УДК 62—50
И. В. КУЗЬМИН,
д-р техн. наук,
Н. Г. БУРКО,
В. Т. МИРОШНИЧЕНКО,
канд. техн. наук

ОДИН ИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ РАЦИОНАЛЬНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ РУКОВОДИТЕЛЕМ

Статистический характер одной из основных задач управления производством — принятие решений—предопределяет появление определенных проблем в реализации функции управления. Используемые в настоящее время эвристические методы принятия решений, базирующиеся только на опыте и квалификации руководителя, не могут обеспечить высокую экономическую эффективность производства.

В данной работе рассматривается задача определения оптимальной вероятности $P_{\text{опт}}$ безотказного функционирования системы с двухуровневой иерархической структурой управления производством в части принятия решения [1]. Под вероятностью безотказного функционирования системы понимается вероятность рационального принятия решения руководителем, которое характеризуется минимизацией потерь производства и дополнительных затрат на обработку задержанной руководителем информации.

Вероятность рационального принятия решения руководителем определяется выражением

$$P = P_1 \cdot P_2, \tag{1}$$

где

P_1 — вероятность того, что руководитель переработает всю информацию, поступающую ему от техаппарата;

$P_1 = \text{const}$ для конкретного руководителя (по материалам статистической обработки данных);

P_2 — вероятность того, что техаппарат выдает руководителю объем информации $q_p \leqslant V_{\max_p}$ [2], причем события с вероятностями P_1 и P_2 независимы.

В настоящей работе для упрощения принимаем $P_1 = 1$, тогда

$$P = P_2. \tag{2}$$

В исследуемой системе управления производством руководитель производства — подсистема верхнего уровня. Подсистема нижнего уровня — техаппарат руководителя.

Функционирование подсистемы верхнего уровня описывается следующим образом:

$$F_b = M\,[F;\ C] \to \min, \tag{3}$$

$$P\,(F \leqslant B_{\text{ст}}) \geqslant \beta,\ F \geqslant 0,\ 0 \leqslant \beta \leqslant 1, \tag{4}$$

где $M[F, C]$ — математическое ожидание случайных величин;
F — частота возвращения к принятию решения, определяющая тот интервал времени, через который возникает необходимость в коррекции решения (по набранной статистике F — нормально распределенная случайная величина);
C — дополнительные затраты на обработку задержанной руководителем информации;
$B_{\text{ст}}$ — значение частоты возвращения к принятию решения в статическом режиме.
Подсистема нижнего уровня:

$$F_n = M[C_0, (q_T - q_p)] \to \min, \tag{5}$$

$$P_2(q_p \leqslant V_{\max_p}) \geqslant \alpha, \ q_T, \ q_p > 0, \ 0 \leqslant \alpha \leqslant 1, \tag{6}$$

где $M[C_0, (q_T - q_p)]$ — математическое ожидание случайных величин q_T, q_p;
C_0 — дополнительные затраты на обработку одного задержанного руководителем документа;
q_T, q_p — случайные величины количества информации в дискретные моменты времени, поступающие техаппарату и руководителю соответственно;
$V_{\max_p}$ — максимальный объем информации, который руководитель в состоянии обработать в силу ограниченности психофизиологических возможностей человека (по материалам статистической обработки данных $V_{\max_p}$ — нормально распределенная случайная величина).

В верхний уровень передается информация об оптимальном функционировании подсистемы нижнего уровня. Вектор состояния верхнего уровня формируется по информации, находящейся в подсистеме верхнего уровня, и информации об оптимальном функционировании подсистемы нижнего уровня, т. е.

$$Z_i = (kF + C).$$

Введем следующее предположение и проведем анализ свойств системы, описываемой условиями (3)—(6), которая удовлетворяет вводимому предположению.

Пусть преобразование Z такое, что функция распределения случайной величины $Z - F_Z$ зависит от P_2 следующим образом:

$$F(Z, P_2), \ D_Z(P_2') \geqslant D_Z(P_2''), \ \text{если} \ P_2' \leqslant P_2'',$$

где D_Z — дисперсия Z.

Из этого предположения следует, что чем более жесткие требования предъявляются к выдерживанию ограничений подсистемой, тем меньше вероятность появления ошибок в ее функционировании [3].

Отметим свойства системы, описываемой (3) — (6), которая удовлетворяет введенному предположению. Ограничения (6) высекают в пространстве переменных q_p множество Q_p, зависящее от значений вероятности P. Введем функцию

$$\varphi(P_2) = \min F(q_p)$$

Тогда справедливо следующее утверждение.

Функция $\varphi(P_2)$ — *монотонно неубывающая функция* P_2 *при* $P_2 \in [0, 1]$. Доказательство утверждения приведено в работе [3]. Следовательно, при увеличении вероятности P_2 подсистема нижнего уровня несет потери за счет увеличения функции $\varphi(P_2)$, что подтверждается на практике, так как дополнительные затраты техаппарата (5) на организацию функционирования системы с заданной вероятностью безотказной работы, т. е. дополнительные затраты на обработку задержанной (необработанной) руководителем информации, растут с увеличением P_2. С другой стороны, при уменьшении P_2 подсистема верхнего уровня несет потери за счет увеличения частоты возвращения к принятию решения, т. е. функция потерь подсистемы верхнего уровня — монотонно убывающая функция.

Таким образом, создается конфликтная ситуация, решение которой заключается в выборе такого значения вероятности рационального принятия решения $P_{2\text{опт}}$, при котором минимизируются потери во всей системе в целом [1]. Сформулированная задача решается методами параметрического программирования.

Применительно к нашей задаче исследуемая система запишется так. Подсистема нижнего уровня:

$$F_n = M\,[G_0;\ (q_T - q_p)] \to \min, \tag{5a}$$

$$P_2\,(q_p \leqslant V_{\max_p}) \geqslant \alpha,\ q_p > 0. \tag{6a}$$

Пусть

$$y\,(P_2) = \min_{q_p} F_n, \tag{7}$$

$$Z = kF + y\,(P_2), \tag{8}$$

где kF — потери подсистемы верхнего уровня за счет изменения частоты возвращения к принятию решения;

kF — нормально распределенная случайная величина с

$$M\,[kF] = k\overline{F}\,(P_2),\ \sigma\,[kF] = k^2\overset{\circ}{F}\,(1 - P_2),$$

так как F — нормально распределенная случайная величина по условию. Таким образом, преобразование Z удовлетворяет введенному предположению.

Подсистема верхнего уровня:

$$F_b = M\,[Z] \to \min, \tag{9}$$

$$P\,(Z \leqslant C_{\text{доп}}) \geqslant \beta_1,\ Z > 0,\ 0 \leqslant \beta_1 \leqslant 1. \tag{10}$$

Выражение (9) описывает критерий функционирования всей системы в целом. Преобразуем вероятностное ограничение (6а) к детерминированному виду

$$q_p \leqslant \overline{V}_{\max_p} + \mu\,(P_2)\,\sigma\,[V_{\max_p}], \tag{11}$$

где:

$$\overline{V}_{\max_p} = M[V_{\max_p}],$$

$\mu(P_2) = \Phi^{-1}(1 - P_2)$, Φ — интеграл Лапласа.

Пусть $\psi(\mu) = \min F_к$. Тогда для задачи параметрического линейного программирования (5а) — (6а) с учетом (11) справедлива теорема из работы [4]. Так как известны статистические характеристики Z, то с учетом этого преобразуем условия задачи (9) — (10):

$$M[Z] = k\overline{F}(P_2) + \varphi(P_2) \to \min. \qquad (12)$$

Вследствие выпуклости функций $k\overline{F}(P_2)$ и $\varphi(P_2)$ согласно теореме [4] критерий (12) является выпуклым по P_2.

Преобразуем ограничения (10) согласно работе 4]:

$$P(Z \leqslant C_{доп}) = P\{kF + \varphi(P_2) \leqslant C_{доп}\} =$$
$$= P\{\varphi(P_2) - C_{доп} \leqslant -kF\} \geqslant \beta_1. \qquad (13)$$

После перехода от вероятностных ограничений к детерминированным с учетом (8) получим

$$[kF + \varphi(P_2)] - C_{доп} \leqslant k\sqrt{[k^2\mathring{F}(1 - P_2)]^2}, \qquad (14)$$

где $k = \Phi^{-1}(1 - \beta_1)$.

Таким образом, для определения оптимального значения $P_{2опт}$ надо решить выпуклую задачу детерминированного программирования (12) — (14), используя известные методы.

Знание руководителем $V_{\max_p}$, статистических данных по руководству производством, потерь $\mathring{C}$ и kF позволяет определить методом параметрического линейного программирования $P_{опт}$.

Определение $P_{опт}$-оптимальной вероятности рационального принятия решения позволяет обеспечить рациональную информационную загрузку руководителя с целью повышения эффективности управления, а также построить алгоритм управления формированием массивов информации для руководителя техническим аппаратом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузьмин И. В.* Оценка эффективности и оптимизация АСКУ. М., «Сов. радио», 1971. 294 с.
2. *Кузьмин И. В., Бурко Н. Г., Мирошниченко В. Т.* Количественная оценка полного объема информации, необходимого для принятия решения руководством. — Сб.: Вопросы диагностики. Вып. 10. ТРТИ, Таганрог, 1973, с. 61—66.
3. *Лавриненко В. П.* «Кибернетика и вычислительная техника», вып. 19. Киев, «Наукова думка», 1973, с. 9—13.
4. *Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б.* Новые направления в линейном программировании. М., «Сов. радио», 1966. 457 с.

УДК 62—50

Один из методов определения вероятности рационального принятия решения руководителем. *Кузьмин И. В., Бурко Н. Г., Мирошниченко В. Т.* Сб. «Автоматизированные системы управления и приборы автоматики», вып. 34, 1975, с. 3—6.

Рассмотрены вопросы определения вероятности рационального принятия решения руководителем производства в иерархической системе. Описание системы приводится в терминах стохастического программирования.

Библиогр. 4.