УДК 622.455

Б. Д. ЯЛОВКИН

ВЫБОР ШАГА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ СЕТИ ПО АЛГОРИТМУ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ПОИСКА

Задачи оптимального выбора системы органов, регулирующих потокораспределение в сетевых структурах с установившимися потоками при комбинированном способе управления, формулируются как задачи математического программирования [1]. При неполностью заданных потоках система ограничений и функция цели нелинейны. Для решения подобных задач предложен алгоритм детерминированного поиска, в котором используется операция R-конъюнкции $X \wedge_\alpha Y$ для получения области допустимых решений, устанавливаемой одним неравенством [2].

Задача, сформулированная в [2], сводится к нахождению точки $M(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ в m-мерной области Γ_1, в которой сформулированная определенным образом функция цели принимает наименьшее значение.

В общем случае область Γ_1 и функция цели являются невыпуклыми, следовательно, имеется не единственное решение. Для получения наилучшего значения функции цели необходимо зафиксировать все возможные решения (локальные экстремумы). Для этого можно использовать комбинированный способ решения, заключающийся в случайном выборе начальных точек и последующем детерминированном поиске локальных экстремумов.

Рассмотренный в [2] алгоритм включает подалгоритмы определения $M \in \Gamma_1$ и $\Phi(M) = \min \Phi(M)$, где $\Phi(M)$ — функция цели. В настоящей статье рассмотрен предлагаемый способ выбора шага при реализации алгоритма детерминированного поиска.

Произвольно или исходя из физических соображений выбираем начальную точку M_1. Предположим, что $M_1 \notin \Gamma_1$, следовательно, $f(M_1) < 0$. Тогда в направлении $\operatorname{grad} f(M_1)$ сделаем шаг t:

$$t = -\frac{f(M_1)}{|\operatorname{grad} f(M_1)|} = -\frac{f(M_1)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial}{\partial x_i} f(M_1)\right]^2}}. \tag{1}$$

Действительно, по формуле Тейлора [3], записанной в дифференциальной форме, имеем

$$f(x_1^{(1)} + \Delta x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)} + \Delta x_m^{(1)}) - f(x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)})\,\Delta x_i^{(1)} +$$

$$+\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right)\Delta x_i^{(1)2}\right]+\ldots \tag{2}$$

Но $\Delta x_i = \frac{\partial}{\partial x_i} f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right) t$, поскольку наибольшее возрастание любой функции происходит в направлении

$$\text{grad}, f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right) \equiv f(M_1),$$

а величина

$$f\left(x_1^{(1)}+\Delta x_1^{(1)}, x_2^{(1)}+\Delta x_2^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}+\Delta x_m^{(1)}\right)$$

должна быть хотя бы равной нулю. Тогда из выражения (2) следует

$$-f(M_1) = \left\{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial}{\partial x_i} f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right)\right]^2\right\} t + \frac{t^2}{2!}\left\{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right)\right]^2\right\}\ldots \tag{3}$$

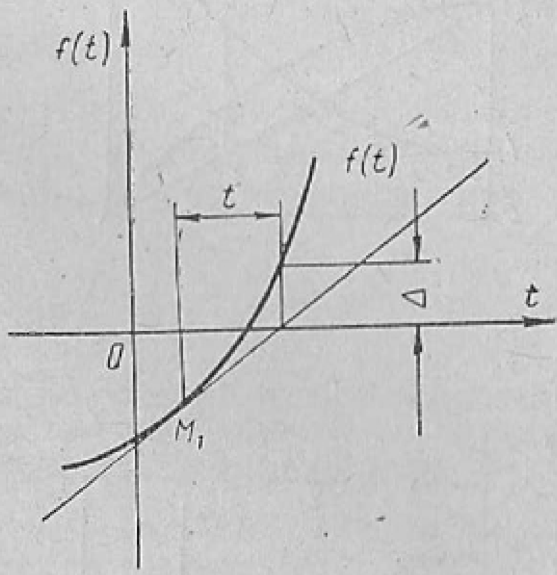

Рис. 1.

В силу того что величины частных производных функций, составляющих функцию $f(M)$, могут быть несоизмеримы по величине, целесообразно составляющие grad нормализовать, т. е. брать

$$\Delta x_i = \frac{\frac{\partial}{\partial x_i} f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial}{\partial x_i} f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \ldots, x_m^{1}\right)\right]^2}} t, \; i=\overline{1,m}. \tag{4}$$

На основании выражений (2)—(4), пренебрегая членами, начиная со вторых (смешанных) частных производных и более высокого порядка в уравнении (3), получим искомую формулу (1). Геометрический смысл ее показан на рис. 1.

Как видно из рис. 1 и формулы (3), величина шага t может оказаться грубой, поэтому необходимо ограничивать ее или заранее брать значение $f(M_1)$ меньше полученного.

Поскольку вычисление шага по уравнению (1) является приближенным, необходимо уточнить его по рекуррентной формуле

$$t_{k+1} = \left|\frac{f(M_1) - f_i(M_1)}{f(M_k) - f_i(M_1)}\right| t_k. \tag{5}$$

Процесс уточнения шага производится до тех пор, пока значение $f(M_{k+1})$ не станет строго больше $f(M_1)$

$$(f(M_{k+1}) > f(M_1)).$$

В формуле (5) функция $f_i(M_1)$ есть та из функций, участвующих в свертке R-конъюнкции $X \wedge_\alpha Y$ системы неравенств, опре-

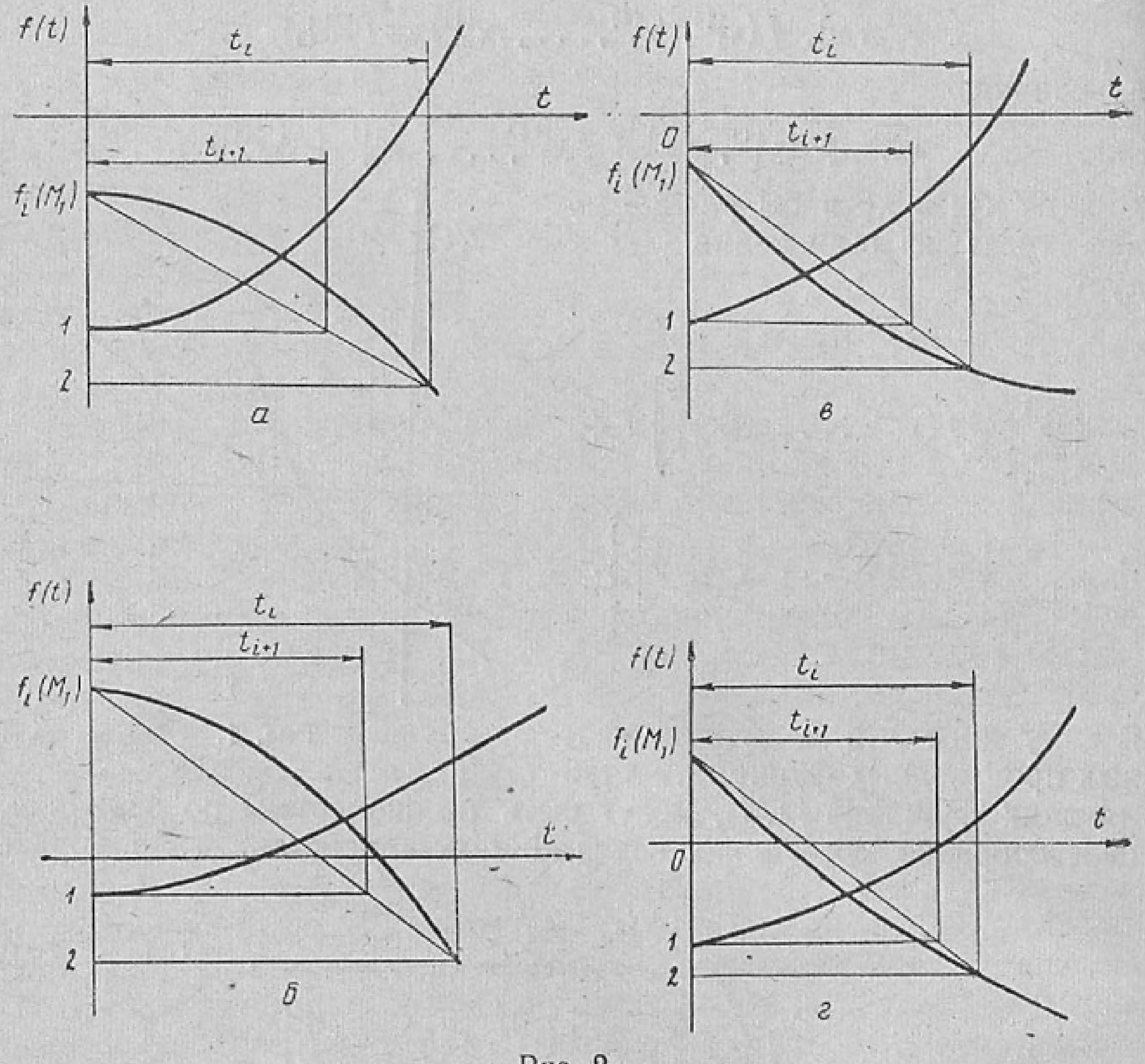

Рис. 2.

деляющих область допустимых решений Γ_1, которая в точке M_k совпадает со значением свертки $f(M_k) \equiv f_1 \wedge_\alpha f_2 \wedge_\alpha \ldots \wedge_\alpha f_{2s} \geqslant 0$.

Предположим, что все кривые $f_i(t)$ расположены выпуклостью вверх. С учетом того, что

$$f(M_1) \equiv f_1(M_1) \wedge_1 f_2(M_1) \wedge_1 \ldots \wedge_1 f_{2s}(M_1) =$$
$$= \min[f_1(M_1), \ldots, f_i(M_1), \ldots, f_r(M_1), \ldots, f_{2s}(M_1)] = c,$$

с помощью метода хорд (см. рис. 2, *а*, *б* $1 - f(M_1) = f_r(M_1)$, $2 - f(M_k) = f_i(M_k)$), получаем формулу (5). Если кривая функция $f_i(t)$ направлена выпуклостью вниз (см. рис. 2, *в*, *г*), тогда, очевидно, используя формулу (5), никогда не получим строгого неравенства $f(M_{k+1}) > f(M_1)$. В связи с этим необходимо в шаг t_{k+1}, вычисляемый по формуле (5), внести поправку γ, т. е.

$$t_{k+1} = \left| \frac{f(M_1) - f_i(M_1)}{f(M_k) - f_i(M_1)} \right| (t_k - \gamma), \tag{6}$$

где $\gamma \ll t_k$.

В результате уточнения шага по формулам (5) или (6) может оказаться, что $t_{k+1} \to 0$, т. е. точка M_{k+1} приближается как угодно близко к точке M_1. В этом случае точка M_1 с любой наперед заданной степенью приближения δ является точкой, принадлежащей одновременно двум или более гиперповерхностям $f_i\ (i = \overline{1,\ 2s})$.

Необходимо найти такое направление из точки M_1 в точку $M_1^{(\cdot)}$, чтобы оно вело строго внутрь области, определяемой пересекающимися гиперповерхностями. Алгоритм нахождения нужного направления при реализации детерминированного поиска приведен в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков А. А., Евдокимов А. Г., Яловкин Б. Д. Анализ задач оптимального управления воздухораспределением в шахтных вентиляционных сетях. — «Технология и экономика угледобычи», реф. сб., № 6, «Недра», 1965.
2. Стоян Ю. Г., Яловкин Б. Д. Оптимальный выбор системы регулирующих органов. — «Изв. АН СССР. Техн. кибернетика», 1971, № 3.
3. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., 1949.

УДК 622. 455

Выбор шага при решении задачи оптимизации сети по алгоритму детерминированного поиска. Яловкин Б. Д. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 35, 1975, с. 22—25.

Предлагается способ выбора шага при реализации алгоритма детерминированного поиска для оптимального выбора регулирующих органов в сетевой структуре с установившимися потоками. Аналитически выведены формулы для вычисления шага и его последующего уточнения. Показаны справедливость полученных формул и удобство их применения для рассматриваемого класса задач.

Ил. 2. Библиогр. 3.