УДК 519.87
В. К. МАРИГОДОВ,
канд. техн. наук

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ ПРЕДЫСКАЖЕНИЯ И КОРРЕКТИРОВАНИЯ В КАНАЛЕ С ОБЩИМИ ЗАМИРАНИЯМИ

Эффективность работы системы автоматического управления предыскажающим и корректирующим устройствами исследована в работе [1]. При этом рассматривался канал с общими замираниями и аддитивным белым шумом. Эффективность работы регулируемого предыскажателя в канале с «чисто» мультипликативной помехой исследована [2].

Интересно рассмотреть возможность применения аппарата теории игр для оценки эффективности системы регулируемый предыскажатель — регулируемый корректор в канале с общими замираниями и аддитивной помехой. При таком исследовании можно определить потенциальные возможности стратегий двух партнеров: «связиста», заинтересованного в передаче информации с наименьшей среднеквадратической ошибкой, и «источника мультипликативных помех», настроенного антагонистически.

Пусть информация передается по каналу с общими замираниями и аддитивной помехой. Блок-схема включения регулируемых устройств в системе передачи информации изображена на рис. 1. Полезный сигнал с энергетической спектральной плотностью $G(\omega)$ от источника поступает в канал через регулируемый (посредством обратного канала связи) предыскажающий фильтр с коэффициентом передачи $K_1(\omega, \nu)$. В канале действует мультипликативная помеха, зависящая от значения v случайной величины коэффициента замирания [1]. Предполагается, что частота процесса замираний достаточно мала по сравнению с частотой полезного сигнала. На выходе канала с общими (медленными) замираниями условно показан источник аддитивной помехи с энергетической спектральной плотностью $N(\omega)$. На приемной стороне системы передачи информации включен регулируемый корректирующий фильтр с передаточной функцией $K_2(\omega, \nu)$, который регулируется в соответствии с характером процесса замираний, известном на приеме. Регулировка частотной характеристики предыскажателя возможна, если замирания изменяются весьма медленно.

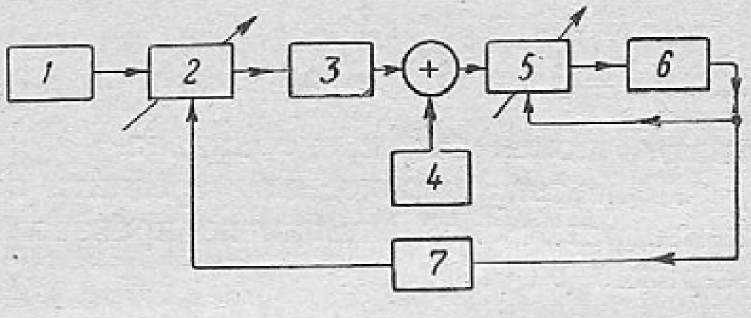

Рис. 1. Блок-схема системы с регулируемыми предыскажателем и корректором: *1* — источник сигнала; *2* — регулируемый предыскажатель; *3* — канал с общими замираниями; *4* — источник аддитивных помех; *5* — регулируемый корректор; *6* — приемник; *7* — канал обратной связи.

В этой условно полагаемой антагонистической игре стратегией «связиста» является выбор характеристик $K_1(\omega, \nu)$ и $K_2(\omega, \nu)$, а стратегия «источника мультипликативных помех» — выбор законов распределения замираний $p(\nu)$ — вероятность того, что случайная величина (коэффициент замираний) примет значение ν. В качестве платежной функции примем величину среднеквадратической ошибки, усредненную по распределению замираний [1];

$$\varepsilon^2(K, \nu) = \int_0^\infty \frac{G(\omega)\, k^2 N(\omega)\, W(\omega)}{\nu^2 \,|\, K_1(\omega, \nu)\,|^2\, G(\omega)\, k^2 + N(\omega)\, W(\omega)}\, d\omega, \qquad (1)$$

где $\varepsilon^2(K, \nu)$ — среднеквадратическая ошибка; $W(\omega)$ — весовая функция, характеризующая спектральные свойства приемника; k^2 — постоянный коэффициент, учитывающий затухание трассы ($k^2 \ll 1$).

Из очевидных соображений игрового подхода должно выполняться неравенство

$$\min_K \max_\nu \varepsilon^2 (K, \nu) \geqslant \max_\nu \min_K \varepsilon^2 (K, \nu). \tag{2}$$

С учетом работы [1] имеем

$$\min_K \varepsilon^2 (K, \nu) = \frac{\left(\int\limits_0^\infty \sqrt{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)} d\omega\right)^2}{\nu^2 P_{\text{ср}} k^2 + P_{\text{п}}}, \tag{3}$$

где $P_{\text{п}} = \int\limits_0^\infty N(\omega) W(\omega) d\omega$ — средняя взвешенная мощность аддитивных помех на выходе канала.

Поскольку необходимо усреднить полученную величину среднеквадратической ошибки по произвольному распределению замираний $p(\nu)$, то

$$\min_K \varepsilon^2 (K, \bar{\nu}) = \min_K \int \varepsilon^2 (K, \nu) \, dp(\nu). \tag{4}$$

Находим максимин правой части неравенства (2)

$$\max_\nu \min_K \varepsilon^2 (K, \nu) = \max_\nu \left[\frac{\left(\int\limits_0^\infty \sqrt{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega) W \omega d\omega d\omega}\right)^2}{\nu^2 P_{\text{ср}} k^2 + P_{\text{п}}}\right].$$

Применяя к числителю правой части (3) неравенство Буняковского—Коши

$$\int\limits_0^\infty G(\omega) k^2 d\omega \cdot \int\limits_0^\infty N(\omega) W(\omega) d\omega \geqslant \left(\int\limits_0^\infty \sqrt{G(\omega) k^2 N(\omega) W(\omega)} d\omega\right)^2,$$

получаем

$$\max_\nu \left(\frac{P_{\text{с}} \cdot P_{\text{п}}}{\nu^2 P_{\text{ср}} k^2 + P_{\text{п}}}\right) = \max_\nu \left(\frac{P_{\text{с}}}{1 + \frac{\nu^2 P_{\text{ср}} k^2}{P_{\text{п}}}}\right),$$

где

$$P_{\text{с}} = \int\limits_0^\infty G(\omega) k^2 d\omega, \quad P_{\text{ср}} = \int\limits_0^\infty G(\omega) \, | K_1 (\omega, \nu) |^2 \, d\omega.$$

Если рассматривать относительную среднеквадратическую ошибку, то можно записать

$$\max_\nu \left[\min_K \frac{\varepsilon^2 (K, \bar{\nu})}{P_{\text{с}}}\right] = \max_\nu \int \frac{dP(\nu)}{1 + \nu^2 q}, \tag{5}$$

где $q = \frac{P_{\text{ср}} k^2}{P_{\text{п}}}$ — отношение средней мощности полезного сигнала к средней мощности взвешенной аддитивной помехи (на выходе канала).

Поскольку регулировка предыскажателя и корректора производится при известном на приеме характере замираний, то «связисту» известен ход партнера, и игра при этом получается вполне определенной. Легко показать, что минимакс левой части неравенства (2) становится равным выражению (5), неравенство (2) превращается в равенство, а цена игры U получается равной

$$U = \max_{\nu} \int \frac{dp(\nu)}{1 + \nu^2 q}. \tag{6}$$

Зная вероятность распределения $p(\nu)$, можно определить с помощью формулы (6) цену игры для различных законов распределения замираний. Замирания обычно подчиняются релеевскому или обобщенному релеевскому закону. Более медленные случайные колебания уровня сигнала следуют логарифмически нормальному закону распределения. Рассмотрим эффективность применения предыскажений (цену игры) для релеевского и обобщенного релеевского законов распределения замираний.

Для релеевского закона

$$dp(\nu) = \frac{\nu}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{\nu^2}{2\sigma_0^2}\right) d\nu \text{ при } \nu \geqslant 0,$$

где σ_0^2 — средняя мощность рассеянной (случайной) составляющей флуктуирующего сигнала.

Используя формулу (6), находим

$$U = \max\left[-\frac{1}{2q\sigma_0^2} \exp\left(\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right) \mathrm{Ei}\left(-\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right)\right], \tag{7}$$

где $\mathrm{Ei}(-x)$ — интегральная показательная функция, равная [3]

$$-\mathrm{Ei}(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt > 0.$$

Исследуем выражение (7). При больших значениях $x = \frac{1}{2q\sigma_0^2}$ получается, что

$$U = \max_{\nu}\left[\min_{K} \frac{\varepsilon^2(K, \bar{\nu})}{P_c}\right] = 1.$$

Таким образом, при небольших q и σ_0^2 $(x \gg 1)$ предыскажения не эффективны, так как минимальный средний квадрат ошибки сравнивается с мощностью самого полезного сигнала. При $x \ll 1$ (большие значения q и σ_0^2) эффективность предыскажений увеличивается. На рис. 2 показана зависимость цены игры от средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала (при $q = 1 = \text{const}$).

Для обобщенного релеевского закона

$$dp(\nu) = \frac{\nu}{\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{\nu^2 + \alpha_0^2}{2\sigma_0^2}\right) I_0\left(\frac{\nu\alpha_0}{\sigma_0^2}\right) d\nu \quad \text{при} \quad \nu \geqslant 0,$$

где α_0 — среднее значение регулярной составляющей флуктуирующего сигнала; $I_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка

При $\nu \approx \alpha_0$ и $\frac{\alpha_0}{\sigma_0} \gg 1$, а также после замены функции Бесселя асимптотическим разложением, получаем [4]

$$dp(\nu) \approx \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\nu - \alpha_0^2)^2}{2\sigma_0^2}}.$$

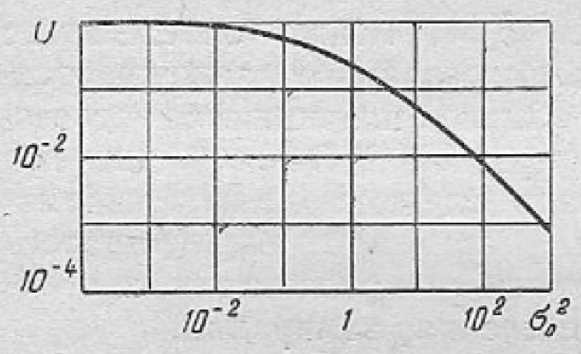

Рис. 2. Зависимость цены игры от средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала (релеевский закон распределения).

Последняя зависимость справедлива также для нормального закона распределения с параметрами α_0 и σ_0. На основании применения для данного случая формулы (6), находим

$$U \approx \max\left(\frac{e^{-\frac{\alpha_0^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi} q\sigma_0}\left\{\frac{\pi\sqrt{q}}{2} e^{-2\sigma_0^2 q}\left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2q}\sigma_0}\right)\right] + \right.\right.$$

$$+ \frac{\alpha_0}{2\sigma_0^2} e^{-\frac{1}{2q\sigma_0^2}} \operatorname{Ei}\left(-\frac{1}{2q\sigma_0^2}\right) + \frac{\alpha_0^2\sqrt{2\pi}}{\sigma_0^3} -$$

$$\left.\left. - \frac{\alpha_0^2 \pi}{4\sqrt{q}\sigma_0^4} e^{-2q\sigma_0^2}\left[1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2q}\sigma_0}\right)\right]\right\}\right), \tag{8}$$

где $\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^y e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности.

Исследуем формулу (8). Если принять $\frac{\alpha_0}{\sigma_0} = 4$, что близко к нормальному закону распределения [4], то при $q = 1 = \text{const}$ из формулы (8) получаем

$$U \approx \max\left(\frac{1{,}3 \cdot 10^{-4}}{\sigma_0}\left\{1{,}57 e^{-2\sigma_0^2}\left[1 - \Phi\left(\frac{0{,}68}{\sigma_0}\right)\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{8}{\sigma_0} e^{-\frac{0{,}5}{\sigma_0^2}} \operatorname{Ei}\left(-\frac{0{,}5}{\sigma_0^2}\right) + \frac{10}{\sigma_0} - \frac{12{,}5}{\sigma_0^2} e^{-2\sigma_0^2}\left[1 - \Phi\left(\frac{0{,}68}{\sigma_0}\right)\right]\right\}\right). \tag{9}$$

Структура формулы (9) такова, что наибольшее значение цены игры получается при $\sigma_0^2 \to 0$. При увеличении σ_0^2 цена игры уменьшается, следовательно, уменьшается и относительная среднеквадратическая ошибка, т. е. увеличивается эффективность применения предыскажений. На рис. 3 изображена зависимость цены игры от величины средней мощности рассеянной составляющей флуктуирующего сигнала.

При уменьшении регулярной составляющей α_0 закон распределения приближается к релеевскому ($\alpha_0 \to 0$) и цена игры определяется формулой (7).

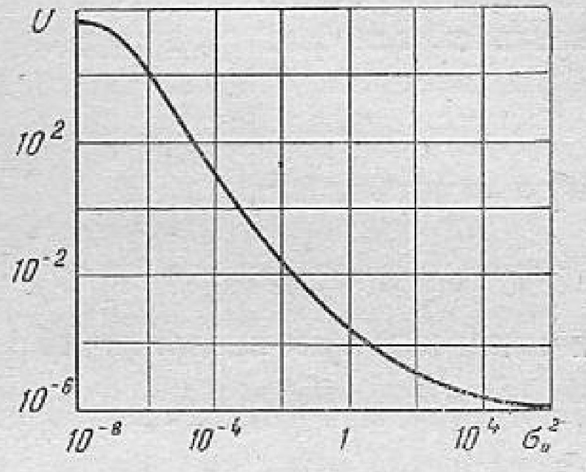

Рис. 3. Зависимость цены игры от σ_0^2 (обобщенный релеевский закон распределения).

Таким образом, рассмотренная игра имеет вполне определенный характер. Для увеличения эффективности автоматической регулировки предыскажателя и корректора в соответствии с процессом замираний необходимо наиболее полно на приеме использовать мощность рассеянного в канале сигнала (по времени и по частоте). Для этого, например, можно применять разнесенный прием с использованием в каждой ветви регулируемого корректора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Овсеевич И. А., Пинскер М. С.* Предыскажение и корректирование в канале с замираниями.—«Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика», № 3, 1960, с. 40—46.
2. *Torrent Маригодов В. К.* Эффективность предыскажений при мультипликативной помехе.—Сб. «Отбор и передача информации». Киев, ФМИ АН УССР, вып. 29, 1971, с. 26—31.
3. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М., «Наука», 1968. 240 с.
4. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Сов. радио», 1969. 160 с.

УДК 519.87

Оценка эффективности автоматической регулировки предыскажения и корректирования в канале с общими замираниями. Маригодов В. К. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 36—41.

Исследуется эффективность системы автоматического управления предыскажающим и корректирующим устройствами с позиций теории игр. Определена цена игры при среднеквадратическом критерии оценки эффективности регулируемых характеристик предыскажателя и корректора.

Ил. 3. Библиогр. 4.