

УДК 681.3.001.019.3
А. А. МЕТЕШКИН,
канд. техн. наук

ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ
ЦВМ

В настоящее время оценка надежности ЦВМ производится на основе широко распространенных характеристик [1, с. 71—100]: функций распределения времени безотказной работы $P(T \leq t)$, функции времени восстановления $P_e(T \leq t)$, наработки на отказ T_0 , среднего времени восстановления T_e , коэффициента готовности K_T и т. д. Эти характеристики хорошо описывают надежность обычных ЦВМ, которые можно отнести к простым системам. Для этих систем, как правило, выход из строя одного элемента приводит к выходу из строя всей системы. Следовательно, возможны только два исключаящие друг друга состояния: отказ или работоспособность.

Многопроцессорные ЦВМ (МП ЦВМ) нельзя отнести к простым системам, так как они, имея ряд взаимозаменяемых процессоров, могут находиться в нескольких возможных состояниях, различающихся производительностью. Под производительностью π в соответствии с [2, с. 129] будем понимать среднее количество задач, решаемых машиной в единицу времени и выход из строя одного или даже нескольких процессоров лишь снижает ее возможности по переработке информации.

При оценке надежности сложной системы МП ЦВМ главной особенностью является то, что она может находиться в одном из нескольких возможных состояний с различной производительностью. Перечисленные выше характеристики нельзя непосредственно использовать для оценки надежности МП ЦВМ, поэтому возникает задача выявления таких характеристик, которые бы достаточно полно описывали надежность МП ЦВМ как сложных систем. Известно [5, с. 7], что наиболее общей характеристикой любых технических средств является эффективность. Понятие эффективности включает в себя понятие надежности. Для

простых систем эти два понятия можно рассматривать независимо друг от друга. Для сложных систем характеристики надежности сближаются с эффективностью и четкую грань между ними не всегда можно провести.

В настоящее время в качестве характеристики надежности сложной системы обычно используют коэффициент снижения эффективности [3, с. 22; 5, с. 8].

$$K_W = W_0 - W \text{ или } K_W = \frac{W}{W_0},$$

где W_0 , W — эффективности идеальной и реальной системы соответственно.

Этот коэффициент не дает полного представления о надежности сложной системы, однако показывает, что система может находиться в нескольких возможных состояниях с различной эффективностью.

Введем характеристики надежности МП ЦВМ, рассматривая ее как сложную систему, а под эффективностью понимая ее производительность.

Предполагаем, что надежность не зависит от внешних условий работы ЦВМ (интенсивности потока задач, времени решения задач, потребного объема памяти и т.д.), а характеристики производительности зависят от внешних условий. Такое разделение соответствует сложившимся представлениям о надежности и производительности современных ЦВМ. Введем следующие допущения.

1. МП ЦВМ является восстанавливаемой системой и непрерывно включена в контур управления или непрерывно решает задачи.

2. Характеристики надежности рассмотрим на стационарном участке эксплуатации МП ЦВМ, т.е. при $t \rightarrow \infty$.

Пусть R — множество возможных состояний машины мощностью $m+1$ с определенной производительностью МП ЦВМ. Предположим, что МП ЦВМ может находиться в одном из состояний $H_i \in R$, которому соответствует производительность $\bar{\pi}_i$ ($i = 0, 1, \dots, m$), причем для каждого состояния соблюдается условие $\bar{\pi}_{i-1} \leq \bar{\pi}_i \leq \bar{\pi}_{i+1}$.

Для оценки надежности используем понятие приведенной потенциальной производительности $\Pi = \frac{\bar{\Pi}}{\bar{\pi}_m}$, где $\bar{\Pi}$ — случайная величина, имеющая возможные значения $\bar{\pi}_0, \bar{\pi}_1, \dots, \bar{\pi}_m$ с вероятностями p_0, p_1, \dots, p_m соответственно. Замена потенциальной производительности $\bar{\pi}$ приведенной π позволяет свести диапазон изменения производительности к стандартному для всех машин (0, 1), благодаря чему удобно сравнивать надежностные свойства различных МП ЦВМ.

Рассмотрим случайную величину Π , принимающую возможные значения $\pi_0 = \frac{\bar{\pi}_0}{\pi_m}$, $\pi_1 = \frac{\bar{\pi}_1}{\pi_m}$, ..., $\pi_m = 1$ с вероятностями p_0, p_1, \dots, p_m соответственно. Введем характеристики надежности МП ЦВМ.

Функция распределения приведенной производительности $F_\Pi(\pi)$ — это вероятность того, что МП ЦВМ имеет приведенную потенциальную производительность Π меньше заданной величины π

$$F_\Pi(\pi) = \frac{P(\Pi < \pi) + P(\Pi \leq \pi)}{2}.$$

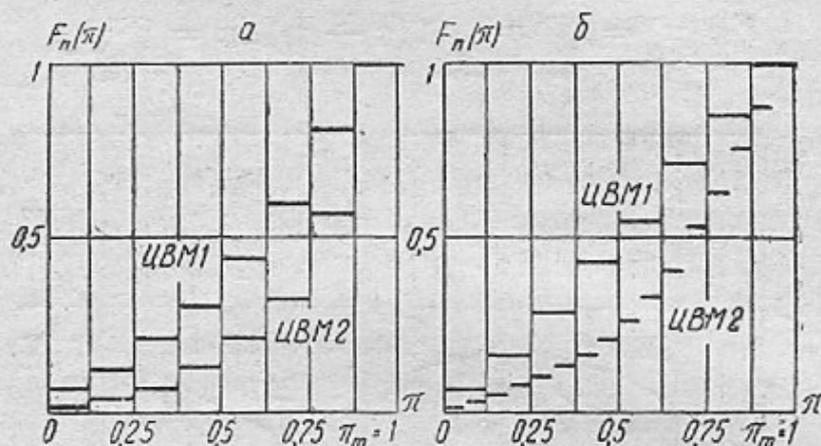


Рис. .

Функция определена на отрезке $(0,1)$ и на его концах принимает значения $F_\Pi(0) = 0$, $F_\Pi(1) = 1$. Так как множество возможных состояний МП ЦВМ конечно, то $F_\Pi(\pi)$ имеет ступенчатый вид. На рис. 1, а представлены функции $F_\Pi(\pi)$ для двух МП ЦВМ с одинаковыми мощностями множеств R , а на рис. 1, б — с различными. Сравнивая функции $F_\Pi(\pi)$, замечаем, что в обоих случаях ЦВМ 1 обладают меньшей надежностью, так как вероятность пребывания их в состояниях с малой производительностью больше, чем ЦВМ 2.

Если количество различных состояний МП ЦВМ велико, то приближенно функцию $F_\Pi(\pi)$ можно рассматривать как непрерывную.

Дифференциальная функция (плотность вероятности) распределения приведенной производительности $f_\Pi(\pi)$. Чтобы получить единое обобщенное понятие плотности вероятности для непрерывных и для прерывных случайных величин Π , используем понятие δ -функции [4, с. 36].

Известно, что δ -функция есть четная функция, равная нулю всюду, кроме начала координат, где она обращается в бесконечность и удовлетворяет условию

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta(x) dx = 1, \quad \varepsilon > 0.$$

Дифференциальная функция распределения связана с функцией распределения следующими соотношениями:

$$f_{\Pi}(\pi) = \frac{dF_{\Pi}(\pi)}{d\pi}; \quad F_{\Pi}(\pi) = \int_0^{\pi} f_{\Pi}(\pi) d\pi.$$

Как показано в работе [4, с. 36], применение приведенных выше соотношений для прерывных случайных величин приводит к формулам

$$f_{\Pi}(\pi) = \sum_{i=0}^m p_i \delta(\pi - \pi_i),$$

$$F_{\Pi}(\pi) = \sum_{i=0}^m p_i \int_{-\infty}^{\pi} \delta(\pi - \pi_i) d\pi = \sum_{\pi_i < \pi} p_i,$$

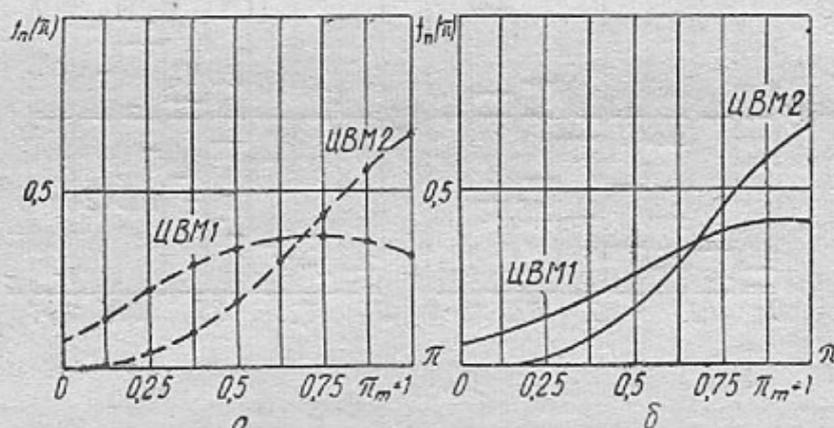


Рис. 2.

где $p_i = P(\Pi = \pi_i)$ — вероятность того, что случайная величина Π принимает значение, равное π_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, m$). Впредь не будем различать прерывные и непрерывные случаи, полагая, что случайная величина Π всегда имеет плотность вероятности.

Функция $f_{\Pi}(\pi)$ показывает, с какой вероятностью МП ЦВМ находится в состояниях с производительностью от π до $\pi + d\pi$.

На рис. 2 показаны дифференциальные функции распределения приведенной производительности для случая прерывной (а) и непрерывной (б) величины Π . Вероятность пребывания ЦВМ 2 в состояниях, обладающих большей производительностью, больше, чем ЦВМ 1. Можно сделать вывод о большей надежности ЦВМ 2 по сравнению с ЦВМ 1.

По существу функция $f_{\Pi}(\pi)$ показывает, какова вероятность пребывания МП ЦВМ в произвольный момент времени в состоянии с определенной производительностью. В этом смысле она имеет одинаковый физический смысл с коэффициентом готовности однопроцессорной ЦВМ (простой системы).

Коэффициент снижения потенциальной производительности $K_{\Pi\Pi}$ — это коэффициент снижения эффективности, $K_{\Pi\Pi}$ — отно-

шение среднего значения потенциальной производительности МП ЦВМ к максимальному,

$$K_{ПП} = \frac{\bar{\pi}_{ср}}{\pi_m} = \pi_{ср},$$

где $\pi_{ср} = \int_0^1 \pi f_{П}(\pi) d\pi$ или для непрерывного случая —

$$\pi_{ср} = \sum_{i=0}^m \pi_i p_i.$$

Рассмотренные характеристики позволяют достаточно полно описать надежность МП ЦВМ, однако нельзя учесть время пребывания ЦВМ в отдельных состояниях.

Целесообразно поэтому ввести следующие характеристики.

Функция среднего времени пребывания МП ЦВМ в различных состояниях $T_{ср}(\pi)$ устанавливает соответствие между величиной среднего непрерывного времени пребывания МП ЦВМ в различных состояниях и производительностью, а также характеризует частоту перехода МП ЦВМ из одного состояния в другое. На основании анализа функций $T_{ср}(\pi)$ можно сравнить различные МП ЦВМ по времени пребывания в каждом из состояний. На рис. 3 показаны функции $T_{ср}(\pi)$ для двух МП ЦВМ с одинаковыми функциями распределения $F_{П}(\pi)$.

Анализируя эти функции, приходим к заключению, что для данного примера ЦВМ-1 в среднем в два раза чаще, чем ЦВМ-2 переходит из одного состояния в другое. Для повышения надежности необходимо стремиться, чтобы значения $T_{ср}(\pi)$ при малых π были малы, а при больших — велики.

Функция среднего времени восстановления с заданного уровня производительности максимальной потенциальной производительности $T_b(\pi)$ показывает величину среднего времени, которое необходимо для перевода МП ЦВМ в состояние H_m , начиная с момента ее попадания в состояние H_i . Чем меньше значения $T_b(\pi)$ при различных π , тем лучшими восстанавливающими свойствами обладает ЦВМ. Из рис. 4, на котором представлены функции $T_b(\pi)$ для двух ЦВМ, видно, что ЦВМ1 обладает лучшей способностью к восстановлению, поскольку быстрее восстанавливается с любого заданного уровня.

Определение введенных выше характеристик требует трудоемких вычислений, поэтому в ряде случаев можно пользоваться упрощенными характеристиками надежности. Их вычисление относительно несложно, однако они менее полно описывают надежность свойства МП ЦВМ.

Рассмотрим некоторые из этих характеристик.

Готовность МП ЦВМ к работе с полной производительностью K'_r — вероятность того, что в любой произвольный момент времени МП ЦВМ будет находиться в состоянии максимальной по-

тенциальной производительности. Связь K'_r с $f_{\Pi}(\pi)$ определяется соотношением

$$K'_r = \int_{1-\varepsilon}^1 f_{\Pi}(\pi_m) d\pi, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Готовность МП ЦВМ к работе с производительностью больше заданной $K_r(\pi_3)$ — это вероятность того, что в любой произвольный момент времени МП ЦВМ будет находиться в одном из состояний с производительностью более заданного порога π_3 .

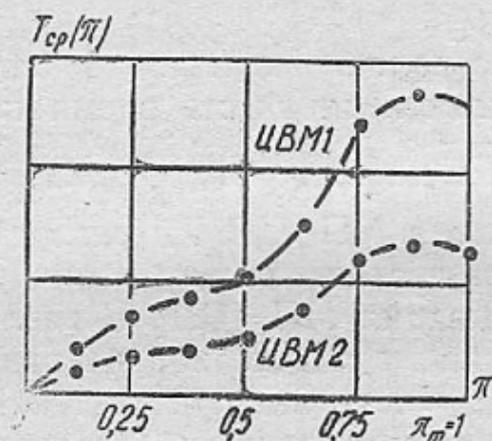


Рис. 3.

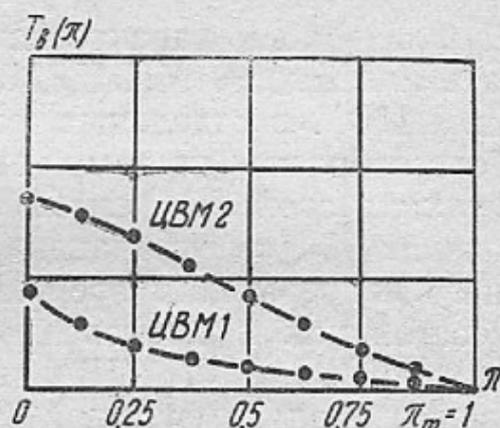


Рис. 4.

Величина $K_r(\pi_3)$ связана с дифференциальной функцией распределения производительности соотношением

$$K_r(\pi) = \int_{\pi_3}^1 f_{\Pi}(\pi) d\pi.$$

Среднее время пребывания МП ЦВМ в состояниях с максимальной и минимальной потенциальной производительностью $T_{0 \max}$, $T_{0 \min}$. Эти характеристики легко находятся из функции $T_{ср}(\pi)$. Могут быть использованы и другие частные характеристики надежности МП ЦВМ, например, среднее время между отказами от заявок на решение задач при заданных характеристиках их потока, среднее время пребывания в состояниях недостаточной производительности машины и т. д.

Введенные характеристики надежности МП ЦВМ зависят от надежности отдельных устройств, способа их соединения между собой (т. е. от структуры МП ЦВМ), качества технического обслуживания (количества ремонтных бригад, их квалификации, способов обнаружения факта и места отказа, способов устранения последствий сбоев и т. д.), но они не зависят от параметра потока задач, решаемых на ЦВМ, так как эти параметры были взяты типовыми.

Вычисление конкретного вида отдельных характеристик может быть произведено на основе построения и исследования специальных надежностных моделей МП ЦВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шишонок Н. А., Репкин В. Ф., Барвинский Л. Л. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной аппаратуры. М., «Сов. радио», 1964. 550 с.
2. Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., «Сов. радио», 1972. 280 с.
3. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., «Наука», 1968. 356 с.
4. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Гостехтеоретиздат, 1957. 659 с.
5. Цветков А. Г. Принципы количественной оценки эффективности радиоэлектронных средств. М., «Сов. радио», 1971. 200 с.
6. Колин К. К., Липаев В. В. Проектирование алгоритмов управляющих ЦВМ. М., «Сов. радио», 1970. 343 с.

УДК 681. 3. 001. 019. 3

Характеристики надежности функционирования многопроцессорных ЦВМ.
Метешкин А. А. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 137—143.

Предлагаются новые характеристики для оценки надежности многопроцессорных ЦВМ (МП ЦВМ). Анализируются известные характеристики и вводится понятие приведенной потенциальной производительности. Устанавливаются связи между отдельными характеристиками и намечаются пути вычисления этих характеристик. Показана целесообразность применения предлагаемых характеристик на практике.

Ил. 4. Библиогр. 6.