УДК 62—50 : 519.25

А. Д. БОЛЫЧЕВЦЕВ,
Л. Б. БЫСТРИЦКАЯ

ОБ ОДНОМ СТАТИСТИЧЕСКОМ КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА МНОГОКАНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Качество многоканального управления можно охарактеризовать различными статистическими критериями. В частности, удобной и распространенной характеристикой качества многоканального двухпозиционного регулирования является средняя частота выходов регулируемого процесса из технологической нормы (допуска). Эта частота распадается на две составляющие, $n = n_1 + n_2$, одна из которых зависит только от амплитуды управляющего воздействия, а другая — только от его временного запаздывания.

В предположении, что нестабилизированный процесс описывается случайной стационарной нормально распределенной функцией времени, имеющей непрерывно дифференцируемые реализации, и контрольная норма располагается по центру технологической нормы, первая, так называемая амплитудная, составляющая n_1 с высокой точностью описывается зависимостью [1]

$$n_1 = n_0 \exp\left\{\frac{(u + a)^2}{2\sigma^2}\right\}, \tag{1}$$

где n_0 — средняя частота пересечений нестабилизированным процессом нулевого уровня

$$n_0 = \frac{\omega}{\pi}, \tag{2}$$

u — абсолютная величина полуразности технологической и контрольной норм (так называемый запас нормы [2]), a — амплитуда управляющего воздействия, приведенная к выходу объекта управления, σ^2 и $(\omega\sigma)^2$ — дисперсия процесса и его скорости соответственно.

Там же, в работе [1], определена вторая, названная фазовой, составляющая n_2 для идеальной безынерционной системы. Ниже получено аналитическое выражение фазовой составляющей для системы, линейная часть которой содержит запаздывающее звено. С учетом результата работы [3] полученное решение описывает более общий случай функционирования реальной многоканальной системы, подверженной воздействию малых помех.

Пусть τ_0 — цикл опроса регулируемого процесса, а τ_1 — постоянное запаздывание по данному каналу. Фазовую составляющую n_2 можно подсчитать так: проинтегрировать в интервале $(0, \tau_1 + \tau)$ условную плотность вероятности выходов [4] нестабилизированного процесса за технологический уровень, полученный результат усреднить по τ, считая его случайной величиной, равномерно распределенной в интервале цикла опроса $(0, \tau_0)$, и помножить на n_0.

С точностью до относительной погрешности $\left(\frac{\omega t}{2}\right)^2$ условная плотность вероятности выходов процесса описывается выражением

$$W(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\alpha}{t^2} \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{t^2}\right\}, \tag{3}$$

интегрирование которого по t в интервале $(0,\ \tau_1 + \tau)$ дает

$$\int_0^{\tau_1+\tau} W(t)\,dt = 1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right), \tag{4}$$

$\Phi(z)$ — интеграл вероятности вида [5]

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp\{-v^2\}\,dv, \tag{5}$$

параметр α равен

$$\alpha = \frac{u}{\sqrt{2}\omega\sigma}.$$

Усредним результат (4) по τ

$$I(\tau_0,\ \tau) = \underset{\tau\in(0,\ \tau_0)}{M}\left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{\tau_0}\int_0^{\tau_0}\left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau}\right)\right]d\tau = 1 - z_0 \int_{z_1}^{z_+} \frac{\Phi(z)}{z^2}\,dz. \tag{6}$$

Здесь z_0, z_1 и z_+ равны соответственно

$$z_0 = \frac{\alpha}{\tau_0},\quad z_1 = \frac{\alpha}{\tau_1},\quad z_+ = \frac{\alpha}{\tau_0 + \tau}.$$

Последний интеграл может быть взят по частям

$$\int_{z_1}^{z_+} \frac{\Phi(z)}{z^2}\,dz = \frac{\Phi(z)}{z}\Bigg|_{z_1}^{z_+} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} Ei(-z^2)\Bigg|_{z_1}^{z_+}, \tag{7}$$

после чего результат усреднения принимает вид

$$I(\tau_0,\ \tau_1) = \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_0}\right)\psi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau_0}\right) - \frac{\tau_1}{\tau_0}\psi\left(\frac{\alpha}{\tau_1}\right). \tag{8}$$

Здесь $Ei(-y)$ — интегральная показательная функция типа [6]

$$-Ei(-y) = \int_y^\infty \frac{1}{v}\exp\{-v\}\,dv, \tag{9}$$

а $\psi(z)$ — обобщенная функция обегающего запаздывания [7]

$$\psi(z) = 1 - \Phi(z) + \frac{z}{\sqrt{\pi}} Ei(-z^2). \tag{10}$$

Выражение (8) дает завышенное значение отношения n_2 к n_0. Положив в нем $\tau_1 = 0$, получим соответствующий результат для многоканальной безынерционной системы [1]

$$I(\tau_0,\ 0) = \psi\left(\frac{\alpha}{\tau_0}\right). \tag{11}$$

Устремив же τ_0 к нулю и раскрыв неопределенность

$$\lim_{\tau_0 \to 0} \frac{1}{\tau_0}\left[\psi\left(\frac{\alpha}{\tau_0 + \tau_1}\right) - \psi\left(\frac{\alpha}{\tau_1}\right)\right],$$

получим результат для обычной одномерной системы с запаздыванием

$$I(0,\ \tau_1) = 1 - \Phi\left(\frac{\alpha}{\tau_1}\right). \tag{12}$$

Этот результат следует непосредственно и из соотношения (4).

Итак, рассматриваемый статистический показатель качества системы по одному каналу равен

$$n = n_0\left[\exp\left(-\frac{(u+a)^2}{2\sigma^2}\right) + \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_0}\right)\psi\left(\frac{\alpha}{\tau_1 + \tau_0}\right) - \frac{\tau_1}{\tau_0}\psi\left(\frac{\alpha}{\tau_1}\right)\right]. \tag{13}$$

Наличие таблиц интеграла вероятности [5] и интегральной показательной функции [6] сводит процедуру расчета этого показателя к простым алгебраическим операциям.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гребень И. И., Болычевцев А. Д.* Расчетные соотношения средней частоты аварийных выбросов управляемого процесса. — «Вестник Киевск. политехн. ин-та, сер. автоматики и электроприборостроения», 1968, с. 17—21.
2. *Болычевцев А. Д.* Централизованный контроль качества. — «Стандарты и качество», 1970, № 11, с. 39—42.
3. *Гребень И. И., Болычевцев А. Д.* Сравнительная оценка влияния чистого и линейного запаздывания на среднюю частоту аварийных выходов управляемого процесса. — В кн.: Отбор и передача информации. Вып. 16. Киев, «Наукова думка», 1968, с. 54—61.
4. *Болычевцев А. Д.* Условная плотность выбросов контролируемого процесса при централизованном управлении. — «Автоматика и телемеханика», 1966, № 4, с. 168—178.
5. *Таблицы* вероятностных функций. Т. I. М., Изд-во АН СССР, 1970. 301 с.
6. *Таблицы* интегральной показательной функции. М., Изд-во АН СССР, 1954. 300 с.
7. *Гребень И. И., Болычевцев А. Д.* Централизованный контроль с переменным шагом опроса контролируемых пунктов. ч. I и II. — «Автоматика», 1967, № 6, с. 61—67.

УДК 62—50:519.25

Об одном статистическом критерии качества многоканального управления. Болычевцев А. Д., Быстрицкая Л. Б. Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 16—18.

За статистический показатель качества многоканального двухпозиционного управления принята средняя частота выходов регулируемого параметра

из технологической нормы. Получены аналитические выражения этого показателя для системы, линейная часть которой содержит запаздывающее звено.

Библиогр. 7.