УДК 681.325.53
А. К. БАРИНОВ,
Н. Я. КАКУРИН,
канд. техн. наук

АНАЛИЗ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ МНОГОЗНАЧНОГО ПИРАМИДАЛЬНОГО ДЕШИФРАТОРА

В связи с созданием позиционных многоустойчивых элементов, сложность которых слабо зависит от основания системы счисления, возрос интерес к синтезу комбинационных и последовательностных схем в многозначном структурном алфавите [1]. Это объясняется тем, что применение многозначных элементов в ряде дискретных устройств автоматики, измерительной и вычислительной техники дает определенный экономический эффект.

Избирательные схемы или дешифраторы являются наиболее распространенными узлами вычислительной техники.

В настоящей работе проведен анализ структурных свойств многозначного пирамидального дешифратора и определены его основные параметры для произвольного коэффициента объединения k многозначных элементов.

К основным параметрам дешифраторов относятся:

а) общие аппаратурные затраты N, т. е. количество логических элементов для построения дешифратора (ДШ);

б) удельные аппаратурные затраты, представляющие собой отношение общих аппаратурных затрат к полному числу выходов $M = m^n$;

в) коэффициенты объединения k и разветвления k_p логических элементов;

г) разрядность n преобразуемого m-значного слова;

д) количество выходов $M = m^n$;

е) число каскадов l дешифратора, которое оказывает существенное влияние на его быстродействие.

К другим характеристикам ДШ относятся входные и выходные сопротивления, длительность фронтов и сигнала, отношение сигнал-помеха и т. д.

Последние характеристики определяются в основном электрическими параметрами используемой системы многозначных элементов, в то время как параметры а)—е) зависят в основном от структурных (логических) свойств дешифратора.

В [2] рассмотрен синтез многозначных ДШ и определены два параметра — общие и удельные аппаратурные затраты при использовании многозначных элементов с коэффициентом объединения $k = 2$ для системы теоретико-множественных операций объединения $X \vee Y$ и пересечения $X \cdot Y$, констант $0, 1, 2, \ldots, m-1$ и характеристических функций

$$\varphi_i(x) = x^i = \begin{cases} i, & x \neq \theta \\ \theta, & x = \theta \ (i \in E_m), \end{cases}$$

где θ — пустое множество.

В [3] показано, что любая многозначная логическая функция (МЛФ) $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, принимающая, как и ее аргументы, значения из множества $E_m = \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, может быть представлена в виде

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \bigvee_{\text{по всем } \bar{\alpha}} (\alpha_1 x_1)^{i_\alpha} \cdot (\alpha_2 x_2)^{i_\alpha} \cdot \ldots, (\alpha_n x_n)^{i_\alpha},$$

где «$\cdot$» и «$\bigvee$» — символы операций пересечения и объединения, а i_α — значение функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ на наборе $\bar{\alpha}$.

В системе Россера-Тьюкетта любая многозначная функция [3] может быть представлена в следующем виде:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \bigvee_{\text{по всем } \bar{\alpha}} F_j \cdot f(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n),$$

где $F_j = \varphi_{\alpha_1}(x_1) \cdot \varphi_{\alpha_2}(x_2 \cdot \ldots \cdot \varphi_{\alpha_n}(x_n)$ является m — значной конъюнкцией характеристических функций $\varphi_i(x_j)$, а $f(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ — значение функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ на наборе $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n$.

Под символами «$\cdot$» и «$\bigvee$» в системе Россера-Тьюкетта следует понимать операции многозначной конъюнкции и дизъюнкции соответственно.

Достоинством обеих систем многозначных логических операций является сравнительная простота реализации этих операций при использовании фазоимпульсного принципа кодирования информации.

Полным многозначным дешифратором для n-многозначных входных переменных называют комбинационную схему с n-входами и m^n-выходами, реализующую все функции вида

$$Y_i(\vec{\alpha}, \vec{x}) = \begin{cases} a, & \vec{x} = \alpha_i, \\ b, & \vec{x} \neq \alpha_i, \end{cases}$$

где $\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$; $\vec{x} = \varphi_i(x_1) \cdot \varphi_j(x_2) \cdot \ldots \cdot \varphi_k(x_n)$; $a, b, \alpha_j, x_l \in Em$.

Если считать, что a для обеих систем равно $m-1$, а b, θ и 0 для системы теоретико-множественных операций и системы Россера-Тьюкетта соответственно, то функции i-го выхода ДШ структурно идентичны:

$$Y_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varphi_{\alpha_1}(x_1) \cdot \varphi_{\alpha_2}(x_2) \cdot \ldots \cdot \varphi_{\alpha_n}(x_n).$$

Отличие состоит в смысле логических операций и характеристических функций. Поэтому анализ однотипных структур многозначных ДШ для обеих систем многозначных логических операций приводит к одинаковым результатам.

Дешифратор пирамидального типа строится по методу каскадов. В двоичной логике при использовании элементов с коэффициентом объединения $k = 2$ первый каскад пирамидального ДШ состоит из четырех схем, образующих на выходах все четыре конституенты единицы от двух переменных:

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2, \ \bar{x}_1 x_2, \ x_1 \bar{x}_2, \ x_1 x_2.$$

При реализации m-значного пирамидального ДШ k-входовыми конъюнкторами в первом каскаде образуют m^k конъюнкций характеристических функций от $\varphi_{l_1}(x_1)$ до $\varphi_{l_k}(x_k)$. Для этого потребуется m^k k-входовых конъюнкторов, на входы которых подается k характеристических функций.

Во втором каскаде на один из k-входов подается выход одного из элементов первой ступени и $(k-1)$ новые характеристические функции от $\varphi_{l_{k+1}}(x_{k+1})$ до $\varphi_{l_{2k-1}}(x_{2k-1})$.

В общем случае потребуется p таких каскадов, вплоть до последней ступени, для которой число новых характеристических функций τ может оказаться в пределах $0 \leqslant \tau < k-1$.

Целые числа p и τ определяют из соотношения $n-k= = p(k-1)+\tau$.

Общие аппаратурные затраты многозначного пирамидального ДШ устанавливаются следующей теоремой.

Теорема. *Полный многозначный пирамидальный ДШ реализуется элементами, число которых определяется формулой*

$$N_2 = \begin{cases} \dfrac{m^k\left[m^{(k-1)(p+1)}-1\right]}{m^{k-1}-1} + m^n + mn, \text{ при } \tau \neq 0, \\ \dfrac{m^{k-1}(m^n-m)}{m^{k-1}-1} + mn, \text{ при } \tau = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Доказательство. Выпишем количества конъюнкторов различных каскадов, начиная с первого:

$$m^k + m^k m^{k-1} + m^k m^{k-1} m^{k-1} + \ldots + m^k \underbrace{m^{k-1} \ldots m^{k-1}}_{p} +$$
$$+ m^k \underbrace{m^{k-1} m^{k-1} \ldots m^{k-1}}_{p} m^{\tau}.$$

Все члены этого выражения, за исключением последнего, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = m^{k-1}$.

Число конъюнкторов последнего каскада равно m^n, так как p и τ удовлетворяют соотношению

$$n = k + p(k-1) + \tau.$$

Найдем сумму членов геометрической прогрессии. В нашем случае $a_1 = m^k$; $l = p+1$; $q = m^{k-1}$.

Тогда

$$S = \frac{m^k\left[m^{(k-1)(p+1)}-1\right]}{m^{k-1}-1}.$$

Для нахождения общих аппаратурных затрат необходимо учесть последний каскад и характеристические элементы $m \cdot n$-входного каскада.

Следствие 1. *Для случая $k=n$ в многозначном пирамидальном ДШ имеем один каскад конъюнкторов, а общие аппаратурные затраты составляют*

$$N_2 = m^n + m \cdot n.$$

Эта формула совпадает с выражением для общих аппаратурных затрат матричного многозначного ДШ при $k = n$. Это свидетельствует о том, что при $k = n$ пирамидальный ДШ вырождается в матричный.

Следствие 2. *Для случая* $k = 2$ *и* $m = 2$ *имеем* $\tau = 0$ *и*

$$N_2 = \frac{2^2\,(2^{n-1} - 1)}{2^{2-1} - 1} = 2^{n+1} - 2^2 = 2\,(2^n - 2).$$

Последний член выражения (1), представляющий собой количество характеристических элементов $m \cdot n$, при $m = 2$ не учитывается, так как вместо двух характеристических элементов на каждую входную переменную в двоичной логике можно использовать нулевой и единичный выходы триггеров хранящих код дешифрируемого слова.

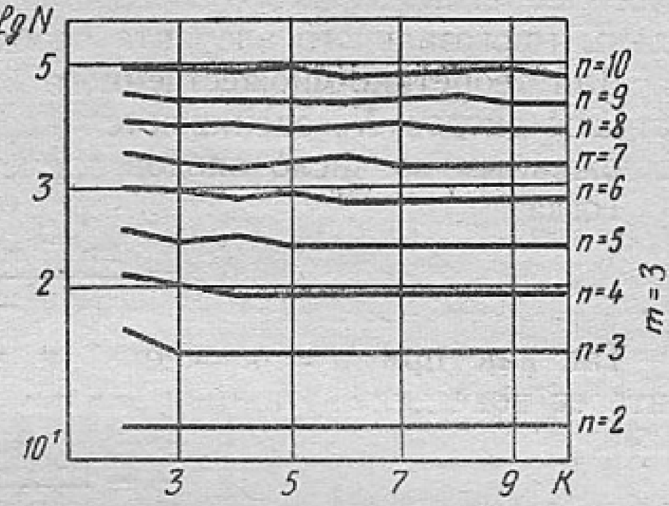

Рис. 1.

Для качественной оценки влияния различных параметров на общие аппаратурные затраты пирамидального многозначного ДШ построены графики (см. рис. 1 и 2).

Увеличение коэффициента объединения элементов k, как и в предыдущем случае, снижает аппаратурные затраты пирамидального ДШ.

Характер зависимости $\log N_2 = f(k)$ сохраняется и для другой значности логики m. Следует только иметь в виду, что при увеличении $m > 3$ семейство кривых проходит выше, чем показано на рис. 1, а при $m < 3$ — ниже.

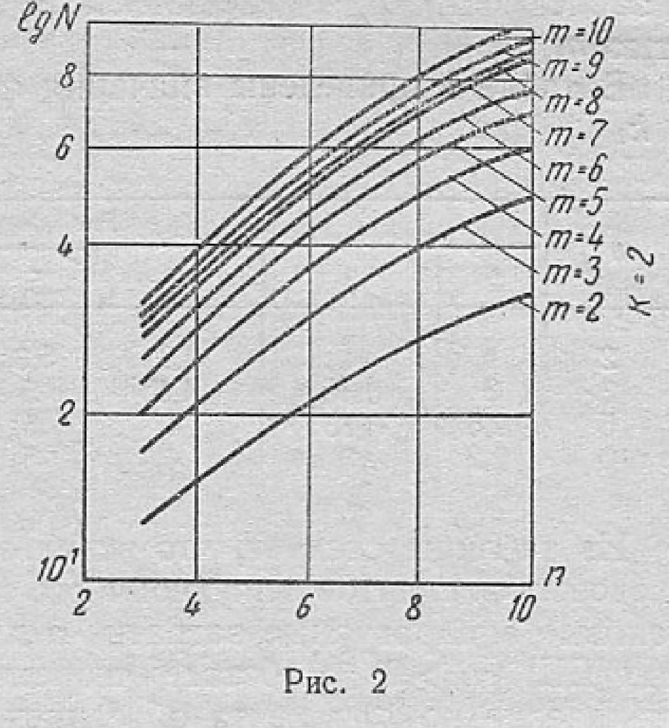

Рис. 2

Последнее обстоятельство подтверждается графиками $\log N_2 = f(n)$ (рис. 2), построенными для фиксированного значения коэффициента объединения $k = 2$.

При оценке влияния коэффициента объединения k на общие аппаратурные затраты следует учитывать также то, что при увеличении k, наряду со снижением общего числа элементов для всего ДШ, происходит некоторое усложнение самого многозначного элемента за счет увеличения числа входов k.

Это уточнение, однако, следует использовать дифференцированно, в зависимости от применяемого многозначного базиса и технических особенностей схемного решения многозначных конъюнкторов. Если многозначные конъюнкторы выполнены на основе позиционных многоустойчивых элементов, то при увеличении k путем увеличения числа входных диодов сложность схемы элементов изменяется незначительно и ее можно считать постоянной.

При использовании пассивных диодно-реостатных схем в базисе теоретико-множественных операций увеличение сложности схемы многозначного элемента необходимо учитывать.

Для теоретико-множественного базиса и пассивных элементов затраты диодов N_g оцениваются первым членом в формуле (1), умноженным на число входов элемента k.

Тогда

$$N_g = \frac{km^{k-1}m^{n+1}}{m^{k-1}-1}.$$

Так как при $u = m = \text{const}$ и $m^n - n = \text{const}$, представляет интерес поведение функции

$$\psi = \frac{km^{k-1}}{m^{k-1}-1}$$

в зависимости от изменения k для логик с различной значимостью m.

В табл. 1 приведены значения функции ψ для различных m и k.

Таблица 1

m	k								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	4	4,7	5,3	6	7	8	9	10
3	3	3,36	4,15	5	6	7	8	9	10
5	2,5	3,13	4	5	6	7	8	9	10
10	2,2	3	4	5	6	7	8	9	10

Из таблицы следует, что использование двухвходовых и трехвходовых элементов для двоичного пирамидального ДШ дает одинаковые аппаратурные затраты, а для многозначных пирамидальных ДШ ($m > 2$) в базисе теоретико-множественных операций увеличение коэффициента объединения k пассивных конъюнкторов свыше $k = 2$ нецелесообразно.

Использование элементов с $k = 3$ для двоичных пирамидальных ДШ позволяет значительно увеличить быстродействие ДШ за счет сокращения числа каскадов вдвое.

Действительно, из принципа построения пирамидального ДШ нетрудно установить, что

$$l_2 = l_1 = \left[\frac{n-1}{k-1}\right].$$

Тогда при $k=2$ и $k=3$ имеем соответственно $l_2=[n-1]$ и $l_2'=\left[\frac{n-1}{2}\right]$.

Определим удельные аппаратурные затраты многозначного пирамидального ДШ. После преобразований получим

$$N_2^{\text{уд}}=\lim_{M\to\infty}\frac{N_2}{M}=\lim\left[\frac{m^k m^{n-1}}{(m^{k-1}-1)\,m^n}-\frac{m^k}{(m^{k-1}-1)\,m^n}+\frac{m\cdot n}{m^n}\right]=$$

$$=\frac{m^{k-1}}{m^{k-1}-1}=\frac{M^{\frac{k}{n}-1}}{M^{\frac{k}{n}-1}}.$$

В табл. 2 приведены значения $N_2^{\text{уд}}$ для значности логики $m=2\div10$ и $k=2{,}3$.

Таблица 2

k	m								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9
3	4/5	9/8	16/15	25/24	36/35	1	1	1	1

При увеличении k свыше трех $N_2^{\text{уд}}$ практически равно единице.

Рассматривая график, приведенный на рис. 3, можно сделать вывод, что с ростом значности логики m удельные аппаратурные затраты многозначного пирамидального ДШ уменьшаются от двух до одного элемента на один выход, а при увеличении коэффициента объединения k, $N_2^{\text{уд}}$ стремятся к единице.

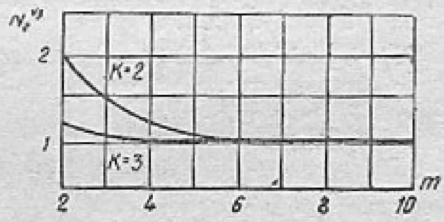

Рис. 3.

Коэффициент разветвления конъюнкторов в пирамидальном ДШ определим, воспользовавшись симметрией структуры ДШ по отношению числа элементов в смежных каскадах.

Это отношение является постоянной величиной для любых смежных каскадов и равно

$$k_p^{\varphi}=\frac{m^k m^{k-1}}{m^k}=m^{k-1}.$$

Исключение составляет только последний каскад при $\tau\neq0$.

Таким образом, коэффициент разветвления конъюнкторов в пирамидальном ДШ больше, чем в матричном.

Коэффициент разветвления характеристических элементов, в противоположность коэффициенту разветвления конъюнкторов, не остается постоянной величиной, а зависит от номера каскада Z_i, на который поступает сигнал с выхода характеристического элемента.

Чем дальше от входа находится каскад, тем большее количество конъюнкто ров он содержит, тем выше требования к нагрузочной способности характеристического элемента.

Зависимость коэффициента разветвления k_p^{φ} от номера каскада Z_i, считая со стороны входа, можно выразить следующей формулой:

$$k_p^{\varphi} = m^{(k-1)\cdot Z_i}.$$

Отсюда наибольшая нагрузочная способность требуется от характеристических элементов, нагруженных на конъюнкторы последнего каскада.

В этом случае $Z_i = (Z_i)_{\max} = l_2 = \left[\frac{n-1}{k-1}\right]$, а $k_p^{\varphi} = m^{n-1}$, т. е. многозначный пирамидальный ДШ обладает несимметрией с точки зрения нагрузки на источники входных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сигорский В. П., Денбновецкий С. В.* Многоустойчивые элементы и их применение в устройствах обработки информации. — В сб.: Многоустойчивые элементы и их применение. М., «Сов. радио», 1971, с. 5—23.
2. *Корнейчук В. Н., Романкевич Д. М.* Реализация k-значных дешифраторов. — В сб.: Вопросы теории ЭЦММ. Вып. 2. Киев, «Наукова думка», 1967, с. 88—97.
3. *Поспелов Д. А.* Логические методы анализа и синтеза схем. М., «Энергия», 1968. 328 с.

УДК 681 325. 53

Анализ структурных свойств многозначного пирамидального дешифратора. Баринов А. К., Какурин Н. Я. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 126—132.

Проведен анализ структурных свойств многозначного пирамидального дешифратора и определены его основные параметры для произвольного коэффициента объединения многозначных элементов. Построены графики, показывающие зависимость аппаратурных затрат многозначного пирамидального дешифратора от коэффициента объединения конъюнкторов и количества переменных.

Табл. 2. Ил. 3. Библиогр. 3.