УДК 62—50:519.8
М. И. ВАРСАК,
В. А. ЛОВИЦКИЙ,
канд. техн. наук

ВОПРОСЫ СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ ЗАДАЧНО-РЕШАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ. I

При разработке АСУ для машинно- и приборостроительных предприятий сложилась тенденция первоочередного проектирования и внедрения подсистемы оперативного управления основным производством (ОУОП). Основная цель автоматизированной подсистемы ОУОП заключается в совершенствовании методов и в повышении качества управления, а следовательно, и в повышении эффективности функционирования управляемых объектов-предприятий, цехов, участков, рабочих мест. Это достигается решением принципиально новых задач управления, а также организацией самой подсистемы ОУОП, непременными компонентами которой являются человек и ЭВМ. Организованный и целенаправленный характер функционирования такого рода систем непосредственно зависит от их структуры и регламентации функций человека и машины при совместной работе.

Указанные обстоятельства подчеркивают важность системного подхода к проектированию подсистемы ОУОП, который предполагает три основные стадии деятельности проектировщиков: анализ, оценка и синтез (разработка).

В процессе анализа подробно изучаются и формируются цели (текущие, ближайшие, перспективные) подсистемы вместе с предъявляемыми к ней требованиями, которые должны учитываться при любых предполагаемых изменениях в ее функционировании (вместе с объектом управления). Необходимо при этом достигнуть понимания общих целей подсистемы ОУОП, непротиворечащих целям других подсистем, т. е. определить состав, организационную структуру и относительные границы подсистемы. Этот вопрос представляет большой интерес, так как единых взглядов о подсистеме ОУОП в теории и практике построения АСУП еще не выработано. Некоторый опыт [3, 4] показывает, что в настоящее время возможно создание достаточно универсальных подсистем ОУОП, функции которых выходят за пределы основного производства. Это объясняется тем, что разработка «специфичных» подсистем в каждом конкретном случае приводит к существенному увеличению затрат и удлинению сроков внедрения АСУП за счет согласования и увязки пересекающихся в различных подсистемах задач управления.

В соответствии с результатами анализа и оценки целей строится организационно-экономическая модель (ОЭМ) автоматизированной подсистемы ОУОП и определяется комплекс задач, которые должны обеспечить полноту, своевременность и оптимальность [1] принимаемых в подсистеме решений согласно поставленным целям. Теперь автоматизированную подсистему ОУОП удобно рассматривать с системно-технических позиций [2] как задачно-решающую систему [ЗРС], функционирование которой сводится к решению задач и применению результатов решения для воздействия на объект управления (ОУ).

Задачно-решающую систему можно считать моделью ОУ, так как она отражает его свойства и структуру на языке задач. Любое свойство объекта, отражаемое в ЗРС, расценивается только с точки зрения поставленной задачи. В то же время ОУ своими конкретными характеристиками определяет состав множества задач ЗРС, т. е. ОУ также активен по отношению к ЗРС.

Структура ЗРС выражается посредством отношений между задачами, поэтому непосредственному синтезу структуры и изучению принципов функционирования ЗРС в процессе решения задач управления предшествует определение понятия задачи.

Формальное описание и классификация задач

При решении задачи для ЗРС известно некоторое начальное множество объектов $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$, которые по терминологии теории управления [5] назовем состояниями. Кроме того, можно выделить два других множества $F = \{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$ и $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$, элементы которых называются отображениями (управлениями) и целевыми состояниями. Тогда, если задано некоторое состояние, то необходимо определить последовательность таких управлений, которые приводят к целевому состоянию. Если реальные задачи формулировать в таких абстрактных терминах, то часто возникают трудности, так как не все управления можно применить ко всем возможным состояниям.

В реальных задачах множества состояний и управлений обладают некоторыми дополнительными свойствами. Эти дополнительные свойства приводят к тому, что элементы множества управлений $f_l \in F$ порождаются не только множеством состояний, а еще и некоторым дополнительным множеством. Практически это множество указывает ЗРС, что необходимо сделать с множеством начальных состояний. Назовем такое множество множеством целевых указаний и обозначим его через $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_l\}$.

Тогда задачу на языке элементов пространства состояний [5, 6] можно представить как совокупность четырех множеств:

X начальных состояний;

Q целевых указаний;

F отображений, преобразующих начальные состояния в целевые;

Y целевых состояний.

Четверка $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$ определяет задачу и может использоваться как общее формальное описание ее. Однако для постановки и решения конкретных задач общее описание может оказаться недостаточным, так как оно все еще не определяет свойств задачи. Чтобы сделать четверку $\langle X, Q, F, Y \rangle$ более содержательной и придать ей конкретный смысл, необходим описательный язык. Рассуждая неформально, можно считать, что такой язык должен состоять из некоторых предположений относительно множеств четверки T. Множества X, Q, F, Y комбинируются в предложения с помощью логических связок.

Определение 1. *Задачей называется четверка* $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$, *если для нее определено одно из следующих предложений:*

$$P1. \ (X \wedge Q) \vdash F \Rightarrow Y$$
$$P2. \ (X \wedge Q \wedge Y) \vdash F$$
$$P3 \ \ (X \wedge Q \wedge F) \Rightarrow Y.$$

Символы $\wedge$, $\Rightarrow$ читаются соответственно как «И», «влечет», а символ $\vdash$ означает, что «F есть следствие...».

В соответствии с [7] элементы множества X, Q в $P1$ и X, Q, Y в $P2$, соединенные логической связкой $\wedge$, можно назвать посылками для поиска отображений $f_i \in F$.

Определение 2. *Пусть дана задача* $T = \langle X, Q, F, Y \rangle$ *и элемент* $x_0 \in X$. *Решением для* x_0 *называется такая последовательность отображений* $\{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$, что $\forall i \, (f_i \in F)$ *и* $f_n(f_{n-1} \ldots (f_1(x_0)) \in Y$, *где* $\forall$ — *квантор общности, а* n — *длина решения.*

Нетрудно видеть, что определение 2 справедливо для каждого из предложений $P1 - P3$.

Определим теперь более точно смысл множества Q целевых указаний. Интуитивно мы уже отмечали, что Q некоторым образом определяет действия ЗРС по поиску отображений $f_i \in F$. Более формально это означает, что с помощью Q задано отображение

$$s : Q \rightarrow F, \tag{1}$$

которое называется стратегией решения, если

$$s(x) = f \Rightarrow x \in X_f \tag{2}$$

и X_f — множество состояний, для которых отображение f допустимо.

Тогда можно утверждать следующее:

$$\mathrm{A}_i \exists \, s \, (f_{i+1} = s \, (f_i(f_{i-1}, \ \ldots (f_1(x_0)), \tag{3}$$

где $1 \leqslant i \leqslant n$, $x_0 \in X$, а $\exists$ — квантор существования.

Из выражения (3) ясно, что решение задачи T можно построить, если известно множество целевых указаний Q и определяемые им стратегии s (1—2).

Для практического использования понятия стратегии необходимо ответить на вопрос: в каком же виде она должна представляться в ЗРС? Из изложенного выше (1—3) следует, что ответ нужно искать в описании множества Q.

Самым очевидным здесь будет предположение о том, что на множестве Q определено разбиение на непересекающиеся подмножества, т. е.

$$Q = \bigcup_{f \in F} Q_f. \tag{4}$$

Каждое подмножество Q_f в этом разбиении должно иметь достаточно простое описание, чтобы стратегия была практически осуществимой. Разбиение множества Q на подмножества равносильно разложению исходной задачи на подзадачи, т. е. равносильно редукции задачи [6]. Собираясь использовать подход, основанный на редукции задачи, мы должны указать пути его применения в наших целях. Вначале будем требовать, чтобы для ЗРС было достаточно конкретно (в смысле определения 1) определено множество задач $\Gamma = \{T_i\}$, где $i = 1, 2, \ldots, n$ и T_i — есть задача. Множество Γ само по себе также является подлежащей решению задачей, состоящей из n подзадач.

Назовем такую задачу глобальной и обозначим через T_0. Пусть $T_0 = \langle X, Q, F, Y \rangle$ и $(X \wedge Q) \vdash F \Rightarrow Y$. Имеется много способов разложить T_0 на подзадачи. Однако в силу (4) реальная трудность заключается в том, чтобы скоординировать подмножества Q_{fi} в рамках $Q \in T_0$. Формально это выглядит так: $T_i \in \Gamma$, тогда и только тогда, когда $Q_{fi} \in \bigcup Q_f = Q$, где $Q_{fi} \in T_i$, а $Q \in T_0$.

Такой процесс редукции будем связывать с формированием структуры ЗРС. Ключевой проблемой в этом случае является координация задач относительно Q глобальной задачи.

Определение 3. *Разложение глобальной задачи T_0 на подзадачи $T_i \in \Gamma$ с координацией их относительно $Q \in T_0$ называется структурной редукцией ЗРС.*

Будем различать задачи первого и второго рода.

Определение 4. *Четверка $T1 = \langle X, Q, F, Y \rangle \mid P1 \vee P2$ называется задачей первого рода.*

Определение 5. *Четверка $T2 = \langle X, Q, F, Y \rangle \mid P3$ называется задачей второго рода.*

Поскольку мы исследуем человеко-машинную ЗРС, то необходимо более содержательно описать и множество F. Из определения 2 следует, что последовательность отображений $f_i \in F$ является алгоритмом перевода начального состояния задачи в целевое. Ясно также и то, что если ЗРС располагает таким алгоритмом, то он может быть представлен в следующих видах:

1) F^P — программа для машины, т. е. алгоритм реализован на языке программирования;

2) F^A — инструкция алгоритмического характера для человека, т. е. алгоритмическое предписание;

3) $F^И$ — известный алгоритм, но не реализованный для данной ЗРС ни в виде программы, ни в виде алгоритмического предписания.

Тогда задачи второго рода можно классифицировать так:

$$\begin{aligned} T2 &= T2^P, \text{ если } F = F^P, \\ T2 &= T2^A, \text{ если } F = F^A, \\ T2 &= T2^И, \text{ если } F = F^И. \end{aligned} \tag{5}$$

Пусть в результате обследования существующей подсистемы ОУОП установлено некоторое конечное множество решаемых задач $\Gamma_0 = \{T_1, T_2, \ldots, T_k\}$, причем T_i ($T_i \in \Gamma_0$) представлены только задачами второго рода:

$$\forall T_i (T_i = T2^A \vee T2^И), \tag{6}$$

где символ $\vee$ обозначает операцию разделительное «или». Функционирование ЗРС пусть заключается в решении конечного множества задач $\Gamma = \{T_1, T_2, \ldots, T_n\}$ такого, что

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma) \Rightarrow T_i = T2^A \vee T2^P). \tag{7}$$

Переход от множества Γ_0 к множеству Γ осуществляется не непосредственно, а через множество $\Gamma_1 = \{T_1, T_2, \ldots, T_m\}$, которое формируется в результате анализа и оценки Γ_0. Множество Γ_1 удовлетворяет следующим условиям:

$$\Gamma_0 \cap \Gamma_1 \neq \varnothing, \tag{8}$$

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma_0 \cap \Gamma_1 \Rightarrow T_i = T2^A \vee T2^И), \tag{9}$$

$$\Gamma_1 - \Gamma_0 \neq \varnothing, \tag{10}$$

$$\forall T_i ((T_i \in \Gamma_1 - \Gamma_0) \Rightarrow T_i = T1 \vee T2^И). \tag{11}$$

Доказательство условий (8)—(10) очевидно. Так, условие (8) показывает, что проектируемая ЗРС включает и задачи существующей подсистемы; условие (9) следует из предложения (6); условие (10) свидетельствует о том, что множество Γ_1 включает новые задачи управления [1], а условие (11) классифицирует новые задачи.

Теоретико-множественная модель ЗРС

Пусть множества Γ_0, Γ_1, Γ определены в эвклидовом пространстве E^n. Зададим на множестве Γ бинарное отношение R непосредственного вхождения как подмножество декартова произведения $\Gamma \times \Gamma$

$$R \subset \Gamma \times \Gamma. \tag{12}$$

Определение 6. *Задача T_i входит в задачу T_j (задача T_j включает в себя задачу T_i), если результат решения T_i используется при решении T_j.*

Это отношение будем обозначать $T_i R T_j$ или $T_i \to T_j$ и называть пару $\langle T_i, T_j \rangle$ парой, приведенной в отношение. Согласно [8, 9] левой областью $D_л$ отношения R называется множество всех первых элементов (задач) пар $\langle T_i, T_j \rangle \in R$; правой областью $D_п$ — множество вторых элементов этих пар. Сумму $F(R)$ этих областей определим как поле отношения R:

$$F(R) = D_л \cup D_п. \tag{13}$$

Определение 7. *Бинарное отношение R называется структурным отношением непосредственного вхождения на множестве Γ тогда и только тогда, когда для каждой пары множеств Γ_1 и Γ_2, $\Gamma_1 \neq \varnothing$, $\Gamma_2 \neq \varnothing$ выполняются соотношения $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$,*

$\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \varnothing$ и существуют задачи $T_i \in \Gamma_1$, $T_j \in \Gamma_2$, для которых справедливо по крайней мере одно из соотношений $T_i \to T_j$ или $T_j \to T_i$.

Определение 8. *Бинарное структурное отношение «$\to$» на множестве Γ в эвклидовом пространстве E^n будем называть теоретико-множественной ЗРС. Пары $\langle T_i, T_j \rangle \in R$ называются элементами ЗРС.*

Из определения 8 следует, что ЗРС не должна содержать изолированных задач, т. е. каждая задача $T_i \in \Gamma$, $i = 1, 2, \ldots, n$ должна состоять в отношении «$\to$» по крайней мере еще с одной задачей. Следовательно, множество Γ служит полем структурного отношения R и $\Gamma = F(R)$.

Задачи $T_i \in \Gamma$ являются вершинами ЗРС. Каждая вершина принадлежит одной из областей поля $D_л$ или $D_п$. Покажем, что наша теоретико-множественная ЗРС обладает вполне конкретными свойствами. Для этого потребуем, чтобы структурное отношение, введенное определением 7, удовлетворяло следующим условиям:

антирефлексивности, т. е.

$$\neg \exists T_i (\langle T_i, T_i \rangle \in R); \tag{14}$$

антисимметричности, т. е.

$$\forall T_i \forall \cdot T_j (\langle T_i, T_j \rangle \in R \Rightarrow \langle T_j, T_i \rangle \in R); \tag{15}$$

транзитивности, т. е.

$$\exists T_i \exists T_j \exists T_k ((T_i \to T_j) \wedge (T_j \to T_k) \Rightarrow (T_i \to T_k)). \tag{16}$$

Определение 9. *Вершины ЗРС называются входами (выходами), если они представляют собой только начала (концы) ее элементов. Соответственно и задачи называются начальными и конечными.*

Определение 10. *Начальные и конечные задачи ЗРС образуют множество граничных задач, остальные задачи называются промежуточными. Множество граничных задач называется границей ЗРС.*

Определение 11. *ЗРС является относительно обособленной системой, так как она имеет начальные и конечные задачи, а, значит $D_л - D_п \neq \varnothing$ и $D_п - D_л \neq \varnothing$.*

Топологическая (графовая) модель ЗРС

Определение 12. *Под топологической ЗРС, определенной на структурном отношении R будем понимать связное множество одномерных ориентированных симплексов [9] с концами в точках T_i и T_j.*

Очевидно, что ориентированная топологическая система всегда представляет собой связный ориентированный граф [10]:

$$G = (\Gamma, R) \text{ или } G = (\Gamma, U), \tag{17}$$

где Γ — множество вершин (задач), U — множество дуг.

Отметим без доказательств некоторые свойства графа (17), вытекающие из свойств теоретико-множественной ЗРС.

Свойство 1. Граф G не содержит контуров.

Свойство 2. Граф G имеет мнимые контуры, т. е. транзитивные замыкания в соответствии с условием (16). Мнимый контур превращается в контур после изменения ориентации некоторых дуг графа.

Определение 13. *Граф G называется структурным графом ЗРС, если его вершины (задачи) распределены по уровням так, что выполняются условия:*

1) $\neg\exists T_i \neg\exists T_j (T_i \in \Gamma^x) \wedge (T_j \in \Gamma^x) \Rightarrow (T_i \to T_j) \vee (T_j \to T_i)$;

2) $\bigcap\limits_x \Gamma^x = \varnothing$;

3) $\bigcup\limits_x \Gamma^x = \Gamma$,

где Γ^x — множество задач x-уровня.

Принадлежность задачи T_j x-уровню графа G будем обозначать T_j^x. Если $T_j \in \Gamma^1$, то она является начальной; конечные задачи могут принадлежать любому уровню $x \geqslant 2$.

Построим оценки статуса каждой задачи структурного графа ЗРС. Для этого введем понятия ранга [11] и степени сложности задачи.

Определение 14. *Рангом задачи T_j^x называется целое число R_j, указывающее на количество задач, расположенных на последующих $x + \upsilon$ уровнях, $\upsilon = 1, 2, \ldots$, и связанных между собой отношением «$\to$».*

Определение 15. *Степенью сложности задачи T_j^x называется целое число C_j, указывающее на количество задач, расположенных на предыдущих $x - \upsilon$ уровнях, $\upsilon = 1, 2, \ldots$, и связанных между собой отношением «$\to$».*

Легко видеть, что для определения R_j и C_j любой задачи ЗРС необходимо выделить соответствующие подмножества задач $\Gamma_R(T_j^x)$ и $\Gamma_c(T_j^x)$ и подсчитать число задач, принадлежащих этим подмножествам. Если в эти подмножества включать и задачу, для которой определяются оценки R_j и C_j, то

$$R_j = |\Gamma_R(T_j^x)|, \; C_j = |\Gamma_c(T_j^x)|. \tag{18}$$

Отметим, что все начальные задачи имеют $C_j = 1$, а для всех конечных задач $R_j = 1$.

Определение 16. *Подграф $D_j = (\Gamma_c(T_j^x), U_j)$, порожденный множеством $\Gamma_c(T_j^x) \in \Gamma$, где $T_j^x \in \Gamma_c(T_j)$ и $x \neq 1$, назовем структурным деревом (псевдодеревом) решения задачи T_j^x, если он не содержит (содержит) мнимые контуры и $U_j \subset U$.*

Сформулируем еще одно свойство структурного графа ЗРС.

Свойство 3. Для любой задачи $T_j^x \in \Gamma$, $x \neq 1$ существует одно и только одно структурное дерево (псевдодерево) решения D_j.

Существование D_j доказывается тем, что структурный граф ЗРС не содержит изолированных вершин (задач) по определению 8. Единственность D_j следует из определений 15 и 16.

Структурный граф $G = (\Gamma, U)$ содержит $k = n - g$ деревьев решений, где $n = |\Gamma|$, а $g = |\Gamma^1|$. Получение всех деревьев D_j, $j = 1, 2, \ldots, k$ назовем разложением ЗРС на деревья решений.

Определение 17. *Два структурных дерева (псевдодерева) решений D_j и D_k будем считать подобными, записывая $D_j \sim D_k$, если порождающие их множества $\Gamma_c(T_j)$ и $\Gamma_c(T_k)$ содержат одни и те же задачи (за исключением корня) и $U_j = U_k$. Из определений 14 и 15 следует соотношение*

$$D_j \sim D_k \Rightarrow C_j = C_k, \tag{19}$$

т. е. задачи с подобными деревьями решения имеют и равные степени сложности. Обратное соотношение в общем случае несправедливо.

Ранги задач T_j и T_k, для которых $D_j \sim D_k$, различны, если задачи не являются конечными.

Теоретико-множественная и топологическая модели позволяют формировать структуру конкретной ЗРС оперативного управления с помощью ЭВМ, использующей в качестве входной информации массив задач, каждой из которых ставится в соответствие список непосредственно входящих в нее задач.

Работа со структурой, проводимая в режиме диалога «человек — ЭВМ», позволяет решить ряд практически важных задач для синтеза и функционирования автоматизированной подсистемы ОУОП:

оптимизировать структуру ЗРС;
увязать в единый график решение «автоматизированных и ручных» задач;
построить график работы ИВЦ;
наметить порядок создания информационных массивов;
создать паспорта задач для общения пользователей с ИВЦ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глушков В. М.* Введение в АСУ. Киев. «Техніка», 1972. 308 с.
2. *Черняк Ю. И.* Закономерности целеобразования в экономических системах. В сб.: Информация и модели структур управления. М., «Наука», 1972, с. 13—30.
3. *Жалнерович Е. А., Каменев В. А.* Основные направления развития автоматизированной подсистемы ОУОП. — В кн.: Докл. II Всесоюз. научн.-техн. конф. Проблемы научной организации управления социалистической промышленностью. Сб. № 7, М., 1972, с. 139—152.
4. *Ту Ю.* Современная теория управления. М., «Машиностроение», 1971. 460 с.
5. *Нильсон Н.* Искусственный интеллект. М., «Мир», 1973. 232 с.
6. *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М., «Наука», 1971. 320 с.
7. *Куратовский К., Мостовский А.* Теория множеств. М., «Мир», 1970. 416 с.
8. *Беллерт С., Возняцкий Г.* Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. М., «Мир» 1972. 332 с.
9. *Берж К.* Теория графов и ее применение. М., ИЛ, 1962. 312 с.
10. *Чумаченко Н. Г., Айвозян Ю. А., Трум В. Е.* Классификация задач автоматизации управления производством. — «Экономика и математические методы», 1968, т. IV, вып. 1, с. 108—112.

УДК 62—50:519. 8

Вопросы синтеза структуры задачно-решающей системы оперативного управления производством. I. Варсак М. И., Ловицкий В. А. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 114—121.

Рассматривается задачно-решающая система (ЗРС) оперативного управления производством. Для задачно-решающей системы построены теоретико-множественная и топологические модели, формально описываются свойства моделей. Предпринята попытка формализовать понятие задачи с целью строгой классификации задач управления и формирования иерархической структурой ЗРС с помощью ЭВМ.

Библиогр. 11.