УДК 681.326
А. И. ДОЛГОВ,
докт. техн. наук,
В. Н. ЧУРКИН,
канд. техн. наук,
А. Г. ХАЛИТОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СОЗДАНИЯ ОПРЕДЕЛЕННЫХ НАБОРОВ СИГНАЛОВ НА ВХОДАХ КОМПОНЕНТОВ КОМБИНАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ

В вычислительной технике находят широкое применение устройства с разветвляющимися и объединяющимися связями составляющих их компонентов. В таких устройствах значения сигналов, действующих на входах некоторого подмножества компонентов, оказываются функциями общих переменных. Это накладывает определенные ограничения на возможности создания тех или иных наборов сигналов на входах соответствующих компонентов. В ряде случаев, например, при построении контролирующих и диагностических тестов возникает необходимость учета таких ограничений, что делает актуальной задачу отыскания способов их нахождения и компактного описания. Один из путей решения такой задачи предлагается в настоящей статье.

Ниже рассматриваются так называемые логические сети комбинационного типа, в которых выход любого компонента, не являющийся выходом сети, подключен ко входам других компонентов, расположенных на одном из последующих ярусов. Совокупность компонентов, для каждого из которых хотя бы один из входов подключен к выходу компонента $j-1$-го яруса (а другие входы могут быть выходами компонентов, расположенных в ярусах с номерами меньшими, чем j) образуют j-й ярус сети. Компонентами могут быть любые комбинационные блоки, имеющие один выход. В общем случае l-й компонент j-го яруса имеет $r(j, l)$ входов $x(j, l, i)$, где $i \in [1, r(j, l)]$.

Представим логическую сеть с помощью ориентированного линейного графа G, в котором каждому компоненту $K(j, l)$ соответствует узел $K(j, l)$, а связям между входами и выходами компонентов — ветви Если в линейном графе G между двумя узлами $K(j, l)$ и $K(j', l')$, расположенными в различных ярусах

($j' < j$) имеется путь, то компонент $K(j, l)$ называется преемником $K(j', l')$, а $K(j', l')$ — предшественником $K(j, l)$. Компонент, соответствующий узлу графа, имеющий две или более исходные ветви, называется узлом разветвления. Узлы разветвления, являющиеся предшественниками некоторого узла $K(j, l)$, называются подчиненными компоненту $K(j, l)$. Если к узлу от некоторого подчиненного узла имеется два или более пути, то компонент $K(j, l)$ называется узлом объединения. Под логической сетью с разветвлениями понимается сеть с хотя бы одним узлом разветвления.

В дальнейшем рассматриваются логические сети, содержащие узлы разветвления и объединения. В таких сетях специфика связей обусловливает взаимозависимость сигналов, действующих на входах и выходах различных компонентов, что существенно усложняет решение вопроса обеспечения μ-й ($\mu = [0, 2^{r(j, l)} - 1]$) комбинации сигналов $\Gamma_\mu = \prod_{i=1}^{r(j, l)} \sigma(j, l, i)$ на входах компонента $K(j, l)$, где $\sigma(j, l, i)$ — конкретное булевое значение сигналов на i-ом входе компонента. Например, в результате преднамеренного назначения некоторой совокупности комбинаций сигналов на входах компонентов можно прийти к противоречивой ситуации, когда на одном и том же выходе узла разветвления для разных ветвей (соответствующих различным путям в графе G) потребуются разные сигналы. Поэтому в общем случае в результате подачи полного перечня (H) наборов на входы сети некоторое подмножество N наборов входных сигналов различных компонентов оказывается не реализованным. Набор входных сигналов $\Gamma_\mu(j, l)$ компонента, входящего в подмножество N ($\Gamma_\mu \in N$), в дальнейшем называется недостижимым. Допустимость создания тех или иных наборов входных сигналов на входах компонентов определяется некоторым набором данных (кортежем), характеризующим структуру логической сети.

Упомянутый кортеж в простейшем случае может, например, представлять собой полную совокупность тех и только тех входных наборов сети, реализация каждого из которых приводит к созданию на входах компонента $K(j, l)$ μ-й комбинации входных сигналов $\Gamma_\mu(j, l)$. Перечень таких кортежей удобно представлять с помощью табл. 1. Строки таблицы соответствуют всевозможным входным наборам сети. Каждая из колонок таблицы отвечает μ-му набору входных сигналов $\Gamma_\mu(j, l)$ компонента $K(j, l)$ и задает информацию о кортеже данной проверки: в кортеж входят лишь те входные наборы сети H_ξ, для которых в колонке указаны единицы. Так в конкретном примере, иллюстрируемом табл. 1, наборы H_1 и H_k входят в кортеж набора $\Gamma_1(1, 1)$, а набор H_2 — не входит. Если в некоторой колонке таблицы отсутствуют единицы, то это, очевидно, означает, что соответствующий набор входных сигналов компонента является недостижимым.

Табл 1 должна содержать 2^r строк и $\sum\limits_{j=1}^{n}\sum\limits_{l=1}^{g_j} m(j, l)$ столбцов, т. е. количество информации (в битах), равное

$$2^r \cdot \sum_{j=1}^{n} \cdot \sum_{l=1}^{g_j} m(j,\ l), \qquad (1)$$

где r — количество входов сети;

n — количество ярусов рассматриваемой логической сети;

g_j — число компонентов, расположенных на j-м ярусе;

$m(j,\ l) = 2^{r(j,\ l)} - 1$ — число всевозможных наборов входных сигналов l-го компонента j-го яруса.

Из выражения (1) следует, что такой способ описания возможностей наборов входных сигналов требует обработки и хранения значительного массива информации, и для сетей, представляющих практический интерес, обсуждаемая идея оказывается нереализуемой.

Выше показано, что источниками появления противоречивых ситуаций для различных входов одного компонента при создании набора входных сигналов являются подчиненные узлы разветвления. Это позволяет включать в кортежи более ограниченное количество информации, а именно, совокупности комбинаций значений входных сигналов подчиненных узлов разветвления, при которых на входах компонента $K(j,\ l)$ не может быть создана соответствующая комбинация $\Gamma_\mu(j,\ l)$ входных сигналов.

Подмножество подчиненных компоненту $K(j,\ l)$ узлов разветвления обозначим через $R(j,\ l)$ и введем ряд новых определений.

Кортеж набора входных сигналов $\Gamma_\mu(j,\ l)$ есть множество всевозможных различных комбинаций значений выходных сигналов подмножества узлов $R(j,\ l)$, при которых возможно создание на входах компонента $K(j,\ l)$ конкретной μ-й комбинации сигналов $\mathop{\Gamma}\limits_{i=1}^{r(j,\ l)} \sigma_\mu(j,\ l,\ i)$. В любую комбинацию кортежа для каждого из компонентов $K(j',\ l') \in R(j,\ l)$ может входить лишь одно из значений $\delta(j',\ l')$ выходного сигнала, принадлежащее перечню 0 и 1, обозначаемое (в целях отличия от значений сигналов других узлов разветвления) соответственно через $0(j',\ l')$ и $1(j',\ l')$.

В дальнейшем для нахождения кортежей наборов входных сигналов будет также использовано понятие о кортеже значений $\delta(j,\ l)$ сигнала на выходе $y(j,\ l)$ компонента $K(j,\ l)$ как множества комбинаций значений выходных сигналов подмножества узлов $R(j,\ l)$, при которых возможно создание на выходе $y(j,\ l)$ сигнала с конкретным значением $\delta(j,\ l)$. Впредь применяются соответственно следующие обозначения для кортежа конкретных значений сигнала на выходе $y(j,l)$, а также для кортежа μ-го

Таблица 1

H_ζ	$K_{1,1}$				$K_{1,2}$					$K_{n,1}$			
	$\Gamma_1(1,1)$	$\Gamma_2(1,1)$	…	$\Gamma_m(1,1)$	$\Gamma_1(1,2)$	$\Gamma_2,(1,2)$	…	$\Gamma_m(1,2)$	…	$\Gamma_1(n,1)$	$\Gamma_2(n,1)$	…	$\Gamma_m(n,1)$
H_1	1	0	…	0	0	0	…	0	…	0	1	…	0
H_2	0	0	…	1	1	0	…	0	…	1	1	…	1
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
H_k	1	0	…	0	1	0	…	1	…	0	1	…	0

набора входных сигналов $\Gamma_\mu(j, l): Q[\delta(j, l), Q[\Gamma_\mu(j, l)]$.

Рассмотрим связь между введенными кортежами конкретных значений выходных сигналов некоторого преемника $K(j_\nu, l_\nu)$ и всех его непосредственных предшественников $K(j_i, l_i)$, каждый из которых имеет подчиненные узлы разветвления, либо сам является узлом разветвления и связан с i-м входом компонента $K(j_\nu, l_\nu)$ ($i \in [1, r_\nu]$, $r_\nu \leqslant (j_\nu, l_\nu)$). Требуемые соотношения удобно описать аналитически в терминах математического аппарата теории множеств (2) с помощью операции объединения и декартового произведения. Принимая, однако, во внимание алгебро-логическую природу элементов, составляющих множество рассматриваемого вида (элементами кортежей являются комбинации булевых величин), целесообразно упомянутые операции наделить следующими свойствами: если a и b — булевые величины, то

$$\begin{gathered} \{ab, a\bar{b}\} = \{a\}; \\ \{ab\} \vee \{a\} = \{ab, a\bar{b}\}; \\ \{a\} \times \{\bar{a}\} = \varnothing; \\ \{a\} \times \{a\} = \{a\}; \\ \{ab\} \times \{a\} = \{ab\}. \end{gathered} \tag{2}$$

Из этих соотношений вытекают важные с точки зрения дальнейшего использования индуктивные обобщения на случай, когда произвольное число элементов, представляющих собой различные комбинации любого вполне определенного количества булевых величин (каждая из которых обязательно входит в элемент с отрицанием или без него):

$$Q_i \times Q_i \times \ldots \times Q_i = Q_i,$$

$$Q_1 \times Q_2 = Q_3,$$

где при $Q_1 \supseteq Q_2$ $Q_3 = Q_2$.

С целью упрощения аналитических выражений полезно для множеств ввести условную форму записи:

$$Q/_{\alpha} = \begin{cases} Q, & \text{если } \alpha = 1, \\ \varnothing, & \text{если } \alpha = 0 \end{cases} \tag{3}$$

при этом справедливы следующие соотношения:

$$(Q / \alpha_1) / \alpha_2 = Q / \alpha_1 \alpha_2; \tag{4}$$

$$\text{если } Q = \bigcup_i (Q_i / \alpha_i), \text{ то } Q = Q / \bigvee_i \alpha_i;$$

$$\text{если } Q = \prod_i (Q_i / \alpha_i), \text{ то } Q = Q / \bigwedge_i \alpha_i. \tag{5}$$

Из сформулированных выше определений следует, что кортеж набора входных сигналов $\Gamma_\mu (j_\nu, l_\nu)$ должен представлять собой декартово произведение кортежей тех значений $\delta (j_i, l_i)$ входных сигналов, непосредственно связанных с компонентом $K (j_\nu, l_\nu)$ предшественников $K (j_i, l_i)$, которые согласуются со значением $\sigma_\mu (j_\nu, l_\nu, i)$ сигнала на i-м входе $x (j_\nu, l_\nu, i)$ в данной (μ-й) проверке. Поэтому, если в дальнейшем для краткости записей обозначить $\delta (j_i, l_i)$ через δ_i,

$$Q [\Gamma_\mu (j_\nu, l_\nu)] = \prod_{i=1}^{r_\nu} \bigcup_{\delta_i=1}^{1} \{ Q [\delta_i] \times d_i / \alpha_\mu (\delta_i) \} =$$

$$= \bigcup_{\delta_1=0}^{1} \bigcup_{\delta_2=0}^{1} \ldots \bigcup_{\delta_{r(j,\, l)}=0}^{1} \left\{ \prod_{i=1}^{r_\nu} Q [\delta_i] \times d_i / \bigwedge_{i=1}^{r_\nu} \alpha_\mu (\delta_i) \right\}, \tag{6}$$

где $d_i = \begin{cases} \delta_i, & \text{если } K (j_i, l_i) \text{ — узел разветвления;} \\ Q [\delta_i] & \text{— в противном случае.} \end{cases}$

Причем для узла $K (j_i, l_i)$ отождествляемого с разветвляющимся входом сети, принимается $Q [\delta_i] = \delta_i$.

Значение выходного сигнала компонента $K (j_\nu, l_\nu)$, равное $\delta (j_\nu, l_\nu)$, справедливо на подмножество лишь тех наборов входных сигналов $\Gamma_\mu (j_\nu, l_\nu)$, для которых имеет место $\delta (j_\nu, l_\nu) = \delta_\mu (j_\nu, l_\nu)$, или $\delta_\nu = \delta_\mu$, в связи с чем

$$Q [\delta_\nu] = \bigcup_{\mu=1}^{m_\nu} \{ Q [t_\mu (j_\nu, l_\nu)] / \beta_\nu (\delta_\nu) \},$$

где $\beta_\mu (\delta_\mu) = \delta_\mu \delta_\nu + \bar{\delta}_\mu \bar{\delta}_\nu$. Принимая во внимание (6), окончательно получаем

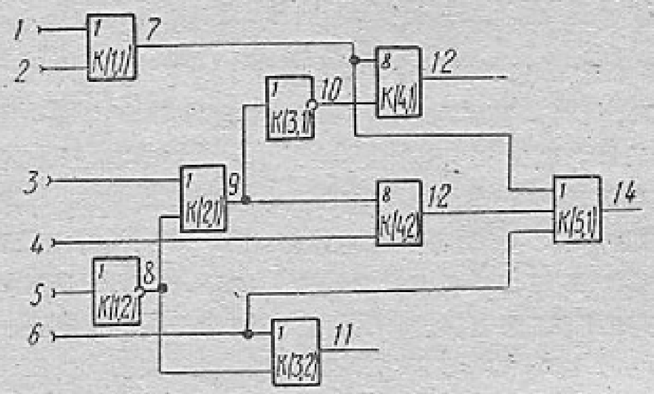
$$Q [\delta_\mu] = \bigcup_{\mu=1}^{m_\nu} \left\{ \bigcup_{\delta_1=0}^{1} \bigcup_{\delta_2=0}^{1} \bigcup_{\delta_{r_\nu}=0}^{1} \left[\prod_{i=0}^{r_\nu} \left(Q [\delta_i] \times \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \times\, d_i \Big/ \bigwedge_{i=1}^{r_\nu} \alpha_\mu (\delta_i) \right) \right] \right\} \Big/ \beta_\mu (\delta_\nu) = \bigcup_{\delta_1=0}^{1} \bigcup_{\delta_2=0}^{1} \ldots \bigcup_{\delta_{r_\nu}=0}^{1} \left\{ \prod_{i=1}^{r_\nu} (Q [\delta_i] \times \right.$$

$$\left. \times\, d_i \Big/ \bigvee_{\mu=1}^{m_\nu} \bigwedge_{i=1}^{r_\nu} \alpha_\mu (\delta_i)\, \beta_\mu (\delta_\nu) \right\}. \tag{7}$$

Из (7) следует, что любой кортеж в общем случае представим неоднозначно. Среди всевозможных представлений есть такое, которое содержит наименьшее число элементов. Такое (минимизированное) представление всегда может быть получено в результате реализации следующего алгоритма:

1. A — перечень переменных, входящих в элементы кортежа (с отрицанием или без него).
2. a — очередная переменная из A.
3. Разложить элементы кортежа Q на два множества Q_0 и Q_1, таких, что $Q_0 \cup Q_1 = Q$; $Q_0 \times Q_1 = \varnothing$; $Q_0 = \tilde{Q}_0 \times \bar{a}$; $Q_1 = \tilde{Q}_1 \times a$.



4. Если $\tilde{Q}_0 = \tilde{Q}_1$, то $Q = \tilde{Q}_0$.
5. Если не все переменные из A просмотрены, то перейти к 2.
6. Конец.

Будем в дальнейшем говорить, что кортежи $Q[\delta(j, l)]$ определены на значении $\delta(j, l)$ выходного сигнала узла разветвления $K(j_p, l_p)$, если в комбинации хотя бы одного из минимизированных кортежей $Q[\delta(j, l)]$ входит $\delta(j_p, l_p)$, в противном случае кортежи $Q[\delta(j, l)]$ не определены на значении $\delta(j_p, l_p)$.

С целью экономии памяти целесообразно кортежи фиксировать в минимальном представлении.

Пользуясь формулами (6) и (7), можно рассчитать кортежи наборов входных сигналов для всех компонентов произвольной логической сети. Очевидно, в случае, если $Q[\Gamma_\mu(j, l) = \varnothing$ набор $\Gamma_\mu(j, l)$ оказывается недостижимым, т. е. невозможно создать на входе данного компонента совокупность сигналов, соответствующую набору $\Gamma_\mu(j, l)$.

На рисунке представлен расчет неминимизированных кортежей для логической сети. Данные о кортежах $Q[\Gamma_\mu(j, l)]$ и $Q[\delta(j, l)]$ указаны в табл. 2—9, расположенных в последовательности, соответствующей порядку вычисления. Для удобства чтения вместо обозначения $\delta(j, l)$ использовано δ_ν (а также $(0 \vee 1)_\nu = 0_\nu \vee 1$, где ν — порядковый номер выхода компонента $K(j, l)$ в принятой сквозной нумерации (см. рисунок). Для компонента $K(1, 1)$ кортежи не определяются (соответствует отсутствию ограничений), поскольку он не имеет подчиненных узлов разветвления. В целях сокращения записей укажем подмножество:

$$Q = 0_9 0_8 0_7 1_6 \vee 1_9 1_8 0_7 1_6 \vee 1_9 0_8 0_7 1_6 \vee 1_9 1_8 0_7 0_6 \vee 1_9 0_8 0_7 0_6 \vee$$
$$\vee 0_9 0_8 1_7 0_6 \vee 1_9 1_8 1_7 0_6 \vee 1_9 0_8 1_7 0_6 \vee 0_9 0_8 1_7 1_6 \vee 1_9 1_8 1_7 1_6 \vee 1_9 0_8 1_7 1_6.$$

Таблица 2

K (1,1)	Вход		Выход	$Q[\Gamma_\mu(1,1)]$
	1	2	7	
Γ_1 (1,1)	0	0	0	0_7
Γ_2 (1,1)	0	1	1	1_7
Γ_3 (1,1)	1	0	1	1_7
Γ_4 (1,1)	1	1	1	1_7
Q [0(1,1)]				0_7
Q [1 (1,2)]				1_7

Таблица 3

K (1,1)	Вход	Выход	$Q[\Gamma_\mu\ (1,2)]$
	5	8	
Γ_1 (1,2)	0	1	1_8
Γ_2 (1,2)	1	0	0_8
Q [0 (1,2)]			0_8
Q [1 (1,2)]			1_8

Таблица 4

K (2,1)	Вход		Выход	$Q[\Gamma_\mu\ (2,1)]$
	3	8	9	
Γ_1 (2,1)	0	0	0	$0_9 0_8$
Γ_2 (2,1)	0	1	1	$1_9 1_8$
Γ_3 (2,1)	1	0	1	$1_9 0_8$
Γ_4 (2,1)	1	1	1	$1_9 1_8$
Q [0 (2,1)]				$0_9 0_8$
Q [1 (2,1)]				$1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$

Таблица 5

K (3,1)	Вход	Выход	$Q[\Gamma_\mu\ (3,1)]$
	9	10	
Γ_1 (3,1)	0	1	$0_9 0_8$
Γ_2 (3,1)	1	0	$1_9 1_8\ 1_9 0_8$
Q [0 (3,1)]			$1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$
Q [1 (3,1)]			0_9

Таблица 6

K (3,2)	Вход		Выход	$Q[\Gamma_\mu\ (3,2)]$
	6	8	11	
Γ_1 (3,2)	0	0	0	$0_6 0_8$
Γ_2 (3,2)	0	1	1	$0_6 1_8$
Γ_3 (3,2)	1	0	1	$1_6 0_8$
Γ_4 (3,2)	1	1	1	$1_6 1_8$
Q [0 (3,2)]				$0_6 0_8$
Q [1 (3,2)]				$0_6 1_8 \vee 1_6 0_8 \vee 1_6 1_8$

Таблица 7

K (4,1)	Вход		Выход	Q [Γ_μ (4,1)]
	7	10	12	
Γ_1 (4,1)	0	0	0	$1_9 1_8 0_7 \vee 1_9 0_8 0_7$
Γ_2 (4,1)	0	1	0	$0_9 0_8 0_7$
Γ_3 (4,1)	1	0	0	$1_9 1_8 1_7 \vee 1_9 0_8 0_7$
Γ_4 (4,1)	1	1	1	$0_9 0_8 0_7\ 1_7$
Q [0 (4,1)]				$1_9 1_8 0_7 \vee 1_9 0_8 0_7 \vee 0_9 0_8 0_7 \vee 1_9 1_8 1_7 \vee 1_9 0_8 0_7$
Q [1 (4,1)]				$0_9 0_8 1_7$

Таблица 8

K (4,2)		Вход	Выход	Q [Γ_μ (4,2)]
	9	4	13	
Γ_1 (4,2)	0	0	0	$0_9 0_8$
Γ_2 (4,2)	0	1	0	$0_9 0_8$
Γ_3 (4,2)	1	0	0	$1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$
Γ_4 (4,2)	1	1	1	$1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$
Q [0 (4,2)]				$0_9 0_8 \vee 1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$
Q [1 (4,2)]				$1_9 1_8 \vee 1_9 0_8$

Таблица 9

K (5,1)	Вход			Выход	Q [Γ_μ (5,1)]
	7	13	6	14	
Γ_1 (5,1)	0	0	0	0	$0_9 0_8 0_7 0_6 \vee 1_9 1_8 0_7 0_6 \vee 1_9 0_8 0_7 0_6$
Γ_2 (5,1)	0	0	1	1	$0_9 0_8 0_7 1_6 \vee 1_9 1_8 0_7 1_6 \vee 1_9 0_8 0_7 1_6$
Γ_3 (5,1)	0	1	0	1	$1_9 1_8 0_7 0_6 \vee 1_9 0_8 0_7 0_6$
Γ_4 (5,1)	0	1	1	1	$1_9 1_8 0_7 1_6 \vee 1_9 0_8 0_7 1_6$
Γ_5 (5,1)	1	0	0	1	$0_9 0_8 1_7 0_6 \vee 1_9 1_8 1_7 0_6 \vee 1_9 0_8 1_7 0_6$
Γ_6 (5,1)	1	0	1	1	$0_9 0_8 1_7 1_6 \vee 1_9 1_8 1_7 1_6 \vee 1_9 0_8 1_7 1_6$
Γ_7 (5,1)	1	1	0	1	$1_9 1_8 1_7 0_6 \vee 1_9 0_8 1_7 0_6$
Γ_8 (5,1)	1	1	1	1	$1_9 1_8 1_7 1_6 \vee 1_9 0_8 1_7 1_6$
Q [0 (5,1)]					$0_9 0_8 0_7 0_6 \vee 1_9 1_8 0_7 0_6 \vee 1_9 0_8 0_7 0_6$
Q [1 (5,1)]					Q

Рассмотренный метод позволяет строго описывать возможности создания наборов сигналов на входах компонентов комбинационных устройств. Метод реализуется с помощью формальных процедур, удобных для автоматизации их на универсальной ЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Долгов А. И., Чуркин В. Н.* Построение контролирующих тестов устройств методом совмещения тестов компонентов. — В сб.: Приборы и системы автоматики. Вып. 24. Харьков, 1972, с. 89—99.
2. *Мелихов А. Н.* Ориентированные графы и конечные автоматы. М., «Наука», 1972. 280 с.

УДК 681. 326

Аналитическое описание возможностей создания определенных наборов сигналов на входах компонентов комбинационных устройств. Долгов А. И., Чуркин В. Н., Халитов А. Г. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 143—151.

Излагаются результаты исследований по описанию возможностей создания наборов сигналов на входах компонентов комбинационных устройств, используемых, например, при построении контролирующих и диагностических тестов различными методами. Рассматриваются способы их аналитического описания.

Табл. 9. Ил. 1. Библиогр. 2.