УДК 621.327.22
В. А. ДИКАРЕВ, канд. физ.-мат. наук,
Н. Г. САРНАВСКИЙ канд. техн. наук,
И. В. НАУМЕЙКО

К РАСЧЕТУ МНОГОЖИЛЬНЫХ ДЛИННЫХ КАБЕЛЕЙ МЕТОДОМ ВКБ ПРИБЛИЖЕНИЙ

В настоящее время все более широкое применение в технике получают многожильные длинные линии. Поскольку любая реальная линия неоднородна, ее расчет сводится к решению системы дифференциальных уравнений длинной линии с переменными коэффициентами и краевыми условиями:

$$\vec{u}(0, t) = \vec{u}_0(t); \quad \vec{i}(0, t) = \vec{i}_0(t);$$

K-е компоненты векторов $\vec{u}$ и $\vec{i}$ являются соответственно напряжением и током в k-й ветви.

Рассмотрим полуограниченный кабель, содержащий n ветвей. Нашей целью является получение расчетных формул для тока и напряжения в любой точке линии.

Пусть компоненты вектора $\vec{x} = (u_1, \ldots, u_n i_1 \ldots i_n)^m$ абсолютно интегрируемы [1]. Тогда преобразование Фурье приводит систему уравнений многожильной длинной линии к обобщенному телеграфному уравнению

$$\frac{d\vec{X}}{dx} = (A + \omega B)\vec{X} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\vec{X}(\omega, x)|_{x=0} = \vec{X}^{\circ}, \tag{2}$$

$\vec{X}^{\circ}$ — образ Фурье вектора $\vec{x}_0$;

A и B — квадратные матрицы взаимодействий между цепями кабеля:

$$A = -\begin{vmatrix} 0 \dots 0 & R_1 \dots r_{1n} \\ \dots & \dots \\ 0 \dots 0 & r_{n1} \dots R_n \\ G_1 \dots g_{1n} & 0 \dots 0 \\ \dots & \dots \\ g_{n1} \dots G_n & 0 \dots 0 \end{vmatrix};$$

$$B = -i\begin{vmatrix} 0 \dots 0 & L_1 \dots m_{1n} \\ \dots & \dots \\ 0 \dots 0 & m_{n1} \dots L_n \\ C_1 \dots c_{1n} & 0 \dots 0 \\ \dots & \dots \\ c_{n1} \dots C_n & 0 \dots 0 \end{vmatrix}.$$

В работах [2, 3] предложен метод ВКБ приближения для решения уравнений вида (1), который состоит в следующем. Решение ищется в виде асимптотического ряда

$$\vec{X}(x, \omega) = e^{\omega \int_0^x b(t)dt} \left\{\vec{Z}_0(x) + \dots + \frac{\vec{Z}_n(x)}{\omega^n}\right\}, \tag{3}$$

$b(x)$ — собственное значение матрицы B. Предполагается, что все ее собственные значения попарно различны. Тогда Z_m ищется в виде

$$\vec{Z}_m(x) = \vec{Z}^{\circ}_m(x) + \varphi_m(x)\vec{u}(x),$$

где $\vec{U}(x)$ — собственный вектор матрицы B, соответствующий собственному значению $b(t)$; $\varphi_m(x)$ получаем из уравнения

$$\varphi'_m(x)(\vec{U}(x), \vec{Y}(x)) + \varphi_m(x)(\vec{U}'(x), \vec{Y}(x)) - \varphi_m(x)(A\vec{U}(x), \vec{Y}(x)) =$$
$$= (A\vec{Z}^{\circ}_m(x), \vec{Y}(x)) - (\vec{Z}^{\circ\prime}_m(x), \vec{Y}(x)), \tag{4}$$

а функцию $\vec{Z}^{\circ}_m(x)$ — из рекуррентной формулы

$$[B - Eb]\vec{Z}^{\circ}_m(x) = \vec{Z}_{m-1}(x) - A\vec{Z}_{m-1}(x), \tag{5}$$

причем вектор

$$\vec{Y}(x) \not\equiv 0 \quad \text{и} \quad [B^* - E\bar{b}]\vec{Y} = 0.$$

Рассмотрим теперь общий вид m-го ВКБ приближения решения уравнения (1), а также его прообраз $\vec{x}_m$. Так как по предположению все собственные значения матрицы B различны и каждому соответствует свое m-е ВКБ приближение, то $\vec{X}_m(\omega, x)$ имеет вид

$$\vec{X}_m(\omega, x) = \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega) e^{i\omega P_j(x)} \left[\sum_{k=0}^{m} \frac{\vec{Z}_{jm}(x)}{\omega^m} \right], \tag{6}$$

где

$$P_j(x) = -i \int_0^x b_j(t)\, dt;$$

$C_j(\omega)$ — постоянная, зависящая от $\vec{X}^\circ$.

Найдем $C_j(\omega)$,

$$\vec{X}^\circ(\omega) = \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega) \left[\vec{Z}_{j0}(0) + \ldots + \frac{\vec{Z}_{jm}(0)}{\omega^m} \right];$$

$$\omega^m \vec{X}^\circ(\omega) = \sum_{j=1}^{2n} C_j(\omega)\, \vec{Q}_j^m(\omega), \tag{7}$$

где $\vec{Q}_j^m(\omega)$ — многочлен m-й степени с комплексными коэффициентами.

Поскольку все собственные значения матрицы B различны, векторы $\vec{Z}_{j0}(\omega)$, являющиеся собственными векторами (так как $\vec{Z}_{j0}^0(\omega) \equiv 0$), линейно независимы. Значит, линейно независимы векторы $\vec{Q}_j^m(\omega)$, и уравнение (7) решается однозначно относительно $C_j(\omega)$:

$$C_j(\omega) = \frac{1}{D^{2n-m}(\omega)} \sum_{k=1}^{2n} \tilde{R}_{kj}^{(2n-1)m}(\omega) \cdot X_k^\circ(\omega) \cdot \omega^m; \tag{8}$$

$\tilde{R}_{kj}^{(2n-1)m}(\omega)$ и $D^{2n\cdot m}(\omega)$ — многочлены степеней $(2n-1)m$ и $2nm$ соответственно.

Отсюда

$$\vec{X}_m(\omega, x) = \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{\tilde{R}_{jk}^{(2n-1)m}(\omega)}{D^{2nm}(\omega)} \vec{Q}_j^m(\omega, x)\, X_k(\omega)\, e^{i\omega P_j(x)}. \tag{9}$$

Обозначим

$$\vec{\rho}_{jk}^{\,2nm}(\omega, x) = \tilde{R}_{jk}^{(2n-1)m}(\omega)\, \vec{Q}_j^m(\omega, x),$$

$$\frac{\vec{\rho}_{jk}^{\,2nm}(\omega, x)}{D^{2n\cdot m}(\omega)} = \vec{M}_{jk}(x) + \frac{\vec{R}_{jk}^{2n\cdot m-1}(\omega, x)}{D^{2n\cdot m}(\omega)}. \tag{10}$$

Таким образом, (9) представляет собой общее ВКБ приближение решения уравнения (1). Найдем соответствующий ему оригинал.

Известно (см. [1, 4]), что

$$F_1(\omega) F_2(\omega) \doteqdot \sqrt{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau)\, d\tau, \tag{11}$$

если f_1 и f_2 принадлежат T_0-классу абсолютно интегрируемых функций и $f_1'(t) \in T_0$ или $f_2'(t) \in T_0$;

$$\frac{D_1(\omega)}{D(\omega)} \doteqdot \sum_{l=1}^{n} A_l e^{a_l t}, \tag{12}$$

где $D(\omega)$ — многочлен степени n, $D_1(\omega)$ — многочлен степени $n_1 < n$, A_l и a_l — некоторые комплексные числа. Поскольку колебания в линии затухают с увеличением расстояния от источника, будем считать $\operatorname{Re} a_l \leqslant 0$, $\forall l$.

Из (9) — (12) имеем

$$\vec{x}_m(t, x) = \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \vec{M}_{jk}(x) \cdot \overset{\circ}{x}_k(t - P^j(x)) +$$

$$+ \sqrt{2\pi} \sum_{j=1}^{2n} \sum_{k=1}^{2n} \sum_{l=1}^{2n\cdot m} A_{jkl}(x) \left[e^{a_l t} * \overset{\circ}{x}_k(t - P_j(x))\right]. \tag{13}$$

Выражение (13) представляет собой прообраз m-го ВКБ приближения решения (1) и является приближенным решением системы уравнений многопроводной неоднородной длинной линии [2].

Поскольку форма сигнала (его δ-разрывы, разрывы производных и т. д.) определяются высшими гармониками, т. е. ω достаточно велико, то вполне можно ограничиться первым ВКБ приближением.

Ниже будут выведены расчетные формулы первого ВКБ приближения для широко применяемых в технике неоднородных длинных линий, состоящих из двух цепей. Их вид не зависит от способа технической реализации этих цепей. Известно, что в матрицах A и B

$$\begin{aligned} &m_{12} = m_{21} = m; \qquad c_{12} = c_{21} = c; \\ &g_{12} = g_{21} = g; \qquad r_{12} = r_{21} = r. \end{aligned} \tag{14}$$

Также естественно положить

$$\begin{aligned} &L_1 = L_2 = L; \qquad C_1 = C_2 = C; \\ &G_1 = G_2 = G; \qquad R_1 = R_2 = R. \end{aligned} \tag{15}$$

Тогда преобразованная согласно Фурье система уравнений длинной линии имеет вид

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_x' = [A + \omega B] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}; \tag{16}$$

$$A = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & R & r \\ 0 & 0 & r & R \\ G & g & 0 & 0 \\ g & G & 0 & 0 \end{bmatrix}; \; B = -i \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & L & m \\ 0 & 0 & m & L \\ C & c & 0 & 0 \\ c & C & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Раскрыв вековой определитель, найдем все четыре собственных значения матрицы B;

$$\lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{(C-c)(L-m)};$$

$$\lambda_{3,4} = \pm i \sqrt{(C+c)(L+m)}. \tag{17}$$

Из уравнений

$$[B - \lambda_i E] \cdot \vec{U}_i = 0; \;\; [B^* - \bar{\lambda}_i E]\, \vec{Y}_i = 0$$

найдем векторы, соответствующие λ_i:

$$\vec{U}_{1,2} = \begin{vmatrix} -\sqrt{L-m} \\ \sqrt{L-m} \\ \pm\sqrt{C-c} \\ \mp\sqrt{C-c} \end{vmatrix}, \;\; \vec{U}_{3,4} = \begin{vmatrix} \sqrt{L+m} \\ \sqrt{L+m} \\ \pm\sqrt{C+c} \\ \mp\sqrt{C+c} \end{vmatrix};$$

$$\vec{Y}_{1,2} = \begin{vmatrix} -\sqrt{C-c} \\ \sqrt{C-c} \\ \pm\sqrt{L-m} \\ \mp\sqrt{L-m} \end{vmatrix}, \;\; \vec{Y}_{3,4} = \begin{vmatrix} \sqrt{C+c} \\ \sqrt{C+c} \\ \mp\sqrt{L+m} \\ \mp\sqrt{L+m} \end{vmatrix}. \tag{18}$$

Так как $\vec{Z}_{-1}(x) \equiv 0$, то из (5) следует $\vec{\mathring{Z}}_0(x) \equiv 0$,

$$\vec{Z}_0(x) = \varphi_0(x) \cdot \vec{U}(x).$$

Для каждого λ_i найдем соответствующие скалярные функции из уравнения (4):

$$(\vec{U}_{1,2}, \; \vec{Y}_{1,2}) = 4\sqrt{(L-m)(C-c)}, \tag{19}$$

$$(\vec{U}_{3,4}, \; \vec{Y}_{3,4}) = 4\sqrt{(L+m)(C+c)}. \tag{20}$$

Тогда уравнение (4) имеет вид

$$\varphi'_{01,2} + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{L'-m'}{L-m} + \frac{C'-c'}{C-c}\right) \mp \frac{1}{2} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{(C-c)(R-r) + (L-m)(G-g)}{\sqrt{L-m)(C-c)}}\right] \varphi_{01,2} = 0, \tag{21}$$

$$\varphi'_{03,4} + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{L'+m'}{L+m} + \frac{C'+c'}{C+c}\right) \mp \frac{1}{2} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{(C+c)(R+r) + (L+m)(G+g)}{\sqrt{(L+m)(C+c)}}\right] \cdot \varphi_{03,4} = 0.$$

Его решение:

$$\varphi_{01,2} = [(L - m)(C - c)]^{-\frac{1}{4}} \times$$
$$\times \exp\left\{\pm \frac{1}{2}\int_0^x \frac{(R - r)(C - c) + (G - g)(L - m)}{\sqrt{(C - m)(C - c)}}\, d\tau\right\};$$

$$\varphi_{03,4} = [(L + m)(C + c)]^{-\frac{1}{4}} \times$$
$$\times \exp\left\{\pm \frac{1}{2}\int_0^x \frac{(R + r)(C + c) + (G + g)(L + m)}{\sqrt{(L + m)(C + c)}}\, d\tau\right\}. \qquad (22)$$

Все параметры линии являются некоторыми интегрируемыми функциями от x.

Обозначим

$$Q_1(x) = \frac{1}{2}\int_0^x \frac{(R - r)(C - c) + (G - g)(L - m)}{\sqrt{(L - m)(C - c)}}\, d\tau,$$

$$Q_2(x) = \frac{1}{2}\int_0^x \frac{(R + r)(C + c) + (G + g)(L + m)}{\sqrt{(L + m)(C + c)}}\, d\tau. \qquad (23)$$

Из рекуррентного соотношения (5) определим $\vec{\overset{\circ}{Z}}_1(x)$.

Правая часть (5) имеет вид

$$\vec{Z}'_{01,2}(x) - AZ_{01,2}(x) = \varphi_{01,2}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{L' - m'}{L - m} - \frac{C' - c'}{C - c}\right) \mp\right.$$
$$\left.\mp \frac{1}{2}\frac{(C - c)(R - r) - (L - m)(G - g)}{\sqrt{(L - m)(C - c)}}\right]\vec{W}_{1,2} = \varphi_{01,2}\cdot N_{1,2}\cdot \vec{W}_{1,2},$$

$$\vec{Z}'_{03,4}(x) - A\vec{Z}_{03,4}(x) = \varphi_{03,4}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{L' + m'}{L + m} - \frac{C' + c'}{C + c}\right) \mp\right.$$
$$\left.\mp \frac{1}{2}\frac{(C + c)(R + r) - (L + m)(G + g)}{\sqrt{(L + m)(C + c)}}\right]\vec{W}_{3,4} = \varphi_{03,4} N_{3,4}\vec{W}_{3,4},$$

где

$$\vec{W}_{1,2} = \begin{vmatrix} -\sqrt{L - m} \\ \sqrt{L - m} \\ \mp\sqrt{C - c} \\ \pm\sqrt{C - c} \end{vmatrix}; \qquad \vec{W}_{3,4} = \begin{vmatrix} \sqrt{L + m} \\ \sqrt{L + m} \\ \pm\sqrt{C + c} \\ \pm\sqrt{C + c} \end{vmatrix}. \qquad (24)$$

В соответствии с процедурой, предложенной в [2, 3], φ_{0i} выбрано таким образом, чтобы уравнение

$$[B - bE]\,\vec{\overset{\circ}{Z}}_{1i}(x) = \varphi_{0i}(x)\,N_i(x)\,\vec{W}_i(x) \qquad (25)$$

имело решение. Так как $\det[B - bE] = 0$, то одна из компонент решения может быть выбрана произвольной (например, нулевой). Тогда решение имеет вид

$$\vec{Z}^{\circ}_{11,2} = i\varphi_{01,2} N_{1,2} \frac{1}{\sqrt{L-m}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\vec{Z}^{\circ}_{13,4} = i\varphi_{03,4} N_{3,4} \frac{1}{\sqrt{L+m}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \qquad (26)$$

Скалярную функцию $\varphi_{1i}(x)$ определим из (4). Поскольку собственный вектор $\vec{U}_i(x)$ определяется с точностью до некоторого скалярного множителя, то можно в качестве такового использовать вектор $\vec{Z}_{0i}(x)$, который подобран так, чтобы $(\vec{Z}_{0i} - A\vec{Z}_0, \vec{Y}) = 0$ (см. [2]).

Тогда (4) примет вид

$$\varphi'_{ni}(x)(\vec{Z}_{0i}(x), \vec{Y}_i(x)) = (A\vec{Z}^{\circ}_{ni}(x), \vec{Y}_i(x)) - (\vec{Z}^{\circ}_{ni}(x), \vec{Y}_i(x)). \quad (27)$$

Поскольку

$$(\vec{Z}_{0i}, \vec{Y}_i) = 4\sqrt{(C \mp c)(L \mp m)},$$

а $C > c$, $L > m$, то уравнение (27) всегда имеет решение:

$$\varphi_{ni}(x) = \int\limits_0^x \frac{(A\vec{Z}_{ni}, \vec{Y}_i) - (\vec{Z}^{\circ\prime}_{ni}, \vec{Y}_i)}{(\vec{Z}_{0i}, \vec{Y}_i)} d\tau. \qquad (28)$$

Расписывая выражение для $\vec{Z}^{0\prime}_{1i}$, производя упрощения, получим

$$(A\vec{Z}^{\circ}_{11,2}, \vec{Y}_{1,2}) - (\vec{Z}^{\circ\prime}_{11,2}, \vec{Y}_{1,2}) = -2i\varphi_{01,2}\left\{\left[\frac{1}{2} \times \right.\right.$$
$$\times \frac{(C-c)(R-r) - (L-m)(G-g)}{\sqrt{(L-m)(C-c)}} \pm \frac{3}{4}\frac{L'+m'}{L-m} \pm$$
$$\left.\left.\pm \frac{1}{4}\frac{C'-c'}{C-c}\right] N_{1,2} \mp N'_{1,2}\right\};$$

$$(A\vec{Z}^{\circ}_{13,4}, \vec{Y}_{3,4}) - (\vec{Z}^{\circ\prime}_{13,4}, \vec{Y}_{3,4}) = -2i\varphi_{03,4}\left\{\left[\frac{1}{2} \times \right.\right.$$
$$\times \frac{(C+c)(R+r) - (L+m)(G+g)}{\sqrt{(L+m)(C+c)}} \pm \frac{3}{4}\frac{L'+m'}{L+m} \pm$$
$$\left.\left.\pm \frac{1}{4}\frac{C'+c'}{C+c}\right] N_{3,4} \mp N'_{3,4}\right\}.$$

Обозначая здесь удвоенную величину в фигурных скобках, взятую со знаком «—», через $\widetilde{D}_k(x)$ получим

$$\varphi_{1k}(x) = i\int_0^x \varphi_{0k}\frac{\widetilde{D}_k(\tau)}{(\vec{Z}_{0k}, \vec{Y}_l)}\,d\tau = i\int_0^x D_k(\tau)\,d\tau. \tag{29}$$

Тогда

$$\vec{Z}_{1k}(x) = \vec{\mathring{Z}}_{1k}(x) + \varphi_{1k}(x)\cdot\vec{Z}_{0k}(x),$$

$$\vec{X}_1(\omega,\ x) = \sum_{j=1}^{4} C_j e^{i\omega P_j(x)}\left[\varphi_{0j}\vec{U}_j + \frac{\vec{\mathring{Z}}_{1j} + \varphi_{1j}\vec{Z}_{0j}}{\omega}\right]. \tag{30}$$

Из (26) и (29) имеем

$$\vec{X}_1(\omega,\ x) = \sum_{j=1}^{4} C_j e^{i\omega P_j(x)}\cdot\varphi_{0j}\left[\vec{U}_j + \frac{i}{\omega}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\vec{U}_j\int_0^x D_j(\tau)\,d\tau + N_j\frac{1}{\sqrt{L\mp m}}\begin{bmatrix}0\\0\\\mp 1\\1\end{bmatrix}\right)\right]. \tag{31}$$

При $x\to\infty$ $\vec{X}_1(\omega,\ x)$ должно быть ограничено. Это возможно лишь в том случае, если $C_1\equiv C_3\equiv 0$, поскольку $Q_j(x)$ в (23) неотрицательно $\forall x$. Из начальных условий определим $C_2(\omega)$ и $C_4(\omega)$;

$$\vec{X}^\circ(\omega) = [U_{10}\ U_{20},\ I_{10},\ I_{20}]^T;$$

$$U_{10}(\omega) = -C_2(\omega)\cdot[(L^\circ - m^\circ)(C^\circ - c^\circ)]^{-\frac{1}{4}}\sqrt{L^\circ - m^\circ} +$$

$$+ C_4(\omega)[(L^\circ + m^\circ)(C^\circ + c^\circ)]^{-\frac{1}{4}}\sqrt{L^\circ + m^\circ}; \tag{32}$$

$$U_{20}(\omega) = C_2(\omega)[(L^\circ - m^\circ)(C^\circ - c^\circ)]^{-\frac{1}{4}}\sqrt{L^\circ - m^\circ} +$$

$$+ C_4(\omega)[(L^\circ + m^\circ)(C^\circ + c^\circ)]^{-\frac{1}{4}}\sqrt{L^\circ + m^\circ}.$$

Пусть

$$a(x) = \left(\frac{L-m}{C-c}\right)^{\frac{1}{4}},$$

$$b(x) = \left(\frac{L+m}{C+c}\right)^{\frac{1}{4}}. \tag{33}$$

Из (32) и (33) после сокращения получим

$$U_{10}(\omega) = -C_2(\omega)\cdot a(0) + C_4(\omega)\cdot b(0),$$
$$U_{20}(\omega) = C_2(\omega)\cdot a(0) + C_4(\omega)\cdot b(0). \tag{34}$$

Отсюда

$$C_2(\omega) = \frac{U_{20}(\omega) - U_{10}(\omega)}{2a(0)}, \tag{35}$$

$$C_4(\omega) = \frac{U_{20}(\omega) + U_{10}(\omega)}{2b(0)}.$$

Обозначим вектор, стоящий в (31) в круглых скобках, через $\vec{V}_j$. Подставив (35) в (31), имеем

$$\vec{X}_1(\omega, x) = \frac{U_{20}(\omega) - U_{10}(\omega)}{2a(0)} \exp\{-i\omega P_1(x) - Q_1(x)\} \times$$
$$\times T_1(x)\cdot\left[\vec{U}_2(x) + \frac{i}{\omega}\vec{V}_2(x)\right] + \frac{U_{20}(\omega) + U_{10}(\omega)}{2b(0)} \times$$
$$\times \exp\{-i\omega P_2(x) - Q_2(x)\}\, T_2(x)\cdot\left[\vec{U}_4(x) + \frac{i}{\omega}\vec{V}_4(x)\right].$$

При $t \geqslant 0$ перейдем к прообразам, учитывая (11):

$$\vec{x}_1(t, x) = \frac{T_1(x)\, e^{-Q_1(x)}}{2a(0)} \{[u_{20}(t + P_1(x)) + u_{10}(t + P_1(x))]\, \vec{U}_2(x) -$$
$$- \vec{V}_2(x)\,[1 * u_{20}(t + P_1(x)) + 1 * u_{10}(t + P_2(x))]\} +$$
$$+ \frac{T_2(x)\, e^{-Q_2(x)}}{2b(0)} \{[u_{20}(t + P_2(x)) + u_{10}(t + P_1(x))]\cdot \vec{U}_4(x) -$$
$$- \vec{V}_4(x)\,[1 * u_{20}(t + P_2(x)) + 1 * u_{10}(t + P_2(x))]\}; \tag{36}$$

$$T_{1,2}(x) = [(L \mp m)(C \mp c)]^{-\frac{1}{4}}.$$

Поскольку $t \geqslant 0$, т. е. процесс передачи сигнала по линии имеет начало, то интеграл-свертка примет вид $\forall i f_i(t) \equiv 0$, при $t < 0$;

$$f_1(t) * f_2(t) = \sqrt{2\pi}\int_0^t f_1(\tau)\cdot f_2(t-\tau)\, d\tau,$$

$$1 * u_{i0} = \sqrt{2\pi}\int_0^t u_{i0}(t + P_i(x) - \tau)\, d\tau. \tag{37}$$

Таким образом, получена достаточно обозримая расчетная формула для приближенного решения системы уравнений, описывающих неоднородную длинную линию.

Все интегралы, входящие в (36) могут быть вычислены аналитически [6], что также позволяет производить по этой формуле анализ процессов передачи сигналов по линии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бохнер С.* Лекции об интегралах Фурье. М., ФМ, 1962. 358 с.
2. *Дикарев В. А.* Многопроводные длинные линии с изменяющимися по длине параметрами.—В сб.: Радиотехника. Вып. 31. Харьков, «Вища школа», 1974, с. 20—23.
3. *Дикарев В. А.* Преобразование сигналов многопроводной неоднородной линии связи.—В сб.: Радиотехника. Вып. 32 Харьков, «Вища школа», 1974, с. 25—27.
4. *Корн Г.*, *Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1973. 828 с.
5. *Князев П. И.* Интегральные преобразования. Минск, «Высшая школа», 1969. 193 с.
6. *Смолянский М. Л.* Таблица неопределенных интегралов. М., ФМ, 1963. 110 с.

УДК 621. 327. 22

К расчету многожильных длинных кабелей методом ВКБ приближений. Дикарев В. А., Сарнавский Н. Г., Наумейко И. В. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 98—107.

Построена и исследована общая формула для m-го ВКБ-приближения решения уравнения неоднородной многопроводной длинной линии. Рассмотрена методика расчета первого ВКБ-приближения и выведена для него расчетная формула.

Библиогр. 6.