимся в массиве. Если последнее меньше или равно, передача управления оператору 6. Если последнее больше — передача управления оператору 11.

13. Сдвиг массива чисел счетчика α_2 на один элемент влево,

т. е. затираание первого, уже рассмотренного элемента. Передача управления оператору 4.

14. Печать w_s , как $\min L$.

15. Засылка множества смежностей вместо транспонированного.

16. Засылка номера конечной вершины пути в счетчик α_2 .

17. Выбор подмножества K_s на рабочее поле, где s равно последнему элементу множества чисел счетчика α_1 .

18. Выбор условных оптимальных управлений, соответствующих элементам K_s на рабочее поле и определение среди них минимального.

19. Дописывание в счетчик α_1 номера элемента подмножества K_s , которому отвечает минимальное условное оптимальное управление.

20. Анализ последнего элемента счетчика α_1 и содержимого счетчика α_2 . В случае их неравенства — передача управления оператору 17.

21. Печать множества чисел счетчика α_1 , определяющего искомый путь минимальной длины. Окончание работы алгоритма.

Пример. Пусть имеется некоторый ориентированный граф $G = (X, U)$, у которого $|X| = 10$, $|U| = 19$. Он задан сетевым множеством смежностей $A = \{(5, 2), \{3\}, \{4\}, \{2, 10\}, \{3, 7, 6\}, \{7, 8\}, \{8\}, \{9\}, \{7, 5, 1\}, \{1, 9, 6\}\}$. Известны также длины дуг, заданные в направлении их ориентации: $l(4, 2) = 1$, $l(2, 3) = 2$, $l(3, 4) = 2$, $l(1, 2) = 3$, $l(7, 8) = 5$, $l(6, 7) = 4$, $l(9, 7) = 5$, $l(4, 10) = 5$, $l(5, 3) = 3$, $l(10, 1) = 7$, $l(1, 5) = 8$, $l(5, 7) = 8$, $l(5, 6) = 6$, $l(8, 9) = 4$, $l(6, 8) = 9$, $l(9, 5) = 11$, $l(10, 9) = 10$, $l(10, 6) = 20$, $l(9, 1) = 13$.

Найти путь минимальной длины из вершины x_5 в вершину x_9 .

Применим рассмотренный алгоритм. Транспонированно множество смежностей будет иметь вид

$A' = \{\{10, 9\}, \{1, 4\}, \{2, 5\}, \{3\}, \{1, 9\}, \{10, 5\}, \{6, 5, 9\}, \{6, 7\}, \{8, 10\}, \{4\}\}$. В счетчик α_1 зашлим 5, а в α_2 — 9. Выберем подмножество

$K_s = \{8, 10\}$ и $w_s = 0$. Выберем первый элемент K_s , равный 8, допишем его в счетчик α_2 ($\alpha_2 = 9, 8$), выберем длину $l(8, 9) = 4$

и найдем $w_s = w_s + l(8, 9) = 0 + 4 = 4$ и запишем $w_s = 4$ в массив условных оптимальных управлений. Точно так же рассмотрим элемент $10 \in K_s$ и получим $\alpha_2 = 9, 8, 10$ и $w_{10} = 10$. Затем, сдвинув влево массив счетчика α_2 , получим $\alpha_2 = 8, 10$ и повторим всю

процедуру алгоритма, начиная с оператора 4 выбором подмножества K_s . Повторив операторы с 4 по 13 включительно семь

раз, получим первый элемент в счетчике $\alpha_2 = 5$, на что оператор 4 прореагирует следующим образом: операторы 4 — 13 повторятся

восьмой раз и выполнение алгоритма будет определено оператором 14.

В результате (до оператора 14) получим $w_1 = 25$, $w_2 = 17$, $w_3 = 15$, $w_4 = 17$, $w_5 = 13$, $w_6 = 9$, $w_7 = 4$, $w_8 = 11$, $w_{10} = 10$ и

минимально возможную длину пути от вершины x_5 к вершине

x_9 , равную $w_2 = 17$. Вторая часть алгоритма, начиная с оператора 14, позволит найти этот путь.

Запишем вместо A' множество смежностей A , счетчик α_2 будет содержать только элемент, равный 9. Выберем $K_3 = \{3, 7, 6\}$. Условные оптимальные управления $w_3 = 17$, $w_7 = 9$, $w_6 = 13$. Минимальное из них $w_7 = 9$. Элемент 7 приписываем множеству счетчика α_1 ($\alpha_1 = 5, 7$) и выбираем подмножество $K_7 = \{8\}$. Здесь один элемент, который и имеет минимальное условное управление w_8 . Приписываем 8 в счетчик α_1 ($\alpha_1 = 5, 7, 8$). Выбираем $K_8 = \{9\}$. То же самое, что и в предыдущем случае, т. е. теперь $\alpha_1 = 5, 7, 8, 9$. Последний элемент α_1 , равный 9, равен содержимому счетчика α_2 , значит, алгоритм закончил свою работу и путь минимальной длины найден: $\mu = [5, 7, 8, 9]$.

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрен метод, позволяющий найти путь минимальной длины между любыми вершинами моделирующего графа.

2. Метод применим без каких-либо изменений как для ориентированных, так и для неориентированных графов.

3. Метод не накладывает никаких ограничений на конфигурацию сети, моделируемую графом, кроме ее связности, так как в противном случае искомый путь может не существовать.

4. Алгоритм, реализующий данный метод, состоит из достаточно простых операторов и легко реализуем на вычислительной машине.

5. Простота и компактность исходной информации, а также отсутствие необходимости в больших рабочих полях при реализации алгоритма позволяют находить пути минимальной длины сколь угодно сложных графов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волколупова Р. Т. Алгоритмы определения путей в моделирующих графах.—Сб. «Приборы и системы автоматки». Вып. 25, 1973, с. 32—38.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. М., ИЛ, 1960. 400 с.
3. Волков А. А., Евдокимов А. Г., Волколупова Р. Т. Топологический анализ шахтных вентиляционных сетей.—«Изв. вузов. Горный журнал», Свердловск, 1967, № 1, с. 17—22.

УДК 62—505

И. В. КУЗЬМИН, д-р техн. наук, *В. В. ЕВСЕЕВ*,
Э. Г. ПЕТРОВ, канд. техн. наук

АЛГОРИТМ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКИ ГОРОДА

Необходимость решения задачи дальнейшего повышения эффективности капитальных вложений, совершенствование планирования застройки городов предопределили усиленное внима-

ние к вопросу о критериях эффективности (оптимальности) в градостроительстве.

Количество жилой площади, которую можно ввести в эксплуатацию при заданных ограничениях, определяется

$$S = \Phi(U, X_0, X, R, t), \quad (1)$$

где R — область допустимых решений, определяемая ограничениями.

В этом случае задача оптимального управления сводится к отысканию такого плана U , который обеспечил бы максимум функционала:

$$S = \max_{U \in R} \Phi(U, X_0, X, t) \quad (2)$$

при удовлетворении начальных X_0 и конечных X условий.

Изложенный принцип отражает существующий подход к оптимизации систем управления жилищным строительством. Недостаток такого подхода заключается в том, что он не учитывает величину перерасхода жилой площади при ее распределении, т. е.

$$S_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^m \Delta S_i, \quad (3)$$

где $S_{\text{пр}}$ — перерасход жилой площади; m — число квартир, распределенных за плановый период; ΔS_i — величина перерасхода по i -й квартире. Эта величина определяется по формуле

$$\Delta S_i = S_{i\text{ф}} - S_{i\text{пл}}, \quad (4)$$

где $S_{i\text{ф}}$ — фактическая площадь i -й квартиры, представленная семье очередника; $S_{i\text{пл}}$ — площадь, положенная i -й семье по существующим нормам обеспечения жилой площадью.

Минимизировать перерасход жилой площади $S_{\text{пр}}$ можно в том случае, если поток поступающих квартир будет соответствовать по площади демографической структуре очереди с соблюдением санитарных и комфортных норм, т. е. необходимо максимизировать функционал

$$P = \max [S - S_{\text{пр}}], \quad (5)$$

что соответствует максимизации функционала

$$S = \max_{U \in \Theta(t)} \Phi(U, X_0, X, t), \quad (6)$$

где $\Theta(t)$ — область допустимых решений, включающая в себя ограничения, учитывающие демографические характеристики очереди.

При выборе критериев оптимальности следует руководствоваться следующими положениями, согласно которым функция критерия должна [1—3]

— соответствовать цели решения задачи;

— обладать функциональной полнотой;

— быть количественной.

Этим требованиям в наибольшей мере отвечают векторные критерии. Их синтез состоит из двух этапов:

— выбор и формализация частных критериев;

— конструирование обобщенного векторного критерия.

Для формализации частных критериев и разработки многокритериальной модели оптимизации введем следующие обозначения:

x_j — количество домов j -го типа ($j = 1, 2, \dots, n$);

a_{ij} — количество квартир i -го типа в доме j -го типа ($i = 1, 2, \dots, m$);

C_j — стоимость дома j -го типа;

B_j — количество семей, которые можно заселить в дом j -го типа;

b_k — количество семей, состоящих из k членов, требования которых необходимо удовлетворить в планируемом периоде;

S_j — жилая площадь в доме j -го типа;

F_j — площадь земли, занимаемая домом j -го типа, m^2 .

Тогда частные критерии будут иметь следующий вид.

1. Минимальный перерасход жилой площади $f_{\Delta s}$:

$$f_{\Delta s} = \min \left[\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \Delta S_{ij} x_j \right]. \quad (7)$$

2. Максимальный выход жилой площади f_S :

$$f_S = \max \left[\sum_{j=1}^n S_j x_j \right]. \quad (8)$$

3. Минимальная стоимость домов f_C :

$$f_C = \min \left[\sum_{j=1}^n C_j x_j \right]. \quad (9)$$

4. Минимальная площадь земли, занимаемая фундаментами домов f_F :

$$f_F = \min \left[\sum_{j=1}^n F_j x_j \right]. \quad (10)$$

5. Максимизация числа удовлетворенных семей f_B :

$$f_B = \max \left[\sum_{j=1}^n B_j x_j \right]. \quad (11)$$

Следует отметить, что здесь рассмотрены не все критерии, которые могут быть использованы при оптимизации жилой застройки, но это не снижает универсальности рассматриваемого метода, так как модель решения задачи предусматривает различное количество критериев.

Решение задачи оптимизации жилой застройки по одному из приведенных критериев позволяет добиться минимума или максимума по выбранному критерию. Но, как правило, типы зданий, выбранные по одному критерию, не удовлетворяют остальным критериям. В связи с этим возникла проблема выбора компромиссного решения с учетом нескольких критериев или проблема векторной оптимизации. Сложность этой проблемы связана с выбором принципа оптимальности, нормализацией векторного критерия и с учетом приоритета частных критериев.

Задача векторной оптимизации в общем виде может быть сформулирована следующим образом.

Пусть задана область допустимых значений Ω , определяемая решением линейной системы

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &> b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &> b_2; \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &> b_m; \end{aligned} \quad (12)$$

$$x_j > 0; \quad (13)$$

$$x_j = \text{int}. \quad (14)$$

Качество варианта застройки оценивается N скалярными критериями f_1, f_2, \dots, f_N , образующими вектор качества

$$W = (f_1, f_2, \dots, f_N). \quad (15)$$

Каждый из критериев имеет вид

$$f_i = f_i(x_j),$$

где $f_i(x_j)$ — некоторая функция, в частном случае которую можно представить в виде линейной функции

$$f_i(x_j) = \gamma_1^i x_1 + \gamma_2^i x_2 + \dots + \gamma_n^i x_n, \quad (16)$$

где γ_k^i — заданные весовые коэффициенты.

Под принятием сложного решения понимается нахождение такого компромиссного решения, которое может не являться оптимальным ни для одной функции цели, но оказывается наиболее удовлетворительным для всей совокупности функций цели.

Поиск такого решения состоит в следующем:

- 1) определение области компромиссов или решений, оптимальных по Парето;
- 2) формирование векторного критерия оптимальности, который объединяет функции множества f , имеющие различные единицы измерения и различные оптимальные решения;
- 3) решение по векторному критерию оптимальной задачи, которая позволяет найти компромиссное решение.

Выделение области компромиссов Γ_z или оптимальной по Парето является необходимым шагом при реализации векторных моделей оптимизации. При этом происходит существенное сужение области поиска оптимальных решений за счет

отбрасывания решений, которые могут быть улучшены по некоторым критериям без ухудшения по другим критериям.

Поиск области оптимальных по Парето Γ_x осуществляется следующим образом. В области допустимых решений Ω проводится оптимизация по каждому из критериев f_1, f_2, \dots, f_N .

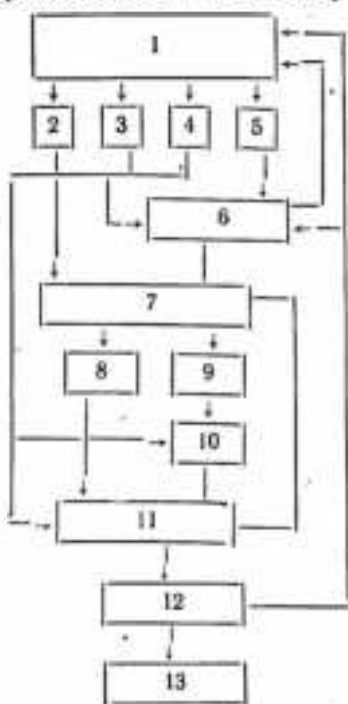
| | | | |
|-------|-----------|-----|------------|
| f_1 | f_1 | ... | f_N |
| f_1 | f_{opt} | ... | |
| ... | ... | ... | |
| f_N | ... | ... | f_{Nopt} |

Полученные результаты заносятся в следующую таблицу (таблица коэффициентов).

Здесь в строке f_i записаны результаты оптимизации по критерию f_i (значения всех критериев в точке оптимума f_i). В таблице коэффициентов оптимальное значение вдоль каждого столбца достигается на главной диагонали.

Если рассмотреть l -й столбец данной таблицы, то в нем l -й критерий изменяется от оптимального (f_{opt}) значения до самого плохого ($f_{пл}$).

Спектр значений локального критерия, заключенный между значениями ($f_{opt}, f_{пл}$) определяет область компромиссных решений по данному критерию. А совокупность значений всех критериев, входящих в таблицу, образует область компромиссных решений. Найденная область включает в себя область оптимальных решений по Парето потому, что она включает оптимальные значения всех локальных критериев, что является необходимым условием существования данной области [4].



Алгоритм векторной оптимизации жилой застройки города:

1 — исходная информация; 2, 3, 4, 5 — локальные критерии оптимизации; 6 — область допустимых значений Ω ; 7 — определение области Γ_x ; 8 — формирование векторного критерия оптимизации $W(A^*, B)$; 9 — определение коэффициентов β для векторного критерия; 10 — определение коэффициентов полезности для локальных критериев R_{L_i} ; 11 — определение компромиссного решения в области Γ_x ; 12 — определение децислизового решения по векторному критерию; 13 — окончание расчета.

Дальнейший выбор решения в области Γ_x производится на основе некоторой схемы компромисса (рисунок).

Одним из путей получения компромиссного решения является построение на основе локальных критериев и их весовых коэф-

фицентов векторного критерия и отыскание на этой основе компромиссного решения в области Γ_x .

В связи с тем что входящие в таблицу критерии могут принимать различные оптимальные значения (максимум или минимум), иметь различные размерности и пределы изменения, удобнее перейти к безразмерным величинам и пронормировать их таким образом, чтобы все они изменялись от 1 до 0. Причем значению 1 соответствует оптимальное значение независимо от того, локальный критерий принимает минимальные или максимальные экстремальные значения. Для этого пронормируем коэффициенты, записанные в таблице, по формуле

$$L_l(x) = \frac{f_l(x) - U_l}{f_l(x^*) - U_l},$$

где $f_l(x^*)$ — оптимальное значение локальных критериев;

$f_l(x)$ — значение локальных критериев из области допустимых решений;

U_l — наилучшее значение локальных критериев.

Формирование векторного критерия осуществляется на основе функции, отражающей полезность локальных критериев [3].

Предположим, что полезность локального критерия

$$P[f_l(x)] = P_l(x)$$

изменяется в диапазоне (0, 1) при изменении $L_l(x)$ также в диапазоне (0, 1), тогда функция потери оптимальности

$$R_l(x) = 1 - P_l(x) \quad (17)$$

запишется в виде

$$R_l(x) = \left[\frac{1 - L_l(x)}{1 + L_l(x)} \right]^{2\mu_l}, \quad (18)$$

где μ_l — некоторый постоянный коэффициент, определяющий вид функции полезности l -го локального критерия.

С учетом (18) математическую модель векторного критерия можно представить как

$$W(x^*, \beta) = \min_{x \in \Gamma_x} \left[\frac{\sum_{l=1}^N R_l^{\mu_l}(x)}{N} \right]^{\frac{1}{\beta}}, \quad (19)$$

где β — коэффициент, характеризующий устойчивость решения;
 x^* — компромиссное решение.

В соответствии с теоремой средней величины больших степеней при $\beta > \beta^*$ критерий (19) обеспечивает отыскания решения, равноотстоящего с заданной точностью от границ допустимых решений, которые определяют область устойчивости решения. Значение β определяется по формуле [4]

$$\beta^* = \frac{\log N}{\log(1 + E)}, \quad (20)$$

где E — относительная точность задания или измерения критериев.

Значение $W(x^*, \beta)$ находится в диапазоне $(0, 1)$ для решений $x \in \Gamma_x$. Причем при $\beta = 1$ критерий является аддитивной функцией от потери оптимальности:

$$W(x^*, \beta = 1) = \min_{x \in \Gamma_x} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i(x) \right]. \quad (21)$$

Учитывая изложенное выше, алгоритм векторной оптимизации структуры жилой застройки состоит из следующих этапов:

- 1) формирование системы ограничений (12) — (14), достаточно полно моделирующей реальный процесс;
- 2) выбор локальных критериев на основе экспертных оценок;
- 3) составление таблицы, определяющей область решений, оптимальных по Парето;
- 4) определение значений коэффициентов полезности для локальных критериев методом экспертных оценок;
- 5) формирование функций полезности для всех N локальных критериев (18);
- 6) определение коэффициентов β для глобального критерия;
- 7) поиск компромиссного решения по векторному критерию (21).

Данный алгоритм представлен на рисунке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин И. В. Оценка эффективности и оптимизации АСКУ. «Сов. радио», 1971, с. 293.
2. Оценка эффективности автоматизированных систем управления производством (АСУП). — Сб. «Приборы и системы автоматизации». Вып. 24. Харьков, 1972, с. 3—10. Авт.: И. В. Кузьмин, В. Г. Новиков, В. В. Евсеев и др.
3. Кухарев Б. Е. Разработка и исследование методов принятия решений в многокритериальных системах. Автореф. канд. дис., Харьков, 1972, 24 с.
4. Подготовка и принятие решений в организационных системах управления. — «Техническая кибернетика», М., 1971, с. 89—185. Авт.: С. В. Емельянов, Е. Б. Дубин, О. И. Ларичев и др.

УДК 62—50

Э. Г. ПЕТРОВ, канд. техн. наук, *Л. В. ЛЕВЧЕНКО*, *Л. В. МИГУНОВА*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ ПРИ ДИСПЕТЧИРОВАНИИ МЕЖЦЕХОВЫХ ПОСТАВОК

На этапе рабочего проектирования АСУП выбор технических средств передачи и переработки информации, обеспечивающей в должной мере обмен информацией как между подсистемами, так и верхними уровнями иерархической структуры предприятия, обусловлен потоками информации.

В настоящей работе на примере построения межцеховой диспетчерской системы контроля рассмотрена методика определения необходимого количества информации и возможные пути ее минимизации. В качестве исходных данных принято, что фиксируются только межцеховые поставки, а контроль движения изделий внутри цеха является функцией цеховой диспетчерской службы.

Для контроля и повышения достоверности информации дублируются регистрация количества и номенклатуры изделий на выходе цеха-поставщика и на входе цеха-потребителя. При этом в качестве цеха-потребителя может выступать склад готовой продукции. Массив информации, получаемый при одном цикле опроса, должен включать адрес цеха, шифр изделия, количество изделий и время поступления или выдачи изделия. Количество знаковой информации, необходимое для контроля объекта при N циклах опроса определяется по формуле

$$I = \left(\sum_{i=1}^n I_{\text{вх}} + \sum_{i=1}^m I_{\text{вых}} \right) N, \quad (1)$$

где $\sum_{i=1}^n I_{\text{вх}} = k_1 \cdot 1 + (k_2 + k_3 + k_4) n$ — суммарное количество информации о поступлении изделий в цех;

$\sum_{i=1}^m I_{\text{вых}} = (k_5 + k_6 + k_7) m$ — суммарное количество информации о выдаче изделия из цеха;

k_1 — число разрядов, необходимое для передачи адреса цеха;

k_2 — число разрядов для передачи шифра изделия, поступающего в цех;

k_3 — число разрядов для передачи количества изделий, поступающих в цех;

k_4 — число разрядов, необходимое для передачи времени поступления изделия в цех или выдачи его из цеха;

k_5 — число разрядов, необходимое для передачи шифра изделия, выданного из цеха;

k_6 — число разрядов, необходимое для передачи количества изделий, выданных цехом;

n — количество поступивших изделий в цех;

m — количество выданных изделий цехом;

N — число циклов опроса за сутки, необходимое для контроля объекта;

$N = \frac{24}{T}$, где T — интервал контроля исследуемого объекта, обозначим через I — число позиций, необходимое для контроля и регистрации процесса;

$I = \frac{1}{t_s}$, где t_s — точность регистрации рассматриваемой позиции.

Число двоичных разрядов, необходимое для передачи информации об адресе цеха, шифре изделия, количестве изделий, времени поступления или выдаче изделий определяется по формуле

$$p = 2^{i^t} \quad (i = 1, 2, 3, \dots).$$

Для минимизации количества информации необходимо выбрать жесткую схему опроса и схему контроля достоверности информации. Схема контроля достоверности информации позволяет сравнивать информацию как на входе, так и на выходе, а в случае несоответствия корректируется в следующих ближайших циклах опроса до тех пор, пока оно не будет ликвидировано. Жесткая схема опроса достигается путем выбора процедуры опроса и закрепления ее. Четкая схема позволяет уменьшить количество разрядов для передачи информации. Тогда формула (1) приобретает вид

$$I_{\min} = p_{\text{сж}} I, \quad 0 < p_{\text{сж}} < 1,$$

$p_{\text{сж}}$ — коэффициент минимизации или сжатия.

На примере производства магниторадиолы «Романтика» определим требуемое количество информации, необходимой для регулирования и контроля производственного процесса.

В таблице под номерами 1, 2, 3, ..., 14 подразумеваются цеха: сборочный, механический, штамповочный, лакокрасочный и т. д.;

| Номер цеха | $\sum_{(i=1)}^p \text{вх. инф.}$ | $\sum_{(i=1)}^p \text{вых. инф.}$ | $\sum_{(i=1)}^p \text{вх. инф.} + \sum_{(i=1)}^p \text{вых. инф.}$ |
|------------|----------------------------------|-----------------------------------|--|
| 1 | 4 · 24 = 96 | 46 · 24 = 1104 | 1200 |
| 2 | 11 · 24 = 264 | 60 · 24 = 1440 | 1704 |
| 3 | 1 · 24 = 24 | 5 · 24 = 120 | 144 |
| 4 | 5 · 24 = 120 | 81 · 24 = 1944 | 2064 |
| 5 | 84 · 24 = 2016 | 7 · 24 = 168 | 2184 |
| 6 | — | 7 · 24 = 168 | 168 |
| 7 | — | 40 · 24 = 960 | 960 |
| 8 | 152 · 24 = 3648 | 146 · 24 = 3504 | 7152 |
| 9 | — | 5 · 24 = 120 | 120 |
| 10 | 116 · 24 = 2784 | 1 · 24 = 24 | 2808 |
| 11 | 52 · 24 = 1248 | 55 · 24 = 1320 | 2568 |
| 12 | — | 349 · 24 = 8376 | 8376 |
| 13 | — | 233 · 24 = 5592 | 5592 |
| 14 | — | 4 · 24 = 96 | 96 |
| Итого | 10200 | 24936 | 35136 |

$\sum_{\text{вх. инф.}}$ — суммарное количество наименований изделий, поступивших в цех;

$\sum_{\text{вых. инф.}}$ — суммарное количество наименований изделий, выданных цехом.

Общее количество информации, потребное для контроля данного объекта при одном цикле опроса,

$$I = 24 \cdot 1464 = 35136 \text{ (бит)}, \quad (2)$$

$k_2 = 24$ — число разрядов, необходимое для передачи информации.

Для записи адреса цеха нам достаточно четырех разрядов $2^4 = 16$, а число цехов у нас 14, аналогично определяется число разрядов для записи наименований (9 разрядов) и количества деталей (11 разрядов). Минимизировать количество информации, необходимой для контроля исследуемого объекта, можно путем уменьшения числа разрядов для передачи информации. А это возможно, если условиться, что адрес цеха и номенклатура изделий величины постоянные и запрограммированные.

Учитывая сказанное выше, определяем

$$I_{\min} = 11 \cdot 1464 = 16104 \text{ (бит)}.$$

Коэффициент сжатия минимизации равен

$$P_{\text{сж}} = \frac{I_{\min}}{I} = 0,457.$$

Выполнение указанных условий позволяет увеличить надежность, скорость передачи и стоимость системы, поскольку информация не будет передаваться по кабелям, а значит, будет занято меньше каналов связи.

В случае аварийной ситуации, когда порядок опроса нарушен, при ликвидации аварии регулярный режим работы машины восстанавливается и опрос продолжается по программе, которая хранится в памяти машины.

Таким образом, приближенный метод определения количества информации для контроля состояния производства является базой как при выборе технических средств, так и при разрешении конфликтных ситуаций, возникающих между стоимостными характеристиками и возможностями системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Квасяткин А. С., Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматизированных систем контроля. «Энергия», 1967. 323 с.
2. Организация информационно-вычислительного центра предприятия (методические указания). МИЭИ им. С. Орджоникидзе. М., 1970. 128 с.

**ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ
ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ
РАЗРАБОТКИ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

Как показывает опыт изучения особенностей процесса проектирования, целесообразно использовать в качестве модели процесса граф, составные элементы которого могут быть определены следующим образом. Будем рассматривать процесс проектирования как последовательную смену некоторых особых состояний, т. е. состояний системы проектирования в тот момент времени, когда принимается некоторое решение об изменении значения некоторого параметра, свойства или способа реализации любой частной задачи, а также фиксируются следствия этого изменения для других параметров, свойств или способов реализации всей задачи проектирования или некоторых ее звеньев. Каждое особое состояние соответствует вполне определенной вершине графа. Часть этапа процесса проектирования, в результате выполнения которой вводится взамен прежнего новое особое состояние, которое определит дальнейшую стратегию и тактику поведения системы проектирования, назовем опытом. Каждое особое состояние может быть начальным для любого количества опытов в зависимости от структуры части графа, представляющей рассматриваемый этап процесса.

Задача проектирования в целом может считаться решенной наилучшим способом, если в графе процесса проектирования можно найти путь, при котором полученное решение будет максимально приближено к поставленной цели проектной задачи и при этом затраты для достижения цели будут минимальны. Будем считать, что это соответствует решению аналогичной задачи на каждом этапе процесса проектирования.

Рассмотрим одну из возможных графических моделей этапа процесса проектирования (рис. 1). Для того чтобы реализовать этап, необходимо перевести систему из особого состояния А в особое состояние Б, используя для этого любую ветвь графа. Граф построен таким образом, что k его ветвей представляют так называемые единичные процессы, а остальные $n - k$ ветвей — любые возможные сочетания из k единичных процессов. Под единичным процессом будем понимать некоторую серию процедур, объединенных единой целью, теоретической основой, а также применяемыми средствами труда. Целью выбора некоторого пути в графе является наилучшее достижение требований, сформулированных в техническом задании на выполнение этапа при наименьших затратах. Характерной чертой требований технических заданий при разработке РЭА является то, что очень часто они не могут быть определены количественно,

я являются лишь условиями качественного исполнения проектируемого объекта.

Таким образом, задача заключается в выборе пути в графе для наилучшего удовлетворения требований, выраженных качественно или количественно. Поэтому целесообразно решить эту задачу методом выбора пути по экспертным оценкам возможных альтернатив.

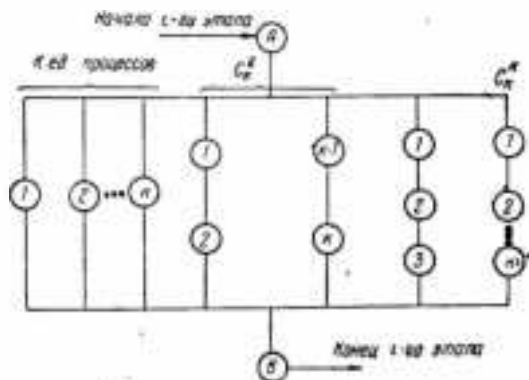


Рис. 1.

Итак, имеется k единичных процессов, каждый из которых позволяет в некоторой существенной, но количественно неизмеримой степени достичь удовлетворения m требований ТЗ некоторого этапа проектирования. Поскольку наша задача содержит качественно определяемые требования, то в общем случае не может быть единого мнения о том, какие единичные процессы должны формировать ту ветвь графа, которая позволит достичь требуемого качества объекта. Поэтому для принятия компромиссного решения должны быть привлечены r экспертов.

Такая задача может быть решена на основании методики, изложенной, например, в [1]. В результате применения метода экспертных оценок альтернатив можно получить:

- ранжировку условий ТЗ по их значимости для достижения конечной цели этапа проектирования или проектной задачи в целом;
- коэффициент согласования экспертов;
- ранжировку единичных процессов для достижения каждого из условий ТЗ.

Следовательно, удастся построить матрицу, характеризующую применимость единичных процессов для достижения требований ТЗ.

Построим для определенности матрицу некоторого этапа, представленного тринадцатью единичными процессами для решения проектной задачи, ТЗ которой содержит восемь

требований (таблица). Если коэффициент согласованности экспертов по применению i -го единичного процесса для достижения j -го требования ТЗ

$$K_{\text{согн}} > K_{\text{согн}}^0$$

где $K_{\text{согн}}^0$ — заведомо определенная величина, то на пересечении соответствующих i -го столбца и j -й строки ставится единица. Пустые строки означают, что данное требование ТЗ не подлежит выполнению на рассматриваемом этапе процесса проектирования.

| | | Порядковые номера единичных процессов | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|-------|---------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Порядковые номера требований ТЗ | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 5 | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 7 | | | | | | | | | | | | | |
| | 8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | S_i | 1 | 2 | 0 | 4 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 3 | 0 | 2 | 0 |

Определим так называемый суммарный индекс S_i каждого единичного процесса (см. таблицу). Суммарным индексом мы назовем число, показывающее, какое количество требований ТЗ может удовлетворить i -й единичный процесс.

Далее выберем единичный процесс, который имеет максимальный суммарный индекс. В приведенной матрице максимальный суммарный индекс у четвертого единичного процесса $S_4 = 4$. Таким образом, в результате проведения четвертого единичного процесса будет удовлетворено четыре требования ТЗ из шести необходимых. В соответствии с матрицей четвертое требование может быть выполнено с помощью шестого или десятого процесса, а шестое требование — с помощью двенадцатого единичного процесса. Отсюда следует, что для построения процесса на данном этапе следует использовать следующие схемы:

$$\boxed{4 + 6 + 12} \quad \text{либо} \quad \boxed{4 + 10 + 12},$$

причем предпочтение может быть отдано в зависимости от того, какие места в ранжировке единичных процессов по данному требованию ТЗ занимают шестой и десятый единичные процессы.

Целесообразно также рассмотреть построение этапа начиная с десятого единичного процесса, так как его суммарный индекс второй по величине: $S_{10} = 3$. Проводя аналогичные рассуждения, можно получить следующие возможные схемы:

| | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| $10 + 4 + 12 + 2$ | $10 + 9 + 12 + 2$ | $10 + 4 + 1 + 2$ |
| $10 + 9 + 1 + 2$ | $10 + 4 + 12 + 4$ | $10 + 9 + 12 + 4$ |
| $10 + 4 + 1 + 2$ | $10 + 9 + 1 + 4$ | $10 + 4 + 12 + 5$ |
| $10 + 9 + 12 + 5$ | $10 + 4 + 1 + 5$ | $10 + 9 + 1 + 5$ |

Следуя элементарным рассуждениям можно, очевидно, из предыдущего набора схем установить следующий:

| | | |
|-------------------|-------------------|------------------|
| $10 + 4 + 12$ | $10 + 9 + 12 + 2$ | $10 + 4 + 1$ |
| $10 + 9 + 12 + 5$ | $10 + 9 + 1 + 5$ | $10 + 9 + 1 + 2$ |

Итак, в результате изложенной выше методики удается выделить из графа этапа процесса проектирования те ветви, благодаря которым проектная задача, сформулированная в ТЗ, может быть решена на уровне, удовлетворяющем заказчика, причем не исключается возможность того, что некоторые требования могут быть удовлетворены с лучшим качеством, чем это требовалось.

Однако известно, что каждая проектная задача решается либо при определенных стоимостных ограничениях, либо накладывается требование получения качественного решения при минимальных затратах. Следовательно, для нахождения эффективного решения с точки зрения соблюдения принципа качество — стоимость и следует оценить полученные схемы построения этапа с точки зрения стоимости входящих единичных процессов и выбрать из всех возможных схем либо ту, которая не превышает допустимой стоимости, либо с наименьшей стоимостью. Стоимость некоторой ветви этапа может быть определена по формуле

$$C_{\alpha+\beta+\dots} = \sum_{\{B\}=\alpha, \beta, \dots} \max (K_B (\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n)) \left(\frac{K_p}{K_B} \sum_{\{A\}} \tau_{AB} \right) + \sum_{i=1}^n c_i \quad (1)$$

- $\alpha, \beta, \dots, \nu$ — номера единичных процессов, принимающих участие в формировании пути;
 $[B]$ — множество единичных процессов, формирующих исследуемый путь в графе;
 K_B — цена проведения единичного процесса в зависимости от сложности;
 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ — параметры, определяющие сложность единичного процесса;
 K_i — коэффициент, учитывающий наложение процедур некоторых единичных процессов;
 τ_{AB} — время, требуемое для достижения требования с помощью некоторого единичного процесса в пересчете на одного исполнителя;
 $[A]$ — множество требований, которые могут быть достигнуты с помощью единичных процессов, составляющих данный путь в графе;
 C_i — стоимость разработки нового единичного процесса.

Цена выполнения единичного процесса является функцией параметров, характеризующих сложность проектируемого изделия, так как количество повторений и сложность процедур единичного процесса непосредственно зависят от степени сложности объекта проектирования. Функции $K_B(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$ могут быть построены из основных статистических материалов по ранее разработанным изделиям и геометрически могут быть интерпретированы кривыми или поверхностями (рис. 2). На рисунке представлены функции цены некоторого единичного i -процесса в зависимости от трех параметров, где η_1 может обозначать количество активных элементов, η_2 — коэффициент заполнения площади разрабатываемого узла, η_3 — габаритные размеры узла.

В формулу (1) следует подставить большее из двух значений K'_i или K''_i . Окончательное решение о выборе пути в графе этапа может быть найдено по одной из следующих формул:

$$C_3 = \min C_{\alpha+\beta+\dots},$$

если требуется обеспечить решение при минимальной стоимости, или

$$C_3 = C_{\alpha+\beta+\dots} < C_3,$$

если стоимость решения задачи должна быть ограничена заранее заданной величиной C_3 .

И наконец для принятой схемы выполнения этапа производится окончательная проверка уровня полученных результатов:

$$Q = (x_{i_3} - x_{i_1}) \frac{x_{i_{\max}} - x_{i_1}}{x_{i_{\max}} - x_{i_2}} \quad (2)$$

где $x_{i_{\max}}$ — предельное значение параметра (в стране, в мире, предельно допустимое значение), если такое существует;
 x_{i_0} — значение параметра в соответствии с ТЗ;
 x_{i_1} — полученное значение параметра в результате проработки.

Если $Q < 0$, требование x_i не выполнено.

При $Q = 0$ требование x_i выполнено.

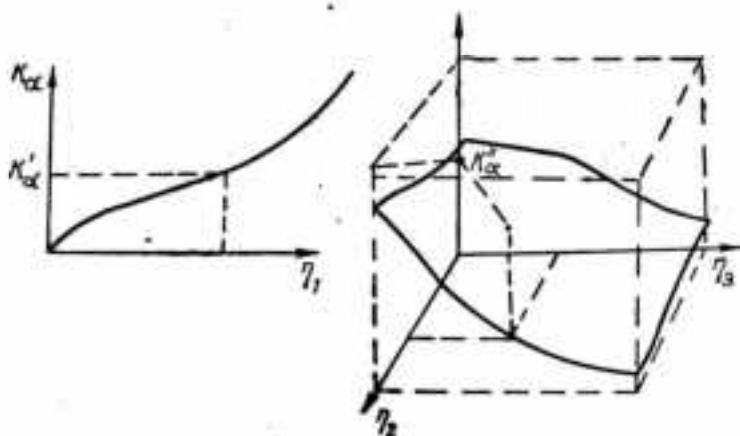


Рис. 2.

Если $0 < Q < 1$, — x_i выполнено с лучшим качеством, чем требовалось по заданию, и, наконец, $Q > 1$ означает выполнение x_i с качеством, превосходящим некоторый предел.

Понятно, что в результате оценки принимаемого решения относительно выбора пути в графе по изложенной методике можно достичь наилучшего технического результата с заранее predetermined величиной затрат. Кроме того, становится возможным оценить технический уровень проектируемого объекта и при необходимости ввести дополнительные затраты в целях проведения исследовательских работ для поиска путей повышения технических показателей проектируемого объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьякова Н. С., Круг Г. К. Применение метода ранговой корреляции для обработки начальной информации. — «Тр. МЭИ», 1966, вып. 67.
2. Ермолаев Н. С. Методика выбора наилучшего варианта радиоэлектронной аппаратуры. — «Изв. вузов СССР, Радиоэлектроника», 1969, № 11.

**ВЫБОР ЭКОНОМИЧЕСКИ ЦЕЛЕСООБРАЗНОЙ ФОРМЫ
ЗАКАЗА СОРТОВОГО МЕТАЛЛОПРОКАТА
ПРИ НОРМИРОВАНИИ РАСХОДА МАТЕРИАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ**

Расчет технически и экономически обоснованных норм расхода металлопроката на изделие связан с решением задачи выбора формы заказа исходного материала. Указанная задача требует больших объемов вычислений, многовариантных расчетов, поэтому решение ее и практическое использование возможно лишь с помощью ЭВМ.

Существует несколько форм заказа сортового металлопроката, балок, швеллеров и труб, установленных преискурантом оптовых цен на стальной прокат и различающихся условиями поставки.

Каждая форма заказа металлопроката характеризуется двумя существенными для рассматриваемой задачи параметрами:

- 1) длиной штанги (L) партий металлопроката, L может быть:
 - а) постоянной (мерная длина); б) кратной заказываемой (кратная длина); в) переменной в заданных ГОСТом на поставку пределах (нормальная или немерная длина), интегральную функцию распределения которой либо ее характеристики по каждому поставщику металлопроката можно определить по статистическим данным;
- 2) величиной отхода по некрatности ($G_{отт}$) при изготовлении из партий металлопроката множества деталей, имеющих разные расчетные длины заготовок (l_j).

От формы заказа зависит величина нормы расхода материала на одну и ту же деталь, величина отходов, затраты на материал. Требуется выбрать форму заказа металлопроката на осваиваемые изделия таким образом, чтобы она обеспечивала наименьшую себестоимость этих изделий.

При выборе формы заказа металлопроката составляется квартальная потребность заготовок P , на все детали для всех изделий с транзитной нормой T_r , ограничением, накладываемым на величину отгружаемой партии проката действующим преискурантом оптовых цен:

- а) если $P_r < T_r$, принимается форма заказа металлопроката немерной длины и поставки стали осуществляются с территориальных баз металлосбыта;
- б) если $P_r > T_r$, решается задача выбора формы заказа металлопроката и поставки стали осуществляются с металлур-

гических заводов (в этом случае возможно закрепление поставщиков за потребителями).

Форму заказа металлопроката, обеспечивающую наименьшую себестоимость изделий, предлагается оценивать следующим стоимостным критерием:

$$\Phi' = \min \sum_{1 \leq s \leq S}^n H_{js} (\alpha_s C_{1r} - \beta_{js} C_{2r}), \quad (1)$$

где H_{js} — норма расхода на j -ю деталь, рассчитанная при s -й форме заказа;

C_{1r} — цена 1 кг стали по прейскуранту оптовых цен;

C_{2r} — цена 1 кг концевых отходов, реализуемых предприятием на собственные нужды или на сторону;

α_s — коэффициенты приплат за s -ю форму заказа;

$$\beta_{js} = \frac{K_{js} - 1}{K_{js}},$$

где K_{js} — коэффициент, учитывающий концевые отходы по некрайности и дефектные концы.

При известных l_r норма расхода материала определяется по формуле $H_{js} = \gamma_r l_r K_{js}$ [1], где γ_r — вес 1 кг погонного метра металлопроката r -го типомарксоразмера, и оценка формы заказа металлопроката сводится к зависимости $K_{js} = f(l_j, L_m)$, где L_m [$m = 1, \dots, M$] — параметры, характеризующие партию металлопроката, поставляемую по какому-либо заказу.

Существующие методы нахождения K_{js} ориентированы на ручной счет, поэтому в них не производится пересмотр вариантов, направленных на уменьшение отходов, обусловленных организационными причинами.

Так, например, расчет K_{js} для форм заказа металлопроката немерной (нормальной) длины производится в условиях неопределенности, при отсутствии информации о распределении длин штапг заказываемых партий металлопроката. Следовательно, для исключения ошибок при определении потребности в материалах, устранения сбоев в производстве по причине необеспеченности материалами, норма расхода H_{js} устанавливается по верхнему максимальному допустимому пределу. Получение H_{js} для формы заказа металлопроката немерной длины характеризуется некоторой условностью расчетов. Например, в различных инструкциях по нормированию материалов [1, 2] для форм заказа металлопроката немерной длины предлагаются разные формулы определения средней длины исходного материала, используемой для расчета K_{js} . Это обстоятельство приводит к тому, что на одну и ту же деталь можно, пользуясь разными инструкциями, рассчитать разные нормы расхода материала. Причем разные величины норм расхода материала будут определяться не технологическими и организационными особенностями

производства, а особенностями чисто расчетного характера. Использование ЭВМ для расчета норм расхода металлопроката как мерной, так и немерной длины позволит применить единые методы расчета K_{js} , которые хотя и отличаются большим объемом вычислений, но повышают точность расчетов.

Для форм заказа металлопроката немерных длин K_{js} зависит от l_j и характеристик распределения длин штанг в поставке. Статистические наблюдения за характером поставки партий немерных длин показывают, что у одного и того же поставщика в течение длительного времени распределение длин штанг в партии имеет постоянные характеристики. Это обстоятельство позволяет, применяя аппарат математической статистики, определять K_{js} точнее, чем существующие методы расчета.

Для нахождения зависимости $K_{js} = f(l_j, L_m)$ введем обозначения: N_j — число j -х заготовок по плану производства; l_{of} — длина остатка штанги при изготовлении заготовки l_j из партии, в которой длины штанг L распределены в пределах

$$L_{\min} < L < L_{\max}.$$

Длину остатков $l_{of} = f(l_j, L)$ можно представить как

$$l_{of} = L - \left[\frac{L}{l_j} \right] l_j, \quad (2)$$

где $\left[\frac{L}{l_j} \right]$ — целая часть. Функция $l_{of} = f(l_j, L)$ изменяется в пределах $0 < l_{of} < l_j$ и имеет на интервале $L_{\min} \div L_{\max}$ период $\delta = L_{k+1} - L_k = l_j$, где $L_k = k l_j$, $L_{k+1} = (k+1) l_j$ и k — коэффициент кратности.

На ограниченном полуоткрытом интервале $\Delta_k = L_k \div L_{k+1}$ величина

$$\left[\frac{L}{l_j} \right] = \lambda_k - \text{const}; \quad l_{of} = L - \lambda_k l_j.$$

Пусть в результате обработки статистики получена функция распределения вероятностей $F(L)$, тогда на интервале Δ_k средний вес остатка q_{jk} будет

$$q_{jk} = \gamma_r l_{of}, \quad \text{или} \quad q_{jk} \gamma_r \left[\int_{L_k}^{L_{k+1}} L f(L/A) dL - \lambda_k l_j \right]. \quad (3)$$

Здесь $f(L/A)$ — плотность распределения вероятностей при условии A , заключающегося в том, что случайная величина L попадает в Δ_k -интервал и определяется из отношения $f(L/A) = \frac{f(L)}{P_{\Delta_k}}$, где $f(L)$ — плотность распределения вероятностей, равная $\frac{dF(L)}{dL}$; P_{Δ_k} — вероятность попадания L в интервал Δ_k , равная

$$\int_{L_k}^{L_{k+1}} f(L) dL.$$

Из общей партии металлопроката, необходимой для изготовления деталей N_j , количество штанг (B_k), длины которых распределены в интервале Δ_k , можно найти по формуле

$$B_{jk} = \frac{N_j P \Delta_k}{M [\lambda_j]}, \quad (4)$$

где

$$M [\lambda_j] = \sum_k \lambda_k P \Delta_k.$$

Тогда вес отходов $G_{отх}$ при изготовлении деталей l_j из прутков, длины которых распределены в интервале Δ_k ,

$$G_{отх} = q_{jk} B_{jk}.$$

Общий вес отходов от всей партии металлопроката, необходимой для изготовления деталей N_j ,

$$G_{отх} = \sum_k q_{jk} B_{jk}. \quad (5)$$

Таким образом, вес всей партии G_n можно определить по формуле

$$G_n = G_{исп} + G_{отх}, \quad (6)$$

где $G_{исп} = \gamma_r N_j l_j$ — вес используемой части металлопроката.

Если подставить в (6) выражения (3), (4), (5), обозначив L_{k+1}
 $\int_{L_k}^{L_{k+1}} L f(L/A) dL$ через $M [L_k]$, то, выполнив преобразования, получим

$$G_n = \gamma_r N_j l_j \left(1 + \sum_k p_{\lambda_k} \frac{M [L_k] - \lambda_k l_j}{l_j M [\lambda_j]} \right).$$

Отсюда

$$K_{jk} = \frac{G_n}{G_{исп}} = 1 + \sum_k p_{\lambda_k} \frac{M [L_k] - \lambda_k l_j}{l_j M [\lambda_j]}$$

и, следовательно,

$$H_{jk} = \gamma_r \left(l_j + \sum_k p_{\lambda_k} \frac{M [L_k] - \lambda_k l_j}{M [\lambda_j]} \right).$$

Для случая, когда длины штанг в партиях нормально распределены, были рассчитаны нормы расхода проката на деталь тремя методами (изложенными в [1, 2] и рассмотренными выше) и сопоставлены: для $l_j = 0,25$ м H_{jk} получились соответственно 3,997; 4,144; 3,940 кг. Абсолютная экономия (Θ) металла при $M_j = 1000$ шт. будет зависеть от того, на каком предприятии производится расчет:

на машиностроительном $\Theta = 57$ кг;

на приборостроительном $\Xi = 204$ кг;

на приборостроительном, если расчет производился по инструкции для машиностроительного предприятия, $\Xi = 147$ кг.

Таким образом, если по каждой форме заказа определить H_{js} для всей номенклатуры деталей и подставить значения H_{js} и K_{js} в (1), то это позволит оценить любую форму заказа металлопроката. Выбранной форме заказа металлопроката будет соответствовать $\Phi' - \min$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нормирование расхода материалов в машиностроении. Справочник. Под ред. В. В. Валетова. Т. 1, Машигиз, 1961. 583 с.
2. Нормирование расхода материалов. Ч. 2. Прокат черных и цветных металлов. РТМ 25. ЗЯ. 45—69. М., Минприбор, 1970. 91 с.

УДК 621.396.964

А. Н. ГВОЗДИНСКИЙ, канд. техн. наук,
В. Ф. ДЗЮБЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ «МЕХАНИЗМА» ОБРАЗОВАНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПРОЦЕССЕ

Постановка задачи

Пусть имеется некоторый производственный процесс Π с параметрами Q , который позволяет преобразовать исходные данные X в значения результата Y (рисунок). Результат выполнения производственного процесса определяется вектор-функцией

$$Y = \Pi(X, Q). \quad (1)$$

Производственный процесс предполагается устойчивым к вариациям отклонений ΔX и ΔQ , источники которых известны, в заданных диапазонах изменения величин X и Q .

Требуется найти функцию

$$\Delta Y = \varphi(X, Q, \Delta X, \Delta Q), \quad (2)$$

являющуюся моделью «механизма» образования отклонений в производственном процессе Π при его выполнении. Можно считать, что Π есть модель структуры некоторого класса подобных систем, каждая из которых определяется вектором Q и характеризуется пучком обобщенных траекторий, определяемых вектором исходных данных X . Тогда (2) описывает процесс образования отклонений для всех систем данного класса и пучков траекторий каждой системы в диапазонах

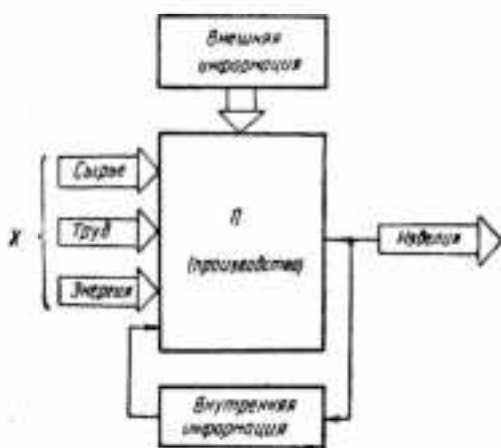
$$X_{\min} < X < X_{\max}, \quad Q_{\min} < Q < Q_{\max}; \\ \Delta X_{\min} < \Delta X < \Delta X_{\max}, \quad \Delta Q_{\min} < \Delta Q < \Delta Q_{\max}.$$

Такое общее описание оказывается необходимым для нелинейных задач, когда Y зависит не только от ΔX и ΔQ , но и от X и Q . Величина ΔY устанавливается следующим образом:

$$\Delta Y = Y_{\text{возм}} - Y, \quad (3)$$

где $Y_{\text{возм}} = \Pi(X + \Delta X, Q + \Delta Q)$, а Y вычисляется по формуле (1).

При этом предполагается, что имеется возможность получить точное или сколь угодно близкое к точному решение Y при $\Delta X = \Delta Q = 0$.



Сейчас уже почти общепризнанным является невозможность и необоснованность характеристики эффективности производства с помощью какого-либо одного показателя [2]. Ни такие обобщающие показатели, как прибыль, рентабельность производства и объем реализации, ни интегральные показатели, рекомендуемые отдельными авторами и даже применяемые на некоторых предприятиях, каждый в отдельности не в состоянии вскрыть существо эффективности производства.

Оценка эффективности работы отдельных производственных и других систем может даваться только исходя из степени их приближения к поставленной перед ними цели, т. е. с учетом особенностей самой управляемой системы, ее места в более крупных звеньях народного хозяйства и тех стратегических и тактических задач, которые стоят перед ней. Предполагается дифференциация и многообразие показателей.

Учитывая все это при постановке задачи, подразумеваем, что плановая, или целевая, величина Y , которая выступает как нормальный случай, должна быть относительно достоверной. Она должна быть определена на реальной экономической основе и находиться в области возможности реализации.

Степень приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине

Рассмотрим новый подход к исследованию этого вопроса, основанного на математической теории планирования экспериментов.

В основу метода положено проводимое в целях получения функции (2) моделирование процесса образования отклонений путем активного введения в модель производственного процесса точно дозированных возмущений ΔX , ΔQ при различных комбинациях X , Q и вычисления значений $Y_{\text{возм}}$ и отклонений ΔY . При этом возникают такие задачи:

1) задача декомпозиции производственного процесса, который рассматривается как система, т. е. комплекс взаимосвязанных элементов, в качестве которых могут выступать отдельные системы (экономическая; система совместного труда; организационная; технологическая; техническая системы);

2) задача оптимальной организации моделирования эксперимента по определению степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине над элементами производственного процесса, направленного на получение модели (2) для каждого из элементов;

3) задача автоматизации эксперимента по установлению степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине.

В производственных процессах количество источников отклонений может быть очень большим. Поэтому целью первой задачи является корректное упрощение системы за счет уменьшения размерности пространства X , Q , ΔX , ΔQ для каждого из ее элементов и, следовательно, трудоемкости точностного эксперимента. Декомпозиция, проводимая с помощью методов общей теории систем, позволяет исследовать производственный процесс поэлементно [3]. Модель (2) для всего производственного процесса получается в виде системы, структура которой, т. е. сеть связей между элементами, есть структура производственного процесса, а элементами системы являются модели (2), полученные для каждого из элементов производственного процесса.

Вторая задача решается методами математического планирования экспериментов (МПЭ), в основе которых лежит проводимый специальным образом эксперимент над элементом производственного процесса, исследуемым как «черный ящик» в пространстве факторов X , Q , ΔX , ΔQ .

Математический план эксперимента представляет собой программу моделирования степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине, определяющую стратегию активного возмущения величин X , Q , ΔX , ΔQ в производственном процессе. Модель (2) имеет вид много-

мерных полиномов первого или второго порядка (относительно переменных $X, Q, \Delta X, \Delta Q$), полученных в результате обработки реакций производственного процесса ΔY по правилам МПЭ, которое определяет не только стратегию моделирования степени приближения результатов производственного процесса к плановой или целевой величине, но и способы оценки адекватности модели (2) и значимости ее коэффициентов.

Модель (2) может быть использована непосредственно для предсказания отклонения результата при известных отклонениях в исходных данных производственного процесса. Если значения отклонений в исходных данных неизвестны, а заданы $M\{\Delta X\}$ и $D\{\Delta X\}$ — их математическое ожидание и дисперсия, то параметры распределения $M\{\Delta Y\}$ и $D\{\Delta Y\}$ случайной величины ΔY могут быть получены путем статистической обработки полиномов (2) по правилам определения статистических характеристик функции по значениям этих характеристик ее аргументов [4].

Третья задача решается с помощью ЭВМ, выполняющей все этапы эксперимента по определению степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине: выработка плана, реализация эксперимента; построение модели степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине и оценка ее качества.

Установление допусков

В этой области до сих пор накоплено мало опыта и нет общих рекомендаций. Но все же можно сформулировать некоторые общепринятые критерии для определения размера допусков. Первый критерий — это объем информации, который в состоянии обработать получатель. Для этого необходима качественная и количественная оценка возможных отклонений. Затем нужно учитывать квалификацию, способность к реакции и риск, который берет на себя руководитель на различных уровнях управления. Далее, большую роль играют важность и размер контролируемого процесса. Частота и постоянство отклонений тоже имеют большое значение. Установленные допуски часто подлежат изменениям для того, чтобы приспособить их к непредусмотренной ранее ситуации. Необходимо учитывать, что в иерархии управления размеры допусков устанавливаются дифференцированно [1]. Так, например, отклонения, превышающие допуск на $\pm 1\%$, для мастера и руководителя участка должны быть исключительной ситуацией. Руководителя предприятия оповещают лишь тогда, когда отклонение вне допуска равно $\pm 3\%$.

Но во многих случаях информация по отклонениям еще не будет достаточной. Она должна дополняться аналитическими данными, так как за отклонением скрывается ряд факторов,

действие которых должно быть выявлено и проанализировано. В качестве примера рассмотрим отклонение фактической прибыли от запланированной. Само отклонение вначале показывает, что имеется перевыполнение или невыполнение. На этот результат могут оказывать как положительное, так и отрицательное влияние следующие факторы:

- 1) перевыполнение и невыполнение плана производства;
- 2) себестоимость выпускаемых изделий;
- 3) изменения ассортимента продукции;
- 4) изменения запасов;
- 5) изменения в ценах.

Задача оптимизации степени приближения результатов производственного процесса к плановой, или целевой, величине формулируется следующим образом:

— для заданного уравнениями (2) механизма образования отклонений в системе (1) найти допуски на отклонения входных параметров от идеальных (точных) значений, обращающие в шах некоторую целевую функцию

$$F = F(\Delta X, \Delta Q), \quad (4)$$

при ограничениях

$$\Delta Y_{\min} < \Delta Y < \Delta Y_{\max}.$$

Эта задача может быть решена методами теории оптимальных процессов [4]. В итоге получается система максимально допустимых абсолютных отклонений $\Delta X, \Delta Q$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карл-Хайнц Штойер. Электронная обработка данных. Краткие сведения для руководителя. «Статистика», М., 1973. 120 с.
2. Мельник М. О системе показателей оценки эффективности работы предприятий и объединений в социалистической промышленности. Основы организации управления промышленным объединением и предприятием. Вып. 4. М., «Экономика», 1973, с. 139—160.
3. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория нерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973. 344 с.
4. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., «Наука», 1966. 623 с.

УДК 62—50

В. Ф. ШОСТАК, канд. техн. наук,
П. Г. РОМАНИЯ

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПОДСИСТЕМ СЛОЖНОЙ МНОГОУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ТИПА

Задача оптимизации режимов функционирования сложной управляемой системы в общем случае может быть представлена в виде множества более простых подзадач, образующих многоуровневую нерархическую структуру [1, 2, 3]. Эффективность

функционирования сложной многоуровневой системы управления существенно зависит от структуры указанных подзадач. Однако в настоящее время отсутствуют формальные методы оптимального синтеза структуры решения сложных задач оптимизации.

Для рационального выбора структуры решения задач (структуры сложной системы управления) может быть использован подход, основанный на сравнительной оценке эффективности функционирования отдельных подсистем (эффективности решения подзадач) в целях выявления и устранения неэффективных подсистем, вызывающих неоправданное усложнение структуры.

Сложные управляемые системы непрерывного типа, такие как, например, технологические комплексы химических производств, газоснабжающие системы и т. п., в соответствии с принципом декомпозиции [1, 2] могут быть представлены в виде множества Ω взаимосвязанных подсистем, каждая из которых формально описывается локальной функцией цели (1) и функциями выходных переменных (2):

$$\varphi_r = \sum_{i=1}^{k_r+1} c_{ri} f_{ri}(\bar{Z}_r) \prod_{p \in \Omega_r} \prod_{q=1}^{u_{pr}} X_{prq}^{b_{ripq}} \prod_{q=1}^{k_r} M_{rq}^{a_{riq}} \quad (r \in \Omega); \quad (1)$$

$$Y_{rl\tau} = f_{rl\tau}(\bar{Z}_r) \prod_{p \in \Omega_r} \prod_{q=1}^{u_{pr}} X_{prq}^{a_{pgl\tau r}} \prod_{q=1}^{k_r} M_{rq}^{b_{rlq\tau}} \quad (r \in \Omega),$$

$$(l \in \Omega_r), \quad \tau = (\overline{1, u_{pr}}), \quad (2)$$

где \bar{Z}_r — составляющая вектора возмущения \bar{Z} , действующая на r -ю подсистему;

k_r, u_{pr} — соответственно размерности вектора управления r -й подсистемы \bar{M} , и входного вектора влияния p -й подсистемы на r -ю \bar{X}_{pr} ($p \in \Omega$);

Ω_r — множество подсистем, влияющих на r -ю подсистему, $c_{ri}, b_{ripq}, a_{riq}, a_{pgl\tau r}, b_{rlq\tau}$ — постоянные коэффициенты, учитывающие влияние на φ_r и $Y_{rl\tau}$ соответствующих переменных.

Вектор-функция выходных координат $\bar{Y}_{rl} = \{Y_{rl\tau}\}$ учитывает влияние r -й подсистемы на l -ю.

В выражениях (1) и (2) на постоянные коэффициенты c_{ri} , функции $f_{ri}(\bar{Z}_r)$, $f_{rl\tau}(\bar{Z}_r)$ и переменные X_{prq} , M_{rq} наложены следующие ограничения:

$$c_{ri} > 0; f_{ri}(\bar{Z}_r) > 0; f_{rl\tau}(\bar{Z}_r) > 0; X_{prq} > 0; M_{rq} > 0$$

$$(r \in \Omega), \quad l = (\overline{1, k_r + 1}), \quad (l \in \Omega_r), \quad \tau = (\overline{1, u_{pr}}), \quad q = (\overline{1, k_r}).$$

Для векторов управляющих, возмущающих воздействий всей системы и входного вектора взаимодействия подсистем имеют место очевидные соотношения

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \{\bar{M}_r\} \quad (r \in \Omega), \quad \bar{Z} = \{\bar{Z}_r\} \quad (r \in \Omega), \quad \bar{X} = \{\bar{X}_r\} = \\ &= \{\bar{X}_{pr}\} \quad (r \in \Omega), \quad (p \in \Omega). \end{aligned}$$

Общая функция цели сложной системы обычно может быть представлена суммой локальных функций подсистем:

$$\varphi = \sum_{r \in \Omega} \varphi_r. \quad (3)$$

Эффективность управления удобно оценить по величине упрощенной оценки приведенного к единице времени отклонения показателя эффективности системы φ от его оптимального значения за время τ , необходимого для принятия решения [3]:

$$\begin{aligned} \omega [\bar{M}_0 [\bar{Z}(t + \tau)] / \bar{M}_0 [\bar{Z}(t)]] = 0,5 (\varphi [\bar{Z}(t + \tau), \\ \bar{M}_0 [\bar{Z}(t)]] - \varphi [\bar{Z}(t + \tau), \bar{M}_0 [\bar{Z}(t + \tau)]]), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{M}_0 [\bar{Z}(t)]$, $\bar{M}_0 [\bar{Z}(t + \tau)]$ — вектор-функции оптимальных управляющих воздействий сложной системы, зависящие от векторов возмущений в моменты времени t и $t + \tau$; t — момент времени реализации оптимального управляющего воздействия.

Приведенное отклонение показателя эффективности (4) с учетом (3) можно представить следующим образом:

$$\omega = \sum_{r \in \Omega} \omega_r + v, \quad (5)$$

где ω_r , v — соответственно оценки r -й подсистемы (подзадачи) первого уровня и подзадачи второго уровня (подзадачи координации), которые определяются выражениями

$$\begin{aligned} \omega_r &= 0,5 (\varphi_r [\bar{Z}_r(t + \tau), \bar{M}_{0r}^{(2)} [\bar{Z}_r(t)], \bar{X}_r [\bar{Z}(t + \tau)]; \\ &\bar{M}_0^{(2)} [\bar{Z}(t)]] - \varphi_r [\bar{Z}_r(t + \tau), \bar{M}_{0r}^{(1)} [\bar{Z}_r(t + \tau)]; \\ &\bar{X}_r [\bar{Z}(t + \tau), \bar{M}_{0r}^{(1)} [\bar{Z}(t + \tau)], \{\bar{M}_{0r}^{(2)} [\bar{Z}(t)]\}_{r \in \Omega}]) \quad (r \in \Omega); \\ v &= 0,5 (\varphi [\bar{Z}(t + \tau); \bar{M}_0^{(1)} [\bar{Z}(t + \tau)]; \bar{X} [\bar{Z}(t + \tau); \\ &\bar{M}_0^{(1)} [\bar{Z}(t + \tau)]] - \varphi [\bar{Z}(t + \tau); \bar{M}_0^{(2)} [\bar{Z}(t + \tau)]; \\ &\bar{X} [\bar{Z}(t + \tau), \bar{M}_0^{(2)} [\bar{Z}(t + \tau)]]). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\bar{M}_0^{(1)} = \{\bar{M}_0^{(1)}\} \quad (r \in \Omega)$, $\bar{M}_0^{(2)} = \{\bar{M}_0^{(2)}\} \quad (r \in \Omega)$ — соответственно оптимальные значения вектора управления по критериям первого

и второго уровней; $\bar{X} = (\bar{X}_r)$ ($r \in \Omega$) — входной вектор взаимодействия подсистем, вычисленный при определенных значениях аргументов \bar{Z} и \bar{M} .

Для нахождения оценок (6) и (7) будем пользоваться методом геометрического программирования [4].

С учетом условия согласования подсистем (8)

$$Y_{r\tau} = X_{r\tau} \quad (8)$$

путем логарифмирования (2), получим систему линейных уравнений порядка $\pi = \sum_{r \in \Omega} \text{card } \Omega_r u_{pr}$ ($p \in \Omega_r$) для определения $X_{r\tau} [\bar{M}, \bar{Z}]$:

$$\begin{aligned} \ln X_{r\tau} - \sum_{r \in \Omega} \sum_{p=1}^{u_{pr}} \alpha_{pr\tau} \ln X_{pr} = \sum_{s=1}^{k_r} \beta_{s\tau} \ln M_{rs} + \\ + \ln f_{r\tau}(\bar{Z}_r) \quad (r \in \Omega), \quad (l \in \Omega_r), \quad \tau = (\bar{1}, u_{pr}). \end{aligned} \quad (9)$$

Введем отображения: Ψ, Ψ_r, Ψ^* и $\bar{\Psi}$:

$$\Psi: \{r\tau\} \rightarrow I, \quad \Psi_r: \{l\tau\} \rightarrow I_r, \quad \Psi^*: \{t\sigma\} \rightarrow I^*;$$

$$\bar{\Psi}: \{rp\} \rightarrow \bar{I} \quad (r, l \in \Omega), \quad (l \in \Omega_r), \quad \tau = (\bar{1}, u_{pr});$$

$$\sigma = (\bar{1}, k_r), \quad p = (\bar{1}, k_r + 1), \quad I = (\bar{1}, \pi);$$

$$I_r = (\bar{1}, \text{card } \Omega_r u_{pr}), \quad I^* = (\bar{1}, \sum_{r \in \Omega} k_r), \quad \bar{I} = (\bar{1}, \sum_{r \in \Omega} (k_r + 1)),$$

которые являются изоморфизмами упорядоченных множеств $\{r\tau\}$ и I ; $\{l\tau\}$ и I_r ; $\{t\sigma\}$ и I^* ; $\{rp\}$ и \bar{I} . Отношение порядка на множестве $\{r\tau\}$ зададим следующим образом: $(r_1 l_1 \tau_1) < (r_2 l_2 \tau_2)$, если $r_2 > r_1$; при $r_2 = r_1$ $(r_1 l_1 \tau_1) < (r_2 l_2 \tau_2)$, если $l_2 > l_1$; при $r_2 = r_1$, $l_2 = l_1$ предшествующей считается та тройка, для которой $\tau_1 < \tau_2$.

Аналогично определяется отношение порядка на множествах $\{l\tau\}$, $\{t\sigma\}$, $\{rp\}$. Множества I, I_r, I^* и \bar{I} упорядочены по типу натурального ряда.

Решая систему (9), получим

$$\begin{aligned} \ln X_{r\tau} = \sum_{r \in \Omega} \sum_{s=1}^{k_r} L_{r\tau s} \ln M_{rs} + \\ + \sum_{l \in I} a_{l\tau}^* \ln f_l(\bar{Z}_r) \quad (r \in \Omega), \quad (l \in \Omega_r), \quad \tau = (\bar{1}, u_{pr}), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$L_{r\tau s} = L_{rs} = \sum_{l \in I_r} a_{l\tau}^* \beta_{rs} \quad (s \in \Omega), \quad \sigma = (\bar{1}, k_r), \quad (l \in I). \quad (11)$$

В выражениях (10) и (11) через $a_{l\tau}^* = a_{ij}^*$ обозначены элементы матрицы A^{-1} , где A — матрица коэффициентов системы (9).

Из отношения (10) находим

$$X_{rt\gamma} = \prod_{\tau \in \Omega} \prod_{\alpha=1}^{k_r} M^{L_{rt\gamma\alpha}} |f_{\tau}(\bar{Z}_r)|^{a_{rt\gamma\alpha}} \quad (t \in \Omega_r), \quad \gamma = (\bar{1}, u_{pr}). \quad (12)$$

Подставляя (12) в (3), получим

$$\varphi = \sum_{\tau \in \Omega} \sum_{\alpha=1}^{k_r+1} F_{rt}(\bar{Z}_r) \prod_{\tau \in \Omega} \prod_{\alpha=1}^{k_r} M_{\alpha}^{R_{rt\alpha}}, \quad (13)$$

где

$$F_{rt}(\bar{Z}_r) = c_{rt} f_{rt}(\bar{Z}_r) \prod_{\mu \in \bar{I}} |f_{\mu}(\bar{Z}_r)|^{\sum_{\tau \in \Omega} \sum_{\gamma=1}^{k_r} a_{rt\gamma}^{\mu} b_{r\mu\gamma}} \quad (r \in \Omega); \quad t = (\bar{1}, k_r + 1); \quad (14)$$

$$R_{rt\alpha} = \sum_{\tau \in \Omega} \sum_{\gamma=1}^{k_r} L_{rt\gamma\alpha} b_{r\mu\gamma} + a_{rt\alpha} \delta_{rs} \quad (r, t \in \Omega);$$

$t = (\bar{1}, k_r + 1)$; $s = (\bar{1}, k_s)$; δ_{rs} — символ Кронекера.

Выражение (13) представляет собой зависимость общего показателя эффективности φ от возмущающих и управляющих воздействий.

В соответствии с методом геометрического программирования максимум двойственной функции

$$v(\delta) = \prod_{j \in \bar{I}} \left(\frac{F_j}{\delta_j} \right)^{\delta_j} \quad (15)$$

соответствует минимуму (оптимуму) функции (13). В выражении (15) коэффициенты F_j ($j \in \bar{I}$) устанавливаются из (14), а $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{\text{card } \bar{I}}\}$ — двойственный вектор, координаты которого подлежат определению.

Для нахождения зависимости $\bar{M}_0^{(2)}(\bar{Z})$ найдем оптимум φ путем максимизации двойственной функции (15). Решение системы линейных уравнений, порождаемой условиями ортогонализации и нормализации в рассматриваемом случае не является единственным. Поэтому максимальное значение двойственной функции (15) можно получить при помощи любого эффективного вычислительного алгоритма максимизации аналитической вогнутой функции при линейных ограничениях (описанного, например, в [5])

$$\sum_{i=1}^{\text{card } \bar{I}} R_{ij} \delta_i = 0; \quad j = (\bar{1}, \text{card } \bar{I}^*),$$

$$\sum_{i=1}^{\text{card } \bar{I}} \delta_i = 1 \quad \delta_i > 0, \quad i = (\bar{1}, \text{card } \bar{I}).$$

Обозначим оптимальное значение двойственного вектора через

$$\delta^* = \{\delta_1^*, \delta_2^*, \dots, \delta_{\text{card } \bar{I}}^*\}.$$

Оптимальное значение вектора $\bar{M}_0^{(2)}$ в момент t определим из системы [4]

$$F_{rj}[\bar{Z}_r(t)] \prod_{s \in \Omega} \prod_{\alpha=1}^{k_s} M_{\alpha s}^{R_{rj\alpha s}} = v(\delta^*)_t \delta_j^* \quad (r \in \Omega); \quad t = (\overline{1, k_r + 1}); \quad (j \in \bar{I}), \quad (16)$$

где $v(\delta^*)_t$ — оптимальное значение двойственной функции (15) в момент t .

Путем логарифмирования обеих частей каждого уравнения (16) сведем систему (16) к системе линейных уравнений порядка $\pi^* = \text{card } \bar{I}$ относительно неизвестных $\ln M_{\alpha s}$ ($s \in \Omega$), $\alpha = (\overline{1, k_s})$:

$$\sum_{s \in \Omega} \sum_{\alpha=1}^{k_s} R_{rj\alpha s} \ln M_{\alpha s} = \ln \frac{v(\delta^*)_t \delta_j^*}{F_{rj}[\bar{Z}_r(t)]} \quad (j \in \bar{I}). \quad (17)$$

Система (17), вообще говоря, может оказаться несовместной, так как координаты оптимального двойственного вектора δ^* численным методом могут быть вычислены с конечной точностью. В связи с этим для решения систем (17) целесообразно использовать метод наименьших квадратов [6]. Система нормальных уравнений в этом случае будет иметь вид

$$\sum_{j \in \bar{I}} \sum_{s \in \Omega} \sum_{\alpha=1}^{k_s} R_{rj\alpha s} R_{rj'q} \ln M_{\alpha s} = \sum_{j \in \bar{I}} R_{rj'q} \ln \frac{v(\delta^*)_t \delta_j^*}{F_{rj}[\bar{Z}_r(t)]}. \quad (18)$$

$(r \in \Omega); \quad q = (\overline{1, k_r}).$

Решая систему (18), находим

$$M_{\alpha s}^{(2)}(t) = M_{0\alpha s}^{(2)}(t) = \prod_{s \in I^*} \prod_{j \in \bar{I}} \left[\frac{v(\delta^*)_t \delta_j^*}{F_{rj}[\bar{Z}_r(t)]} \right]^{d_{\alpha s}^{R_{rj}}}$$

$(s \in \Omega); \quad \alpha = (\overline{1, k_s}) \quad (k \in I^*).$

В выражении (19) через $d_{\alpha s}^{R_{rj}}$ ($k, l \in I^*$) обозначены элементы матрицы D^{-1} , где D — матрица коэффициентов системы (18).

Минимальное значение функции φ_r ($r \in \Omega$) равно

$$\varphi_r^{\min} = v_r^{\max}(\delta_r) = \prod_{l=1}^{k_r} \left(\frac{A_{rl}}{\delta_{rl}^*} \right)^{\delta_{rl}^*}; \quad (20)$$

$$A_{rl} = c_{rl} f_{rl}(\bar{Z}_r) \prod_{p \in \Omega_r} \prod_{g=1}^{k_{pg}} X_{p r g}^{\delta_{r p g}} \quad (r \in \Omega); \quad (21)$$

$l = (\overline{1, k_r + 1}),$

а двойственный вектор $\bar{b}_r = \{\bar{b}_{r1}, \bar{b}_{r2}, \dots, \bar{b}_{r(k_r+1)}\}$ определяется решением системы линейных уравнений порядка $(k_r + 1)$, порожаемой условиями ортогонализации и нормализации

$$\sum_{i=1}^{k_r+1} a_{rit} \bar{b}_{ri} = 0; \quad \sum_{i=1}^{k_r+1} \bar{b}_{ri} = 1; \quad \bar{b}_{ri} > 0 \quad (r \in \Omega); \quad j = \overline{(1, k_r)}. \quad (22)$$

Оптимальное значение вектора $\bar{M}_{0r}^{(1)} (r \in \Omega)$ находим из системы [4]

$$A_{rit} \prod_{q=1}^{k_r} M_{rq}^{a_{riq}} = \varphi_r^{\min} \bar{b}_{ri} \quad (r \in \Omega); \quad i = \overline{(1, k_r + 1)}. \quad (23)$$

Логарифмируя выражения (23) для каждого $r \in \Omega$, получим систему линейных уравнений порядка $(k_r + 1)$ относительно неизвестных

$$\ln M_{rq} \quad (r \in \Omega), \quad q = \overline{(1, k_r)}:$$

$$\sum_{q=1}^{k_r} a_{riq} \ln M_{rq} = \ln \frac{\varphi_r^{\min} \bar{b}_{ri}}{A_{rit}}; \quad i = \overline{(1, k_r + 1)}. \quad (24)$$

Используя метод наименьших квадратов, устанавливаем следующую систему нормальных уравнений:

$$\sum_{i=1}^{k_r+1} \sum_{q=1}^{k_r} a_{riq} a_{rit} \ln M_{rq} = \sum_{i=1}^{k_r+1} a_{rit} \ln \frac{\varphi_r^{\min} \bar{b}_{ri}}{A_{rit}}; \quad (25)$$

$$\sigma = \overline{(1, k_r)}.$$

Решая систему (25), находим

$$M_{0r}^{(1)} = \prod_{i=1}^{k_r+1} \prod_{q=1}^{k_r} \left[\frac{\varphi_r^{\min} \bar{b}_{ri}}{A_{rit}} \right]^{b_{rq}^{*} a_{riq}} \quad (26)$$

$$(r \in \Omega); \quad q = \overline{(1, k_r)}.$$

В выражении (26) через $b_{rq}^{*} (r \in \Omega)$, $q, \sigma = \overline{(1, k_r)}$ обозначены элементы матрицы B_r^{-1} , где B_r — матрица коэффициентов системы (25).

Оптимальные значения вектора $\bar{M}_{0r}^{(1)} (r \in \Omega)$ в моменты t и $t + \tau$ найдем из выражения (26) подстановкой значений φ_r^{\min} и $A_{rit} (r \in \Omega)$, $i = \overline{(1, k_r + 1)}$ в соответствующие моменты времени.

Подставляя зависимости (19), (26) в выражения (6), (7) и используя соотношения (1), (3) и (12), получим аналитические

выражения оценок w_r ($r \in \Omega$) подзадач оптимизации первого уровня и оценки v подзадачи координаты второго уровня:

$$w_r = 0,5 \left\{ \sum_{t=\tau}^{k_r+1} A_{rt}(t+\tau) \prod_{q=1}^{k_r} (M_{0rq}^{(2)} [Z_r(t)])^{b_{rtq}} - \prod_{l=1}^{k_r+1} \left(\frac{A_{rl}^*(t+\tau)}{b_{rl}} \right)^{b_{rl}} \right\} \quad (r \in \Omega); \quad (27)$$

$$v = 0,5 \left\{ \sum_{r \in \Omega} \prod_{l=1}^{k_r+1} \left(\frac{A_{rl}^*(t+\tau)}{b_{rl}} \right)^{b_{rl}} - \prod_{j \in \bar{I}} \left(\frac{F_j(t+\tau)}{b_j^i} \right)^{b_j^i} \right\}, \quad (28)$$

где

$$A_{rl}(t+\tau) = c_{rl} f_{rl} [\bar{Z}_r(t+\tau)] \prod_{p \in \Omega_r} \prod_{g=1}^{n_{pr}} X_{prg}^{b_{prg}} [\bar{Z}(t+\tau), \bar{M}_0^{(2)} [\bar{Z}(t)]] \quad (r \in \Omega), \quad l = (\bar{1}, k_r + 1);$$

$$A_{rl}^*(t+\tau) = c_{rl} f_{rl} [\bar{Z}_r(t+\tau)] \prod_{p \in \Omega_r} \prod_{g=1}^{n_{pr}} X_{prg}^{b_{prg}} [\bar{Z}(t+\tau);$$

$$\bar{M}_0^{(1)} [\bar{Z}(t+\tau)]; \{\bar{M}_0^{(2)} [\bar{Z}(t)]\}_{t+\tau}]; \quad (r \in \Omega); \quad l = (\bar{1}, k_r + 1),$$

a $F_j(t+\tau)$ ($j \in \bar{I}$) определяется из соотношения (14).

Численные значения оценок w_r ($r \in \Omega$), v , найденные с помощью выражений (27), (28) для конкретных систем позволяют сопоставить затраты на реализацию алгоритмов решения соответствующих подзадач с эффектом, получаемым в результате их решения и, таким образом, обосновать целесообразность решения каждой из подзадач (функционирования подсистем) в общей структуре многоуровневой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Месарович, Д. Махо, И. Такахара. Теория иерархических многоуровневых систем. М., «Мир», 1973. 344 с.
2. В. Ф. Шостак. Оптимизация сложных объектов управления в автоматизированных системах управления с иерархической структурой.—Сб. «Децентрализованные методы управления», М., ДНТП, 1972, с. 141—148.
3. В. Ф. Шостак. Об информационной оценке сложных систем управления. Материалы II Всесоюзного семинара «Информационные методы в системах управления и контроля», т. I, Владивосток, 1972, с. 133—142.
4. Р. Даффин, Э. Петерсон, К. Зенер. Геометрическое программирование, М., «Мир», 1972. 311 с.
5. Дж. Хедли. Нелинейное динамическое программирование, М., «Мир», 1967. 506 с.
6. Г. Е. Шилов. Математический анализ. Конечномерные линейные пространства, М., «Наука», 1969. 432 с.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЕНИЙ
ПРОЦЕССОМ ФЛОТАЦИИ УГЛЕЙ

Исследование вопросов идентификации процесса флотации углей в работах [1, 2] дало возможность получить математическую модель в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_1 - a_2 x_2 + b_1 u_1 + b_2 u_2; \\ \dot{x}_3 &= x_4; \\ \dot{x}_4 &= -a_3 x_3 - a_4 x_4 + b_3 u_1 + b_4 u_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где x_1, x_2 — отклонения от принятых норм зольностей выходных продуктов, соответственно флотоконцентрата и флотохвостов;

x_3, x_4 — скорости изменения этих отклонений;

u_1, u_2 — отклонения подаваемых реагентов от средних значений, соответственно реагента-собираателя и реагента-вспенивателя;

a_i, b_i — заданные постоянные коэффициенты.

В качестве минимизируемого функционала, определяющего эффективность управления, принимаем квадратичный функционал вида

$$J = \int_0^T (c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 + c_3 x_3^2 + c_4 x_4^2 + g_1 u_1^2 + g_2 u_2^2) dt, \quad (2)$$

где c_i, g_i — весовые коэффициенты.

Задача синтеза оптимальных управлений сводится к определению таких непрерывных линейных функций $u_1(t)$ и $u_2(t)$, которые минимизировали бы принятый функционал (2) и обеспечивали бы перевод системы в заданное состояние устойчивого равновесия в кратчайшее время.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом динамического программирования.

Предположим, что $z(x_1, x_2, x_3, x_4)$ — минимум функционала (2), т. е.

$$z(x_1, x_2, x_3, x_4) = \min_{u_1, u_2} \int_0^T \left(\sum_{i=1}^4 c_i x_i^2 + \sum_{k=1}^2 g_k u_k^2 \right) dt. \quad (3)$$

Принимая во внимание автономность рассматриваемой системы, т. е. $\frac{dz}{dt} = 0$, получим уравнение Беллмана:

$$\min_{u_1, u_2} \left[c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 + c_3 x_3^2 + c_4 x_4^2 + g_1 u_1^2 + g_2 u_2^2 + \frac{dz}{dx_1} x_2 + \frac{dz}{dx_2} (-a_1 x_1 - a_2 x_2 + b_1 u_1 + b_2 u_2) + \frac{dz}{dx_3} x_4 + \frac{dz}{dx_4} (-a_3 x_3 - a_4 x_4 + b_3 u_1 + b_4 u_2) \right] = 0, \quad (4)$$

которое преобразуется в систему из двух уравнений:

$$2g_1 u_1 + \frac{dz}{dx_2} b_1 + \frac{dz}{dx_4} b_3 = 0;$$

$$2g_2 u_2 + \frac{dz}{dx_2} b_2 + \frac{dz}{dx_4} b_4 = 0. \quad (5)$$

Из этих уравнений определяем выражения для искомым управлений

$$u_1 = -\frac{1}{2g_1} \left(\frac{dz}{dx_2} b_1 + \frac{dz}{dx_4} b_3 \right); \quad (6)$$

$$u_2 = -\frac{1}{2g_2} \left(\frac{dz}{dx_2} b_2 + \frac{dz}{dx_4} b_4 \right).$$

Подставляя значения (6) в выражение (4), получим уравнение с одним неизвестным z :

$$c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 + c_3 x_3^2 + c_4 x_4^2 + \frac{dz}{dx_2} (-a_1 x_1 - a_2 x_2) + \frac{dz}{dx_3} x_4 + \frac{dz}{dx_4} (-a_3 x_3 - a_4 x_4) - \frac{1}{4g_1} \left(\frac{dz}{dx_2} b_1 + \frac{dz}{dx_4} b_3 \right)^2 + \frac{1}{4g_2} \left(\frac{dz}{dx_2} b_2 + \frac{dz}{dx_4} b_4 \right)^2. \quad (7)$$

Теперь задача заключается в определении из условия (7) решения уравнения Беллмана $z(x_1, x_2, x_3, x_4)$, располагая которым легко получить по формулам (6) оптимальные алгоритмы подачи реагентов.

Неизвестную функцию $z(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ищем в виде квадратичной формы фазовых координат [3] системы (1):

$$z = x^T A \cdot x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} x_i x_j, \quad i = j = 1, 2, 3, 4, \quad (8)$$

где T — символ транспонирования; A_{ij} — искомые коэффициенты.

После несложных преобразований уравнение (8) может быть представлено аналитическим выражением

$$z = A_{11} x_1^2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{13} x_1 x_3 + A_{14} x_1 x_4 + A_{22} x_2^2 + A_{23} x_2 x_3 + A_{24} x_2 x_4 + A_{33} x_3^2 + A_{34} x_3 x_4 + A_{44} x_4^2, \quad (9)$$

используя которое, по формулам (6) находим алгоритмы оптимальных управлений

$$\begin{aligned} \omega_1^0 &= k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + k_{13}x_3 + k_{14}x_4; \\ \omega_2^0 &= k_{21}x_1 + k_{22}x_2 + k_{23}x_3 + k_{24}x_4, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} k_{11} &= -\frac{b_1A_{12} + b_2A_{14}}{2g_1}; & k_{12} &= -\frac{2b_1A_{22} + b_2A_{24}}{2g_1}; & k_{13} &= -\frac{b_1A_{23} + b_2A_{24}}{2g_1}; \\ & & k_{14} &= -\frac{b_1A_{24} + 2b_2A_{44}}{2g_1}; \\ k_{21} &= -\frac{b_3A_{12} + b_4A_{14}}{2g_2}; & k_{22} &= -\frac{2b_3A_{22} + A_{24}b_4}{2g_2}; & k_{23} &= -\frac{b_3A_{23} + b_4A_{24}}{2g_2}; \\ & & k_{24} &= -\frac{b_3A_{24} + 2b_4A_{44}}{2g_2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для определения неизвестных коэффициентов A_{ij} выражение (9) подставим в уравнение (7). После преобразований получим следующую систему нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} -a_1A_{12} + l_1A_{12}^2 + l_2A_{14}A_{12} + l_3A_{14}^2 &= c_1; \\ -A_{12} + 2a_2A_{12} + 4l_1A_{22}^2 + 2l_2A_{22}A_{24} + l_3A_{24}^2 &= c_2; \\ a_2A_{24} + l_1A_{23}^2 + l_2A_{24}A_{23} + l_3A_{24}^2 &= c_3; \\ -A_{24} + 2a_4A_{44} + l_1A_{24}^2 + 2l_2A_{44}A_{24} + 4l_3A_{44}^2 &= c_4; \\ 2A_{11} + (2a_1 + a_2)A_{12} + 4l_1A_{12}A_{22} + 2l_2A_{14}A_{22} + \\ &+ l_2A_{12}A_{24} + 2l_3A_{14}A_{24} = 0; \\ a_1A_{22} + a_3A_{14} + 2l_1A_{12}A_{22} + l_2A_{22}A_{14} + l_3A_{24}A_{12} + 2l_2A_{14}A_{24} &= 0; \\ a_1A_{24} - A_{12} + a_4A_{14} + 2l_1A_{12}A_{24} + l_2A_{24}A_{14} + 2l_2A_{44}A_{12} + \\ &+ 4l_3A_{14}A_{44} = 0; \\ -A_{12} + a_2A_{22} + a_2A_{24} + 4l_1A_{22}A_{23} + l_2A_{22}A_{24} + 2l_2A_{24}A_{22} + \\ &+ 2l_3A_{24}A_{24} = 0; \\ A_{14} + a_2A_{24} + a_4A_{24} - A_{22} + 4l_1A_{22}A_{24} + l_2A_{24}^2 + 4l_3A_{44}A_{22} + \\ &+ 4l_3A_{24}A_{44} = 0; \\ -2A_{22} + 2a_3A_{44} + a_4A_{24} + 2l_1A_{24}A_{24} + l_2A_{24}A_{24} + 2l_2A_{44}A_{22} + \\ &+ 4l_3A_{24}A_{44} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$l_1 = \frac{b_1^2}{4g_1} + \frac{b_2^2}{4g_2}; \quad l_2 = \frac{b_1b_3}{2g_1} + \frac{b_2b_4}{2g_2}; \quad l_3 = \frac{b_3^2}{4g_1} + \frac{b_4^2}{4g_2};$$

a_i, b_j — коэффициенты системы (9);
 c_i, g_k — весовые коэффициенты функционала (2);
 $i, j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2$.

Решение системы уравнений (12) в численном виде на ЭЦВМ не вызывает принципиальных затруднений.

Полученные линейные оптимальные алгоритмы подачи реагентов улучшают динамические характеристики процесса флотации, сокращая время переходных процессов, что дает значительный экономический эффект.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салыга В. И. Исследование с применением ЭВМ процесса флотации углей как объекта автоматического управления. Автореф. канд. дис., Харьков, 1967. 17 с.
2. Салыга В. И., Хаджиков Н. Р. Решение задачи идентификации стационарных управляемых объектов обогатительной технологии. — «Zbornik Radova Jugoslav. svezak I, Zagreb, 1970, p. 145—155.
3. Маркаччи Р. Некоторые вопросы оптимального управления. Труды II Международного Конгресса по автоматическому управлению. IFAK, М., «Наука», 1965, с. 196—200.

УДК 62.50

В. Ф. ШОСТАК, канд. техн. наук,
 В. Ф. ЗАХАРЧЕНКО

ДВУХУРОВНЕВЫЙ АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ НЕПРЕРЫВНОГО ТИПА

Сложные технологические комплексы в большинстве случаев представляют собой совокупность объектов, связанных между собой сетью коммуникаций и совместно обеспечивающих достижение поставленных целей. Примером таких комплексов являются системы газоснабжения, энергосистемы и др. Формально сложные комплексы непрерывного типа могут быть представлены в виде совокупности подсистем, каждая из которых определяется функцией цели

$$\varphi_i = \varphi_i(\bar{X}_i, \bar{M}_i, \bar{Z}_i), \quad i \in I^* \quad (1)$$

и вектор-функцией выходных координат i -й подсистемы, являющимися входными координатами для s -й подсистемы:

$$\bar{Y}_i = \bar{Y}_i(\bar{X}_i, \bar{M}_i, \bar{Z}_i), \quad i, s \in I^*, \quad (2)$$

где \bar{M}_i, \bar{Z}_i — соответственно векторы управляющих и возмущающих воздействий на i -ю подсистему;

$$\bar{X}_i = \{\bar{X}_{ir}\}, \quad i, r \in I^*.$$

\bar{X}_i — входные векторы i -й подсистемы, учитывающие влияние на нее со стороны r -х подсистем; I^* — множество порядковых индексов подсистем $I^* = 1, 2, \dots, N$.

Общая функция цели сложной системы часто может быть представлена в виде

$$\varphi = \sum_{i \in I^*} \varphi_i \quad (3)$$

Решение задачи оптимизации сложного технологического комплекса в целом связано с рядом значительных трудностей, определяемых многомерностью, многосвязностью и другими особенностями сложных систем. Эффективным средством преодоления указанных трудностей являются двухуровневые алгоритмы оптимизации сложных систем [2]. На первом уровне алгоритма решаются подзадачи оптимизации подсистем по локальным функциям цели при заданных векторах взаимодействия \bar{X}_i

$$\max_{\bar{M}_i} \varphi_i \text{ при } \bar{X}_i = \bar{X}_i, i \in I^*, \quad (4)$$

а на втором уровне осуществляется координация подсистем, т. е. определение оптимальных векторов взаимодействия из условия оптимума общей функции цели:

$$\max_{\{X_i\}} \varphi, i \in I^*. \quad (5)$$

Если зависимости (1), (2) — гладкие функции, то параметры оптимального режима функционирования сложной системы удовлетворяют необходимым условиям точки минимакса функции Лагранжа:

$$F(\bar{X}, \bar{M}, \bar{\lambda}) = \sum_{i \in I^*} \varphi_i + \sum_{i \in I^*} \sum_{m \in I^*} \bar{\lambda}_{is}^T [Y_{is}(\bar{X}_i, \bar{M}_i, \bar{Z}_i) - X_{is}], \quad (6)$$

где $\bar{\lambda}_{is}^T$ — вектор-строка множителей Лагранжа.

Сеть коммуникаций, связывающую управляемые объекты в единую систему, методологически во многих случаях целесообразно рассматривать как особую сетевую подсистему. Особенности этой подсистемы как связующего звена между управляемыми объектами, обуславливают существенные отличия алгоритма оптимизации сложных систем рассматриваемого типа.

Математическое описание сетевой подсистемы обычно основано на I и II постулатах Кирхгофа (7), (8), а топология сети задается в виде множества связанных дуг $L = \{\bar{1}, \bar{m}\}$ и вершин $U^* = \{\bar{1}, \bar{n}\}$ множеств $W_L^* = \{\bar{m} + 1, \bar{m} + \rho\}$ и $W_u^* = \{\bar{n} + 1, \bar{n} + \rho\}$ висячих дуг и вершин графа, изоморфного сети коммуникаций:

$$\sum_{a \in L_u} q_a = 0, u \in U, U = \{\bar{1}, \bar{n} - \bar{1}\}; \quad (7)$$

$$\sum_{k \in L_\alpha} R_k q_k^2 = 0, \quad \alpha \in G, \quad G = \{1, m - n + 1\}, \quad (8)$$

где R_k, q_k — соответственно сопротивления и потоки в k -й дуге графа; L_u — подмножество дуг графа инцидентных u -й вершине; L_α — подмножество дуг, образующих α -й независимый цикл на графе; α_1 — показатель, определяемый физическими особенностями сети. Функция цели сетевой подсистемы (без учета висячих дуг) обычно имеет вид (9)

$$\varphi_c = \sum_{k \in L} R_k q_k^2, \quad (9)$$

где α_2 , как и α_1 , характеризует особенности конкретной сети.

В качестве выходных координат сетевой подсистемы наиболее рационально выбрать переменные $\{P_w\}$, $w = \{n + 1, n + \mu - 1\}$, которые физически можно рассматривать как давления в точках соединения подсистем, зависящие от входных координат (расходов в висячих дугах) q_k , $k \in \omega_L$, $\omega_L = \{m + 1, m + \mu - 1\}$ и управляющих воздействий R_k , $k \in L^*$ (регулируемых сопротивлений внутренних дуг графа). Тогда вектор-функция (2) для сетевой подсистемы будет

$$P_w^2 = P_{n+\mu}^2 + \sum_{k \in L_w} R_k q_k^2, \quad W = \{n + 1, n + \mu - 1\}, \quad (10)$$

где L_w — множество дуг образующих путь от вершины w до $n + \mu$ (висячая вершина $n + \mu$ рассматривается как «балансная» точка графа).

В соответствии со сказанным функция Лагранжа и система уравнений, определяющая необходимые условия минимакса, представляются следующим образом:

$$F = \sum_{i \in I} \varphi_i(\bar{P}_{ci}, \bar{M}_i) + \varphi_c(\bar{q}_{ic}, \bar{R}_p) + \sum_{i \in I} \lambda_{ic} [q_{ic}(\bar{M}_i, \bar{P}_{ci}) - q_{ic}] + \quad (11)$$

$$+ \sum_{i \in I} \lambda_{ci} [P_{ci}(\bar{q}_{ic}, \bar{R}_p) - P_{ci}], \quad p \in L^*; \quad (12)$$

$$\frac{\partial F}{\partial q_{ic}} = \frac{\partial \varphi_c}{\partial q_{ic}} - \sum_{i \in I} \lambda_{ic} + \sum_{i \in I} \lambda_{ci} \frac{\partial P_{ci}}{\partial q_{ic}} = 0, \quad i \in I;$$

$$\frac{\partial F}{\partial P_{ci}} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial P_{ci}} + \sum_{i \in I} \lambda_{ic} \frac{\partial q_{ic}}{\partial P_{ci}} - \sum_{i \in I} \lambda_{ci} = 0, \quad i \in I; \quad (13)$$

$$\frac{\partial F}{\partial M_i} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial M_i} + \sum_{i \in I} \lambda_{ic} \frac{\partial q_{ic}}{\partial M_i} = 0, \quad i \in I; \quad (14)$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_p} = \frac{\partial \varphi_c}{\partial R_p} + \sum_{i \in I} \lambda_{ci} \frac{\partial P_{ci}}{\partial R_p}, \quad p \in L^*; \quad (15)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_{ic}} = \sum_{i \in I} [q_{ic} (\bar{M}_i, \bar{P}_{ci}) - q_{ic}] = 0, \quad i \in I; \quad (16)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_{ci}} = \sum_{i \in I} [P_{ci} (\bar{q}_{ic}, \bar{R}_p) - P_{ci}] = 0, \quad p \in L^*, \quad (17)$$

где I — множество порядковых индексов подсистем, за исключением индекса сетевой подсистемы c .

Задача первого уровня заключается в решении системы уравнений (14) — (17) относительно множителей Лагранжа $\{\lambda_{ci}\}$, $\{\lambda_{ic}\}$, $i \in I$ и управляющих воздействий подсистем \bar{M}_i , \bar{R}_p , $i \in I$, $p \in L^*$ при заданных значениях

$$\{q_k\}, \quad k \in W_L; \quad \bar{P}_{ci}, \quad i \in I. \quad (18)$$

Задача второго уровня может быть, в частности, решена путем последовательного улучшения векторов взаимодействия подсистем с использованием градиентных методов оптимизации [1]. Оценка составляющих градиента $\partial F / \partial q_{ic}$, $\partial F / \partial P_{ci}$, $i \in I$ производится по правой части уравнений (12), (13) при значениях $\{\lambda_{ci}\}$, $\{\lambda_{ic}\}$, $\{M_i\}$, $\{R_p\}$ $i \in I$ $p \in L^*$, найденных в результате решения подзадач первого уровня.

Особенности двухуровневых алгоритмов оптимизации, связанные с наличием сетевой подсистемы, заключаются в определении производных $\{\partial F / \partial q_{ic}\}$, $i \in I$, так как оценки $\{\partial F / \partial P_{ci}\}$, $i \in I$ не связаны с характеристиками сетевой подсистемы. Для оценки $\{\partial F / \partial q_{ic}\}$ $i \in I$ необходимы значения частных производных $\{\partial \varphi_c / \partial q_{ic}\}$, $\{\partial P_{ci} / \partial q_{ic}\}$ $i \in I$ и множителей Лагранжа $\{\lambda_{ci}\}$ $i \in I$. Множители $\{\lambda_{ci}\}$ $i \in I$ можно получить из (15).

Определение частных производных в (12), (15), (18) связано с рядом трудностей, так как зависимости (9), (10) для сложных сетевых систем имеют вид (19) — (21) и практически не могут быть представлены в аналитическом виде

$$\varphi_c = f_c(\{R_k, q_k\} \quad k \in L); \quad (19)$$

$$P_{ci} = h_{ci}(\{R_k, q_k\} \quad k \in L, P_{\alpha+p}), \quad i \in I, \quad (20)$$

где

$$q_k = v_k(\{R_p\} \quad p \in L^*, \{q_{ic}\} \quad i \in I), \quad k \in L. \quad (21)$$

Указанные частные производные можно определить путем дифференцирования (19) — (21) как сложных функций:

$$\frac{\partial \varphi_c}{\partial q_{ic}} = \sum_{k \in L} \frac{\partial f_c}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial q_{ic}}, \quad i \in I; \quad (22)$$

$$\frac{\partial \varphi_c}{\partial R_p} = \frac{\partial f_c}{\partial R_p} + \sum_{k \in L} \frac{\partial f_c}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial R_p}, \quad p \in L^*; \quad (23)$$

$$\frac{\partial P_{ci}}{\partial q_{ic}} = \sum_{k \in L} \frac{\partial h_{ci}}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial q_{ic}}, \quad i \in I, \quad (24)$$

$$\frac{\partial P_{ci}}{\partial R_p} = \frac{\partial h_{ci}}{\partial R_p} + \sum_{k \in L} \frac{\partial h_{ci}}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial R_p}, \quad i \in I, p \in L^*. \quad (25)$$

Для определения производных $\{\partial v_k / \partial R_p\}$, $\{\partial v_k / \partial q_{ic}\}$, $i \in I, k \in L$ представим уравнения (7) — (8) как явные функции $R_p, p \in L^*$ и $q_{ic}, i \in I$.

$$\Phi_u(\{q_k\} k \in L_u) = 0, \quad u \in U; \quad (26)$$

$$\Phi_\alpha(\{R_k, q_k\} k \in L_\alpha) = 0, \quad \alpha \in G. \quad (27)$$

Продифференцируем их с учетом (21) по переменным $\{R_p\}$, $\{q_{ic}\}$, $p \in L^*, i \in I$ согласно правилам для неявных функций:

$$\sum_{k \in L_u} \frac{\partial \Phi_u}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial R_p} = 0, \quad u \in U, p \in L^*; \quad (28)$$

$$\sum_{k \in L_u} \frac{\partial \Phi_u}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial q_{ic}} = 0, \quad i \in I, u \in U; \quad (29)$$

$$\sum_{k \in L_\alpha} \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial q_{ic}} = 0, \quad i \in I, \alpha \in G, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial R_p} + \sum_{k \in L_\alpha} \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial R_p} = 0, \quad p \in L^*, \alpha \in G. \quad (31)$$

Системы уравнений (22) — (31) позволяют для конкретной коммуникационной подсистемы найти численные значения производных, которые определяют $\{\partial F / \partial q_{ic}\}$, $i \in I$ в итерационном алгоритме

$$q_{ic}^{(s+1)} = q_{ic}^{(s)} + \gamma \frac{\partial F^{(s)}}{\partial q_{ic}}, \quad i \in I, \quad (32)$$

где γ — шаг итерации, и зависит от потоков и сопротивлений в дугах на каждой итерации.

Двухуровневый алгоритм оптимизации управляемых систем рассматриваемого класса записывается следующим образом.

1. Ввести исходную информацию:
для i -х подсистем

$$q_{ic}(\bar{M}_i, \bar{P}_i), \quad i \in I; \quad (33)$$

$$\varphi_i(\bar{M}_i, \bar{P}_i), \quad i \in I; \quad (34)$$

для s -й подсистемы системы уравнений (7) — (10); начальные значения: $\{P_{ci}\}$, $\{q_{ic}\}$, $i \in I$, γ , P_{n+s} , $L^* = \{1, n-1\}$ и δ (требуемая точность решения задачи оптимизации сложной системы управления).

2. Присвоить $i = 1$.

3. Определить из систем (14) и (16) значения \bar{M}_i и \bar{P}_i .

4. Найти значения $\partial q_{ic} / \partial P_{ci}$ и $\partial \varphi_i / \partial P_{ci}$ из выражений (33), (34).

5. Присвоить $i = i + 1$.

6. Если $i \in I$, перейти к пункту 3.

7. Решить задачу оптимизации c -й подсистемы, найти оптимальные по критерию (9) $\{R_p\}$, $p \in L^*$ и $\{q_k\}$, $k \in L_u$.
8. Сформировать числовой массив системы уравнений (28), (31).
9. Найти $\partial q_k / \partial R_p$, $k \in L_u$, $p \in L^*$ из системы (28), (31).
10. Определить значения $\frac{\partial q_c}{\partial R_p}$, $\left\{ \frac{\partial P_{cl}}{\partial R_p} \right\}$, $i \in I$, $p \in L^*$ из систем уравнений (23), (25).
11. Решить систему уравнений (15) относительно $\{\lambda_{cl}\}$, $i \in I$.
12. Присвоить $i = 1$.
13. Сформировать числовой массив системы уравнений (29), (30).
14. Определить $\frac{\partial q_k}{\partial q_{ic}}$, $k \in L_u$ из системы (29), (30).
15. Найти значения $\frac{\partial q_c}{\partial q_{ic}}$, $\frac{\partial P_{cl}}{\partial q_{ic}}$ из (22), (24).
16. Присвоить $i = i + 1$.
17. Если $i \in I$, перейти к пункту 8.
18. Определить из системы уравнений (12), (13) $\left\{ \frac{\partial F}{\partial q_{ic}} \right\}$, $\left\{ \frac{\partial F}{\partial P_{cl}} \right\}$, $i \in I$.
19. Получить из выражения (32) новые вектор-функции взаимодействий $\{P_{cl}\}$, $\{q_{ic}\}$, $i \in I$.
20. Если шаг итерации $\left\{ \gamma \frac{\partial F}{\partial q_{ic}} \right\}$, $\left\{ \gamma \frac{\partial F}{\partial P_{cl}} \right\}$, $i \in I$ больше чем δ , перейти к пункту 2.
21. Печать. Останов.

В качестве примера рассмотрим сетевую подсистему, заданную системами уравнений вида (7) — (10):

$$\begin{aligned}
 q_1 + q_2 - q_6 &= 0; \\
 q_2 + q_3 - q_7 &= 0; \\
 q_1 - q_2 - q_3 + q_9 &= 0; \\
 q_3 + q_4 - q_8 &= 0;
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 q_1^2 + R_2 q_2^2 - R_3 q_6^2 &= 0; \\
 R_1 q_1^2 + R_2 q_2^2 - R_4 q_3^2 + R_5 q_9^2 &= 0;
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$q_c = - \sum_{k=1}^6 R_k q_k^2. \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 P_3^2 &= P_2^2 - R_2 q_2^2; \\
 P_4^2 &= P_2^2 - R_2 q_2^2 + R_3 q_3^2; \\
 P_5^2 &= P_2^2 - R_2 q_2^2 - R_4 q_3^2.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Множества внутренних и висячих дуг и вершин: $L = \{1, 2, \dots, 6\}$, $U^* = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $W_L^* = \{7, 8, 9, 10\}$, $W_U^* = \{2, 3, 4, 5\}$, $L^* = \{1, 5, 6\}$. Системы уравнений (28), (31), (15), (29), (30) соответственно записываются в виде

$$\sum_{k=1}^6 \frac{\partial q_k}{\partial R_p} = 0, \quad p \in L^*; \quad (28')$$

$$\sum_{k=1}^6 \left(2R_k q_k \frac{\partial q_k}{\partial R_p} \right) = \begin{cases} 0, & k \neq p, \\ -q_k^2, & k = p, \end{cases} \quad p \in L^*; \quad (31')$$

$$\sum_{t \in I} \lambda_{ct} \frac{\partial p_{ct}}{\partial R_p} = -\frac{\partial q_c}{\partial R_p}, \quad p \in L^*; \quad (15')$$

$$\sum_{k=1}^6 \frac{\partial q_k}{\partial q_{ic}} = \begin{cases} 0, & k \neq i, \\ -(\text{sign } q_k), & k = i, \end{cases} \quad i \in I; \quad (29')$$

$$\sum_{k=1}^6 \left(2R_k q_k \frac{\partial q_k}{\partial q_{ic}} \right) = 0, \quad i \in I. \quad (30')$$

Изложенный алгоритм позволяет эффективно оптимизировать сложные системы непрерывного типа с большим количеством управляемых объектов, связанных между собой многочисленными связями.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Шостак. Оптимизация сложных объектов управления в автоматизированных системах управления с иерархической структурой.—Сб. «Децентрализованные методы управления». М., ДИТП, 1972, с. 141—148.
2. А. И. Кухтенко, В. Л. Волкович. Динамика систем управления объектами с иерархической структурой.—Сб. «Сложные системы управления». Киев, 1968, с. 27—35.

УДК 622.74

В. И. САЛЫГА, канд. техн. наук,
В. Д. ДОМРИН, А. И. ТЮТЮННИК

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕЙТРАЛЬНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ БОГАТИТЕЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Задачи построения эффективных автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) не могут быть успешно решены без предварительного экспериментального

исследования объектов управления, синтеза методов оптимизации, нахождения оптимальных режимов.

При оптимизации сложных технологических процессов часто приходится иметь дело с нейтральными объектами. В частности, процесс флотации угля при управлении по скорости изменения реагентов вспенивателя и собирателя описывается системой стохастических дифференциальных уравнений [1], которая в векторной форме имеет вид

$$\dot{X} + AX = U + \eta, \quad (1)$$

где A — матрица (6×6) постоянных коэффициентов процесса флотации с элементами, не равными нулю: $a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{42}, a_{43}, a_{44}, a_{45}, a_{52}, a_{53}, a_{54}, a_{55}$.

X, U, η — соответственно векторы фазовых координат процесса флотации, управления и случайных возмущений.

Компоненты вектора случайных возмущений $\eta_i = 0$ ($i = 1, 3, 4, 5$), а η_2 и η_6 с допустимой погрешностью рассматриваются как дельта-коррелированные случайные функции [2], т. е.

$$M\eta_i(t) = 0, \quad M\eta_i(t)\eta_j(t' + \tau) \approx B_i\delta(\tau), \quad (i = 2, 6).$$

Задача заключается в синтезе управлений $u(x)$, удовлетворяющих условию ограниченности по модулю $|u_i| \leq k_i$, которые обеспечивают системе (1) вероятностную устойчивость и минимизируют функционал качества

$$I = M \int_0^T \sum_{i=1}^6 \beta_{ii} x_i^2 dt. \quad (2)$$

Решение поставленной задачи произведем, используя методы аналитического конструирования оптимальных регуляторов [3, 4]. Для этого наложим еще один вид ограничений на синтезируемые управления, а именно, ограничения на «расходы сигналов» управления, которые всегда имеют место в реальных системах управления. Вид этих ограничений покажем ниже.

Характеристическое уравнение $|A + \lambda s| = 0$ процесса флотации имеет два нулевых корня, а остальные — вещественные отрицательные. Поэтому при синтезе оптимальных управлений в данном случае можно применить способ нестационарного функционала [4], который применим не только к нейтральным, но и к неустойчивым объектам, причем как стационарным, так и нестационарным.

Используя метод нестационарного функционала, коэффициенты в (2) зададим в виде затухающих экспонент

$$\beta_{ii} = \beta_{ii}^* \exp\left(-\frac{t}{T}\right),$$

где T — желаемое время переходных процессов в оптимальной системе.

При этом ограничения на «расходы сигналов» управления имеют вид

$$\sum_{i=1}^6 k_i \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \int_0^t M \left| \sum_{k=1}^6 \dot{\gamma}_{ik} x_k \right| dt = C.$$

При минимизации нестационарного функционала рассматривается видоизмененный устойчивый объект

$$\dot{X} + \left(A + \frac{1}{2T} E \right) X = U + \eta, \quad (3)$$

для которого оптимальными алгоритмами управлений являются

$$u_i = -K_i \operatorname{sign} \sum_{k=1}^6 \dot{\gamma}_{ik} x_k, \quad (4)$$

где $\dot{\gamma}_{ik} = \dot{\gamma}_{ik}^*$ — постоянные коэффициенты, определяемые системой линейных алгебраических уравнений:

$$\Gamma^* \left(A + \frac{1}{2T} E \right) + \left(A^T + \frac{1}{2T} E \right) \Gamma^* = B. \quad (5)$$

Процесс флотации характеризуется постоянными коэффициентами объекта:

$$\begin{aligned} a_{12} &= -1; a_{21} = 0,0166; a_{23} = 0,266; a_{25} = 0,0152; a_{24} = 0,0598; \\ a_{31} &= -1; a_{32} = 0,0078; a_{44} = 0,0244; a_{45} = 0,0399; a_{46} = 0,4; \\ B_2 &= 2 \cdot 10^{-4}; B_3 = 2,96 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Решение системы уравнений (5) на ЭВМ позволило определить коэффициенты $\dot{\gamma}_{ik}$, в результате чего установлены оптимальные алгоритмы управлений (4) при $k_i = 1$ в виде

$$\begin{aligned} u_2 &= -\operatorname{sign}(19,26x_1 + 67x_2 + 10,63x_3 + 41,81x_4); \\ u_3 &= -\operatorname{sign}(23,26x_1 + 10,63x_2 + 26,87x_3 + 26,7x_4 + \\ &\quad + 0,41x_5 + 1,31x_6); \\ u_4 &= -\operatorname{sign}(9,15x_1 + 41,81x_2 + 26,7x_3 + 124x_4 + 1,28x_5 + 4,1x_6); \\ u_5 &= -\operatorname{sign}(1,31x_2 + 4,1x_4 + 9,32x_5 + 2,31x_6). \end{aligned}$$

На объект (1), (3) действуют случайные возмущения η_2 и η_4 . Согласно [3, 4], они не будут вызывать отклонений зольности концентрата, флотохвостов и их производных от невозмущенного состояния при $|\eta_i| < k_i$. Для процесса флотации это условие выполняется.

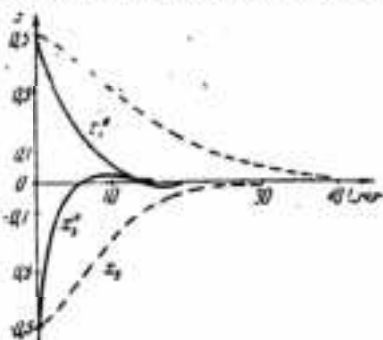
На рисунке показаны переходные процессы в системе управления фотопроцессом при $u_i = 0$ и при оптимальных управлениях.

Как видно из рисунка, переходные процессы основных показателей флотопроцесса, зольности концентрата и флотохвостов сокращаются более чем в три раза.

Полученные алгоритмы оптимального управления флотопроцесса являются составной частью математического обеспечения разрабатываемых АСУ ТП обогатительных фабрик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салыга В. И., Хаджиков Н. Р. Решение задачи идентификации стационарных управляемых объектов обогатительной технологии. — *Зб. Радова Југослава, svezak 1, Zagreb, 1970, с. 145—155.*
2. Иванченко Е. Я., Салыга В. И., Домрин В. Д. О возможности аппроксимации возмущающих воздействий процесса флотации дельта-коррелированным случайным сигналом. — *Сб. «Приборы и системы автоматизации», вып. 28, Харьков, 1973.*
3. Красовский А. А. Статистическая теория переходных процессов в системах управления. М., «Наука», 1968. 234 с.
4. Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1969. 205 с.



Переходные процессы в объекте управления:

x_1, x_2 — при неоптимальном управлении;

x_3, x_4 — при оптимальном управлении.

УДК 658:05.

С. А. КАНЦЕДАЛ, канд. техн. наук,
Ю. Б. МАКСИМОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ СКВОЗНОГО ГРАФИКА ЗАПУСКА—ВЫПУСКА ИЗДЕЛИЯ В МЕЛКОСЕРИЙНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Часть II. МЕТОД РЕШЕНИЯ И АЛГОРИТМ

Обсуждение модели

Практический опыт решения задач математического программирования, относимых к классу нелинейных, свидетельствует о том, что выбор и обоснование наиболее эффективного метода решения конкретной задачи в значительной степени определяется уровнем наших знаний о геометрии оптимизируемой функции и области ее задания. В этой связи, как правило, применению или разработке конкретного метода оптимизации предпосылается аналитическое исследование указанных свойств целевой функции и области ее определения.

Изложим результаты, полученные указанным путем, по отношению к модели (25)–(31), предложенной в [1]. С этой целью задачу (25)–(31) представим в виде: минимизировать функцию 2π переменных

$$z(u, v) = \max_{r,k} f_{rk}(u, v) = \max_{r,k} c_{rk} \sum_{i=1}^l \sigma_{rk}^i(u_i, v_i) \quad (1)$$

при условиях

$$\alpha_i < v_i < \beta_i; \quad (2)$$

$$u_i > p_i; \quad (3)$$

$$v_i - u_i > \gamma_i; \quad (4)$$

$$0,98_{k\varphi} < \sum_{i=1}^l \left[\sum_{r \in \sigma_r} \sigma_{rk}^i(u_i, v_i) \right] p_{i\varphi} < 1,10_{k\varphi}; \quad (5)$$

$$\frac{1}{27} \sum_{i=1}^l p_{i\chi_i} (v_i - u_i) < \eta, \quad (6)$$

где функции $\sigma_{rk}^i(u_i, v_i)$, согласно [2], задаются следующими выражениями:

$$\sigma_{rk}^i(u_i, v_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } (u_{ri}, v_{ri}) \in M_0 \cup M_6; \\ a_{ri} x_{ri}, & \text{если } (u_{ri}, v_{ri}) \in M_1; \\ \frac{v_{ri} - \Delta_{k-1}}{v_{ri} - u_{ri}} a_{ri} x_{ri}, & \text{если } (u_{ri}, v_{ri}) \in M_2; \\ \frac{\Delta_k - u_{ri}}{v_{ri} - u_{ri}} a_{ri} x_{ri}, & \text{если } (u_{ri}, v_{ri}) \in M_3; \\ \frac{\Delta_k - \Delta_{k-1}}{v_{ri} - u_{ri}} a_{ri} x_{ri}, & \text{если } (u_{ri}, v_{ri}) \in M_4; \end{cases} \quad (7)$$

$$M_1 = \{u_{ri}, v_{ri} | u_{ri} < \Delta_{k-1}, v_{ri} < \Delta_k\}; \quad (8)$$

$$M_2 = \{u_{ri}, v_{ri} | u_{ri} < \Delta_{k-1}, \Delta_{k-1} < v_{ri} < \Delta_k\}; \quad (9)$$

$$M_3 = \{u_{ri}, v_{ri} | \Delta_{k-1} < u_{ri} < \Delta_k, v_{ri} > \Delta_k\}; \quad (10)$$

$$M_4 = \{u_{ri}, v_{ri} | u_{ri} < \Delta_{k-1}, v_{ri} > \Delta_k\}; \quad (11)$$

$$M_5 = \{u_{ri}, v_{ri} | v_{ri} < \Delta_{k-1}\}; \quad (12)$$

$$M_6 = \{u_{ri}, v_{ri} | u_{ri} > \Delta_k\}. \quad (13)$$

а между парами переменных (u_{ri}, v_{ri}) , (u_i, v_i) существуют соотношения

$$u_{ri} = u_i + \tau_{ri}^0 (v_{ri} - u_{ri}); \quad (14)$$

$$v_{ri} = u_i + \tau_{ri} (v_{ri} - u_{ri}). \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что функции $f_{rk}(u, v)$ являются сепарабельными по парам переменных (u_i, v_i) . Это обстоятельство позволяет

ограничиться изучением геометрии функции $\sigma_{r,k}^l(u_l, v_l)$ при фиксированном l на плоскости u_l, v_l с дальнейшим обобщением полученных результатов на многомерное пространство.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. Функции $\sigma_{r,k}^l(u_l, v_l)$, $l = 1, 2, \dots, L$; $r = 1, 2, \dots, R$; $k = 1, 2, \dots, K$ непрерывны на множестве $\bigcup_{l=1}^L M_{\xi}$.

Теорема 2. Функции $\sigma_{r,k}^l(u_l, v_l)$, $l = 1, 2, \dots, L$; $r = 1, 2, \dots, R$; $k = 1, 2, \dots, K$ на множествах
 а) M_2 выпуклы по u_l и вогнуты по v_l ;
 б) M_3 вогнуты по u_l и выпуклы по v_l ;
 в) M_3 выпуклы.

Теорема 3. Функции $\sigma_{r,k}^l(u_l, v_l)$, $l = 1, 2, \dots, L$; $r = 1, 2, \dots, R$; $k = 1, 2, \dots, K$ линейны на прямых $\{u_l = v_l + a\} \subset \bigcup_{l=1}^L M_{\xi}$,

$a > 0$.

Следствие 1. Функции $f_{r,k}(u, v)$, $r = 1, 2, \dots, R$; $k = 1, 2, \dots, K$ на множестве $\bigcup_{l=1}^L M_{\xi}$ непрерывны и выпуклы.

Следствие 2. Поверхность

$$\varepsilon_{k,q} = \sum_{l=1}^L \left[\sum_{r=1}^R \sigma_{r,k}^l(u_l, v_l) \right] \varepsilon_{l,q}, \quad \varepsilon \in [0, 9; 1, 1]$$

невыпукла.

Следствие 3. Оптимизируемая функция $z(u, v)$ невыпукла и определена на замкнутом невыпуклом множестве.

Выбор и обоснование метода решения

В настоящее время не существует универсальных и в то же время эффективных с вычислительной точки зрения методов минимизации невыпуклых функций типа $z(u, v)$ тем более заданных на невыпуклых множествах. Как правило, в указанных случаях для нахождения минимума функции используют статистические методы поиска. Последние, как известно [3], наряду с универсальностью, т. е. возможностью минимизации практически любого вида функций, имеют ряд существенных недостатков и, в первую очередь, плохую сходимость. Это обстоятельство играет решающую роль при решении производственных задач, например, типа (1) — (6), так что получение необходимых результатов за приемлемое время часто оказывается невозможным.

Учитывая изложенное, а также опираясь на свойство сепарабельности функций $f_{r,k}(u, v)$ по парам переменных и установленное поведение функций $\sigma_{r,k}^l(u_l, v_l)$ на множествах M_1, \dots, M_6 , ис-

пользуем для решения задачи (1)–(6) идеи метода, предложенного в [4], для минимизации невыпуклых функций вида $f(X) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$, $X \in \omega \subset E^n$. Сущность метода [4] состоит в объединении поисковой процедуры метода «ветвей и границ» с построением выпуклых огибающих $\varphi_j(x_j)$ функций $f_j(x_j) \in [a_j, b_j]$, $j = 1, 2, \dots, n$, нахождением выпуклой огибающей $\varphi(X)$ функции $f(X)$ по правилу

$$\varphi(X) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(x_j) \quad (16)$$

с дальнейшим поиском минимума выпуклой функции $\varphi(X)$ регулярным методом. При этом нижней гранью минимума функции $f(X)$ на некотором множестве ω^* является минимум выпуклой огибающей $\varphi(X)$ на ω^* , ветвление осуществляется последовательным разбиением множества ω на непересекающиеся подмножества ω^v , $v = 1, 2, \dots$, в оценке близости $f(X^*)$ к минимальному значению $f(X)$, $X \in \omega$ служит величина

$$\varepsilon = f(X^*) - \varphi(X^*), \quad (17)$$

где $\varphi(X^*) = \min_{X \in \omega^*} \varphi(X)$; $X^* \in \omega^*$ — точка, минимизирующая

$$\varphi_{\omega^*}(X).$$

Таким образом, для реализации метода [4] необходимы правила построения выпуклых огибающих функций $f_j(x_j)$. Согласно [5], имеем

$$\varphi(X) = \sup_{Y \in E^n} [(X, Y) - C(Y)]; \quad (18)$$

$$C(Y) = \sup_{X \in \omega} [(X, Y) - f(X)], \quad (19)$$

или

$$\varphi(X) = \sup_{Y \in E^n} [(X, Y) + h(Y)], \quad (20)$$

$$h(Y) = \inf_{X \in \omega} [f(X) - (X, Y)]. \quad (21)$$

Для непрерывных $f(X)$

$$h(Y) = \min_{X \in \omega} [f(X) - (X, Y)]. \quad (22)$$

Тогда

$$\varphi(X) = \sup_{Y \in E^n} [(X, Y) + \min_{X \in \omega} [f(X) - (X, Y)]]. \quad (23)$$

Введя обозначение

$$\phi(X; Y) = (X, Y) + \min_{X \in \omega} [f(X) - (X, Y)], \quad (24)$$

окончательно находим

$$\varphi(X) = \sup_{Y \in E^n} \phi(X; Y). \quad (25)$$

Полученные выражения дают ключ к построению выпуклой огибающей $\varphi(X)$. Действительно, согласно (24), для каждого фиксированного $Y \in E^n$ функция $\phi(X; Y^i)$ линейна и выпуклая огибающая $\varphi(X)$ может рассматриваться как точная верхняя грань по некоторому семейству линейных функций. Таким образом, если определить замкнутое ограниченное множество $G \subset E^n$, на котором достигается $\sup_{Y \in E^n} \phi(X; Y)$, и задать на нем сетку $i = 1,$

2, ..., то огибающая $\varphi(X)$ может быть представлена выпуклой кусочно-линейной функцией вида

$$\varphi(X) = \max_i \phi(X; Y^i), \quad (26)$$

а нижняя грань функции $f(X)$ определится по правилу

$$f(X) = \min_{X \in \omega} \max_i \phi(X; Y^i). \quad (27)$$

Для выпуклых множеств $\omega \subset E^n$ реализация выражения (27), согласно [6], легко может быть осуществлена путем решения задачи линейного программирования: минимизировать

$$z^0 \quad (28)$$

при условиях

$$\phi(X; Y^i) - z^0 < 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (29)$$

$$X \in \omega. \quad (30)$$

Использование полученных результатов для минимизации функции $z(u, v)$ возможно при условии наличия правил определения множества $G \subset E^n$ и значений $h(Y^i)$ для функций класса $\sigma_{\lambda, 2}^i(u_i, v_i)$.

Изложим эти правила.

Определение. Линейная функция $\phi(X; Y^i)$ допустима на $\omega \subset E^n$, если $\phi(X; Y^i) < f(X)$, $\forall X \in \omega$.

В дальнейшем функция $f(X)$ рассматривается на множестве $\Omega = \{X \mid \alpha_j < x_j < \beta_j, j = 1, 2, \dots, n\}$ описывающем ω . Справедливы следующие утверждения:

Лемма 1. Если $f(X)$ вогнута на Ω , то необходимым и достаточным условием $\phi(X; Y^i) < f(X)$, $\forall X \in \Omega$ является допустимость $\phi(X; Y^i)$ во всех вершинах Ω .

Теорема 4. Если $f(X)$ выпукла по $x_j, j = 1, 2, \dots, \lambda < n$, вогнута по $x_j, j = \lambda + 1, \dots, n$, то необходимым и достаточным условием $\phi(X; Y^i) < f(X)$, $\forall X \in \Omega$ является допустимость $\phi(X; Y^i)$ на $2^{n-\lambda}$ λ -мерных гранях Ω , образуемых пересечением плоскостей вида $x_j = \alpha_j$ либо $x_j = \beta_j, j = \lambda + 1, \dots, n \in \Omega$.

Теорема 5. Если $f(X)$ выпукла на ω и линейна по некоторому направлению $\{X = X_0 + at\} \in \omega$, то необходимым и достаточным условием $\psi(X; Y^i) \leq f(X)$ является допустимость $\psi(X; Y^i)$ на всех гранях Ω .

Теорема 6. $\sup_{Y \in G} \psi(X; Y)$ достигается на множестве

$$G = \left\{ Y \mid \min_{x \in \omega} \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \leq y_i \leq \max_{x \in \omega} \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \right\}.$$

Следствие 4. Допустимость $\psi(X; Y^i)$ на Ω для выпукловогнутых функций определяется допустимостью $\psi(X; Y^i)$ в конечном числе точек $X^b \in \Omega^b$, каждая из которых является решением задачи выпуклого программирования вида

$$h^b(Y^i) = \min_{X \in \Omega^b} |f(X) - (X, Y^i)|, \quad b = 1, 2, \dots, 2^{n-1}. \quad (31)$$

Следствие 5. Допустимость $\psi(X; Y^i)$ на Ω для выпуклых линейных по определенному направлению функций соответствует допустимости $\psi(X; Y^i)$ в конечном числе точек $X^b \in \Omega^b$, каждая из которых является решением задачи выпуклого программирования вида

$$h^b(Y^i) = \min_{X \in \Omega^b} |f(X) - (X, Y^i)|, \quad b = 1, 2, \dots, 2^n. \quad (32)$$

Следствие 6. В зависимости от вида функции $f(X)$

$$h(Y^i) = h^{b^*}(Y^i) = \min_{1 < b < 2^{n-1}} h^b(Y^i), \quad (33)$$

либо

$$h(Y^i) = h^{b^*}(Y^i) = \min_{1 < b < 2^n} h^b(Y^i). \quad (34)$$

Таким образом, процедура построения кусочно-линейной функции $\psi(X)$, $X \in \Omega$ для рассматриваемого класса функций $f(X)$, $X \in \omega$ и дальнейшая минимизация последней может быть представлена следующей последовательностью действий:

1. Построение параллелепипеда $\Omega \subset E^n$, описывающего исходное множество ω .
2. Построение множеств G по результатам теоремы 6.
3. Определение сетки Y^i , $i = 1, 2, \dots$ на множестве G .
4. Решение задач (31) либо (32) для каждого узла сетки и определение $h(Y^i)$ по выражениям (33) либо (34).
5. Формирование аппроксимирующих плоскостей для каждого узла сетки по правилу

$$\psi(X) = (X, Y^i) + h(Y^i), \quad i = 1, 2, \dots \quad (35)$$

$X \in \Omega$

6. Решение задачи линейного программирования (28) — (30) и получение результата $\min_{z^0} \psi = \psi(X^*)$.

7. Определение оценки приближения к оптимуму по выражению

$$f(X^*) - \phi(X^*) < \varepsilon. \quad (36)$$

8. Если заданная точность решения достигнута, вычислительный процесс оканчивается, в противном случае переходим к следующему действию.

9. Выбор множества Ω_j по правилу

$$\max_j |f_j(X_j^*) - \phi_j(X_j^*)|. \quad (37)$$

10. Расчленение множества Ω_j на четыре подмножества $\Omega_{j1}, \dots, \Omega_{j4}$ плоскостью $X = X^*$

11. Повторение п. 2—6 для подмножеств $\Omega_{j1}, \dots, \Omega_{j4}$ и остальных $\frac{n}{2} - j$ множеств Ω_j .

12. Реализация оператора

$$\phi(X^*) = \min \psi^*(X^*), \quad (38)$$

где

$$\psi^*(X^*) = \min z^{0*}.$$

13. Выполнение пункта 7.

Реализация п. 1—12 для задачи (1) — (6) имеет некоторые особенности. Прежде всего проверка выполнения ограничения (5) осуществляется после выполнения п. 7. Правомерность такого подхода определяется тем, что условие (5) оказывается наименее сильным именно в точке оптимума $z(u, v)$, т. е. в точке с максимальной равномерностью загрузки оборудования. Тем самым искусственным путем обеспечивается выпуклость множества (2) — (4), (5). Кроме того, ограничение (6) реализуется в задаче линейного программирования (28) — (30), в связи с чем функции $\sigma_{rk}^i(u_i, v_i)$ оказываются определены на множествах (2) — (4), что значительно упрощает построение выпуклых огибающих.

Специфика выполнения названной процедуры в рассматриваемой задаче обусловлена тем, что функции $\sigma_{rk}^i(u_i, v_i)$ на множествах M_1, \dots, M_6 установлены по различным правилам.

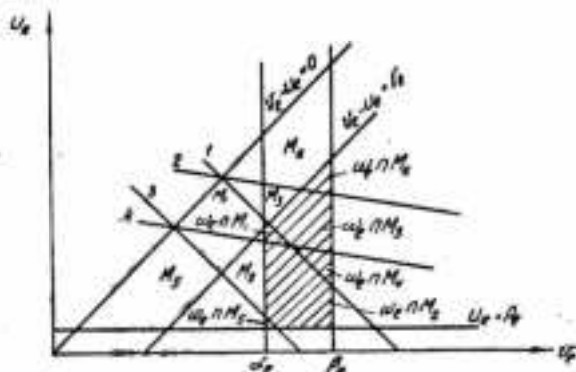
Это обстоятельство вызывает необходимость выполнять построение шести параллелепипедов $\Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(6)}$ для каждого из подмножеств $\omega_1 \cap M_1, \dots, \omega_1 \cap M_6$, на которые распадается множество (2) — (4), в связи с чем необходимы определения указанных множеств. Последние получим, используя геометрическое представление множества (2) — (4) (рисунок). Например, множество $\omega_1 \cap M_1$ задается следующими условиями:

$$\begin{aligned} u_i(1 - \varphi_{ri}^0) + v_i \tau_{ri}^0 &> \Delta_{k-1}; \\ u_i(1 - \tau_{ri}^1) + v_i \tau_{ri}^1 &< \Delta_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_i < v_i < \beta_i \\ v_i - u_i > \gamma_i \\ u_i > p_i \end{aligned} \quad (39)$$

Определив угловые точки (39) известным путем, получим параллелепипед $\Omega^{(1)}$. Аналогично находим остальные множества $\Omega^{(2)}, \dots, \Omega^{(6)}$.

Правило построения множества G состоит в определении подмножеств G_1, \dots, G_6 соответственно для каждого из $\Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(6)}$, согласно теореме 6, и выполнению оператора $G_1 \cup G_2, \dots, \cup G_6$.



Геометрическое представление множества w_i :

$$\begin{aligned} i - u_i(1 - \tau_{rl}^*) + v_i \tau_{rl}^* = \Delta_k; \quad 2 - u_i(1 - \tau_{rl}^*) + v_i \tau_{rl}^* = \\ = \Delta_k; \quad 3 - u_i(1 - \tau_{rl}^*) + v_i \tau_{rl}^* = \Delta_k - 1; \quad 4 - u_i(1 - \\ - \tau_{rl}^*) + v_i \tau_{rl}^* = \Delta_k - 1. \end{aligned}$$

Сетка $i = 1, 2, \dots$ на множестве G задается произвольно, после чего для каждого из подмножеств $\Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(6)}$ и узла сетки по соответствующим выражениям установлены значения $h^{b*}(Y^i)$. Нетрудно видеть, что необходимо найти всего двадцать значений $h^{b*}(Y^i)$ соответственно двадцати точкам (u_i, v_i) , в которых функция $\psi_{rk}^i[(u_i, v_i); Y^i] < \sigma_{rk}^i(u_i, v_i)$, т. е. допустима на $\Omega^{(1)} \cup \Omega^{(2)}, \dots, \cup \Omega^{(6)}$.

Окончательно имеем

$$h(Y^i) = \min h^{b*}(Y^i), \quad (40)$$

$$\psi_{rk}^i[(u_i, v_i); Y^i] = u_i y_{rk}^i + v_i y_{rk}^i + h(Y^i). \quad (41)$$

Далее следует

$$\phi_{rk}[(u, v); Y^i] = G_{rk} \sum_{i=1}^L \psi_{rk}^i[(u_i, v_i); Y^i]. \quad (42)$$

В связи с тем что \max выпуклых функций есть функция выпуклая, получаем

$$\psi[(u, v); Y^i] = \max_{r, a} \psi_{r, a}[(u, v); Y^i]. \quad (43)$$

В заключение отметим, что изложенный метод реализован на ЭВМ «Минск-32» и в настоящее время включен в состав математического обеспечения «АСУ-Сумы».

ЛИТЕРАТУРА

1. Канцедал С. А., Максимов Ю. Б. Оптимизация сквозного графика запуска — выпуска изделий в мелкосерийном производстве (часть I. Математическая модель). — Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации». Вып. 29. Харьков, 1974.
2. Канцедал С. А., Максимов Ю. Б. Метод и алгоритмы расчета загрузки оборудования в мелкосерийном производстве. — «Механизация и автоматизация управления», 1973, № 6, с. 20—22.
3. Гурии Л. С., Димарский Л. С., Меркулов А. Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. М., «Сов. радио», 1968. 464 с.
4. Falk J. E., Soland R. M. An Algorithm for Separable Nonconvex Programming Problems — «Management Sciences», 1969, 15, № 9, p. 550—569.
5. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М., «Мир», 1969. 848 с.
6. Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1964. 460 с.

УДК 681.142.1.019

В. А. ТРУСОВ, канд. техн. наук, А. И. ЧУМАК

КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ С ПОГРУППОВЫМ СКОЛЬЗЯЩИМ РЕЗЕРВОМ

Одним из способов повышения надежности функционирования сложных систем является резервирование. Если система состоит из некоторого числа однотипных элементов, то обеспечить требуемое значение показателей надежности можно путем введения в систему избыточности в виде идентичных основным резервных элементов. В тех случаях, когда каждый резервный элемент может заменить любой отказавший основной элемент, говорят, что группа основных элементов имеет скользящий резерв. Расчет показателей надежности такой резервированной группы обычно сводится к построению модели простого процесса гибели и размножения, что позволяет получить удобные формульные зависимости этих показателей от числа основных и резервных элементов, интенсивностей их отказов и восстановлений [1, 2].

В статье рассматривается метод оценки показателей надежности системы, состоящей из нескольких подсистем различного

функционального назначения, причем каждая подсистема (группа однотипных элементов) может иметь собственное (подгрупповое) скользящее резервирование.

Пусть система $S(k)$ состоит из k ($k \geq 2$) различных групп элементов с m основными элементами и n элементами скользящего резерва в каждой группе. Каждый элемент (основной или резервный) характеризуется интенсивностью потока отказов λ_v , т. е. используется нагруженное скользящее резервирование в каждой группе. Пусть, далее, восстановление отказавших элементов k -й группы производится специальным ремонтным органом, имеющим производительность μ_v , т. е. в каждой группе имеет место ограниченное восстановление. Предполагается также, что отказы и восстановления элементов группы и между группами являются независимыми случайными событиями, а система считается работоспособной, если работоспособны все ее подсистемы, т. е. число отказавших элементов каждой v -й группы не превышает n . В силу независимости протекания процессов отказов и восстановлений элементов в системе имеет место однородный марковский процесс с непрерывным временем и дискретными состояниями. Каждое состояние i ($i \in [1, N]$) системы $S(k)$ можно характеризовать набором чисел $i = (i_v^i)$, где i_v^i — число отказавших элементов в v -й группе при пребывании S в состоянии i и $i_v^i \in [0, m + n]$, т. е.

$$i = (i_1^i, i_2^i, \dots, i_n^i, \dots, i_k^i).$$

Если элементы системы могут отказывать и восстанавливаться и после момента отказа системы, то поток отказов элементов v -й группы имеет интенсивность, прямо пропорциональную числу работоспособных в данный момент времени элементов группы. Тогда за счет отказов процесс из состояния $i = (i_v^i)$ переходит в какое-либо соседнее состояние $j = (j_v^i)$, причем набор чисел $j = (j_v^i)$ отличается от набора чисел $i = (i_v^i)$ только увеличенным на единицу значением одного из компонентов k -координатного вектора i , т. е. если

$$i = (i_1^i, i_2^i, \dots, i_n^i, \dots, i_k^i).$$

$$\text{то } j_1^i = (i_1^i + 1, i_2^i, \dots, i_n^i, \dots, i_k^i);$$

$$j_2^i = (i_1^i, i_2^i + 1, \dots, i_n^i, \dots, i_k^i);$$

$$j_v^i = (i_1^i, i_2^i, \dots, i_v^i + 1, \dots, i_k^i);$$

$$j_k^i = (i_1^i, i_2^i, \dots, i_n^i, \dots, i_k^i + 1).$$

Соответствующие интенсивности λ_{ij} переходов процесса из состояния i в состояние j , ($i, j \in [1, N]$) за счет отказов

$$\lambda_{ij}^0 = (m + n - i_v^i) \lambda_v \quad (v = 1, 2, \dots, k).$$

В результате восстановлений процесс из состояния i ($\{l^i\}$) переходит в какое-либо соседнее состояние j ($\{l^j\}$), причем набор чисел $\{l^j\}$ отличается от $\{l^i\}$ только уменьшенным на единицу значением одного из компонентов вектора i , т. е. если

$$i(\{l^i\}) = i(l_1^i, l_2^i, \dots, l_n^i, \dots, l_k^i),$$

то

$$j_1^i(\{l^j\}) = j_1^i(l_1^i - 1, l_2^i, \dots, l_n^i, \dots, l_k^i);$$

$$j_2^i(\{l^j\}) = j_2^i(l_1^i, l_2^i - 1, \dots, l_n^i, \dots, l_k^i);$$

$$j_n^i(\{l^j\}) = j_n^i(l_1^i, l_2^i, \dots, l_n^i - 1, \dots, l_k^i);$$

$$j_k^i(\{l^j\}) = j_k^i(l_1^i, l_2^i, \dots, l_n^i, \dots, l_k^i - 1).$$

Соответствующие интенсивности λ_{ij} переходов процесса из состояния i в состояние j , за счет восстановлений

$$\lambda_{i, j^i} = \mu_n.$$

Если рассматривать процесс только в моменты смены состояний (появление отказа элемента, окончание восстановления отказавшего ранее элемента), то функционирование системы $S(k)$ описывается конечной цепью Маркова с матрицей переходных вероятностей P . В промежутках между этими моментами поведение $S(k)$ описывается полумарковским процессом, определяемым матрицей функций распределения $F_{ij}(t)$ ($t > 0$; $i, j \in \Pi, N$) длительностей пребывания процесса в состоянии i при условии, что следующий переход будет в состояние j [3, 4].

Вероятности p_{ij} вложенной в полумарковский процесс цепи Маркова определяются отношением интенсивности λ_{ij} перехода из состояния i в состояние j_k к сумме интенсивностей переходов из состояния i [3].

Имеем

$$p_{ij^i}^0 = \frac{\lambda_{ij^i}^0}{\sum_{k=1}^n (\lambda_{ij^i}^0 + \lambda_{ij^i})} = \frac{m_n + n_n - l_n^i}{\sum_{k=1}^n (m_n + n_n - l_n^i) \lambda_k + \mu_n};$$

$$p_{ij^i}^k = \frac{\lambda_{ij^i}}{\sum_{k=1}^n (\lambda_{ij^i}^0 + \lambda_{ij^i})} = \frac{\mu_n}{\sum_{k=1}^n (m_n + n_n - l_n^i) \lambda_k + \mu_n}.$$

Все $F_{ij}(t)$ определяются одинаковым образом из выражения

$$F_{ij^i}^0(t) = 1 - e^{-\lambda_{ij^i}^0 t}; \quad t > 0;$$

$$F_{ij^i}^k(t) = 1 - e^{-\lambda_{ij^i} t}; \quad t > 0,$$

следовательно, безусловные математические ожидания времени пребывания процесса в состоянии будут

$$t_i = \frac{1}{\sum_{v=1}^k (m_v + n_v - l_v^i) \lambda_v + \mu_v}$$

Для $m_v > 1$, $n_v > 0$ условие принадлежности i ($\{l_v^i\}$) к подмножеству R_1 состояний работоспособности системы $S(k)$ запишем в виде

$$l_v^i < n_v, \quad v = 1, 2, \dots, k.$$

Если же хотя для одного компонента l_v^i вектора i ($\{l_v^i\}$), соответствующего состоянию i , имеет место $l_v^i > n_v$, то $i \in R_2$ — подмножеству отказовых состояний системы $S(k)$. Разбиение множества R возможных состояний системы $S(k)$ на подмножества R_1 и R_2 при известной матрице переходных вероятностей

$$P = \|p_{ij}\|_i^N$$

вложенной цепи Маркова и известном векторе-столбце

$$M = \|m_i\|$$

безусловных МОЖ пребывания полумарковского процесса в состояниях i ($i \in R$) позволяет известным способом (см., например, [3]) определить показатели надежности системы $S(k)$.

Так, образовав матрицу

$$(I - P_{(R_2)})^{-1} = N',$$

где I — единичная матрица, а $P_{(R_2)}$ — матрица P с вычеркнутыми строками и столбцами, принадлежащими подмножеству R_2 , можно определить наработку до первого отказа $S(k)$ из выражения

$$T_1 = \sum_{j \in R_1} n_{ij} t_j.$$

Заметим, что величина T_1 для ремонтируемых систем оценивает среднее время до первого отказа системы на стационарном участке эксплуатации с момента последнего полного восстановления системы, т. е. когда исправны все основные элементы и все элементы подгруппового скользящего резерва и $i = 1$.

Коэффициент готовности K_r системы $S(k)$, т. е. вероятность того, что в произвольный момент времени, взятый на стационарном участке эксплуатации, система работоспособна, определяется суммой вероятностей $p_{(j^*)}$ пребывания процесса в подмножестве R_1 .

Обобразовав матрицу

$$Q = (I - p_{(j^*)})^{-1},$$

где I — единичная матрица, а $p_{(j^*)}$ — матрица P с вычеркнутыми j^* -м столбцом и i^* -й строкой соответствующим некоторому опорному состоянию j^* ($j^* \in R_2$), найдем вероятности p_j с использованием элементов q_{ij} приведенной фундаментальной матрицы поглощающей цепи, в которой исключено состояние j^* :

$$p_i = \sum_{r=1}^n q_{i_r, i}^* p_{r, i_r}^* t_i \left| \sum_{j \in R} \sum_{r=1}^n q_{i_r, j}^* \times p_{r, i_r}^* t_j \right.$$

$$p_{r^*} = t_{r^*} \sum_{j \in R_1} \sum_{r=1}^n q_{i_r, j}^* p_{r, i_r}^* \sum_{k \in R_2} p_{j, k} \quad (j = 1, 2, \dots, N; j \neq r^*).$$

Здесь $q_{i_r, j}^*$ — соответствующие элементы матрицы Q , а ω — число состояний, соседних с опорным состоянием r^* , для которых $p_{r^*, i_r}^* > 0$. Значение k_r системы $S(k)$ определяется тогда из выражения

$$K_r = \sum_{i \in R} p_i = \frac{\sum_{j \in R_1} \sum_{r=1}^n q_{i_r, j}^* p_{r, i_r}^* t_j}{\sum_{j \in R} \sum_{r=1}^n q_{i_r, j}^* p_{r, i_r}^* t_j + t_{r^*}}.$$

Сравнительную оценку влияния введения погруппового скользящего резерва иногда удобно проводить с использованием величины наработки на отказ (среднего времени между отказами), которая в общем случае находится из выражения [3]

$$T_s = \sum_{i \in R} \sum_{r=1}^n q_{i_r, i}^* p_{r, i_r}^* t_i \sum_{j \in R} \sum_{r=1}^n q_{i_r, j}^* p_{r, i_r}^* \sum_{k \in R_2} p_{j, k}.$$

Пример 1. Получим выражения для основных характеристик надежности системы, состоящей из двух подсистем, одна из которых дублирована, т. е. $k = 2$, $m_1 = m_2 = 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = 0$.

Граф состояний системы $S(2)$ изображен на рис. 1. В системе можно выделить 6 состояний, т. е. $i \in [1, 6]$. Матрица переходных вероятностей и вектор-столбец $M = \{f_i\}$ имеют вид

$$P = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 2\lambda_1 t_1 & \lambda_2 t_1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \mu_1 t_2 & 0 & 0 & \lambda_2 t_2 & \lambda_1 t_2 & 0 \\ 3 & \mu_2 t_2 & 0 & 0 & 2\lambda_2 t_2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & \mu_2 t_2 & \mu_1 t_2 & 0 & 0 & \lambda_1 t_2 \\ 5 & 0 & \mu_1 t_2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 t_2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 t_2 & \mu_2 t_2 & 0 \end{array}, M = \begin{array}{c|c} 1 & \frac{1}{2\lambda_1 + \lambda_2} \\ 2 & \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1} \\ 3 & \frac{1}{2\lambda_1 + \mu_2} \\ 4 & \frac{1}{\lambda_1 + \mu_1 + \mu_2} \\ 5 & \frac{1}{\lambda_2 + \mu_1} \\ 6 & \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} \end{array}$$

Образует фундаментальную матрицу поглощающей марковской цепи N' . Так как для $i = \{3, 4, 5, 6\}$ $t_i \geq n$, ($v = 1, 2$), то $R_2 = \{3, 4, 5, 6\}$.

Тогда

$$N' = \begin{vmatrix} -1 & -2\lambda_1 t_1 \\ -\mu_1 t_2 & -1 \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta N'} \begin{vmatrix} 1 & \mu_1 t_2 \\ 2\lambda_1 t_1 & 1 \end{vmatrix},$$

где $\Delta N' = 1 - 2\lambda_1 \mu_1 t_1 t_2$. Нарботка до первого отказа системы

$$T_1^{(1,0)} = \sum_{i=1}^2 n_{1,i} t_i = \frac{3\lambda_1 + \mu_1 + \lambda_2}{(2\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_2 \mu_1}.$$

Для сравнения приведем известное выражение для наработки до отказа дублированной системы [5]:

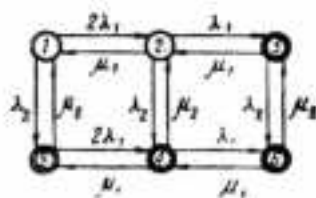


Рис. 1.

$$T_1^{(1)} = \frac{3\lambda + \mu}{3\lambda^2},$$

которое также следует из $T_1^{(1,0)}$ при $\lambda_2 = 0$. Если же и $\mu_1 = 0$, то $N = 1$ и, так как в этом случае $R_1 = \{1\}$ и $m_1 = 1/(\lambda_1 + \lambda_2)$, то

$$T_1^{(0,0)} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2},$$

что соответствует обычному способу определения наработки до отказа системы из двух разнонадежных элементов.

Для нахождения K_r и T_2 из соображения удобства вычислений выберем $j^* = 6$. Тогда $f_1^* = 4$, $f_2^* = 5$ и

$$K_r = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{q_{4,i\mu_1}}{\mu_1 + \mu_2} + \frac{q_{5,i\mu_2}}{\mu_1 + \mu_2} \right) t_i / \sum_{i=1}^5 \left(\left(\frac{q_{4,i\mu_1}}{\mu_1 + \mu_2} + \frac{q_{5,i\mu_2}}{\mu_1 + \mu_2} \right) t_i + t_6 \right);$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^2 (q_{4,i\mu_1} + q_{5,i\mu_2}) t_i / \sum_{i=1}^2 (q_{4,i\mu_1} + q_{5,i\mu_2}) \sum_{r=3}^6 P_{ir}.$$

После вычисления $q_{4,j}$ и $q_{5,j}$ ($j = 1, 2, 3, 4, 5$) матрицы

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 2\lambda_1 t_1 & -\lambda_2 t_1 & 0 & 0 \\ -\mu_2 t_2 & 1 & 0 & -\lambda_2 t_2 & -\lambda_1 t_2 \\ -\mu_2 t_2 & 0 & 1 & -2\lambda_1 t_2 & 0 \\ 0 & -\mu_2 t_2 & -\mu_1 t_2 & 1 & 0 \\ 0 & -\mu_1 t_2 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}^{-1}$$

можно получить аналитические выражения для величин K_r и T_2 , которые из-за своей громоздкости здесь не приводятся. Для систем более сложных операцию обращения матрицы $(I - P_{(j^*)})$ в целях получения величин $q_{j^*}^*$ целесообразно проводить на универсальной ЭВМ. Поэтому задача оценки параметров надежности систем с групповым скользящим резервом в общем случае разрешима лишь численными методами, что в то же вре-

мя предпочтительно с точки зрения инженерной практики по сравнению с методом непосредственного аналитического исследования.

Пример 2. Оценим наработку до отказа системы, состоящей из двух групп разнонадежных элементов, каждая из которых имеет один элемент скользящего резерва и содержит некоторое число основных элементов, т. е.

$$k = 2, m_1 = 1, m_2 = 1, \\ n_1 = n_2 = 1.$$

Граф состояний системы изображен на рис. 2. Так как система работоспособна, если $l_1^i < 1$ и $l_2^i < 1$, то $R_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, поскольку $1 \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right) = (0, 0)$, $2 \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) = (1, 0)$, $3 \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \right) = (0, 1)$ и $4 \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 4 \end{smallmatrix} \right) = (1, 1)$. Тогда матрица N' запишется так:

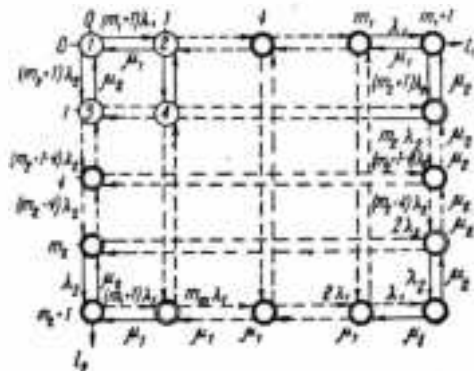


Рис. 2.

$$N' = \begin{vmatrix} 0 & (m_1\lambda_1 + \lambda_1)/C_1 & (m_2\lambda_2 + \lambda_2)/C_1 & 0 \\ \mu_1/C_2 & 0 & 0 & (m_2\lambda_2 + \lambda_2)/C_2 \\ \mu_2/C_3 & 0 & 0 & (m_1\lambda_1 + \lambda_1)/C_3 \\ 0 & \mu_2/C_4 & \mu_1/C_4 & 0 \end{vmatrix} - 1$$

$$\text{где } C_1 = (m_1 + 1)\lambda_1 + (m_2 + 1)\lambda_2; \quad C_2 = (m_2 + 1)\lambda_2 + m_1\lambda_1 + \mu_1; \\ C_3 = (m_1 + 1)\lambda_1 + m_2\lambda_2 + \mu_2; \quad C_4 = m_1\lambda_1 + m_2\lambda_2 + \mu_1 + \mu_2.$$

После вычисления величин n_{ij} (начальное состояние $i = 1$ полной исправности системы) получим

$$T^{(1,1)} = \sum_{i=1}^4 A_{i,1} t_i / \Delta N',$$

где

$$A_{1,1} = 1 - (m_2 + 1)\lambda_2\mu_2t_2t_4 - (m_1 + 1)\lambda_1\mu_1t_1t_4;$$

$$A_{2,1} = (m_1 + 1)\lambda_1t_1[1 + (m_2 + 1)\lambda_2\mu_2t_2t_4 - (m_1 + 1)\lambda_1\mu_1t_1t_4];$$

$$A_{3,1} = (m_2 + 1)\lambda_2t_2[1 + (m_1 + 1)\lambda_1\mu_1t_1t_4 - (m_2 + 1)\lambda_2\mu_2t_2t_4];$$

$$A_{4,1} = (m_2 + 1)(m_1 + 1)\lambda_1\lambda_2t_1(t_2 + t_3);$$

$$\Delta = A_{1,1} - \mu_1t_1A_{2,1} - \mu_2t_2A_{3,1};$$

$$t_1 = 1/(m_1 + 1)\lambda_1 + (m_2 + 1)\lambda_2; \quad t_2 = 1/m_1\lambda_1 + (m_2 + 1)\lambda_2 + \mu_1;$$

$$t_3 = 1/(m_1 + 1)\lambda_1 + m_2\lambda_2 + \mu_2; \quad t_4 = 1/m_1\lambda_1 + m_2\lambda_2 + \mu_1 + \mu_2.$$

Из выражения для элементов матрицы N' следует, что величина T_1 зависит от значений $m_1, \lambda_1, \mu_1, m_2, \lambda_2, \mu_2$. Пусть $\omega = \lambda_1/\lambda_2, z = m_1/m_2$ и пусть $m_1 + m_2 = N_1$. Для фиксированных значений N_1 и z представляет интерес установить влияние соотношения z количества разнонадежных элементов в подсистемах $S(2)$ на значение наработки до отказа, т. е. определить вид функции $T_1 = f(z)$ при $N_1 = \text{const}$ и $\omega = \text{const}$. На краях диапазона изменения величины Z следует для определенности положить $Z = 0$ при $m_1 = 0$ и $m_2 = N_1$, а также $Z = N_1$ при $m_1 = N_1$ и $m_2 = 0$ (в силу того, что $m_1 + m_2 = N_1 = \text{const}$). На рис. 3 приведены зависимости $T_1 = f(Z)$ для $\lambda_2 = 0,001$ 1/ч, $\mu_1 = \mu_2 = 1/4, N_1 = 20$ и различных значений ω . Так как в точках $Z = 0$ и $Z = N_1$ система состоит только из одной группы (второй или первой соответственно), следует ожидать, что значение T_1 , вычисленное по приведенной выше формуле, совпадает со значением, которое определяется по известному выражению для T_1 системы с одним резервным элементом [5]:

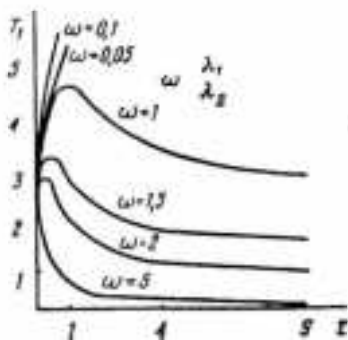


Рис. 3.

$$T_1^{(1,1)} = \frac{(2m_i + 1)\lambda_i + \mu_i}{m_i(m_i + 1)\lambda_i^2} \quad (i = 1, 2),$$

т. е. при $Z = 0$

$$T_1^{(1,1)} = \frac{41\lambda_2 + \mu_2}{1640\lambda_2^2},$$

а при $Z = N_1$

$$T_1^{(1,1)} = \frac{41\lambda_1 + \mu_1}{1640\lambda_1^2}.$$

Из рис. 3 следует, что T_1 при $Z > 1$ имеет максимум, лежащий в пределах $[0,1]$ значения Z . Таким образом, для разнонадежных элементов в группах система фиксированного состава ($N_1 = \text{const}$) имеет максимум наработки на отказ, если количество элементов меньшей надежности меньше количества элементов большей надежности (т. е. при $\omega > 1$ $T_1 = \text{max}$, если $0 < Z < 1$). Расчеты показывают, что для систем произвольного состава этот максимум тем менее выражен, чем больше величина ω . Уже при $\omega = 5$ имеет место монотонное убывание T_1 с ростом Z .

В случаях достаточно сложных систем ($k > 2$) определение показателей надежности на основе предложенного координатного метода построения соответствующих моделей предпочтительно

производить на универсальных ЭВМ. Наиболее трудоемкой частью алгоритма является формирование матрицы P . Установление величин p_{ij} и q_{ij} , требуемых для вычисления T_1 , T_2 , K_T , целесообразно ориентировать на стандартные подпрограммы обращения стохастических матриц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности. М., «Сов. радио», 1966, 432 с.
2. Козлов Б. А. Резервирование с восстановлением. М., «Сов. радио», 1969, 149 с.
3. Трусов В. А. Оценка надежности систем со скользящим резервированием при обслуживании потока случайных требований.— Сб. «Приборы и системы автоматизации». Вып. 19. Харьков, 1971, с. 27—34.
4. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., «Сов. радио», 1969, 487 с.
5. Сандлер Д. Техника надежности систем. М., «Наука», 1966, 297 с.

УДК 631.775

В. А. ВИШНЯК

ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ДАТЧИКОВ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Как известно, в автоматизированных системах контроля и управления (АСКУ) в настоящее время нашли широкое применение отличающиеся друг от друга по принципу действия и устройству различные датчики скорости вращения [1, 2, 3]. Объясняется это, во-первых, большим разнообразием требований, обусловленных специфическими условиями эксплуатации АСКУ и, во-вторых, несовершенством отдельных типов существующих датчиков.

Непрерывное совершенствование автоматизированного контроля и управления производственными процессами, значительное расширение сферы применения АСКУ, с одной стороны, требуют дальнейшего улучшения технико-экономических показателей входных устройств этих систем и, с другой, — еще в большей степени расширяют перечень разнообразных требований, вытекающих из специфики их эксплуатации.

В этих условиях замена излишнего многообразия датчиков оптимальным, относительно небольшим числом унифицированных типов является важным критерием повышения эффективности автоматизации производства. С этой точки зрения представляется необходимым произвести количественную оценку технического уровня датчиков скорости.

Количественную оценку технического уровня СУ датчиков можно, например, провести путем сопоставления их важнейших показателей с аналогичными показателями так называемого датчика-эталона. Причем в качестве датчика-эталона может быть принят табличный вариант квазиуниверсального датчика скорости вращения.

Табличный вариант квазиуниверсального датчика синтезируется следующим образом. Для датчиков скорости вращения, применяемых в различных АСКУ, составляется ряд. Затем одноименные показатели этих датчиков сводятся в таблицу и принимаются за частные критерии оптимизации. По табличным данным определяется экстремальное (наилучшее) значение каждого из показателей. Установленные таким образом наилучшие (оптимальные) значения показателей сводятся в единую совокупность и принимаются в качестве основных показателей табличного варианта квазиуниверсального датчика. Такая методика синтеза датчика-эталона отличается сравнительной простотой и наглядностью обрабатываемого статистического материала. Она позволяет проводить анализ на реальных показателях датчиков. К тому же в процессе такого анализа подготавливаются исходные данные для количественной оценки технического уровня, сравнения датчиков между собой и выбора того или иного типа, наиболее близкого к табличному варианту квазиуниверсального датчика.

В соответствии с изложенным для анализируемого ряда в таблице приведены основные показатели табличного варианта квазиуниверсального датчика скорости вращения. Эти показатели позволяют рассчитать так называемые частные индексы технического уровня [4]

$$K_{\lambda}; K_{\tau}; K_p; K_S; K_n; K_f; K_g; K_f,$$

показывающие, во сколько раз тот или иной показатель реального датчика отличается от аналогичного показателя табличного варианта квазиуниверсального датчика, причем их числовые значения будут изменяться от 0 до 1 и определяться следующими равенствами:

$$K_{\lambda} = \frac{\lambda_a}{\lambda_c} \text{ — частный индекс снижения интенсивности отказов;}$$

$$K_{\tau} = \frac{\tau_a}{\tau_c} \text{ — частный индекс уменьшения погрешности преобразования;}$$

$$K_p = \frac{P_c}{P_a} \text{ — частный индекс повышения удельной мощности;}$$

$$K_S = \frac{S_c}{S_a} \text{ — частный индекс повышения чувствительности;}$$

$$K_n = \frac{\Delta n_c}{\Delta n_a} \text{ — частный индекс расширения рабочего диапазона;}$$

| № п/п | Показатель | | ЭТ-4/110 | ЭТ-7/110 | МЭТ-8/55 | ТМГ-30 | ТМГ-30П | ТГ-041 | СЛ-121 |
|-------|--|--------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1 | Интенсивность отпазов (λ) | $\times 10^{-6}, 1/4$ | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 21,0 |
| | | K_{λ} | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,895 | 0,895 |
| 2 | Относительная погрешность (γ) | $\gamma, \%$ | ± 2 | ± 2 | ± 2 | ± 2 | ± 2 | ± 2 | ± 2 |
| | | K_{γ} | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | Удельная мощность (P) | вт/кг | 1,5 | 2,6 | 0,5 | 10,0 | 0,6 | 1,3 | 1,0 |
| | | K_P | 0,146 | 0,256 | 0,049 | 1 | 0,66 | 0,127 | 0,1 |
| 4 | Чувствительность (S) | а/1000 об/мин | 58 | 58 | 30 | 115 | 63 | 18 | 18 |
| | | K_S | $5,18 \cdot 10^{-2}$ | $5,18 \cdot 10^{-2}$ | $2,59 \cdot 10^{-2}$ | $10,3 \cdot 10^{-2}$ | $5,6 \cdot 10^{-2}$ | $0,16 \cdot 10^{-2}$ | $1,61 \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | Рабочий диапазон (дл) | об/мин | 2000 | 2000 | 2000 | 4000 | 4000 | 3000 | 3500 |
| | | K_{ω} | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ | $3,5 \cdot 10^{-2}$ |
| 6 | Допустимая температура (t) | $^{\circ}\text{C}$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ | $-40/+70$ |
| | | K_t | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 |
| 7 | Ударная нагрузка (g) | $g, \text{ м/сек}^2$ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| | | K_g | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 |
| 8 | Допустимая вибрация (f) | см | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| | | K_f | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 |
| 9 | Обобщенный индекс ($K_{\text{ТУ}}$) | $K_{\text{ТУ}} \cdot 10^{-10}$ | 11,4 | 20,0 | 1,91 | 397 | 148 | 0,43 | 4,0 |

| № n/m | СД- 261 | ТД- 101 | ТД- 102 | ТД-103 | ТД-121 | ТД- 103ПМ | АТ-201 | АТ-261 | ТГ-4 | ТГ-5А |
|----------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1 | 21,0 | 21,0 | 21,0 | 21,0 | 21,0 | 21,0 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 |
| | 0,895 | 0,895 | 0,895 | 0,895 | 0,895 | 0,895 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ±2 | ±2 | ±2 | ±2 | ±2 | ±2 | ±0,1 | ±0,1 | ±2,5 | ±2,5 |
| | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $10 \cdot 10^{-3}$ | $10 \cdot 10^{-3}$ | $0,4 \cdot 10^{-3}$ | $0,4 \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | 2,1 | 0,7 | 1,0 | 1,5 | 0,5 | 1,2 | 1,2 | 1,7 | 2,0 | 1,5 |
| | 0,212 | 0,071 | 0,1 | 0,145 | 0,053 | 0,145 | 0,12 | 0,17 | 0,2 | 0,15 |
| 4 | 25 | 23 | 55 | 100 | 12 | 100 | 8 | 8 | 10 | 11 |
| | $2,2 \cdot 10^{-2}$ | $2,1 \cdot 10^{-2}$ | $4,9 \cdot 10^{-2}$ | $8,9 \cdot 10^{-2}$ | $1,1 \cdot 10^{-2}$ | $8,9 \cdot 10^{-2}$ | $0,67 \cdot 10^{-2}$ | $0,67 \cdot 10^{-2}$ | $0,89 \cdot 10^{-2}$ | $0,98 \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | 3000 | 1500 | 1500 | 1500 | 4500 | 1000 | 4000 | 4000 | 6000 | 9000 |
| | $3,6 \cdot 10^{-2}$ | $1,5 \cdot 10^{-2}$ | $1,5 \cdot 10^{-2}$ | $1,5 \cdot 10^{-2}$ | $4,5 \cdot 10^{-2}$ | $1 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-2}$ | $6 \cdot 10^{-2}$ | $9 \cdot 10^{-2}$ |
| 6 | -40/+70 | -40/+70 | -40/+70 | -40/+70 | -40/+70 | -40/+70 | -40/+50 | -40/+50 | -60/+80 | -60/+80 |
| | 0,637 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,687 | 0,563 | 0,563 | 0,874 | 0,874 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 |
| | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 1 | 1 |
| 8 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 200 | 200 |
| | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,033 | 0,667 | 0,667 |
| 9 | 5,41 | 0,76 | 5,24 | 13,8 | 1,18 | 13,8 | 41,8 | 59,3 | 253 | 308 |

| № п/п | ТД- -1; -2 | ТТ-2В- -182-36 | ТТП2- -182-36 | Частот- ные | Д1-3 Д2-3 | Д1-4 Д2-4 | Д-1 Д-2 | ДТ-1М | ДТ-3М | ДТ-5М |
|----------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| | | | | | | | | | | |
| 1 | 18,8 1 | 18,8 1 | 18,8 1 | — — | 18,8 1 | 18,8 1 | 18,8 1 | 18,8 1 | 18,8 1 | 18,8 1 |
| 2 | $\pm 1,5$ $0,67 \cdot 10^{-3}$ | ± 2 $0,5 \cdot 10^{-3}$ | ± 2 $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $\pm 0,001$ 1 | ± 1 $1,0 \cdot 10^{-3}$ | ± 1 $1,0 \cdot 10^{-3}$ | ± 1 $1,0 \cdot 10^{-3}$ | $\pm 1,3$ $0,77 \cdot 10^{-2}$ | $\pm 1,7$ $0,59 \cdot 10^{-3}$ | $\pm 1,4$ $0,72 \cdot 10^{-3}$ |
| 3 | 1,0 0,1 | 2,1 0,21 | 3,0 0,3 | $1 \cdot 10^{-3}$ $1 \cdot 10^{-4}$ | 2,5 0,25 | 2,5 0,25 | 2,5 0,25 | 1,7 0,17 | 1,5 0,15 | 1,7 0,17 |
| 4 | 8 $0,7 \cdot 10^{-2}$ | 1120 1 | 250 $22,4 \cdot 10^{-2}$ | — — | 7,0 $0,37 \cdot 10^{-2}$ | 6,2 $0,55 \cdot 10^{-2}$ | 8,3 $0,74 \cdot 10^{-2}$ | 2,1 $0,19 \cdot 10^{-2}$ | 4,1 $0,37 \cdot 10^{-2}$ | 4,1 $0,37 \cdot 10^{-2}$ |
| 5 | 2400 $2,4 \cdot 10^{-2}$ | 600 $0,6 \cdot 10^{-2}$ | 600 $0,6 \cdot 10^{-2}$ | 100 000 1 | 3000 $3 \cdot 10^{-2}$ | 4000 $4,0 \cdot 10^{-2}$ | 2500 $2,5 \cdot 10^{-2}$ | 6000 $6 \cdot 10^{-2}$ | 3000 $3 \cdot 10^{-2}$ | 3000 $3 \cdot 10^{-2}$ |
| 6 | $-40/+50$ 0,563 | $-40/+50$ 0,563 | $-40/+50$ 0,563 | $+5/+40$ 0,281 | $-60/+80$ 0,874 | $-60/+80$ 0,874 | $-60/+80$ 0,874 | $-60/+80$ 0,874 | $-60/+80$ 0,874 | $-60/+80$ 0,874 |
| 7 | 7 0,7 | 7 0,7 | 7 0,7 | 1,5 0,15 | 10 1 | 10 1 | 10 1 | 10 1 | 10 1 | 10 1 |
| 8 | 10 0,033 | 10 0,033 | 10 0,033 | 10 0,033 | 200 0,67 | 200 0,67 | 200 0,67 | 80 0,27 | 80 0,27 | 80 0,27 |
| 9 | 1,51 | 819,3 | 262,2 | — | 275,4 | 320,6 | 269,6 | 35,5 | 23,3 | 31,1 |

| % п/п | ДТ-6М | ДТ-33 | ДТЭ-1; -2 | ДТЭ-018 | ДТЭ-028 | ДТЭ-062 | ДОТ-1 | ДОТ-1А | Квазиуниверсальный вариант датчика |
|----------|----------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------------------|
| 1 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,8 | 18,88 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | $\pm 1,6$ | ± 1 | ± 1 | $\pm 1,5$ | $\pm 1,5$ | $\pm 1,5$ | ± 1 | $\pm 0,3$ | $\pm 0,001$ |
| | $0,63 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ | $0,67 \cdot 10^{-3}$ | $0,67 \cdot 10^{-3}$ | $0,67 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ | $3,3 \cdot 10^{-3}$ | 1 |
| 3 | 2,3 | 1,7 | 2,3 | 1 | 1 | 1 | 0,27 | 0,27 | 10 |
| | 0,23 | 0,17 | 0,23 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,027 | 0,027 | 1 |
| 4 | 4,1 | 4,1 | 8,3 | 8,8 | 8,8 | 0,22 | 0,33 | 0,35 | 1120 |
| | $0,4 \cdot 10^{-2}$ | $0,4 \cdot 10^{-2}$ | $0,7 \cdot 10^{-2}$ | $0,8 \cdot 10^{-2}$ | $0,8 \cdot 10^{-2}$ | $0,0210^{-2}$ | $0,03 \cdot 10^{-2}$ | $0,03 \cdot 10^{-2}$ | 1 |
| 5 | 3000 | 3000 | 2500 | 5000 | 25000 | 100000 | 15000 | 15000 | 100000 |
| | $3 \cdot 10^{-2}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ | $2,5 \cdot 10^{-2}$ | $5,0 \cdot 10^{-2}$ | $25 \cdot 10^{-2}$ | 1 | $15 \cdot 10^{-2}$ | $15 \cdot 10^{-2}$ | 1 |
| 6 | -60/+80 | -60/+80 | -60/+80 | -10/+60 | -10/+60 | -10/+60 | -60/+100 | -60/+100 | -60/+100 |
| | 0,874 | 0,874 | 0,874 | 0,437 | 0,437 | 0,437 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 10 | 10 | 10 | 8 | 8 | 8 | 10 | 10 | 10 |
| | 1 | 1 | 1 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 80 | 80 | 200 | 80 | 80 | 80 | 300 | 300 | 300 |
| | 0,267 | 0,267 | 0,667 | 0,267 | 0,276 | 0,267 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 37,8 | 43,3 | 291,2 | 24,5 | 123,5 | 12,5 | 12,2 | 40,5 | 1 |

$K_t = \frac{t_c}{t_b}$ — частный индекс увеличения допустимой температуры;

$K_d = \frac{g_c}{g_b}$ — частный индекс повышения ударной нагрузки;

$K_v = \frac{v_c}{v_b}$ — частный индекс повышения допустимой вибрации.

Результаты расчета частных индексов приведены в таблице.

Сопоставление между собой различных типов датчиков скорости вращения можно провести по значениям их обобщенных индексов технического уровня, определяемых как произведение частных индексов [4, 5]:

$$K_{\text{ТУ}} = K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6 K_7 K_8 K_9.$$

Числовое значение обобщенного индекса табличного варианта квазиуниверсального датчика, по определению, будет равным 1. Значения же обобщенных индексов реальных датчиков будут меньше 1, причем их величина будет тем ближе к единице, чем ближе соответствуют их основные показатели аналогичным показателям табличного варианта.

В таблице приведены результаты расчета значений обобщенных индексов технического уровня различных типов датчиков скорости вращения. Расчетные данные показывают, что обобщенные индексы анализируемого ряда датчиков, применяемых в различных АСКУ, имеют значения много меньше единицы: $K_{\text{ТУ}} \ll 1$. Следовательно, датчики этого ряда в своем нынешнем конструктивном исполнении в полной мере не могут выполнять функции универсального датчика скорости вращения.

Подавляющее большинство датчиков анализируемого ряда не удовлетворяет требованиям квазиуниверсального датчика вследствие ограниченной точности, малого значения удельной мощности и ограниченной величины рабочего диапазона (см. таблицу).

Из всей группы анализируемого ряда наилучшими показателями универсальности обладают датчики следующих типов: ТТ-2В-182-36, ТГП2-182-36, ТМГ-30, ТМГ-30П, ТГ-4, ТГ-5А, Д-1, Д-2, Д2-3, Д1-3, Д1-4, ДТЭ-1, ДТЭ-2 и некоторые другие.

Представляет значительный интерес группа частотных датчиков, отличающихся высокой точностью преобразования и большим рабочим диапазоном. Однако эти датчики имеют малую мощность выходного сигнала и низкую устойчивость к механическим и тепловым воздействиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агейкин Д. И., Костина Е. Н., Кузнецова Н. Н. Датчики контроля и регулирования. М., «Машиностроение», 1965. 928 с.
2. Гун А. Я. Тахогенераторы для систем управления электроприводами. М., «Энергия», 1966. 112 с.

3. Угличев Р. И. Техника измерения скорости вращения. Л., Госэнергоиздат, 1961. 104 с.
4. Консов А. С. Методы определения технического уровня приборов. — «Измерительная техника», 1971, № 12, с. 8—10.
5. Справочник стандартизатора. Харьков, «Прапор», 1973. 247 с.

УДК 62—50.001.2

В. М. КАРЛИНЕР

ПРИМЕНЕНИЕ НАСЫЩЕНИЯ ПРИ СИНТЕЗЕ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

При синтезе системы управления оптимизируются требования точности процесса управления и устойчивости. Чтобы процесс удовлетворял заданным условиям и система имела достаточный запас устойчивости, обычно вводятся различные корректирующие устройства, которые в сложных случаях, например, при переменных параметрах объекта, могут представлять собой достаточно сложные вычислительные устройства.

Такой путь общепринят и, безусловно, правомерен при создании сложных систем управления, однако при синтезе локальных систем, выполняющих некоторые ограниченные функции, существенное усложнение структуры нецелесообразно. Понятие локальных систем в первую очередь включает предельные автоматические устройства, к которым можно отнести многочисленные защитные регуляторы и, кроме того, различные регуляторы, действующие на некоторых специальных режимах, например, во время пуска и останова.

Принцип действия, схемы, конструкции предельных автоматических регуляторов весьма разнообразны. Объединить их как определенный класс систем управления можно по функциональному признаку, общей цели применения. Такие регуляторы в нормальной рабочей зоне не влияют на процессы управления, а автоматически включаются на своем режиме или ранее — на границе этого режима, сохраняя объект в рабочей зоне.

Основное требование к предельным регуляторам — надежность и, следовательно, простота исполнения. Такое требование является первоочередным при проектировании любого автоматического устройства, но в применении к предельным системам оно является особенно важным. В то же время многие общепринятые показатели качества процесса управления могут быть несущественны, или, во всяком случае, требования к точности и устойчивости предельных регуляторов значительно ниже требований, предъявляемых к основной управляющей системе.

При синтезе предельных систем полезно использовать простые приемы, мало усложняющие устройство, легко технически реализуемые и позволяющие в пределах простой структуры

получить заданную точность. Одним из таких приемов является введение в некотором элементе ограничений (упоров) или насыщений.

Вообще говоря, насыщения имеются в каждом элементе, но они могут не влиять или слабо влиять на процесс. Речь идет о целенаправленном введении насыщений, позволяющем в ряде случаев использовать систему и за границей устойчивости. При этом система сохраняет работоспособность, так как упоры превращают неустойчивую систему в автоколебательную. Автоколебательный процесс с небольшой амплитудой колебаний частот допустим, если в результате этого достигается лучшая точность процесса управления в рамках той же структуры.

Рассмотрим далее влияние упоров на автоколебания в системе управления.

Симметричные насыщения. На рисунке (а) показана система, в которой один из элементов имеет симметричные упоры, а все остальные линейны: Линейная часть системы L описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами $A(y) = B(x)$. Уравнению соответствует передаточная функция $W(p)$.

Для простоты выкладок полагаем, что нелинейный элемент (НЭ) с упорами — пропорциональное звено с коэффициентом усиления, равным 1 (это ограничение несущественно, см. ниже):

$$\begin{aligned} x &= g && \text{при } |g| < b; \\ x &= b \operatorname{sign} g && \text{при } |g| > b, \end{aligned}$$

где b — величина упора.

Воспользовавшись методом гармонического анализа*, полагаем, что в системе имеются автоколебания $g = A \sin \omega t$, где A — амплитуда колебаний выхода L (или входа НЭ), ω — частота колебаний. Предполагается, что $b < A < \infty$: если $A < b$, система превращается в линейную.

Так как $x = f[g(t)]$ — однозначная функция, эквивалентный комплексный коэффициент усиления НЭ равен

$$K(A) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} f(A \sin \alpha) \sin \alpha d\alpha.$$

Данное выражение получено из двух предположений:

1. При разложении функции $x = f[g(t)]$ в ряд Фурье достаточно ограничиться первым членом. Это предположение верно в тех случаях, когда L отфильтровывает все более высокие гармоники. Для большинства систем управления это допущение справедливо.

2. Функция $x = f[g(t)]$ нечетная, и свободный член разложения в ряд Фурье равен нулю. Для систем с нулевой статисти-

* Пальтов И. П., Попов Е. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1960.

ческой ошибкой это допущение справедливо. В статистической системе ограничиваются перемещения элемента, выходная координата которого остается неизменной. В другие элементы статистической системы эффективные упоры не могут вводиться, так как система не обеспечит всех статистических режимов. Если установить стабилизирующие упоры в элементе, положение в статике которого постоянно, то допущение о нечетности $f[g(t)]$ остается в силе и для статистических систем. Этот случай представляет большой практический интерес: в гидравлических системах обычно есть такой элемент, — это отсечной золотник серводвигателя.

Подставив в подынтегральное выражение вместо функции $f(A \sin \alpha)$ ее значение определим $K(A)$:

$$K(A) = \frac{4}{\pi A_0} \int_0^{\pi/2} f(A \sin \alpha) \sin \alpha d\alpha = \frac{4}{\pi A} \left(\int_0^{\alpha_1} A \sin^2 \alpha d\alpha + \int_{\alpha_1}^{\pi/2} b \sin \alpha d\alpha \right),$$

где

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{b}{A};$$

$$K(A) = \frac{2}{\pi} (\alpha_1 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + 2) \frac{b}{A} \cos \alpha_1.$$

Отсюда

$$K(A) = \frac{2}{\pi} (\alpha_1 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1), \quad (1)$$

или

$$K(A) = \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{b}{A} + \frac{b}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{A}\right)^2} \right). \quad (2)$$

Известно, что уравнение системы, показанной на рисунке, может быть записано в виде

$$W(i\omega) = R(A), \quad (3)$$

где $W(i\omega)$ — передаточная функция Л;

$R(A)$ — обратный комплексный коэффициент усиления НЭ или его приведенная передаточная функция

$$R(A) = -\frac{1}{K(A)}.$$

Точка пересечения амплитудно-фазовой характеристики Л и функции $R(A)$ определяет частоту и амплитуду автоколебаний координаты $g(t)$.

Построим $R(A)$.

Если $A \rightarrow b$, то $K(A) \rightarrow 1$ и $R(A) \rightarrow -1$.

Если $A \rightarrow \infty$, то $K(A) \rightarrow 0$ и $R(A) \rightarrow -\infty$.

Таким образом, значения $R(A)$ заполняют отрезок $(-\infty, -1)$ действительной оси. Если $W(i\omega)$ пересекает действительную ось левее точки -1 , то линейная система неустойчива, а в

нелинейной имеют место автоколебания. Таким образом, появление и частота колебаний от величины насыщения не зависят. Упоры влияют на амплитуду колебаний. Рассмотрим это влияние.

Из (3) очевидно, что при неизменной линейной части $R(A) = \text{const}$, $K(A) \text{const}$, что возможно только при $\frac{b}{A} = \text{const}$. Последнее утверждение не очевидно и нуждается в доказательстве. Для этого определим производную $\frac{dK(\alpha_1)}{d\alpha_1}$ (см. формулу (1)):

$$\frac{dK(\alpha_1)}{d\alpha_1} = \frac{4}{\pi} (1 - \sin^2 \alpha_1).$$

Так как $b < A$, $\sin \alpha_1 < 1$, всегда $\frac{dK(\alpha_1)}{d\alpha_1} > 0$, т. е. функция $K(\alpha_1)$ — монотонная, поэтому $K(A) = \text{const}$ только при $\frac{b}{A} = \text{const}$.

Отсюда следует, что при симметричных насыщениях амплитуда колебаний пропорциональна величине насыщения.

Расширим область применимости выведенного утверждения. Линейная часть системы может быть описана линейным дифференциальным уравнением любой сложности и в том числе быть многоконтурной (никаких ограничений на L при выводе не вводилось). Предположим, звено, в которое вводим насыщения, описывается дифференциальным линейным уравнением n -го порядка $C(x) = g$. После введения насыщений это уравнение примет вид $C(x) = f(g)$, где $f(g)$ — собственно нелинейность. Введем дополнительную переменную $y = f(g)$, тогда уравнение звена с насыщением может быть записано так:

$$y = f(g); \quad C(x) = y,$$

где $C(x) = y$ — линейная часть нелинейного звена. Последняя может быть включена в линейную часть системы, которая будет называться приведенной линейной частью. Проведенные структурные преобразования поясняются на рисунке (позиция б). Из сказанного следует, что наложенное ранее ограничение на вид НЭ несущественно.

Далее, при выводе предполагалось, что A — амплитуда колебаний выходной координаты L , но в линейной системе амплитуды колебаний всех координат пропорциональны, и, следовательно, выведенное утверждение справедливо для амплитуды колебаний A_k любой из координат g_1, g_2, \dots, g_m , где m — число звеньев в линейной системе. Однако способность L отфильтровывать высокочастотные гармоники снижается по мере уменьшения количества инерционных элементов между НЭ и рассматриваемой координатой, поэтому по мере приближения к НЭ движение координат все в большей степени отличается от $A_k \sin \omega t$, а следовательно, пропорциональность b и A нарушается.

Колебания выходной координаты L несимметричны и могут быть представлены так:

$$g(t) = g_0 + g^*,$$

где g_0 — постоянная составляющая; $g^* = A \sin \omega t$. Очевидно, $\infty > A > nb$.

Определим $K(A)$ для НЭ с несимметричными упорами. После преобразований получим

$$K(A) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{g_0}{A} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) + \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \frac{1}{2} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \right], \quad (4)$$

или

$$K(A) = \frac{2}{\pi} \left[\left(\frac{g_0}{A} + \frac{b}{2A} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{b}{A} \right)^2} - \right. \\ \left. - \left(\frac{g_0}{A} - \frac{nb}{2A} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{nb}{2} \right)^2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{b}{A} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{nb}{A} \right]. \quad (5)$$

Если насыщение одностороннее, или $b > A > nb$, то после преобразований имеем

$$K(A) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_1 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \frac{2g_0}{A} \cos \alpha_1 \right), \quad (6)$$

или

$$K(A) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{nb}{A} + \left(\frac{nb}{A} - \frac{2g_0}{A} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{nb}{A} \right)^2} \right]. \quad (7)$$

Построим $R(A)$ для общего случая.

Если $A \rightarrow nb$, то (см. формулу (7)) $K(A) \rightarrow 1$, $R(A) \rightarrow -1$.

Если $A \rightarrow \infty$, то (см. формулу (5)) $R(A) \rightarrow 0$, $R(A) \rightarrow \infty$.

Значит и в общем случае точки $R(A)$ заполняют отрезок $(-\infty, -1)$, появление и частота колебаний зависят от свойств L , а от величины насыщений зависит амплитуда автоколебаний.

Проверим монотонность $K\left(\frac{n}{A}\right)$, полагая $b = \text{const}$. Для этого из формулы (4) или (6) выпишем члены, которые зависят от $\frac{n}{A}$, и продифференцируем:

$$\frac{dK_1\left(\frac{n}{A}\right)}{d\alpha_1} = 2 \left(1 - \sin^2 \alpha_1 + \frac{g_0}{A} \sin \alpha_1 \right),$$

$g_0 < 0$, так как n и g_0 всегда противоположны по знаку, поэтому

$$\frac{dK_1\left(\frac{n}{A}\right)}{d\alpha_1} = 2 \left(1 - \sin^2 \alpha_1 - \frac{|g_0|}{A} \sin \alpha_1 \right).$$

Так как $0 < g_0 < A$, то при $\frac{nb}{A} < 0,6 \div 0,7 \frac{dK_1\left(\frac{n}{A}\right)}{dx_1} > 0$, т. е. $K\left(\frac{n}{A}\right)$ — монотонная функция. При малозффективных насыщениях $0,7 < \frac{nb}{A} < 1$, вообще говоря, $\frac{dK_1}{dx_1}$ может иметь корень, но так как при $\frac{nb}{A} \rightarrow 1$ $g_0 \rightarrow 0$, для большинства систем управления функция $K\left(\frac{n}{A}\right)$ всегда остается монотонной.

Отсюда, проведя рассуждения, приведенные для симметричных упоров, можно сделать вывод, что величина одностороннего насыщения также пропорциональна амплитуде колебаний.

УДК 622.7.002—52

О. И. КУЗЬМИНА, В. А. ГОРОДИССКАЯ

ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕХАНОСБОРОЧНОГО ЦЕХА

Создание эффективных автоматизированных систем управления технологическими процессами требует тщательного предварительного экспериментального исследования управляемых объектов и построения адекватных математических моделей. Отсутствие математических моделей промышленных объектов значительно усложняет оптимизацию проектируемых систем управления и существенно снижает их экономическую эффективность [1].

Разработка АСУ ТП электротехнического предприятия требует значительных исследований по математическому описанию закономерностей механосборочного цеха, являющегося одним из основных подразделений завода.

При синтезе математических моделей механосборочного цеха необходимо заранее задаться видом управления регрессии (уравнением модели) и из входных воздействий выбрать наиболее значимые факторы. Однако процесс сборки электродвигателей является достаточно сложным и не все параметры поддаются контролю [2], вследствие чего значительно возрастает величина среднеквадратического отклонения между объектом и моделью — σ_p , существенно снижается точность синтезируемой модели. Для выяснения влияния увеличения уровня неучитываемых факторов на процесс идентификации были выполнены следующие исследования.

— корреляционный определитель, полученный из определителя Δ вычеркиванием строки и столбца, характеризующих связь j -го выходного параметра y_j с выходными случайными параметрами объекта; σ_{y_j} — среднее квадратичное отклонение j -го выходного параметра.

Если не контролировать x_i — выходной параметр, изменится величина меры неопределенности объекта $H_x(y_i)$ и, следовательно, степень неопределенности объекта

$$H_{x_1, x_2, \dots, x_n}(y_i) = \log \sqrt{2 \cdot e \frac{\Delta^*}{\Delta}}, \quad (7)$$

где Δ^* — корреляционный определитель, получаемый из определителя Δ вычеркиванием i -й строки и i -го столбца;

Δ'' — корреляционный определитель, получаемый из определителя Δ^* (аналогично Δ').

Рассмотрим, как изменяется неопределенность процесса сборки электродвигателей при изменении количества неконтролируемых входных случайных переменных в соответствии с их значимостью. Используя статистические данные, собранные в течение длительного времени в механосборочном цехе одного из электротехнических предприятий, был произведен расчет значимости каждого входного случайного параметра на ЭЦВМ «Урал-14». Рассматривались следующие основные факторы процесса сборки электродвигателей [4]: количество корпусов двигателей, поступающих на обмоточный участок (x_1); количество изготовленных роторов, поступающих на сборку (x_2); количество изготовленных щитов, поступающих на сборку (x_3); количество изготовленных фланцев, поступающих на сборку (x_4); количество статоров с готовой обмоткой, переданных на сборку (x_5).

На основании проведенных расчетов получено, что наиболее значимыми переменными являются x_1 и x_5 . Ниже приведены некоторые количественные результаты изменения относительной неопределенности объекта.

При отсутствии информации о количестве корпусов двигателей, поступающих на сборку,

$$q_{x_2, x_3, x_4, x_5}(y) = 0,202.$$

Если не контролировать количество корпусов (статоров) с готовой обмоткой, то

$$q_{x_1, x_2, x_3, x_4}(y) = 0,233.$$

Относительно невысокое влияние на процесс сборки оказывает фактор

$$q_{x_1, x_2, x_3, x_4}(y) = 0,150.$$

Результаты проведенного анализа используются при разработке системы оперативного контроля подразделениями электротехнического предприятия и синтезе системы идентификации технологических процессов механосборочного цеха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якобсон В. М., Розняки А. Е. Автоматизированные системы управления производством. М., «Сов. радио», 1971. 310 с.
2. Гегешидзе Г. А. Автоматизация дискретного производства. М., «Машиностроение», 1972. 323 с.
3. Райбман Н. С., Чадаев В. М. Адаптивные модели в системах управления. М., «Сов. радио», 1966. 219 с.
4. Колосов Л. П., Кузьмина О. И., Трофимова О. Е. Множественный корреляционный анализ основных зависимостей механосборочного цеха. — Сб. «Приборы и системы автоматизации». Вып. 28, Харьков, 1973, с. 80—83.

УДК 622.7.002—52

*Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук,
О. И. КУЗЬМИНА, Н. М. КОРАБЛЕВ, В. А. ГОРОДИССКАЯ*

СИНТЕЗ РЕЛАКСАЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕХАНОСБОРОЧНОГО ЦЕХА

Создание эффективных автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) требует тщательного предварительного экспериментального исследования управляемых объектов, построения адекватных математических моделей, формулировки критериев и синтеза методов оптимизации, нахождения оптимальных режимов их функционирования.

Одной из основных проблем является получение информации об управляемом объекте, оценка его параметров и характеристик, т. е. его идентификация.

Математическое описание линейных технологических комплексов можно получить в различном виде [1]. При этом характеристики модели должны как можно больше соответствовать характеристикам объекта. Однако использование гипотетических математических моделей в реальных системах лишает их гибкости и универсальности, так как сложные системы требуют быстродействующих вычислительных машин с большой емкостью блока памяти. В связи с этим выбор модели того или иного класса обуславливается не только априорными знаниями о структуре исследуемого объекта, режимах его функционирования, но и требуемой степенью точности соответствия модели реальному объекту и сложностью реализации полученной модели.

В последнее время большое распространение получили итерационные методы синтеза математических моделей технологических процессов, основанных на различных принципах. Это объясняется удобством и простотой вычислительной схемы при использовании ЦВМ. Однако каждый итерационный процесс имеет свою ограниченную область применимости, так как, во-первых, процесс итераций может оказаться расходящимся для данной системы и, во-вторых, сходимость процесса может быть настолько медленной, что практически оказывается невозможным достигнуть удовлетворительной близости к решению [2].

Пусть исследуемый многомерный объект описывается статическим уравнением вида

$$y[n] = \sum_{i=1}^N c_i x_i[n] + \xi[n], \quad (1)$$

где $y[n]$, $x_i[n]$ ($i = \overline{1, N}$) — наблюдаемые выходная и входные переменные объекта соответственно;
 $\xi[n]$ — неконтролируемая помеха измерения выходной переменной;
 c_i ($i = \overline{1, N}$) — компоненты неизвестного вектора параметров;
 n — дискретное время.

В этом случае задача идентификации сводится к оценке неизвестного вектора параметров c . При выборе среднеквадратичного критерия идентификации задача оценки вектора неизвестных параметров \bar{c} по конечному числу наблюдений M ($M > N$) входных и выходных переменных эквивалентна решению линейной системы алгебраических уравнений [3]

$$R\bar{c} = \bar{F}. \quad (2)$$

Большинство итерационных алгоритмов оценки тесно связано с рекуррентной формой метода наименьших квадратов [5]. Практической реализации этих алгоритмов сопутствует довольно большой объем вычислений, вызванный необходимостью учета всей предыдущей информации.

Существуют, однако, итерационные алгоритмы оценки, которые позволяют учитывать не всю предыдущую информацию, а лишь часть ее или только вновь поступающую. К таким алгоритмам относятся алгоритмы, основанные на принципе релаксации [2], при котором выбор матриц, составленных из коэффициентов линейных уравнений системы, осуществляется таким образом, чтобы на каждом шаге процесса уменьшалась какая-либо величина, характеризующая точность решения системы.

Релаксационные алгоритмы можно строить следующим образом: если в области G параметров \bar{c} при выбранном критерии качества идентификации $J(\bar{c})$ в некоторый момент времени

$(n-1)$ получена оценка вектора неизвестных параметров $\bar{c}[n-1]$, то оценка вектора $\bar{c}[n]$ на n -м шаге определяется из условия минимума расстояния между этими двумя последовательными оценками:

$$\rho(\bar{c}[n], \bar{c}[n-1]) = \min_{\bar{c}[n]} \quad (3)$$

Потребовав на каждом шаге выполнения условия

$$\varepsilon[n] = y[n] - \bar{c}^T[n] \bar{x}[n] = 0, \quad (4)$$

получим так называемые алгоритмы полной релаксации.

Метод полной релаксации является наивыгоднейшим, так как он обеспечивает максимальное уменьшение функции ошибки за один шаг. Однако при проведении большого числа шагов может сказаться, что полученный алгоритм сходится медленно и не удовлетворяет условиям оперативного принятия решений в конкретных производственных ситуациях. В этом случае целесообразно обратиться к методу неполной релаксации, в котором вместо полной минимизации функция ошибки только уменьшается на каждом отдельном шаге процесса. При этом быстрота сходимости алгоритма растет. Важнейшими методами увеличения быстроты сходимости релаксационных алгоритмов являются введение так называемых норм векторов и матриц, а также множителя релаксации [4]. Наиболее распространенные нормы векторов:

а) кубическая

$$\|\bar{X}\| = \max |x_i|, \quad (5)$$

в) октаэдрическая

$$\|\bar{X}\| = |X_1| + |X_2| + \dots + |X_n|, \quad (6)$$

с) сферическая

$$\|\bar{X}\| = |\bar{X}| = \sqrt{|X_1|^2 + |X_2|^2 + \dots + |X_n|^2}. \quad (7)$$

В решении большинства практических задач, связанных с оценками основных факторов производственных процессов, одновременно участвуют матрицы и векторы. Поэтому целесообразно вводить норму матрицы так, чтобы она была разумным образом связана с нормой векторов. Норма матриц согласована с данной нормой векторов, если для любой матрицы A и любого вектора \bar{X} выполняется неравенство

$$\|A\bar{X}\| \leq \|A\| \cdot \|\bar{X}\|. \quad (8)$$

Так, например, норма матрицы $M(A) = \max_{i,j} |a_{ij}|$, где a_{ij} — элемент матрицы, состоящей из j строк и i столбцов, согласована с кубической, октаэдрической и сферической нормами вектора.

Введение в алгоритмы множителя релаксации q также позволяет значительно повысить скорость их сходимости. Обычно q изменяется в пределах $0 < q < 2$. При $q = 1$ будет иметь место полная минимизация функции ошибки или, как говорят, полная релаксация. Неполная релаксация называется нижней, если $0 < q < 1$, и верхней, если $1 < q < 2$. При неполной релаксации функция ошибки изменяется по формуле

$$e_i[n] = e_i[n-1] - \frac{q(2-q)}{2q} r_i^2, \quad (9)$$

где r_i — i -я компонента вектора невязки \bar{r}

$$r_i = \bar{F}_i - R\bar{c}_i. \quad (10)$$

При синтезе алгоритмов управления сложными технологическими процессами в случае выбора квадратичного функционала $J(c)$ с минимизацией (3) в различных метрических пространствах могут быть использованы следующие релаксационные алгоритмы [4]:

1) для сферической нормы — алгоритм Качмажа

$$\bar{c}[n] = \bar{c}[n-1] + \frac{y[n] - \bar{c}^T[n-1] \bar{x}[n]}{\bar{x}^T[n] \bar{x}[n]} \bar{x}[n]; \quad (11)$$

2) для кубической нормы — алгоритмы Нагумо — Нода

$$\bar{c}[n] = \bar{c}[n-1] + \frac{y[n] - \bar{c}^T[n-1] \bar{x}[n]}{\bar{x}^T[n] \cdot \text{sign} \bar{x}[n]} \text{sign} \bar{x}[n]; \quad (12)$$

3) для октаэдрической нормы — алгоритм Некрасова

$$c_l[n] = c_l[n-1] + \frac{y[n] - \bar{c}^T[n-1] \bar{x}[n]}{x_l[n]}, \quad (13)$$

где

$$|x_l[n]| = \max_i |x_i[n]|,$$

$$c_l[n] = c_l[n-1], \quad (l = \overline{1, N}) \text{ для } \forall j \neq l.$$

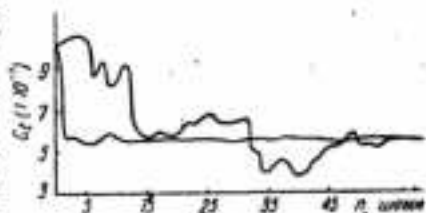
Данные релаксационные алгоритмы представляют собой рекуррентные формы оценивания, в которых новая оценка вектора неизвестных параметров $c[n]$ состоит из суммы предыдущей оценки $\bar{c}[n-1]$ и векторов коррекции $\Delta \bar{c}[n]$, представляющего собой взвешенную разность между выходными показателями объекта $y[n]$ и модели $y_m[n] = \bar{c}^T[n-1] \cdot \bar{x}[n]$.

Если в алгоритмах (11) и (12) функция ошибки минимизируется за счет изменения всех компонент вектора $c[n]$ на каждом итерационном шаге, то в алгоритме (13) процесс минимизации функции ошибки происходит в результате изменения одной компоненты предыдущего приближения, номера же этих компонент циклически чередуются от 1 до N . Параметризация этих алгоритмов с помощью множителя релаксации q позволяет решить задачу обеспечения устойчивости и оптимальности по быстрдействию.

Для практической проверки алгоритмов (11), (12), (13) проводились экспериментальные исследования на ЦВМ «Урал-14» методом статистического моделирования. Расчеты производились на основании данных, собранных в течение длительного времени в условиях нормального функционирования механосборочного цеха электротехнического предприятия.

Кривые I и II (рисунок) иллюстрируют синтез релаксационной модели по каналу одного из наиболее весомых факторов процесса сборки электродвигателей — количества статоров с готовой обмоткой ($q = 1$) при использовании соответственно алгоритмов (11) и (12).

Оба алгоритма функционируют достаточно надежно. При этом, как видно из рисунка, алгоритм (11) обладает более высокой помехозащищенностью и процесс его сходимости протекает более плавно.



Кроме того, при реализации на ЦВМ алгоритма (11) не требуется производить предварительного нормирования статистических данных, так как все параметры, входящие в модель, измеряются в одинаковых единицах (количество штук) и незначительно отличаются по величине. При реализации алгоритма (12) нормирование обязательно.

Применение алгоритма (13) при идентификации технологических процессов механосборочного цеха вызывает значительные затруднения, связанные с недостаточной быстротой сходимости и необходимостью использования при расчетах больших числовых выборок [4], что в свою очередь ведет к увеличению вероятности случайных ошибок, загромождению памяти ЭВМ и увеличению машинного времени.

Результаты приведенного анализа используются при разработке системы оперативного контроля подразделениями электротехнического предприятия и синтезе системы идентификации технологических процессов механосборочного цеха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский Н. М., Егоров С. В., Кузин Р. С. Адаптивные системы автоматического управления сложными технологическими процессами. М., «Энергия», 1973. 253 с.
2. Фадеев Д. К., Фадеева В. М. Вычислительные методы линейной алгебры. М., «ФМ», 1963. 765 с.
3. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. М., «Наука», 1966. 284 с.
4. Аведьян Э. Д. Релаксационные алгоритмы идентификации линейных объектов. Автореф. канд. дис. М., 1972. 15 с.
5. Лелашвили Г. Ш. Статистическое моделирование процесса идентификации адаптивных моделей. — Сб. «Автоматическое управление», Тбилиси, «Мешинереба», 1967. с. 109—139.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЕ — ЦИФРОВОЙ КОД

В настоящее время преобразователи напряжение — цифровой код (ПНК) находят широкое применение в устройствах обработки информации. В связи с этим вопросам проектирования таких ПНК посвящено большое количество работ, например, [3, 4], в которых представлены различные способы построения преобразователей, рассмотрены их качественные показатели и даны рекомендации по применению. Однако в литературе не находит достаточного отражения такой важный этап проектирования ПНК, как оценка результирующей погрешности преобразователей.

В данной статье на примере трехкаскадного параллельно-последовательного преобразователя напряжение — цифровой код показана методика оценки суммарной погрешности преобразователей по известным точностным характеристикам комплекующих функциональных узлов.

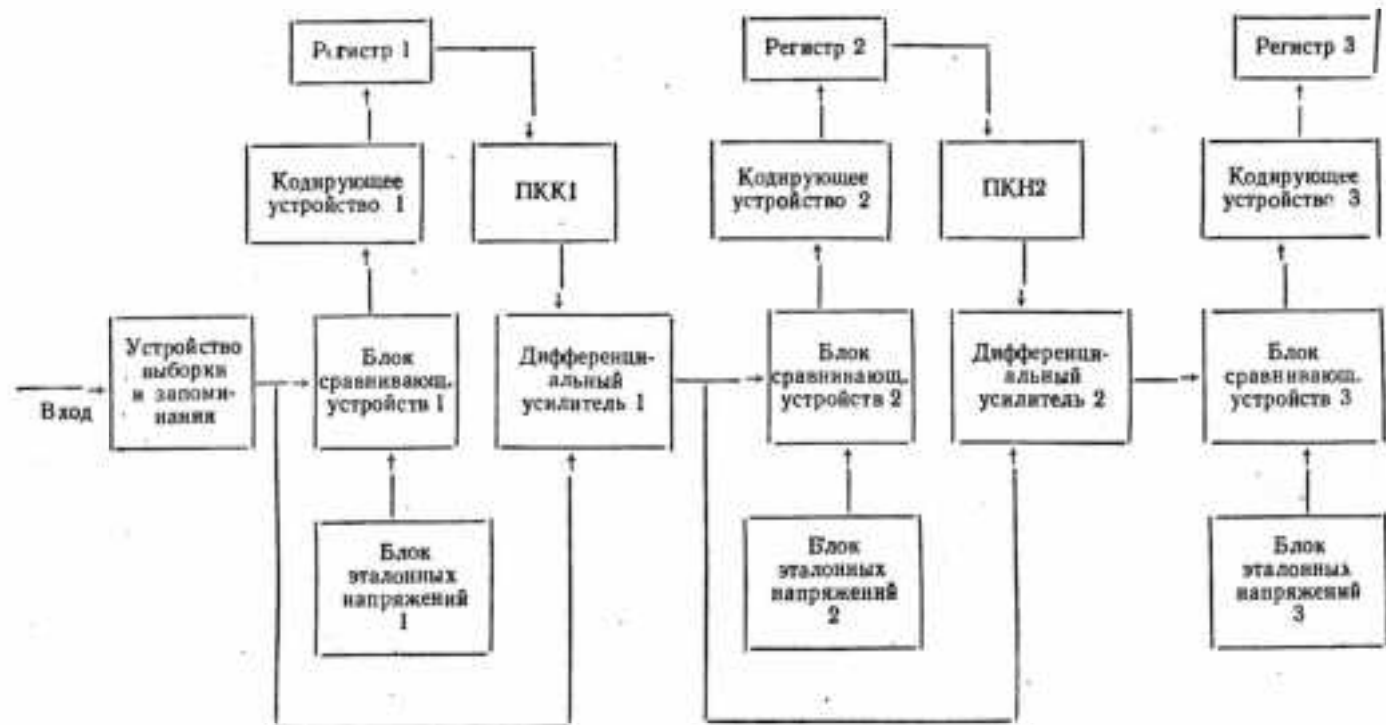
Рассматриваемый ПНК (структурная схема представлена на рисунке) содержит каскад грубого отсчета (функциональные узлы на схеме под номером 1), каскад средней точности (под номером 2) и каскад точного преобразования (под номером 3). Принцип преобразования основан на комбинации классических методов параллельного считывания и поразрядного взвешивания. Эта комбинация позволяет создавать ПНК высокой точности и быстродействия при умеренном объеме оборудования [3, 4].

Точностные характеристики функциональных узлов ПНК задаются, как правило, в виде приведенных погрешностей:

$$\delta = \frac{\Delta_m}{A}, \quad (1)$$

где Δ_m — максимальное значение абсолютной погрешности;
 A — нормирующее значение

Суммарная приведенная ошибка ПНК, рассчитанная таким образом, получается сильно завышенной и поэтому практически непригодна для оценки точностных свойств преобразователей. Только использование теории информации для определения результирующей погрешности позволяет значительно повысить достоверность такой оценки, так как вместо максимального значения абсолютной погрешности применяется ее энтропийное значение, точно характеризующее дезинформирующее действие ошибки [1, 2, 4].



Структурная схема трехкаскадного параллельно-последовательного ПНК.

Результирующая погрешность ПНК складывается из инструментальной погрешности, определяемой неидеальностью характеристик функциональных узлов преобразователя, и погрешности за счет дискретизации по уровню, зависящей от шага квантования q .

В [2] показано, что ошибки всех функциональных узлов преобразователя являются случайными, при этом считается, что прогрессирующие (нарастающие во времени) погрешности отсутствуют. Законы распределения этих ошибок, определяя закон распределения результирующей инструментальной погрешности ПНК, характеризуют величину этой погрешности.

Как правило, число составляющих погрешности каждого функционального блока преобразователя достаточно велико, и все составляющие имеют значения одного порядка. В этом случае, согласно предельной теореме теории вероятностей, суммарное распределение погрешности стремится к нормальному закону. Среднеквадратическое значение этой погрешности можно определить из (1), учитывая, что $\Delta_m = 3\sigma$;

$$\sigma_{\text{в}} = \frac{\delta_{\text{в}} U}{3}; \quad \sigma_{\text{с}} = \frac{\delta_{\text{с}} U}{3}; \quad \sigma_{\text{пнк}} = \frac{\delta_{\text{пнк}} U_{\text{пнк}}}{3};$$

$$\sigma_{\text{з}} = \frac{\delta_{\text{з}} U_{\text{з}}}{3}, \quad \sigma_{\text{д}} = \frac{\delta_{\text{д}} U_{\text{д}}}{3},$$

где $\sigma_{\text{в}}$, $\sigma_{\text{с}}$, $\sigma_{\text{пнк}}$, $\sigma_{\text{з}}$, $\sigma_{\text{д}}$ — среднеквадратические значения погрешностей устройства выборки и запоминания, сравнивающих устройств, преобразователя код — напряжение (ПКН), блока эталонных напряжений и дифференциальных усилителей соответственно; $\delta_{\text{в}}$, $\delta_{\text{с}}$, $\delta_{\text{пнк}}$, $\delta_{\text{з}}$, $\delta_{\text{д}}$ — заданные приведенные погрешности этих же функциональных узлов ПНК; U — диапазон изменения входного напряжения; $U_{\text{з}}$ — номинальное значение эталонного напряжения; $U_{\text{д}}$ — диапазон изменения выходного напряжения дифференциального усилителя; $U_{\text{пнк}}$ — диапазон изменения напряжения на выходе ПКН.

При отсутствии корреляции между погрешностями отдельных узлов рассматриваемого ПНК, что практически имеет место, среднеквадратическое значение результирующей ошибки, вносимой этими узлами,

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_{\text{в}}^2 + \sigma_{\text{д}}^2 + \sigma_{\text{пнк}}^2 + \sigma_{\text{з}}^2 + \sigma_{\text{пнк}}^2 + \sigma_{\text{с}}^2 + \sigma_{\text{з}}^2} \quad (2)$$

где $(\sigma_{\text{в}}^2 + \sigma_{\text{д}}^2)$ — дисперсия ошибок узла сравнения (блока сравнивающих устройств со своим блоком эталонных напряжений), обладающего наилучшими точностными характеристиками.

Выражение (2) не учитывает действия собственного шума ПНК и синусоидальных изводов во входных цепях с частотой сети переменного тока. Для устранения этого недостатка в (2)

необходимо ввести дисперсию собственного шума преобразователя, пересчитанного на вход, $\sigma_{ш}^2$ и дисперсию ошибки за счет наводок $\sigma_{нав}^2$.

Собственный шум ПНК распределен по нормальному закону и является «белым» в полосе частот преобразуемого сигнала. Уровень этого шума на входе преобразователя определяется по шумовым характеристикам отдельных функциональных узлов известными методами, рассмотренными в ряде работ, например в [8].

Среднеквадратическое значение ошибки за счет синусоидальных наводок во входных цепях вычисляется по закону распределения этой погрешности и амплитуде наведенного напряжения $U_{ш}$.

В [2] показано, что такая погрешность распределена по закону

$$p(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{1-x^2}},$$

где $p(x)$ — дифференциальный закон распределения погрешности.

При этом $\sigma_{нав} \approx 0,707U_{ш}$. Выражение для среднеквадратического значения инструментальной погрешности ПНК имеет следующий вид:

$$\sigma_2 = \sqrt{\left(\frac{\delta_x U}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\Delta y_1} U_{\Delta y_1}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\Delta y_2} U_{\Delta y_2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\Delta y_2} U_{\Delta y_2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\Delta y_2} U_{\Delta y_2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_c U}{3}\right)^2 + \left(\frac{\delta_x U_x}{3}\right)^2 + \sigma_{ш}^2 + (0,707U_{ш})^2}. \quad (3)$$

Наличие большого количества составляющих в инструментальной ошибке и отсутствие среди них ярко выраженных доминирующих погрешностей, что, как правило, характерно для преобразователей высокой точности, позволяет считать закон распределения этой ошибки нормальным.

Погрешность за счет квантования по уровню распределена равномерно в интервале $\left(-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}\right)$ при условии, что число уровней квантования больше 7 [5, 6]. Это всегда имеет место в ПНК устройств обработки информации. Следовательно, среднеквадратическое значение погрешности квантования

$$\sigma_{кв} = \frac{q}{2\sqrt{3}},$$

а среднеквадратическое значение результирующей погрешности ПНК

$$\sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_{кв}^2}. \quad (4)$$

Приведенная погрешность ПНК δ_3 вычисляется как отношение энтропийного значения погрешности Δ к диапазону изменения входного сигнала:

$$\delta_3 = \frac{\Delta}{U}. \quad (5)$$

Для определения Δ по известному σ_3 необходимо знать энтропийный коэффициент K , который однозначно связан с законом распределения результирующей погрешности [1, 2]:

$$\Delta = K\sigma_3. \quad (6)$$

Закон распределения результирующей погрешности ПНК определяется как композиция законов распределения инструментальной погрешности и погрешности квантования. В зависимости от соотношения дисперсий этих погрешностей закон распределения результирующей ошибки приближается либо к равномерному, либо к нормальному [7].

В [2] получено выражение для энтропийного коэффициента композиции равномерного и нормального законов распределения:

$$K = \sqrt{\frac{3 \left(\frac{\pi e}{3}\right)^{V_p}}{1+p}}, \quad (7)$$

где

$$p = \sigma_n^2 / (\sigma_n^2 + \sigma_p^2),$$

σ_n^2 , σ_p^2 — дисперсии нормального и равномерного законов соответственно;

e — основание натурального логарифма.

На основании (4) — (7) выражение для результирующей приведенной погрешности ПНК будет иметь вид

$$\delta_3 = \frac{1}{U} \sqrt{\frac{3 \left(\frac{\pi e}{3}\right)^{V_p}}{1+p} (\sigma_n^2 + \sigma_p^2)}.$$

Рассмотренная методика позволяет с достаточной точностью оценивать результирующую погрешность любых ПНК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит., 1963. 829 с.
2. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л., «Энергия», 1968. 248 с.
3. Гитис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М., «Энергия», 1970. 400 с.
4. Смоллов В. Б. и др. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи. Л., «Энергия», 1967. 312 с.

5. Солодовников и др. Вычислительная техника в применении для статических исследований и расчетов систем автоматического управления. М., Машгиз, 1963. 167 с.
6. Леви и Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Ч. 1. М., «Сов. радио», 1969. 750 с.
7. Семенов О. Ф. Выбор соотношения между инструментальными ошибками и ошибкой квантования.— «Вопросы радиоэлектроники», 1971, № 2, с. 100 — 107.
8. Кренгель Н. С. Шумовые параметры радиоприемных устройств. Л., «Энергия», 1969. 168 с.

УДК 621.374. 4

*В. К. СЕЛЮКОВ, С. Н. НЕУСТРОЕВ, канд. техн. наук,
Н. Е. ЖОРОВ, канд. техн. наук, В. Н. КУЛЕШОВ*

БЫСТРОДЕЙСТВИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЕ — ЦИФРА

Использование цифровых вычислительных машин для обработки информации обусловило интенсивное развитие аналого-цифровых преобразователей, в том числе преобразователей напряжение — цифра (ПНЦ). В технической литературе уделяется большое внимание ПНЦ, о чем свидетельствует возрастающее число публикаций, посвященных различным вариантам их построения, улучшению отдельных качественных показателей и классификации по различным признакам [1—8]. Практика показывает, что для оценки возможностей ПНЦ необходимо знать три основных качественных показателя: динамический диапазон, точность и быстродействие. К ПНЦ устройств обработки информации предъявляются жесткие требования как по точности (6—12 двоичных разрядов), так и по быстродействию (от сотен килогерц до десятков мегагерц). Если возможности ПНЦ, реализующих известные алгоритмы преобразования, по динамическому диапазону и точности не вызывают сомнений у разработчиков аппаратуры, то отсутствие их градации по быстродействию значительно усложняет выбор требуемого технического решения. В данной работе рассматривается классификация ПНЦ по быстродействию и приводятся примеры структурных схем комбинированных преобразователей.

Учитывая уровень развития радиоэлектроники и ближайшие ее перспективы, а также накопленный опыт в построении ПНЦ, по быстродействию преобразователи устройств обработки информации можно подразделить на четыре группы: низкого быстродействия ($F < 100 \text{ кгц}$), среднего ($100 \text{ кгц} < F < 1 \text{ Мгц}$), высокого ($1 \text{ Мгц} < F < 10 \text{ Мгц}$) и сверхвысокого ($F > 10 \text{ Мгц}$), где F — максимально возможная частота дискретизации по времени входного аналогового сигнала. В настоящее время ПНЦ первых двух групп являются относительно хорошо разработанными. ПНЦ третьей группы интенсивно разрабатываются. Раз-

работка ПНЦ сверхвысокого быстродействия является актуальной задачей на ближайшие годы.

Классификация ПНЦ с учетом их быстродействия приведена на рис. 1. Ниже рассматриваются принципы технической реализации преобразователей, представленных на этой схеме.

ПНЦ низкого быстродействия, как правило, реализует метод последовательного счета [1—6]. Среди этих преобразователей наибольшее распространение находят три варианта: с прямым преобразованием, с развертывающим преобразованием и со следящим преобразованием.

ПНЦ с прямым преобразованием содержат следующие каскады: управляемый генератор частоты следования импульсов, формирователь эталонных временных интервалов, каскад совпадений и счетчик импульсов. Принцип работы этих ПНЦ состоит в следующем: в каждом цикле преобразования сигнал с формирователя эталонных временных интервалов на определенное время открывает каскад совпадений, через который на счетчик поступают импульсы с управляемого генератора. Частота следования импульсов управляемого генератора пропорциональна входному напряжению ПНЦ, следовательно, число, зафиксированное счетчиком за эталонный интервал времени, пропорционально кодируемому напряжению.

ПНЦ с развертывающим преобразованием подразделяются на два вида: с линейной пилообразной и со ступенчатой разверткой. Преобразователи этого типа включают в свой состав генератор измерительного напряжения (генератор пилообразного или ступенчатого напряжения), входной компаратор, генератор счетных импульсов, каскад совпадений, счетчик, формирователь синхронизирующих импульсов (синхронизатор). В начале каждого цикла импульсом с синхронизатора запускается генератор измерительного напряжения. Напряжение поступает на один из входов компаратора, на другой вход которого подается входной аналоговый сигнал. Если входное напряжение больше измерительного, то на выходе компаратора вырабатывается перепад напряжения, отпирающий каскад совпадений. Во время воздействия этого перепада через каскад совпадений проходят счетные импульсы на счетчик. Когда измерительное напряжение сравняется с преобразуемым, компаратор устанавливается в исходное состояние. Его выходным напряжением накладывается запрет на прохождение счетных импульсов через каскад совпадений. Таким образом, в каждом цикле преобразования в течение времени превышения входным напряжением измерительного на счетчик поступают импульсы от генератора счетных сигналов. Регистрируемое число импульсов счетчиком пропорционально кодируемому напряжению.

Наиболее широкое распространение получили ПНЦ со следящим преобразованием. Структурная схема одного из вариантов такого ПНЦ приведена на рис. 2. Сущность работы этого

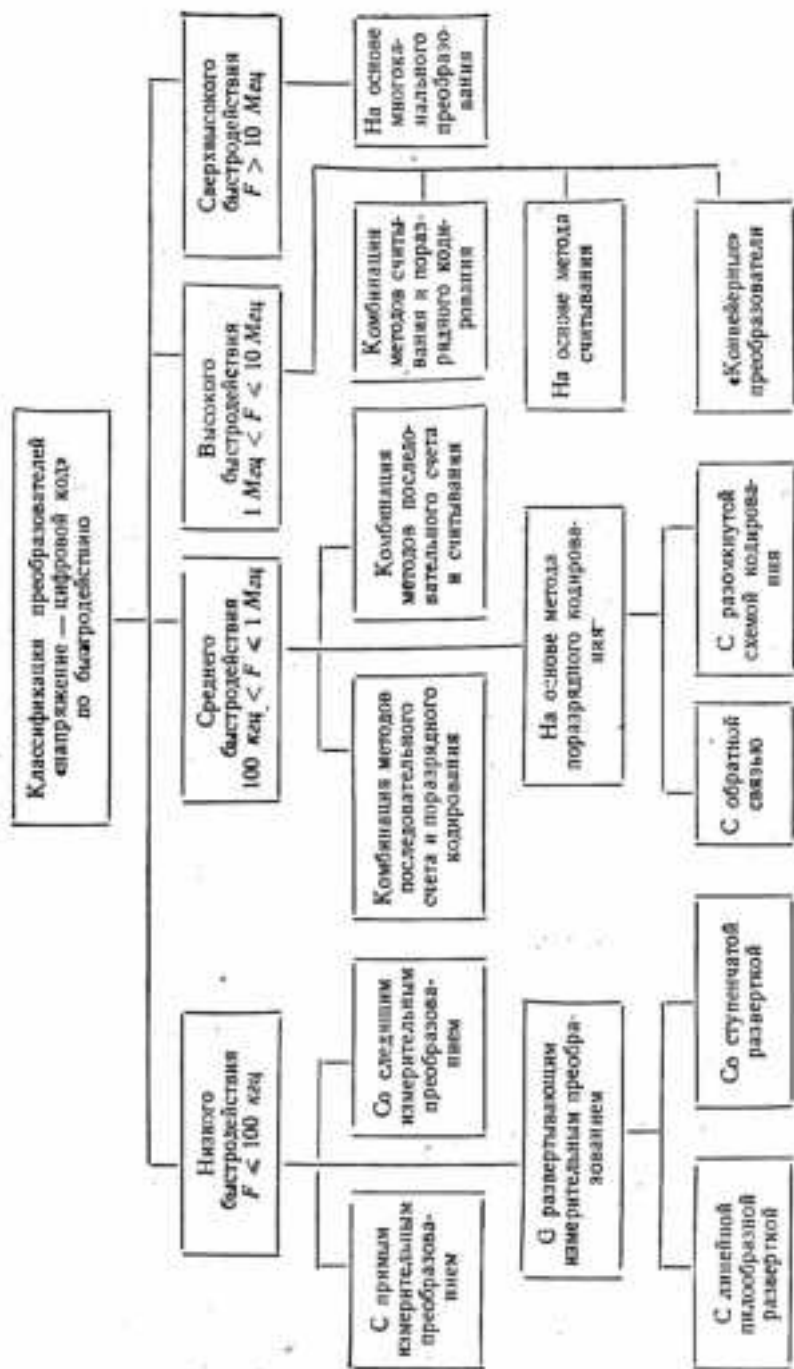


Рис. 1. Классификация ПЦЦ с учетом их быстродействия

ПНЦ состоит в том, что, благодаря соответствующей организации управления, формируемое им измерительное напряжение повторяет с точностью до дискрета все изменения напряжения входного сигнала. В зависимости от знака разности между входным и измерительным напряжениями очередной импульс с генератора подается на вход прямого или обратного счета реверсивного счетчика, текущий код которого с помощью преобразователя цифр в напряжение (ПЦН) трансформируется в измерительное напряжение.

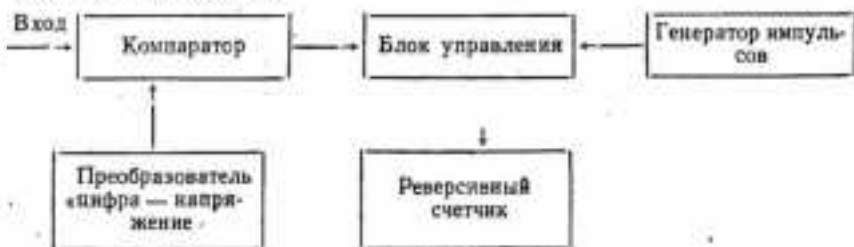


Рис. 2. Структурная схема ПНЦ со следящим преобразованием.

Особенностью ПНЦ рассмотренной группы является то, что их быстродействие определяется максимально возможной частотой последовательного счета счетчиков импульсов, которая в настоящее время, как правило, составляет (10—20) Мгц (для счетчиков, выполненных на серийных интегральных микросхемах). Поэтому время полного цикла преобразования ПНЦ этой группы составляет десятки-сотни микросекунд при погрешности квантования по уровню до одного процента.

ПНЦ среднего быстродействия. К преобразователям среднего быстродействия (рис. 1) относятся ПНЦ, реализующие метод поразрядного кодирования, а также комбинации методов считывания и последовательного счета, последовательного счета и поразрядного кодирования [1—6].

Преобразователи, построенные по методу поразрядного кодирования, могут быть разделены на ПНЦ с обратной связью и ПНЦ с разомкнутой схемой кодирования.

В ПНЦ с обратной связью уровни напряжения сравнения устанавливаются последовательным переключением триггеров двоичных разрядов регистра, начиная со старшего. В зависимости от разности входного и компенсирующего напряжений устройство управления по сигналу с компаратора фиксирует в регистре числовой эквивалент входного аналогового сигнала.

В ПНЦ поразрядного кодирования, построенных в виде разомкнутых систем, имеется набор из n эталонных напряжений (n — число разрядов преобразователя), причем каждый из эталонов подключается в соответствующем каскаде преобразователя. Однако на практике применяют схемы ПНЦ, использующие одно эталонное напряжение, величина которого равна

половине амплитуды входного сигнала. В этом преобразователе уменьшение числа эталонных напряжений достигается постановкой в устройство ($l - 1$) дифференциальных усилителей с коэффициентом усиления, равным 2. На вход первого каскада подается аналоговый сигнал. Для всех остальных каскадов входным напряжением является аналоговый выход предыдущего каскада.

Время преобразования ПИЦ поразрядного кодирования определяется быстродействием компараторов, широкополосностью входящих в преобразователи дифференциальных усилителей, максимальной частотой переключения комплектующих элементов и может достигать величины порядка 0,2 мкс на разряд [6].

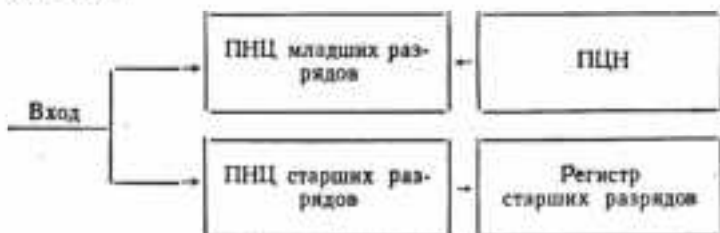


Рис. 3. Вариант структурной схемы ПИЦ, реализующего комбинацию методов последовательного счета и считывания.

Вариант структурной схемы ПИЦ, использующего комбинацию методов последовательного счета и считывания, представлен на рис. 3. Входной сигнал одновременно подается на ПИЦ последовательного счета младших разрядов и ПИЦ считывания старших. Цикл преобразования заканчивается, когда компенсирующее напряжение в преобразователе последовательного счета станет равным напряжению с выхода ПИЦ, которое соответствует числу, записанному в регистре старших разрядов. Данный способ построения ПИЦ позволяет повысить быстродействие преобразователя. Длительность цикла преобразования рассматриваемого ПИЦ примерно в 2^n раз меньше, чем время цикла, соответствующего по точности преобразователя последовательного счета (K — число разрядов, записываемых методом считывания) [6].

На рис. 4 представлена структурная схема одного укрупненного разряда ПИЦ, реализующего комбинацию методов последовательного счета и поразрядного кодирования. Такие преобразователи описаны в [3] и представляют собой ПИЦ с пилообразной разверткой. Крутизна развертки соответствует приращению напряжения на выходе генератора пилообразного напряжения за один такт, равный весу единицы данного укрупненного разряда. Полученное в результате кодирования значение цифры разряда, зафиксированное счетчиком, декодируется с помощью ПИЦН, выходное напряжение которого поступает на дифферен-

циальный усилитель. Сформированная разность между входным напряжением и напряжением ПЦН поступает на вход аналогичной схемы определения цифры следующего разряда, использующей развертку меньшей крутизны. Для правильного кодирования необходимо обеспечить последовательную работу схем укрупненных разрядов. Быстродействие таких ПЦН приближается к быстродействию преобразователей поразрядного кодирования.

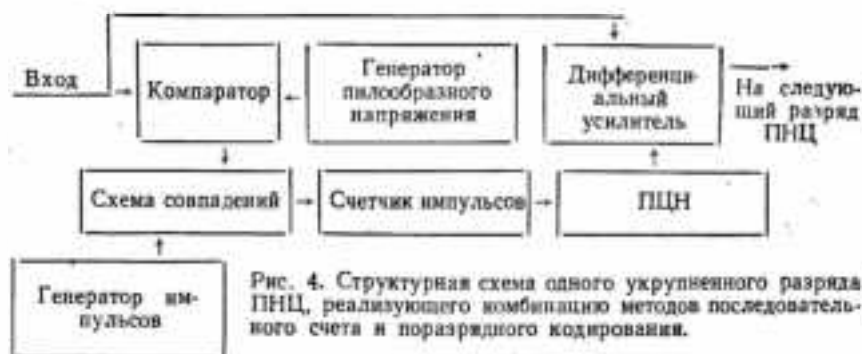


Рис. 4. Структурная схема одного укрупненного разряда ПЦН, реализующего комбинацию методов последовательного счета и поразрядного кодирования.

Преобразователи рассмотренной группы способны обеспечить преобразование сигнала с точностью 6 — 12 двоичных разрядов при частотах квантования по времени от 10 мкГц до 1 МГц.

ПЦН высокого быстродействия. К преобразователям напряжения в цифровой код высокого быстродействия относятся ПЦН, построенные по методу считывания, комбинации методов считывания и поразрядного кодирования, а также «конвейерные» ПЦН (1 — 6).

Входной сигнал в ПЦН считывания одновременно поступает на $(2^n - 1)$ компараторов, на каждый из которых подано свое эталонное напряжение (n — число разрядов преобразователя). Результат сравнения при помощи кодирующего устройства записывается в виде двоичного числа в регистре выходного кода. Как показано в [1], ПЦН считывания имеют наибольший объем оборудования из всех видов преобразователей, однако являются наиболее быстродействующими. Длительность цикла преобразования такого ПЦН может составлять 0,1 мкс [6] и практически не зависит от числа разрядов [1].

На рис. 5 представлена структурная схема двухкаскадного ПЦН, реализующего комбинацию методов считывания и поразрядного кодирования. В литературе такие преобразователи часто называют ПЦН параллельно-последовательного типа [6]. Входной сигнал поступает на ПЦН считывания. Результат преобразования записывается в регистр старших разрядов. Разница между напряжением с выхода ПЦН, которое соответствует

числу в этом регистре, и входным сигналом подается на второй аналогичный каскад преобразователя, определяющий младшие разряды. ПИЦ параллельно-последовательного типа, имея меньший объем оборудования, незначительно уступают по быстродействию преобразователям считывания равной точности. Время полного цикла преобразования такого ПИЦ может достигать сотен наносекунд [7].



Рис. 5. Структурная схема двухкаскадного ПИЦ, реализующего комбинацию методов считывания и паразрядного кодирования

«Конвейерные» ПИЦ [1,6] осуществляют сравнение входного напряжения с группами эталонов по мере прохождения этого напряжения от каскада к каскаду преобразователя. Соответствующая организация внутренних связей ПИЦ позволяет производить временное квантование входной аналоговой величины с периодом, меньшим длительности полного цикла кодирования.



Рис. 6. Структурная схема двухкаскадного «конвейерного» ПИЦ.

Вариант построения двухкаскадного «конвейерного» ПИЦ представлен структурной схемой на рис. 6. Входной сигнал поступает на ПИЦ-1 считывания и преобразуется в цифровой код. Разность между входным сигналом и напряжением, соответ-

вующим этому цифровому коду, поступает на ПИЦ-2 считывания, где также оцифровывается. Линия задержки обеспечивает синхронное поступление сигналов на входы дифференциального усилителя. В процессе кодирования (за время, меньшее длительности цикла преобразования ПИЦ) информация из регистра № 1 переписывается в регистр № 3. Это позволяет задействовать первый каскад преобразователя для кодирования очередной выборки сигнала, не дожидаясь окончания оцифровки предыдущей вторым каскадом. Быстродействие такого преобразователя приближается к быстродействию ПИЦ считывания.

Быстродействующие преобразователи дают возможность квантовать входной аналоговый сигнал по времени с частотой в пределах от 1 до 10 мГц [7].

Сверхбыстродействующие ПИЦ. При цифровой обработке широкополосных сигналов возникает необходимость в ПИЦ с быстродействием, большим 10 мГц. В этом случае применяют сверхбыстродействующие способы преобразования напряжения в цифровой код, которые основаны на использовании многоканальных ПИЦ. Многоканальные преобразователи [8] представляют собой несколько одноканальных ПИЦ, как правило, последовательного счета или поразрядного кодирования, работающих одновременно. Линейный аналоговый коммутатор распределяет входное напряжение по различным каналам. Максимальная частота квантования этого напряжения определяется числом каналов преобразователя и быстродействием аналогового коммутатора.

Учитывая, что отсутствие классификации ПИЦ по быстродействию приводит к затруднениям в решении конкретных технических задач, рассмотренные в статье вопросы позволяют с меньшими затратами и более быстро производить выбор наиболее подходящего варианта преобразователя напряжение — цифра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гитис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М., «Энергия», 1970. 400 с.
2. Кондалев А. И. Преобразователи формы информации. Киев, «Наукова думка», 1965. 176 с.
3. Смоллов В. Б. и др. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи. Л., «Энергия», 1967. 312 с.
4. Темников Ф. Е. и др. Теоретические основы информационной техники. М., «Энергия», 1971. 424 с.
5. Куляков С. В., Чистяков Б. В. Дискретные преобразователи сигналов на транзисторах. М., «Энергия», 1972. 288 с.
6. Schmid H. An electronic design practical guide to a/d conversion.— «Electronic Design», 1969, 17, № 1, p. 50 — 88.
7. Овчарук М. Е. Сверхбыстродействующий преобразователь напряжение — код. — «Автометрия», 1970, № 3, с. 95 — 97.
8. Маталин П. А., Наран Ж., Чубаров В. И. Методы регистрации и обработки данных в ядерной физике и технике. М., «Атомиздат». 200 с.

**К ВОПРОСУ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ФУНКЦИЙ МЕЖДУ
ЧЕЛОВЕКОМ И ЦВМ ПРИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЕЕ НЕИСПРАВНОСТЕЙ**

Время восстановления ЦВМ является важным показателем ее ремонтпригодности, и на разработку способов его уменьшения направлены усилия многих исследователей.

Одним из радикальных способов снижения времени восстановления ЦВМ считается автоматический поиск ее неисправностей, осуществляемый с помощью программ диагностики.

Современный уровень развития теории построения диагностических программ позволяет составлять программы локализации в основном устойчивой неисправности. Однако опыт эксплуатации ЦВМ показывает, что значительная часть неисправностей представляет собой поток кратковременных отказов (сбоев) такой плотности, при которой дальнейшее выполнение машиной заданных функций становится невозможным. Ниже будут обсуждаться вопросы поиска неисправностей именно этого класса.

Задача локализации неисправностей рассматриваемого класса в настоящее время не может быть решена с достаточной эффективностью автоматическим способом, поскольку она содержит признаки экстрополюционной задачи с неопределенной областью поиска [1]. Поэтому ее решение остается прерогативой человека, а следовательно, связано с большими временными затратами.

По мнению автора, можно значительно сократить время поиска неисправностей ЦВМ, если задачу ее восстановления решать с позиций проблемы распределения функций между человеком и машиной*.

Общей целью распределения функций является наиболее эффективное использование специфических качеств человека. Применительно к процессу локализации неисправностей ЦВМ важнейшие качества человека связаны с его эвристическими возможностями. Из этого следует, что распределение функций при поиске неисправностей должно быть направлено прежде всего на освобождение человека от элементов деятельности нетворческого характера и передачу их для исполнения ЦВМ.

По-видимому, можно построить множество вариантов распределения функций, отличающихся различной степенью автоматизации процесса локализации неисправностей. Выбор того или иного варианта осуществляется по некоторому критерию, в качестве которого естественно взять среднее время поиска

* Достаточно подробно проблема описана, например, в [2].

неисправности. На основе данного критерия задачу распределения функций между человеком и ЦВМ в процессе локализации ее неисправностей можно сформулировать так: из всех возможных вариантов распределения необходимо выбрать тот, который обеспечивает минимальное среднее время поиска неисправности в области ограничений, например, на стоимость варианта, время выполнения ЦВМ возложенных на нее отдельных функций процесса поиска неисправности и т. д. Очевидно, в приемлемом варианте распределения будут автоматизированы в первую очередь элементы деятельности нетворческого характера, выполнение которых человеком связано с большими временными затратами. Для выделения таких элементов необходимо проанализировать деятельность человека в процессе локализации неисправностей ЦВМ, которая в общем плане сводится к следующему.

Источником информации, используемой человеком при поиске неисправности, является картина сбоя, т. е. состояние индикации пульта управления ЦВМ в момент возникновения сбоя. В результате переработки информации строится гипотеза о предполагаемой причине неисправности. Выдвинутая гипотеза проверяется соответствующим экспериментом, например, заменой подозреваемого блока с последующей проверкой функционирования ЦВМ. Поскольку, как правило, не удается локализовать неисправность с первой попытки, процесс локализации носит циклический характер.

В зависимости от объема переработанной информации, на которой основывается выдвинутая гипотеза, можно выделить две стратегии локализации неисправности. Одна из них заключается в том, что человек анализирует всю картину сбоя и по мере увеличения числа просмотренных картин сужает область поиска отказавшего элемента. Вторая стратегия основана на анализе некоторого фрагмента картины сбоя, соответствующего одной из возможных альтернатив относительно неисправности, и переработка информации, содержащейся в картине последующего сбоя, осуществляется в целях проверки достоверности выдвинутой гипотезы. Отсутствие признака предлагаемой неисправности в очередном сбое является основанием для выдвижения новой гипотезы по соответствующему ей фрагменту картины сбоя.

Первая стратегия поиска является более предпочтительной, так как для выявления истинной гипотезы достаточно проанализировать меньшее число картин сбоя, что особенно важно при сравнительно редких сбоях. Кроме того, она позволяет усмотреть закономерности в картинах сбоев, что способствует уменьшению количества экспериментальных проверок ложных гипотез.

Справедливость первого утверждения покажем на следующем упрощенном примере.

Пусть n — количество гипотез о причинах неисправности, выдвинутых при анализе первого сбоя, q — вероятность того, что ложная гипотеза подтвердится при очередном сбое ЦВМ, P_q — достоверность гипотезы, при достижении которой приступают к экспериментальной ее проверке, N_s ($s = 1, 2$) — число сбоев, необходимых для выявления истинной гипотезы соответственно при первой и второй стратегии поиска неисправности. Тогда для первой стратегии поиска, полагая гипотезы независимыми, имеем $P_g = (1 - q^{N_1})^{n-1}$, т. е. P_g — вероятность того, что при анализе N_1 картин сбоев все ложные гипотезы будут отброшены. Разрешив уравнение относительно N_1 и приняв во внимание, что $\ln(1-x) \approx -x$ при $x < 1$, получим

$$N_1 \approx \frac{\ln(1 - P_g) - \ln(n-1)}{\ln q}. \quad (1)$$

При второй стратегии поиска неисправности гипотеза подвергается экспериментальной проверке, если фрагмент картины сбоя, соответствующий данной гипотезе, повторился m раз подряд. В этом случае

$$1 - P_g = q^m, \text{ откуда } m = \frac{\ln(1 - P_g)}{\ln q}.$$

Для выявления истинной гипотезы необходимо проанализировать в среднем $N_2 = \bar{N}_n + m$ сбоев, где \bar{N}_n — среднее число сбоев, анализируемых человеком при выдвижении ложных гипотез, причем число сбоев, приходится на каждую из них,

$$r_n = \sum_{j=1}^m iq^{j-1}, \text{ а } \bar{N}_n = \bar{r}_n \sum_{j=1}^{n-1} P_{nj},$$

где P_{nj} — вероятность выбора ложной гипотезы при j -й попытке выявления истинной.

Очевидно, что $P_{nj} = \frac{n-j}{n+1-j}$ и после несложных преобразований можно получить следующее выражение:

$$N_2 = (n-1) \sum_{j=1}^m iq^{j-1} - \sum_{j=2}^n \frac{1}{j} + m. \quad (2)$$

Нетрудно убедиться, что для практических значений величин q и P_g $N_2 > N_1$. Кроме того, поскольку в выражении (2) $\sum_{j=2}^n \frac{1}{j}$ с увеличением n возрастает незначительно, можно считать, что $N_2 \sim n$, в то время как $N_1 \sim \ln n$. Это свидетельствует о росте преимущества первой стратегии поиска неисправности по мере увеличения числа альтернатив о возможных ее причинах.

Другое преимущество первой стратегии локализации неисправности основывается на том, что в результате сложного взаимодействия устройств ЦВМ фрагменты картины сбоев,

соответствующие определенным гипотезам, зачастую оказываются зависимыми. В этих условиях первая стратегия дает возможность выдвинуть несколько гипотез, различающихся степенью достоверности, и в определенном смысле оптимизировать процесс поиска неисправности. Вторая же стратегия увеличивает вероятность принятия ложной гипотезы за истинную и по существу сводится к недостаточно эффективному методу проб и ошибок.

Несмотря на преимущества первой стратегии поиска неисправности, применение ее человеком затруднено в связи с рядом рассматриваемых ниже обстоятельств.

В основе первой стратегии лежит переработка полного объема информации, содержащейся в N картинах сбоя. Поскольку переработка информации предполагает прежде всего ее запоминание, следует остановиться на особенностях памяти человека.

Наиболее быстродействующей памятью человека является оперативная. Однако емкость ее ограничена, как известно, 7 ± 2 сигналами, что намного меньше числа сигналов, выдаваемых индикацией пульта управления ЦВМ. Запоминание же информации и долговременной памяти человека связано с большими временными затратами и требует определенной психологической обстановки, которая не всегда может быть создана. В силу этих причин человек способен выбрать в лучшем случае некоторую промежуточную стратегию поиска неисправности, что не обеспечивает полное использование его эвристических возможностей.

Другое обстоятельство, снижающее эффективность деятельности человека (в большей степени при первой стратегии поиска неисправности), состоит в том, что в целях получения необходимой информации о сбое он вынужден выполнять большое количество механических действий с органами управления ЦВМ. Это в значительной мере увеличивает время анализа сбоя и в конечном счете время поиска неисправности.

Таким образом, выполнение человеком функций сбора и запоминания информации о сбоях существенно снижает эффективность его деятельности в процессе поиска неисправностей. Если названные функции передать для исполнения ЦВМ, то получим вариант распределения функций между человеком и ЦВМ, в котором картина сбоя выдается автоматически машиной, а человек осуществляет построение и проверку гипотез относительно причин неисправности. Данный вариант распределения имеет ряд преимуществ перед обычным, ручным поиском неисправностей. Основные из них сводятся к следующему.

Во-первых, представление человеку серии картин сбоя печатающим устройством ЦВМ значительно ускоряет процесс сужения области поиска, поскольку дает ему возможность построить наиболее вероятные гипотезы о причинах неисправности.

сти практически без временных затрат на сбор информации и ее запоминание.

Во-вторых, большей части отказов ЦВМ предшествуют сбои, последствия которых могут быть устранены соответствующими программами. Если предусмотреть одновременную выдачу на печать картины сбоя, то тем самым обеспечивается выявление возможных причин неисправности до наступления отказа ЦВМ. Благодаря этому, с одной стороны, создается обстановка спокойствия, в условиях которой мыслительная деятельность человека наиболее эффективна, с другой,— сокращается время восстановления ЦВМ, так как остается лишь проверить экспериментальным путем выдвинутые гипотезы.

Однако эффективность рассмотренного (как и любого другого) варианта распределения функций в значительной мере определяется степенью полноты и соответствия истинной картины сбоя картине, отображаемой человеку программным способом. Следует отметить, что индикация состояния отдельных устройств ЦВМ, находящихся в эксплуатации, предназначается в основном для обеспечения работы человека непосредственно за пультом управления. Отсутствие программного доступа к элементам индикации не позволяет выдать автоматически то количество информации о сбое, которое может быть получено в результате восприятия сигнализации, выведенной на панели пульта. Тем не менее даже в этих условиях программы регистрации сбоев с выдачей информации на печать оказываются достаточно полезными при поиске неисправностей ЦВМ.

В приведенном выше варианте распределения функций между человеком и ЦВМ в процессе поиска ее неисправностей машина выполняет функции сбора информации о сбоях и вывода ее на печать. В зависимости от конкретных условий автомату могут быть переданы для исполнения и некоторые другие элементы деятельности человека по локализации неисправностей.

ВЫВОДЫ

1. Автоматический поиск неисправностей современных ЦВМ не может решить полностью задачу локализации всех классов неисправностей, поэтому значительную часть их человек вынужден устранять вручную.

2. На настоящем уровне развития техники целесообразный путь сокращения времени поиска неисправностей, не поддающихся автоматическому диагностированию,— распределение функций между человеком и ЦВМ в процессе ее восстановления.

3. Наибольшая эффективность распределения функций может быть обеспечена в том случае, если решение задачи назначения будет осуществляться на стадии проектирования ЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поспелов Д. А., Пушкин В. Н. Мышление и автоматы. М., «Сов. радио», 1972. 224 с.
2. Инженерно-психологическое проектирование. М., Изд-во Моск. ун-та, 1970, вып. I. Проблема распределения функций в системах «человек — машина». Сб. пер., 1970. 226 с.

УДК 62—50:62—505

В. В. МАЛЫЙ, В. М. МИХАЙЛЕНКО, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ОДНОГО КЛАССА СЛОЖНЫХ СЕТЕВЫХ СИСТЕМ

Основные предпосылки

Реальная сетевая система, работающая в некотором номинальном режиме, соответствующем предъявленным требованиям, может быть подвержена одному из двух видов возмущений — информационному или физическому. Под первым будем понимать возмущение, вызванное изменением требований к номинальному режиму в ряде ветвей (задача реорганизации систем). Второе связано с изменением параметров ветвей (задача аварийных режимов). Оба возмущения приводят систему в некоторое состояние, не соответствующее предъявляемым к системе требованиям. Отличие между ними состоит в том, что этот перевод информационное возмущение осуществляет неявно, без изменения физического состояния сети, т. е. без каких-либо переходных процессов в элементах системы. По другому обстоит дело с физическим возмущением, с которым сопряжен неуправляемый переходный процесс, переводящий систему в состояние, соответствующее новому набору параметров сети.

Задача управления состоит в нахождении стратегии перевода системы из возникающего возмущенного состояния в состояние, обеспечивающее выполнение требований, предъявляемых к системе и, возможно, оптимизирующее работу в смысле мощностных потерь.

Такая постановка задачи предполагает априори известным начальное возмущенное состояние и ряд требований к конечному состоянию. Выделяем два этапа управления: на первом — осуществляется перевод системы из начального состояния в допустимое конечное (не обязательно оптимальное, случаи аварийных режимов), в котором выполняются предъявленные к системе требования. На втором этапе система из допустимого состояния переводится в оптимальное в смысле минимума

энергетических потерь в распределительной сети системы (случай проектирования, реконструкции).

Рассмотрим задачу управления на первом этапе.

Сетевая система как объект автоматического управления

Выступая в роли объекта управления, сетевая система рассматриваемого класса характеризуется входным управляющим воздействием u и функцией-выходом y . Одновременно с системой связана временная функция x , носящая название функции состояния. В общем случае значения $y(t)$, $x(t)$ функций выхода и состояния в некоторый момент времени зависят от состояния системы $x(t_0)$ в начальный момент времени и вида приложенного на входе воздействия $u(t_0; t)$:

$$y = g[x(t_0); u(t_0; t); (t_0; t)]; \quad (1)$$

$$x = f[x(t_0); u(t_0; t); (t_0; t)], \quad (2)$$

где $x(t)$ — переменная, определенная на T со значениями в Σ ;

$y(t)$ — переменная, определенная на T со значениями в Y ;

$u(t_0; t)$ — элемент множества U функций определенного класса, осуществляющих преобразование из T в Ω на отрезке $(t_0; t)$.

Пространство состояний Σ для сетевых систем рассматриваемого класса представляется в виде декартова произведения

$$\Sigma = Q \times H \quad (3)$$

пространства Q последовательной переменной q и пространства H параллельной переменной h . Пространство выхода Y определяется как некоторое подпространство пространства Σ , элементы y которого выражаются через элементы q и h следующим образом:

$$y = \{q_i; i \in \{e\}^t; h_j; j \in \{e\}^t\}. \quad (4)$$

Выражение (4) служит определением функции выхода y через функцию состояния $x = \{q; h\}$.

Таким образом, математическая модель адекватно описывается системой (2), представляющей собой систему уравнений в частных производных со связанными граничными условиями. Это делает запись системы [2] для сетей со сложной топологией в общем виде практически невозможной, не говоря уже о методах расчета такой системы. Единственный выход — путем принятия ряда допущений свести математическую модель к более простой, например, дискретной модели, которая позволила бы определить состояние и выход системы не для всех значений $(t_0; t)$, а для дискретного множества точек $t \in (t_0; t)$, $\tau = 1, \dots$

Для такой модели входное воздействие $u \in U$ будет различаться с точностью до значений функций $u(t_\tau)$ в моменты

времени t , $\tau = 1, \dots$. Поэтому, если не оговорено особо, под управляющим воздействием, определенным в результате реализации алгоритма управления в виде последовательности значений

$$\{u^*(t_\tau)\}, t_\tau \in [t_0; t], \tau = 1, \dots \quad (5)$$

следует понимать некоторый подкласс управляющих функций $\{u\}$, определенный следующим образом:

$$\{u\} = \{u \in U : \forall t_\tau \in (t_0; t], u(t_\tau) = u^*(t_\tau)\}.$$

Проведенная дискретизация упрощает модель, но не дает возможности свести сами уравнения к более простому виду, например, к уравнениям, описывающим стационарный режим.

Введем в рассмотрение функцию стационарного состояния $x[u(t)]$, определяемую как состояние системы x , значение которого в некоторый момент времени $t \in T$ соответствует значению функции управления $u(t)$ в этот момент времени и не зависит от предыстории процесса, т. е.

$$x[u(t)] = \varphi[u(t); t \in T]. \quad (6)$$

Различие между функциями $x[u(t)]$ и

$$x(t) = f[x(t_0); u(t_0; t)] \quad (7)$$

заключается в том, что $x(t)$ определяет состояние системы в момент t в процессе динамической работы, которое зависит не только от значения функции управления $u(t)$ в этот момент времени, но и от предыстории процесса, соответствующей $u(t_0; t)$. Значение функции $x[u(t)]$ соответствует стационарному состоянию системы при условии, что на входе приложено постоянное управление u^* , равное значению функции управления u в момент времени t .

Анализ характера переходных процессов, происходящих в элементах сети и вызванных изменением параметров в ряде ветвей, позволяет предположить, что существует определенная зависимость между значением $x(t)$ функции состояния x в момент времени t и значением $x[u(t)]$ стационарной функции состояния в тот же момент времени. Оценку этой зависимости дает следующая гипотеза.

Гипотеза. В любой момент времени $t \in T$ значение функции состояния x не выходит за пределы интервала, границы которого определяются значениями функции $x[u(t)]$ и ее производных $\frac{d^l}{dt^l} x[u(t)]$ в этот момент времени, т. е.

$$\forall t \in T, x(t) \in [x^n(t); x^0(t)];$$

$$x^n(t) = F^n[x[u(t)]; \frac{d^l}{dt^l} x[u(t)], l = 1, \dots, n]; \quad (8)$$

$$x^b(t) = F^b[x(u(t)); \frac{d^l}{dt^l}(x[u(t)]), l = 1, \dots, n]. \quad (9)$$

Функции F^n и F^b характеризуют влияние физических свойств элементов сети на динамические процессы, протекающие в ней. Ограничимся рассмотрением таких систем, элементы которых допускают представление функций (8), (9) в виде

$$x^n(t) = x[u(t)] - [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx[u(t)]}{dt} \right|; \quad (10)$$

$$x^b(t) = x[u(t)] + [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx[u(t)]}{dt} \right|, \quad (11)$$

где $[\text{diag } a_i]$ — диагональная матрица с элементами a_i , отражающими это влияние.

Принятая гипотеза позволяет описание переходного процесса функцией x свести к описанию этого процесса более простой функцией $x[u(t)]$, удовлетворяющей определенным ограничениям, построенным на основе (10), (11). Таким образом, динамический режим работы сети заменяется квазистационарным режимом. В общем случае значения функции состояния x в любой момент времени должны принадлежать некоторому подмножеству Σ^k пространства Σ , носящему название критической допустимой области, выход за пределы которой приводит к аварийной ситуации:

$$\forall t \in T, x(t) \in \Sigma^k, \quad (12)$$

где

$$\Sigma^k = \{x(t) : x^- < x(t) < x^+\}. \quad (13)$$

Сопоставляя (10), (11) с (12), (13), получаем условия, накладываемые на квазистационарный режим работы сети:

$$x^- - x[u(t)] + [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx[u(t)]}{dt} \right| < 0; \quad (14)$$

$$-x^+ + x[u(t)] + [\text{diag } a_i] \left| \frac{dx[u(t)]}{dt} \right| < 0. \quad (15)$$

Выполнение неравенств (14), (15) гарантирует невыход функции состояния x за пределы допустимой критической области Σ^k в любой момент времени $t \in T$. Если учесть, что компоненты вектора $x[u(t)] = [q[u(t)]; h[u(t)]]$ должны удовлетворять постулатам сетей, записанных для случая $\gamma = u(t)$, что следует из определения функции $x[u(t)]$, то система уравнений (2) математической модели для некоторого момента времени $t \in T$ примет вид

$$f_j^I \equiv f_j^I[q[u(t)]] = 0, j \in I_I; \quad (16)$$

$$f_j^{II} \equiv f_j^{II}[h[u(t)]] = 0, j \in I_{II}; \quad (17)$$

$$f_j^{III} \equiv f_j^{III}[q[u(t)]; h[u(t)]; u(t)] = 0, j \in I_{III}. \quad (18)$$

переменные состояния $q[u(t)]$, $h[u(t)]$ которой должны удовлетворять системе неравенств (14), (15), а переменная управ-

ления $u(t)$ принимать значения из допустимой области управления

$$\Omega_u = \{u(t) : \gamma^- \leq u(t) \leq \gamma^+\}. \quad (19)$$

Таким образом, соотношения (14)–(19) определяют упрощенную математическую модель задачи управления сложной сетевой системой, не нарушающей (что оговорено приводимой здесь аксиомой) физической сущности процессов управления.

Критерий качества задачи управления на первом этапе

Выделим в пространстве Σ некоторое подмножество $\Omega_x \subset \Sigma_x$ и определим на Σ^* функцию аргумента x

$$D(x; \Omega_x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \in \Omega_x; \\ d(x, \Omega_x), & \text{если } x \notin \Omega_x, \end{cases} \quad (20)$$

где $d(x, \Omega_x) = \{d^i(x_i; \Omega_{x_i})\}$ — вектор-функция, компоненты которой определяются по формуле

$$d^i(x_i; \Omega_{x_i}) = \inf_{x_i^* \in \Omega_{x_i}} |x_i - x_i^*|. \quad (21)$$

Функция плотности потерь p_i i -го элемента системы, численно равная потерям, которые несет i -й элемент в единицу времени при выходе его состояния x_i за пределы области Ω_{x_i} , очевидно зависит от $D_i(x_i; \Omega_{x_i})$ и технико-экономических характеристик b_i самого элемента i :

$$p_i = b_i(D_i) D_i(x_i; \Omega_{x_i}). \quad (22)$$

Общие потери, которые несет система, начиная с момента времени t_0 начала действия возмущений, вычисленные в момент времени $t > t_0$, определяется следующим образом:

$$P(t) = \sum_{i \in \{e\}} \int_{t_0}^t p_i(t) dt. \quad (23)$$

Для первого этапа управления существенно выделение временного интервала $[t_a; t_b] \subset T$, на котором непосредственно производится управление, и интервала $[t_0; t_a]$ машинного времени реализации алгоритма, в течение которого состояние системы остается неизменным и равным начальному состоянию $x(t_0)$. Тогда (23) примет вид

$$P(t) = P(t_a) + \sum_{i \in \{e\}} \int_{t_a}^t p_i(t) dt \quad (t_a < t < t_b), \quad (24)$$

где t_b — момент времени окончания первого этапа управления, определяемый как

$$t_b = \{\min(t \in T) : p_i(t) = 0, \forall i \in \{e\}\}. \quad (25)$$

В некоторых случаях для улучшения сходимости алгоритмов управления и уменьшения значения t_n целесообразно ослабить (25) путем замены условия $p_i(t) = 0, \forall i \in \{e\}$ менее жестким условием

$$p_i(t) < \varepsilon_i, \forall i \in \{e\}. \quad (26)$$

По тем же причинам на переменную состояния $x(t)$ накладывается ограничение

$$|x_i(t^*) \in \Omega_{x_i}, t^* \in [t_n; t_k]| \rightarrow |x_i(t) \in \Omega_{x_i}, t \in [t^*; t_k]| (i \in \{e\}). \quad (27)$$

Условие (27) обеспечивает сходимость

$$\sum_{i \in \{e\}} \int_{t_n}^{t_k} p_i(t) dt$$

к нулю при $t \rightarrow \infty$ при условии, что множество $\Omega_x \cap \Sigma^{con}$ не пусто, а множество $\{e\}$ конечно.

Таким образом, задача оптимального управления сложной сетевой системой рассматриваемого класса свелась к нахождению такого управляющего воздействия u на интервале $[t_n; t_k]$, которое бы минимизировало критерий $P(t_n)$ при соблюдении соотношений (14) — (19).

Приведенная математическая модель является задачей непрерывного математического программирования с нелинейной системой ограничений, что значительно усложняет методы нахождения решения такой задачи, что, в свою очередь, увеличивает постоянную часть критерия P . Поэтому необходимо свести решение такой задачи к решению ряда более простых в математическом отношении задач, что позволит получить определенный выигрыш в смысле критерия P . Это может быть, например, достигнуто путем аппроксимации непрерывной модели некоторой рекуррентной последовательностью моделей, поставленных в соответствие отрезкам временного интервала $[t_n; t_k]$, на которые он разбивается в результате квантования по времени.

УДК 62—50

В. А. ЗАБРОДСКИЙ, Т. Г. ПОЛТАШЕВСКАЯ

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ПОСТРОЕНИЯ КООПЕРИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Структура и развитие общественного производства определяются составом его элементов и способами формирования связей между ними. Поэтому особое значение приобретают вопросы анализа и синтеза кооперирующих систем (КС). Под коопе-

рирующей (как и другой абстрактной) системой, понимается совокупность объектов с заданными отношениями между ними. В качестве кооперирующей может рассматриваться система взаимодействующих предприятий или подразделений предприятия, связи между которыми могут носить вещественный и информационный характер.

Основные понятия и определения. Пусть $A = \{a_i\}$, $i \in I$ — множество элементов кооперирующей системы. Под элементами последней понимаются элементы, неделимые далее средствами данного метода в границах данного исследования.

На множестве A может быть задано определенное множество отношений $R = \{R_1, \dots, R_l, \dots, R_m\}$, $R \neq \emptyset$.

Тогда связи между элементами кооперирующей системы устанавливаются отношениями между элементами.

Определение 1. Набор связей элементов, определяемых отношением R , образуют структуру кооперирующей системы.

Назовем последнюю абсолютно связанной, если на A найдено конечное число отношений R_1, \dots, R_m , охватывающее все элементы системы.

Кооперирующую систему, у которой ни один элемент не связан с другими перечисленными отношениями, назовем квазисистемой (пустой системой).

Абсолютно связанные системы и квазисистемы являются предельными случаями кооперирующей системы.

Определение 2. Пару (a_i, a_j) назовем модулем кооперирующей системы, если R_i истинно $(R_i(a_i, a_j))$.

Модуль системы назовем насыщенным, если R_i реализует двухсторонние связи между элементами a_i и a_j . Модуль системы будем называть направленным, если R_i реализует односторонние связи между элементами a_i и a_j . Модуль системы будем называть изолированным, если не существует связей элементов a_i и a_j , образующих пару (модуль), с другими элементами кооперирующей системы или внешней средой.

Если же между одним из элементов, входящих в модуль, и внешней средой могут быть установлены связи, то такой модуль будет называться открытым.

В общем случае можно выделить два класса кооперирующих систем:

- 1) системы с прямыми связями;
- 2) системы с опосредованными связями.

В кооперирующих системах второго типа R_i реализует связи между a_i и a_j через условно выделенный центральный элемент, называемый накопителем (в зависимости от вида системы — банком или магазином).

Для каждого класса кооперирующей системы должны быть использованы те или иные методы анализа и синтеза структуры управления системой.

Для решения задач управления кооперирующей системы необходимо прежде всего определить характер отношения между ее элементами, а также выяснить, какие именно отношения являются наиболее существенными для анализа системы.

Вещественные связи элементов кооперирующих систем. В процессе обмена продуктами труда в кооперирующей системе возникает разветвленная сеть технологических вещественных связей.

Сеть связей по мере развития и специализации производства на каждом предприятии непрерывно изменяется и становится более сложной и динамической. Поэтому при построении кооперирующих систем основной задачей управления является рациональное формирование связей между элементами системы.

В практике кооперирующих систем можно выделить два подхода к формированию связей между элементами:

1) организация «относительно постоянных» связей между элементами. Например, централизованная организация связи между предприятиями в системе снабжения, т. е. «жесткое» прикрепление поставщиков к потребителям;

2) организация «гибких» связей. Например, децентрализованная организация связей на основе прямых договоров между предприятиями.

Каждая из указанных форм связи имеет преимущества и недостатки, свойственные «жесткой» и «гибкой» коммутациям элементов в любой большой системе.

Централизованная организация связи в принципе позволяет оптимизировать планы прикрепления поставщиков к потребителям с учетом не только транспортных факторов, но и структуры производств поставщиков. Однако такой вид связей имеет существенный недостаток, заключающийся в значительном ослаблении свойств самоорганизации кооперирующей системы, что в свою очередь может привести к неэффективному функционированию системы.

Эффективное функционирование развивающейся системы может быть достигнуто при более полном использовании принципов адаптации системы.

Поэтому в последнее время все возрастающий удельный вес приобретают прямые договоры между предприятиями.

Рассмотрим организацию связей на примере простой кооперирующей системы. Последнюю будем считать простой, если существует последовательная односторонняя направленная связь между поставщиками и потребителями. Пусть F_i — функция преобразования входа ω_i в выход X_i элемента a_i кооперирующей системы. Тогда общий выход системы можно представить в виде суперпозиции функций преобразования

$$X_1^0 = F_1(\omega_1^0) = \omega_2^0;$$

$$X_2^0 = F_2(\omega_2^0) = F_2[F_1(\omega_1^0)];$$

.....

$$X_n^0 = F_n[F_{n-1}[\dots[F_1(\omega_1^0)]]].$$

Предположим, что система подвержена случайным воздействиям. В простых системах в результате случайных воздействий возникает последовательное накопление отклонений и на выходе ее образуется суммарное отклонение. Для сложных кооперирующих систем указанное не справедливо.

Обеспечение нормального функционирования кооперирующей системы достигается на практике организацией на предприятиях запасов. Формирование запасов на каждом предприятии приводит к неоправданному большому замораживанию средств. Более экономичным в этом случае считается создание центрального склада или накопителя. Централизация позволяет обеспечить нормальную работу n предприятий, если запас на центральном складе будет таким, что обеспечит случайную потребность k -го предприятия в комплектующих изделиях или материалах.

Централизация запаса значительно снижает его общий объем по сравнению с децентрализованными запасами. Однако такая система менее мобильна, так как здесь информация между предприятиями и вещественные связи между ними не являются непосредственными, — замыкаются через накопитель. Это приводит к тому, что в системе появляются запаздывания в передаче и получении необходимого объема комплектующих изделий и информации. Особенно ощутимо временное запаздывание в случае, когда появляются сбои в такой системе. Поэтому наиболее целесообразным, на наш взгляд, будет построение систем с прямыми связями. Управление кооперирующей системой тогда будет основано на построении игровой модели. Целесообразно также формирование не общего накопителя, а каких-то частных, позволяющих обеспечить управление группой элементов кооперирующей системы.

Указанные вопросы пока решаются чисто интуитивно.

Информационные связи элементов кооперирующих систем. Информационный аспект объединения элементов КС возникает в связи с необходимостью организации управления системой. Например, предприятия, специализирующиеся на производстве определенных видов продукции, образуют отрасль, которая в свою очередь является относительно независимым элементом более крупной системы.

Взаимодействие предприятий и вышестоящего органа главка (отрасли как центрального органа управления) осуществляется путем передачи определенных объемов информации. Тогда информация между элементами может рассматриваться как

взаимодействие элементов по согласованию, а информация от центрального органа будет рассматриваться как управляющая. Информация о состоянии элементов, которая передается в центральный орган управления, называется информацией связи.

Кроме указанного признака объединения элементов, могут быть признаки географического положения, однородности в смысле выполняемых функций и идентичности выходной информации.

Таким образом, группировку элементов КС можно проводить по одному или нескольким признакам. В последнем случае необходимо дать весовую оценку каждому признаку и в соответствии с этим формировать группы.

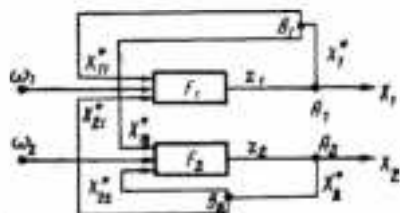
Основу функционирования кооперирующей системы, у которой может быть выделен центральный орган, составляют методы и принципы агрегирования информации. Обычно в процессе агрегирования теряется значительный объем информации. Это обусловлено тем, что агрегация не учитывает внутренней структуры исходных элементов, а оперирует, как правило, с параметрами входов и выходов системы. Чем выше уровень управления, тем большее значение приобретают вопросы организации эффективного взаимодействия элементов кооперирующей системы. Способ агрегирования в значительной степени зависит от цели и конкретных условий его использования.

При исследовании взаимодействия агрегатов или элементов кооперирующей системы могут быть использованы методы теории матриц и теории графов. Например, в графах, описывающих кооперирующую систему, можно рассматривать индетерминированное появление вершин и связей между ними.

Информационные взаимодействия элементов кооперирующей системы строятся, как правило, на основе анализа вещественных связей.

Структура модуля кооперирующей системы. Предположим, что при заданных факторах производства надо сформировать выходные продукты X соответствующего модуля кооперирующей системы. Процедуру преобразования входных ресурсов в модуле в общем виде можно представить в виде блок-схемы (рисунок).

Исследование модуля кооперирующей системы заключается в решении вопросов оценки влияния каждого элемента модуля друг на друга и регулирования в самой вершине модуля.



Блок-схема модуля кооперирующей системы.

Рассматривая процесс функционирования модуля кооперирующей системы, связи между элементами модуля, упрощенно можно оценить из условий статического равновесия в точках A_1 и A_2 . Уравнения статического равновесия для модуля кооперирующей системы будут

$$z_1 - X_1 - X_1^* = 0; \quad z_2 - X_2 - X_2^* = 0.$$

Уравнения статического равновесия наглядно показывают, что продукты z_1 и z_2 не выходят полностью во внешнюю среду, а перераспределяются между элементами модуля кооперирующей системы. Уравнение обратной связи рассматривается относительно точек B_1 и B_2 . В этих точках должны соблюдаться балансы межпродуктовых потоков. Это означает, что количество выходного продукта, идущее к элементу модуля, может быть определено следующим образом:

$$X_1^* = X_{11}^* + X_{12}^*; \quad X_2^* = X_{21}^* + X_{22}^*.$$

Далее следует построить уравнения, отражающие динамику процесса в модуле. Для построения динамической модели может быть использован аппарат динамики средних, который ставит цель — непосредственно изучить средние характеристики случайных процессов, протекающих в сложных системах с большим числом состояний*.

В построении математической модели модуля участвуют характеристики отдельных элементов и общие характеристики модуля. Предположим, что «элемент» модуля состоит из N однородных элементов $S = \{S_1, \dots, S_N\}$. Каждый элемент $S_e \in S$ может находиться в каком-либо из состояний $\xi_i \in \Xi$. Переход S_e из состояния ξ_i в ξ_j осуществляется под действием некоторых потоков событий $\lambda_{ij}(t)$, зависящих от t . Введем в рассмотрение случайную величину $A_i(t)$ — число единиц, находящихся в момент t в состоянии ξ_i , называемую численностью состояния ξ_i в момент времени t .

Предположим далее, что для каждого элемента модуля определены $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ и диаграмма состояний, указывающая схему перехода из ξ_i в ξ_j . Если в момент t в состоянии ξ_1 находится $A_1(t)$ элементов, то за Δt значение $A_1(t)$ изменится на $\Delta A_1(t)$ в результате перехода элементов из состояния ξ_1 в ξ_2 с интенсивностью $\lambda_{12}(t)$; из состояния ξ_1 в ξ_3 с интенсивностью $\lambda_{13}(t)$; из ξ_3 в ξ_1 с интенсивностью $\lambda_{31}(t)$.

Указанное описывает диаграмму состояний.

Тогда, исходя из уравнения баланса для $\xi_1(t)$, приращение величины $A_1(t)$ за время Δt составит

$$\Delta A_1(t) = -\lambda_{12}(t) A_1(t) \Delta t - \lambda_{13}(t) A_1(t) \Delta t + \lambda_{31}(t) A_3(t) \Delta t.$$

* Вентцель Е. С. Исследование операций. М., «Сов. радио», 1972. 86 с.

Аналогично для остальных состояний $\xi_2(t)$ и $\xi_3(t)$ будут уравнения

$$\begin{aligned}\Delta A_2(t) &= \lambda_{12}(t) A_1(t) \Delta t; \\ \Delta A_3(t) &= -\lambda_{21}(t) A_2(t) \Delta t + \lambda_{13}(t) A_1(t) \Delta t.\end{aligned}$$

Динамическая модель модуля КС должна строиться с учетом следующих величин:

a_{11} , a_{22} — коэффициенты прямых затрат, указывающие, какая доля выходных продуктов элементов модуля используется на собственные нужды (коэффициенты обратных связей);

a_{12} , a_{21} — коэффициенты прямых затрат, соответствующие доле выходного продукта одного из элементов модуля для нужд производства другого элемента;

a_1^* , a_2^* — коэффициенты косвенных затрат, указывающие, какие части выходных продуктов элементов модуля передвигаются во внешнюю среду.

Для модуля КС определяется диаграмма состояний и в соответствии с ней строится динамическая модель.

ВЫВОДЫ

Для решения задач анализа и синтеза кооперирующих систем необходимо рассмотреть следующие вопросы:

- 1) классифицировать виды кооперирующих систем;
- 2) классифицировать виды сопряжения элементов;
- 3) выделить модули и определить их основные характеристики;
- 4) построить диаграммы состояний элементов и системы в целом;
- 5) построить математическую модель кооперирующей системы.

УДК 681.058

В. О. КУРТ-УМЕРОВ, канд. техн. наук,
А. В. ЧЕРКАШИН, канд. техн. наук

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Развитие средств автоматической обработки информации сопровождается широким применением преобразователей с дискретно-аналоговым представлением величин. Особый класс из них представляют динамические функциональные преобразователиДФП [1, 2, 3], отличительной особенностью которых является использование 1) нелинейных функций переходного состояния цепей в формировании выходного сигнала; 2) элементов сравнения ЭС, указывающих место совпадения значений преобразующей и входной функций; 3) ключевых элементов КЭ, отсчитывающих значения преобразующих функций.

С небольшими дополнениями на ДФП может быть распространена приведенная в [1] классификация, подразделяющая их функциональные схемы на три основных типа — прямые, обратные и сопряженные математические развертывающиеся системы. Различные комбинации этих функциональных схем представляют самые разнообразные ДФП, что является основой обобщенного изучения выделенного класса ДФП. Одной из основных задач является нахождение математических моделей развертывающихся систем, позволяющих применять общие методы анализа для исследования ДФП.

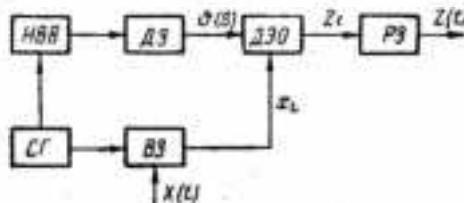


Рис. 1.

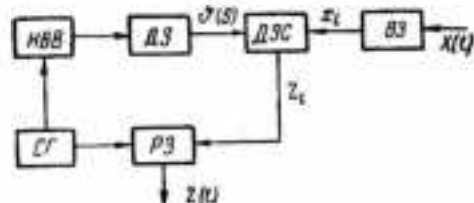


Рис. 2.

ИВВ — источник возмущающего воздействия.

Если линейные преобразования регистрирующих звеньев РЗ схем рис. 1, 2 расценивать как частный случай нелинейных преобразований, то первые два типа функциональных схем ДФП можно рассматривать как производные схемы рис. 3, которую считаем обобщенной функциональной схемой.

Предполагаем, что аналоговые звенья ДЗ-1 и ДЗ-2, воспроизводящие преобразующие функции, являются линейными и могут быть идентифицированы передаточными функциями

$$W_{ДЗ-1}(p), W_{ДЗ-2}(p).$$

Тогда задача построения математической модели обобщенной схемы рис. 3 будет решена, если математически определить дискретные операции, осуществляемые ДЭС и ДЭО, а также структурно связать аналоговые звенья и дискретные элементы этой схемы.

Математически дискретные операции предлагается устанавливать с помощью логических функций, результаты которых

При построении математической модели ДФП исходными будем считать три типа функциональных схем, приведенных на рис. 1, 2, 3, где приняты следующие обозначения:

ДЗ — динамическое звено, воспроизводящее преобразующую функцию $V(S)$;

ДЭС — дискретный элемент сравнения;

ДЗО — дискретный элемент отсчета;

РЗ, ВЗ — регистрирующее и входное звенья;

СГ — синхронизирующий генератор;

выражаются единичной ступенчатой функцией и импульсной δ -функцией. При таком решении первого вопроса для структурной связи аналоговых звеньев с дискретными элементами могут быть применены методы, посредством которых анализируются линейные импульсные системы автоматического управления.

Рассмотрим математическую модель обобщенной схемы ДФП, приведенной на рис. 3. Эта модель определена структурной схемой рис. 4, математическим установлением операций, осуществляемых всеми структурными единицами, аналитическим представлением алгоритма преобразований.

Дискретный элемент сравнения (обозначен \sim) представлен логическим элементом эквивалентности, входными предикатами которого

в i -м цикле преобразования являются развертывающая функция $V_{дз-1}^i(S)$ и отсчет входной функции $x^i(s) = \text{const}$. Результат этой операции может быть выражен следующим соотношением:

$$g_{дз-1}^i(s; \sigma_i) = V_{дз-1}^i(s) \sim x^i(s) = \begin{cases} 1 & \text{при } S = \sigma_i \\ 0 & \text{при } S \neq \sigma_i \end{cases} \quad (1)$$

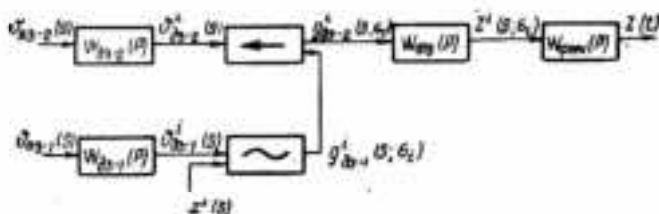


Рис. 4.

где σ_i — значение аргумента S , при котором достигается равенство $V_{дз-1}^i(s) = x^i(s)$. Значение истинности и ложности этой операции можно определить различными функциями. В данном случае применены h -функции:

$$g_{дз-1}^i(s; \sigma_i) = h(S - \sigma_i) - h(S - (\sigma_i + dS)), \quad (2)$$

где dS — приращение аргумента.

Дискретный элемент отсчета (ДЭО) представлен элементом, реализующим логическую операцию запрета отсчета (обозначен \leftarrow),

истинное и ложное значение которой индизируется смещенной на параметр σ , δ -функцией с весом $V^i(\sigma_j)$:

$$g_{2k-2}^i(s; \sigma_j) = V_{2k-2}^i(s) \leftarrow (g_{2k-1}^i(s; \sigma_j) - 1) = V_{2k-2}^i(s) \delta(s - \sigma_j), \quad (3)$$

где

$$\int_0^1 V_{2k-2}^i(s) \delta(s - \sigma) ds = V_{2k-2}^i(\sigma_j).$$

Линейные звенья $W_{2k}(p)$, $W_{2k-1}(p)$, $W_{2k-2}(p)$ позволяют учесть реальные свойства сигналов. Так, например,

$$z^i(s; \sigma_j) = L^{-1} \{ W_{2k}(p) g_{2k-2}^i(p; \sigma_j) \}, \quad (4)$$

$$V_{2k-1}^i(s) = L^{-1} \{ W_{2k-1}(p) V_{2k}^i(p) \}, \quad (5)$$

$$V_{2k-2}^i(s) = L^{-1} \{ W_{2k-2}(p) V_{2k}^i(p) \}. \quad (6)$$

Фильтр с передаточной характеристикой $W_{2k}(p)$ из последовательности дискретных отсчетов $z^i(s; \sigma_j)$ формирует непрерывную огибающую выходной функции.

Из изложенного следует, что по структурной схеме рис. 4 непосредственно можно установить аналитическую зависимость между $z^i(s; \sigma_j)$ и $x^i(s)$:

$$z^i(s; \sigma_j) = L^{-1} \{ W_{2k}(p) (V_{2k-2}^i(s) \leftarrow ((x^i(s) \sim V_{2k-1}^i(s)) - 1)) \}. \quad (7)$$

Уравнение (7) позволяет в явном виде определить, что очевидно из рассмотрения схемы рис. 4:

$$x^i(s; \sigma_j) = L^{-1} \{ W_{2k}(p) (V_{2k-1}^i(s) \leftarrow ((z^i(s; \sigma_j) \sim V_{2k-2}^i(s)) - 1)) \}. \quad (8)$$

Наличие логических операций в алгоритмах (7), (8) приводит к тому, что в подавляющем большинстве зависимости $z^i = f(x^i)$ не выражаются через элементарные функции, как это имеет место для некоторых комбинаций V_{2k-1} и V_{2k-2} преобразующих функций, приведенных в таблице

$$x^i = \frac{U_x^i}{U_{01}^i}, \quad z^i = \frac{U_z^i}{U_{02}^i}.$$

Анализ данных таблицы и приведенного математического описания показывает, что класс функций, воспроизводимых на ДФП, не ограничивается лишь степенными [4] и логарифмическими. Предварительный анализ функциональных зависимостей, реализуемых на ДФП и динамическими звеньями, воспроизводящими преобразующие функции второго порядка, показал возможность реализации периодических функциональных зависимостей, в частности тригонометрических. Этот вопрос является предметом дальнейшего исследования ДФП.

| | | |
|--|--|--|
| $U_1(s)$ \ $U_2(s)$ | $U_{21} e^{-\frac{s}{v_1}}$ | $U_{22} \left(1 - e^{-\frac{s}{v_1}}\right)$ |
| $U_{21} \frac{s}{v_2}$ | $z = \frac{v_1}{v_2} \ln \frac{1}{z'}$ | $z' = \frac{v_1}{v_2} \ln \frac{1}{1-z'}$ |
| $U_{22} e^{-\frac{s}{v_2}}$ | $z' = (z')^{\frac{v_1}{v_2}}$ | $z' = 1 - (z')^{\frac{v_1}{v_2}}$ |
| $U_{22} \left(1 - e^{-\frac{s}{v_2}}\right)$ | $z' = 1 - (z')^{\frac{v_1}{v_2}}$ | $z' = 1 - (z')^{\frac{v_1}{v_2}}$ |
| $U_{22}(k_1 e^{-as} + k_2 e^{-as})$ | $z' = k_1 (z')^{a_1 v_1} + k_2 (z')^{a_2 v_1}$ | $z' = k_1 (1 + z')^{a_1 v_1} + k_2 (1 - z')^{a_2 v_1}$ |

ЛИТЕРАТУРА

1. Темников Ф. Е. Теория развертывающих систем. Госэнергоиздат, 1963. 364 с.
2. Смовов В. Б., Угрюмов Е. П. Время-импульсные вычислительные устройства. Л., «Энергия», 1968. 421 с.
3. Черкашин А. В. Вопросы построения одного класса динамических функциональных преобразователей. Изв. вузов. «Приборостроение», 1968, т. XI, № 9, с. 48—51.
4. Курт-Умеров В. О., Черкашин А. В. Устройство для воспроизведения степенной зависимости. Авт. свид. № 229844. «Бюл. изобрет.», 1969, № 3, с. 25.

УДК 62—501.72

В. А. ГОРБАЧЕВ, В. В. МАТЕРЧЕНКО

МАШИННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ НЕГАУССОВЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК СИСТЕМЫ НА ЭВМ

Сложность проблем, возникающих в процессе исследования современных больших, в частности, измерительных систем в значительной мере обусловлена недостаточным уровнем информации об ошибках, возникающих в подсистемах. Высокая степень неопределенности, характерная для таких систем, приводит исследователей к необходимости применения численных методов вероятностного моделирования. При этом для обоснованного моделирования неопределенных факторов системы приходится обращаться к более сложным и нетиповым законам распределения, чем равномерное или нормальное распределение ошибок измерения. Более сложные законы распределения можно получить посредством обработки тщательно подобранного и обширного экспериментального материала (если система создана и

функционирует в среде) или на основании сделанных предположений о физических свойствах будущей системы. В том и другом случае необходима реализация полученных законов распределения на ЭВМ, чтобы в условиях машинного эксперимента произвести более всестороннее (и, как правило, менее дорогостоящее) исследование поведения сложной системы численными методами.

Рассмотрим вопрос о построении одного класса моделей неравноточной измерительной системы и способы реализации получающихся при этом законов распределения. Сделаем предположение о том, что существует n групп измерений, каждая из которых представляет собой совокупность а) нормально или б) равномерно распределенных случайных величин. Группы отличаются между собой мерами точностей $h_i \neq h_k$ ($k, i \in n$). При этом получают обобщения соответственно нормального и равномерного законов распределения [1]:

$$f_{\text{нн}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n p_i h_i \exp(-h_i^2 \varepsilon^2) \quad (1)$$

— обобщенный нормальный закон

$$f_{\text{ор}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{b}} \sum_{i=1}^n p_i h_i & |\varepsilon| < \frac{\sqrt{b}}{2h_i} \\ 0 & |\varepsilon| > \frac{\sqrt{b}}{2h_i} \end{cases} \quad (2)$$

— обобщенный равномерный закон.

Формулы (1) и (2) описывают классы законов распределения, обладающие положительным эксцессом и могут применяться для описания ошибок неравноточных измерений. Величины h_i — гауссовы меры точности или связанные с ними аналитическими формулами дисперсии D_i или среднеквадратичного отклонения σ_i могут быть получены даже при небольшом объеме экспериментальной статистики. Неудобством является отсутствие данных о частности P_i получения измерений с i -й точностью. Чтобы обойти эту трудность, в [2] сама дисперсия D_i представлена в виде случайной величины, распределенной по некоторому закону с обобщающим параметром D_n , найденным из условий эксперимента. В работе выбор закона не производится, чтобы не снижать общности класса моделей. Для сохранения же простоты построения алгоритмов получения случайных величин с негауссовыми распределениями положим, что функции вторых моментов σ_i и h_i также могут быть распределены нормально или равномерно. При этом мы получаем восемь разновидностей законов распределения. При обобщении по среднеквадратичному отклонению имеем:

- нормально обобщенный нормальный закон;
- равномерно обобщенный нормальный закон;
- нормально обобщенный равномерный закон;
- равномерно обобщенный равномерный закон.

Те же варианты возможны при обобщении по среднеквадратичному отклонению σ . Законы распределения при этом ввиду нелинейной связи между h и σ , естественно, различные.

Получение законов распределения каждого из восьми перечисленных законов основано на применении формулы полной вероятности для непрерывных зависимых событий:

$$f(\varepsilon)_h = \int_{-\infty}^{\infty} p(h) f(\varepsilon/h) dh; \quad (3)$$

$$f(\varepsilon)_\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} p(\sigma) f(\varepsilon/\sigma) d\sigma. \quad (4)$$

1. Формулу нормально обобщенного по h_h нормального закона распределения (с учетом положительности величины h) устанавливаем, подставляя в (3) выражения

$$f(\varepsilon/h) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2\varepsilon^2), \quad (5)$$

$$p(h) = \begin{cases} \frac{2h_h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2h_h^2), & h > 0, \\ 0, & h < 0. \end{cases} \quad (6)$$

В результате имеем (закон Коши)

$$f_1(\varepsilon)_h = \int_0^{\infty} \frac{2h_h}{\pi} h \exp(-h^2\varepsilon^2 - h^2h_h^2) dh = \frac{h_h}{\varepsilon(\varepsilon^2 + h_h^2)}. \quad (7)$$

2. Формулу для равномерно обобщенного по h_h нормального закона получаем, подставляя в (3) выражение (5) и

$$p(h) = \begin{cases} \frac{1}{b}, & 0 < h < b, \\ 0, & h < 0, h > b. \end{cases} \quad (8)$$

В этом случае

$$f_2(\varepsilon)_h = \int_0^b \frac{h}{\sqrt{\pi}b} \exp(-h^2\varepsilon^2) dh = \frac{1 - \exp(-b^2\varepsilon^2)}{2b\varepsilon\sqrt{\pi}}. \quad (9)$$

3. Поскольку для равномерно распределенной величины в интервале h справедливо выражение

$$f(\varepsilon/h) = \begin{cases} \frac{h}{\sqrt{6}}, & |\varepsilon| < \frac{\sqrt{6}}{2h}, \\ 0, & |\varepsilon| > \frac{\sqrt{6}}{2h}, \end{cases} \quad (10)$$

а для $p(h)$ допустимо одностороннее нормальное распределение

$$p(h) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\pi}} h_h \exp(-h^2h_h^2), & h > 0, \\ 0, & h < 0, \end{cases} \quad (11)$$

то, подставляя (10) и (11) в (3), находим выражение для нормально обобщенного по h равномерного закона распределения

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon)_h = \frac{\sqrt{b}}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{h}{\sqrt{b}} \frac{2}{\sqrt{2}} \exp(-h^2 h_h^2) dh = \frac{1 - \exp\left(-\frac{3h_h^2}{2\varepsilon_h^2}\right)}{h_h \sqrt{6\pi}}. \quad (12)$$

4. Равномерно обобщенный по h равномерный закон распределения получаем подстановкой в (3) выражений

$$p(h) = \begin{cases} \frac{1}{b}, & 0 < h < b, \\ 0, & h < 0, h > b, \end{cases} \quad (13)$$

$$f(\varepsilon/h) = \begin{cases} \frac{h}{\sqrt{6}}, & |\varepsilon| < \frac{\sqrt{6}}{2b}, \\ 0, & |\varepsilon| > \frac{\sqrt{6}}{2b}. \end{cases} \quad (14)$$

Имеем

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{b}{2\sqrt{6}}, & |\varepsilon| < \frac{\sqrt{6}}{2b}, \\ \frac{\sqrt{6}}{3\varepsilon^2 b}, & |\varepsilon| > \frac{\sqrt{6}}{2b}. \end{cases} \quad (15)$$

Взяв теперь в качестве исходной формулу (4), т. е. делая предположения относительно закона распределения среднеквадратичных отклонений в системе, устанавливаем аналогичные обобщения законов распределения по σ .

5. Нормально обобщенный по σ нормальный закон:

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \frac{1}{\pi\sigma_0} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} + \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right)\right] d\sigma. \quad (16)$$

6. Равномерно обобщенный по σ нормальный закон:

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{|\varepsilon|}{\sqrt{3}}}^{\infty} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2\sigma^2}\right) d\sigma. \quad (17)$$

7. Нормально обобщенный по σ равномерный закон:

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{6\pi}} \int_{\frac{|\varepsilon|}{\sqrt{3}}}^{\infty} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right) d\sigma. \quad (18)$$

8. Равномерно обобщенный по σ равномерный закон:

$$f_{\sigma}(e) = \begin{cases} \frac{1}{2b\sqrt{3}} \ln \frac{b\sqrt{3}}{|e|}, & |e| < b\sqrt{3}, \\ 0, & |e| > b\sqrt{3}. \end{cases} \quad (19)$$

Подчеркнем, что из физического смысла ограничений, налагаемых при установлении законов $f_1(e) - f_2(e)$, следует, что законы, полученные при обобщениях по мере точности h , пригодны для описания сугубо некачественных измерительных систем, где точный результат — большая редкость. Наоборот, законы, полученные при обобщениях по среднеквадратичному отклонению σ , позволяют моделировать измерительные системы, хотя и разнородные, но весьма качественные. Все законы, как уже упоминалось, имеют положительный эксцесс. Представляет интерес оценить, насколько отличаются между собой их характеристики и к каким количественным различиям приведут замены одного закона другим. Установленный закон распределения $f_1(e)$ (Коши) является одним из предельных законов теории вероятности, так что следует ожидать, что найденные законы перекрывают значительный диапазон возможных ситуаций.

Выбирая законы $f_1(e), f_2(e), \dots, f_n(e)$ в качестве моделей, характеризующих системы, содержащие в своем составе группы измерений не равной точности (например, приборы разных классов), мы, несмотря на аналитическую сложность их записи, не «прогадали» в машинной реализации. Для построения этих законов необходимо лишь иметь подпрограмму равномерно распределенных в интервале $[0; 1]$ случайных чисел и, если таковой в машине не имеется, реализовать одну из приводимых в [3] алгоритмов получения нормально распределенных чисел из равномерно распределенной последовательности.

В качестве примера приведем блок-схему имитатора случайных распределений на малой ЭВМ «Напри-2» (обобщения по σ), реализующего законы распределений $f_3(e) + f_8(e)$.

Рассмотрим случай, когда случайные величины σ_i (где i — номер измерения) распределены односторонне по нормальному, а ϵ_{ij} — по нормальному законам.

Допустим, что было произведено одно измерение, в записях индекс i опустим. Величина ϵ_j с плотностью вероятностей

$$w_{\epsilon_j}(x) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left[-\frac{(x-Q)^2}{2\sigma^2}\right] - \infty < x < \infty \quad (20)$$

может быть получена в виде $\epsilon_j = Q + \sigma\epsilon'$, где ϵ' имеет плотность вероятности (20) с параметрами $Q=0, \sigma=1$. Используя сходимость суммы независимых равномерно распределенных величин, выберем, согласно [3], формулу нормально распределенных чисел в виде

$$\epsilon' = \sqrt{\frac{12}{n}} \left[\sum_1^n \xi_i - \frac{n}{2} \right]. \quad (21)$$

Уже при $n = 12$ эта формула дает хорошие результаты.

Генерация случайных чисел ξ_i , равномерно распределенных в интервале 0—1, обеспечивается обращением к подпрограмме ЭВМ «Напри-2».

Величина σ_i моделируется аналогично, только берется модуль и добавляется масштабирующий множитель σ_0 .

В случае необходимости получения равномерно обобщенного равномерного закона составляется пропорция

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2\sigma_0\sqrt{3}; \\ \varepsilon_i &\rightarrow \sigma_i. \end{aligned} \quad (22)$$

Отсюда $\sigma_i = 2\xi_i\sigma_0\sqrt{3}$. Для нахождения ε_i необходимо учесть несмещенность ошибки, что дает

$$\varepsilon_i = \sigma_i\sqrt{3}(2\xi_{i+1} - 1). \quad (23)$$

В блоке вероятностного моделирования также предусмотрена возможность имитации ошибок равноточных систем, распределенных нормально и равномерно.

Полученные модели и алгоритмы таким образом позволяют производить вероятностную оценку влияния различных законов распределения при неизменном (найденном экспериментально) значении среднеквадратичного отклонения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Идельсон Н. И. Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений. М., Геодиздат, 1947. 430 с.
2. Мудров В. И., Кушко В. Л. Метод наименьших модулей. М., «Знание», 1971. 72 с.
3. Полляк Ю. Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., «Сов. радио», 1971. 250 с.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Мелешко В. И., Волошин Ю. Н., Дубровский В. В. Выбор оптимального варианта оснащения АСУП вычислительной техникой | 3 |
| Новиков В. Г., Перкас М. И., Стародубцев Е. Б. Календарно-плановые расчеты единичного производства на ЭВМ с учетом сложных технологических связей | 8 |
| Гвоздинский А. Н., Дзюбенко В. Ф. Оптимизация использования комплекса технических средств локальных АСУП | 15 |
| Долгов А. И., Изосимов В. А. Построение контролирующих тестов по таблице проверок | 17 |
| Кузьмин И. В., Любарский Р. Э., Мигунова Л. В., Левченко Л. В. Статистическая модель управления движением транспорта на маршруте | 25 |
| Перельмутер В. М. Определение параметров корреляционных функций случайных процессов | 30 |
| Попов В. А., Литвинов М. Л., Литвинов А. Л. Анализ системы массового обслуживания с эрланговским входным потоком и гиперэкспоненциальным распределением времени обслуживания | 38 |
| Свиридов В. В., Левыкин В. М., Илюшин О. К. Определение параметров закона распределения скорости работ при измерении времени их выполнения | 43 |
| Яловкин Б. Д. Оптимизация управления потоками в сетях | 45 |
| Волколупова Р. Т. Определение пути кратчайшей длины на графе | 49 |
| Кузьмин И. В., Евсеев В. В., Петров Э. Г. Алгоритм векторной оптимизации жилой застройки города | 53 |
| Петров Э. Г., Левченко Л. В., Мигунова Л. В. Определение количества информации при диспетчировании межцеховых поставок | 59 |
| Денисова И. Г. Выбор оптимального технического решения проектной задачи на основе разработки структурной модели процесса проектирования | 63 |
| Коноваленко К. Д., Текучев В. В., Момот А. В. Выбор экономически целесообразной формы заказа сортового металлопроката при нормировании расхода материалов с помощью ЭВМ | 69 |
| Гвоздинский А. Н., Дзюбенко В. Ф. Исследование «механизма» образования отклонений в производственном процессе | 73 |
| Шостак В. Ф., Романов П. Г. Оценка эффективности функционирования подсистем сложной многоуровневой системы управления непрерывного типа | 77 |
| Салыга В. И., Быстрицкая Н. И., Тютюник А. И. Синтез оптимальных линейных управлений процессом флотации углей | 85 |
| Шостак В. Ф., Захарченко В. Ф. Двухуровневый алгоритм оптимизации сложных технологических комплексов непрерывного типа | 88 |

| | |
|---|-----|
| Салыга В. И., Домрин В. Д., Тютюник А. И. Оптимизация нейтральных стохастических объектов обогатительной технологии . . . | 94 |
| Канцедал С. А., Максимова Ю. Б. Оптимизация сквозного графика запуска — выпуска изделий в мелкосерийном производстве. Часть II. Метод решения и алгоритм | 97 |
| Трусов В. А., Чумак А. И. Координатный метод построения моделей надежности с погруппным скользящим резервом | 105 |
| Вашник В. А. Оценка технического уровня датчиков скорости вращения автоматизированных систем контроля и управления | 113 |
| Карлинер В. М. Применение насыщений при синтезе некоторых систем управления | 120 |
| Кузьмина О. И., Городисская В. А. Оценка информативности переменных в задаче идентификации технологических процессов механосборочного цеха | 126 |
| Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Кузьмина О. И., Кораблев Н. М., Городисская В. А. Синтез релаксационных алгоритмов в задаче идентификации технологических процессов механосборочного цеха | 129 |
| Селюков В. К., Жоров Н. Е., Кулешов В. Н. Оценка погрешностей преобразователей напряжение — цифровой код | 134 |
| Селюков В. К., Неустроев С. Н., Жоров Н. Е., Кулешов В. Н. Быстродействие преобразователей напряжение — цифра | 139 |
| Примаков А. Н. К вопросу о распределении функций между человеком и ЦВМ при локализации ее неисправностей | 147 |
| Малый В. В., Михайленко В. М. Математическая модель процесса управления в переходных режимах одного класса сложных сетевых систем | 152 |
| Забродский В. А., Подгашевская Т. Г. Методологический аспект построения кооперирующихся систем | 157 |
| Курт-Умеров В. О., Черкашин А. В. О математическом описании преобразований в динамических функциональных преобразователях | 163 |
| Горбачев В. А., Матейченко В. В. Машинная реализация некоторых негауссовых законов распределения ошибок системы на ЭВМ | 167 |

Автоматизированные
системы управления
и приборы автоматики

Республиканский
межведомственный тематический
научно-технический
сборник
Выпуск 33

Редактор *Е. П. Иващенко*
Обложка художника *В. М. Кучукова*
Технический редактор *Л. Т. Момот*
Корректор *Л. К. Бердута*

Сдано в набор 20/V 1974 г. Подписано в печать 9/I 1975 г.
Формат 60×90^{1/16}. Бумага типографская № 3. Усл. печ. л. 11,25.
Уч.-изд. л. 11,3. Тираж 2000. Заказ 4-1157. БЦ 50007. Цена 76 коп.

Издательство издательского объединения «Вища школа» при Харьковском государственном университете, 310003, Харьков, 3, Университетская, 16.
Харьковская книжная фабрика «Коммунист» республиканского производственного объединения «Полиграфкинг» Госкомиздата УССР. Харьков, ул. Энгельса, 11.

РЕФЕРАТЫ

УДК 621.04

Выбор оптимального варианта оснащения АСУП вычислительной техникой. Мелишко В. И., Волошкин Ю. Н., Дубровский В. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 3—8.

Решается задача планирования затрат на оснащение АСУП вычислительной техникой на предпроектной стадии работ. Для этого разработана методика выбора оптимального варианта оснащения АСУП вычислительной техникой.

Дается один из методов решения возникающей задачи целочисленного программирования и приводится конкретный пример расчета. Исходные данные предлагается собирать на предприятиях, относящихся к определенной группе и уже внедривших АСУП. Данные могут собираться путем непосредственного замера и расчета или при помощи экспертных оценок.

Библиогр. 5.

УДК 658.5

Календарно-плановые расчеты единичного производства на ЭВМ с учетом сложных технологических связей. Новиков В. Г., Перкас М. И., Стародубцев Е. Б. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 8—15.

Предлагается алгоритм расчета на ЭВМ нормативов длительности цикла в опережений запуска детали-операций в условиях единичного и мелкосерийного производства изделий с внутренними технологическими связями любой сложности. Излагаются основные идеи практического использования этих нормативов в двухуровневой системе оперативного управления инструментальным производством (СУИП).

Ил. 3.

УДК 621.396.964

Оптимизация использования комплекса технических средств локальных АСУП. Гвоздинский А. Н., Дзюбенко В. Ф. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 15—17.

Исследуется повышение эффективности управления за счет использования комплекса технических средств локальных АСУП. Задача оптимизации использования оборудования рассматривается как задача линейного программирования. Приводится формирование модели для случаев, когда надо учитывать затраты на перевозку оборудования.

УДК 681.326

Построение контролирующих тестов по таблице проверок. Долгов А. И., Изосимов В. А. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 17—25.

Излагается способ построения контролирующих тестов для устройства, реализованных в базе И, ИЛИ, НЕ, основанный в отличие от известного на отыскании минимального покрытия не таблицей неисправностей, а более

простой таблицы проверок. Показано, что минимальные тесты, отыскиваемые с помощью одних и тех же процедур по таблице проверок и по таблице неисправностей, оказываются равноценными.

Табл. 6 Библиогр. 7.

УДК 62—50

Статистическая модель управления движением транспорта на маршруте. Кузьмин И. В., Любарский Р. Э., Мигунова Л. В., Левченко Л. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 25—30.

В целях составления расписания движения городского пассажирского транспорта и оперативного управления им предложена статистическая модель загрузки транспорта на маршруте, использующая его вероятностные характеристики. Представлена практическая реализация этой модели.

Табл. 2. Ил. 1. Библиогр. 3.

УДК 681.1.42.5

Определение параметров корреляционных функций случайных процессов. Перельмутер В. М. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 30—38.

Рассматривается метод нахождения корреляционных функций стационарных случайных процессов. Составляются уравнения относительно искомого параметра, в которые в качестве известных величин входят параметры динамических звеньев, а также величины дисперсий сигналов на выходе этих звеньев. При решении уравнений вместо величин дисперсий подставляются их экспериментально найденные оценки. Исследуются статистические свойства полученных таким образом оценок, а также анализируется влияние погрешностей и помех. Даются рекомендации по выбору параметров динамических звеньев.

Табл. 1. Библиогр. 4.

УДК 519.28

Анализ системы массового обслуживания с эрланговским входным потоком и гиперэкспоненциальным распределением времени обслуживания. Попов В. А., Литвинов М. Л., Литвинов А. Л. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 38—43.

Исследуется однопольная система массового обслуживания с ожиданием, на которую поступает эрланговский поток заявок. Время обслуживания имеет гиперэкспоненциальную функцию распределения. Для стационарного состояния решением интегрального уравнения Линдлэ находят характеристики функционирования системы.

Библиогр. 4.

УДК 658.5

Определение параметров закона распределения скорости работ при измерении времени их выполнения. Свиридов В. В., Левыкин В. М., Иакин О. К. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 43—45.

Рассматривается задача определения изменения параметров закона распределения случайной величины при возникновении ситуации, связанной с корректировкой установленного времени выполнения запланированной работы.

Библиогр. 2.

УДК 622.458

Оптимизация управления потоками в сетях. Яловкин Б. Д. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 45—49.

Дано аналитическое описание задачи, представленное в виде единого неравенства, благодаря использованию операции R -конъюнкции $X \wedge \alpha Y$ при нахождении области допустимых решений. Описаны некоторые дифференци-

альные свойства функций вида $X \wedge \alpha Y$, подтверждающие правомочность использования предложенного метода для решения задач подобного класса.

Библиогр. 4.

УДК 519.14

Определение пути кратчайшей длины на графе. Волкодупова Р. Т. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 49—53.

Предлагается метод и алгоритм определения пути кратчайшей длины на графе, использующие принципы теории динамического программирования.

Библиогр. 3.

УДК 62—505

Алгоритм векторной оптимизации жилой застройки города. Кузьмин И. В., Евсеев В. В., Петров Э. Г. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 53—59.

Рассматривается задача векторной оптимизации жилой застройки города. Предлагается способ решения поставленной цели путем введения векторного критерия. Векторный критерий формулируется на основе функций, характеризующих полезность решения по локальным критериям. Получен алгоритм векторной оптимизации жилой застройки.

Табл. 1. Ил. 1. Библиогр. 4.

УДК 62—50

Определение количества информации при диспетчеровании межцеховых поставок. Петров Э. Г., Левченко Л. В., Мигунова Л. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 59—62.

Предложена методика определения количества информации, необходимая для контроля исследуемого объекта. Указаны пути, уменьшающие избыточность информации. Метод проверен на конкретном примере.

Табл. 1. Библиогр. 2.

УДК 622.7.002—52

Выбор оптимального технического решения проектной задачи на основе разработки структурной модели процесса проектирования. Денисова И. Г. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 63—68.

Приводится одна из частных структурных моделей процесса проектирования РЭА и в общем виде ставится задача определения оптимального набора процедур при разработке радиоэлектронного узла. Применением метода экспертных оценок и стоимостной оценки принимаемых решений удается выбрать оптимальную структуру процесса проектирования в соответствии с заданным ТЗ на разработку узла.

Введенная оценка качества проектируемого объекта позволяет определить его научно-технический уровень.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр. 2.

УДК 621.771.22.09 : 621.965 : 661.142.353.001.12

Выбор экономически целесообразной формы заказа сортового металлопроката при нормировании расхода материалов с помощью ЭВМ. Коноваленко К. Д., Текучев В. В., Момот А. В., Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации», вып. 33, 1975, с. 69—73.

Рассматривается методика выбора экономически целесообразной формы заказа сортового металлопроката при нормировании расхода материалов, которая позволяет оценить любую форму заказа металлопроката. Форма заказа металлопроката оценивается стоимостным критерием, обеспечивающим

наименьшую себестоимость изделий. Рассмотрен метод расчета концевых отходов, учитываемых при нормировании сортового металлопроката немерной длины.

УДК 621.396.964

Исследование «механизма» образования отклонений в производственном процессе. Гвоздинский А. Н., Дзюбенко В. Ф. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 73—77.

В качестве теоретической основы метода описания механизма образования отклонений в сложной системе принимается метод математического планирования эксперимента (МПЭ). Метод МПЭ — воплощение новой стратегии анализа сложных систем, позволяющей формализовать реакции элемента системы, рассматриваемого как «черный ящик», на комплексное многофакторное воздействие входных возмущений. Использование методологии МПЭ дает возможность построить кибернетическую теорию точности сложных систем. В работе делается попытка формализовать задачу, выделить показатель цели, величина которого максимизируется или минимизируется.

Ил. 1. Библиогр. 4.

УДК 62.50

Оценка эффективности функционирования подсистем сложной многоуровневой системы управления непрерывного типа. Шостаков В. Ф., Романов П. Г. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 77—84.

Исследуются вопросы оценки эффективности функционирования элементов иерархической структуры системы управления непрерывного типа. Получены аналитические выражения, которые позволяют сопоставить эффективность функционирования элементов и уровней иерархической структуры.

Библиогр. 6.

УДК 622.74

Синтез оптимальных линейных управлений процессом флотации углей. Салыга В. И., Быстрицкая Н. И., Тютюнник А. И. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 85—88.

С помощью метода динамического программирования решается задача синтеза оптимальных управлений процессом флотации углей. Использован квадратичный функционал. Полученные оптимальные управления значительно сокращают длительность переходных процессов.

Библиогр. 3.

УДК 62.50

Двухуровневый алгоритм оптимизации сложных технологических комплексов непрерывного типа. Шостаков В. Ф., Захарченко В. Ф. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 88—94.

Рассматриваются особенности оптимизации сетевых подсистем, дается математическая постановка задачи координации и анализ особенностей оптимизации сложных систем рассматриваемого класса с использованием двухуровневого алгоритма.

Библиогр. 2.

УДК 622.74

Оптимизация нейтральных стохастических объектов обогатительной технологии. Салыга В. И., Домрин В. Д., Тютюнник А. И. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 94—97.

Решается задача синтеза оптимальных управлений процессом флотации, который является стохастическим объектом 6-го порядка. Использован метод аналитического конструирования оптимальных результатов с применением нестационарного квадратичного функционала качества. Полученные алгоритмы

оптимального управления процессом флотации сокращают время переходного процесса в три раза.

Ил. 1. Библиогр. 4.

УДК 658.05

Оптимизация сквозного графика запуска — выпуска изделий в мелкосерийном производстве. Часть II. Метод решения и алгоритм. Канцедал С. А., Максимова Ю. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 97—105.

Излагаются результаты, полученные аналитическим путем в области изучения свойств математической модели, описывающей процедуру оптимизации графика запуска — выпуска изделий, на основании чего предлагается наиболее эффективный метод решения экстремальной задачи. Метод синтезирует в себе приемы метода «ветвей и границ» с построением выпуклой отгибающей оптимизируемой функции.

Ил. 1. Библиогр. 6.

УДК 681.142.1.019

Координатный метод построения моделей надежности с погрупповым скользящим резервом. Трусов В. А., Чумаков А. И. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 105—113.

Предлагается метод оценки показателей надежности сложной системы, состояние которой характеризуется положением вектора в l -координатной системе координат, где l — число различных (по надежности) подсистем системы, причем каждая подсистема может иметь собственное (погрупповое) скользящее резервирование. Приводятся аналитические зависимости для средних времен до отказа, между отказами и коэффициента готовности.

Ил. 3. Библиогр. 5.

УДК 531.775

Оценка технического уровня датчиков скорости вращения автоматизированных систем контроля и управления. Вишняк В. А. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 113—120.

Рассматривается методика оценки технического уровня существующих датчиков скорости вращения. Приводятся результаты анализа оценки технического уровня, полученные путем сопоставления важнейших показателей существующих датчиков с аналогичными показателями квазиуниверсального датчика скорости вращения.

Табл. 1. Библиогр. 5.

УДК 62—50.001.2

Применение насыщений при синтезе некоторых систем управления. Карлинер В. М. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 120—126.

Предлагается применение автоколебательных систем для некоторых локальных систем управления. Используется явление насыщений (упоров) в качестве метода, позволяющего в пределах простой структуры системы получить заданную точность процесса управления. Устанавливается зависимость между амплитудой автоколебаний и величиной насыщения.

Ил. 1.

УДК 622.7.002—52

Оценка информативности переменных в задаче идентификации технологических процессов механосборочного цеха. Кузьмина О. И., Городисская В. А. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 126—129.

Рассмотрен вопрос о выборе наиболее значимых факторов, информации о которых было бы достаточно для эффективного управления динамическим

объектом. Приведен расчет информационной меры неопределенности процесса сборки электродвигателей.

Библиогр. 4.

УДК 622.7.002—52

Синтез релаксационных алгоритмов в задаче идентификации технологических процессов механосборочного цеха. Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Кузьмина О. И., Кораблев Н. М., Городисская В. А. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 129—133.

Рассмотрены вопросы синтеза математических моделей сложных производственных объектов с использованием релаксационных процедур. Приведены результаты функционирования алгоритмов при экспериментальных исследованиях на ЦВМ «Урал-14» методом статистического моделирования. Даны конкретные рекомендации по использованию предложенных алгоритмов при синтезе математических моделей технологических процессов механосборочного цеха.

Ил. 1. Библиогр. 5.

УДК 681.142.621

Оценка погрешностей преобразователей напряжение — цифровой код. Селюков В. К., Жоров Н. Е., Кулешов В. Н. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 134—139.

На примере параллельно-последовательного преобразователя «напряжение — цифровой код» показана методика оценки суммарной погрешности преобразователей по известным, точностным характеристикам комплектующих функциональных узлов.

Ил. 1. Библиогр. 8.

УДК 621.374.4

Быстродействие преобразователей напряжение — цифра. Селюков В. К., Неустроев С. Н., Жоров Н. Е., Кулешов В. Н. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 139—147.

Приводится обзор преобразователей напряжение — цифра с учетом их быстродействия. Поясняются принципы технической реализации основных вариантов преобразователей. Намечаются наиболее вероятные пути построения преобразователей для устройств обработки информации.

Ил. 6. Библиогр. 11.

УДК 158.1 : 681.14

К вопросу о распределении функций между человеком и ЦВМ при локализации ее неисправностей. Примяков А. Н. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 147—152.

Излагается способ сокращения времени поиска человеком неисправностей ЦВМ, представляющих собой поток сбоев, основу которого составляет автоматизация некоторых элементов деятельности человека по локализации неисправностей.

Библиогр. 2.

УДК 62—50 : 62—505

Математическая модель процесса управления в переходных режимах одного класса сложных сетевых систем. Малий В. В., Михайленко В. М. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 33, 1975, с. 152—157.

Строится математическая модель сложной сетевой системы с учетом динамических особенностей процесса управления. Показано, что такая модель после ряда преобразований сводится к задаче математического программирования со специфическими ограничениями на перемещения.

Методологический аспект построения кооперирующих систем. Забродский В. А., Полташевская Т. Г. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 157—163.

Рассматривается кооперирующая система взаимодействующих предприятий или подразделений предприятия, связи между которыми могут носить вещественный и информационный характер.

Ил. 1

О математическом описании преобразований в динамических функциональных преобразователях. Курт-Умеров В. О., Черкашин А. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 163—167.

Рассматриваются вопросы построения математической модели дискретно-аналоговых динамических функциональных преобразователей (ДФП). Находится обобщенная структурная схема ДФП, в которой линейные звенья определяются передаточными функциями, а дискретные звенья идентифицируются элементами, выполняющими логические операции над определенными в непрерывной области входными предикатами. Эта модель используется для нахождения аналогичных выражений алгоритмов ДФП, которые непосредственно применяются для синтеза новых структур ДФП.

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр. 4.

Машинная реализация некоторых негауссовых законов распределения ошибок системы на ЭВМ. Горбачев В. А., Матейченко В. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматки», вып. 33, 1975, с. 167—172.

Статья посвящена вопросам математического обеспечения цифровых вычислительных устройств относительно их использования для вероятностного моделирования процессов измерения. На основании предложения о неравномерности измерительных характеристик в сложных системах с избыточностью обосновывается негауссов характер законов распределения совокупности наблюдений. Предлагаются простой способ генерации и алгоритмы получения на ЦВМ распределений, имеющих негауссовский вид. Как частный случай получен закон распределения Коши.

Библиогр. 3.